



UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE
SAN LUIS POTOSÍ

CENTRO DE INVESTIGACIÓN Y ESTUDIOS DE POSGRADOS (CIEP)

ANÁLISIS Y SÍNTESIS DE UN
MECANISMO DE
PRÓTESIS DE MANO PARA HUMANOS

TESIS PROFESIONAL

Para obtener el grado de

MAESTRO EN INGENIERÍA MECÁNICA

PRESENTA

Ing. Agustín Márquez Escobar

ASESOR

Dr. Hugo Iván Medellín Castillo

San Luis Potosí, S.L.P.

Octubre 2010



UNIVERSIDAD AUTÓNOMA
DE SAN LUIS POTOSÍ

22 de junio de 2010

**ING. AGUSTIN MÁRQUEZ ESCOBAR
P R E S E N T E. –**

En atención a su solicitud de Temario, presentada por el **Dr. Hugo Iván Medellín Castillo** Asesor de la Tesis que desarrollará Usted, con el objeto de obtener el Grado de **Maestría en Ingeniería Mecánica**. Me es grato comunicarle que en la Sesión de Consejo Técnico Consultivo celebrada el día 22 de junio del presente año, fue aprobado el Temario propuesto:

TEMARIO:

**“ANÁLISIS Y SÍNTESIS DE UN MECANISMO DE PRÓTESIS DE MANO
PARA HUMANOS”**

INTRODUCCIÓN.

1. ANÁLISIS DEL MOVIMIENTO DE LA MANO HUMANA.
2. ANÁLISIS CINEMÁTICO Y SÍNTESIS DEL MECANISMO DEL DEDO.
3. ANÁLISIS CINEMÁTICO Y SÍNTESIS DEL MECANISMO PARA LA MUÑECA.
4. EVALUACIÓN DE LOS MECANISMO CON BASE EN UN ANÁLISIS DE ADECUACIÓN.

CONCLUSIONES.

BIBLIOGRAFÍA.

APÉNDICES.

“MODOS ET CUNCTARUM RERUM MENSURAS AUDEBO”

A T E N T A M E N T E


**ING. ARMANDO VIRAMONTES ALDANA
DIRECTOR**



**FACULTAD
DE INGENIERÍA**

Av. Manuel Nava 8
Zona Universitaria • CP 78290
San Luis Potosí, S.L.P.
tel. (444) 826 2330 al39
fax (444) 826 2336
www.uaslp.mx

bcb

Resumen

Los tiempos actuales requieren hoy en día un desarrollo científico y tecnológico que permitan un desarrollo como país. En cuanto a los sistemas mecánicos se refiere, se requiere el desarrollo de sistemas más eficientes y más pequeños, capaces de realizar o apoyar en las actividades que los humanos realizan a diario. Los mecanismos tienen amplias áreas de aplicación como en la industria automotriz (el uso de robots), por nombrar alguna, e incluso en el área de medicina (prótesis); por lo que actualmente se exige a la ciencia de la Ingeniería el desarrollo, análisis y mejora de los sistemas actuales, y el desarrollo de nuevos robots y mecanismos. Por lo anterior, el presente proyecto de tesis consiste en realizar un diseño de un mecanismo de prótesis de mano para humanos. Para ello, se requiere realizar una revisión del estado del arte de los mecanismos utilizados actualmente en el diseño de prótesis de mano. El objetivo es realizar el análisis y síntesis de tipo, número y dimensional, de un mecanismo nuevo o existente que mejor se adecue a las necesidades de movimiento de la mano de un humano. Como parte de este trabajo y para validar los resultados, se requiere también realizar el análisis cinemático y simulación del mecanismo.

En el primer capítulo se presenta el estudio de la mecánica articular del movimiento humano de la mano así como los estudios y los mecanismos previos acerca de los mecanismos que tratan de reproducir el movimiento humano de la mano. En el capítulo 2 se presenta el análisis cinemático y síntesis (tipo, número y dimensional) de los mecanismo planos capaces de reproducir el movimiento de flexión/extensión del dedo. En el capítulo 3 se presenta el análisis cinemático y síntesis del mecanismo esférico 4R capaz de reproducir el movimiento de circunducción de la muñeca. En el último capítulo se presenta el diseño y simulación del prototipo de prótesis de mano así como la evaluación del desempeño de esta prótesis para diferentes tipos de prensiones.

Agradecimientos

Ante todo quiero agradecer primeramente a Dios padre el haberme permitido llegar hasta este momento de mi vida, así como por el haberme concedido realizar este trabajo.

A mi familia que gracias a sus consejos y palabras de aliento crecí como persona. A mis padres y hermana por su apoyo, confianza y amor. Gracias por ayudarme a cumplir mis objetivos como persona y estudiante. A mi padre por estar a mi lado apoyándome y aconsejándome siempre. A mi madre por hacer de mí una persona a través de sus consejos, enseñanza y amor. A mi hermana por estar siempre presente, cuidándome y brindándome aliento.

A todos los profesores que participaron en mi formación en mis estudios de posgrado. A mi asesor de tesis Dr. Hugo Iván Medellín Castillo por toda su asesoría, por sus sugerencias, por sus consejos, por su tiempo, por su dedicación, y por ser uno de los principales responsables para que este proyecto llegara a un feliz término.

A mis compañeros de generación: Francisco, Ana, Juan Carlos, Cesar, Gabriel, Jorge y Enrique, por su amistad, por compartir conmigo sus conocimientos y habilidades.

Dedicatoria

*El presente trabajo lo dedico a mis padres,
que siempre se han preocupado por la
educación de sus hijos, que con su ejemplo
de trabajo, forjaron en mi hermana y en
mí, un espíritu de lucha y superación.*

*María Virginia Escobar Roque
Agustín Márquez Gómez*

Contenido

Resumen	i
Agradecimientos	ii
Dedicatoria	iii
Contenido	iv
Lista de figuras	vii
Lista de tablas	x
Introducción	1
Antecedentes	1
Manos robóticas existentes	2
Objetivo general del proyecto de tesis	4
Objetivos particulares del proyecto de tesis	4
Organización de la tesis	5
1. Análisis del movimiento de la mano humana	6
1.1 La mano	6
1.1.1 Las articulaciones metacarpofalángicas	6
1.1.2 Las articulaciones interfalángicas	10
1.1.3 Los tendones de los músculos flexores de los dedos	13
1.2 El dedo pulgar	14
1.2.1 La oposición del pulgar	15
1.2.2 Modelado mecánico del pulgar	16
1.2.3 La rotación sobre el eje longitudinal del pulgar	17
1.3 La muñeca	20
1.3.1 Movimientos de la muñeca	21
1.3.2 Movimiento de abducción–aducción	22
1.3.3 Movimientos de flexoextensión	23
1.3.4 Movimientos pasivos de flexoextensión	23
1.3.5 El movimiento de circunducción	24
1.3.6 La muñeca considerada como una junta cardán	26
1.4 Mecanismos utilizados en las manos robóticas actuales	26
1.5 Conclusiones	28
2. Análisis cinemático y síntesis del mecanismo del dedo	29
2.1 Introducción	29
2.2 Propuesta de tipo de mecanismos	29
2.3 Justificación de la elección de los mecanismos	31
2.4 Obtención del movimiento deseado	31
2.5 Síntesis del mecanismo para la segunda y tercera falange	34
2.5.1 Modelado de eslabonamientos con diadas	34
2.5.2 Diadas, vectores y números complejos	36
2.5.3 La forma de diada estándar	38
2.5.4 Número de posiciones prescritas y número de opciones libres	39

2.5.5 Formulación para las díadas izquierdas	40
2.5.6 Formulación para las díadas derechas	42
2.5.7 Solución numérica (síntesis de cuerpo rígido)	43
2.6 Síntesis del mecanismo para la primera falange	45
2.6.1 Solución numérica	47
2.7 Dimensiones del nuevo mecanismo de dedo	49
2.8 Defectos de los mecanismos	52
2.9 Conclusiones	54
3. Análisis cinemático y síntesis del mecanismo para la muñeca	55
3.1 Introducción	55
3.2 Obtención del movimiento deseado	56
3.3 Síntesis del mecanismo para la muñeca	58
3.4 Curva del acoplador obtenida punto a punto	59
3.5 Síntesis dimensional para la generación de trayectorias	62
3.5.1. Solución numérica al problema de síntesis	67
3.6. Error estructural del mecanismo de la muñeca	71
3.8. Conclusiones	72
4. Evaluación de los mecanismo con base en un análisis de adecuación	73
4.1 Movimientos de prensión de la mano	73
4.1.1 Las presas o pinzas	74
4.1.2 Las presas con la gravedad	81
4.1.3 Las presas con acción	82
4.2 Diseño de la mano mecánica	83
4.2.1 Diseño del dedo	84
4.2.2 Diseño de la palma	86
4.2.3 Diseño de la muñeca	87
4.3 Ensamble del prototipo de prótesis de mano	88
4.4 Evaluación del prototipo de prótesis de mano	89
4.6 Analisis comparativo con respecto a diseños existentes	95
4.5 Conclusiones	96
Conclusiones	97
Referencias	100
Apéndice	
A. Programa IMAGE_ACQUISITION	A-1
B. Método numérico	B-1

B.1	NEWTON-RAPHSON	B-1
B.2	PROGRAMA NEWTON2	B-2
C.	Derivadas utilizando Matlab	C-1
C.1	PROGRAMA DERIVADAS_CUERPO_RIGIDO	C-1
C.2	PROGRAMA DERIVADAS_GENERACION_TRAYECTORIA	C-3
D.	Ecuaciones del mecanismo Cuadrilátero Articulado (FUNCIÓN POSICIÓN)	D-1
	FUNCIÓN POSICIÓN	D-2
E.	Programa SINTESIS_CINEMATICA	E-1
F.	Función THETAS	F-1
G.	Modelo en Simmechanics en Matlab®	G-1
H.	Coefficientes de la curva k_{A0}	H-1
H.1	Matriz de transformación M_Q	H-1
H.2	Coefficientes de la ecuación 3.12	H-3
I.	Coefficientes de la curva de punto de centro k_m	I-1
I.1	CURVA DE PUNTO DE CENTRO K_m	I-1
J.	Programa SINTESIS_CINEMATICA_MECANISMO_ESFERICO_4R	J-1
K.	Ecuaciones fundamentales de un triangulo esferico	K-1
L.	Planos de taller mecanismos de cuatro barras planos	L-1
M.	Planos de taller mecanismo esferico 4R	M-1

Lista de Figuras

1. Prototipos de manos robóticas.	3
2. I-LimbHand.	4
1. 1. Esquema de la mano humana.	6
1. 2. Articulación metacarpofalángico; (a) ligamento lateral; (b) articulación metacarpofalángico en extensión.	7
1. 3. Movimientos de lateralidad de la articulación metacarpofalángica durante la extensión.	8
1. 4. Amplitud de la flexión de los dedos.	8
1. 5. Amplitud de la extensión de los dedos; (a) activa y (b) pasiva.	9
1. 6. Amplitud articulación metacarpofalángica del dedo índice; (a) Movimiento de lateralidad; (b) Movimiento de circunducción.	9
1. 7. Corte lateral de la articulación interfalángica.	11
1. 8. Amplitud de la flexión; (a) F1 y F2 y (b) F2 y F3.	11
1. 9. Amplitud de las articulaciones interfalángicas; (a) Extensión activa; (b) Extensión pasiva.	12
1. 10. Flexión de los dedos.	12
1. 11. Músculo flexor; (a) Superficial; (b) Profundo.	13
1. 12. Características del dedo pulgar.	14
1. 13. Geometría de las superficies del cardán; (a) Junta cardán; (b) Superficies sillares; (c) Planos perpendiculares entre las superficies sillares.	17
1. 14. Modelo mecánico de la columna del pulgar.	17
1. 15. (a) Giro del cardán; (b) Rotación plana; (c) Flexión y rotación; (d) Rotación cilíndrica.	19
1. 16. Rotación longitudinal del pulgar.	20
1. 17. Rotación del antebrazo sobre su eje longitudinal.	20
1. 18. Huesos de la muñeca.	21
1. 19. Movimientos de la muñeca.	22
1. 20. Amplitud de los movimientos de la muñeca.	23
1. 21. Movimiento de circunducción.	25
1. 22. Aplanamiento del cono de circunducción.	25
2. 1 Modelo mecánico de la mano humana.	30
2. 2. Mecanismo plano de cuatro barras.	32
2. 3. Movimiento dedo índice cuadro por cuadro.	33
2. 4. Puntos de precisión; (a) Posiciones del cuerpo rígido; (b) Posiciones generador de funciones.	33
2. 5. Notación asociada a la diada A (W_A y Z_A) y a la diada B (W_B y Z_B) que forman un eslabonamiento de cuatro barras.	35
2. 6. El vector W en tres posiciones distintas	36
2. 7. Mecanismo obtenido en la síntesis de conducción de cuerpo rígido, falanges 2 y 3.	44
2. 8. Mecanismo de cuatro barras generador de función.	45

2. 9. Mecanismo de cuatro barras generado en la síntesis de generación de funciones, falange 1.	49
2.10. Mecanismo sintetizado en cinco posiciones distintas.	50
2. 11. Síntesis de cuerpo rígido, posiciones obtenidas en el modulo SimMechanics Matlab®.	51
2. 12. Defecto de orden.	52
3. 1. Mecanismo esférico 4R.	56
3. 2. Posiciones representativas del movimiento de circunducción de la muñeca.	57
3. 3. Aplanamiento del cono de circunducción.	57
3. 4. Trayectoria dada sobre la superficie de una esfera unitaria.	58
3. 5. Obtención de la curva del acoplador en coordenadas esféricas polares.	59
3. 6. Ramas del mecanismo esférico 4R.	61
3. 7. Coordenadas de los cuatro puntos de precisión con los tres ángulos de rotación prescritos.	62
3. 8. Localización de dos posiciones sobre una esfera unitaria.	63
3. 9. Sistema coordenado elegido $x'y'z'$.	65
3. 10. Curva k_{A0} .	69
3. 11. Curva generada por el eslabón acoplador.	70
4. 1. Huesos de la mano.	73
4. 2. Clasificación presas bidigitales.	75
4. 3. Clasificación de las presas pluridigitales.	78
4. 4. Clasificación de las presas palmares.	80
4. 5. Presas centradas: (a) batuta del director de orquesta, (b) acto de atornillar o desatornillar, (c) presa de un tenedor.	81
4. 6. Presas con la gravedad: (a) Sujeción de una bandeja; (b) Mano en forma de cuchara; (c) Presa de una taza.	82
4. 7. Presas con acción: (a) Encendedor; (b) Aerosol; (c) Tijeras; (d) Palillos chinos; (e) Nudos con cuerdas; (f) Tocar el violín.	83
4. 8. Prototipo virtual del dedo robótico.	84
4. 9. Diagrama de montaje del dedo propuesto.	85
4. 10. Diagrama de montaje del pulgar.	86
4. 11. Prototipo de la palma de la mano.	87
4. 12. Prototipo de la muñeca: (a) diagrama de montaje de la muñeca, (b) prototipo de la muñeca.	88
4. 13. Prototipo virtual de la prótesis de mano.	89
4. 14. Prototipo de prótesis de mano.	89
4. 15. Presa por oposición subterminolateral o pulpolateral del prototipo.	90
4. 16. Presión palmar con la totalidad de la mano del prototipo.	90
4. 17. Presa por oposición terminal del prototipo.	91
4. 18. Presa tetradigital pulpejo – lateral del prototipo.	91
4. 19. Presión palmar con la totalidad de la mano del prototipo.	92

4. 20. Presa tridigital del prototipo.	92
4. 21. Presa cilíndrica del prototipo.	93
4. 22. Movimiento de circunducción de la muñeca.	94
A. 1. Información dispositivo instalado.	A-1
D. 1. Cuadrilátero articulado.	D-1
G. 1. Modelo SimMechanics.	G-1

Lista de Tablas

1. Revisión de manos antropomórficas.	2
1. 1. Mecanismos y actuadores de algunas manos robóticas existentes.	26
2. 1. Puntos de precisión, síntesis de cuerpo rígido.	34
2. 2. Puntos de precisión, síntesis de generación de función.	34
2. 3. Número máximo de soluciones para la diada desconocida W, Z cuando δ_j y α_j están prescritas en la ecuación (2.16).	40
2. 4. Dimensiones del mecanismo obtenido en la síntesis de conducción de cuerpo rígido.	45
2. 5. Resumen de las variables prescritas y las opciones libres para una sola diada de las tareas de generación de movimiento, de trayectoria con temporización prescrita y función.	46
2. 6. Número de soluciones disponibles en la síntesis de generadores de funciones según la ecuación (2.42).	46
2. 7. Dimensiones del mecanismo obtenido en la síntesis de generación de funciones.	49
2. 8. Estadística de las dimensiones de las falanges del dedo índice de la mano.	50
2. 9. Defectos de los mecanismos sintetizados.	53
3. 1. Coordenadas de los puntos de precisión y sus correspondientes ángulos del eslabón de entrada.	68
3. 2. Puntos de pivoteo del mecanismo esférico 4R sintetizado.	70
3. 3. Dimensiones del mecanismo esférico 4R sintetizado.	70
3.4. Error estructural del mecanismo esférico para la muñeca, por medio de la síntesis de generación de trayectorias.	71
4. 1. Dimensiones para los distintos dedos de la mano.	85
4. 2. Análisis comparativo con respecto a diseños existentes.	95
L. 1. Características de los micromotores Namiki.	L-1

Introducción

Antecedentes

La mano del hombre es una herramienta maravillosa capaz de ejecutar innumerables acciones gracias a su función principal: la prensión. La facultad de prensión se puede encontrar desde la pinza de cangrejo a la mano del simio, pero en ningún otro ser, que no sea el hombre, ha alcanzado este grado de perfección. Esto se debe a la disposición tan particular del pulgar, que se puede oponer a todos los demás dedos. La oposición del pulgar, al contrario de lo que puede leerse habitualmente, no es una característica propia únicamente al hombre, en ciertos tipos de monos el pulgar es oponible, pero la amplitud de esta oposición jamás alcanza la del pulgar humano. Sin embargo, algunos monos cuadrumanos poseen como su nombre indica, cuatro manos y por lo tanto, cuatro pulgares.

Desde el punto de vista fisiológico, la mano representa la extremidad efectora del miembro superior que constituye su soporte logístico y le permite adoptar la posición más favorable para una acción determinada. Sin embargo, la mano no es sólo un órgano de ejecución, también es un receptor sensorial extremadamente sensible y preciso cuyos datos son imprescindibles para su propia acción. Gracias al conocimiento del grosor y de las distancias que le proporciona a la corteza cerebral, es la educadora de la vista, permitiéndole controlar e interpretar las informaciones: sin la mano nuestra visión del mundo sería plana y sin relieve. Más que el pulgar pueda oponerse, lo relevante es la pareja mano/cerebro: el cerebro dirige a la mano, pero también la mano ha modificado el cerebro del hombre. Por lo tanto, constituye con el cerebro una pareja funcional indisoluble, donde cada término reacciona dialécticamente sobre el otro, y es gracias a la proximidad de esta interrelación que el hombre puede modificar la naturaleza según sus designios e imponerse a todas las especies terrestres vivientes, lo que compromete excesivamente su responsabilidad.

Por otro lado la muñeca, articulación distal del miembro superior, permite que la mano (segmento efector) adopte la posición óptima para la prensión. De hecho, el complejo articular de la muñeca posee dos grados de libertad. Con la pronosupinación, rotación del antebrazo sobre su eje longitudinal que añade un tercer grado de libertad a la muñeca, la mano se puede orientar en cualquier ángulo para coger o sujetar un objeto. El núcleo central de la muñeca es el carpo, conjunto compuesto por ocho pequeños huesos, que ha sido objeto en los últimos treinta años de muchos estudios, por parte de los anatómicos, y sobre todo de los cirujanos de la mano, que intervienen casi a diario muñecas. Asimismo, hay nociones totalmente renovadas, lo que permite entender mejor la



complicada fisiología de este complejo articular desconcertante en el plano mecánico. Aunque el estudio y la comprensión de la muñeca están todavía lejos de conseguirse.

Manos robóticas existentes

El estudio del agarre humano como modelo ha llevado a la construcción de innovadores pero costosos prototipos para ser utilizados como partes funcionales en robots antropomórficos. Ejemplos de referencia pueden ser las manos de Stanford/JPL [1], Utah/MIT [2], Hitachi [3], DLR [4], Robonaut de la Nasa [5], Ultraleve [6], UMNG [7]. Las características técnicas de estas y otras manos se presentan en la Tabla 1, mientras que algunos prototipos se muestran en la Figura 1.

Tabla 1. Revisión de manos antropomórficas.

Nombre de la mano	Autor	Año	Tamaño (escala)	# de dedos	GDL *
Utah/MIT	Jacobsen[2]	1983	> 2	4	16
Stanford/JPL	Salisbury [1]	1983	≈ 1.2	3	9
Belgrade/USC	Bekey [8]	1988	≈ 1.1	4	4
NTU	Li-Ren [9]	1996	≈ 1	5	17
DLR I	Butterfas[4]	1997	>> 1	4	12
MARCUS	Kyberd[10]	1997	>>1	3	2
Robonaut	Lovchik [5]	1999	≈ 1.5	5	12
Ultralight	Schultz [11]	2000	>> 1	5	13
DLR II	Butterfas[12]	2000	≈ 1.5	4	13
Southampton	Light [13]	2000	>1	5	12
UMNG	Ocampo[7]	2004	≈ 1	4	12

* GDL (grados de libertad)

Recientemente se han desarrollado estudios en la Universidad Militar Nueva Granada en el laboratorio de Robótica e Inteligencia artificial (LRIA) en donde se desarrolló una mano antropomórfica que imita los modelos prensiles humanos pero cuyo inconveniente sigue siendo el elevado número de actuadores utilizados y el costo para su implementación, [7]. Otro caso es el del Centro de Biomedicina del Departamento de Diseño Mecánico e Ingeniería Industrial de la Universidad Salt Lake City, Utah, quienes desarrollan una mano antropomórfica con el inconveniente de que el control se vuelve más complicado [2]. Otro caso es el del Centro de Biomedicina del Departamento de Diseño Mecánico e Ingeniería Industrial de la Universidad Salt Lake City, Utah, quienes han desarrollado una mano antropomórfica con características de movimiento muy completas pero con el inconveniente de que el control de la misma se vuelve muy complejo [2]. También existen en el mercado prótesis de mano como la i-LimbHand [14], la cual actúa y tiene un aspecto similar al de una mano humana



(ver Figura 2), con características tales como bajo peso, diseño robusto y flexible. Sin embargo una de sus limitantes es que los dedos solo contiene dos falanges, lo cual limita la función principal de la mano, la prensión.



Stanford/JPL [1]



UTAH/MIT [2]



Hitachi [3]



DLR [4]



Vanderbilt [7]



Robonaut de Nasa [5]



Ultralevel [6]



MNG [7]

Figura 1. Prototipos de manos robóticas.

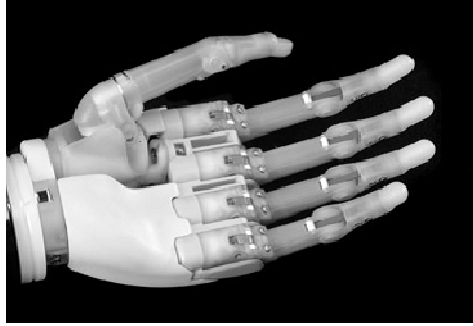


Figura 2. i-LimbHand.

Planteamiento del proyecto de tesis

De lo mencionado anteriormente, se observa la necesidad de realizar un análisis y caracterización completa del movimiento humano de la mano, basados en los estudios de la biomecánica y la fisiología articular ya realizados en el área de la medicina, así como una revisión del estado del arte de los mecanismos utilizados actualmente en el diseño de prótesis de mano, que nos lleve a la propuesta de mecanismos (existentes o nuevos) que en base a un análisis de adecuación reproduzcan de mejor manera el movimiento humano de la mano.

Para lograr lo anterior se realizará un análisis cinemático y la síntesis (tipo, número y dimensional) del mecanismo deseado. Una vez hecho estos análisis, se procederá a su simulación y evaluación en algún software de diseño para llegar finalmente a un análisis de adecuación y optimización del mecanismo.

Objetivo general del proyecto de tesis

Realizar el análisis cinemático y síntesis del mecanismo que mejor se adecue a las necesidades de movimiento de la mano humana con el propósito de diseñar un mecanismo para prótesis de mano.

Objetivos particulares del proyecto de tesis

Los objetivos particulares del proyecto de tesis se pueden resumir de la siguiente manera:

- a) Realizar un análisis completo del movimiento humano de la mano con base en los estudios de la biomecánica y la fisiología articular existentes en el área de la medicina.



- b) Realizar el análisis y síntesis (tipo, número y dimensional) de los distintos mecanismos que se requieren para una prótesis de mano para humanos, basado en mecanismos nuevos o existentes.
- c) Realizar el diseño y prototipo virtual de la mano robótica propuesta.
- d) Simular y evaluar el desempeño de la mano robótica con el propósito de verificar su funcionamiento y optimizar los mecanismos involucrados.

Organización de la tesis

El resto de la tesis está organizada de la siguiente manera. En el Capítulo 1 se presenta el análisis del movimiento de la mano del hombre, a partir del estudio de la biomecánica y fisiología articular de esta. Además también se incluyen las propuestas de mecanismos que podrían ser utilizados para describir el movimiento de la mano. En el Capítulo 2 se presenta la síntesis cinemática de tipo, número y dimensional de los mecanismos propuestos para los dedos. Así como una descripción del procedimiento para elegir los puntos de precisión para realizar la síntesis dimensional. En el Capítulo 3 se presenta la síntesis cinemática del mecanismo esférico 4R propuesto para la muñeca, así como también una descripción del procedimiento para elegir los puntos de precisión para realizar la síntesis de generación de trayectoria de dicho mecanismo. En el Capítulo 4 se presenta la simulación y evaluación de la mano propuesta, así como el análisis de los movimientos de prensión y manipulación de la mano. Finalmente se presentan las conclusiones obtenidas con el desarrollo del trabajo de tesis, indicándose oportunidades de trabajo futuro para mejorar el diseño propuesto de la mano. Se incluyen adicionalmente las referencias y los códigos de los programas realizados en Matlab® para los diferentes tipos de síntesis de mecanismos desarrollados en esta tesis.

Capítulo 1

Análisis del movimiento de la mano humana

En este capítulo se presenta el análisis del movimiento de la mano del hombre con base en estudio de la biomecánica y fisiología articular de ésta. También se incluyen las propuestas de mecanismos que podrían ser utilizados para describir el movimiento de la mano.

1.1 La mano

La mano humana es una estructura compleja que tiene 21 grados de libertad (GDL): 4 GDL por cada dedo el cual tiene tres falanges y una articulación metacarpofalángica, y 5 GDL para el pulgar el cual tiene dos falanges y una articulación metacarpofalángica [15]. En la figura 1.1 se pueden apreciar las articulaciones, falanges y la numeración de los dedos que de aquí en adelante se utilizará.

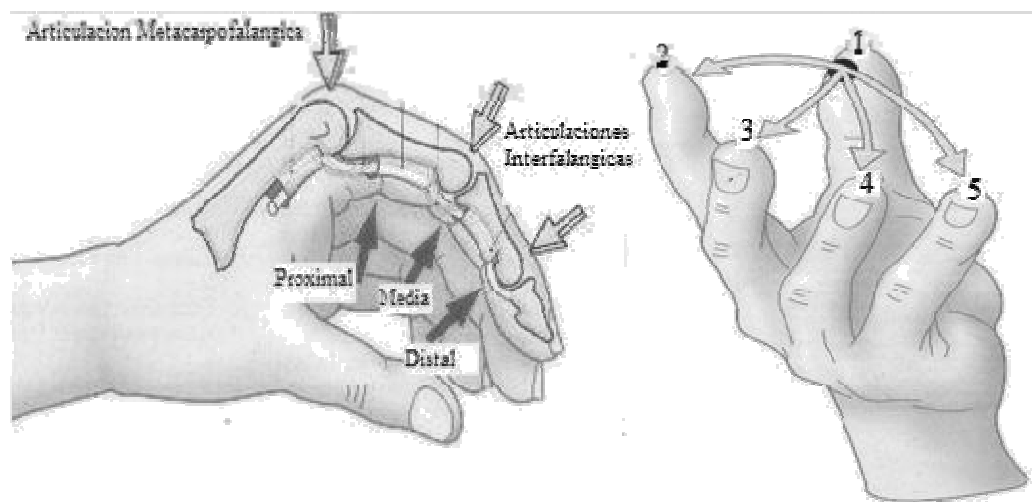


Figura 1. 1. Esquema de la mano humana.

1.1.1 Las articulaciones metacarpofalángicas

Las articulaciones metacarpofalángicas son aquellas que unen los dedos con la palma de la mano, además son de tipo condíleo (Figura 1.2a), es decir poseen dos grados de libertad:

- 1) Flexo/extensión, en el plano sagital, en torno al eje transversal YY' flechas horizontales;



- 2) Inclinación lateral, en el plano frontal, en torno al eje antero posterior XX' flechas verticales.

A cada lado de la articulación metacarpofalángica se extienden dos tipos de ligamentos colaterales:

- 1) Un *ligamento metacarpoglenoideo* que controla los movimientos del fibrocartílago glenoideo;
- 2) Un *ligamento lateral*, mostrado en un corte 1 (Figura 1.2a).

Los dos ligamentos laterales mantienen las superficies articulares en contacto y limitan los movimientos.

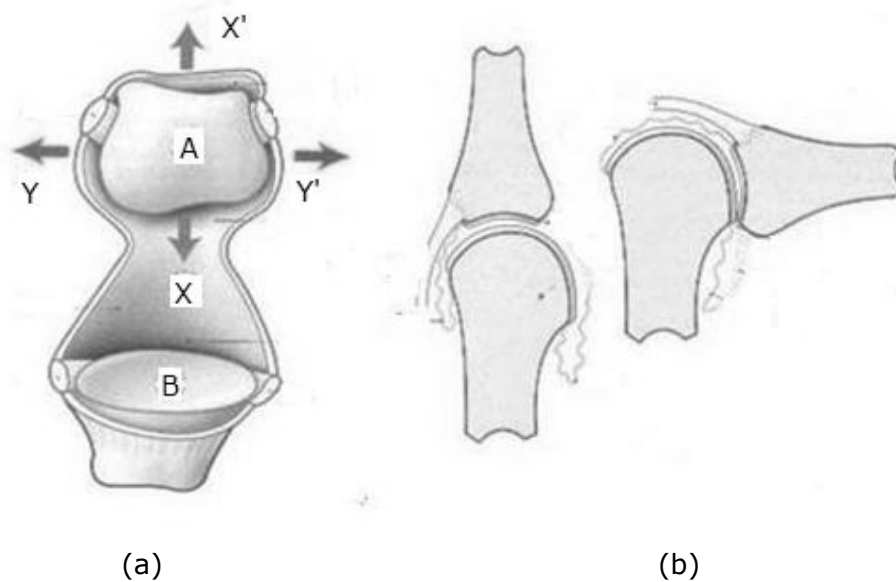


Figura 1. 2. Articulación metacarpofalángico; (a) ligamento lateral; (b) articulación metacarpofalángico en extensión.

Como su inserción metacarpiana (véase Figura 1.2a, ligamento "A"), no se sitúa en el centro de la curva de la cabeza, sino que está claramente por detrás; están distendidos durante la extensión y tensos en la flexión. Esto hace difíciles, sino imposibles, los movimientos de lateralidad cuando la articulación metacarpofalángica está flexionada (véase Figura 1.2b). Sin embargo, en la extensión (Figura 1.3) los movimientos de lateralidad son posibles en una amplitud de 20 a 30° a cada lado. Uno de los ligamentos laterales se tensa mientras el otro se distiende.

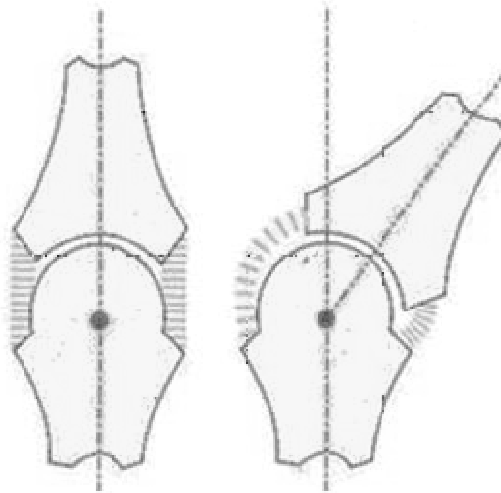


Figura 1. 3. Movimientos de lateralidad de la articulación metacarpofalángica durante la extensión.

Es necesario hacer notar que la amplitud articular va aumentando hasta el quinto dedo (Figura 1.4), siendo el dedo índice el que menor amplitud de flexión alcanza. La amplitud de la extensión activa varía según los individuos: puede alcanzar de 30° a 40° (Figura 1.5a). La extensión pasiva puede alcanzar los 90° en sujetos con gran laxitud (Figura 1.5b).

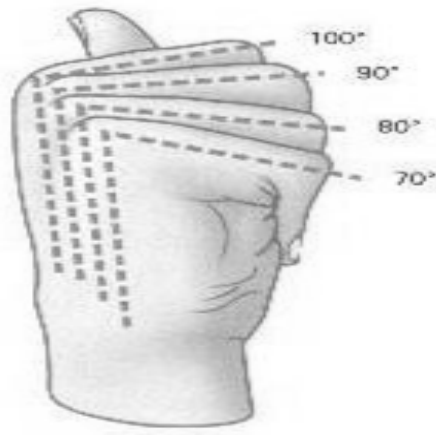


Figura 1. 4. Amplitud de la flexión de los dedos.

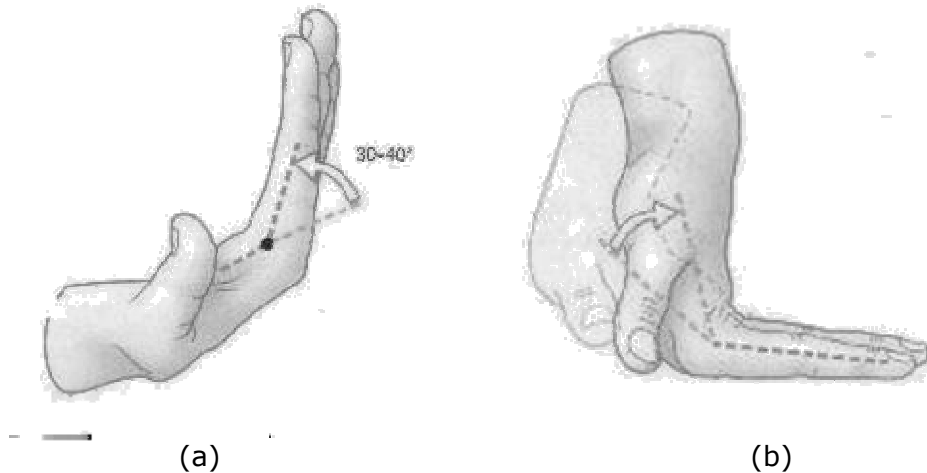


Figura 1. 5. Amplitud de la extensión de los dedos; (a) activa y (b) pasiva.

De todos los dedos, excepto el dedo pulgar, el dedo índice es el que posee (Figura 1.6a) la mayor amplitud de movimiento en sentido lateral 30° y, como es fácil moverlo de forma aislada, se puede hablar de abducción A y de aducción B. El dedo índice debe su denominación (índice significa indicador) a esta movilidad privilegiada. Combinando movimientos en distintos grados de abducción A - aducción B, y de extensión C y flexión D, el dedo índice puede realizar movimientos de circunducción (Figura 1.6b). Dichos movimientos quedan circunscritos al interior del cono de circunducción definido por su base ACBD y su vértice la articulación metacarpofalángica.

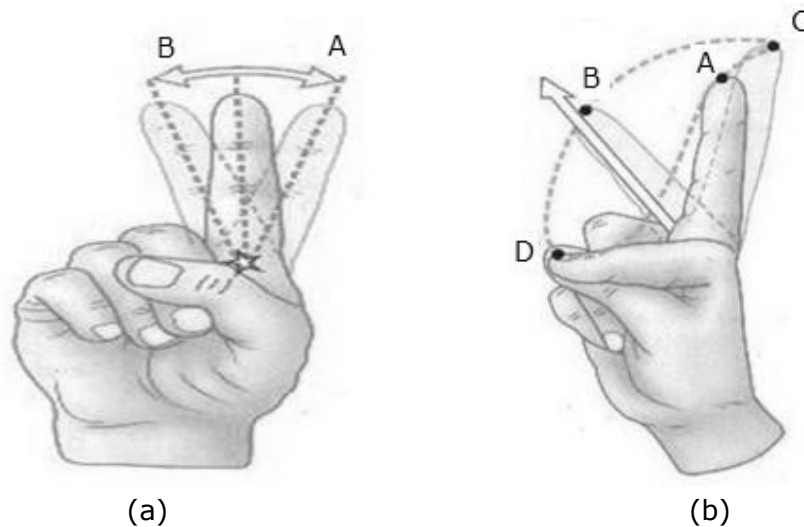


Figura 1. 6. Amplitud articulación metacarpofalángica del dedo índice; (a) Movimiento de lateralidad; (b) Movimiento de circunducción.



Las articulaciones de tipo condíleo no poseen normalmente el tercer grado de libertad (rotación longitudinal). En el caso de las articulaciones metacarpofalángicas de los dedos índice, medio, anular y meñique, no poseen rotación longitudinal activa. No obstante, la laxitud ligamentosa permite cierta amplitud de rotación axial pasiva en el dedo índice; su amplitud es de 60° aproximadamente.

Es necesario recalcar que en el caso del dedo índice, la amplitud de la rotación axial pasiva interna o pronación es 45° mayor que la amplitud de la rotación axial externa en supinación, la cual es casi inexistente.

Las articulaciones metacarpofalángicas poseen, debido a la asimetría del cóndilo metacarpiano y de la desigualdad de tensión y de longitud de los ligamentos laterales, un movimiento de rotación longitudinal automático en el sentido de la supinación (sentido de las manecillas del reloj). Este movimiento cuyo mecanismo es idéntico al de la articulación interfalángica del pulgar, es tanto más acentuado cuanto más interno es el dedo, de modo que es máximo en el caso del dedo meñique.

1.1.2 Las articulaciones interfalángicas

Las articulaciones interfalángicas son aquellas que unen la falange distal con la media y la media con la proximal, además son del tipo troclear, es decir, poseen un solo grado de libertad. Esto se debe a que la cabeza de la falange "A" tiene la forma de una polea (Figura 1.7) y posee un solo eje XX' transversal, en torno al cual se efectúan los movimientos de flexo extensión en el plano sagital.

La amplitud de la flexión en las articulaciones interfalángicas proximales (Figura 1.8a) sobrepasa los 90° ; por consiguiente la falange distal y la falange media forman entre si un ángulo agudo. Como en el caso de las articulaciones metacarpofalángicas, esta amplitud de flexión aumenta progresivamente del segundo al quinto dedo (véase Figura 1.1) para alcanzar los 135° en el dedo meñique.

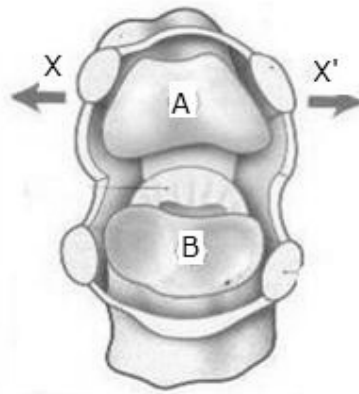


Figura 1. 7. Corte lateral de la articulación interfalángica.

La amplitud de la flexión en las articulaciones interfalángicas distales (Figura 1.8 b) es ligeramente inferior a 90° : el ángulo entre la falange media y la falange proximal permanece obtuso. Como en el caso anterior esta amplitud aumenta del segundo al quinto dedo para alcanzar los 90° en el dedo meñique.

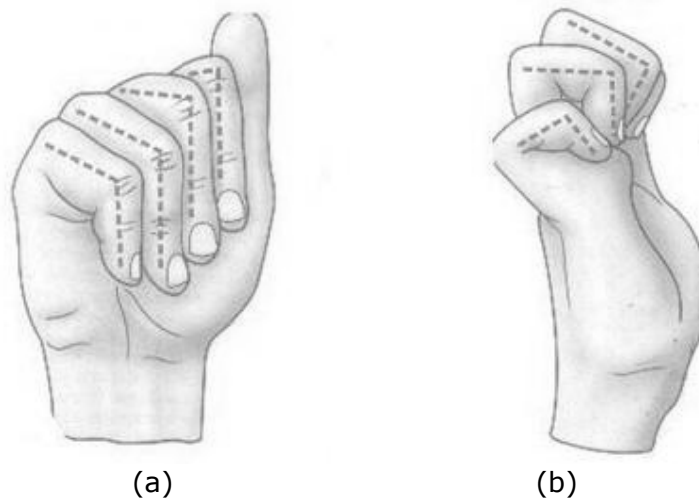


Figura 1. 8. Amplitud de la flexión; (a) F1 y F2 y (b) F2 y F3.

La amplitud de la extensión activa (Figura 1.9a) en las articulaciones interfalángicas es:

- 1) Inexistente en las articulaciones proximales "P";
- 2) Inexistente o muy pequeña, 5° , en las articulaciones distales "D".

La extensión pasiva es inexistente en la articulación interfalángica proximal (Figura 1.9a) pero bastante acentuada 30° en la articulación interfalángica distal (Figura 1.9b). Estas articulaciones poseen un grado de libertad, es decir, no existen movimientos activos de lateralidad.

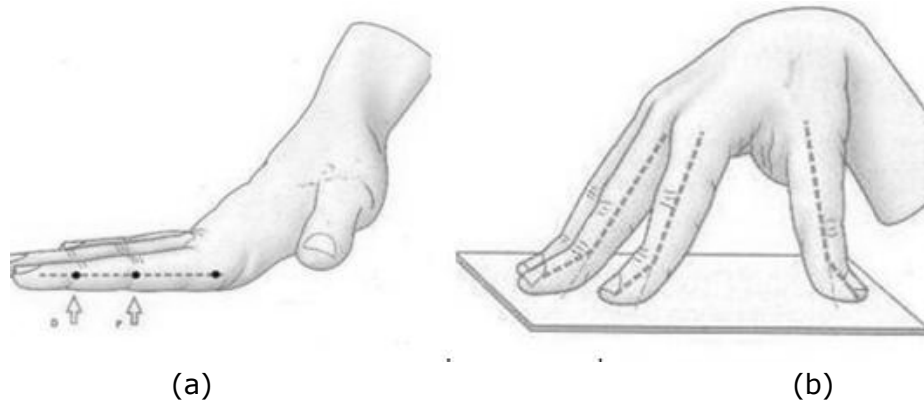


Figura 1. 9. Amplitud de las articulaciones interfalángicas; (a) Extensión activa; (b) Extensión pasiva.

Un punto importante es el plano en el que se efectúan la flexión de los últimos cuatro dedos (Figura 1.10):

- 1) El dedo índice se flexiona directamente en el plano sagital "P", hacia la base de la eminencia tenar, es decir el punto mas lejano en la palma de la mano que todos los dedos excepto el pulgar tocan.
- 2) La flexión de los dedos debe converger en un punto de la eminencia tenar. Por lo tanto, para que se lleve a cabo es necesario que los últimos tres dedos se flexionen, no como el dedo índice en el plano sagital , sino en una dirección tanto más oblicua cuanto más interno sea el dedo;
- 3) En cuanto al dedo meñique y el dedo anular, esta dirección esta representada en la Figura 1.10 por las flechas hacia la estrella. Gracias a esta flexión oblicua los dedos mas internos pueden oponerse al dedo pulgar del mismo modo que lo hace el dedo índice.

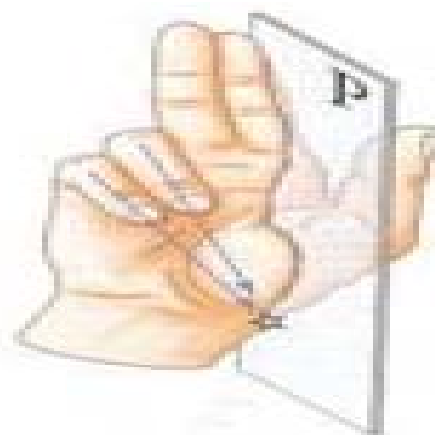


Figura 1. 10. Flexión de los dedos.



1.1.3 Los tendones de los músculos flexores de los dedos

Los músculos flexores de los dedos son muy potentes y por lo tanto voluminosos, se localizan en el compartimiento anterior del antebrazo. Se trata de músculos extrínsecos que actúan sobre la mano y los dedos mediante tendones largos, cuya inserción es bastante particular. El tendón más superficial, el del músculo flexor de los dedos (en azul, Figura 1.11a) se inserta en la segunda falange, es decir proximal a la inserción del músculo flexor profundo de los dedos. La acción de estos dos músculos puede deducirse por su inserción:

- 1) El músculo flexor superficial de los dedos "FSD" (Figura 1.11a) que se inserta en la falange media, es flexor de la falange media, y esta desprovisto de acción alguna sobre la falange proximal. Es apenas flexor de la falange distal, siendo necesario que la falange media este completamente flexionada. Su eficacia es máxima cuando la falange proximal esta extendida por lo contracción del musculo extensor de los dedos. Su ángulo de ataque, y por tanto su eficacia, aumenta progresivamente a medida que la falange media se flexiona.
- 2) El músculo flexor profundo de los dedos "FPD" (Figura 1.11b) que se inserta en la base de la falange distal, es ante todo flexor de esta. Pero esta flexión de la falange distal se asocia rápidamente con la flexión de la falange media, puesto que no existe extensor selectivo de la falange media capaz de oponerse a esta flexión. Para explorar la fuerza del músculo FPD es necesario mantener manualmente la falange media en extensión. Cuando la falange distal y la falange media se colocan manualmente en flexión de 90°, el músculo flexor profundo de los dedos es incapaz de flexionar la falange proximal; su eficacia es máxima cuando la falange proximal se mantiene en extensión por contracción del músculo extensor de los dedos.

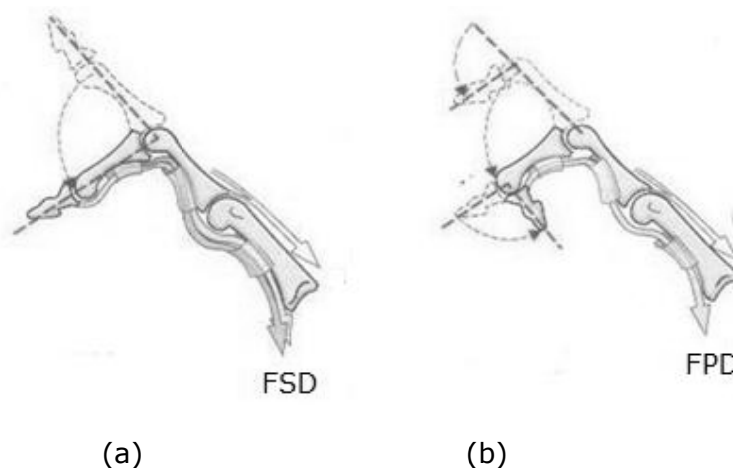


Figura 1. 11. Músculo flexor; (a) Superficial; (b) Profundo.



1.2 El dedo pulgar

El dedo pulgar ocupa una posición especial y desempeña una función muy importante en la mano puesto que es indispensable para realizar las pinzas pulgodigitales con cada uno de los dedos restantes, y en particular con el dedo índice. También sirve para la constitución de una presa de fuerza con los otros cuatro dedos. Además, puede participar en acciones asociadas a las presas que conciernen a la propia mano. Sin el pulgar, la mano pierde la mayor parte de sus capacidades.

El pulgar debe su función eminente, por una parte a su localización por delante tanto de la palma de la mano como de los otros dedos (véase Figura 1.1) que le permite, en el movimiento de oposición, dirigirse hacia los otros dedos, de forma aislada o global, o separarse por el movimiento de contra oposición para relajar la presa. Por otra parte, debe su función a la gran flexibilidad funcional que le proporciona la organización tan peculiar de su columna articular y de sus motores musculares.

La columna osteoarticular del pulgar (Figura 1.12) contiene cinco piezas óseas que constituyen el radio externo de la mano:

- 1) El escafoides "E";
- 2) El trapecio "T", que los embriólogos consideran el equivalente de un metacarpiano;
- 3) El primer metacarpiano "M";
- 4) La primera falange "F1";
- 5) La segunda falange "F2",

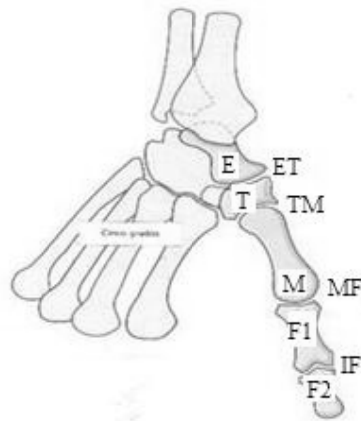


Figura 1. 12. Características del dedo pulgar.



El pulgar sólo incluye anatómicamente dos falanges pero, hecho importante, su columna se articula con la mano en un punto mucho más proximal que en el caso de los otros dedos. Su columna es, pues, claramente más corta y su extremo sólo alcanzan la parte media de la primera falange del dedo índice. Esta es su longitud óptima ya que:

- Más corto como sería el caso tras una amputación falángica, pierde sus posibilidades de oposición por no tener ni suficiente longitud, ni suficiente separación, ni suficiente flexión global;
- Más largo, como sería el caso de una malformación congénita con tres falanges, la oposición final puede verse perturbada por la flexión insuficiente de la articulación interfalángica distal del dedo al que se opone.

Las articulaciones de la columna del pulgar son cuatro:

- 1) La articulación trapezoescafoidea "TE", permite que el trapecio efectúe un corto desplazamiento hacia delante sobre la carilla inferior, que se apoya sobre el tubérculo del escafoide, en este caso se esboza un movimiento de flexión de escasa amplitud.
- 2) La articulación trapezometacarpiana "TM", dotada de dos grados de libertad;
- 3) La articulación metacarpofalángica "MF", que posee dos grados de libertad;
- 4) La articulación interfalángica "IF" con un grado de libertad.

En total se tienen cinco grados de libertad en el pulgar, necesarios y suficientes para realizar la oposición.

1.2.1 La oposición del pulgar

La oposición del pulgar es la facultad para desplazar la yema del pulgar para contactar con él las yemas del resto de los cuatro dedos, realizando lo que se ha venido a considerar como la pinza pulgodigital. Este movimiento representa lo esencial del valor funcional de la mano, su pérdida conlleva la inutilidad de la mano al grado tal que se realizan intervenciones quirúrgicas complejas con el objetivo de restaurar la citada pinza (operación de pulgarización de un dedo).

En el movimiento de oposición, el pulgar acude al encuentro de otro dedo, el dedo índice con mayor frecuencia. Esta acción es la suma de tres componentes elementales:

- 1) La ante pulsión del primer metacarpiano y, de forma accesoria, de la primera falange;



- 2) La aducción del primer metacarpiano y la inclinación lateral de la primera falange sobre el metacarpiano hacia su borde radial; estas acciones son más acusadas cuanto la oposición se efectúa con un dedo más interno. Por lo tanto, son máximas en la oposición pulgar dedo meñique;
- 3) La rotación longitudinal del metacarpiano y de la primera falange en sentido de la pronación.

Los dos primeros componentes están bajo dependencia de la acción combinada del músculo abductor largo del pulgar y de los músculos del grupo tenar externo. Cuando, delante de un espejo, se observa la mano en su extremo en las distintas posiciones arriba mencionadas, puede constatarse que el plano de la uña ha realizado una rotación de 90 a 120°.

1.2.2 Modelado mecánico del pulgar

Si la rotación del primer metacarpiano sobre su eje longitudinal no se puede explicar ni por el juego mecánico ni por la acción de los ligamentos, la única explicación que queda es por las propiedades de las superficies articulares [9]. Las superficies sillaes, en forma de silla de montar, poseen una curva negativa, es decir, que siendo convexas en un sentido y cóncavas en el otro no pueden cerrarse sobre sí mismas, cómo sería el caso de la esfera, ejemplo perfecto de curva positiva. Es totalmente lógico y lícito modelar la articulación trapezometacarpiana del mismo modo que los biomecánicos modelan la cadera, como si se tratase de una articulación "de rótula" [15], aunque se sepa sobradamente que la cabeza femoral no es una esfera perfecta.

El modelo mecánico de una articulación de dos ejes es la junta de Hooke o junta cardán (Figura 1.13a): dos ejes XX' y YY' perpendiculares y concurrentes que permiten movimientos en dos planos perpendiculares AB y CD. Del mismo modo, dos superficies sillaes "a" y "b" situadas una sobre otra (Figura 1.13b) permiten, una en relación a la otra (Figura 1.13c), movimientos AB y CD en dos planos perpendiculares. La mecánica de la junta cardán muestra que las articulaciones de dos ejes poseen una posibilidad adicional, la rotación automática del segmento móvil sobre su eje longitudinal, en este caso el primer metacarpiano.

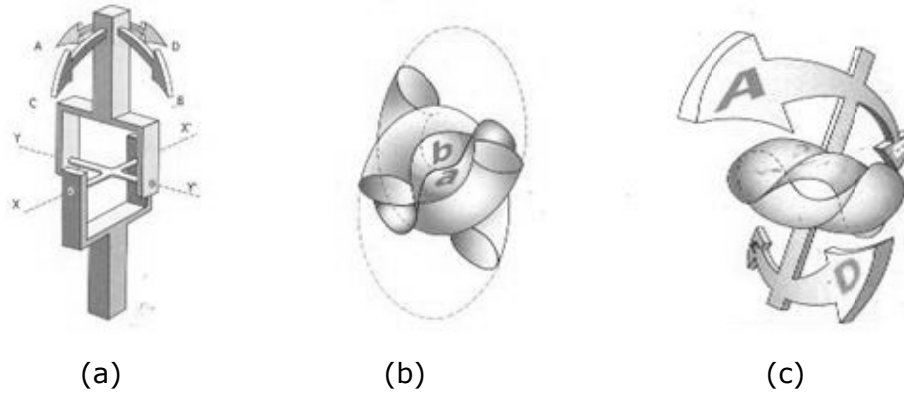


Figura 1. 13. Geometría de las superficies del cardán; (a) Junta cardán; (b) Superficies sillaes; (c) Planos perpendiculares entre las superficies sillaes.

1.2.3 La rotación sobre el eje longitudinal del pulgar

Para entender mejor la articulación trapezometacarpiana, se construyó [9] un modelo mecánico de columna de pulgar con un cardán en su base y tres segmentos articulados por dos pivotes (Figura 1.14). El cardán simboliza la articulación trapezometacarpiana, y los dos pivotes, las articulaciones metacarpofalángica e interfalángica del pulgar. En una tira de cartón grueso, se recortaron tres piezas. La pieza "T", representa el trapecio; contiene un pliegue representado por el trazo a rayas, que desempeña la función de pivote. La segunda pieza, contiene tres pliegues paralelos y en el mismo sentido, que separan "M", el primer metacarpiano, "F1", la primera falange, "F2" la segunda falange. La tercera pieza, es un círculo de mismo diámetro que la anchura de la tira. En cada una de sus caras, se traza una línea diametral, procurando que sean perpendiculares entre ellas.

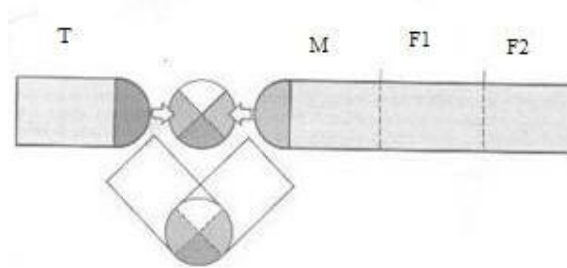


Figura 1. 14. Modelo mecánico de la columna del pulgar.

Se pega la pieza "T" sobre una cara del círculo, haciendo coincidir el pliegue con la línea diametral. La pieza "M" se pega sobre la otra cara del círculo, pero desplazada 90° es decir haciendo coincidir el pliegue con la otra línea diametral: estos dos pliegues conforman el cardán. El modelo ya está listo para su



funcionamiento y permite materializar la rotación automática en torno al eje longitudinal del segmento móvil, gracias a las propiedades mecánicas del cardán. En primer lugar, se hace funcionar únicamente el cardán (Figs. 1.15a, b, c y d):

- Se movilizan sus dos pivotes aisladamente, y simultáneamente (Figura 1.15a) sobre pivote "1", la pieza "M" gira permaneciendo en su plano. En pivote "2", la pieza "M" se desplaza en dos sentidos perpendiculares a su plano.
- A continuación, se puede constatar (Figura 1.15 b) que en el transcurso de la movilización en torno al eje 1, la pieza "M" se dirige siempre en la misma dirección, durante su rotación "a". Se trata de una rotación plana, es decir en un plano;
- Si antes de movilizar la pieza "M" en torno al eje 1 (Figura 1.15c), se efectúa una cierta flexión previa "a", cuando se hace girar siguiendo "b" en torno al eje 1, puede apreciarse que cambia de orientación, pero que se dirige siempre hacia un mismo punto "O", vértice del cono descrito por la pieza móvil. Se trata de una rotación cónica;
- Llevando la flexión previa de la pieza "M" hasta los 90° (Figura 1.15d), su orientación evoluciona grado a grado en relación a la rotación R en torno al eje "1". Se trata de una rotación cilíndrica, que prefigura la rotación longitudinal de la columna del pulgar.

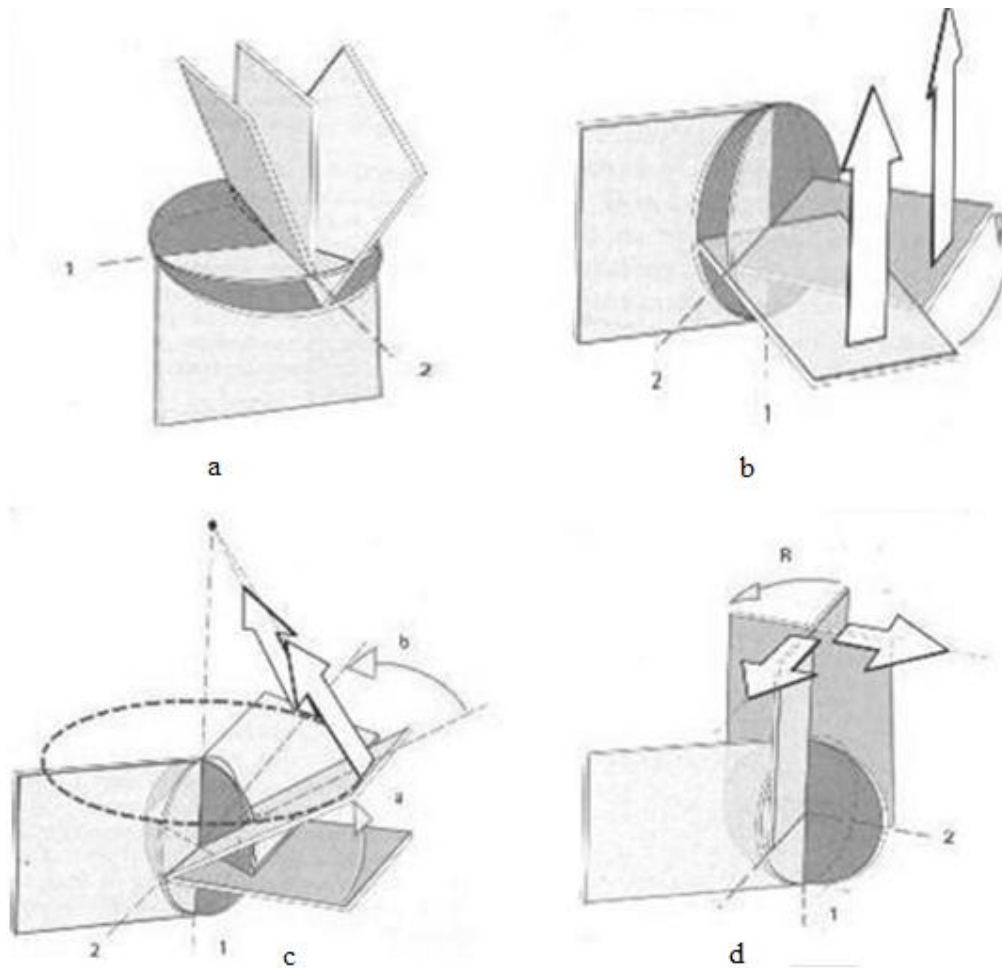


Figura 1. 15. (a) Giro del cardán; (b) Rotación plana; (c) Flexión y rotación; (d) Rotación cilíndrica.

Puede entenderse ahora lo que acontece durante la oposición del pulgar (Figura 1.16). Como resulta imposible efectuar una flexión de 90° en el segundo eje de la articulación trapezometacarpiana, representado por el eje 2 del cardán, esta flexión se reparte en los tres pivotes: primera flexión moderada del primer metacarpiano "M1" en el cardán; flexión adicional en la primera falange "F1", en la articulación metacarpofalángica (eje 3); y finalmente, flexión complementaria de la segunda falange "F2" sobre la articulación interfalángica (eje 4). De tal manera, que el pulpejo del pulgar, desplazado por la segunda falange, puede orientarse siempre hacia el mismo punto "O" mediante una rotación cilíndrica sobre su eje longitudinal. En resumen, esta rotación longitudinal de la columna del pulgar está determinada en su base por el mecanismo de cardán de la articulación trapezometacarpiana, gracias al fenómeno de rotación automática propio de este tipo de articulaciones. Por supuesto, entre la rotación conjunta automática nula de la rotación plana y el máximo de la rotación cilíndrica, son factibles todos los valores intermedios en las articulaciones de dos ejes tipo cardán.

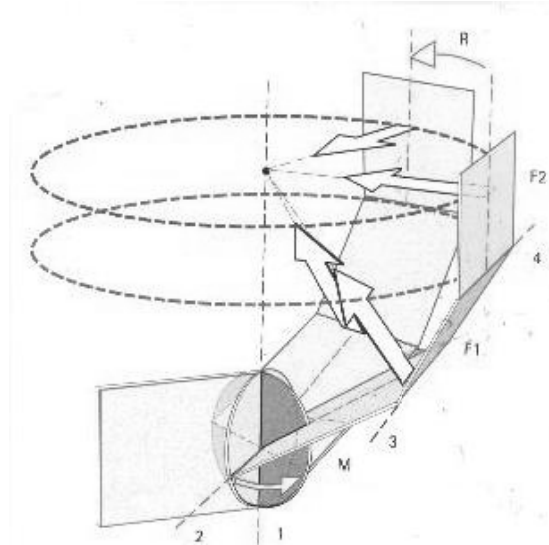


Figura 1. 16. Rotación longitudinal del pulgar.

Debido a la acción coordinada de las tres articulaciones trapezometacarpiana, metacarpofalángica e interfalángica, se efectúa la rotación del pulgar sobre su eje longitudinal, pero es la articulación trapezometacarpiana la que inicia el movimiento.

1.3 La muñeca

La muñeca, articulación distal del miembro superior, permite que la mano -segmento efector- adopte la posición óptima para la prensión. De hecho, el complejo articular de la muñeca posee dos grados de libertad [15]. Con la pronosupinación, rotación del antebrazo sobre su eje longitudinal que añade un tercer grado de libertad a la muñeca, la mano se puede orientar en cualquier ángulo para coger o sujetar un objeto (véase Figura 1.17).

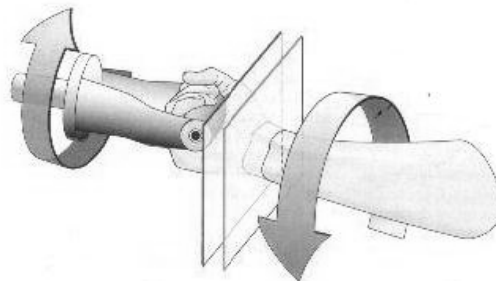


Figura 1. 17. Rotación del antebrazo sobre su eje longitudinal.



El núcleo central de la muñeca es el carpo, conjunto compuesto por ocho pequeños huesos, que ha sido objeto en los últimos treinta años de muchos estudios por parte de los anatómicos, y sobre todo de los cirujanos de la mano [15], (véase Figura 1.18).

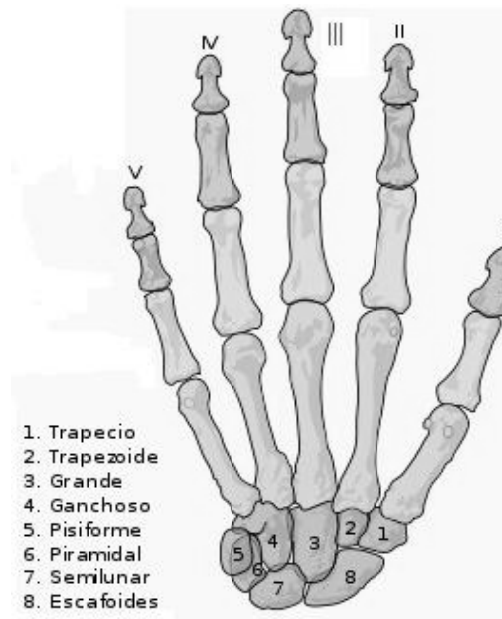


Figura 1. 18. Huesos de la muñeca.

1.3.1 Movimientos de la muñeca

Los movimientos de la muñeca se efectúan en torno a dos ejes (Figura 1.19): AA' y BB'. Con la mano en posición anatómica, es decir en máxima supinación, un eje AA', transversal, perteneciente al plano Frontal T. En torno a este eje se realizan los movimientos de flexoextensión en el plano sagital:

- Flexión (flecha 1): la cara anterior o palmar de la mano se aproxima a la cara anterior del antebrazo;
- Extensión (flecha 2): la cara posterior o dorsal de la mano se aproxima a la cara posterior del antebrazo.

Un eje BB', antero posterior perteneciente al plano sagital S. En torno a este eje, en el plano frontal, se efectúan los movimientos de aducción- abducción, que algunos autores denominan inclinación o desviación cubital o radial:

- Aducción o inclinación cubital (flecha 3): la mano se aproxima al eje del cuerpo y su borde interno o borde cubital (el del meñique) forma con el borde interno del antebrazo un ángulo obtuso abierto hacia dentro;



- Abducción o inclinación radial (flecha 4): la mano se aleja del eje del cuerpo y su borde externo o borde radial (el del pulgar) forma con el borde externo del antebrazo un ángulo obtuso abierto hacia fuera.

En realidad, los movimientos naturales de la muñeca son movimientos combinados en torno a ejes oblicuos [15]:

- Extensión/Abducción.
- Flexión/Aducción.

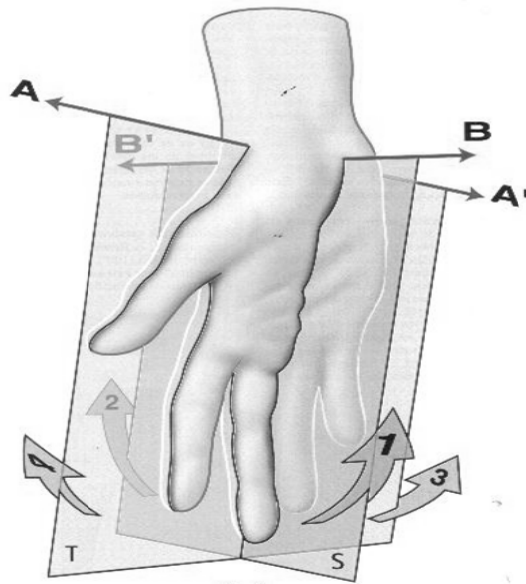


Figura 1. 19. Movimientos de la muñeca.

1.3.2 Movimiento de abducción–aducción

La amplitud de los movimientos se mide a partir de la posición anatómica, es decir de pie y en reposo sin caminar (Figura 1.20a): el eje de la mano, representado por el tercer metacarpiano y el tercer dedo, se localiza en la prolongación del eje del antebrazo, es decir de pie y en posición de reposo. La amplitud del movimiento de abducción o inclinación radial (Figura 1.20b) no sobrepasa los 15°. La amplitud de aducción o inclinación cubital (Figura 1.20c) es de 45°, cuando se mide el ángulo en la línea que une el centro de la muñeca con la porción distal del tercer dedo (línea azul a trazos). Sin embargo, esta amplitud difiere según se considere el eje de la mano: en cuyo caso es de 30°; o el eje del dedo corazón: en cuyo caso es de 55°. Esto se debe a que la aducción de la mano se asocia con la aducción de los dedos. No obstante, en la práctica, puede considerarse la amplitud de la aducción 45°. Se debe resaltar que:

- La abducción o inclinación radial no sobrepasa los 15°.



- Aducción o inclinación cubital es de dos a tres veces mayor que la inclinación radial.

En general, la amplitud de los movimientos de aducción/abducción es mínima en flexión forzada o en extensión de muñeca, posiciones en las que los ligamentos del carpo están tensos. Es máxima en la posición anatómica o en ligera flexión, ya que los ligamentos se distienden.

1.3.3 Movimientos de flexoextensión

La amplitud de los movimientos se mide colocando la muñeca alineada, cara dorsal de la mano en la prolongación de la cara posterior del antebrazo (Figura 1.20d). La amplitud de la flexión activa (Figura 1.20e) es de 85°, es decir que apenas alcanza los 90°. La amplitud de la extensión (Figura 1.20f), incorrectamente denominada "flexión dorsal", también es de 85°, de modo que tampoco alcanza los 90°. Como en el caso de los movimientos laterales, la amplitud de los movimientos depende del grado de distensión de los ligamentos del carpo: la flexoextensión es máxima cuando la mano no esta ni en abducción ni en aducción.

1.3.4 Movimientos pasivos de flexoextensión

La amplitud de la flexión pasiva (Figura 1.20g) es mayor de 90° en pronación (100°). La amplitud de la extensión pasiva (Figura 1.20h) es mayor de 90° tanto en pronación como en supinación (95°).

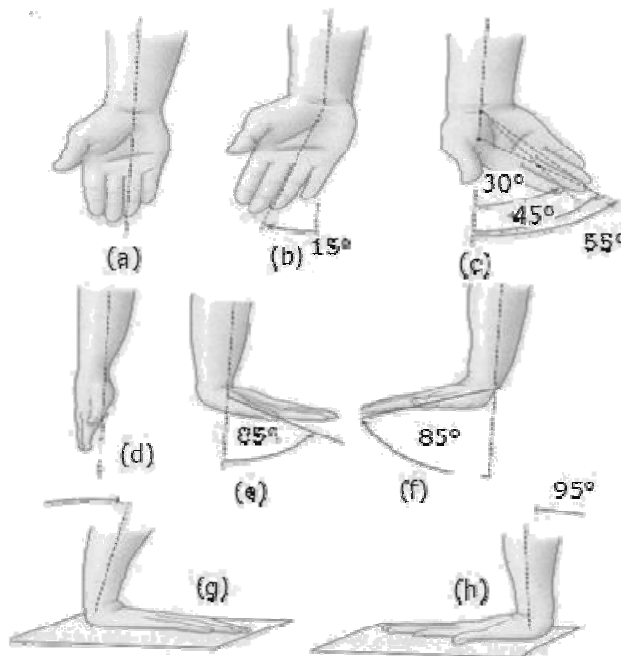


Figura 1. 20. Amplitud de los movimientos de la muñeca.



1.3.5 El movimiento de circunducción

El movimiento de circunducción se define como la combinación de los movimientos de flexo extensión con los movimientos de aducción/abducción. Se trata de un movimiento que se realiza simultáneamente en relación a los dos ejes de la articulación de la muñeca. Cuando el movimiento de circunducción alcanza su amplitud máxima, el eje de la mano describe una superficie cónica en el espacio, denominada cono de circunducción (Figura 1.21). Dicho cono tiene un vértice O , localizado en el centro de la muñeca, y una base representada en la figura 1.21 por los puntos F , R , E y C , que describen la trayectoria que recorre la punta del dedo corazón durante el movimiento de máxima circunducción. Además, el cono no es regular, su base no es circular. Esto se debe a que la amplitud de los distintos movimientos elementales no son simétricos con respecto a la prolongación del eje del antebrazo OO' , siendo la amplitud máxima en el plano sagital FOE y mínima en el plano frontal ROC . El cono está aplanado en sentido transversal y su base se puede comparar a una elipse (Figura 1.22a) con un eje antero posterior FE mayor, incluso está deformada hacia la parte interna (Figura 1.22b), debido a la mayor amplitud de la inclinación cubital. En consecuencia, el eje del cono de circunducción OA no se confunde con OO' , sino que se halla en inclinación cubital de 15° . Por otra parte, la posición de la mano en aducción de 15° corresponde a la posición de equilibrio entre los músculos que dirigen la inclinación. Además de la base del cono de circunducción (Figura 1.22a), puede apreciarse:

- El corte del cono por el plano frontal (Figura 1.22b) con la posición de abducción R y de aducción C , y el eje del cono de circunducción OA .
- El corte del cono por el plano sagital (Figura 1.22c) con la posición de flexión F y la posición de extensión E .

La amplitud de los movimientos de la muñeca es menor en pronación que en supinación, de modo que el cono de circunducción está menos "abierto" en pronación. Sin embargo, gracias a los movimientos asociados de pronosupinación, el aplanamiento del cono de circunducción puede compensarse en cierta medida, y el eje de la mano puede ocupar todas las posiciones en el interior de un cono cuyo ángulo de apertura es de 160 a 170° .

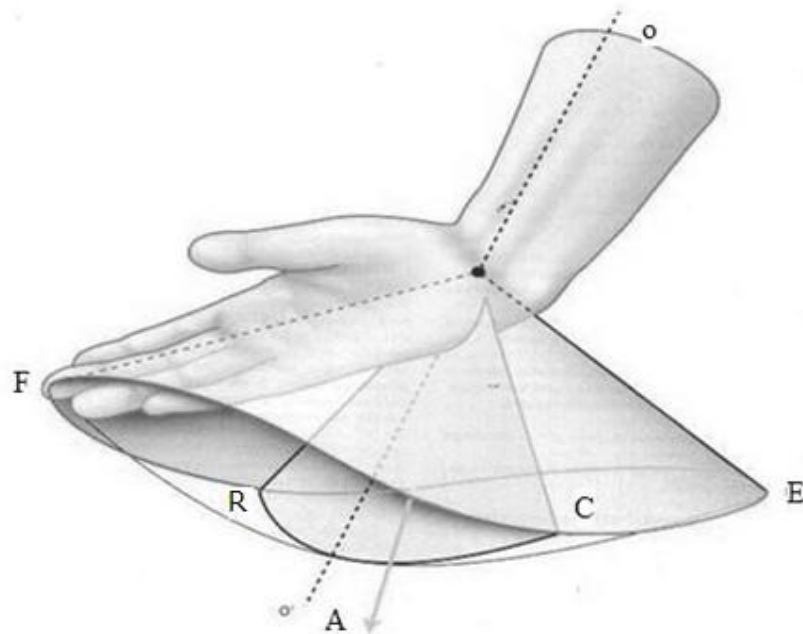


Figura 1. 21. Movimiento de circunducción.

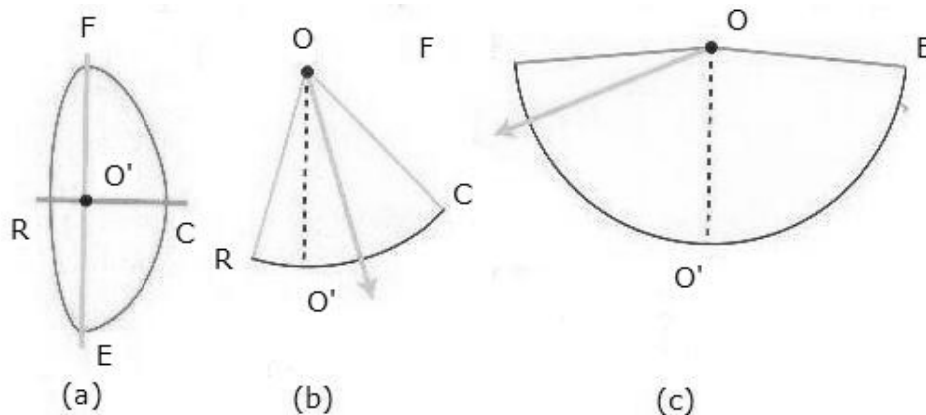


Figura 1. 22. Aplanamiento del cono de circunducción.

Además, como en todas las articulaciones tipo cardán, al igual que la articulación trapezometacarpiana, un movimiento simultaneo o sucesivo en torno a dos ejes conlleva una rotación automática o incluso una rotación conjunta en torno al eje longitudinal del segmento móvil, es decir de la mano, que orienta la palma en una dirección oblicua en relación al plano de la cara anterior del antebrazo. Esto no es evidente más que en las posiciones de extensión/aducción y de flexión/abducción, aunque no tiene la misma importancia funcional que en el caso del pulgar.



1.3.6 La muñeca considerada como una junta cardán

Algunas veces se comete el error de concebir la muñeca como una articulación dedicada únicamente a los movimientos de flexión/extensión y de abducción/aducción, ya que el movimiento de rotación de la mano no lo genera la muñeca sino el antebrazo gracias a los músculos motores que permiten la pronosupinación. El citado error se comete con frecuencia, ya que solo se miden las amplitudes de flexión/extensión y de abducción/aducción, pero muy esporádicamente las amplitudes de pronosupinación y, sobre todo, la fuerza de rotación de la mano contra resistencia, es decir sujetando el antebrazo y tratar de rotar la mano. Puesto que la muñeca posee dos ejes, debe considerarse como una junta universal o junta cardán. Esta articulación contiene dos ejes como se muestra en la figura 1.13a, los cuales se intersectan formando una cruz, que permite la transmisión de la rotación del eje primario vertical al eje secundario horizontal independientemente del ángulo compuesto por los dos ejes citados. Por lo anterior, la muñeca puede ser representada mecánicamente mediante una junta tipo cardán.

1.4 Mecanismos utilizados en las manos robóticas actuales

Actualmente existen prototipos innovadores y complejos de manos robóticas los cuales utilizan cables, poleas, engranes, actuadores neumáticos, lineales entre otros, en la tabla 1.1 se muestran las manos analizadas en la introducción así como el número de actuadores y el tipo de actuador.

Tabla 1. 1. Mecanismos y actuadores de algunas manos robóticas existentes.

Nombre de la mano	Autor	# De actuadores	Forma de actuador
Utah/MIT	Jacobsen[2]	32	Neumáticamente
Stanford/JPL	Salisbury [1]	12	Cables y Poleas
Belgrade/USC	Bekey [8]	4	-
NTU	Li-Ren [9]	17	-
DLR I	Butterfas[4]	-	servomotores
MARCUS	Kyberd[10]	2	-
Robonaut	Lovchik [5]	14	servomotores
Ultralight	Schultz [11]	-	-
DLR II	Butterfas[12]	13	Servomotores
Southampton	Light [13]	6	-
UMNG	Ocampo[7]	12	Cables, engranes y poleas

Teniendo en cuenta el estudio que se realizó hasta ahora de la mecánica articular de la mano humana, se concluye que la mejor forma de actuar el mecanismo



para los dedos es mediante un movimiento rotacional (emulando el par agonista/antagonista del sistema musculo/tendón poleas y cables, para la generación de un movimiento de flexión/extensión).

Ahora bien si tratamos de reproducir el movimiento del dedo para realizar el movimiento de flexión/extensión activa para la falange media y distal, la mejor forma de reproducir este movimiento es considerando a la falange distal como un cuerpo rígido, es decir que su movimiento este asociado al movimiento flexión/extensión de la falange media debido a que el musculo flexor profundo se asocia rápidamente a este movimiento. Por consiguiente, el mecanismo que mejor se adecua a este tipo de movimiento es un mecanismo plano de cuatro barras, evitando además el uso de un actuador en la articulación interfalángica (entre la falange media y distal). Se pretende utilizara como actuador de dicho mecanismo un conjunto micromotor, el cual proporcionará el movimiento de flexión/extensión de dichas articulaciones.

En el caso del mecanismo para la primer falange, se elige al igual que el anterior un mecanismo de cuatro barras, porque al variar la rotación del micromotor se lograría hacer que los dedos se flexionen alcanzando, 100° para el dedo índice, 90° dedo medio, 80° dedo anular y 70° el dedo meñique, véase Figura 1.4, sin necesidad de modificar el mecanismo sintetizado.

En el caso del dedo pulgar se tienen dos falanges, pero la columna que lo articula, es decir el primer metacarpiano, se puede considerar como otra falange que funciona como soporte, razón por la cual se le considera como otro dedo más en la mayoría de los prototipos pero ubicado delante de la palma de la mano y los otros dedos (véase Figura 1.12a). Algunas manos que utilizan este método se enlistan en la tabla 1.1 ([1], [2], [7]). Existen otros tipos de manos las cuales agregan un grado de libertad más al dedo pulgar en su base, permitiéndole rotar. Para lograr la rotación del dedo pulgar la mayoría de las manos de la tabla 1.1 ([3], [4], [5]) utilizan un servomotor. En el caso de esta trabajo de tesis se propone utilizar el segundo sistema, es decir insertar un motor en la base del dedo.

La muñeca permite orientar la mano para adoptar la posición óptima para realizar la prensión. Sin embargo, sus movimientos de flexión/extensión se pueden agrupar para formar un movimiento de circunducción entorno al eje de la mano. Como ya se mencionó en secciones anteriores, este movimiento puede representarse mecánicamente mediante una junta tipo cardán, la cual es un mecanismo esférico. De esta manera se propone el uso de un mecanismo esférico de cuatro barras tipo 4R, actuado al igual que los anteriores con un micromotor. La ventaja de esta propuesta con respecto a otros prototipos comerciales como la i-LimbHand [14], el cual utiliza un servomotor como muñeca en su prótesis de mano, es la eliminación del movimiento redundante en el caso



de amputaciones de mano; esto debido a que el movimiento de rotación que genera dicho servomotor es idéntico al movimiento que el antebrazo proporciona. Si en dichas amputaciones el movimiento que se pierde es el movimiento de circunducción, lo más propicio es tratar de imitar dicho movimiento en una prótesis, razón por la cual se propone el mecanismo esférico 4R.

1.5 Conclusiones

El análisis de la mecánica articular sirvió como base para comprender la estructura articular compleja de la mano humana, así como los diversos tipos de movimientos que la mano realiza diariamente. De este análisis fue posible idear los distintos mecanismos que se utilizaran para imitar, lo más apegado a la realidad, los movimientos de la mano humana para fines protésicos.

Capítulo 2

Análisis cinemático y síntesis del mecanismo del dedo

En este capítulo se presenta la síntesis cinemática de tipo, número y dimensional de los mecanismos para el dedo de la mano, así como una descripción del procedimiento para elegir los puntos de precisión y realizar la síntesis de dicho mecanismo. Finalmente se presenta el diseño final propuesto para el dedo.

2.1 Introducción

A lo largo del desarrollo de la síntesis de mecanismos, se han identificado tres tipos de síntesis: de tipo, de número y dimensional. El primero refiere al tipo de elementos que se debe seleccionar, tal como engranes, poleas, bandas, levas o eslabonamientos [16], [17]. El segundo plantea el número de eslabones necesarios y articulaciones requeridas para obtener una movilidad determinada, y el tercer tipo determina las dimensiones de los eslabones individuales de un mecanismo preconcebido para llevar a cabo una tarea específica. A su vez, la síntesis cinemática de mecanismos se puede clasificar en tres categorías: 1) generación de funciones, 2) generación de trayectorias y 3) generación de movimiento (denominada también guía de cuerpos o conducción de cuerpo rígido). La primera estudia las relaciones existentes entre los movimientos de entrada y salida en los mecanismos. La segunda proporciona métodos para obtener mecanismos que proporcionen una trayectoria prescrita, definida por puntos de interés. Por último, la tercera categoría especifica además de la generación de una trayectoria, el control de la orientación del cuerpo que generará el movimiento.

2.2 Propuesta de tipo de mecanismos

En base al estudio de la fisiología articular presentado en el capítulo anterior, y el cual sirvió para realizar el análisis y caracterización del movimiento humano de la mano, se propone el modelo mecánico de la mano como se muestra en la Figura 2.1. Los mecanismos propuestos son:

1. Dedos. Para cada dedo se proponen dos mecanismos de cuatro barras planos acoplados, con esto se creará un nuevo prototipo de dedo robótico con 2 grados de libertad con funcionamiento económico y sencillo que puede usarse como un módulo para una mano antropomórfica. Si analizamos lo visto anteriormente en la mecánica articular cada dedo excepto el pulgar, posee cuatro grados de libertad dos grados en la articulación metacarpofalángica y un grado de libertad por cada



articulación interfalángica, los cuales analizando la fisiología de la mano se pierden un grado de libertad de la articulación metacarpofalángica durante la flexión del dedo, es decir no podemos moverlo lateralmente cuando el dedo se encuentra flexionado, y el otro grado de libertad se pierde debido a la acción del musculo flexor, el cual impide que la flexión de la tercera falange se realice a menos que la segunda falange se encuentre en flexión.

2. Dedo pulgar. Para el pulgar se observa que la base de éste, es decir la articulación metacarpofalángica, puede ser modelada mecánicamente con una junta tipo cardán, lo que significa que se puede utilizar un mecanismo esférico 4R, pero debido a que se busca realizar la función principal de la mano "la prensión", se ha decidido imitar dicho movimiento colocando un motor en la base del pulgar que permita la rotación del mecanismo de cuatro barras propuestos anteriormente para los dedos, el cual serán ubicados por debajo de los otros dedos para poder así realizar los movimientos de cierre y rotación. Esto permite variar la orientación del plano en que se desarrolla el movimiento de doblado y extensión del dedo pulgar, propiedad a través de la cual es posible oponer el dedo pulgar a los otros dedos.

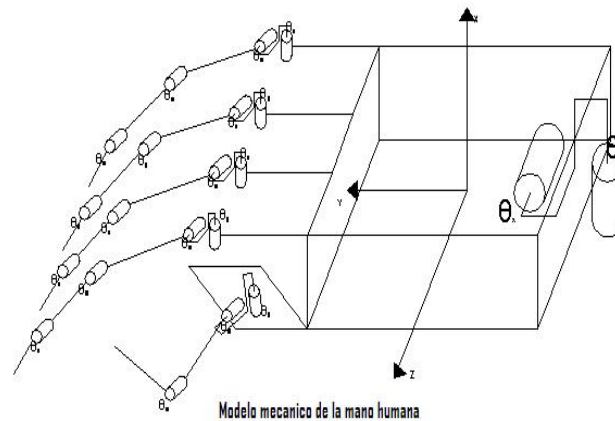


Figura 2. 1 Modelo mecánico de la mano humana.

3. Muñeca. Para el caso de la muñeca, se observa que la mejor forma de representar mecánicamente sus movimientos es mediante una junta cardán. Para esto el mecanismo que se propone es un mecanismo esférico 4R. Este mecanismo permitirá representar el movimiento de circunducción el cual se asemeja a una elipse achatada.



2.3 Justificación de la elección de los mecanismos

La elección de dos mecanismos de cuatro barras acoplados para que efectuó el movimiento de flexión-extensión que realizan los cuatro dedos de la mano (el pulgar es un caso especial) se basó en que se pueden controlar con un solo actuador cada uno, lo que se traduce en economía. Además, como ya se observó en el estudio de la fisiología del dedo, la flexión activa de la tercera falange está asociada a una flexión de la segunda falange debida al músculo flexor profundo (véase Figura 1.11b), lo que gracias a un mecanismo de cuatro barras evita el uso de un actuador para la tercera falange (servomotor en la mayoría de los casos). Adicionalmente, el control de estos mecanismos se vuelve más sencillo, lo cual que se traduce en menor complejidad del sistema de control y por consiguiente costos más bajos.

2.4 Obtención del movimiento deseado

En la sección anterior se propuso un mecanismo de cuatro barras para la segunda y tercera falange de los dedos índice, medio, anular y meñique, considerando la tercera falange como el cuerpo rígido. En el caso de la primera falange también se eligió un mecanismo de cuatro barras. En general, el mecanismo de cuatro barras a sintetizar se compone de tres eslabones móviles y un eslabón fijo el cual actúa como bastidor o soporte. De los tres eslabones móviles, dos giran en relación a puntos fijos de pivoteo, por lo que poseen un movimiento de tipo angular puro; el tercer eslabón restante, denominado eslabón conector, realiza la conexión física entre los dos eslabones en rotación. Para la conexión de los eslabones entre sí, se utilizan pares cinemáticos de revoluta (R). Un punto de interés P se localiza contenido dentro del eslabón conector; este punto formaría un triángulo si se uniera a cada uno de los pares de revoluta donde el conector se une con los dos eslabones móviles restantes. El punto de interés P será denominado, para el análisis propuesto, el punto de precisión, y será obligado a pasar por los puntos de precisión establecidos mediante el análisis del movimiento deseado en el dedo. La Figura 2.2 muestra un diagrama del mecanismo de cuatro barras descrito anteriormente.

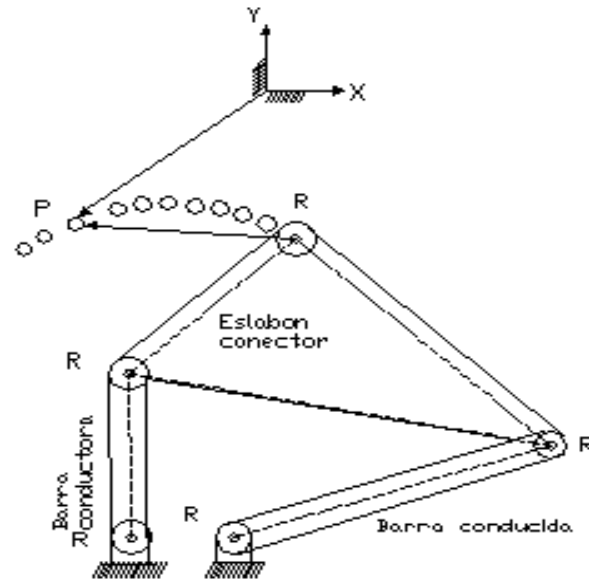


Figura 2. 2. Mecanismo plano de cuatro barras.

Para obtener una solución lo más apegada a la realidad, los puntos de precisión por los cuales debe pasar el mecanismo de cuatro barras fueron obtenidos a partir del video tomado con una Webcam, al movimiento de flexión/extensión del dedo índice de un individuo. Utilizando el algoritmo para desfragmentar el video desarrollado en Matlab®, se obtiene cuadro a cuadro el movimiento del dedo índice, (ver apéndice A).

La fuente del conjunto de posiciones fue un archivo de video donde el individuo muestra, correctamente, la flexión/extensión del dedo índice (figura 2.3). El videoclip fue reproducido y copiado cuadro a cuadro, y cada cuadro fue manipulado gráficamente para marcar la posición inicial y final del movimiento. Cuando todas las marcas fueron hechas, se realizó la selección de imágenes y los datos necesarios de cada una de ellas fueron obtenidos mediante un análisis cuantitativo en Autocad®. Para cada imagen se midió la posición y orientación de la mano con respecto al sistema coordenado de referencia.

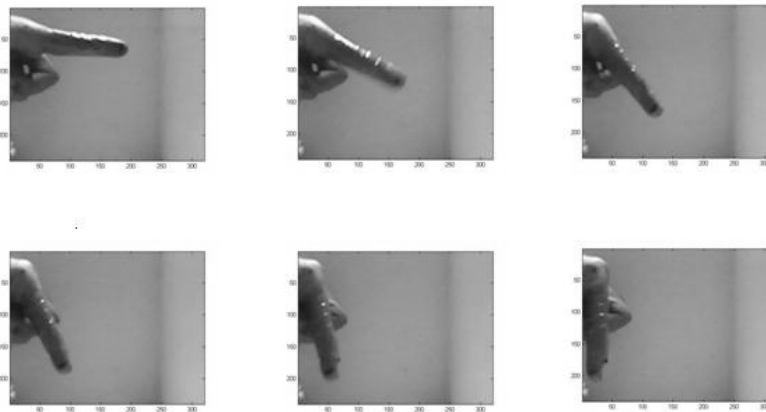


Figura 2. 3. Movimiento dedo índice cuadro por cuadro.

En un inicio se seleccionaron $m=5$ posiciones (figura 2.4a) representativas a partir de $n=50$ cuadros o posiciones observadas ($n>m$) en el movimiento de la falange distal y media. En el caso de la falange proximal se seleccionaron $m=7$ posiciones (figura 2.4b) representativas a partir de $n=30$ cuadros. Este conjunto m de datos es el comienzo para obtener los puntos de precisión por los cuales debe pasar el mecanismo de cuatro barras para generar el movimiento de los dedos de la mano.

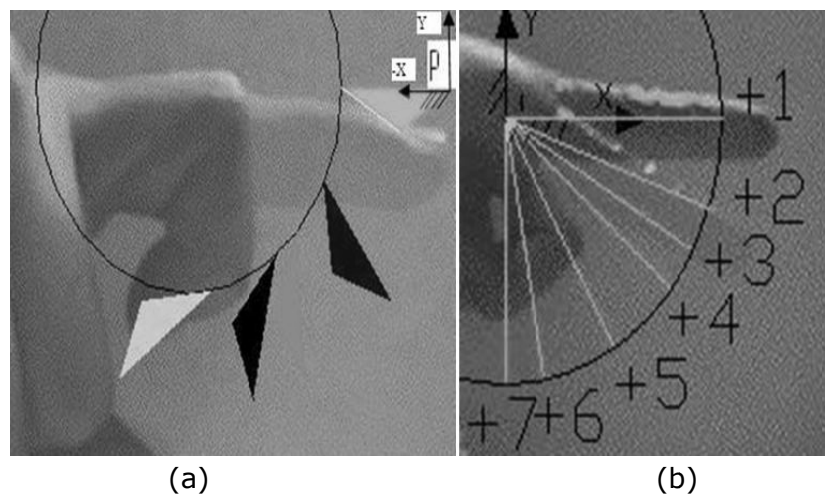


Figura 2. 4. Puntos de precisión; (a) Posiciones del cuerpo rígido; (b) Posiciones generador de funciones.

El siguiente paso fue marcar las coordenadas y orientación de cada posición; un conjunto inicial de cinco posiciones fue seleccionado para el caso de la síntesis de cuerpo rígido y siete posiciones para el caso de la generación de trayectoria, sus datos fueron medidos en AutoCad®. Varios intentos con diferentes conjuntos de datos fueron realizados y analizados. Los puntos finalmente seleccionados para la



síntesis, figura 2.4 a y b, se muestran en la tabla 2.1 y 2.2 para la síntesis de cuerpo rígido y para la síntesis de generación de funciones, respectivamente.

Tabla 2. 1. Puntos de precisión, síntesis de cuerpo rígido.

Posiciones (m) P_j ($j=1,2,3,4,5$)	Coordenada "X _j " (cm)	Coordenada "Y _j " (cm)	Orientación del cuerpo rígido (°)
1	0	0	333
2	-1.05	-2.71	277
3	-2.48	-3.71	245
4	-3.37	-3.96	228
5	-5.65	-3.69	186

Tabla 2. 2. Puntos de precisión, síntesis de generación de función.

Posiciones (n) ($j=2,3 \dots n$)	Coordenada "X _j " (cm)	Coordenada "Y _j " (cm)	Desplazamiento angular diada izquierda θ_2	Desplazamiento angular diada derecha θ_4
1	2.7	0	219°	354°
2	2.54	-0.92	210°	333°
3	2.34	-1.35	205°	322°
4	2.07	-1.74	200°	311°
5	1.35	-2.34	189°	289°
6	0.47	-2.66	176°	266°
7	0	-2.7	166°	256°

2.5 Síntesis del mecanismo para la segunda y tercera falange

La construcción de generadores de movimiento de cuatro barras para dos y tres posiciones prescritas es una tarea relativamente sencilla. En el caso del presente trabajo, el interés es encontrar el generador de movimiento de cuatro barras que reproduzca con mayor precisión el movimiento deseado. Para lograr esto, es necesario definir el mayor número de puntos deseado de la trayectoria de movimiento, añadir el mayor número de restricciones en cuanto a la ubicación del los puntos fijos y el pivote móvil, el ángulo de transmisión, la relación de longitudes de los eslabones y/o la ventaja mecánica, entre otros. Para entender las variables de diseño y las opciones libres, es decir los valores que se pueden proponer, es preciso desarrollar un modelo analítico del eslabonamiento. Se han utilizado varias técnicas matemáticas para modelar eslabonamientos con objetivos de realizar su síntesis. Estas incluyen métodos algebraicos, métodos de matrices y números complejos. En el caso de los eslabonamientos planos, la técnica de números complejos es uno de los métodos más sencillos y versátiles.

2.5.1 Modelado de eslabonamientos con diadas

En general, los eslabonamientos planos pueden modelarse utilizando vectores para representar los eslabones, dependiendo del problema de síntesis que se desee resolver, dichos vectores se pueden combinar de diferentes formas. Casi



todos los problemas de síntesis de mecanismos se pueden resolver modelando los eslabonamientos como combinaciones de vectores llamados diadas [18]. Por ejemplo, el eslabonamiento de cuatro barras que se muestra en la figura 2.5 se puede ver como dos diadas: el lado izquierdo del eslabonamiento representado como un par de vectores (W_A y Z_A), y el lado derecho (W_B y Z_B). Cabe señalar que los vectores Z_A y Z_B se consideran unidos rígidamente al eslabón acoplador. Estas diadas definen plenamente la geometría del mecanismo de cuatro barras. Los vectores AB y A_0B_0 que representa el eslabón acoplador y al eslabón de tierra, respectivamente, se determinan fácilmente por suma vectorial una vez que se conocen los vectores diada. En la figura 2.5 también se muestra la ubicación de un punto arbitrario "P" a medida que el mecanismo de cuatro barras se mueve de la posición "1" a la posición "jésima"; llamando a las coordenadas de P_1 , y P_j punto de precisión 1 y punto de precisión j. Las coordenadas absolutas de P_1 , y P_j se denotan con los vectores R_1 , y R_j , respectivamente, en un sistema de coordenadas cartesiano arbitrario. El vector δ denota el vector desde P_1 hasta P_j ($\delta_j = R_j - R_1$). El ángulo α_j denota la rotación angular del vector Z_A desde la primera posición hasta la jésima. El ángulo β_j denota la rotación angular del vector W_A desde la primera posición hasta la jésima.

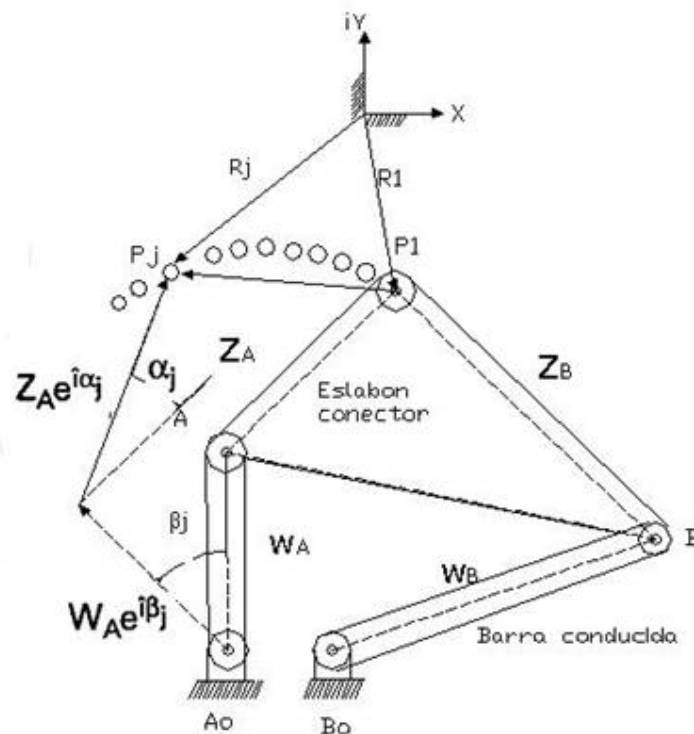


Figura 2. 5. Notación asociada a la diada A (W_A y Z_A) y a la diada B (W_B y Z_B) que forman un eslabonamiento de cuatro barras.



El mecanismo de cuatro barras se modela con dos díadas porque se requiere desarrollar un conjunto general de ecuaciones que puedan utilizarse repetidamente para diferentes mecanismos, evitando de esta manera la necesidad de reformular el problema cada vez que cambia la geometría del eslabonamiento. Cabe hacer mención que la díada es un bloque de construcción general para muchos eslabonamientos distintos; el mecanismo de cuatro barras se puede modelar con dos díadas, el de seis barras con tres díadas, y el de ocho barras, con cuatro díadas.

2.5.2 Díadas, vectores y números complejos

En la figura 2.6 se muestra la notación general para una díada. El vector W se origina en el pivote de tierra fijo y termina en el pivote móvil, mientras que el vector Z sale del pivote móvil y termina en el punto trazador de la trayectoria. Cabe señalar que esta díada genérica W, Z puede representar cualquier lado del mecanismo de cuatro barras. En la figura 2.6 también se muestran una segunda y una tercera posición para esta díada. Analizando el caso de tres posiciones distintas, un vector W que representa el eslabón de entrada (figura 2.6) tiene dos componentes W_x y W_y . Los ángulos θ_1 , θ_2 y θ_3 , definen las orientaciones absolutas del eslabón de entrada en su primera (W), segunda (W^*) y tercera (W^{**}) posición, respectivamente. Las rotaciones de la primera posición a la segunda y a la tercera se denotan con β_2 y β_3 . Todas las rotaciones de vectores se miden positivas en el sentido anti horario. Las longitudes de los vectores se denotan con W , W^* y W^{**} , respectivamente.

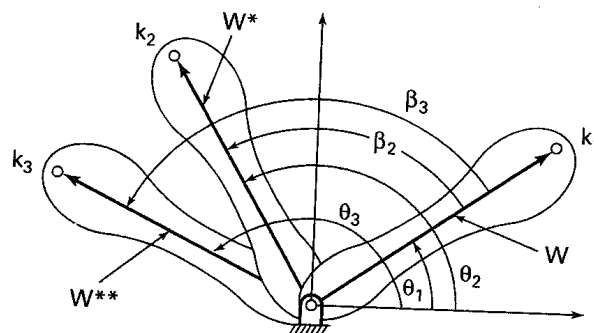


Figura 2. 6. El vector W en tres posiciones distintas

Es importante señalar que, si bien la orientación del eslabón de entrada W cambia, su longitud no lo hace (es decir, $|W| = |W^*| = |W^{**}|$). En algunos casos, como el del vector de tierra A_0B_0 , tanto la magnitud como la orientación no cambian durante el movimiento del eslabonamiento. El vector R_j en cambio, cambia tanto en magnitud como en orientación, dependiendo del punto de



precisión j . Retomando el eslabón de entrada W , la primera posición de este vector se puede expresar como número complejo en forma cartesiana:

$$W = W_x + iW_y \quad (2.1)$$

Donde: $i = \sqrt{-1}$

Esto también puede expresarse en forma polar en términos de una magnitud y una orientación:

$$W = We^{i\theta_1} \quad (2.2)$$

Donde W corresponde a la magnitud del vector, es decir,

$$W = \sqrt{W_x^2 + W_y^2} \quad (2.3)$$

Y el ángulo θ_1 corresponde a la orientación de este vector en la primera posición

$$\theta_1 = \tan\left(\frac{W_x}{W_y}\right) \quad (2.4)$$

Combinando la ecuación (2.1) con la identidad de Euler:

$$e^{i\theta} = (\cos(\theta) + i\sin(\theta)) \quad (2.5)$$

Se tiene la primera posición,

$$W = W(\cos(\theta_1) + i\sin(\theta_1)) \quad (2.6)$$

En la figura 2.6 es evidente que el vector en la segunda posición está dado por:

$$W^* = We^{i\theta_2} \quad (2.7)$$

O de otra manera:

$$W^* = W(\cos(\theta_2) + i\sin(\theta_2)) \quad (2.8)$$

Si se tiene que $\theta_2 = \theta_1 + \beta_2$. Por tanto, la ecuación (2.7) se puede escribir como:

$$W^* = We^{i(\theta_1 + \beta_2)} = We^{i\theta_1} e^{i\beta_2} \quad (2.9)$$

Combinando las ecuaciones (2.2) y (2.9), la segunda posición del vector se puede escribir en términos de su primera posición:

$$W^* = We^{i\beta_2} \quad (2.10)$$



El vector en la tercera posición esta dado por:

$$W^{**} = W e^{i\theta_3} \quad (2.11)$$

O sea:

$$W^{**} = W(\cos(\theta_3) + i\sin(\theta_3)) \quad (2.12)$$

Utilizando la relación $\theta_3 = \theta_1 + \beta_3$, W^{**} se puede expresar en términos de la primera posición del vector, es decir,

$$W = W e^{i(\theta_1 - \beta_3)} = W e^{i\theta_1} e^{i\beta_3} \quad (2.13)$$

La identidad de Euler (ecuación (2.5)) puede servir para demostrar que la magnitud de los vectores $e^{i\beta_2}$ y $e^{i\beta_3}$ es la unidad:

$$\begin{aligned} |e^{i\beta_2}| &= |\cos(\beta_2) + i\sin(\beta_2)| = \sqrt{(\cos \beta_2)^2 + (\sin \beta_2)^2} = 1 \\ |e^{i\beta_3}| &= |\cos(\beta_3) + i\sin(\beta_3)| = \sqrt{(\cos \beta_3)^2 + (\sin \beta_3)^2} = 1 \end{aligned} \quad (2.14)$$

De la Figura 2.5 y la ecuación (2.10), es evidente que si multiplicamos el vector W por el vector $e^{i\beta_2}$ haremos girar a W un ángulo β_2 hasta llegar a W^* . De forma similar, si multiplicamos W por $e^{i\beta_3}$ haremos girar ese vector un ángulo β_3 hasta W^{**} . Por ello, los vectores $e^{i\beta_2}$ y $e^{i\beta_3}$, de forma más general, $e^{i\beta_j}$, se denominan operadores de rotación puros (cuando se utilizan para multiplicar otro, vector). Esta es una observación sencilla pero importante para la síntesis cinemática. El operador de rotación permite representar la segunda, tercera o j ésima posición de un eslabón en términos de su posición inicial, con lo que se simplifican las ecuaciones de diseño.

2.5.3 La forma de diada estándar

Consideremos la primera y la j ésima posiciones de la diada izquierda del mecanismo de cuatro barras que se muestra en la figura 2.3. Se busca una ecuación que relacione los vectores W y Z con las posiciones de precisión P_1 y P_j y con las rotaciones angulares α_j y β_j . Para encontrar los vectores de posición inicial desconocidos de la diada, W y Z , se plantea una ecuación de cierre de circuito sumando los vectores en sentido horario alrededor del circuito que contiene a $W e^{i\beta_j}$, $Z e^{i\alpha_j}$, R_j , R_1 , Z y W :

$$W e^{i\beta_j} + Z e^{i\alpha_j} - R_j + R_1 - Z - W = 0 \quad (2.15)$$

O sea:

$$W e^{i(\beta_j - 1)} + Z e^{i(\alpha_j - 1)} = \delta_j \quad (2.16)$$



Donde el vector de desplazamiento a lo largo de la trayectoria prescrita desde P_1 hasta P_j es:

$$\delta_j = R_j - R_1 \quad (2.17)$$

La ecuación (2.16) no es más que la suma de vectores alrededor del circuito que contiene las posiciones primera y j ésima de la diada que forma el lado izquierdo del eslabonamiento de cuatro barras. Se puede deducir una ecuación similar para la diada del lado derecho. La ecuación (2.16) se denominada forma estándar, es decir es la ecuación de cierre del mecanismo, si δ_j esta prescrita o se conoce, es decir si se conoce el desplazamiento de un punto de precisión a otro. Este requisito es congruente con la definición de las tareas usuales de la síntesis cinemática: generación de movimientos, generación de trayectorias y generación de funciones. Si se conocen tanto α_j como β_j , o si se desconocen ambas, la ecuación (2.16) no está en la forma de diada normal.

2.5.4 Número de posiciones prescritas y número de opciones libres

Un número finito de parámetros (los dos componentes de cada vector) pueden describir por completo el eslabonamiento de cuatro barras en su posición inicial. Por tanto, solo hay un número finito de parámetros prescribibles que se pueden asignar en un trabajo de síntesis. Se usará una diada que forma parte de un generador de movimiento de cuatro barras para determinar cuantas posiciones pueden prescribirse realmente.

La tabla 2.3 ilustra la forma de determinar el número máximo de posiciones prescribibles, es decir los valores que se pueden proponer para la síntesis de una sola diada de un generador de movimiento de cuatro barras [18]. La tabla 2.3 muestra que para dos posiciones hay dos ecuaciones escalares independientes contenidas en la ecuación vectorial (ecuación (2.16)): la sumatoria de componentes "x" y la sumatoria de componentes "y" de los vectores. Estas son las partes real e imaginaria de la ecuación, y cada una es una ecuación escalar por si sola. Este sistema de dos ecuaciones escalares contiene cinco incógnitas escalares: dos componentes para cada uno de los vectores W y Z (W_x , W_y , Z_x , y Z_y) y la rotación de entrada β_2 . Si se escogen arbitrariamente tres de las cinco incógnitas, se pueden resolver las ecuaciones para obtener las otras dos incógnitas. Dado que, en general, hay número infinito de posibles valores para cada una de las tres opciones libres, el número de posibles soluciones para el problema de síntesis de dos posiciones es del orden de infinito al cubo, que se simboliza con $O(\infty^3)$ [18].



Tabla 2. 3. Número máximo de soluciones para la diada desconocida W, Z cuando δ_j y α_j están prescritas en la ecuación (2.16).

Número de posiciones (n): $j=2,3,\dots,n$	Número de escalares	Número de incógnitas escalares	Número de opciones libres (escalares)	Número de soluciones
2	2	$5(W,Z,\beta_2)$	3	$O(\infty^3)$
3	4	$6(\text{anteriores}+\beta_3)$	2	$O(\infty^3)$
4	6	$7(\text{anteriores}+\beta_4)$	1	$O(\infty^3)$
5	8	$8(\text{anteriores}+\beta_5)$	0	Finito

2.5.5 Formulación para las díadas izquierdas

Una vez revisada la tabla 2.3, se elige la opción de cinco posiciones por tener un número finito de soluciones y no requerir opciones libres. Para esta opción el sistema de ecuaciones queda de la siguiente manera:

$$\begin{aligned}
 W_A(e^{i\beta_2} - 1) + Z_A(e^{i\alpha_2} - 1) &= \delta_2 \\
 W_A(e^{i\beta_3} - 1) + Z_A(e^{i\alpha_3} - 1) &= \delta_3 \\
 W_A(e^{i\beta_4} - 1) + Z_A(e^{i\alpha_4} - 1) &= \delta_4 \\
 W_A(e^{i\beta_5} - 1) + Z_A(e^{i\alpha_5} - 1) &= \delta_5
 \end{aligned} \tag{2.18}$$

El cual es un sistema de ecuaciones no lineales y posee un número finito de soluciones. Para poder resolver este sistema de ecuaciones se regresaran a su forma cartesiana aplicando la identidad de Euler (ecuación 2.5), y separando la parte real de la imaginaria para formar un sistema de 8 ecuaciones con ocho incógnitas. De esta manera para la diada del lado izquierdo se tiene:

$$f_1 = W_A \cos(\theta_2 + \beta_2) + Z_A \cos(\theta_5 + \alpha_2) - W_A \cos(\theta_2) - Z_A \cos(\theta_5) - P_2 \cos(\phi_2) + P_1 \cos(\phi_1) \tag{2.19}$$

$$f_2 = W_A \sin(\theta_2 + \beta_2) + Z_A \sin(\theta_5 + \alpha_2) - W_A \sin(\theta_2) - Z_A \sin(\theta_5) - P_2 \sin(\phi_2) + P_1 \sin(\phi_1) \tag{2.20}$$

$$f_3 = W_A \cos(\theta_2 + \beta_3) + Z_A \cos(\theta_5 + \alpha_3) - W_A \cos(\theta_2) - Z_A \cos(\theta_5) - P_3 \cos(\phi_3) + P_1 \cos(\phi_1) \tag{2.21}$$

$$f_4 = W_A \sin(\theta_2 + \beta_3) + Z_A \sin(\theta_5 + \alpha_3) - W_A \sin(\theta_2) - Z_A \sin(\theta_5) - P_3 \sin(\phi_3) + P_1 \sin(\phi_1) \tag{2.22}$$

$$f_5 = W_A \cos(\theta_2 + \beta_4) + Z_A \cos(\theta_5 + \alpha_4) - W_A \cos(\theta_2) - Z_A \cos(\theta_5) - P_4 \cos(\phi_4) + P_1 \cos(\phi_1) \tag{2.23}$$

$$f_6 = W_A \sin(\theta_2 + \beta_4) + Z_A \sin(\theta_5 + \alpha_4) - W_A \sin(\theta_2) - Z_A \sin(\theta_5) - P_4 \sin(\phi_4) + P_1 \sin(\phi_1) \tag{2.24}$$

$$f_7 = W_A \cos(\theta_2 + \beta_5) + Z_A \cos(\theta_5 + \alpha_5) - W_A \cos(\theta_2) - Z_A \cos(\theta_5) - P_5 \cos(\phi_5) + P_1 \cos(\phi_1) \tag{2.25}$$

$$f_8 = W_A \sin(\theta_2 + \beta_5) + Z_A \sin(\theta_5 + \alpha_5) - W_A \sin(\theta_2) - Z_A \sin(\theta_5) - P_5 \sin(\phi_5) + P_1 \sin(\phi_1) \tag{2.26}$$

De acuerdo al tipo de síntesis que se desea realizar, como parámetros conocidos tenemos a las distancias lineales deseadas para los puntos de precisión, por lo que P_j ($j=1,2, 3, 4,5$) son valores prescritos. Por consecuencia, sus respectivos ángulos de orientación, ϕ_j ($j=1, 2, 3, 4,5$), también lo son:

$$\phi_j = \tan^{-1} \left(\frac{X_j}{Y_j} \right) \tag{2.27}$$



$$P_j = \sqrt{X_j^2 + Y_j^2} \quad (2.28)$$

Como se desea realizar una síntesis para la generación de movimiento, se desea tener el control de la inclinación de una línea de referencia contenido en el eslabón 3, por lo que los incrementos del vector Z_A en las posiciones sucesivas deben ser conocidas: $\alpha_2, \alpha_3, \alpha_4, \alpha_5$.

$$\alpha_j = \alpha_j - \alpha_1 \quad (j = 2,3,4 \text{ y } 5) \quad (2.29)$$

El sistema en total contiene 20 parámetros, los cuales se pueden observar en las ecuaciones (2.19) a la (2.26); se tienen 12 parámetros conocidos definidos por el sistema a sintetizar, por lo que restan 8 parámetros por conocer (tabla 2.3), que es exactamente el número de ecuaciones disponibles derivadas de las diadas izquierdas del mecanismo. Tales parámetros son, la magnitud de los vectores W y Z_A , sus ángulos de posición inicial θ_2 y θ_5 , respectivamente, y los cuatro ángulos de incremento (medidos desde la posición inicial del vector 2) $\beta_2, \beta_3, \beta_4$ y β_5 . Al analizar las ecuaciones (2.19) a (2.26) teniendo en cuenta las variables incógnitas, se observa que las ecuaciones son de tipo no lineal, esto debido a que algunas de las incógnitas son parte del argumento de funciones trigonométricas.

Para poder resolver las variables no conocidas se eligió el método de Newton – Raphson descrito en el Apéndice B. Debido a la naturaleza numérica de la solución y al método numérico utilizado, los valores propuestos (valores semilla) son de gran importancia para la obtención del resultado ya que la solución es muy sensible a dichos valores [19]. Por la anterior, se pueden mencionar lo siguiente: si se considera variar cada parámetro de manera independiente de los demás, se observa que el valor semilla de los parámetros de longitud no impactan de manera significativa a la solución, es decir, pueden tomar valores tan dispares sin afectar a la convergencia del método. Esto no aplica a los valores propuestos de ángulo, donde los valores necesarios para que la formulación produzca una solución se ven reducidos a rangos relativamente pequeños respecto de la solución. Al desarrollar el método y tomando los cinco puntos máximos de precisión contemplados, se obtiene una matriz jacobiana de 8×8 :



$$\begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial W_A} & \frac{\partial f_1}{\partial \theta_2} & \frac{\partial f_1}{\partial Z_A} & \frac{\partial f_1}{\partial \theta_5} & \frac{\partial f_1}{\partial \beta_2} & \frac{\partial f_1}{\partial \beta_3} & \frac{\partial f_1}{\partial \beta_4} & \frac{\partial f_1}{\partial \beta_5} \\ \frac{\partial f_2}{\partial W_A} & \frac{\partial f_2}{\partial \theta_2} & \frac{\partial f_2}{\partial Z_A} & \frac{\partial f_2}{\partial \theta_5} & \frac{\partial f_2}{\partial \beta_2} & \frac{\partial f_2}{\partial \beta_3} & \frac{\partial f_2}{\partial \beta_4} & \frac{\partial f_2}{\partial \beta_5} \\ \frac{\partial f_3}{\partial W_A} & \frac{\partial f_3}{\partial \theta_2} & \frac{\partial f_3}{\partial Z_A} & \frac{\partial f_3}{\partial \theta_5} & \frac{\partial f_3}{\partial \beta_2} & \frac{\partial f_3}{\partial \beta_3} & \frac{\partial f_3}{\partial \beta_4} & \frac{\partial f_3}{\partial \beta_5} \\ \frac{\partial f_4}{\partial W_A} & \frac{\partial f_4}{\partial \theta_2} & \frac{\partial f_4}{\partial Z_A} & \frac{\partial f_4}{\partial \theta_5} & \frac{\partial f_4}{\partial \beta_2} & \frac{\partial f_4}{\partial \beta_3} & \frac{\partial f_4}{\partial \beta_4} & \frac{\partial f_4}{\partial \beta_5} \\ \frac{\partial f_5}{\partial W_A} & \frac{\partial f_5}{\partial \theta_2} & \frac{\partial f_5}{\partial Z_A} & \frac{\partial f_5}{\partial \theta_5} & \frac{\partial f_5}{\partial \beta_2} & \frac{\partial f_5}{\partial \beta_3} & \frac{\partial f_5}{\partial \beta_4} & \frac{\partial f_5}{\partial \beta_5} \\ \frac{\partial f_6}{\partial W_A} & \frac{\partial f_6}{\partial \theta_2} & \frac{\partial f_6}{\partial Z_A} & \frac{\partial f_6}{\partial \theta_5} & \frac{\partial f_6}{\partial \beta_2} & \frac{\partial f_6}{\partial \beta_3} & \frac{\partial f_6}{\partial \beta_4} & \frac{\partial f_6}{\partial \beta_5} \\ \frac{\partial f_7}{\partial W_A} & \frac{\partial f_7}{\partial \theta_2} & \frac{\partial f_7}{\partial Z_A} & \frac{\partial f_7}{\partial \theta_5} & \frac{\partial f_7}{\partial \beta_2} & \frac{\partial f_7}{\partial \beta_3} & \frac{\partial f_7}{\partial \beta_4} & \frac{\partial f_7}{\partial \beta_5} \\ \frac{\partial f_8}{\partial W_A} & \frac{\partial f_8}{\partial \theta_2} & \frac{\partial f_8}{\partial Z_A} & \frac{\partial f_8}{\partial \theta_5} & \frac{\partial f_8}{\partial \beta_2} & \frac{\partial f_8}{\partial \beta_3} & \frac{\partial f_8}{\partial \beta_4} & \frac{\partial f_8}{\partial \beta_5} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta W_A \\ \delta \theta_2 \\ \delta Z_A \\ \delta \theta_5 \\ \delta \beta_2 \\ \delta \beta_3 \\ \delta \beta_4 \\ \delta \beta_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -f_1 \\ -f_2 \\ -f_3 \\ -f_4 \\ -f_5 \\ -f_6 \\ -f_7 \\ -f_8 \end{bmatrix} \quad (2.30)$$

Para obtener la matriz jacobiana de la ecuación (2.30)) se utilizó el programa derivadas_cuerpo_rigido (véase Apéndice C) que fue programado en Matlab®, ya que el proceso de derivación se vuelve largo y es necesario tener las ecuaciones derivadas, para poder resolver por Newton Raphson.

2.5.6 Formulación para las diádas derechas

Para las diádas del lado derecho del eslabonamiento derechas (Figura 2.3) se tiene:

$$\begin{aligned} W_B(e^{i\psi_2} - 1) + Z_B(e^{i\gamma_2} - 1) &= \delta_2 \\ W_B(e^{i\psi_3} - 1) + Z_B(e^{i\gamma_3} - 1) &= \delta_3 \\ W_B(e^{i\psi_4} - 1) + Z_B(e^{i\gamma_4} - 1) &= \delta_4 \\ W_B(e^{i\psi_5} - 1) + Z_B(e^{i\gamma_5} - 1) &= \delta_5 \end{aligned} \quad (2.31)$$

Al igual que para las diádas izquierdas al desarrollar se tiene un sistema de 8 ecuaciones:

$$f_9 = W_B \cos(\theta_4 + \psi_2) + Z_B \cos(\theta_6 + \gamma_2) - W_B \cos(\theta_4) - Z_B \cos(\theta_6) - P_2 \cos(\phi_2) + P_1 \cos(\phi_1) \quad (2.32)$$

$$f_{10} = W_B \sin(\theta_4 + \psi_2) + Z_B \sin(\theta_6 + \gamma_2) - W_B \sin(\theta_4) - Z_B \sin(\theta_6) - P_2 \sin(\phi_2) + P_1 \sin(\phi_1) \quad (2.33)$$

$$f_{11} = W_B \cos(\theta_4 + \psi_3) + Z_B \cos(\theta_6 + \gamma_3) - W_B \cos(\theta_4) - Z_B \cos(\theta_6) - P_3 \cos(\phi_3) + P_1 \cos(\phi_1) \quad (2.34)$$

$$f_{12} = W_B \sin(\theta_4 + \psi_3) + Z_B \sin(\theta_6 + \gamma_3) - W_B \sin(\theta_4) - Z_B \sin(\theta_6) - P_3 \sin(\phi_3) + P_1 \sin(\phi_1) \quad (2.35)$$

$$f_{13} = W_B \cos(\theta_4 + \psi_4) + Z_B \cos(\theta_6 + \gamma_4) - W_B \cos(\theta_4) - Z_B \cos(\theta_6) - P_4 \cos(\phi_4) + P_1 \cos(\phi_1) \quad (2.36)$$

$$f_{14} = W_B \sin(\theta_4 + \psi_4) + Z_B \sin(\theta_6 + \gamma_4) - W_B \sin(\theta_4) - Z_B \sin(\theta_6) - P_4 \sin(\phi_4) + P_1 \sin(\phi_1) \quad (2.37)$$

$$f_{15} = W_B \cos(\theta_4 + \psi_5) + Z_B \cos(\theta_6 + \gamma_5) - W_B \cos(\theta_4) - Z_B \cos(\theta_6) - P_5 \cos(\phi_5) + P_1 \cos(\phi_1) \quad (2.38)$$

$$f_{16} = W_B \sin(\theta_4 + \psi_5) + Z_B \sin(\theta_6 + \gamma_5) - W_B \sin(\theta_4) - Z_B \sin(\theta_6) - P_5 \sin(\phi_5) + P_1 \sin(\phi_1) \quad (2.39)$$



Donde $\gamma_j = \alpha_j$ ($j=1, 2, 3, 4, 5$) (véase ecuación (2.29)) debido a que se trata del mismo cuerpo rígido como se puede observar en la figura 2.5.

La matriz Jacobiana para las funciones F9 a la F16, válidas para el lado derecho del mecanismo, queda definida de la siguiente manera:

Para obtener la matriz jacobiana de la ecuación (2.40) se utilizó el mismo programa derivadas_cuerpo_rigido (véase Apéndice C).

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial f_9}{\partial W_B} & \frac{\partial f_9}{\partial \theta_4} & \frac{\partial f_9}{\partial Z_B} & \frac{\partial f_9}{\partial \theta_6} & \frac{\partial f_9}{\partial \psi_2} & \frac{\partial f_9}{\partial \psi_3} & \frac{\partial f_9}{\partial \psi_4} & \frac{\partial f_9}{\partial \psi_5} \\ \frac{\partial f_{10}}{\partial W_B} & \frac{\partial f_{10}}{\partial \theta_4} & \frac{\partial f_{10}}{\partial Z_B} & \frac{\partial f_{10}}{\partial \theta_6} & \frac{\partial f_{10}}{\partial \psi_2} & \frac{\partial f_{10}}{\partial \psi_3} & \frac{\partial f_{10}}{\partial \psi_4} & \frac{\partial f_{10}}{\partial \psi_5} \\ \frac{\partial f_{11}}{\partial W_B} & \frac{\partial f_{11}}{\partial \theta_4} & \frac{\partial f_{11}}{\partial Z_B} & \frac{\partial f_{11}}{\partial \theta_6} & \frac{\partial f_{11}}{\partial \psi_2} & \frac{\partial f_{11}}{\partial \psi_3} & \frac{\partial f_{11}}{\partial \psi_4} & \frac{\partial f_{11}}{\partial \psi_5} \\ \frac{\partial f_{12}}{\partial W_B} & \frac{\partial f_{12}}{\partial \theta_4} & \frac{\partial f_{12}}{\partial Z_B} & \frac{\partial f_{12}}{\partial \theta_6} & \frac{\partial f_{12}}{\partial \psi_2} & \frac{\partial f_{12}}{\partial \psi_3} & \frac{\partial f_{12}}{\partial \psi_4} & \frac{\partial f_{12}}{\partial \psi_5} \\ \frac{\partial f_{13}}{\partial W_B} & \frac{\partial f_{13}}{\partial \theta_4} & \frac{\partial f_{13}}{\partial Z_B} & \frac{\partial f_{13}}{\partial \theta_6} & \frac{\partial f_{13}}{\partial \psi_2} & \frac{\partial f_{13}}{\partial \psi_3} & \frac{\partial f_{13}}{\partial \psi_4} & \frac{\partial f_{13}}{\partial \psi_5} \\ \frac{\partial f_{14}}{\partial W_B} & \frac{\partial f_{14}}{\partial \theta_4} & \frac{\partial f_{14}}{\partial Z_B} & \frac{\partial f_{14}}{\partial \theta_6} & \frac{\partial f_{14}}{\partial \psi_2} & \frac{\partial f_{14}}{\partial \psi_3} & \frac{\partial f_{14}}{\partial \psi_4} & \frac{\partial f_{14}}{\partial \psi_5} \\ \frac{\partial f_{15}}{\partial W_B} & \frac{\partial f_{15}}{\partial \theta_4} & \frac{\partial f_{15}}{\partial Z_B} & \frac{\partial f_{15}}{\partial \theta_6} & \frac{\partial f_{15}}{\partial \psi_2} & \frac{\partial f_{15}}{\partial \psi_3} & \frac{\partial f_{15}}{\partial \psi_4} & \frac{\partial f_{15}}{\partial \psi_5} \\ \frac{\partial f_{16}}{\partial W_B} & \frac{\partial f_{16}}{\partial \theta_4} & \frac{\partial f_{16}}{\partial Z_B} & \frac{\partial f_{16}}{\partial \theta_6} & \frac{\partial f_{16}}{\partial \psi_2} & \frac{\partial f_{16}}{\partial \psi_3} & \frac{\partial f_{16}}{\partial \psi_4} & \frac{\partial f_{16}}{\partial \psi_5} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta W_B \\ \delta \theta_4 \\ \delta Z_B \\ \delta \theta_6 \\ \delta \psi_2 \\ \delta \psi_3 \\ \delta \psi_4 \\ \delta \psi_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -f_9 \\ -f_{10} \\ -f_{11} \\ -f_{12} \\ -f_{13} \\ -f_{14} \\ -f_{15} \\ -f_{16} \end{bmatrix}$$

(2.40)

2.5.7 Solución numérica (síntesis de cuerpo rígido)

El procedimiento de solución numérica al problema de síntesis para la dída izquierda (vector W_A y Z_A) se resume a continuación:

1. Se proponen los valores de las variables arbitrariamente con los que se comenzará el proceso de iteración, [20], [21]. Como valores iniciales se proponen los siguientes valores: $W_A=2.6$, $\theta_2=0^\circ$, $Z_A=1.8$, $\theta_5=0^\circ$, $\beta_2=332^\circ$, $\beta_3=315^\circ$, $\beta_4=305^\circ$ y $\beta_5=278^\circ$.
2. Con los valores propuestos, los valores de desplazamiento y ángulos de control, se evalúan los términos de la matriz jacobiana de la ecuación (2.30), así como con los mismos valores propuestos se evalúan las funciones (2.19) a la (2.26) que corresponde al vector independiente de la ecuación (2.30).
3. El sistema de la ecuación (2.30), se resuelve para el vector incógnita (términos correspondientes a los valores propuestos). Si la diferencia de los valores obtenidos del vector incógnita con los valores propuestos es menor a un valor de error máximo permitido ($1e-10$), entonces el sistema



converge a los últimos valores calculados. Si esta diferencia no es menor al error permitido, el programa vuelve a calcular nuevamente el vector incógnita pero teniendo como valores propuestos los valores obtenidos. En caso de que no exista convergencia, el proceso del programa tiene un número máximo de iteraciones que al cumplirse envía un aviso de no convergencia, por lo que es necesario modificar los valores propuestos.

Los pasos anteriores se implementaron en un programa en Matlab® con el objetivo de reciclar el código para la diada del lado derecho (véase apéndice B). El programa se llama NEWTON2 y requiere como argumentos de entrada un vector q con los valores propuestos, P_j (ecuación (2.28)), α_j (ecuación (2.29)) y φ_j (ecuación (2.27)).

Para el caso de las díadas del lado derecho (vectores W_B y Z_B), se aplica el mismo procedimiento descrito anteriormente pero tomando en cuenta ciertas consideraciones: 1) los valores P_j ($j=1, 2, 3, 4$ y 5) permanecen igual dado que son parámetros válidos para el sistema, independientemente del lado del mecanismo que se esté analizando; 2) los valores φ_j ($j=1, 2, 3, 4$ y 5) también permanecen sin cambio; 3) debido a que las tanto el vector Z_A como el vector Z_B están incrustados en el mismo cuerpo rígido, las siguientes relaciones se cumplen $\alpha_1=\gamma_1$, $\alpha_2=\gamma_2$, $\alpha_3=\gamma_3$, $\alpha_4=\gamma_4$ y $\alpha_5=\gamma_5$. Los valores semilla sugeridos son $W_B=3.1$, $\theta_4=347^\circ$, $Z_B=1.03$, $\theta_6=33^\circ$, $\psi_2=332^\circ$, $\psi_3=315^\circ$, $\psi_4=305^\circ$, $\psi_5=278^\circ$. Con estos valores semilla propuestos, el sistema de la ecuación (2.40) converge en la primera iteración. Tanto la formulación como el proceso de convergencia aplicando la metodología de Newton-Raphson modificado, véase [20], fueron programadas en Matlab®, para la aplicación de las formulaciones y el proceso de solución numérica véase Apéndice B y C. La figura 2.7 muestra el mecanismo obtenido de la síntesis de conducción de cuerpo rígido. La tabla 2.4 presenta la solución obtenida al problema de síntesis tomando en cuenta los puntos de precisión definidos en la tabla 2.1.

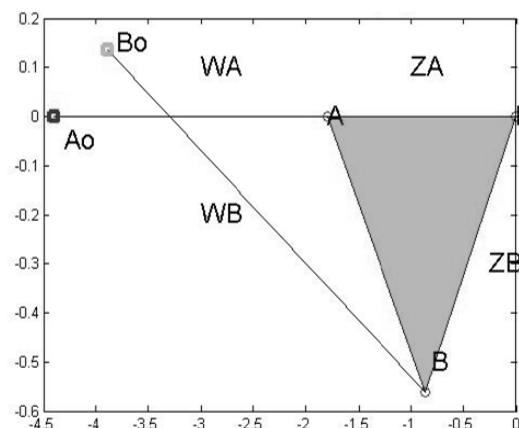


Figura 2. 7. Mecanismo obtenido en la síntesis de conducción de cuerpo rígido, falanges 2 y 3.



Tabla 2. 4. Dimensiones del mecanismo obtenido en la síntesis de conducción de cuerpo rígido.

Vector	Dimensión(cm)	Pivote		
		x(cm)	y(cm)	
W_A	2.61	Ao	-4.4	0
W_B	3.1	A	-1.8	0
Z_A	1.79	Bo	-3.8844	0.1364
Z_B	1.029	B	-0.8638	-0.5610
Acoplador AB	1.0914			
Fija AOB0	0.5334			

2.6 Síntesis del mecanismo para la primera falange

Para la primera falange se ha considerado realizar la síntesis de generación de función debido a que en este tipo de síntesis se busca correlacionar las rotaciones prescritas del eslabón de entrada (θ_j) y el eslabón de salida (ψ_j). Por tanto, la proporción superior del eslabón acoplador (Z_A y Z_B) no tiene importancia para esta tarea. En la Figura 2.8 se muestra el eslabonamiento básico de cuatro barras en la primera y la j -ésima posiciones. El ciclo de vectores que contiene Z_2 , Z_3 y Z_4 es:

$$Z_2(e^{i\phi_j} - 1) + Z_3(e^{i\gamma_j} - 1) - Z_4(e^{i\psi_j} - 1) = 0 \tag{2.41}$$

Puesto que esta ecuación vectorial no está en la forma estándar, se formula la tabla 2.5 para ayudar a correlacionar el número de opciones libres y el número de posiciones prescritas. En la tabla 2.5 se listan las variables que se prescriben y las que se pueden escoger arbitrariamente como opciones libres.

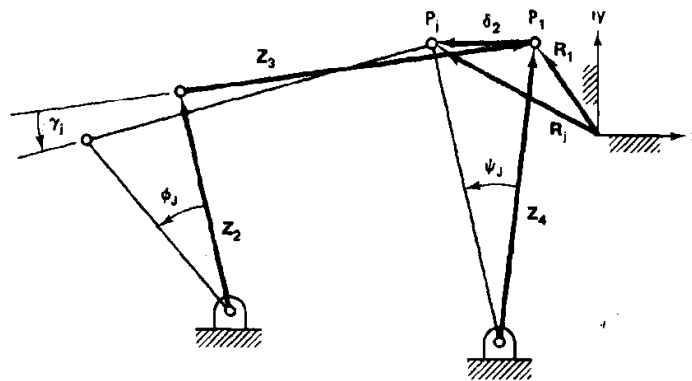


Figura 2. 8. Mecanismo de cuatro barras generador de función.



Tabla 2. 5. Resumen de las variables prescritas y las opciones libres para una sola diada de las tareas de generación de movimiento, de trayectoria con temporización prescrita y función.

Tarea de diada	Variable prescrita
Generación de movimiento	α_j (j=1,2.....n) δ_j (j=1,2.....n)
Generación de trayectoria	β_j (j=1,2.....n) δ_j (j=1,2.....n)
Generación de función (véase Figura 2.8)	Φ_j (j=1,2.....n) Ψ_j (j=1,2.....n)

La selección de Z_4 como opción arbitraria (se podría haber escogido Z_2 en vez de aquella) convierte la ecuación (2.41) a la forma estándar:

$$Z_2(e^{i\Phi_j} - 1) + Z_3(e^{i\gamma_j} - 1) = \delta_j = Z_4(e^{i\psi_j} - 1) \tag{2.42}$$

Cabe señalar que Z_3 no puede ser una opción libre porque la opción resultante ya no estaría en la forma estándar. La justificación para escoger Z_4 es doble: primero, si se comparan las tablas 2.3 y 2.6, la segunda resulta equivalente a la primera si se escogen arbitrariamente dos de las siete incógnitas reales originales de la tabla 2.6; segundo, al escoger Z_4 realmente se está especificando la escala y la orientación del generador de función. De hecho, una vez que se sintetiza un eslabonamiento de cuatro barras para generación de funciones, la escala de todo el eslabonamiento se puede aumentar o reducir, y el eslabonamiento puede orientarse en cualquier dirección, sin alterar la relación funcional entre las rotaciones del eslabón de entrada y el de salida, $[\Psi_j=f(\Phi_j)]$. Por tanto, no se obtienen nuevas soluciones de generación de funciones permitiendo que Z_4 sea una incógnita. Los generadores de trayectorias y movimientos sí cambian su trayectoria prescrita con un cambio de escala; por tanto, sólo en la síntesis de eslabonamientos de cuatro barras para generación de funciones se escoge uno de los vectores de eslabón arbitrariamente.

Tabla 2. 6. Número de soluciones disponibles en la síntesis de generadores de funciones según la ecuación (2.42).

Número de posiciones (n) (j=2,3 ... n)	Número de ecuaciones escalares	Número de incógnitas escalares	Número de opciones libres escalares	Número de soluciones
2	2	$7(Z_2, Z_3, Z_4, \gamma_2)$	5	$O(\infty^5)$
3	4	8(anteriores + γ_3)	4	$O(\infty^4)$
4	6	9(anteriores + γ_4)	3	$O(\infty^3)$
5	8	10(anteriores + γ_5)	2	$O(\infty^2)$
6	10	11(anteriores + γ_6)	1	$O(\infty^1)$
7	12	12(anteriores + γ_7)	0	finito



La generación de funciones puede considerarse como un caso especial de generación de trayectorias con temporización prescrita en el que la trayectoria de Z_4 sigue un arco circular. Cabe señalar también que la única díada que es necesario sintetizar para la generación de funciones es la de la ecuación (2.42), esto para $j= 2, 3, 4, 5, 6$ y 7 .

2.6.1 Solución numérica

El procedimiento de solución se resume de la siguiente manera. Como se observa en la tabla 2.6 se requieren 7 posiciones (figura 2.4b) a partir de las cuales se tienen 12 ecuaciones con 12 incógnitas ($Z_2, \theta_2, Z_3, \theta_3, Z_4, \theta_4, \gamma_2, \gamma_3, \gamma_4, \gamma_5, \gamma_6$ y γ_7).

El sistema de ecuaciones que se obtiene al aplicar la identidad de Euler (ecuación (2.5)) a la (ecuación (2.41)) es el siguiente:

$$G_1 = Z_2 \cos(\theta_2 + \Phi_2) + Z_3 \cos(\theta_3 + \gamma_2) - Z_4 \cos(\theta_4 + \psi_2) + Z_4 \cos(\theta_4) - Z_2 \cos(\theta_2) - Z_3 \cos(\theta_3) \quad (2.43)$$

$$G_2 = Z_2 \sin(\theta_2 + \Phi_2) + Z_3 \sin(\theta_3 + \gamma_2) - Z_4 \sin(\theta_4 + \psi_2) + Z_4 \sin(\theta_4) - Z_2 \sin(\theta_2) - Z_3 \sin(\theta_3) \quad (2.44)$$

$$G_3 = Z_2 \cos(\theta_2 + \Phi_3) + Z_3 \cos(\theta_3 + \gamma_3) - Z_4 \cos(\theta_4 + \psi_3) + Z_4 \cos(\theta_4) - Z_2 \cos(\theta_2) - Z_3 \cos(\theta_3) \quad (2.45)$$

$$G_4 = Z_2 \sin(\theta_2 + \Phi_3) + Z_3 \sin(\theta_3 + \gamma_3) - Z_4 \sin(\theta_4 + \psi_3) + Z_4 \sin(\theta_4) - Z_2 \sin(\theta_2) - Z_3 \sin(\theta_3) \quad (2.46)$$

$$G_5 = Z_2 \cos(\theta_2 + \Phi_4) + Z_3 \cos(\theta_3 + \gamma_4) - Z_4 \cos(\theta_4 + \psi_4) + Z_4 \cos(\theta_4) - Z_2 \cos(\theta_2) - Z_3 \cos(\theta_3) \quad (2.47)$$

$$G_6 = Z_2 \sin(\theta_2 + \Phi_4) + Z_3 \sin(\theta_3 + \gamma_4) - Z_4 \sin(\theta_4 + \psi_4) + Z_4 \sin(\theta_4) - Z_2 \sin(\theta_2) - Z_3 \sin(\theta_3) \quad (2.48)$$

$$G_7 = Z_2 \cos(\theta_2 + \Phi_5) + Z_3 \cos(\theta_3 + \gamma_5) - Z_4 \cos(\theta_4 + \psi_5) + Z_4 \cos(\theta_4) - Z_2 \cos(\theta_2) - Z_3 \cos(\theta_3) \quad (2.49)$$

$$G_8 = Z_2 \sin(\theta_2 + \Phi_5) + Z_3 \sin(\theta_3 + \gamma_5) - Z_4 \sin(\theta_4 + \psi_5) + Z_4 \sin(\theta_4) - Z_2 \sin(\theta_2) - Z_3 \sin(\theta_3) \quad (2.50)$$

$$G_9 = Z_2 \cos(\theta_2 + \Phi_6) + Z_3 \cos(\theta_3 + \gamma_6) - Z_4 \cos(\theta_4 + \psi_6) + Z_4 \cos(\theta_4) - Z_2 \cos(\theta_2) - Z_3 \cos(\theta_3) \quad (2.51)$$

$$G_{10} = Z_2 \sin(\theta_2 + \Phi_6) + Z_3 \sin(\theta_3 + \gamma_6) - Z_4 \sin(\theta_4 + \psi_6) + Z_4 \sin(\theta_4) - Z_2 \sin(\theta_2) - Z_3 \sin(\theta_3) \quad (2.52)$$

$$G_{11} = Z_2 \cos(\theta_2 + \Phi_7) + Z_3 \cos(\theta_3 + \gamma_7) - Z_4 \cos(\theta_4 + \psi_7) + Z_4 \cos(\theta_4) - Z_2 \cos(\theta_2) - Z_3 \cos(\theta_3) \quad (2.53)$$

$$G_{12} = Z_2 \sin(\theta_2 + \Phi_7) + Z_3 \sin(\theta_3 + \gamma_7) - Z_4 \sin(\theta_4 + \psi_7) + Z_4 \sin(\theta_4) - Z_2 \sin(\theta_2) - Z_3 \sin(\theta_3) \quad (2.54)$$

Para poder resolver las variables no conocidas, al igual que en la síntesis de conducción de cuerpo rígido se eligió el método de Newton-Raphson (véase el Apéndice B). Al desarrollar el método y tomando los siete puntos máximos de precisión contemplados, se obtiene una matriz jacobiana de 12×12 :



$$\begin{bmatrix}
 \frac{\partial G_1}{\partial Z_2} & \frac{\partial G_1}{\partial \theta_2} & \frac{\partial G_1}{\partial Z_3} & \frac{\partial G_1}{\partial \theta_3} & \frac{\partial G_1}{\partial Z_4} & \frac{\partial G_1}{\partial \theta_4} & \frac{\partial G_1}{\partial \gamma_2} & \frac{\partial G_1}{\partial \gamma_3} & \frac{\partial G_1}{\partial \gamma_4} & \frac{\partial G_1}{\partial \gamma_5} & \frac{\partial G_1}{\partial \gamma_6} & \frac{\partial G_1}{\partial \gamma_7} \\
 \frac{\partial G_2}{\partial Z_2} & \frac{\partial G_2}{\partial \theta_2} & \frac{\partial G_2}{\partial Z_3} & \frac{\partial G_2}{\partial \theta_3} & \frac{\partial G_2}{\partial Z_4} & \frac{\partial G_2}{\partial \theta_4} & \frac{\partial G_2}{\partial \gamma_2} & \frac{\partial G_2}{\partial \gamma_3} & \frac{\partial G_2}{\partial \gamma_4} & \frac{\partial G_2}{\partial \gamma_5} & \frac{\partial G_2}{\partial \gamma_6} & \frac{\partial G_2}{\partial \gamma_7} \\
 \frac{\partial G_3}{\partial Z_2} & \frac{\partial G_3}{\partial \theta_2} & \frac{\partial G_3}{\partial Z_3} & \frac{\partial G_3}{\partial \theta_3} & \frac{\partial G_3}{\partial Z_4} & \frac{\partial G_3}{\partial \theta_4} & \frac{\partial G_3}{\partial \gamma_2} & \frac{\partial G_3}{\partial \gamma_3} & \frac{\partial G_3}{\partial \gamma_4} & \frac{\partial G_3}{\partial \gamma_5} & \frac{\partial G_3}{\partial \gamma_6} & \frac{\partial G_3}{\partial \gamma_7} \\
 \frac{\partial G_4}{\partial Z_2} & \frac{\partial G_4}{\partial \theta_2} & \frac{\partial G_4}{\partial Z_3} & \frac{\partial G_4}{\partial \theta_3} & \frac{\partial G_4}{\partial Z_4} & \frac{\partial G_4}{\partial \theta_4} & \frac{\partial G_4}{\partial \gamma_2} & \frac{\partial G_4}{\partial \gamma_3} & \frac{\partial G_4}{\partial \gamma_4} & \frac{\partial G_4}{\partial \gamma_5} & \frac{\partial G_4}{\partial \gamma_6} & \frac{\partial G_4}{\partial \gamma_7} \\
 \frac{\partial G_5}{\partial Z_2} & \frac{\partial G_5}{\partial \theta_2} & \frac{\partial G_5}{\partial Z_3} & \frac{\partial G_5}{\partial \theta_3} & \frac{\partial G_5}{\partial Z_4} & \frac{\partial G_5}{\partial \theta_4} & \frac{\partial G_5}{\partial \gamma_2} & \frac{\partial G_5}{\partial \gamma_3} & \frac{\partial G_5}{\partial \gamma_4} & \frac{\partial G_5}{\partial \gamma_5} & \frac{\partial G_5}{\partial \gamma_6} & \frac{\partial G_5}{\partial \gamma_7} \\
 \frac{\partial G_6}{\partial Z_2} & \frac{\partial G_6}{\partial \theta_2} & \frac{\partial G_6}{\partial Z_3} & \frac{\partial G_6}{\partial \theta_3} & \frac{\partial G_6}{\partial Z_4} & \frac{\partial G_6}{\partial \theta_4} & \frac{\partial G_6}{\partial \gamma_2} & \frac{\partial G_6}{\partial \gamma_3} & \frac{\partial G_6}{\partial \gamma_4} & \frac{\partial G_6}{\partial \gamma_5} & \frac{\partial G_6}{\partial \gamma_6} & \frac{\partial G_6}{\partial \gamma_7} \\
 \frac{\partial G_7}{\partial Z_2} & \frac{\partial G_7}{\partial \theta_2} & \frac{\partial G_7}{\partial Z_3} & \frac{\partial G_7}{\partial \theta_3} & \frac{\partial G_7}{\partial Z_4} & \frac{\partial G_7}{\partial \theta_4} & \frac{\partial G_7}{\partial \gamma_2} & \frac{\partial G_7}{\partial \gamma_3} & \frac{\partial G_7}{\partial \gamma_4} & \frac{\partial G_7}{\partial \gamma_5} & \frac{\partial G_7}{\partial \gamma_6} & \frac{\partial G_7}{\partial \gamma_7} \\
 \frac{\partial G_8}{\partial Z_2} & \frac{\partial G_8}{\partial \theta_2} & \frac{\partial G_8}{\partial Z_3} & \frac{\partial G_8}{\partial \theta_3} & \frac{\partial G_8}{\partial Z_4} & \frac{\partial G_8}{\partial \theta_4} & \frac{\partial G_8}{\partial \gamma_2} & \frac{\partial G_8}{\partial \gamma_3} & \frac{\partial G_8}{\partial \gamma_4} & \frac{\partial G_8}{\partial \gamma_5} & \frac{\partial G_8}{\partial \gamma_6} & \frac{\partial G_8}{\partial \gamma_7} \\
 \frac{\partial G_9}{\partial Z_2} & \frac{\partial G_9}{\partial \theta_2} & \frac{\partial G_9}{\partial Z_3} & \frac{\partial G_9}{\partial \theta_3} & \frac{\partial G_9}{\partial Z_4} & \frac{\partial G_9}{\partial \theta_4} & \frac{\partial G_9}{\partial \gamma_2} & \frac{\partial G_9}{\partial \gamma_3} & \frac{\partial G_9}{\partial \gamma_4} & \frac{\partial G_9}{\partial \gamma_5} & \frac{\partial G_9}{\partial \gamma_6} & \frac{\partial G_9}{\partial \gamma_7} \\
 \frac{\partial G_{10}}{\partial Z_2} & \frac{\partial G_{10}}{\partial \theta_2} & \frac{\partial G_{10}}{\partial Z_3} & \frac{\partial G_{10}}{\partial \theta_3} & \frac{\partial G_{10}}{\partial Z_4} & \frac{\partial G_{10}}{\partial \theta_4} & \frac{\partial G_{10}}{\partial \gamma_2} & \frac{\partial G_{10}}{\partial \gamma_3} & \frac{\partial G_{10}}{\partial \gamma_4} & \frac{\partial G_{10}}{\partial \gamma_5} & \frac{\partial G_{10}}{\partial \gamma_6} & \frac{\partial G_{10}}{\partial \gamma_7} \\
 \frac{\partial G_{11}}{\partial Z_2} & \frac{\partial G_{11}}{\partial \theta_2} & \frac{\partial G_{11}}{\partial Z_3} & \frac{\partial G_{11}}{\partial \theta_3} & \frac{\partial G_{11}}{\partial Z_4} & \frac{\partial G_{11}}{\partial \theta_4} & \frac{\partial G_{11}}{\partial \gamma_2} & \frac{\partial G_{11}}{\partial \gamma_3} & \frac{\partial G_{11}}{\partial \gamma_4} & \frac{\partial G_{11}}{\partial \gamma_5} & \frac{\partial G_{11}}{\partial \gamma_6} & \frac{\partial G_{11}}{\partial \gamma_7} \\
 \frac{\partial G_{12}}{\partial Z_2} & \frac{\partial G_{12}}{\partial \theta_2} & \frac{\partial G_{12}}{\partial Z_3} & \frac{\partial G_{12}}{\partial \theta_3} & \frac{\partial G_{12}}{\partial Z_4} & \frac{\partial G_{12}}{\partial \theta_4} & \frac{\partial G_{12}}{\partial \gamma_2} & \frac{\partial G_{12}}{\partial \gamma_3} & \frac{\partial G_{12}}{\partial \gamma_4} & \frac{\partial G_{12}}{\partial \gamma_5} & \frac{\partial G_{12}}{\partial \gamma_6} & \frac{\partial G_{12}}{\partial \gamma_7}
 \end{bmatrix}
 \begin{bmatrix}
 \delta \theta_2 \\
 \delta Z_2 \\
 \delta \theta_3 \\
 \delta Z_3 \\
 \delta \theta_4 \\
 \delta Z_4 \\
 \delta \gamma_2 \\
 \delta \gamma_3 \\
 \delta \gamma_4 \\
 \delta \gamma_5 \\
 \delta \gamma_6 \\
 \delta \gamma_7
 \end{bmatrix}
 =
 \begin{bmatrix}
 -G_1 \\
 -G_2 \\
 -G_3 \\
 -G_4 \\
 -G_5 \\
 -G_6 \\
 -G_7 \\
 -G_8 \\
 -G_9 \\
 -G_{10} \\
 -G_{11} \\
 -G_{12}
 \end{bmatrix}
 \tag{2.55}$$

Para obtener la matriz jacobiana de la ecuación (2.55) se utilizó el programa desarrollado en Matlab® derivadas_generacion_función (véase Apéndice C). Una vez obtenida la matriz jacobiana se procede a definir los valores propuestos con los que se comenzará el proceso de iteración, véase [20]. Como valores iniciales para la solución del sistema de 12 ecuaciones no lineales, a través del método numérico Newton-Raphson, se proponen los siguientes valores: $Z_2=2.7$, $\theta_2=0^\circ$, $Z_3=0.87$, $\theta_3=219^\circ$, $Z_4=2.28$, $\theta_4=354^\circ$, $\gamma_2=$, $\gamma_3=$, $\gamma_4=$, $\gamma_5=$, $\gamma_6=$, γ_7 .

Con los valores propuestos y los valores de desplazamiento y ángulos de control se evalúan los términos de la matriz jacobiana, ecuaciones (2.55). Con los mismos valores propuestos y de desplazamiento se evalúan las funciones (2.43) a la (2.54), y se obtienen sus valores negativos. Con estos valores se plantea la matriz jacobiana en el término izquierdo del sistema mostrado en la ecuación (2.55); el vector independiente lo componen los términos de las funciones negativas. El sistema se resuelve para el vector incógnita. Si la diferencia de los valores obtenidos del vector incógnita con los valores propuestos es menor a un valor de error máximo permitido ($1e-10$), entonces el sistema converge a los últimos valores calculados. Al igual que en la solución para la conducción de cuerpo rígido, si el valor es mayor que el error entonces el programa no



comenzara a iterar. El programa tiene un número máximo de iteraciones para que en caso de que no converja la solución, el programa envía un aviso de que el proceso no ha convergido, por lo que es necesario modificar los valores propuestos y volver a intentar. Este procedimiento se implementó en un programa en Matlab® llamado NEWTON6 (véase apéndice B), el cual posee como argumentos de entrada el vector de los valores propuestos. La figura 2.9 muestra el mecanismo obtenido de la síntesis de generación de funciones a partir de los puntos de precisión definidos en la tabla 2.2. La tabla 2.7 presenta los valores numéricos de esta solución.

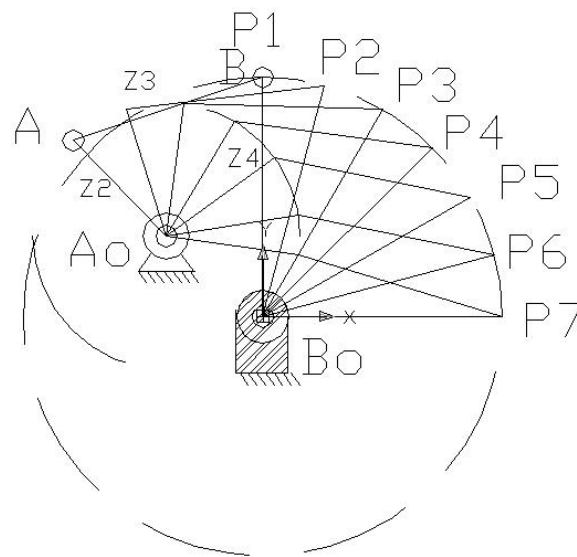


Figura 2. 9. Mecanismo de cuatro barras generado en la síntesis de generación de funciones, falange 1.

Tabla 2. 7. Dimensiones del mecanismo obtenido en la síntesis de generación de funciones.

Vector	Dimensión(mm)
Z_2	7.723
Z_3	11.546
Z_4	13.857
Fija A0B0	7.271

Pivote	Coordenadas	
	x(cm)	y(cm)
Ao	0	0
A	-5.38	5.54
Bo	0.4773	-0.5485
B	5.57	-9.18

2.7 Dimensiones del nuevo mecanismo de dedo

Para conocer las dimensiones más propicias para el prototipo de dedo se realizaron mediciones de las falanges a 5 personas, todos hombres entre 22 y 27



años y con diferentes dimensiones de falanges del dedo índice. Los resultados de estas mediciones se muestran en la tabla 2.8.

Tabla 2. 8. Estadística de las dimensiones de las falanges del dedo índice de la mano.

Persona	Falange 1 (proximal) (mm)	Falange 2 (media) (mm)	Falange 3 (distal) (mm)
1	25.7	24.1	22.5
2	27.4	22.1	23.5
3	26.2	28.8	19.4
4	27.1	25.1	19.2
5	28.3	25.3	23.1
Valor promedio:	26.94 (± 0.98)	25.08 (± 1.37)	21.54 (± 1.03)

Comparando los valores promedio de las dimensiones de las distintas falanges tabla 2.8, con las obtenidas con el programa síntesis_cinematica en Matlab®, el cual permite conocer las dimensiones de la falange 3 (cuerpo rígido) y de la falange 2 (véase Apéndice E). En dicho programa se enlaza la función Newton2 la cual converge en la primera iteración dando como dimensiones falange 3 = 18mm (vector Z_A , figura 2.5) y falange 2 = 26mm (vector W_A figura 2.5), las cuales según la tabla 2.8 para la falange 2 se encuentra dentro de rango, mientras que la falange 3 está fuera del valor promedio pero es un valor aceptable ya que se trata del cuerpo rígido. En la figura 2.10 Se muestra el mecanismo sintetizado de las falanges 2 y 3 en cinco posiciones distintas. Además se aprecia un motor (véase apéndice L) el cual proporcionará el movimiento de flexión/extensión de dichas articulaciones.

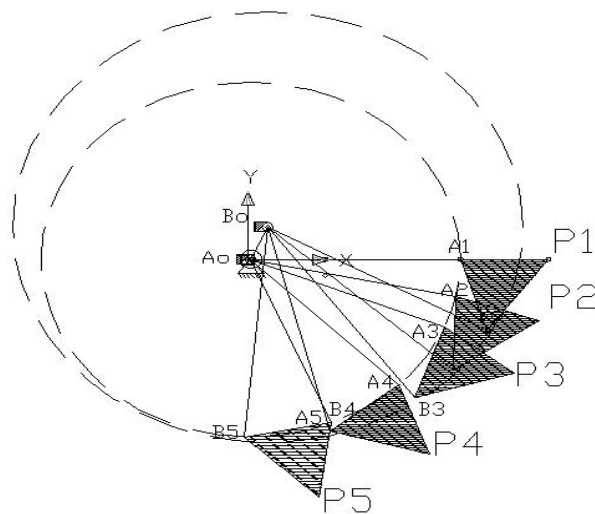


Figura 2.10. Mecanismo sintetizado en cinco posiciones distintas.



Para comprobar si el mecanismo efectúa el enrollamiento de la tercera y la segunda falange, figura 2.10., se desarrolló un modelo en el módulo SimMechanics de Matlab® (véase Apéndice G). Los resultados de la simulación se muestran en la figura 2.11., en la cual se pueden observar las trayectorias del eslabón conductor, eslabón conducido, y del punto P en el eslabón acoplador del mecanismo sintetizado.

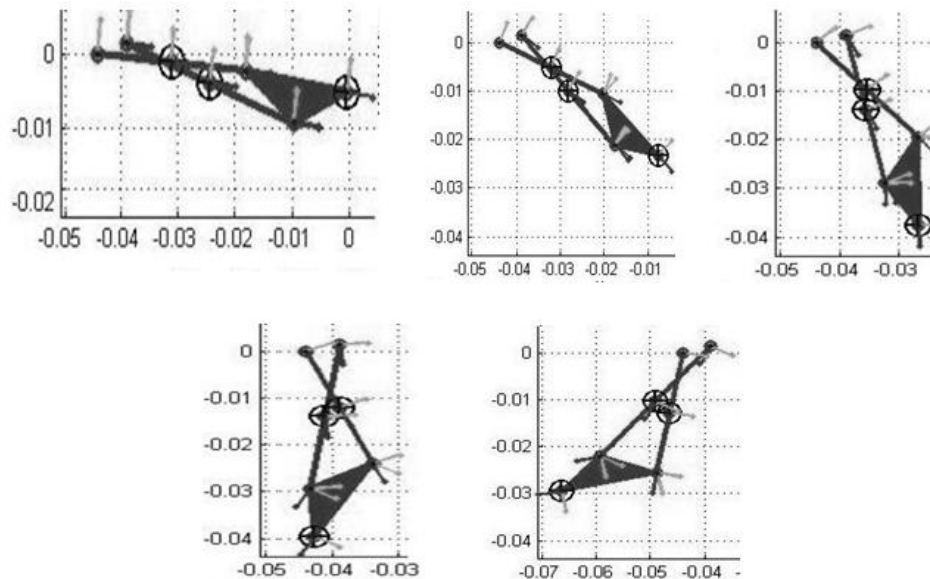


Figura 2. 11. Síntesis de cuerpo rígido, posiciones obtenidas en el modulo SimMechanics Matlab®.

En cuanto a la primera falange (proximal), sus dimensiones pueden ser escaladas independientemente de las dimensiones obtenidas del proceso iterativo, ya que como se mencionó anteriormente, una vez que se sintetiza un eslabonamiento de cuatro barras para generación de funciones, la escala de todo el eslabonamiento se puede aumentar o reducir sin alterar la relación funcional entre las rotaciones del eslabón de entrada y el de salida. De esta manera, la solución a la síntesis para el eslabón Z_2 , hecha con el programa síntesis_cinematica_dos (véase apéndice E), es para $Z_2=2.309e-14$ cm. Se elige un factor de escalamiento de $5e13$. En la figura 2.9 se muestra el mecanismo obtenido a partir de la síntesis de generación funciones ya en la escala adecuada, quedando las dimensiones de la siguiente manera el vector $Z_2=7.723$ mm correspondiente al eslabón de entrada, el vector $Z_4=13.857$ mm correspondiente al eslabón de salida, el vector $Z_3=11.546$ mm correspondiente al eslabón acoplador y finalmente el eslabón fijo 7.271 mm.



2.8 Defectos de los mecanismos

Tres tipos de defectos pueden ocurrir en un mecanismo sintetizado, los cuales pueden volver al mecanismo cinéticamente inapropiado para el diseño de una tarea. Estos defectos son conocidos como:

- Defecto de rama
- Defecto de orden
- Defecto de Grashof

Defecto de rama: Es quizás el problema más complejo. Después de construir un prototipo del mecanismo sintetizado, el diseñador puede encontrar que este solo satisface una porción de las posiciones o puntos de precisión. Esto se debe tal vez a que los puntos los satisface en distintas configuraciones del mecanismo ensamblado. Estas configuraciones distintas son llamadas *ramas del mecanismo*. Una vez que el mecanismo es ensamblado en una rama, este no podrá moverse a la otra rama excepto si físicamente tomamos este y lo re ensamblamos en la otra rama. Desafortunadamente las técnicas de síntesis no pueden diferenciar entre las dos ramas; por esta razón el mecanismo debe ser checado después de la síntesis para ver si todas las posiciones de precisión caen en una rama. Si no es así, es decir que las posiciones de precisión están unas en una rama y otras en la otra rama, entonces el mecanismo sufre del defecto de rama y el mecanismo no será útil en dicho caso.

Defecto de orden: Este tipo de defecto solo ocurre en la generación de trayectoria y guía de cuerpo rígido, ocurriendo cuando más de 3 posiciones de precisión han sido especificadas. Considere las cuatro posiciones de un punto a lo largo de su trayectoria, como se muestra en la Figura 2.12.

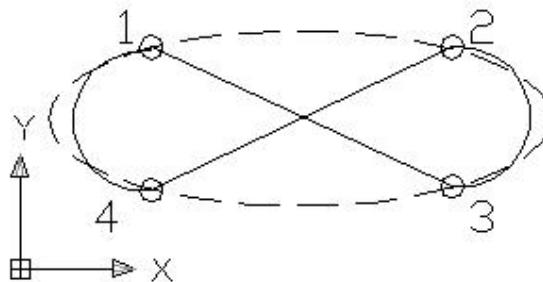


Figura 2. 12. Defecto de orden.

Al diseñador le gustaría que esos puntos fueran trazados en el orden 1, 2, 3, 4, como sería el caso para un generador de trayectoria mostrado en líneas punteadas. Desafortunadamente, la síntesis del mecanismo puede generar la



trayectoria en línea continua. En este caso las posiciones de precisión no pueden ser generadas en el orden 1, 2, 3, 4, y se dice que el mecanismo sufre del defecto de orden.

Defecto de Grashof: El ultimo tipo de defecto considerado y quizás el más fácil de identificar es el defecto de Grashof. La ley de Grashof predice la rotación relativa de los eslabones de un mecanismo de cuatro barras, muy a menudo es necesario manejar un mecanismo desde una fuente de rotación continua, tal como un motor eléctrico. En tal caso el eslabón de entrada del mecanismo es requerido a rotar completamente, si la síntesis del mecanismo no lo permite se dice que el mecanismo sufre del defecto de Grashof.

La ley de Grashof, dice: para un eslabonamiento plano de 4 barras, la suma de las longitudes de los eslabones más corto y más largo, no puede ser mayor que la suma de los eslabones restantes si se desea que exista una rotación relativa continua entre los dos elementos. El eslabón más largo "l", el más corto "s" y la de los otros dos miden "p" y "q", por lo tanto el más pequeño girara continuamente en relación con los otros tres cuando:

$$s + l \leq p + q \tag{2.56}$$

Analizando los dos mecanismos sintetizados se obtiene que para el caso del mecanismo de cuerpo rígido no se tiene ninguno de estos defectos, mientras que para el generador de funciones se poseen uno de estos defectos, el defecto de Grashof, pero como el mecanismo no va a tener rotación continua no es un impedimento para desecharlo y además los puntos de precisión se encuentran contenidos en la rama AoAB'Bo. Pero esto es bueno ya que la primera falange no será capaz de realizar otro movimiento diferente al que fue sintetizado. Si se revisan los valores extremos del eslabón de salida (Figura 2.9 y 2.10), se observa que las 5 y 7 posiciones respectivamente de los eslabones correspondientes se encuentran contenidos dentro de su rango de movilidad. Por otro lado, si se construye un prototipo físico del mecanismo con las dimensiones sintetizadas, o si se simula con algún *software* de análisis de mecanismos como se verá en el capítulo 4, se puede verificar el orden en que los puntos de precisión son generados por el mecanismo, con lo cual puede verificarse que no existe el defecto de orden además de asegurar la continuidad del movimiento entre los puntos de precisión. Esto se resume en la Tabla 2.9.

Tabla 2. 9. Defectos de los mecanismos sintetizados.

Defecto	Síntesis	
	Conducción de cuerpo rígido	Generación de funciones
Rama	NO	Rama AoAB'Bo
Orden	NO	NO
Grashof	NO	SI



2.9 Conclusiones

La síntesis de mecanismos desarrollada en este capítulo permitió obtener los mecanismos planos de cuatro barras que mejor se adecuan al movimiento de flexión/extensión del dedo. Además, los mecanismos sintetizados tienen similitud en sus longitudes y articulaciones con la mano humana, lo cual produce un movimiento más realista, lo cual también se debe a que los puntos de precisión utilizados en el proceso de síntesis fueron obtenidos a partir del procesamiento de imágenes del movimiento de flexión/extensión del dedo índice de una persona.

Capítulo 3

Análisis cinemático y síntesis del mecanismo para la muñeca.

En este capítulo se presenta la síntesis cinemática de tipo, número y dimensional del mecanismo esférico 4R para la muñeca. También se presenta una descripción del procedimiento utilizado para elegir los cuatro puntos de precisión para realizar la síntesis de generación de trayectoria.

3.1 Introducción

Un mecanismo esférico puede ser definido como aquel en el cual cada eslabón móvil rota respecto a un punto estacionario común, cualquier punto sobre un eslabón está restringido a moverse en una superficie esférica, y todas las superficies esféricas del movimiento son concéntricas. Considerando la perspectiva del mundo de los mecanismos, puede verse a los mecanismos esféricos como una clase intermedia entre los mecanismos planos y los mecanismos espaciales. De hecho, el mecanismo plano 4R es un caso especial del mecanismo esférico 4R cuando el radio de la esfera tiende a infinito. Por esta razón, existen ciertas similitudes entre estos dos mecanismos: los eslabones del mecanismo plano se mueven sobre planos *paralelos* mientras que los del esférico se mueven en superficies *concéntricas* [22].

El mecanismo esférico 4R es uno de los mecanismos tridimensionales más simples que se conocen y uno de los más antiguos que se usan, es también la forma básica de todos los mecanismos esféricos y consta de cuatro eslabones, generalmente curvos, y cuatro pares cinemáticos o uniones del tipo de revolución (R). La Figura 3.1 muestra un esquema del mecanismo esférico 4R.

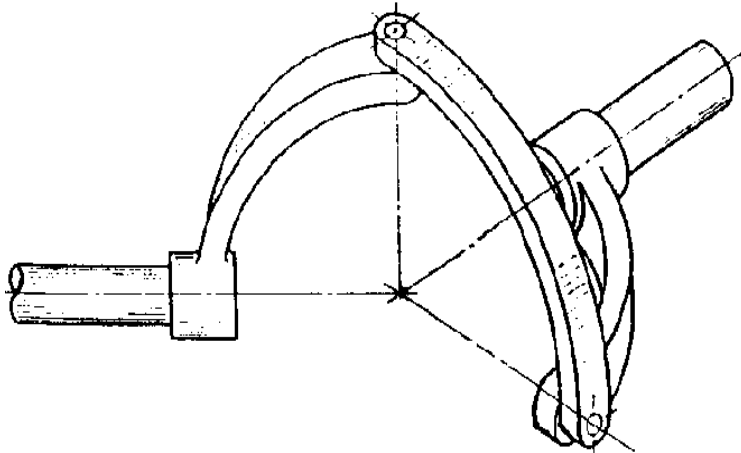


Figura 3. 1. Mecanismo esférico 4R.

Al igual que en la cinemática plana, el mecanismo básico para la generación de trayectorias en la cinemática esférica es el mecanismo esférico 4R, en el cual la trayectoria de un punto en el eslabón acoplador debe aproximarse a una trayectoria sobre la superficie de una esfera.

3.2 Obtención del movimiento deseado

Para obtener de manera precisa el movimiento de circunducción de la muñeca (ver sección 1.3.5), se utilizó el mismo método que en el caso de los mecanismos del dedo. Se tomó un video del movimiento de la muñeca por medio de una cámara webcam. Dicho video se descompuso en imágenes para obtener cuadro por cuadro el movimiento de la muñeca, ver Figura 3.2. Para la obtención y procesamiento de imágenes se empleó el mismo programa de adquisición de imágenes utilizado en la obtención de la trayectoria de movimiento del dedo. Dicho programa está hecho en el software Matlab® y se muestra en el Apéndice A. Cabe hacer mención que en la mano, específicamente entre el dedo índice y el medio, se colocó una marca como referencia para la trayectoria.

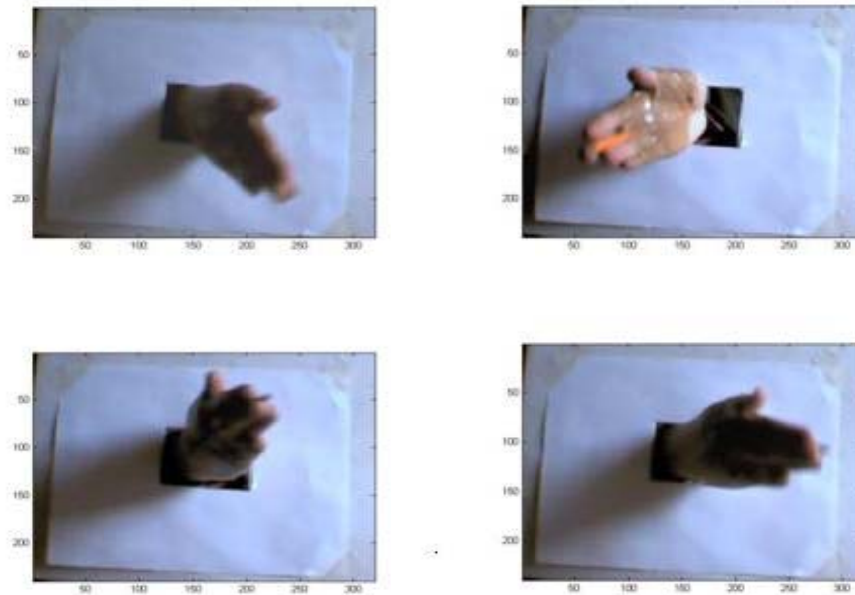


Figura 3. 2. Posiciones representativas del movimiento de circunducción de la muñeca.

Al obtener la trayectoria del movimiento de la muñeca, el siguiente paso es definir posiciones representativas del movimiento. Se seleccionaron $m=4$ posiciones representativas las cuales se muestran en la Figura 3.2. Dichas posiciones se obtuvieron a partir de $n=50$ posiciones (cuadros) observadas ($n>m$) en el movimiento.

Una vez capturado el movimiento y haber definido las marcas o puntos de precisión, se procede a la obtención de la información correspondiente a cada uno de estos puntos. Para ello se realizó un análisis en el software Autocad®, en donde se insertó cada una de las imágenes y se midió la posición y orientación de la marca sobre la mano. De esta manera se obtiene la trayectoria del aplanamiento del cono de circunducción, Figura 3.3, debido a que las imágenes obtenidas están en un plano. Si se compara esta trayectoria con la trayectoria obtenida por Kapandji [15], Figura 1.20a mostrada en el capítulo 1, se puede apreciar que la trayectoria es aproximadamente la misma.

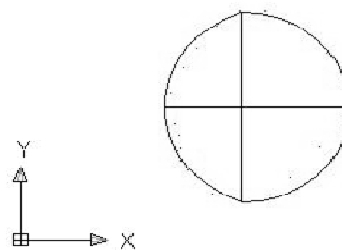


Figura 3. 3. Aplanamiento del cono de circunducción.



Después de haber obtenido la trayectoria del aplanamiento del cono, se procedió a realizar su proyección sobre una superficie esférica de radio unitario. Esta proyección fue realizada con la ayuda del software CATIA V5R12®. Los resultados obtenidos de esta proyección se muestran en la Figura 3.4. Esta trayectoria esférica es la base para definir los puntos de precisión y realizar la síntesis del mecanismo esférico para la muñeca.

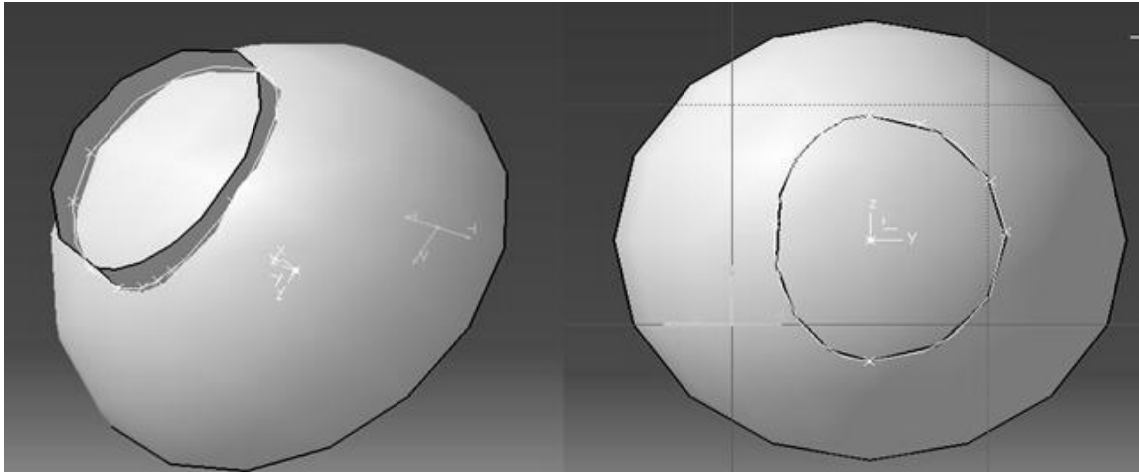


Figura 3. 4. Trayectoria dada sobre la superficie de una esfera unitaria.

3.3 Síntesis del mecanismo para la muñeca

El problema de generar una trayectoria en la cinemática plana y en la cinemática espacial ha sido extensamente estudiado [23]. Al parecer las investigaciones relacionadas con los problemas de generación de trayectorias en la cinemática esférica son relativamente pocas [24]-[28]. En teoría es posible sustituir las coordenadas de los puntos de una trayectoria deseada, en la ecuación de la curva del acoplador para después resolver y encontrar las dimensiones del mecanismo. La ecuación del eslabón acoplador para el mecanismo esférico y de acuerdo a la notación mostrada en la Figura 3.5, es:

$$U_2 V_2 = W_2^2 \quad (3.1)$$

Donde:

$$\begin{aligned} U_2 &= (\sin a)^2 (\sin l)^2 - (\cos m - \cos a \cos l)^2 \\ V_2 &= (\sin b)^2 (\sin n)^2 - (\cos b \cos n - \cos f \cos l - \sin f \sin l \cos \epsilon)^2 \\ W_2 &= (\cos a - \cos m \cos l) [\cos b - \cos n (\cos f \cos l + \sin f \sin l \cos \epsilon)] \\ &\quad - \sin m \sin n \sin l [\cos \beta (\cos f \cos l - \sin f \cos l \cos \epsilon) + \sin \beta \sin f \sin \epsilon] \end{aligned} \quad (3.2)$$

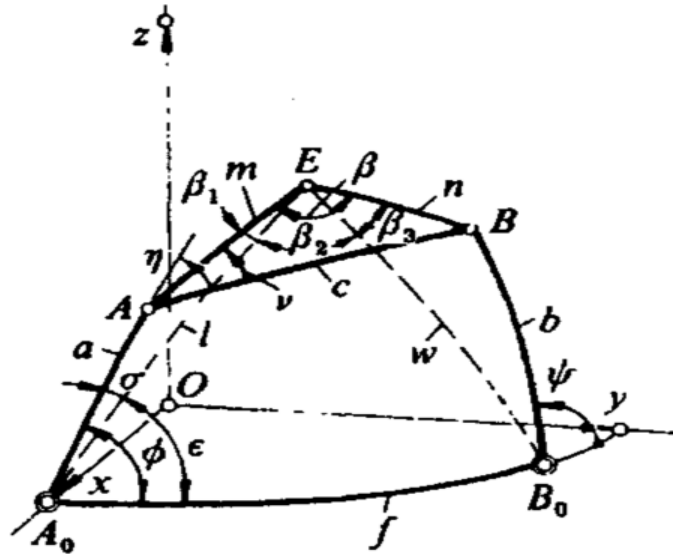


Figura 3. 5. Obtención de la curva del acoplador en coordenadas esféricas polares.

Como en la cinemática plana, si solo la localización de los puntos de precisión se define, el número máximo de puntos de precisión que pueden ser definidos para un mecanismo esférico de cuatro barras es nueve. Esto es porque de acuerdo al principio de balanceo en un proceso de síntesis [29], el número disponible de coordenadas de las cuatro juntas A_0, A, B, B_0 y los puntos del acoplador E_i son diez (Figura 3.5), mientras que la localización del primer punto de precisión E_1 requiere dos coordenadas, y la localización de cada uno de los sucesivos puntos de precisión E_2, E_3, \dots, E_9 requiere una coordenada. Sin embargo, los problemas de generación de trayectoria usualmente incluyen las coordenadas de los puntos de precisión del eslabón acoplador junto con los ángulos de rotación del eslabón de entrada para alcanzar dicha posición.

3.4 Curva del acoplador obtenida punto a punto

Refiriéndose a la Figura 3.5 las coordenadas polares esféricas de un punto sobre el acoplador en cierta posición del mecanismo esférico de cuatro barras A_0ABB_0 , con respecto al origen A_0 y el círculo A_0B_0 , se denotan por (l, ϵ) , donde l es la longitud A_0E y ϵ es su respectivo ángulo con respecto al eslabón fijo f (véase Figura 3.5). Para encontrar estas coordenadas primero se determina el ángulo n , es decir la longitud EB mediante la siguiente ecuación:

$$\tan \frac{n}{2} = \frac{-h_3^* \pm (h_3^{*2} - h_1^* + h_2^{*2})^{1/2}}{h_1^* - h_2^*} \quad (3.3)$$



En donde:

$$\begin{aligned}h_1^* &= k_1^* - k_2^* + k_3^* \cos \Phi \\h_2^* &= -k_4^* + k_5^* \cos \Phi \\h_3^* &= k_6^* \sin \Phi\end{aligned}\quad (3.4)$$

En donde:

$$\begin{aligned}k_1^* &= \cos f \cos c \cos a \\k_2^* &= \cos b \\k_3^* &= \sin f \cos c \sin a \\k_4^* &= \cos f \sin c \cos a \\k_5^* &= \sin f \sin c \cos a \\k_6^* &= \sin f \sin c\end{aligned}\quad (3.5)$$

La distancia esférica l puede ser entonces calculada aplicando la ley de cosenos al triángulo A_0AE :

$$\cos l = \cos a \cos m - \sin a \sin m \cos n - v \quad (3.6)$$

Donde v es el ángulo BAE el cual es constante. El ángulo σ (EA_0A) puede encontrarse con la siguiente expresión:

$$\sin \sigma = \sin m \frac{\sin \eta - v}{\sin l} \quad (3.7)$$

De la Figura 3.5 se tiene que:

$$\varepsilon = \varphi - \sigma \quad (3.8)$$

De esta manera la curva del acoplador puede ser obtenida punto por punto para cada valor de φ .

Como se puede observar en la ecuación (3.3), existe un doble signo el cual corresponde a dos posibles configuraciones del mecanismo para una misma posición del eslabón de entrada, Figura 3.6. En otras palabras, para un mismo ángulo de entrada φ existen dos posibles valores del ángulo de salida, ψ y $[\psi]$. Similarmente, hay dos valores del ángulo de entrada correspondientes a un solo valor del ángulo de salida ψ . Estas dos posiciones son llamadas posiciones conjugadas o ramas del mecanismo [30] y han sido utilizadas en la síntesis de mecanismos para producir las curvas del acoplador con vértices [31].

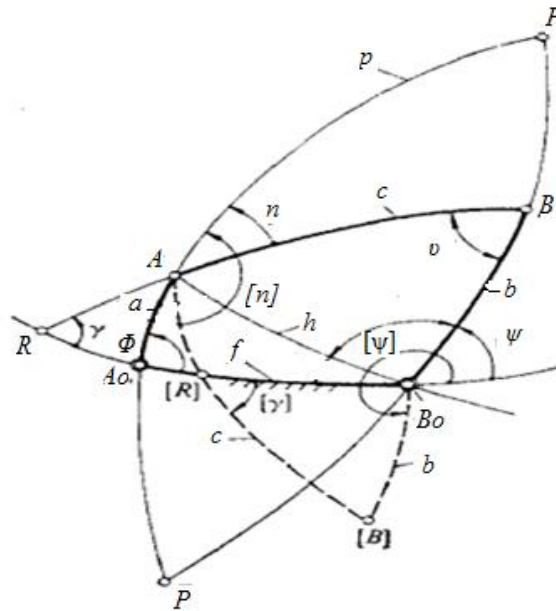


Figura 3. 6. Ramas del mecanismo esférico 4R.

Considerando las posiciones conjugadas de la ecuación (3.3), la pregunta que resulta es: ¿Cuál signo y cuál configuración son mutuamente correspondientes? Examinando la Figura 3.6 se observa que si el mecanismo dado es A_0ABB_0 , la configuración conjugada $A_0A[B]B_0$ no puede ser obtenida a menos que el mecanismo sea desensamblado y re ensamblado en dicha posición.

Para un mecanismo esférico 4R dado, el procedimiento de análisis en relación a la ecuación 3.3 para obtener n y $[n]$ puede resumirse como sigue [22]:

1. Si la movilidad del eslabón de entrada es del tipo *manivela*, el ángulo de entrada Φ varía de 0° a 360° sin que el mecanismo alcance una configuración de punto muerto; por lo que este mecanismo permanecerá siempre en la misma rama. El signo se debe identificar de acuerdo a la configuración inicial del mecanismo positivo "+", representa la rama inferior, en la cual el ángulo acoplador n toma valores en el rango $[180^\circ, 360^\circ]$. Por otro lado, el valor negativo "-", representa la rama superior en la cual el ángulo n varía en el rango $[0^\circ, 180^\circ]$, y éste se mantendrá constante durante todo el movimiento. Para pasar de una rama a la otra, es necesario desensamblar físicamente el mecanismo.
2. Cuando la movilidad del eslabón de entrada es del tipo *oscilador*, el ángulo de entrada Φ varía desde su límite inferior Φ_{\min} hasta su límite superior Φ_{\max} con el signo correspondiente a la rama original, al llegar al límite Φ_{\max} el mecanismo continua con su movimiento de retorno cinemáticamente en la misma rama. El signo de rama es el de la configuración inicial dada.



3. Si la movilidad del eslabón de entrada es del tipo *oscilador cero*, es decir cuando la condición (3.9) y (3.10) se satisfacen, el eslabón de entrada se moverá en el rango $-\phi_{\max} \leq \phi \leq \phi_{\max}$. El signo es el de la rama original y en el movimiento inicial de avance de $-\phi_{\max}$ a ϕ_{\max} . Al llegar al límite ϕ_{\max} , el mecanismo continua el movimiento de retorno cinemáticamente en la misma rama.

$$\cos(b - c) \geq \cos(f - a) \quad (3.9)$$

$$\cos(b + c) \leq \cos(f + a) \quad (3.10)$$

4. Cuando el movimiento del eslabón de entrada es del tipo *oscilador pi*, es decir la condición (3.10) se satisface y la condición (3.9) se viola, el eslabón de entrada se mueve en el rango $\phi_{\min} \leq \phi \leq -\phi_{\min}$. El signo es el de la rama original y en el movimiento inicial del mecanismo de ϕ_{\min} a $-\phi_{\min}$. Al alcanzar la posición $-\phi_{\min}$, el mecanismo continua el movimiento de retorno cinemáticamente en la misma rama.

3.5 Síntesis dimensional para la generación de trayectorias

Suponga que se requiere generar una trayectoria que pase a través de cuatro puntos de precisión E_1, E_2, E_3, E_4 , y al mismo tiempo coordinar los movimientos de $E_1 \rightarrow E_2, E_2 \rightarrow E_3, E_3 \rightarrow E_4$ con sus respectivos ángulos de giro del eslabón de entrada para alcanzar dichos puntos de precisión $\phi_{12}, \phi_{13}, \phi_{14}$, véase Figura 3.7. En este caso la localización del pivote A_0 no puede ser prescrita arbitrariamente ya que está sujeta a la condición de que los tres puntos E_2^1, E_3^1, E_4^1 deben unirse con E_1 en un círculo esférico cuyo centro esférico es A_1 , [23]. Ahora se localiza A_0 mediante la curva k_{A_0} cuyas características se encontraran a continuación.

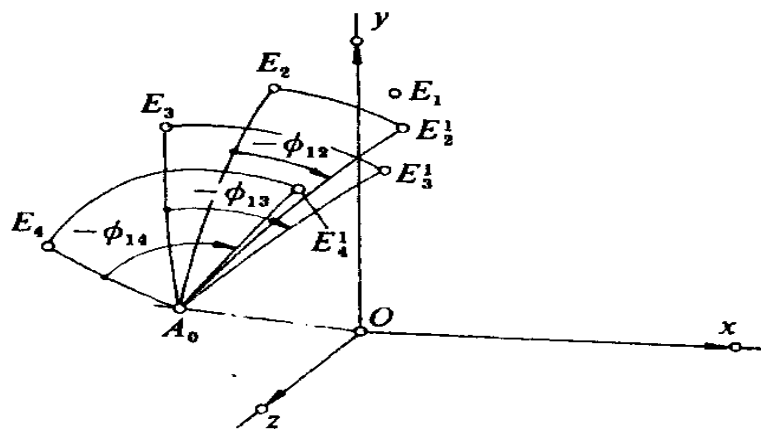


Figura 3. 7. Coordenadas de los cuatro puntos de precisión con los tres ángulos de rotación prescritos.



Para cierto centro de la manivela A_0 con coordenadas (x_0, y_0, z_0) , las cuales en general no están ligados a los ejes coordenados x, y, z como se muestra en la Figura 3.7, el punto E_i , donde $i=2, 3, 4$, es desplazado por una rotación A_0E_i alrededor de OA_0 un ángulo $-\Phi_{1i}$ para $E_i^1(x_i^1, y_i^1, z_i^1)$. Estas coordenadas son obtenidas aplicando la siguiente ecuación:

$$\begin{bmatrix} x_i^1 \\ y_i^1 \\ z_i^1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (V_{\phi_i}x_0^2 + C_{\phi_i})x_i + (V_{\phi_i}x_0y_0 + S_{\phi_i}z_0)y_i + (V_{\phi_i}z_0x_0 - S_{\phi_i}y_0)z_i \\ (V_{\phi_i}x_0y_0 - S_{\phi_i}z_0)x_i + (V_{\phi_i}y_0^2 + C_{\phi_i})y_i + (V_{\phi_i}y_0z_0 + S_{\phi_i}x_0)z_i \\ (V_{\phi_i}z_0x_0 + S_{\phi_i}y_0)x_i + (V_{\phi_i}y_0z_0 - S_{\phi_i}x_0)y_i + (V_{\phi_i}z_0^2 + C_{\phi_i})z_i \end{bmatrix}$$

$i = 2, 3, 4$ (3.11)

Donde Φ_i es remplazado por Φ_{1i} , y V_{ϕ_i} es remplazado por $1-\cos \Phi_{1i}$.

La localización de un punto en una superficie esférica unitaria es más práctica si se hace de manera algebraica. Para esto se hace referencia a la Figura 3.8, donde se localizan dos puntos A, B, de un cuerpo "c", en dos posiciones distintas llamadas A_1, B_1 y A_2, B_2 con referencia a un sistema de coordenadas xyz . En otras palabras $(x_{A1}, y_{A1}, z_{A1}), (x_{B1}, y_{B1}, z_{B1})$ y $(x_{A2}, y_{A2}, z_{A2}), (x_{B2}, y_{B2}, z_{B2})$ son las coordenadas de las dos posiciones. Entonces el vector bisector a_{12} de A_1A_2 está representado por la siguiente ecuación:

$$a_{12}: (x_{A2} - x_{A1})x_0 + (y_{A2} - y_{A1})y_0 + (z_{A2} - z_{A1})z_0 = 0$$

(3.12)

En donde (x_0, y_0, z_0) son variables. Por analogía con la ecuación (3.12), se tiene:

$$(x_i^1 - x_1)x_{A1} + (y_i^1 - y_1)y_{A1} + (z_i^1 - z_1)z_{A1} = 0$$

$i = 2, 3, 4$ (3.13)

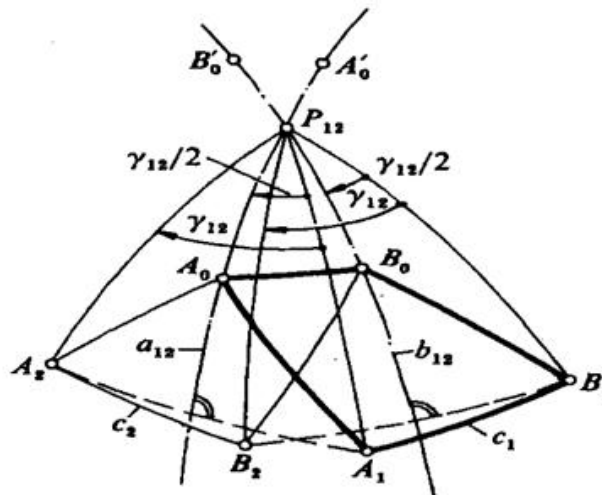


Figura 3. 8. Localización de dos posiciones sobre una esfera unitaria.



La ecuación (3.13) representa un sistema de tres ecuaciones lineales homogéneas con tres incógnitas x_{A1} , y_{A1} , z_{A1} . Para la existencia de una solución, el determinante de los coeficientes debe ser cero:

$$\begin{bmatrix} x_2^1 - x_1 & y_2^1 - y_1 & z_2^1 - z_1 \\ x_3^1 - x_1 & y_3^1 - y_1 & z_3^1 - z_1 \\ x_4^1 - x_1 & y_4^1 - y_1 & z_4^1 - z_1 \end{bmatrix} = 0 \quad (3.14)$$

Abreviando la ecuación (3.14) en forma de vector columna:

$$k_{A0}: [x_i^1 - x_1 \quad y_i^1 - y_1 \quad z_i^1 - z_1] = 0, \quad i = 2, 3, 4 \quad (3.15)$$

De acuerdo con la ecuación (3.11), las variables x_0 , y_0 , z_0 están incluidas en $(x_i^1 \ x_i^1 \ z_i^1)$. La ecuación (3.15) es por lo tanto la ecuación de la curva k_{A0} . Sustituyendo la ecuación (3.11) en la ecuación (3.15) y expandiendo el determinante, resulta en una ecuación de sexto grado con tres variables x_0 , y_0 , z_0 . Se puede demostrar que los coeficientes de los términos de sexto y quinto grado se eliminan entre si y después de una reducción de los términos de cuarto orden en unos de segundo orden, aplicando la ecuación de una esfera unitaria:

$$x_0^2 + y_0^2 + z_0^2 = 1 \quad (3.16)$$

La ecuación (3.15) se convierte en una ecuación de tercer orden en las variables x_0 , y_0 , z_0 . Sin embargo, después de una transformación a coordenadas esféricas polares (p_0, θ_0) del punto A_0 mediante las ecuaciones:

$$\begin{cases} x = \sin p \cos \theta \\ y = \sin p \sin \theta \\ z = \cos p \end{cases} \quad (3.17)$$

La ecuación (3.15) se convierte en:

$$k_{A0}: q_{06}t^6 + q_{05}t^5 + q_{04}t^4 + q_{03}t^3 + q_{02}t^2 + q_{01}t + q_{00} = 0 \quad (3.18)$$

Donde $t = \tan p_0$ y los coeficientes q_{06} , q_{05} , ..., q_{00} son funciones de θ_0 , cuyas expresiones se encuentran en el apéndice H. Para cada valor asumido de θ_0 hay seis valores reales o imaginarios de $t = \tan p_0$, o seis puntos sobre la curva k_{A0} . La curva k_{A0} es una esfera de sexto orden.

Si las coordenadas esféricas polares se escogen de tal forma que el origen se encuentre sobre la curva k_{A0} , entonces el termino constante q_{00} en la ecuación (3.18) desaparece. Considere un punto Q sobre el bisector perpendicular del gran círculo E_1E_2 como se muestra en la Figura 3.9. El ángulo $E_2QE_1 = -\Phi_{12}$, es el ángulo que el círculo QE_2 debe ser desplazado alrededor del eje OQ, para que



QE_2 coincide con QE_1 . El punto Q es un punto en la curva k_{A_0} , si A_0 es escogido en Q se convertirá en el polo P_{12} del acoplador y el punto E_2^1 debe coincidir con E_1 , el cual junto con sus dos correspondientes puntos E_2^1 y E_2^2 deben unirse en un círculo esférico. Esto es lo que en cinemática plana se llama el principio de reducción de la posición por punto, el cual ha sido también aplicado a la cinemática espacial [32].

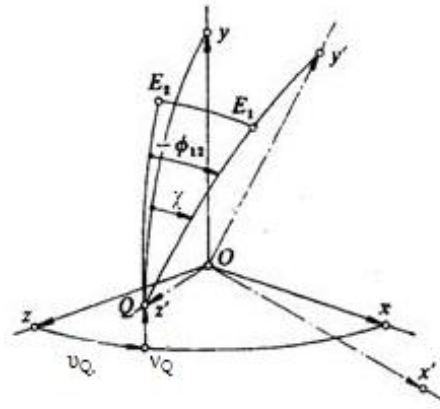


Figura 3. 9. Sistema coordenado elegido $x'y'z'$.

Un punto similar a Q puede ser localizado sobre un bisector perpendicular a E_1E_3 y E_1E_4 , con sus respectivos ángulos $-\phi_{13}$ y $-\phi_{14}$. Suponga que se quiere rotar el sistema coordenado hasta que el eje z este orientado en la dirección OQ y el plano yz pase a través de E_1 , como se muestra en el sistema $x'y'z'$ de la Figura 3.9. Sean las coordenadas esféricas rectangulares del punto Q con respecto del sistema original xyz (v_Q, ν_Q) como se definen en la Figura 3.9, y el ángulo entre QE_1 y el meridiano que pasa a través de Q denotado por χ , el cual es negativo como se puede apreciar en la Figura 3.9. Las coordenadas (x, y, z) de un punto con respecto al origen del sistema xyz son transformadas en $(x'y'z')$ con respecto al sistema rotado $x'y'z'$ mediante la siguiente ecuación:

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{bmatrix} = M_Q \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} \quad (3.19)$$

Donde:

$$M_Q = \begin{bmatrix} C_v C_\chi - S_v S_\nu S_\chi & C_\nu S_\chi & -S_\nu C_\chi - C_\nu S_\nu S_\chi \\ -C_\nu S_\chi - S_\nu S_\nu C_\chi & C_\nu C_\chi & S_\nu S_\chi - C_\nu S_\nu C_\chi \\ S_\nu C_\nu & S_\nu & C_\nu C_\nu \end{bmatrix} \quad (3.20)$$

Y $S_\nu = \sin \nu_Q$, $S_v = \sin v_Q$, $S_\chi = \sin \chi$, $C_\chi = \cos \chi$, $C_\nu = \cos \nu_Q$, $C_u = \cos v_Q$. La derivación de la matriz M_Q se encuentra en el apéndice H.



Un punto en la curva k_{A_0} puede ser elegido como A_0 . Sustituyendo las coordenadas de A_0 , de preferencia en coordenadas rectangulares (x_0, y_0, z_0) aplicando las ecuaciones (3.21) en la ecuación (3.13) para $i=1,2$, se puede resolver la ecuación (3.13) para x_{A_1}/z_{A_1} y y_{A_1}/z_{A_1} con $i=1$ y 2. Las coordenadas $(x_{A_1}, y_{A_1}, z_{A_1})$ son estimadas aplicando la ecuación (3.16). El punto A_2, A_3 y A_4 pueden ser determinados sin dificultad. Las ecuaciones de transformación de coordenadas de (p_0, θ_0) a (x_0, y_0, z_0) son:

$$\begin{cases} \cos p = z \\ (\sin p)^2 = x^2 + y^2 \\ (\tan p)^2 = \frac{x^2 + y^2}{z^2} \\ \sin \theta = \frac{y}{\sqrt{x^2 + y^2}} \\ \cos \theta = \frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}} \end{cases} \quad (3.21)$$

$$\left(\frac{x}{z}\right)^2 + \left(\frac{y}{z}\right)^2 + 1 = \frac{1}{z^2} \quad (3.22)$$

Con las cuatro posiciones A_1E_1, A_2E_2, A_3E_3 y A_4E_4 del eslabón acoplador, se determina el pivote B_0 el cual puede ser elegido sobre la curva correspondiente del punto de centro k_m , la cual puede determinarse como se explica a continuación.

En el caso de cuatro puntos de precisión existen cuatro matrices de desplazamiento D_{12}, D_{13} y D_{14} , las cuales se expresan de la siguiente manera:

$$D_{1i} = \begin{bmatrix} d_{11i} & d_{12i} & d_{13i} \\ d_{21i} & d_{22i} & d_{23i} \\ d_{31i} & d_{32i} & d_{33i} \end{bmatrix} \quad (3.23)$$

Donde D_{1i} es la matriz de rotación del eslabón de entrada o manivela de la posición A_iE_i ($i=1, 2, 3,4$).

Entonces para la localización de B_0 se tienen las siguientes ecuaciones:

$$\begin{aligned} L_2 x_{A_1} + Q_2 y_{A_1} + H_2 z_{A_1} &= 0 \\ L_3 x_{A_1} + Q_3 y_{A_1} + H_3 z_{A_1} &= 0 \\ L_4 x_{A_1} + Q_4 y_{A_1} + H_4 z_{A_1} &= 0 \end{aligned} \quad (3.24)$$



Donde:

$$\begin{aligned} L_i &= (d_{11i} - 1)x_0 + d_{21i}y_0 + d_{31i}z_0 \\ Q_i &= d_{12i}x_0 + (d_{22i} - 1)y_0 + d_{32i}z_0 \\ H_i &= d_{13i}x_0 + d_{23i}y_0 + (d_{33i} - 1)z_0 \end{aligned} \quad (3.25)$$

Otra vez para la existencia de una solución, el determinante de los coeficientes debe ser cero o dicho de otra forma:

$$\begin{vmatrix} L_2 & Q_2 & H_2 \\ L_3 & Q_3 & H_3 \\ L_4 & Q_4 & H_4 \end{vmatrix} = 0 \quad (3.26)$$

La ecuación (3.26) junto con la ecuación (3.16) (ecuación de una esfera unitaria), representa la correspondiente ecuación de la curva de punto de centro k_m para la localización del punto $B_0 (x_0, y_0, z_0)$. Expandiendo el determinante de la ecuación (3.26) resulta la siguiente ecuación de tercer orden en las variables x_0, y_0, z_0 :

$$k_m: m_1y_0^3 + m_2x_0y_0^2 + m_3x_0^2y_0 + m_4x_0^3 + m_7y_0^2z_0 + m_8x_0y_0z_0 + m_9z_0x_0^2 + m_5y_0z_0^2 + m_6z_0^2x_0 + m_{10}z_0^3 \quad (3.27)$$

Las expresiones de los coeficientes m_1, m_2, \dots, m_9 en la ecuación anterior se encuentran en el apéndice I. Después de una transformación de las coordenadas (x_0, y_0, z_0) en coordenadas esféricas polares (p_0, θ_0) , la ecuación (3.27) se reduce a:

$$k_m: M_2(\tan p_0)^2 + M_1 \tan p_0 + M_0 \quad (3.28)$$

Donde los coeficientes M_2, M_1, M_0 se encuentran listados en el apéndice I. La curva de punto de centro k_m puede ser tratada también como una función cuadrática. Una vez obtenido el punto B_0 sobre la curva k_m el punto B_1 puede ser calculado.

Existen ∞^2 soluciones posibles, correspondientes a un número ∞^1 de formas de elegir A_0 sobre k_{A_0} y ∞^1 formas de elegir B_0 en k_m .

3.5.1. Solución numérica al problema de síntesis

A partir de la trayectoria de movimiento de la muñeca obtenida mediante el procesamiento de imágenes, y de la proyección de esta trayectoria sobre una superficie esférica, los cuatro puntos de precisión correspondientes al punto E sobre el eslabón acoplador se seleccionan. Estos puntos se muestran en la tabla 3.1 y están referidos al sistema xyz.



Tabla 3. 1. Coordenadas de los puntos de precisión y sus correspondientes ángulos del eslabón de entrada.

E_i	x_i	y_i	z_i	Φ_i (°)
1	0.842	-0.1006	0.531	0
2	0.8608	-0.1938	0.4706	20
3	0.8787	-0.2534	0.4046	40
4	0.8981	-0.3067	0.3152	60

El problema de síntesis se establece como: encontrar las dimensiones y ubicación del mecanismo esférico 4R cuyo eslabón acoplador pase a través de los cuatro puntos E_1 , E_2 , E_3 y E_4 , y que al mismo tiempo genere los movimientos $E_1 \rightarrow E_2$, $E_1 \rightarrow E_3$, $E_3 \rightarrow E_4$ con sus respectivos ángulos de giro del eslabón de entrada para alcanzar dichos puntos de precisión Φ_2 ($=\Phi_{12}$), Φ_3 ($=\Phi_{13}$), Φ_4 ($=\Phi_{14}$).

El punto Q como se muestra en la Figura 3.9 es localizado de acuerdo al procedimiento mencionado en el apéndice H. Este procedimiento ha sido programado en Matlab®, se anexa el programa (llamado síntesis cinemática mecanismo esférico 4R) en el apéndice J. El resultado para el punto Q es:

$$Q = (0.9637, 0.0220, 0.2661) \quad (3.29)$$

Donde la matriz de transformación en la ecuación (3.20) se construye como:

$$M_Q = \begin{bmatrix} 0.1230 & -0.9210 & -0.3696 \\ 0.2369 & 0.3889 & -0.8903 \\ 0.9637 & 0.0220 & 0.2661 \end{bmatrix} \quad (3.30)$$

Las cuatro posiciones de E, tabla 3.1, son transformadas al nuevo sistema de referencia $x'y'z'$ quedando como:

$$\begin{aligned} E'_1 & (0, -0.3124, 0.9505) \\ E'_2 & (0.1105, -0.2904, 0.9505) \\ E'_3 & (0.1920, -0.2506, 0.9489) \\ E'_4 & (0.2765, -0.1871, 0.9426) \end{aligned} \quad (3.31)$$

Basados en estas nuevas coordenadas y los valores de Φ_2 , Φ_3 , Φ_4 ; los 20 coeficientes de k_{31} , k_{32}, \dots, k_0 ; de la ecuación H.4 del apéndice H, la cual es la ecuación de la curva k_{A0} cuyos coeficientes se calculan conforme al procedimiento ahí mencionado y obtenido de [23]. De esta manera se genera la correspondiente curva k_{A0} de la Figura 3.10 (curva en color negro), cabe recalcar que aunque la curva este seccionada se trata de la misma curva.

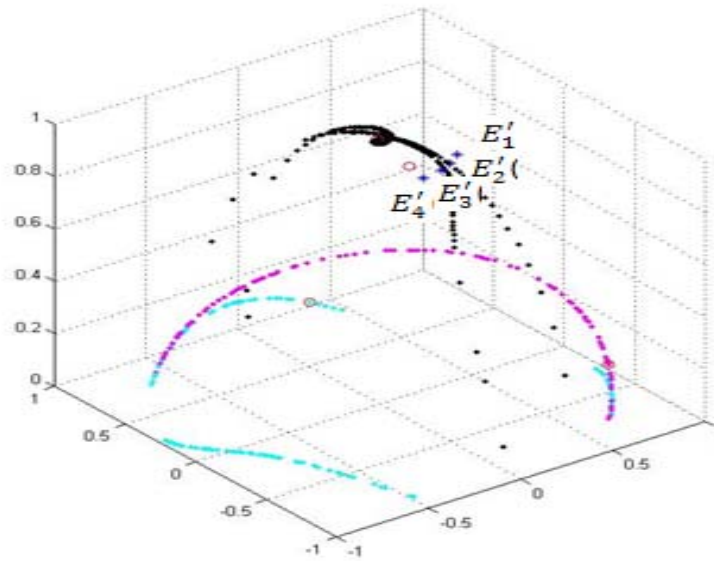


Figura 3. 10. Curva k_{A_0} .

Se escoge arbitrariamente el pivote A'_0 sobre la curva k_{A_0} , en este caso se escogió:

$$A'_0(0.0063, 0.0298, 0.9995) \quad (3.32)$$

El punto A'_1 es:

$$A'_1(-0.0108, -0.2267, 0.9739) \quad (3.33)$$

Los puntos homólogos de A'_1 son encontrados al aplicar la ecuación (3.11), con una rotación de $A'_0A'_1$ alrededor del eje OA'_0 y aplicando sus respectivos ángulos de giro $20^\circ, 40^\circ, 60^\circ$:

$$\begin{aligned} A'_2(0.0776, -0.2171, 0.9731) \\ A'_3(0.1575, -0.1779, 0.9714) \\ A'_4(0.2191, -0.1137, 0.9691) \end{aligned} \quad (3.34)$$

Con las cuatro posiciones conocidas de $A'_1E'_1, A'_2E'_2, A'_3E'_3, A'_4E'_4$ del eslabón acoplador, se puede elegir un centro de pivoteo B'_0 sobre la curva punto de centro, tal y como se explica en el apéndice I. El resultado es:

$$B'_0(0.8708, -0.4827, 0.0939) \quad (3.35)$$

Y su correspondiente punto B'_1 es:



$$B'_1(0.3417, 0.9389, 0.0406) \quad (3.36)$$

Una vez encontrados los puntos de pivoteo $A'_0, A'_1, B'_0, B'_1, E'_1$, (tabla 3.2), se encuentran las dimensiones del mecanismo esférico 4R buscado (tabla 3.3), las cuales de acuerdo a la Figura 3.5 son:

Tabla 3. 2. Puntos de pivoteo del mecanismo esférico 4R sintetizado.

Pivote	x(cm)	y(cm)	z(cm)
A'_0	0.0063	0.0298	0.9995
A'_1	-0.0108	-0.2267	0.9739
B'_0	0.8708	-0.4827	0.0939
B'_1	0.3417	0.9389	0.0406

Tabla 3. 3. Dimensiones del mecanismo esférico 4R sintetizado.

Eslabón	Longitud (°)
a	14.8465
b	98.7313
c	100.1971
f	85.1227
m	4.7795
n	104.7559
v	162.6676

Tomando estos valores de los eslabones del mecanismo, se realiza una simulación en Matlab® para verificar que efectivamente se cumpla la trayectoria deseada. Los resultados de la curva generada por el eslabón acoplador del mecanismo sintetizado, se muestran en la Figura 3.11, indicándose con círculo los puntos generados y con un asterisco los puntos deseados.

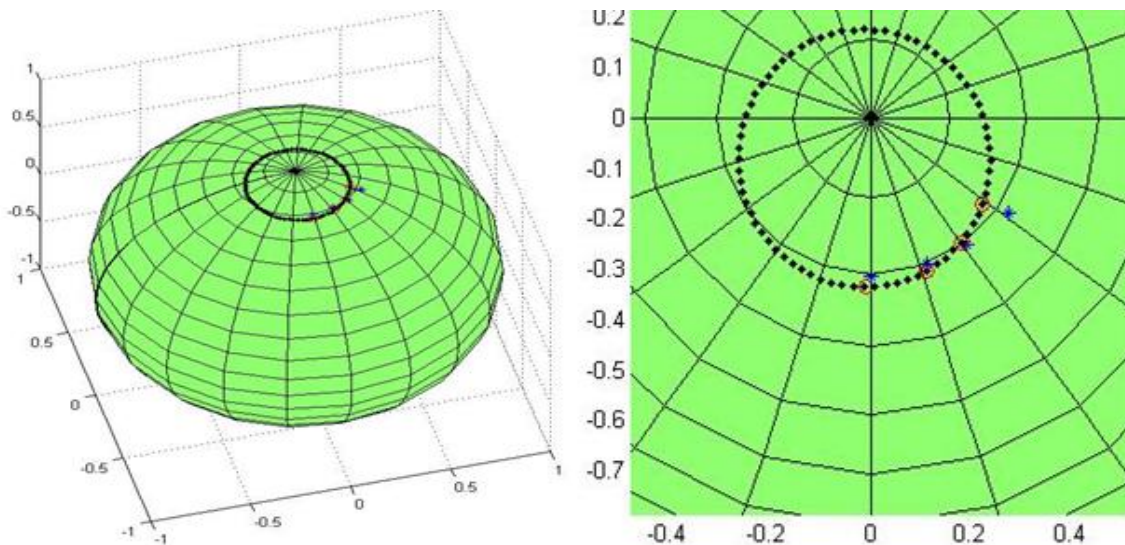


Figura 3. 11. Curva generada por el eslabón acoplador.



3.6. Error estructural del mecanismo

La diferencia entre la función generada $P_g(x_g y_g z_g)$, y la función deseada $P_d(x_d y_d z_d)$, por lo general es conocida como "error estructural" [33]. Por lo tanto, el error estructural puede evaluarse matemáticamente como:

$$e_s = \sqrt{(P_{gx} - P_{dx})^2 + (P_{gy} - P_{dy})^2 + (P_{gz} - P_{dz})^2} \quad (3.37)$$

Para varios puntos el error se puede organizar como un arreglo vectorial dado por:

$$e = \begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \\ \vdots \\ e_m \end{bmatrix} \quad (3.38)$$

Siendo e_k la componente $k_{ésimo}$ del vector e de dimensión m , correspondiente al $k_{ésimo}$ punto de precisión. Cada vector de error, e , tiene que ser conceptualmente homogéneo. Una medida de comparación del error puede ser obtenida mediante el cálculo de la norma de cada vector de error. En este caso la norma euclidiana, η , puede aplicarse como sigue:

$$\eta = \sqrt{\frac{e_1^2 + e_2^2 + \dots + e_m^2}{m}} \quad (3.39)$$

En el caso del mecanismo sintetizado para la muñeca, la Tabla 3.4 muestra el error estructural medido en los puntos deseados. La norma del error estructural resultó en $\eta=0.0347\text{mm}$, que al compararlo con el radio de la esfera utilizado (1 mm), representa un 3.47 %. Este error se considera aceptable para la tarea que va realizar y debido a la similitud de la trayectoria generada (Figura 3.4), con la deseada (Figura 3.11), el mecanismo sintetizado es viable.

Tabla 3.4. Error estructural del mecanismo esférico para la muñeca, por medio de la síntesis de generación de trayectorias.

E_i	ϕ_i (°)	Punto Deseado después de rotar los puntos de la Tabla 3.1			Punto Generado			e_s Error estructural
		x	y	Z	x	y	z	
1	0	0	-0.3124	0.9505	0.0088	-0.3343	0.9424	0.0322
2	20	0.1105	-0.2904	0.9505	0.1129	-0.3024	0.9465	0.0172
3	40	0.1920	-0.2506	0.9489	0.1801	-0.2466	0.9522	0.0131
4	60	0.2765	-0.1871	0.9426	0.2239	-0.1706	0.9596	0.0575
Norma euclidiana								0.0347



3.8. Conclusiones

En este capítulo se logró sintetizar un mecanismo que reproduce el movimiento de circunducción de la muñeca, permitiendo orientar la mano para adoptar la posición óptima al realizar movimientos de prensión. Con el desarrollo de este mecanismo se logra reproducir efectivamente el movimiento de la muñeca, ya que generalmente en los diseños existentes de prótesis de mano solo se inserta un servomecanismo que proporciona un movimiento de rotación el cual no corresponde al movimiento de la muñeca sino del brazo.

Capítulo 4

Evaluación de los mecanismos con base en un análisis de adecuación

En este capítulo se estudian los movimientos de prensión y manipulación de la mano, lo cual es de fundamental importancia para la construcción de un mecanismo de prensión con dedos articulados. Con base a ello, se diseña un prototipo virtual del dedo humano para simular su flexión y extensión. En cuanto a la muñeca se comprueba que efectivamente pueda orientar la prótesis de mano para adoptar la posición óptima al realizar tareas de prensión. El prototipo virtual final de la mano, tiene medidas antropomórficas basadas en las de un mexicano promedio, y está diseñada para ser similar en apariencia y funcionalidad a una mano humana. Al final del capítulo se presenta un análisis del desempeño funcional de la prótesis de mano propuesta. Cabe resaltar que sus aplicaciones no están limitadas únicamente para fines protésicos, sino que además puede ser utilizada como pinza (gripper) industrial.

4.1 Movimientos de prensión de la mano

La mano humana se encuentra conectada a la muñeca y posee 21 grados de libertad los cuales son accionados por cerca de cuarenta músculos [34]. La estructura ósea de la mano se presenta en la Figura 4.1, en donde se puede apreciar que el dedo pulgar está fijo en una posición más baja que los demás gracias a su hueso metacarpo, el cual le permite cerrar y rotar de forma que el plano de orientación cambia permitiendo a este oponerse a los dedos índice, corazón, anular y menique. Los movimientos de aducción y abducción permiten al pulgar moverse hacia dentro y fuera de la palma de la mano.

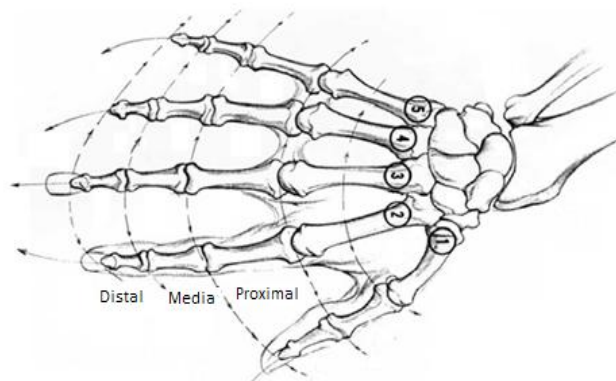


Figura 4. 1. Huesos de la mano.



Los músculos y articulaciones de la mano permiten una gran variedad de configuraciones de sujeción que pueden ser clasificadas en tres grandes grupos [15]: las presas o pinzas, las presas con la gravedad y las presas con acción. Esto no resume todas las posibilidades de acción de la mano, además de la prensión, la mano también puede realizar percusiones, contacto y expresión gestual.

4.1.1 Las presas o pinzas

Las presas o pinzas no necesitan la participación de la gravedad y se clasifican en tres grupos: las presas digitales, las presas palmares, las presas centradas.

Las presas digitales

Las presas digitales se dividen a su vez en dos subgrupos: las pinzas bidigitales y las pinzas pluridigitales:

A) Las *presas bidigitales* constituyen la clásica pinza pulgodigital, generalmente pulgar - índice. Asimismo, son de tres tipos, dependiendo de que la oposición sea terminal, subterminal o subterminolateral.

1) La *presa por oposición terminal o terminopulpejo* (Figura 4.2a) es la más fina y precisa. Permite sujetar un objeto de pequeño calibre o coger un objeto muy fino: un cerillo o una aguja. El pulgar y el dedo índice (o el dedo corazón) se oponen por el extremo del pulpejo e incluso en el caso de algunos objetos extremadamente finos (coger un pelo) por el borde de la uña. Por lo tanto, se necesita un pulpejo elástico y correctamente apuntalado por la uña, cuya función es primordial en este tipo de prensión. Por este motivo también se puede denominar prensión pulpejo - ungüéal.

2) La *prensión por oposición subterminal o del pulpejo* (Figura 4.2c) es el tipo más común. Permite sujetar objetos relativamente más gruesos: un lápiz o una hoja de papel. La prueba de eficacia de la prensión del pulpejo subterminal consiste en intentar arrancar una hoja de papel sujeto con firmeza por el pulgar y el dedo índice. En este tipo de prensión, el pulgar y dedo índice (o cualquier otro dedo) se oponen por la cara palmar del pulpejo.

3) La *presa por oposición subterminolateral o pulpolateral* (Figura 4.2d), como cuando se sujeta una moneda, puede suplir la oposición terminal o la subterminal cuando se han amputado las dos últimas falanges del dedo índice, la presa es menos fina aunque sigue siendo



sólida. La cara palmar del pulpejo del pulgar contacta con la cara externa de la primera falange del dedo índice.

4) Entre las presas digitales, existe una que no constituye una pinza pulgodigital, se trata de la *presión interdigital latero lateral* (Figura 4.2b) la cual es un tipo de presión accesoria: por ejemplo sujetar un cigarro o cualquier otro objeto pequeño. Generalmente se efectúa entre el dedo índice y el dedo corazón, el pulgar no interviene. El diámetro del objeto que se ha de coger debe ser pequeño. Es una presa débil y sin precisión, aunque los individuos que sufren amputación del pulgar la desarrollan de manera sorprendente.

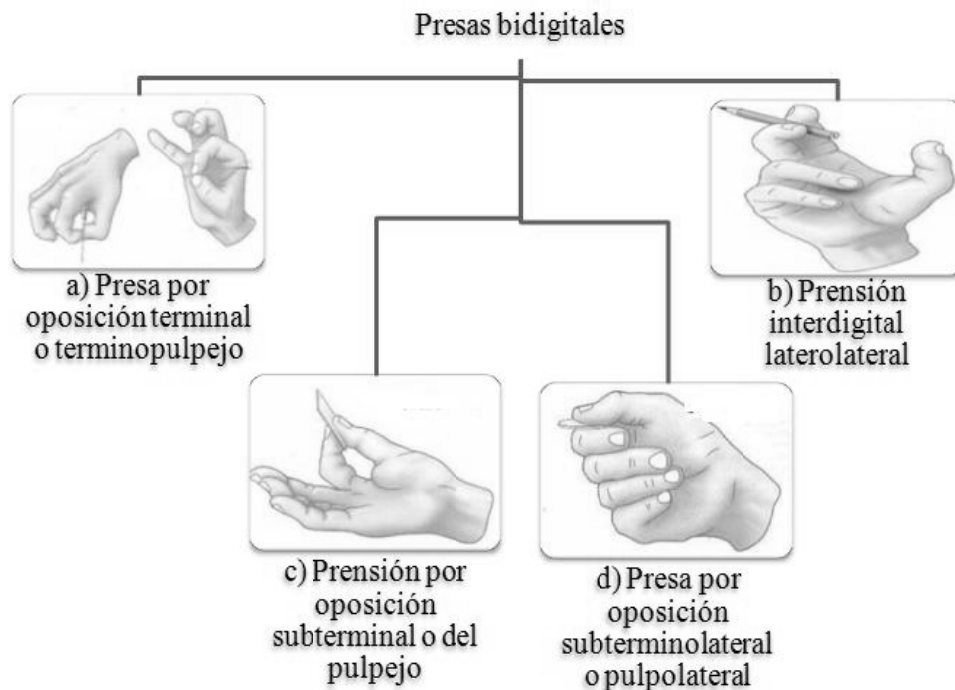


Figura 4. 2. Clasificación presas bidigitales.

B) Las *presas pluridigitales* hacen intervenir, además del pulgar, los otros dos, tres o cuatro dedos, ver Figura 4.3. Permiten una presión mucho más firme que la bidigital.

1) Las *presas tridigitales* comprometen al pulgar, dedo índice y dedo corazón y son las que se utilizan con mayor frecuencia. Una parte importante, por no decir preponderante, de la humanidad que no usa el tenedor, utiliza esta presa para llevarse los alimentos a la boca. Se asemeja entonces a la *presa tridigital* del pulpejo (Figura 4.3a), tal cual se emplea para sujetar una pelota pequeña donde el pulgar opone su pulpejo al del dedo índice y al del



dedo corazón en relación al objeto. Por ejemplo, escribir con un lápiz, necesita una *presa tridigital*, del pulpejo en el caso del dedo índice y del pulgar, y lateral para la tercera falange del dedo corazón que sirve de soporte al igual que el fondo de la primera comisura. La acción de desenroscar el tapón de un frasco es una *presa tridigital*, lateral para el pulgar y la segunda falange del dedo corazón que se oponen directamente y del pulpejo para el dedo índice que bloquea el objeto sobre el tercer lado.

- 2) Las *presas tetradigitales* se utilizan cuando se trata de un objeto muy grueso que debe cogerse con mayor firmeza. La presa tetradigitales puede ser:
 - *Tetradigital del pulpejo* (Figura 4.3d). Se utiliza cuando se coge un objeto esférico como una pelota de ping-pong. En este caso se puede observar que el contacto se lleva a cabo por el pulpejo en el caso del pulgar, dedo índice y dedo corazón, mientras que es lateral en el caso de la tercera falange del dedo anular, cuya función es evitar que el objeto se escape hacia dentro;
 - *Tetradigital pulpejo - lateral* (Figura 4.3c). Se utiliza cuando se desenrosca una tapa. En este caso, el contacto del pulgar es amplio, abarcando el pulpejo y la cara palmar de la primera falange, así como sobre el dedo índice y el dedo corazón; es lateral y del pulpejo en la segunda falange del dedo anular que bloquea el objeto por dentro. El "rodeo" de la tapa por los cuatro dedos produce un movimiento de espiral sobre el segundo, tercero y cuarto dedos y se puede demostrar que la resultante de las fuerzas que ejercen se anula en el centro de la tapa que se proyecta hacia la articulación metacarpofalángica del dedo índice;
 - *Tetradigital del pulpejo pulgotridigital* (Figura 4.3e). Se utiliza como en el caso de sostener un pincel o un lápiz: el pulpejo del pulgar dirige y mantiene el objeto con fuerza contra el pulpejo del dedo índice, del dedo corazón y del dedo anular casi en máxima extensión. También es la forma en la que el violinista y el violonchelista sujetan su arco.
- 3) Las *presas pentadigitales* emplean todos los dedos (Figura 4.3b), el pulgar se opone de forma variada a los otros dedos. Se utilizan generalmente para coger grandes objetos. Sin embargo, cuando se trata de un objeto pequeño, se puede coger con un *presa pentadigital del pulpejo*, de modo que sólo el quinto dedo efectúa un contacto lateral. Si el objeto es un poco más voluminoso, como una pelota de tenis, la presa se convierte en *pentadigital del pulpejo-lateral*: los cuatro primeros dedos contactan con toda su cara palmar y envuelven el objeto casi totalmente, el pulgar se opone a los otros



tres dedos y el dedo meñique evita mediante su cara externa cualquier posible desplazamiento del objeto hacia dentro y en sentido proximal. Aunque no se trata de una presa palmar, la pelota se localiza más en los dedos que en la palma de la mano, también es una presa firme.

Otra presa pentadigital que podría denominarse *presa pentadigital comisural*, coge objetos gruesos hemiesféricos, como por ejemplo un tazón, envolviéndolo con la primera comisura: pulgar y dedo índice ampliamente extendidos y separados contactan con toda su cara palmar, lo que precisa una gran flexibilidad y posibilidades normales de separación de la primera comisura. Este no es el caso tras las fracturas del primer metacarpiano o las heridas del primer espacio que acarrearán una retracción de la primera comisura. Además, el cuenco lo sujetan el dedo corazón, el dedo anular y el dedo meñique, que no contactan más que a través de sus dos últimas falanges. Por lo tanto, se trata más bien de una presa digital y no palmar.

La *presa pentadigital "panorámica"* permite coger grandes objetos planos, una bandeja por ejemplo. Para poder realizarla se necesita una gran separación de los dedos, ampliamente divergentes, el pulgar se coloca en retro posición y en máxima extensión, de modo que está en máxima contraposición. Se opone diametralmente al dedo anular, con el que tensa un arco de 180° sobre el que se enganchan el dedo índice y el dedo corazón (véase Figura 4.3b). El dedo meñique "muerde" el otro semicírculo de tal manera que el arco establecido entre él y el pulgar es de 215° ; estos dos dedos en máxima separación forman con el dedo índice una presa "triangular" casi regular, y con los otros dedos una *presa tipo "garfio"* de la que el objeto no puede escapar.

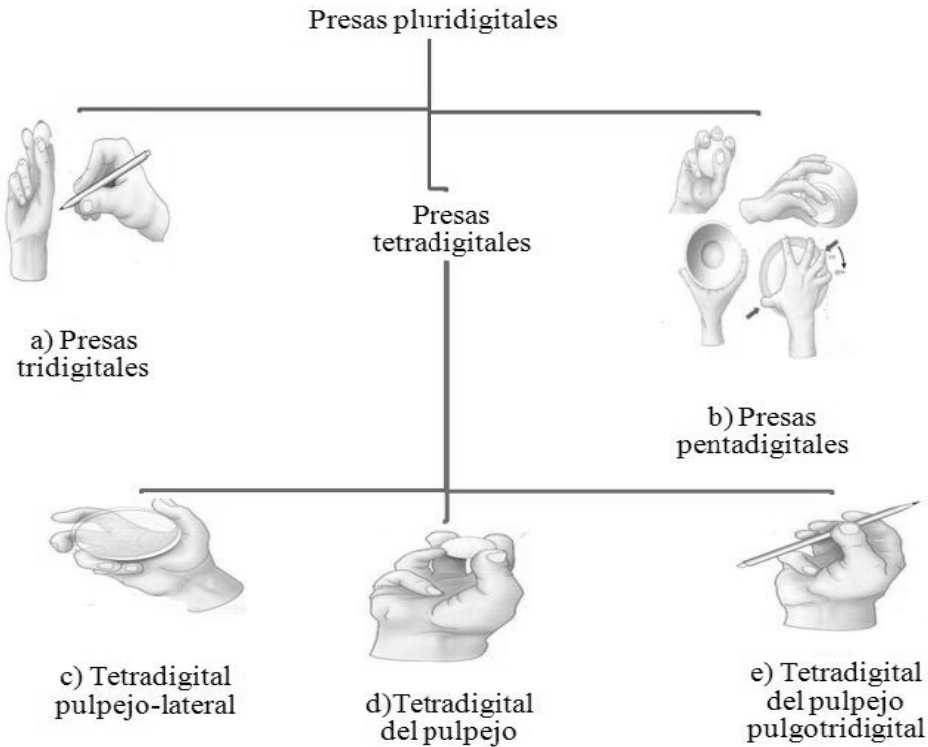


Figura 4. 3. Clasificación de las presas pluridigitales.

Las presas palmares

Las *presas palmares* hacen intervenir, además de los dedos, la palma de la mano. Son de dos tipos según se utilice o no el pulgar: la prensión digito palmar y la prensión palmar con la totalidad de la palma.

A) La *prensión digito palmar* (Figura 4.4b) opone la palma de la mano a los cuatro últimos dedos. Es un tipo de presa accesoria pero utilizada con frecuencia cuando se maneja una palanca o sujeta un volante. El objeto, de poco diámetro (de 3 a 4 cm) se coge entre los dedos flexionados y la palma de la mano, el pulgar no participa; la presa no es firme, hasta cierto punto, más que en sentido distal; hacia la muñeca, el objeto puede deslizarse con facilidad ya que la presa no está bloqueada. Además, se puede constatar que el eje de la presa es perpendicular al eje de la mano y no sigue la dirección oblicua de la corredera palmar. Esta *prensión digito palmar* también puede utilizarse para coger un objeto más voluminoso, un vaso por ejemplo, pero cuanto más importante es el diámetro del objeto, menos firmeza posee la presa.

B) La *prensión palmar con la totalidad de la mano o la totalidad de la palma* (Figura 4.4a) es la prensión de fuerza para los objetos pesados y relativamente voluminosos. La mano se enrolla literalmente en torno a objetos cilíndricos; el eje del objeto adopta la misma dirección que el eje de la



corredera palmar, es decir, oblicuo desde la base de la eminencia tenar (el punto más lejano en la palma de la mano que todos los dedos excepto el pulgar tocan), a la base del índice. En relación a la base de la mano y del antebrazo, esta oblicuidad se corresponde con la inclinación del cayado de las herramientas que forma un ángulo de 100° a 110°.

El volumen del objeto que se coge condiciona la fuerza de la prensión: es óptima cuando el pulgar puede contactar (o casi) con el dedo índice. De hecho, el pulgar constituye el único tope que se opone a la fuerza de los otros cuatro dedos, y su eficacia es tanto mayor cuanto más flexionado esté. El diámetro de los cayados y de los mangos de las herramientas depende de esta constatación. La forma del objeto que se coge tampoco es indiferente y en la actualidad se fabrican empuñaduras que contienen las huellas de los dedos. La prensión palmar con la totalidad de la mano a su vez se subdivide en dos tipos: la presa palmar cilíndrica y la presa palmar esférica.

1) Cuando se utiliza la *presa palmar cilíndrica* para objetos de diámetro importante (Figuras 4.4c), la presa es tanto menos firme cuanto mayor es el diámetro. De modo que el bloqueo depende, como ya se vio con anterioridad, de la acción de la articulación metacarpofalángica que permite que el pulgar recorra una directriz del cilindro, es decir un círculo, o el camino más corto para dar la vuelta. Por otra parte, el volumen del objeto exige la máxima libertad de separación de la primera comisura;

2) Las *presas palmares esféricas* pueden implicar a tres, cuatro o cinco dedos. Cuando intervienen tres (Figura 4.4d) o cuatro dedos el último dedo implicado por dentro, bien sea el dedo corazón en la presa esférica tridigital, o el dedo anular en la presa esférica tetradigital, contactan por la cara lateral externa con el objeto, constituyendo así un tope interno, reforzado por los dedos restantes, a saber el dedo meñique en solitario o asociado con el dedo anular. Este tope se opone a la presión del pulgar de modo que el objeto queda bloqueado distalmente por el o los "ganchos" de los dedos que establecen un contacto palmar con el objeto.

En la *presa palmar esférica pentadigital* todos los dedos contactan con el objeto por su cara palmar. El pulgar se opone al dedo anular; en conjunto ocupan el mayor diámetro y el bloqueo de la presa está garantizado distalmente por el dedo índice y el dedo corazón y proximalmente por la eminencia tenar y el dedo meñique. El objeto, sujeto con firmeza por todos los dedos en forma de gancho, lo que supone tanto las máximas posibilidades de separación de las comisuras como la eficacia de los músculos flexores *superficiales y profundos de los dedos*, contacta con toda la palma a la mano. Esta presa es mucho más simétrica que las dos anteriores y, en este sentido, constituye la transición con las siguientes.

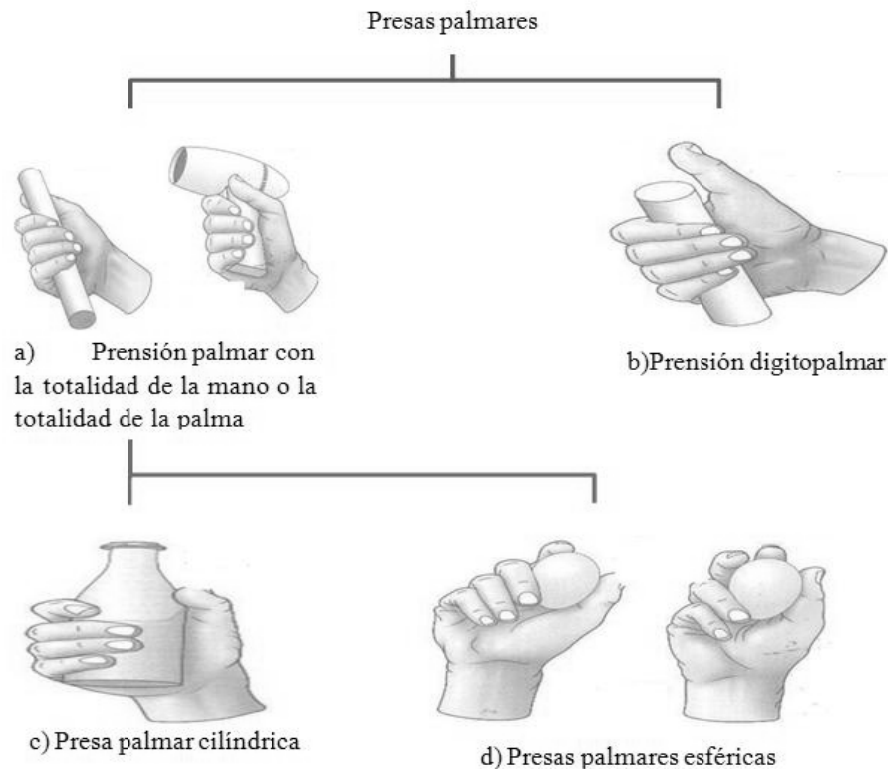


Figura 4. 4. Clasificación de las presas palmares.

Las presas centradas

Las *presas centradas* realizan una simetría en torno al eje longitudinal que, en general, se confunde con el eje del antebrazo. Esto es evidente en el caso de la batuta del director de orquesta (Figura 4.5a) que no hace más que prolongar la mano y representa una extrapolación del dedo índice en cuanto a su función señaladora. Esto es indispensable desde el punto de vista mecánico en la presa de un destornillador (Figura 4.5b), que se confunde entonces con el eje de pronosupinación en el acto de atornillar o desatornillar. También es bastante claro en la presa de un tenedor (Figura 4.5c) o de un cuchillo que no hacen más que prolongar la mano distalmente. En cualquier caso, el objeto de forma alargada se coge con firmeza mediante una presa palmar donde intervienen el pulgar y los últimos tres dedos, el dedo índice, en este caso, desempeña una función orientativa indispensable para dirigir el utensilio.

Las presas centradas o direccionales son muy útiles; requieren la integridad de la flexión de los tres últimos dedos, la extensión completa del dedo índice cuyos músculos flexores deben ser eficaces, y un mínimo de oposición del pulgar, por lo que la flexión de la articulación interfalángica no es indispensable.

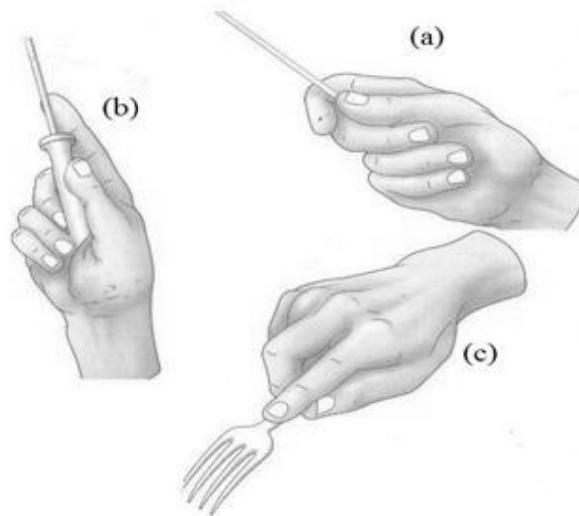


Figura 4. 5. Presas centradas: (a) batuta del director de orquesta, (b) acto de atornillar o desatornillar, (c) presa de un tenedor.

4.1.2 Las presas con la gravedad

Hasta ahora se han analizado los tipos de prensión en los que no interviene la gravedad, pero existen otros en los que la acción de la gravedad es indispensable, los empleados en la superficie del planeta Tierra. Si la gravedad es nula, los músculos se atrofian, si es muy grande, como en el caso del planeta Júpiter, los músculos deben reforzarse. En las presas con gravedad la mano sirve de soporte, como cuando se sujeta una bandeja (Figura 4.6a). Gracias a la gravedad, la mano también puede comportarse como una cuchara que contiene granos (Figura 4.6b), harina o un líquido. La presa de una taza con tres dedos (Figura 4.6c) utiliza la gravedad puesto que su circunferencia queda sujeta entre dos topes, constituidos por el pulgar y el dedo corazón, además de un gancho formado por el dedo índice. Esta presa necesita una gran estabilidad del pulgar y del dedo corazón, así como la integridad del músculo flexor profundo del dedo índice cuya tercera falange sostiene el reborde de la taza.

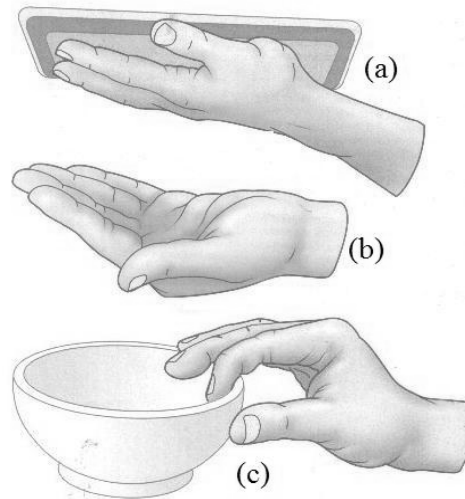


Figura 4. 6. Presas con la gravedad: (a) Sujeción de una bandeja; (b) Mano en forma de cuchara; (c) Presa de una taza.

4.1.3 Las presas con acción

Las presas estáticas que se han analizado hasta aquí no bastan para describir todas las capacidades de la mano. La mano también es capaz de actuar sujetando, teniendo lo que se denomina presas con acción (PCA) o presas-acción. Algunas de estas acciones son elementales como por ejemplo lanzar una pirinola, mediante una presa pulgar - índice tangencial, o también lanzar una canica. Estas presas con acción en donde la mano actúa sobre sí misma son innumerables; se pueden tomar como ejemplo:

- La acción de encender un encendedor (Figura 4.7a) que se parece bastante a la acción de lanzar una canica;
- La acción de apretar el resorte de un frasco de aerosol (Figura 4.7b);
- La acción de cortar con tijeras (Figura 4.7c);
- La acción de comer con palillos chinos (Figura 4.7d);
- La acción de hacer nudos con una sola mano (Figura 4.7e).
- La mano izquierda de un violinista (Figura 4.7f) o la del guitarrista.

Estas son algunas de las presas-acción, sin embargo pueden existir muchas más.

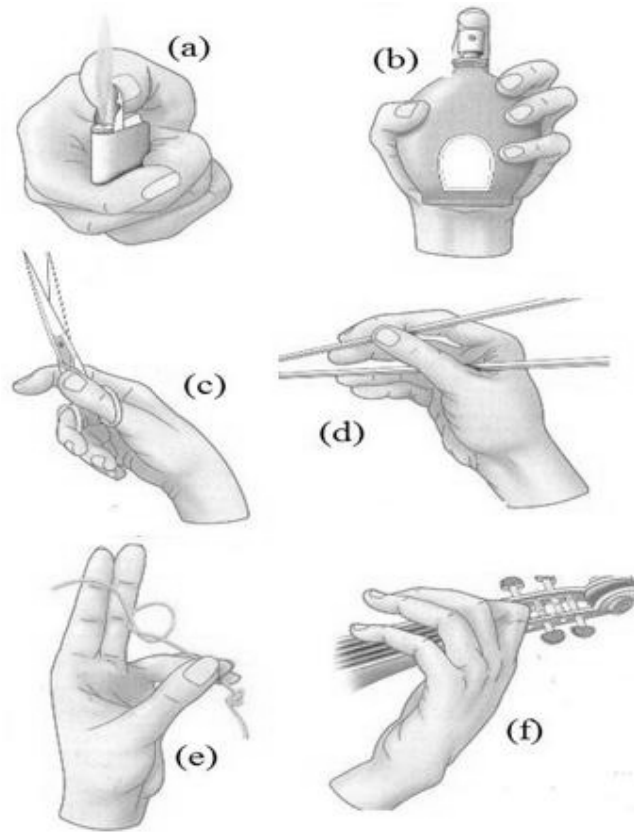


Figura 4. 7. Presas con acción: (a) Encendedor; (b) Aerosol; (c) Tijeras; (d) Palillos chinos; (e) Nudos con cuerdas; (f) Tocar el violín.

4.2 Diseño de la mano mecánica

En base al estudio de la mecánica articular de la mano, se obtuvieron los mecanismos sintetizados en el capítulo 2 y 3 de esta tesis, lo que resta es el diseño final, la construcción y el ensamble virtual de los distintos componentes que forman la mano mecánica.

La elaboración del modelo virtual se realizó en CATIA V5R12®. El hecho de que el diseño se construya en forma virtual y no físicamente se debe a que gracias a las herramientas CAD se pueden reducir o minimizar muchos errores que durante la fabricación pueden surgir. Además hay que resaltar que las formas logradas satisfacen las características antropométricas (forma y tamaño) de la mano humana de un mexicano promedio.



4.2.1 Diseño del dedo

El dedo consta de dos mecanismos de cuatro barras acoplados, los cuales fueron sintetizados en el capítulo 2 mediante los métodos ahí mencionados. A partir de los resultados de la síntesis, se diseñó y construyó virtualmente el dedo, como se muestra en la Figura 4.8. El dedo es actuado a través de micromotores (cuyas características se encuentran en el apéndice L), uno colocado en la base del dedo, el cual da movimiento a la primera falange (generación de funciones), y el otro en la primera falange (véase Figura 4.9) el cual le da movimiento a la segunda y tercera falange (conducción de cuerpo rígido), los cuales proporcionan un movimiento de rotación a la barra conductora de cada mecanismo. Con este diseño se llegó a obtener un dedo de dos grados de libertad. En el apéndice L se anexan los dibujos técnicos de cada uno de los elementos requeridos para la construcción del mecanismo del dedo, el cual es el mismo para los dedos índice, medio y anular. En el caso del dedo meñique, se escalaron las dimensiones del dedo índice sintetizado por un factor de 0.66 para obtener las dimensiones de un dedo meñique según la Tabla 4.1. Finalmente para el pulgar se utilizó el mecanismo de la falange media y distal del dedo sintetizado y en su base se colocó un actuador que simule el movimiento de rotación longitudinal del pulgar. Así en el caso de este trabajo se tomaron los dedos índice, medio y anular del mismo tamaño con dimensiones de la falanges proximal, media y distal de 26.9 mm, 26.1 mm y 17.9 mm, respectivamente. Todo esto basado en mediciones hechas a 5 personas (véase Tabla 4.1), todos hombres entre 22 y 27 años, y alturas entre 1.70 y 1.75 metros. El dedo meñique tiene dimensiones de las falanges proximal, media y distal, de 17.75mm, 17.22 mm y 11.81 mm, respectivamente.



Figura 4. 8. Prototipo virtual del dedo robótico.

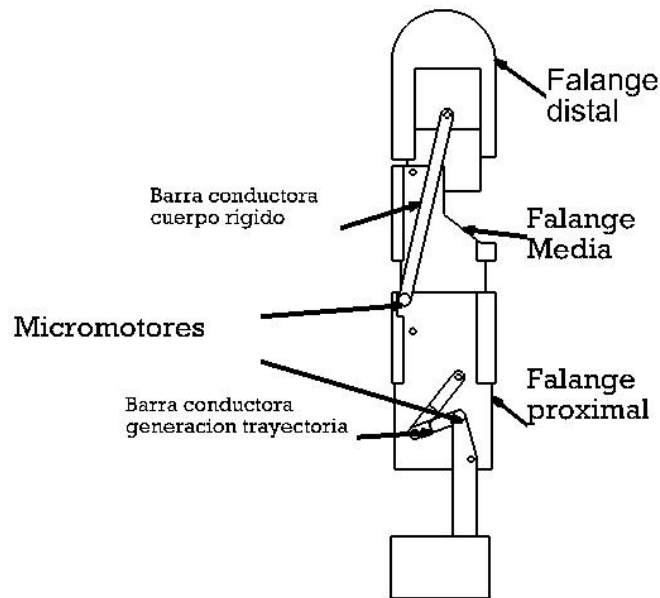


Figura 4. 9. Diagrama de montaje del dedo propuesto.

Tabla 4. 1. Dimensiones para los distintos dedos de la mano.

Dedo	Dimensiones de las Falanges (mm)		
	Proximal	Media	Distal
Índice	26.94 (± 0.98)	25.08 (± 1.37)	21.54 (± 1.03)
Medio	26.94 (± 0.98)	30 (± 1.37)	21.54 (± 1.03)
Anular	26.94 (± 0.98)	25.08 (± 1.37)	21.54 (± 1.03)
Meñique	19 (± 0.98)	17 (± 1.37)	15.55 (± 1.03)
Pulgar	0	30.5 (± 0.98)	19 (± 1.03)

En cuanto al pulgar el mecanismo sintetizado por conducción de cuerpo rígido fue tomado tal cual fue sintetizado en el capítulo 2, y se montó sobre una columna que simula al primer metacarpiano "M", (véase Figura 1.12), quedando sus dimensiones de la siguiente manera 9.824mm para la columna o primer metacarpiano y 26.1 mm y 17.9 mm, para la falange media y distal respectivamente. Se inserta un micromotor (véase apéndice L), como ya se había mencionado en la base dándole la posibilidad de realizar el movimiento de oposición (véase Figura 4.10).

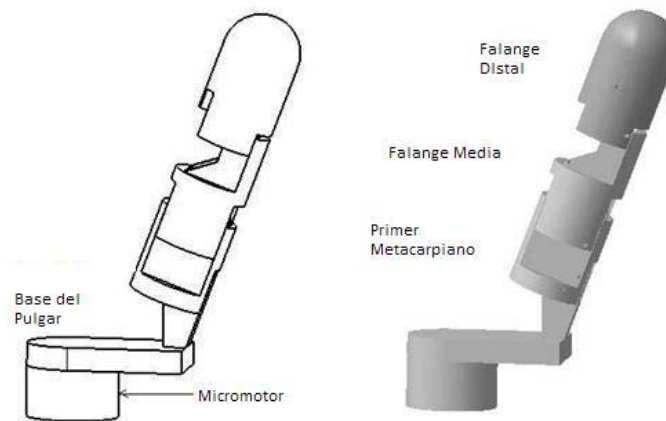


Figura 4. 10. Diagrama de montaje del pulgar.

4.2.2 Diseño de la palma

El objetivo principal de la palma es dar alojamiento a los diferentes sistemas de la prótesis, por lo que su diseño está acotado a los elementos diseñados previamente. El sistema principal de la mano y, en sí de las prótesis, son los dedos, y los demás sistemas se producen en torno a ellos. No obstante, la forma de la palma también es importante para la prensión de los objetos. Puesto que la palma de la mano no permanece rígida durante la prensión de éstos, los huesos carpianos y metacarpianos se van moviendo para asegurar que la mano no los suelte. En el caso de las prótesis, la palma tiene la función de ser el soporte de los sistemas y por lo general es rígida, por lo que se debe diseñar una palma lo más próxima posible a la palma humana. La palma de la mano se diseñó solamente como sistema de soporte para probar el principio de funcionamiento de los dedos, por lo que se diseñó como palma protésica considerando las especificaciones generales siguientes:

- Dimensiones promedio de la palma del mexicano.
- Forma basada en los tres arcos de la mano.
- La mano debe estar en la posición de reposo, sin apoyo (cuando se está de pie).
- Los dedos deben ensamblar con un ángulo de inclinación concurrente en la muñeca.

Para diseñar la palma se tomaron en cuenta radiografías de la mano [35], de las cuales se extrajeron los datos necesarios para el diseño de la mano: dimensiones de los arcos de la mano y las dimensiones de los dedos. También gracias al análisis de los diferentes tipos de prensiones de la mano mostrados en este capítulo se determinaron los ángulo de ensamble de los dedos con la palma, concluyendo que el ángulo con el que deben estar ensamblados los dedos no debe variar más de 10°, logrando así tener una apariencia más natural. En la



Figura 4.11 se puede observar que la inclinación del dedo meñique fue de 10° , al igual que el dedo índice y anular, mientras que el dedo corazón o medio está completamente a 0° respecto a la horizontal. Con esto la capacidad de prensión de la mano no queda comprometida y el prototipo mejora la apariencia antropomórfica.

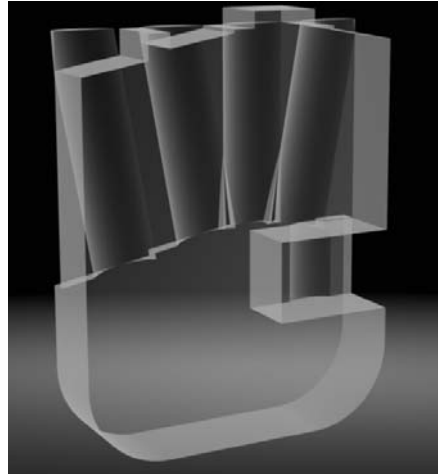


Figura 4. 11. Prototipo de la palma de la mano.

4.2.3 Diseño de la muñeca

La muñeca permite que la mano -segmento efector- adopte la posición óptima para la prensión, gracias a ella la mano se puede orientar en cualquier ángulo para sujetar un objeto. Como ya se mencionó en el capítulo 1, posee dos grados de libertad, los cuales son la flexoextensión en el plano sagital y los movimientos de aducción- abducción en el plano frontal. Por lo tanto se define el movimiento de circunducción como la combinación de los movimientos de flexoextensión con los movimientos de aducción/ abducción. Se trata pues de un movimiento que se realiza simultáneamente, en relación a los dos ejes de la articulación de la muñeca. El mecanismo propuesto para la muñeca fue un mecanismo esférico 4R y de la síntesis (capítulo 3) se obtuvieron las dimensiones necesarias para diseñar el mecanismo de la muñeca que se muestra en la Figura 4.12.

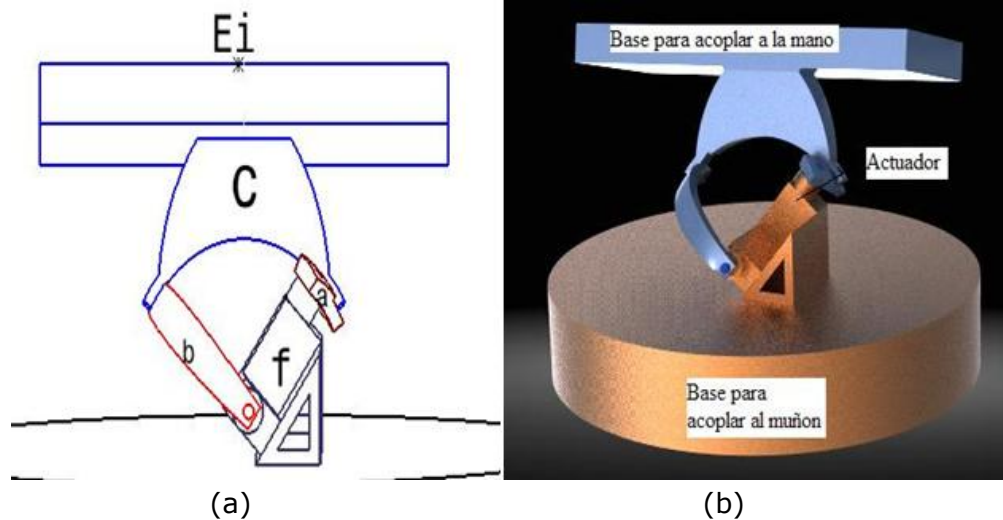


Figura 4. 12. Prototipo de la muñeca: (a) diagrama de montaje de la muñeca, (b) prototipo de la muñeca.

Los dibujos técnicos del mecanismo de muñeca se anexan en el apéndice M. El mecanismo de la muñeca Figura 4.12a, al igual que los dedos, será actuado por un micromotor (véase apéndice L), el cual gracias a que rotara continuamente proporcionara el movimiento de circunducción, dicho micromotor va estar acoplado al eslabón "a". La idea es que cuando el conjunto mano dedos este orientado adecuadamente se deje de accionar el motor para que los dedos junto con la mano realicen su tarea, es decir la presión del objeto.

4.3 Ensamble del prototipo de prótesis de mano

Finalmente una vez que se concibieron los distintos componentes que forman parte de la mano mecánica, se procedió al ensamble de dichos componentes en el módulo de DMU Kinematic de CATIA®. Sobre la palma que es la que permite dar alojamiento a los diferentes sistemas de la prótesis, se insertaron cuatro mecanismos del dedo obtenido, y uno del pulgar el cual se ubicó en el mismo plano frontal que los otros, pero a diferente altura por obvias razones. En la parte inferior de la palma de la mano se ubicó la muñeca para permitir a todo el conjunto anterior el movimiento de circunducción de la mano. El prototipo virtual terminado se puede observar en la Figura 4.13, el desarrollo de este prototipo virtual nos permite realizar más rápido y de manera económica la evaluación del mismo, identificando y eliminando así potenciales errores de diseño.

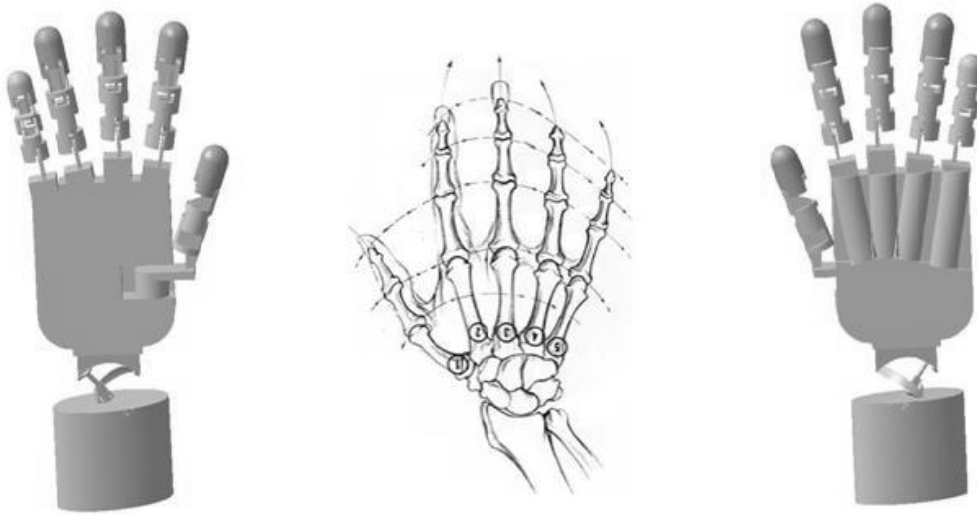


Figura 4. 13. Prototipo virtual de la prótesis de mano.

4.4 Evaluación del prototipo de prótesis de mano

Se realizaron pruebas de la mano para los diferentes tipos de prensión mencionados en la sección 4.1. Las pruebas se realizan sobre la mano (movimientos de prensión) y sobre la muñeca (movimientos de orientación de la mano para una óptima prensión). Para realizar estas pruebas se trabajo sobre el modelo de la Figura 4.14 que muestra solamente el diseño del prototipo de mano y muñeca.

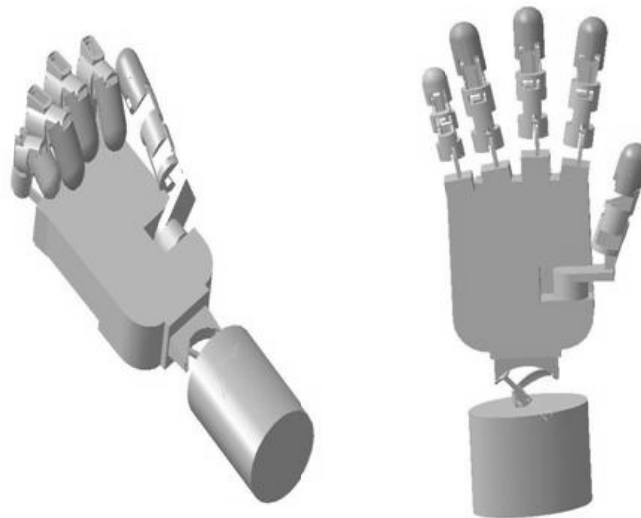


Figura 4. 14. Prototipo de prótesis de mano.



A) La presa por oposición subterminolateral o pulpolateral:

Se consigue rotando el pulgar totalmente en la posición de abducción palmar, en paralelo a los dedos. Se utiliza para girar una llave en una cerradura o para sujetar objetos como un plato o una tarjeta. La Figura 4.15 muestra la acción de oposición pulpolateral del prototipo.

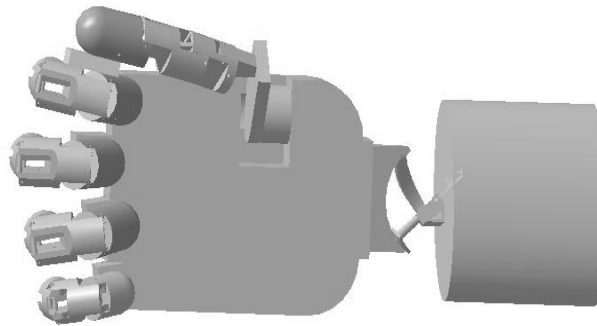


Figura 4. 15. Presa por oposición subterminolateral o pulpolateral del prototipo.

B) La prensión palmar con la totalidad de la mano:

Se consigue rotando el pulgar completamente en la posición de abducción palmar. Se utiliza para sujetar latas, maletines y bolsas de la compra con un agarre totalmente cerrado. La Figura 4.16 muestra la acción palmar con la totalidad de la mano del prototipo.

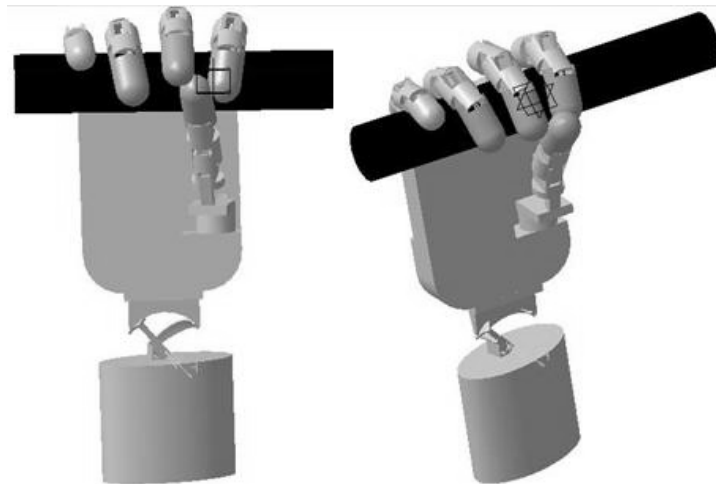


Figura 4. 16. Prensión palmar con la totalidad de la mano del prototipo.



C) La presa por oposición terminal:

Se consigue al rotar el pulgar en oposición directa al dedo índice. Se utiliza para sujetar objetos pequeños, o para sujetar objetos mientras se realizan tareas motoras de precisión. La Figura 4.17 muestra la presa por oposición terminal del prototipo.

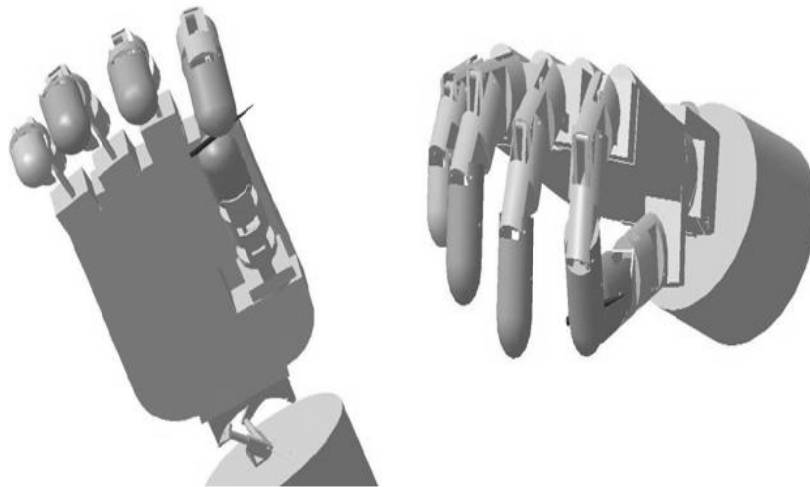


Figura 4. 17. Presa por oposición terminal del prototipo.

D) Presa Tetradigital pulpejo – lateral:

Se consigue rotando el pulgar en oposición directa al dedo índice (aducción palmar), en el caso de objetos esféricos más pequeños, y en diferentes grados de abducción palmar para objetos esféricos más grandes. Se utiliza para sujetar una pelota, una manzana u otros objetos redondos. La Figura 4.18 muestra la presa tetradigital pulpejo - lateral del prototipo.

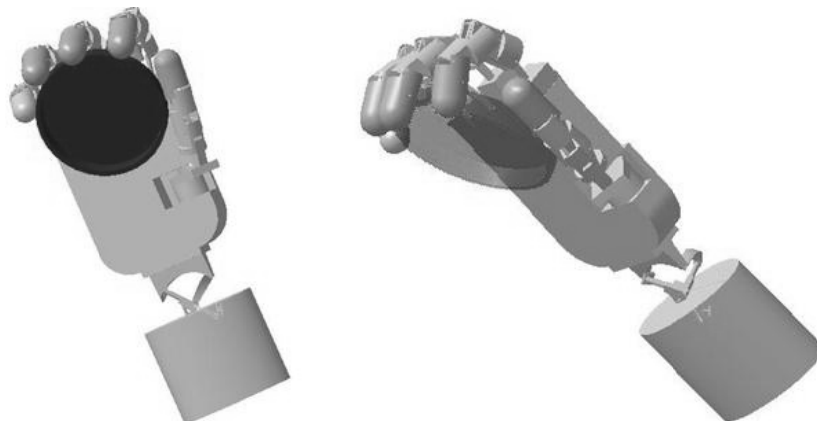


Figura 4. 18. Presa tetradigital pulpejo – lateral del prototipo.



E) *La prensión palmar con la totalidad de la mano:*

Normalmente se consigue colocando el pulgar totalmente en posición de abducción palmar donde el pulgar reposa en el lateral del dedo índice cuando se envía un impulso de flexión. Para situaciones en las que el usuario desee un agarre de gancho más seguro, puede colocar el pulgar en una posición de aducción palmar para crear un agarre cilíndrico modificado entre los dedos pulgar e índice. Se utiliza para sujetar el asa de una maleta, de un portafolio o de un saco. La Figura 4.19 muestra la prensión palmar con la totalidad de la mano del prototipo.

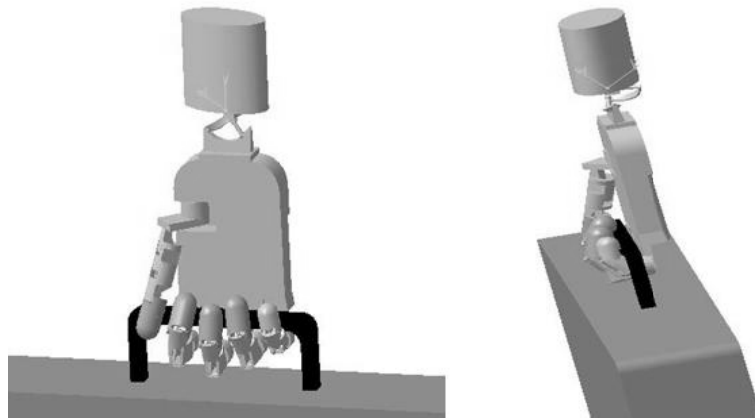


Figura 4. 19. Prensión palmar con la totalidad de la mano del prototipo.

F) *Las presas tridigitales:*

Comprometen al pulgar, dedo índice y dedo corazón y son las que se utilizan con mayor frecuencia. Se utilizan generalmente para escribir y llevar los alimentos a la boca. La Figura 4.20 muestra la presa tridigital del prototipo.

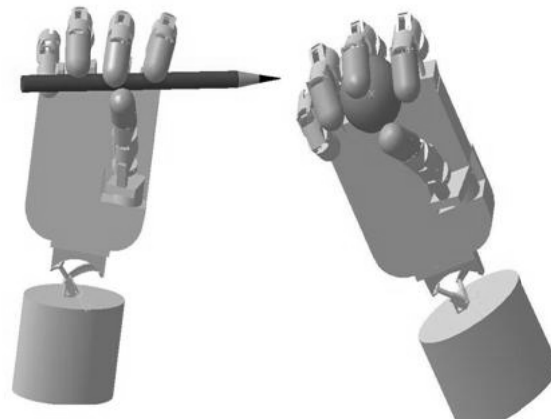


Figura 4. 20. Presa tridigital del prototipo.



G) *Presas cilíndrica:*

Cuando se utiliza para objetos de diámetro moderado; botellas, vasos, etc. La presa es tanto menos firme cuanto mayor es el diámetro del objeto. La Figura 4.21 muestra la presa cilíndrica del prototipo.

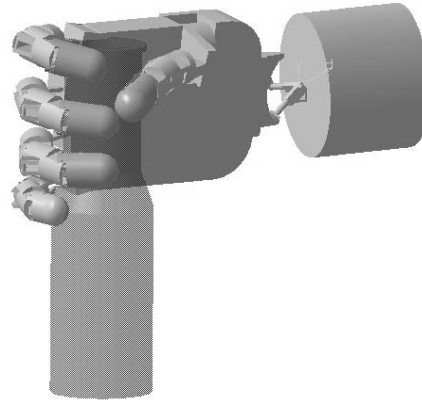


Figura 4. 21. Presa cilíndrica del prototipo.

En cuanto a la muñeca se comprueba que precisamente sea capaz de orientar el conjunto palma dedos en diferentes posiciones. Para llevar a cabo este análisis se realizó una simulación virtual del conjunto en DMU Kinematic de CATIA®, en el cual se hace rotar el eslabón de entrada "a" de la muñeca (véase Figura 4.12a) de 0° a 360°, generando la secuencia de imágenes mostradas en la Figura 4.22. De estos resultados de la simulación, se puede observar que efectivamente el diseño de la muñeca permite lograr el movimiento de circunducción alrededor del eje del antebrazo.

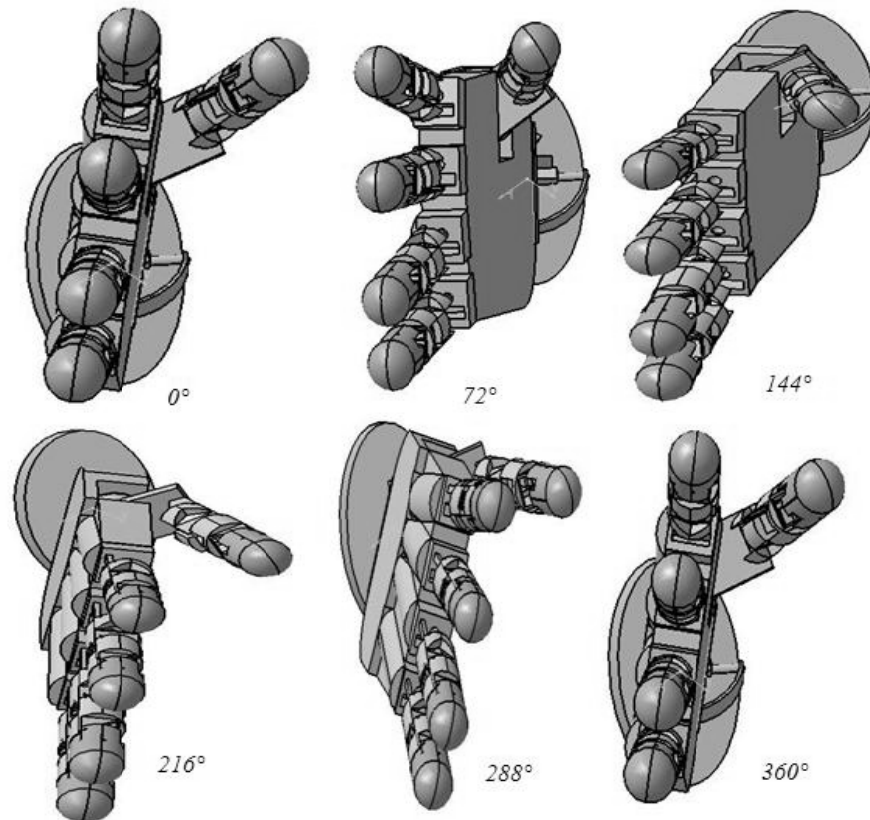


Figura 4. 22. Movimiento de circunducción de la muñeca.

A partir de las pruebas de evaluación del funcionamiento realizadas al prototipo completo de la mano, se concluye:

- La prótesis de mano es capaz de realizar un gran número de tipos de prensiones como se observo en la sección 4.4, pero aun al igual que todas las prótesis que actualmente hay en el mercado no es capaz de realizar todas las funciones de la mano humana.
- Se tienen dos grados de libertad en cada dedo para realizar el movimiento de flexión/extensión.
- Los mecanismos son de un tamaño proporcional a la mano humana, donde su forma da una apariencia más realista ayudando así al paciente a la reposición de su imagen.
- Se reproduce el movimiento de circunducción de la muñeca, que ningún prototipo de los analizados en la introducción es capaz de realizar.
- En cuanto a costo las prótesis fabricadas actualmente en Alemania, tienen un precio en el mercado que oscila entre 30 mil y 50 mil dólares. El objetivo que se busca con este trabajo es también abatir este costo, el cual se estima será entre 200 mil y 300 mil pesos mexicanos, considerando fabricación y control. Su peso debe oscilar entre 225gr y 300 gr para la muñeca y 500gr y 800gr para el conjunto palma dedos. Para esto se están considerando materiales



como son polipropileno color piel, o resinas con fibras de alta tecnología las que se usan para disminuir el peso de la prótesis.

- Actualmente para darle una apariencia más realista se utilizan guantes cosméticos para mano. Pueden ser tanto de PVC o silicón. Los guantes estéticos por su aspecto natural satisfacen el deseo del paciente, quien da gran importancia a la reposición de su imagen ya sea niños, damas y caballeros.

4.5 Análisis comparativo con respecto a diseños existentes

Con el propósito de comparar el desempeño del prototipo de prótesis de mano para humanos, diseñada en el presente proyecto de tesis, con los diseños propuestos en la literatura, se realizó un análisis comparativo basado en los tipos de presas. Los resultados de este análisis se muestran en la Tabla 4.2, en la cual se presentan algunas de las prótesis de mano desarrolladas en los últimos años y los tipos de prensión.

Tabla 4. 2 Análisis comparativo de prótesis de mano con respecto a diseños existentes.

Nombre de la mano	Autor	bidigitales			pluridigitales			Palmares				Presas centradas	Presas con la gravedad
		presa por oposición terminopulvear	presa por oposición pulvopalmar	prensión interdigital latero-lateral	presas tridigitales	presas tetradigitales	presas pentadigitales	prensión dígito palmar	prensión palmar con la totalidad de la mano	presa palmar cilíndrica	presas palmares esféricas		
Utah/MIT	Jacobsen[2]	X	√	X	√	√	X	√	X	√	√	X	X
Stanford/JPL	Salisbury [1]	√	√	X	√	X	X	√	X	X	√	X	X
Hitachi	Nakano [3]	X	X	X	√	X	X	X	X	X	√	X	X
DLR	Butterfas[4]	√	√	X	√	√	X	X	X	X	√	X	X
Robonaut	Lovchik [5]	√	√	X	√	√	√	√	√	-	-	X	X
Ultralevel	Schultz [6]	√	√	X	√	√	√	√	√	√	-	-	X
MNG	Ocampo[7]	X	X	X	√	√	√	√	√	√	X	-	X
i-LimbHand.	Touch Bionics[14]	√	-	X	√	√	√	√	√	√	-	√	X
UASLP	Marquez-Medellin	√	√	X	√	√	√	√	√	√	√	√	X

√ Es capaz de efectuarlo.
 X No es capaz de efectuarlo.
 - No se encontró información.

De la tabla 4.2 se puede apreciar que aquellas prótesis que solo cuentan con tres o cuatro dedos [1]-[3], su capacidad se limita a prensiones tridigitales o tetradigitales respectivamente. Por otro lado, aquellas que cuentan con cinco



dedos su capacidad de prensión será mayor y su apariencia ayudara más a la rehabilitación del individuo. En el caso de la mano propuesta en este trabajo (UASLP), la capacidad de prensión esta por arriba de la mayoría de los diseños propuestos en la literatura. Cabe hacer mención que los resultados mostrados en la Tabla 4.2 están basados en la apreciación visual del diseño ya que no se cuenta con los prototipos para evaluarlos físicamente, o con la información detallada de su desempeño.

4.6 Conclusiones

El diseño de la prótesis de mano propuesto tiene ventajas significativas sobre otros dado que está diseñado tomando en cuenta estudios antropométricos, realizados dentro de este proyecto, lo cual es de suma importancia. El prototipo permite movilidad independiente de los dedos gracias a los actuadores (micromotores) independientes con los que cuenta cada dedo. Además, consta de un dedo pulgar con movilidad independiente y de dos grados de libertad, es decir, rota y flexiona. La forma en la que están ensamblados los dedos con la palma hace que el prototipo tenga mayor área de prensión, con lo que mejora su desempeño. Un aspecto muy importante y que muchas veces es subestimado por los diseñadores de prótesis o las personas que no son usuarias, es la apariencia de las prótesis. Si bien es cierto que la funcionalidad es lo más importante, no se puede dejar de lado la apariencia puesto que una prótesis también contribuye a la rehabilitación psicológica del paciente. Es en este sentido que el prototipo también ofrece ventajas puesto que para su diseño se hicieron estudios de las formas de la mano y se diseñó con base en ellas, logrando que tuviera un aspecto más natural.

Conclusiones

Con el desarrollo del presente proyecto de tesis, se llegó a las siguientes conclusiones:

- El análisis de la mecánica articular de la mano sirvió para comprender la estructura articular compleja de la mano humana, la cual es una herramienta maravillosa capaz de ejecutar innumerables acciones gracias a su función principal la prensión.
- Desde el punto de vista fisiológico la mano se considera como la extremidad efectora del miembro superior que permite adoptar la posición más favorable para una acción determinada.
- La muñeca es la articulación distal del miembro superior que permite que la mano se oriente en la posición óptima para realizar la prensión.
- A partir del estudio de la fisiología del dedo se desarrolló un prototipo de dedo mecánico, el cual está formado por dos mecanismos planos de cuatro barras acoplados pero con movilidad independiente uno del otro, dicho prototipo de dedo permite realizar el movimiento de flexión/extensión activa del dedo.
- El mecanismo en su conjunto posee dos grados de libertad y genera un movimiento muy cercano a la realidad gracias a la forma en la que fueron obtenidos los puntos de precisión para la síntesis de dichos mecanismos.
- La consideración de que la falange distal sea un cuerpo rígido permitió eliminar el uso de un actuador, ya que su movimiento de flexión/extensión está ligado a la falange media, debido al musculo flexor profundo.
- Del análisis del movimiento de la muñeca de un individuo, fue posible definir el movimiento de circunducción que la muñeca realiza. Con base en este análisis se realizó la síntesis de un mecanismo esférico 4R capaz de reproducir dicho movimiento de circunducción, logrando así la capacidad de orientar la mano en la posición óptima para la prensión.
- Se desarrolló un prototipo virtual de la prótesis de mano propuesta. La funcionalidad y desempeño de dicho prototipo fueron evaluados virtualmente. Cabe hacer mención que la función principal de una prótesis es de mejorar la funcionalidad de los discapacitados o de aquellas personas cuya mano fue mutilada por algún motivo, además de tener un aspecto visual que le de confianza al individuo.



- Finalmente se puede concluir que con el desarrollo de esta tesis se logró diseñar un prototipo de prótesis de mano, con una apariencia y funcionalidad lo más apegada a la realidad. Además se logró obtener un movimiento de orientación de la mano, basado en un novedoso mecanismo esférico 4R el cual reproduce el movimiento de circunducción de la muñeca.

Contribuciones

- ✓ Se logró evaluar el prototipo de prótesis de mano caracterizando el movimiento de prensión bajo diversas condiciones de forma virtual. Esta caracterización está basada en la simulación del prototipo en CATIA® para evaluar que tipos de prensión es capaz de realizar.
- ✓ Se logro imitar el movimiento de circunducción de la muñeca gracias al mecanismo esférico 4R propuesto. Cabe hacer mención que ninguno de los prototipos de mano de la literatura es capaz de realizar dicho movimiento.
- ✓ Se logró determinar de forma más realista los puntos de precisión para la síntesis de los diferentes mecanismos y así obtener mecanismos que sean capaz de describir trayectorias similares a las de la mano humana.
- ✓ Se desarrollaron diversos programas en Matlab® para resolver los problemas de síntesis, logrando así contar con una herramienta de análisis y diseño de mecanismos planos, como el programa Síntesis_Cinemática (Apéndice E), el cual permite integrar los resultados de la solución a la síntesis dimensional para simular el movimiento del mecanismo.

Trabajo futuro

Como trabajo futuro se consideran los siguientes puntos:

- Se considera la fabricación de la prótesis y su implementación en algún paciente para evaluar el desempeño de ésta. Para esto se debe realizar un análisis dinámico y de esfuerzos para la elección del material y dimensionado de los diversos componentes que conforman la prótesis de mano. Actualmente las prótesis comerciales se fabrican de polipropileno color piel, o resinas con fibras de alta tecnología las que se usan para disminuir el peso de la prótesis, además de distintos metales.
- También se considera como trabajo futuro incrementar el número de puntos de precisión para la síntesis del mecanismo esférico 4R para reducir el error estructural.



- Implementar el control necesario de los diversos actuadores (micromotores), aplicando sensores que nos permitan controlar el giro del motor y su velocidad y además variar estas características para las diversas tareas a las que se someta la prótesis ya sea con el uso de FPGAs o de microprocesadores.

Referencias

- [1] Matthew T. Mason, J. Kenneth Salisbury Jr. "Robot Hands and the Mechanics of Manipulation". The MIT Press Series in Artificial Intelligence. 1985.
- [2] S. C. Jacobsen, J. E. Wood, D. F. Knutti, K. B. Biggers. "The UTAH/MIT dextrous hand". In Robot, Grippers, Springer-Verlag, Berlin, 1986.
- [3] Y. Nakano, M. Fujie, Y. Hosada. "Hitachi's robot hand". Robotics Age, 6, Julio 1984.
- [4] J. Butterfass, G. Hirzinger, S. Knoch, H. Liu. "DLR's multisensory articulated hand". IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation, Leuven, Belgica, Mayo 1998.
- [5] C.S. Lovchik, M.A. Diftler. "The robonaut hand: A dextrous robot hand for space". IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation, Michigan, Mayo 1999.
- [6] S. Schulz, C. Pylatiuk. "A New Ultralight Anthropomorphic Hand". Inst. of Applied Computer Science Research Center of Karlsruhe, Alemania, Mayo 2001.
- [7] Gustavo A. Ocampo, Julián Rondón. "Diseño y Construcción de una Mano Robot de Cuatro Dedos que Imite los Modelos Prensiles Humanos". Universidad Militar Nueva Granada, 2004.
- [8] G. A. Bekey, R. Tomovic, I. Zeljkovic. "Control Architecture for the Belgrade/USC Hand Dextrous Robot Hands". SpringerVerlag, NY, 1990.
- [9] Lin Li-Ren, Huan Han-Pang. "Mechanism design of a new multifingered robot hand". IEEE International Conference on Robotics and Automation, pp. 1471-1476, Minneapolis, MN, USA, Abril 1996.
- [10] P. J. Kyberd, O. E. Holland, P. H. Chappel, S. Smith, R.Tregidgoi, P. J. Bagwell, M. Snaith. "MARCUS: A two degree of freedom hand prosthesis with hierarchical grip control". IEEE Oxford Orthopedic Eng. Centre, NOC, Headington, Agosto 1995.
- [11] S. Schulz, C. Pylatiuk, G. Bretthauer. "A new ultralight antropomorphic hand". IEEE Conf. On Robotics and Automation ICRA pp. 2437-2441, Seoul, South Korea, Mayo 2001.
- [12] Butterfas J., M. Grebenstein, H. Liu, and G. Hirzinger. "DLR-hand II: Next generation of a dexterous robot hand". ICRA International Conference on Robotics and Automation, pp. 109-114, Seoul, Korea, 2001.
- [13] C. M. Light, P. H. Chappell. "Development of a lightweight and adaptable multipleaxis hand prosthesis". Medical Engineering & Physics, pp. 679-684, 2000.
- [14] Touch Bionics, año de consulta: Abril 2010, <http://www.touchbionics.com/>
- [15] A.I. Kapandji, "Fisiología Articular", Panamericana, Tomo 1, sexta edición, Médica Panamericana, Madrid, 2006.
- [16] Haruhisa Kawasaki, Tsuneo Komatsu, Suda Masanori, Kazunao Uchiyama. "Development of an anthropomorphic robot hand driven by built-in servomotors". International Conference on Advanced Mechatronics, pp. 215-220, Okayama, Japan, Agosto 1998.



- [17] S.C. Jacobsen, H. Ko, E.K. Iversen, C.C. Davis. "Antagonistic control of a tendon driven manipulator", IEEE Int. Conf. on Robotics and automation, pp. 1334- 1339, Scottsdale, AZ, 1989.
- [18] Arthur G. Erdman, George N. Sandor, José de la Cera. "Diseño de mecanismos análisis y síntesis". Prentice-Hall, Revista técnica Cuitláhuac Osornio Correa, Naucalpan de Juárez, Edo. de México, 1998.
- [19] A. Nieves, F. C. Domínguez. "Métodos Numéricos aplicados a la Ingeniería". Ed. CECSA. 1997.
- [20] Jaan Kiusalaas. "Numerical Methods in Engineering with MATLAB®". Pennsylvania State University, Cambridge, 2005.
- [21] S. C. Chapra, R. P. Canale, "Numerical Methods for Engineer with programming and software applications". 3a Edición, Ed. McGraw-Hill, 1998.
- [22] H.I. Medellín Castillo, "Clasificación, Análisis de Desplazamiento, Ramificación y Singularidad del Mecanismo Esférico 4R", Tesis de Maestría, Facultad de Ingeniería Mecánica, Eléctrica y Electrónica. Universidad de Guanajuato, 2001.
- [23] C. H. Chiang, "Kinematics of Spherical Mechanisms". Cambridge University Press, Cambridge, England, 1988.
- [24] H.L. Johnson. "Path Generation in space". ASME, Paper No. 65, 1965.
- [25] C.H. Suh, C.W. Radcliffe. "Synthesis of spherical linkages with use of the displacement matrix". ASME, Journal of Engineering for Industry pp 215-222, 1967.
- [26] B.N. Sridhar, L.E. Torfason, "Optimization of Spherical Four Bar Path Generators". ASME, Paper No. 70, 1970.
- [27] P.P. Verma, W.H. Bussel. "The Use of a Planar Mechanism Synthesis to Produce a Spherical Path Generator Linkage. ASME paper No. 70-Mech-51, 1970.
- [28] A.H. Soni, S. Hamid. "Synthesis of Spherical Six-Link Mechanism four Path Generation", ASME paper No. 72-Mech-83, 1972.
- [29] R. Kraus. "Development and Application of the Triangular Nomograms for Spherical Four-Bar Linkages Generating Symmetrical Coupler Curves". Mechanism and Machine Theory, Paper No. 56, pp 57-63, 1952
- [30] C.F. Reinholtz, G.N. Sandor, J. Duffy. "Branching analysis of spherical RRRR and spatial RCCC mechanisms". ASME, Journal of Mechanisms, Transmissions and Automation in Design, Paper No. 108, pp 481-486, 1986.
- [31] A. Meyer, W. Capellen, M. Werner. "Conjugate positions of spherical four-bar mechanisms and corresponding special forms of the coupler curves". Mechanism and Machine Theory, Paper No. 10, pp 421-430, 1975.
- [32] A.H. Soni, M. Huang, "Synthesis of four links space mechanisms via extension of point-position-reduction technique". ASME, Journal of Engineering for Industry Paper No. 93B, pp 85-89, 1971.
- [33] J. Jesús Cervantes-Sánchez, Hugo I. Medellín Castillo, José M. Rico Martínez, Emilio J. González Galván Castillo. "Some improvements on the exact kinematic synthesis of spherical 4R Function generators". Mechanism and Machine Theory, pp 103-121, 2009.
- [34] Touch Bionics, año de consulta: Abril 2010, <http://www.touchbionics.com>.
- [35] Otto Book HealthCare, año de consulta 2009, <http://www.ottobook.com>.



- [36] Murray R. Spiegel y Lorenzo Abellanos. "Fórmulas y Tablas de Matemática Aplicada". Serie Schaum, McGraw Hill, 1997.
- [37] CST. Custom Sensors & Technologies. Año de consulta 2010, <http://www.crouzet.com>.
- [38] Intecno. Año de consulta 2010, <http://www.directindustry.es>.

Apéndice A

PROGRAMA IMAGE_ACQUISITION

El programa image_acquisition fue realizado en el lenguaje de programación Matlab® 7.6.0 (R2008a), y su descripción y el listado de este programa se presenta a continuación:

El programa siguiente necesita que una webcam se encuentre instalada y conectada al equipo para conocer las propiedades y el formato de la webcam que se encuentra conectada a nuestro equipo en la ventana principal de Matlab® escribimos en command windows "info=imaqhwinfo" la cual devolverá una estructura con los adaptadores instalados se observa que esta instalado winvideo volvemos a escribir en command windows "info=imaqhwinfo("winvideo")" con el argumento anterior y se observa cuantos dispositivos se encuentran conectados DeviceIDs. Ahora para saber las propiedades del dispositivo se escribe en command windows info.Device la cual arroja el formato de las imágenes que se van a capturar, así la información obtenida se observa en la Fig. A.1

```
Command Window
>> info=imaqhwinfo

info =

    InstalledAdaptors: {'coreco' 'winvideo'}
    MATLABVersion: '7.6 (R2008a)'
    ToolboxName: [1x25 char]
    ToolboxVersion: '3.1 (R2008a)'

>> info=imaqhwinfo('winvideo')

info =

    AdaptorDllName: [1x81 char]
    AdaptorDllVersion: '3.1 (R2008a)'
    AdaptorName: 'winvideo'
    DeviceIDs: {[1]}
    DeviceInfo: [1x1 struct]

>> info.DeviceInfo

ans =

    DefaultFormat: 'RGB24_320x240'
    DeviceFileSupported: 0
    DeviceName: 'VideoCAM Eye'
    DeviceID: 1
    ObjectConstructor: [1x25 char]
    SupportedFormats: {1x10 cell}

>> |
```

Figura A. 1. Información dispositivo instalado.

```
clear all
clc
% Access an image acquisition device.
vidobj = videoinput('winvideo', 1);
% Open the preview window.
Preview(vidobj)
pause;
% Configure the number of frames to log upon triggering.
```



```
vidobj.FramesPerTrigger = 50;
% Initiate the acquisition.
start(vidobj)
% Wait for the acquisition to finish.
wait(vidobj, 50);
% Verify the number of frames logged to memory.
numAvail = vidobj.FramesAvailable
% Access the logged data without extracting them from memory.
imageData = peekdata(vidobj, numAvail);
% Verify that all logged frames are still available in memory.
numFramesAvailable = vidobj.FramesAvailable
for i=1:50
    imagesc(imageData(:,:,i))
    pause;
end
```

Apéndice B

MÉTODO NUMERICO

En este apéndice se muestra el método numérico elegido para el sistema de ecuaciones no lineales que se obtienen al momento de realizar la síntesis del mecanismo para el dedo.

B.1 NEWTON-RAPHSON

Es el mejor algoritmo conocido para encontrar las raíces de un sistema de ecuaciones no lineales por buenas razones: es simple y rápido. El único inconveniente de este método es que utiliza las derivadas de la función $f(x)$ como también la función en si mismo $f(x)$. Por lo tanto el método de Newton Raphson es usado en problemas donde $f'(x)$ puede ser calculada fácilmente.

El método de Newton Raphson puede ser derivado de la expansión en series de Taylor de $f(x)$ alrededor de x :

$$f(x_{i+1}) = f(x_i) + f'(x_i)(x_{i+1} - x_i) + O(x_{i+1} - x_i)^2 \quad (\text{B.1})$$

Si x_{i+1} es una raíz de $f(x) = 0$, la ecuación (B.1) se convierte en:

$$0 = f(x_i) + f'(x_i)(x_{i+1} - x_i) + O(x_{i+1} - x_i)^2 \quad (\text{B.2})$$

Asumiendo que x_i esta cerca de x_{i+1} se puede eliminar el último termino de la ecuación (B.2) y resolver para x_{i+1} . El resultado es la formula de Newton Raphson:

$$x_{i+1} = x_i - f(x_i)/f'(x_i) \quad (\text{B.3})$$

**B.2 PROGRAMA NEWTON2**

El programa NEWTON2 recibe como argumentos de entrada los mencionados en la sección 2.2.7 del Capítulo 3 y calcula iterativamente una solución con un mínimo error. En este programa se limita el número de iteraciones a 1000, si el proceso iterativo no converge en un mínimo de mil iteraciones se envía un mensaje de 'No ha convergido el proceso iterativo' la función entrega como resultado un vector q con los valores con un mínimo error.

```
function
qnueva=NEWTON2(q,U21,U31,U41,U51,U1,alfa2,alfa3,alfa4,alfa5,ang1,ang2,ang3,
ang4,ang5)

% Inicializacion
numit=0;
qini=q;
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

phi=[q(1)*cos(q(2)+q(5))+q(3)*cos(q(4)+alfa2)-q(1)*cos(q(2))-
q(3)*cos(q(4))-U21*cos(ang2)+U1*cos(ang1);
    q(1)*sin(q(2)+q(5))+q(3)*sin(q(4)+alfa2)-q(1)*sin(q(2))-
q(3)*sin(q(4))-U21*sin(ang2)+U1*sin(ang1);
    q(1)*cos(q(2)+q(6))+q(3)*cos(q(4)+alfa3)-q(1)*cos(q(2))-
q(3)*cos(q(4))-U31*cos(ang3)+U1*cos(ang1);
    q(1)*sin(q(2)+q(6))+q(3)*sin(q(4)+alfa3)-q(1)*sin(q(2))-
q(3)*sin(q(4))-U31*sin(ang3)+U1*sin(ang1);
    q(1)*cos(q(2)+q(7))+q(3)*cos(q(4)+alfa4)-q(1)*cos(q(2))-
q(3)*cos(q(4))-U41*cos(ang4)+U1*cos(ang1);
    q(1)*sin(q(2)+q(7))+q(3)*sin(q(4)+alfa4)-q(1)*sin(q(2))-
q(3)*sin(q(4))-U41*sin(ang4)+U1*sin(ang1);
    q(1)*cos(q(2)+q(8))+q(3)*cos(q(4)+alfa5)-q(1)*cos(q(2))-
q(3)*cos(q(4))-U51*cos(ang5)+U1*cos(ang1);
    q(1)*sin(q(2)+q(8))+q(3)*sin(q(4)+alfa5)-q(1)*sin(q(2))-
q(3)*sin(q(4))-U51*sin(ang5)+U1*sin(ang1)];
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

while (phi'*phi) > 1e-10

    if numit>1000;                % Chequea el numero de iteraciones
        q
        ans=0;
        disp('No ha convergido el proceso iterativo');
        return;
    end;
    J =[    cos(q(2)+q(5))-cos(q(2)), -q(1)*(sin(q(2)+q(5))-sin(q(2))),
        cos(q(4)+alfa2)-cos(q(4)), -q(3)*(sin(q(4)+alfa2)-sin(q(4))),
        -q(1)*sin(q(2)+q(5)),                                0,
        0,                                                  0;
        sin(q(2)+q(5))-sin(q(2)),  q(1)*(cos(q(2)+q(5))-cos(q(2))),
        sin(q(4)+alfa2)-sin(q(4)),  q(3)*cos(q(4)+alfa2)-q(3)*cos(q(4)),
        q(1)*cos(q(2)+q(5)),                                0,
        0,                                                  0;
        cos(q(2)+q(6))-cos(q(2)), -q(1)*(sin(q(2)+q(6))-sin(q(2))),
        cos(q(4)+alfa3)-cos(q(4)), -q(3)*(sin(q(4)+alfa3)-sin(q(4))),
```



```

0,          -q(1)*sin(q(2)+q(6)),          0,
0;
          sin(q(2)+q(6))-sin(q(2)),  q(1)*(cos(q(2)+q(6))-cos(q(2))),
sin(q(4)+alfa3)-sin(q(4)),  q(3)*(cos(q(4)+alfa3)-cos(q(4))),
0,          q(1)*cos(q(2)+q(6)),          0,
0;
          cos(q(2)+q(7))-cos(q(2)),  q(1)*(-sin(q(2)+q(7))+sin(q(2))),
cos(q(4)+alfa4)-cos(q(4)),  q(3)*(-sin(q(4)+alfa4)+sin(q(4))),
0,          0,          -q(1)*sin(q(2)+q(7)),
0;
          sin(q(2)+q(7))-sin(q(2)),  q(1)*cos(q(2)+q(7))-q(1)*cos(q(2)),
sin(q(4)+alfa4)-sin(q(4)),  q(3)*(cos(q(4)+alfa4)-cos(q(4))),
0,          0,          q(1)*cos(q(2)+q(7)),
0;
          cos(q(2)+q(8))-cos(q(2)),  -q(1)*(sin(q(2)+q(8))-sin(q(2))),
cos(q(4)+alfa5)-cos(q(4)),  -q(3)*(sin(q(4)+alfa5)-sin(q(4))),
0,          0,
0,          -q(1)*sin(q(2)+q(8));
          sin(q(2)+q(8))-sin(q(2)),  q(1)*cos(q(2)+q(8))-q(1)*cos(q(2)),
sin(q(4)+alfa5)-sin(q(4)),  q(3)*(cos(q(4)+alfa5)-cos(q(4))),
0,          0,
0,          q(1)*cos(q(2)+q(8))];

```

```

deltaq= -J\phi;

```

```

q(1)=q(1)+deltaq(1);
q(2)=q(2)+deltaq(2);
q(3)=q(3)+deltaq(3);
q(4)=q(4)+deltaq(4);
q(5)=q(5)+deltaq(5);
q(6)=q(6)+deltaq(6);
q(7)=q(7)+deltaq(7);
q(8)=q(8)+deltaq(8);

```

```

phi=[q(1)*cos(q(2)+q(5))+q(3)*cos(q(4)+alfa2)-q(1)*cos(q(2))-
q(3)*cos(q(4))-U21*cos(ang2)+U1*cos(ang1);
q(1)*sin(q(2)+q(5))+q(3)*sin(q(4)+alfa2)-q(1)*sin(q(2))-
q(3)*sin(q(4))-U21*sin(ang2)+U1*sin(ang1);
q(1)*cos(q(2)+q(6))+q(3)*cos(q(4)+alfa3)-q(1)*cos(q(2))-
q(3)*cos(q(4))-U31*cos(ang3)+U1*cos(ang1);
q(1)*sin(q(2)+q(6))+q(3)*sin(q(4)+alfa3)-q(1)*sin(q(2))-
q(3)*sin(q(4))-U31*sin(ang3)+U1*sin(ang1);
q(1)*cos(q(2)+q(7))+q(3)*cos(q(4)+alfa4)-q(1)*cos(q(2))-
q(3)*cos(q(4))-U41*cos(ang4)+U1*cos(ang1);
q(1)*sin(q(2)+q(7))+q(3)*sin(q(4)+alfa4)-q(1)*sin(q(2))-
q(3)*sin(q(4))-U41*sin(ang4)+U1*sin(ang1);
q(1)*cos(q(2)+q(8))+q(3)*cos(q(4)+alfa5)-q(1)*cos(q(2))-
q(3)*cos(q(4))-U51*cos(ang5)+U1*cos(ang1);
q(1)*sin(q(2)+q(8))+q(3)*sin(q(4)+alfa5)-q(1)*sin(q(2))-
q(3)*sin(q(4))-U51*sin(ang5)+U1*sin(ang1)];

```

```

numit=numit+1

```

```

end
numit

```

```

q nueva= q;

```

Apéndice C

DERIVADAS UTILIZANDO MATLAB

En este apéndice se muestran los códigos en el lenguaje de programación Matlab® 7.6.0 (R2008a) utilizados para obtener las derivadas de las ecuaciones no lineales con respecto a las variables generadas, para formar así las matrices Jacobiana de los diferentes tipos de síntesis de mecanismos empleados para obtener los mecanismos del dedo.

C.1 PROGRAMA DERIVADAS_CUERPO_RIGIDO

El programa `derivadas_cuerpo_rigido` fue realizado en el lenguaje de programación Matlab® 7.6.0 (R2008a), se utiliza para obtener la matriz Jacobiana de la sección 2.3.5; el listado de este programa se presenta a continuación:

```
clear all
clc
syms R2 teta2 R5 teta5 delta21 delta22 delta23 delta24 delta51 delta52
delta53 delta54
syms alfa2 alfa3 alfa4 alfa5 U21 U31 U41 U51 ang1 ang2 ang3 ang4 ang5 U1

phi=[R2*cos(teta2+delta21)+R5*cos(teta5+alfa2)-R2*cos(teta2)-R5*cos(teta5)-
U21*cos(ang2)+U1*cos(ang1);
R2*sin(teta2+delta21)+R5*sin(teta5+alfa2)-R2*sin(teta2)-R5*sin(teta5)-
U21*sin(ang2)+U1*sin(ang1);
R2*cos(teta2+delta22)+R5*cos(teta5+alfa3)-R2*cos(teta2)-R5*cos(teta5)-
U31*cos(ang3)+U1*cos(ang1);
R2*sin(teta2+delta22)+R5*sin(teta5+alfa3)-R2*sin(teta2)-R5*sin(teta5)-
U31*sin(ang3)+U1*sin(ang1);
R2*cos(teta2+delta23)+R5*cos(teta5+alfa4)-R2*cos(teta2)-R5*cos(teta5)-
U41*cos(ang4)+U1*cos(ang1);
R2*sin(teta2+delta23)+R5*sin(teta5+alfa4)-R2*sin(teta2)-R5*sin(teta5)-
U41*sin(ang4)+U1*sin(ang1);
R2*cos(teta2+delta24)+R5*cos(teta5+alfa5)-R2*cos(teta2)-R5*cos(teta5)-
U51*cos(ang5)+U1*cos(ang1);
R2*sin(teta2+delta24)+R5*sin(teta5+alfa5)-R2*sin(teta2)-R5*sin(teta5)-
U51*sin(ang5)+U1*sin(ang1)];

J(1,1)=simple(diff(phi(1),R2));
J(1,2)=simple(diff(phi(1),teta2));
J(1,3)=simple(diff(phi(1),R5));
J(1,4)=simple(diff(phi(1),teta5));
J(1,5)=simple(diff(phi(1),delta21));
J(1,6)=simple(diff(phi(1),delta22));
J(1,7)=simple(diff(phi(1),delta23));
J(1,8)=simple(diff(phi(1),delta24));

J(2,1)=simple(diff(phi(2),R2));
```




```
J(2,2)=simple(diff(phi(2),teta2));
J(2,3)=simple(diff(phi(2),R5));
J(2,4)=simple(diff(phi(2),teta5));
J(2,5)=simple(diff(phi(2),delta21));
J(2,6)=simple(diff(phi(2),delta22));
J(2,7)=simple(diff(phi(2),delta23));
J(2,8)=simple(diff(phi(2),delta24));
```

```
J(3,1)=simple(diff(phi(3),R2));
J(3,2)=simple(diff(phi(3),teta2));
J(3,3)=simple(diff(phi(3),R5));
J(3,4)=simple(diff(phi(3),teta5));
J(3,5)=simple(diff(phi(3),delta21));
J(3,6)=simple(diff(phi(3),delta22));
J(3,7)=simple(diff(phi(3),delta23));
J(3,8)=simple(diff(phi(3),delta24));
```

```
J(4,1)=simple(diff(phi(4),R2));
J(4,2)=simple(diff(phi(4),teta2));
J(4,3)=simple(diff(phi(4),R5));
J(4,4)=simple(diff(phi(4),teta5));
J(4,5)=simple(diff(phi(4),delta21));
J(4,6)=simple(diff(phi(4),delta22));
J(4,7)=simple(diff(phi(4),delta23));
J(4,8)=simple(diff(phi(4),delta24));
```

```
J(5,1)=simple(diff(phi(5),R2));
J(5,2)=simple(diff(phi(5),teta2));
J(5,3)=simple(diff(phi(5),R5));
J(5,4)=simple(diff(phi(5),teta5));
J(5,5)=simple(diff(phi(5),delta21));
J(5,6)=simple(diff(phi(5),delta22));
J(5,7)=simple(diff(phi(5),delta23));
J(5,8)=simple(diff(phi(5),delta24));
```

```
J(6,1)=simple(diff(phi(6),R2));
J(6,2)=simple(diff(phi(6),teta2));
J(6,3)=simple(diff(phi(6),R5));
J(6,4)=simple(diff(phi(6),teta5));
J(6,5)=simple(diff(phi(6),delta21));
J(6,6)=simple(diff(phi(6),delta22));
J(6,7)=simple(diff(phi(6),delta23));
J(6,8)=simple(diff(phi(6),delta24));
```

```
J(7,1)=simple(diff(phi(7),R2));
J(7,2)=simple(diff(phi(7),teta2));
J(7,3)=simple(diff(phi(7),R5));
J(7,4)=simple(diff(phi(7),teta5));
J(7,5)=simple(diff(phi(7),delta21));
J(7,6)=simple(diff(phi(7),delta22));
J(7,7)=simple(diff(phi(7),delta23));
J(7,8)=simple(diff(phi(7),delta24));
```

```
J(8,1)=simple(diff(phi(8),R2));
J(8,2)=simple(diff(phi(8),teta2));
J(8,3)=simple(diff(phi(8),R5));
J(8,4)=simple(diff(phi(8),teta5));
J(8,5)=simple(diff(phi(8),delta21));
J(8,6)=simple(diff(phi(8),delta22));
```



```
J(8,7)=simple(diff(phi(8),delta23));  
J(8,8)=simple(diff(phi(8),delta24));
```

C.2 PROGRAMA DERIVADAS_GENERACION_TRAYECTORIA

El programa `derivadas_generacion_trayectoria` fue realizado en el lenguaje de programación Matlab® 7.6.0 (R2008a), se utiliza para obtener la matriz Jacobiana de la sección 2.4.1; el listado de este programa se presenta a continuación:

```
clear all  
clc  
syms R2 teta2 R3 teta3 R4 teta4 delta21 delta22 delta23 delta24 delta25  
delta26 delta31 delta32 delta33 delta34 delta35 delta36 delta41 delta42  
delta43 delta44 delta45 delta46  
  
phi=[R2*cos(teta2+delta21)+R3*cos(teta3+delta31)-R4*cos(teta4+delta41)-  
R2*cos(teta2)-R3*cos(teta3)+R4*cos(teta4);  
R2*sin(teta2+delta21)+R3*sin(teta3+delta31)-R4*sin(teta4+delta41)-  
R2*sin(teta2)-R3*sin(teta3)+R4*sin(teta4);  
R2*cos(teta2+delta22)+R3*cos(teta3+delta32)-R4*cos(teta4+delta42)-  
R2*cos(teta2)-R3*cos(teta3)+R4*cos(teta4);  
R2*sin(teta2+delta22)+R3*sin(teta3+delta32)-R4*sin(teta4+delta42)-  
R2*sin(teta2)-R3*sin(teta3)+R4*sin(teta4);  
R2*cos(teta2+delta23)+R3*cos(teta3+delta33)-R4*cos(teta4+delta43)-  
R2*cos(teta2)-R3*cos(teta3)+R4*cos(teta4);  
R2*sin(teta2+delta23)+R3*sin(teta3+delta33)-R4*sin(teta4+delta43)-  
R2*sin(teta2)-R3*sin(teta3)+R4*sin(teta4);  
R2*cos(teta2+delta24)+R3*cos(teta3+delta34)-R4*cos(teta4+delta44)-  
R2*cos(teta2)-R3*cos(teta3)+R4*cos(teta4);  
R2*sin(teta2+delta24)+R3*sin(teta3+delta34)-R4*sin(teta4+delta44)-  
R2*sin(teta2)-R3*sin(teta3)+R4*sin(teta4);  
R2*cos(teta2+delta25)+R3*cos(teta3+delta35)-R4*cos(teta4+delta45)-  
R2*cos(teta2)-R3*cos(teta3)+R4*cos(teta4);  
R2*sin(teta2+delta25)+R3*sin(teta3+delta35)-R4*sin(teta4+delta45)-  
R2*sin(teta2)-R3*sin(teta3)+R4*sin(teta4);  
R2*cos(teta2+delta26)+R3*cos(teta3+delta36)-R4*cos(teta4+delta46)-  
R2*cos(teta2)-R3*cos(teta3)+R4*cos(teta4);  
R2*sin(teta2+delta26)+R3*sin(teta3+delta36)-R4*sin(teta4+delta46)-  
R2*sin(teta2)-R3*sin(teta3)+R4*sin(teta4)];  
  
J(1,1)=simple(diff(phi(1),R2));  
J(1,2)=simple(diff(phi(1),teta2));  
J(1,3)=simple(diff(phi(1),R3));  
J(1,4)=simple(diff(phi(1),teta3));  
J(1,5)=simple(diff(phi(1),R4));  
J(1,6)=simple(diff(phi(1),teta4));  
J(1,7)=simple(diff(phi(1),delta31));  
J(1,8)=simple(diff(phi(1),delta32));  
J(1,9)=simple(diff(phi(1),delta33));  
J(1,10)=simple(diff(phi(1),delta34));  
J(1,11)=simple(diff(phi(1),delta35));  
J(1,12)=simple(diff(phi(1),delta36));  
  
J(2,1)=simple(diff(phi(2),R2));  
J(2,2)=simple(diff(phi(2),teta2));  
J(2,3)=simple(diff(phi(2),R3));  
J(2,4)=simple(diff(phi(2),teta3));  
J(2,5)=simple(diff(phi(2),R4));
```



```
J(2,6)=simple(diff(phi(2),teta4));
J(2,7)=simple(diff(phi(2),delta31));
J(2,8)=simple(diff(phi(2),delta32));
J(2,9)=simple(diff(phi(2),delta33));
J(2,10)=simple(diff(phi(2),delta34));
J(2,11)=simple(diff(phi(2),delta35));
J(2,12)=simple(diff(phi(2),delta36));
```

```
J(3,1)=simple(diff(phi(3),R2));
J(3,2)=simple(diff(phi(3),teta2));
J(3,3)=simple(diff(phi(3),R3));
J(3,4)=simple(diff(phi(3),teta3));
J(3,5)=simple(diff(phi(3),R4));
J(3,6)=simple(diff(phi(3),teta4));
J(3,7)=simple(diff(phi(3),delta31));
J(3,8)=simple(diff(phi(3),delta32));
J(3,9)=simple(diff(phi(3),delta33));
J(3,10)=simple(diff(phi(3),delta34));
J(3,11)=simple(diff(phi(3),delta35));
J(3,12)=simple(diff(phi(3),delta36));
```

```
J(4,1)=simple(diff(phi(4),R2));
J(4,2)=simple(diff(phi(4),teta2));
J(4,3)=simple(diff(phi(4),R3));
J(4,4)=simple(diff(phi(4),teta3));
J(4,5)=simple(diff(phi(4),R4));
J(4,6)=simple(diff(phi(4),teta4));
J(4,7)=simple(diff(phi(4),delta31));
J(4,8)=simple(diff(phi(4),delta32));
J(4,9)=simple(diff(phi(4),delta33));
J(4,10)=simple(diff(phi(4),delta34));
J(4,11)=simple(diff(phi(4),delta35));
J(4,12)=simple(diff(phi(4),delta36));
```

```
J(5,1)=simple(diff(phi(5),R2));
J(5,2)=simple(diff(phi(5),teta2));
J(5,3)=simple(diff(phi(5),R3));
J(5,4)=simple(diff(phi(5),teta3));
J(5,5)=simple(diff(phi(5),R4));
J(5,6)=simple(diff(phi(5),teta4));
J(5,7)=simple(diff(phi(5),delta31));
J(5,8)=simple(diff(phi(5),delta32));
J(5,9)=simple(diff(phi(5),delta33));
J(5,10)=simple(diff(phi(5),delta34));
J(5,11)=simple(diff(phi(5),delta35));
J(5,12)=simple(diff(phi(5),delta36));
```

```
J(6,1)=simple(diff(phi(6),R2));
J(6,2)=simple(diff(phi(6),teta2));
J(6,3)=simple(diff(phi(6),R3));
J(6,4)=simple(diff(phi(6),teta3));
J(6,5)=simple(diff(phi(6),R4));
J(6,6)=simple(diff(phi(6),teta4));
J(6,7)=simple(diff(phi(6),delta31));
J(6,8)=simple(diff(phi(6),delta32));
J(6,9)=simple(diff(phi(6),delta33));
J(6,10)=simple(diff(phi(6),delta34));
J(6,11)=simple(diff(phi(6),delta35));
J(6,12)=simple(diff(phi(6),delta36));
```



```
J(7,1)=simple(diff(phi(7),R2));  
J(7,2)=simple(diff(phi(7),teta2));  
J(7,3)=simple(diff(phi(7),R3));  
J(7,4)=simple(diff(phi(7),teta3));  
J(7,5)=simple(diff(phi(7),R4));  
J(7,6)=simple(diff(phi(7),teta4));  
J(7,7)=simple(diff(phi(7),delta31));  
J(7,8)=simple(diff(phi(7),delta32));  
J(7,9)=simple(diff(phi(7),delta33));  
J(7,10)=simple(diff(phi(7),delta34));  
J(7,11)=simple(diff(phi(7),delta35));  
J(7,12)=simple(diff(phi(7),delta36));
```

```
J(8,1)=simple(diff(phi(8),R2));  
J(8,2)=simple(diff(phi(8),teta2));  
J(8,3)=simple(diff(phi(8),R3));  
J(8,4)=simple(diff(phi(8),teta3));  
J(8,5)=simple(diff(phi(8),R4));  
J(8,6)=simple(diff(phi(8),teta4));  
J(8,7)=simple(diff(phi(8),delta31));  
J(8,8)=simple(diff(phi(8),delta32));  
J(8,9)=simple(diff(phi(8),delta33));  
J(8,10)=simple(diff(phi(8),delta34));  
J(8,11)=simple(diff(phi(8),delta35));  
J(8,12)=simple(diff(phi(8),delta36));
```

```
J(9,1)=simple(diff(phi(9),R2));  
J(9,2)=simple(diff(phi(9),teta2));  
J(9,3)=simple(diff(phi(9),R3));  
J(9,4)=simple(diff(phi(9),teta3));  
J(9,5)=simple(diff(phi(9),R4));  
J(9,6)=simple(diff(phi(9),teta4));  
J(9,7)=simple(diff(phi(9),delta31));  
J(9,8)=simple(diff(phi(9),delta32));  
J(9,9)=simple(diff(phi(9),delta33));  
J(9,10)=simple(diff(phi(9),delta34));  
J(9,11)=simple(diff(phi(9),delta35));  
J(9,12)=simple(diff(phi(9),delta36));
```

```
J(10,1)=simple(diff(phi(10),R2));  
J(10,2)=simple(diff(phi(10),teta2));  
J(10,3)=simple(diff(phi(10),R3));  
J(10,4)=simple(diff(phi(10),teta3));  
J(10,5)=simple(diff(phi(10),R4));  
J(10,6)=simple(diff(phi(10),teta4));  
J(10,7)=simple(diff(phi(10),delta31));  
J(10,8)=simple(diff(phi(10),delta32));  
J(10,9)=simple(diff(phi(10),delta33));  
J(10,10)=simple(diff(phi(10),delta34));  
J(10,11)=simple(diff(phi(10),delta35));  
J(10,12)=simple(diff(phi(10),delta36));
```

```
J(11,1)=simple(diff(phi(11),R2));  
J(11,2)=simple(diff(phi(11),teta2));  
J(11,3)=simple(diff(phi(11),R3));  
J(11,4)=simple(diff(phi(11),teta3));  
J(11,5)=simple(diff(phi(11),R4));  
J(11,6)=simple(diff(phi(11),teta4));  
J(11,7)=simple(diff(phi(11),delta31));  
J(11,8)=simple(diff(phi(11),delta32));
```



```
J(11,9)=simple(diff(phi(11),delta33));  
J(11,10)=simple(diff(phi(11),delta34));  
J(11,11)=simple(diff(phi(11),delta35));  
J(11,12)=simple(diff(phi(11),delta36));
```

```
J(12,1)=simple(diff(phi(12),R2));  
J(12,2)=simple(diff(phi(12),teta2));  
J(12,3)=simple(diff(phi(12),R3));  
J(12,4)=simple(diff(phi(12),teta3));  
J(12,5)=simple(diff(phi(12),R4));  
J(12,6)=simple(diff(phi(12),teta4));  
J(12,7)=simple(diff(phi(12),delta31));  
J(12,8)=simple(diff(phi(12),delta32));  
J(12,9)=simple(diff(phi(12),delta33));  
J(12,10)=simple(diff(phi(12),delta34));  
J(12,11)=simple(diff(phi(12),delta35));  
J(12,12)=simple(diff(phi(12),delta36));
```

Apéndice D

Ecuaciones del mecanismo Cuadrilátero Articulado (FUNCIÓN POSICIÓN)

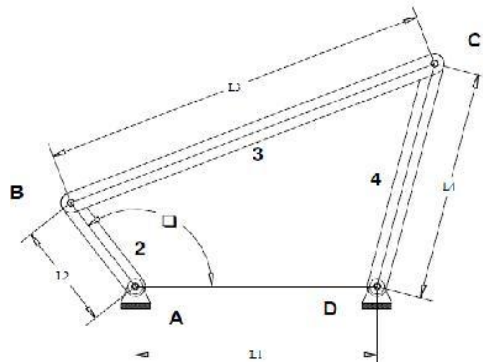


Figura D. 1. Cuadrilátero articulado.

El programa posición es una función utilizada en el programa principal fue realizado en el lenguaje de programación Matlab® 7.6.0 (R2008a), se utiliza para obtener la matriz Jacobiana de la sección 2.4.1; el listado de este programa se presenta a continuación:

Existirá un vector de parámetros, $L=[L(1), L(2), L(3), L(4)]$, donde almacenaremos las longitudes de las barras. Ahora el vector $q=[q(1), q(2), q(3), q(4), q(5), q(6), q(7), q(8)]$, donde "q(1) y q(2)" representan las coordenadas cartesianas del punto 1. "q(3) y q(4)" representan las coordenadas cartesianas del punto 2. Y así sucesivamente (véase Fig. D.1).

Las ecuaciones de cierre del mecanismo de cuatro barras utilizadas para el desarrollo de la función posición la cual sirve para representar gráficamente el mecanismo son:



$$\Phi(q(1), q(2), q(3), q(4), q(5), q(6), q(7), q(8)) = \begin{aligned} & q(3) - (L(2) \cdot \cos(\theta) + q(1)); \\ & q(4) - (L(2) \cdot \sin(\theta) + q(2)); \\ & (q(5) - q(3))^2 + (q(6) - q(4))^2 - L(3)^2; \\ & (q(7) - q(5))^2 + (q(8) - q(6))^2 - L(4)^2; \end{aligned}$$

La matriz jacobiana Compuesta por las derivadas parciales de las funciones respecto a las incógnitas

$$J = \begin{matrix} & 1, & 0, & 0, & 0; \\ & 0, & 1, & 0, & 0; \\ -2*(q(5)-q(3)), & -2*(q(6)-q(4)), & 2*(q(5)-q(3)), & 2*(q(6)-q(4)); \\ & 0, & 0, & -2*(q(7)-q(5)), & -2*(q(8)-q(6)); \end{matrix}$$

FUNCIÓN POSICIÓN

```
function qnueva=posicion(q,L,theta)

% Inicializacion
numit=0;
qini=q;

phi= [q(3)-(L(2)*cos(theta)+q(1));
      q(4)-(L(2)*sin(theta)+q(2));
      (q(5)-q(3))^2+(q(6)-q(4))^2-L(3)^2;
      (q(7)-q(5))^2+(q(8)-q(6))^2-L(4)^2];

while (phi'*phi) > 1.0e-08;
    if numit>20; % Chequea el numero de iteraciones
        q=qini;
        ans=0;
        disp('No ha convergido el proceso iterativo');
        return;
    end;

    J=[ 1, 0, 0, 0; % Matriz jacobiana
        0, 1, 0, 0;
        -2*(q(5)-q(3)), -2*(q(6)-q(4)), 2*(q(5)-q(3)), 2*(q(6)-q(4));
        0, 0, -2*(q(7)-q(5)), -2*(q(8)-q(6))];

    deltaq= -J\phi;
    q(3)=q(3)+deltaq(1);
    q(4)=q(4)+deltaq(2);
    q(5)=q(5)+deltaq(3);
    q(6)=q(6)+deltaq(4);

    phi= [q(3)-(L(2)*cos(theta)+q(1));
          q(4)-(L(2)*sin(theta)+q(2));
          (q(5)-q(3))^2+(q(6)-q(4))^2-L(3)^2;
          (q(7)-q(5))^2+(q(8)-q(6))^2-L(4)^2];

    numit=numit+1;
end;
qnueva= q;
```




```
U21=sqrt((P2(1,1))^2+(P2(2,1))^2);
U31=sqrt((P3(1,1))^2+(P3(2,1))^2);
U41=sqrt((P4(1,1))^2+(P4(2,1))^2);
U51=sqrt((P5(1,1))^2+(P5(2,1))^2);

alfa1=330*pi/180;
alfa2=(277-alfa1)*pi/180;
alfa3=(245-alfa1)*pi/180;
alfa4=(228-alfa1)*pi/180;
alfa5=(186-alfa1)*pi/180;

delta51=teta52-teta51;
delta52=teta53-teta51;
delta53=teta54-teta51;
delta54=teta55-teta51;
%A=NEWTON2(q,U21,U31,U41,U51,U1,delta51,delta52,delta53,delta54,ang1,ang2,ang3,ang4,ang5)
A=NEWTON2(q,U21,U31,U41,U51,U1,alfa2,alfa3,alfa4,alfa5,ang1,ang2,ang3,ang4,ang5)
%A=NEWTON1(q,U21,U31,U41,U51,U1,alfa1,alfa2,alfa3,alfa4,alfa5,delta51,delta52,delta53,delta54,ang1,ang2,ang3,ang4,ang5)
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%
%
% %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%LADO DERECHO%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
teta41=347*pi/180;
teta42=308*pi/180;
teta43=286*pi/180;
teta44=274*pi/180;
teta45=246*pi/180;
delta41=teta22-teta21;
delta42=teta23-teta21;
delta43=teta24-teta21;
delta44=teta25-teta21;

teta61=33*pi/180;
teta62=307*pi/180;
teta63=275*pi/180;
teta64=258*pi/180;
teta65=216*pi/180;

%q1=[R4,teta4,R6,teta6 (349),delta41,delta42,delta43,delta44]
q1=[3.1,teta41,1.03,teta61,delta41,delta42,delta43,delta44];

delta61=teta62-teta61;
delta62=teta63-teta61;
delta63=teta64-teta61;
delta64=teta65-teta61;
%B=NEWTON2(q1,U21,U31,U41,U51,U1,delta61,delta62,delta63,delta64,ang1,ang2,ang3,ang4,ang5)
B=NEWTON2(q1,U21,U31,U41,U51,U1,alfa2,alfa3,alfa4,alfa5,ang1,ang2,ang3,ang4,ang5)
%B=NEWTON1(q1,U21,U31,U41,U51,U1,alfa1,alfa2,alfa3,alfa4,alfa5,delta61,delta62,delta63,delta64)
Z5x=abs(A(3))*cos(A(4));
Z5y=abs(A(3))*sin(A(4));
Z6x=abs(B(3))*cos(B(4));
```




```
figure(2);
q=[Aox,Aoy,Ax,Ay,Bx,By,Box,Boy];
k=q;
theta_0=A(2);
longitudfija=sqrt((q(7)-q(1))^2+(q(8)-q(2))^2);
longitudconductor=sqrt((q(3)-q(1))^2+(q(4)-q(2))^2);
longitudacoplador=sqrt((q(3)-q(5))^2+(q(4)-q(6))^2);
longitudconducida=sqrt((q(7)-q(5))^2+(q(8)-q(6))^2);
L(1)=longitudfija;
L(2)=longitudconductor;
L(3)=longitudacoplador;
L(4)=longitudconducida;
for paso=0:0.15:(360*pi/180)
    q= posicion(q,L,A(2)-(paso));

    draw(1)= plot(q(1:2:8),q(2:2:8),'black','erasemode','xor');
    hold on;
    draw(2)=
plot(q(1),q(2),'or','erasemode','xor','marker','square','linewidth',3);
    hold on;
    draw(3)= plot(q(3), q(4),'or','erasemode','xor');
    hold on;
    draw(4)= plot(q(5), q(6),'or','erasemode','xor');
    hold on;
    draw(5)= plot(q(7),
q(8),'go','erasemode','xor','marker','square','linewidth',3);
    hold on;
end
    plot(P1(1,1),P1(2,1),'or');
    hold on
    plot(P2(1,1),P2(2,1),'or');
    hold on
    plot(P3(1,1),P3(2,1),'or');
    hold on
    plot(P4(1,1),P4(2,1),'or');
    hold on
    plot(P5(1,1),P5(2,1),'or');
    hold on
    grid on

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%                               Mecanismo en las cinco posiciones                               %
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
figure(3);
q=[Aox,Aoy,Ax,Ay,Bx,By,Box,Boy];
DEL=[0,A(5),A(6),A(7),A(8)];
Px=[P1(1,1),P2(1,1),P3(1,1),P4(1,1),P5(1,1)];
Py=[P1(2,1),P2(2,1),P3(2,1),P4(2,1),P5(2,1)];
theta_0=A(2);
longitudfija=sqrt((q(7)-q(1))^2+(q(8)-q(2))^2);
longitudconductor=sqrt((q(3)-q(1))^2+(q(4)-q(2))^2);
longitudacoplador=sqrt((q(3)-q(5))^2+(q(4)-q(6))^2);
longitudconducida=sqrt((q(7)-q(5))^2+(q(8)-q(6))^2);
L(1)=longitudfija;
L(2)=longitudconductor;
L(3)=longitudacoplador;
L(4)=longitudconducida;
for paso=1:5
    q= posicion(q,L,DEL(paso)+A(2));
```



```
draw(1)= plot(q(1:2:8),q(2:2:8),'black','erasemode','xor');
hold on;
draw(2)=
plot(q(1),q(2),'or','erasemode','xor','marker','square','linewidth',3);
hold on;
draw(3)= plot(q(3), q(4),'or','erasemode','xor');
hold on;
draw(4)= plot(q(5), q(6),'or','erasemode','xor');
hold on;
draw(5)= plot(q(7),
q(8),'go','erasemode','xor','marker','square','linewidth',3);
hold on;
polx=[q(3),q(5),Px(paso)];
poly=[q(4),q(6),Py(paso)];
fill(polx,poly,'b');

end
plot(P1(1,1),P1(2,1),'or');
hold on
plot(P2(1,1),P2(2,1),'or');
hold on
plot(P3(1,1),P3(2,1),'or');
hold on
plot(P4(1,1),P4(2,1),'or');
hold on
plot(P5(1,1),P5(2,1),'or');
hold on
grid on
axis image
title('Mecanismo en las cinco posiciones');
%%*****%%
%% %% %%
%% %% %%
%% %% Path Generation Program Using Loop Closure Method%% %%
%% %% %%
%% %%
%% *****%%
%% %% FILENAME: path_loop_closure.m
%% %% CREATE MATRICES TO STORE X AND iy COMPONENTS OF POSITION OF PTS. A,B,
%% %% AND C AND THETA 3 AND 4 ESTIMATES
Xa=[];
Ya=[];
Xb=[];
Yb=[];
Xc=[];
Yc=[];
thetabars=[];

%%%%%%%%%%
% DEFINE CONSTANTS (LENGTHS IN INCHES, ANGLES IN RADIANS)
r1=L(1); % "G" Ground Link Length, AoBo
r2=L(2); % "U" Input Link Length, AoA
r3=L(3); % "Z" Coupler Link Length, AB
r4=L(4); % "W" Follower Link Length, BoB
a1=Aox+abs(A(1))*cos(A(2))+abs(A(3))*cos(A(4));
b1=Aoy+abs(A(1))*sin(A(2))+abs(A(3))*sin(A(4));
r5=sqrt((Aox-a1)^2+(Aoy-b1)^2); % Length AC
thetal=atan((k(8)-k(2))/(k(7)-k(1)))+pi;%201.118*(pi/180); % Angle of
Ground Link
```



```
psic=(atan((k(4)-k(2))/(k(3)-k(1)))-atan((Aoy-b1)/(Aox-a1)))*2*pi; % Angle
BAC
mu=-1; % Configuration of linkage

% Grashof (s+l<p+q since r2+r1<r3+r4) and input is the shortest
% link => Crank Rocker (Crank can rotate 360 degrees)
theta2min=0; % Smallest input angle
theta2max=2*pi; % Largest input angle
range=theta2max-theta2min; % Range of input motion
steps=100; % Number of positions that will be calculated
% CALCULATE INITIAL POSITION OF C WITH COMPLEX NUMBERS
theta2=theta2min; % Initial theta2
r2v=r2*exp(i*theta2); % Position vector AoA
r1v=r1*exp(i*theta1); % Position vector AoBo
r7v=r2v-r1v; % Position vector BoA
r7=abs(r7v); % Magnitude BoA
psi=acos((r4^2+r7^2-r3^2)/(2*r4*r7)); % Angle ABoB
theta4=imag(log(r7v/abs(r7v)))+mu*psi; % Current theta4
r4v=r4*exp(i*theta4); % Position vector BoB
r3v=r1v-r2v+r4v; % Position vector AB
theta3=imag(log(r3v/abs(r3v))); % Angle of AoA to X axis
% CALCULATE POSITION OF C AT ALL STEPS
for q=1:(steps+1)
theta2=theta2min+(q-1)*(range)/steps; % Current theta2
% CALL FUNCTION TO GET ESTIMATES OF THETAS 3 AND 4
thetabars=thetas(theta1,theta2,theta3,theta4,r1,r2,r3,r4);
theta3=thetabars(1); % Set current theta3 to Newton-Raphson estimate
theta4=thetabars(2); % Set current theta4 to Newton-Raphson estimate
thth(q)=theta4;
Xc(q)=r2*cos(theta2)+r5*cos(theta3+psic); % Put current Xc in matrix
Yc(q)=r2*sin(theta2)+r5*sin(theta3+psic); % Put current iYc in matrix
Xb(q)=r1*cos(theta1)+r4*cos(theta4); % Put current Xb in matrix
Yb(q)=r1*sin(theta1)+r4*sin(theta4); % Put current iYb in matrix
Xa(q)=r2*cos(theta2); % Put current Xa in matrix
Ya(q)=r2*sin(theta2); % Put current iYa in matrix
figure(4);
plot(theta2,theta4,'.');
hold on;
grid on;
end
% theta4max=max(thth);
% theta4min=min(thth);
% rangel=(theta4max-theta4min)*180/pi
% PLOT THE POSITIONS OF C, B, AND A
figure(5);
plot(Xc,Yc,Xb,Yb,Xa,Ya);
hold on
title('Plot of Positions Using Loop Closure and Newton-Raphson');
%axis([-2,4,-2,4]);
xlabel('X Coordinates');
ylabel('iY Coordinates');
legend('Pt. C','Follower','Input (Crank)');
```

Apéndice F

FUNCIÓN THETAS

La función `thetas` al igual que los anteriores fue realizado en Matlab® 7.6.0 (R2008a), utilizada en los programas principales para generar las trayectorias de los distintos eslabones que constituyen el mecanismo de cuatro barras además de un punto fijo en el acoplador; el listado de este programa se presenta a continuación:

```
%*****
%
%
%
% Function for Path Generation Program Using Loop Closure Method
% 2-12-06
%
%*****
% FILENAME: thetas.m
% FUNCTION FINDS NEWTON-RAPHSON APPROXIMATION OF THETAS 3 AND 4
% BASED ON PREVIOUS ANGLES AND BASED ON LINK MAGNITUDES
function y=thetas(th1,th2,th3,th4,m1,m2,m3,m4)
% SET ESTIMATES EQUAL TO LAST THETAS 3 AND 4
theta3bar=th3;
theta4bar=th4;
%INITIALIZE MATRIX TO STORE X AND Y SUMS
F=[1;1];
% LOOP UNTIL MAGNITUDE OF X AND Y SUMS IS VERY SMALL -- NEAR ZERO
while norm(F)>=1.0e-010 %if eps, program looped forever
% X COMPONENTS AT CURRENT ESTIMATE (MUST ADD UP TO ZERO)
f1=m2*cos(th2)+m3*cos(theta3bar)-m4*cos(theta4bar)-m1*cos(th1);
% Y COMPONENTS AT CURRENT ESTIMATE (MUST ADD UP TO ZERO)
f2=m2*sin(th2)+m3*sin(theta3bar)-m4*sin(theta4bar)-m1*sin(th1);
% JACOBIAN DETERMINATE IS CALCULATED
A=[(-m3*sin(theta3bar)), (m4*sin(theta4bar));(m3*cos(theta3bar)), (-
m4*cos(theta4bar))];
%THE X AND Y AT CURRENT ESTIMATE
b=[(-(f1));(-(f2))];
% MATRIX "DIVISION" -- EQUIVALENT TO A^-1*b, BUT FASTER EXECUTION
x=A\b;
% NEW ESTIMATE OF THETAS 3 AND 4
theta3bar=theta3bar+x(1,1);
theta4bar=theta4bar+x(2,1);
% NEW SUM OF X AND Y COMPONENTS
f1=m2*cos(th2)+m3*cos(theta3bar)-m4*cos(theta4bar)-m1*cos(th1);
f2=m2*sin(th2)+m3*sin(theta3bar)-m4*sin(theta4bar)-m1*sin(th1);
% PUT X AND Y SUMS IN MATRIX SO NORM CAN BE COMPUTED
F=[f1;f2];
end
% FINAL ESTIMATES ARE RETURNED AS A VECTOR
y=[theta3bar theta4bar];
end
```

Apéndice G

MODELO EN SIMMECHANICS EN MATLAB®

En este apéndice se muestra el modelo del mecanismo de cuatro barras obtenido en la síntesis de cuerpo rígido realizado en SimMechanics en la plataforma de Matlab®.

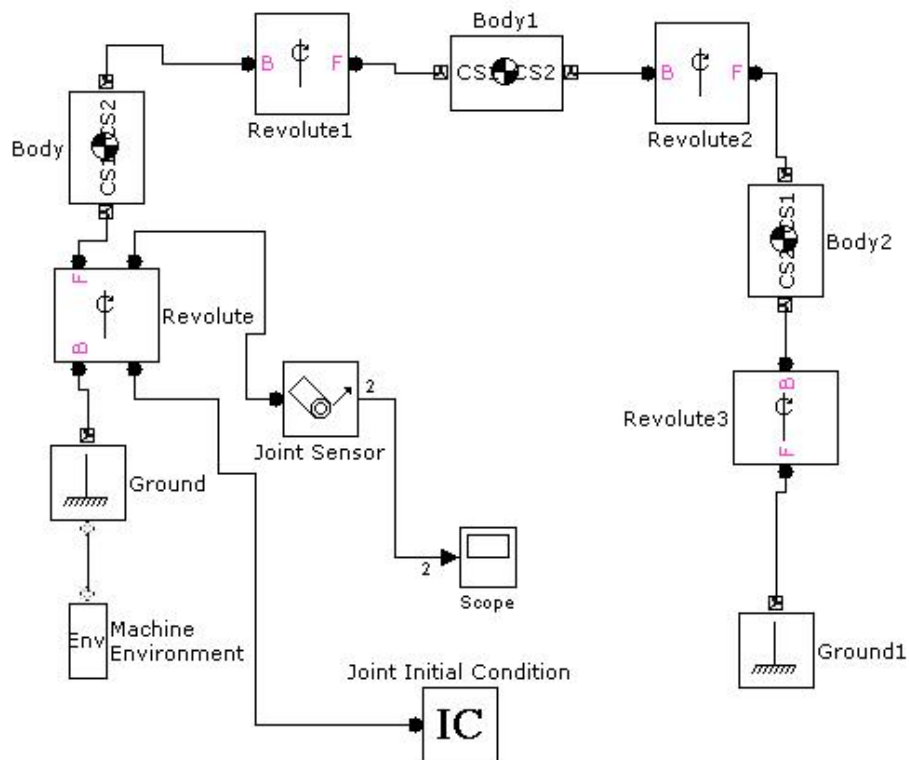


Figura G. 1. Modelo SimMechanics.

Apéndice H

COEFICIENTES DE LA CURVA k_{A0}

En este apéndice se muestra todo el desarrollo matemático desarrollado para lograr la síntesis dimensional del mecanismo esférico 4R requerido para llegar a la aproximación del movimiento de circunducción de la muñeca de la mano.

H.1 Matriz de transformación M_Q

Refiriéndose a la Fig. 3.6 suponga que las coordenadas de $E_1(x_1, y_1, z_1)$, $E_2(x_2, y_2, z_2)$, y el ángulo $\varphi_2 = \varphi_{12}$ son conocidos. Las coordenadas (x_Q, y_Q, z_Q) del punto Q son como se menciona en la sección 3.4. La matriz M_Q se puede encontrar de la siguiente forma:

$$\cos E_1E_2 = x_1x_2 + y_1y_2 + z_1z_2$$

$$\sin QE_1 = \sin QE_2 = \sqrt{\frac{1 - \cos E_1E_2}{1 - \cos \varphi_2}}, \quad 0 \leq QE_1 = QE_2 \leq 90^\circ$$

Siendo:

$$\Delta = x_2y_1 - x_1y_2$$

$$\Delta_1 = z_2x_1 - z_1x_2$$

$$\Delta_2 = z_2y_1 - z_1y_2$$

$$q_2 = \Delta^2 + \Delta_1^2 + \Delta_2^2$$

$$q_1 = 2 \cos QE_1 [(x_2 - x_1)\Delta_1 + (y_2 - y_1)\Delta_2]$$

$$q_0 = (\cos QE_1)^2 [(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2] - \Delta^2$$

Resolviendo la siguiente ecuación cuadrática para z_Q :

$$q_2 z_Q^2 + q_1 z_Q + q_0 = 0 \tag{H.1}$$

Y después se calcula:



$$x_Q = \frac{[-(y_2 - y_1) \cos QE_1 - z_Q \Delta_2]}{\Delta}$$

$$x_Q = \frac{[(x_2 - x_1) \cos QE_1 + z_Q \Delta_1]}{\Delta}$$

(H.2)

Hay dos conjuntos de soluciones correspondientes a las dos raíces de la ecuación H.1. La correcta es aquella que satisface las siguientes ecuaciones:

$$\begin{aligned} (V_{\varphi_2} x_Q^2 + C_{\varphi_2})x_1 + (V_{\varphi_2} x_Q y_Q - S_{\varphi_2} z_Q)y_1 + (V_{\varphi_2} z_Q x_Q + S_{\varphi_2} y_Q)z_1 &= x_2 \\ (V_{\varphi_2} x_Q y_Q + S_{\varphi_2} z_Q)x_1 + (V_{\varphi_2} y_Q^2 + C_{\varphi_2})y_1 + (V_{\varphi_2} y_Q z_Q - S_{\varphi_2} x_Q)z_1 &= y_2 \\ (V_{\varphi_2} z_Q x_Q - S_{\varphi_2} y_Q)x_1 + (V_{\varphi_2} y_Q z_Q + S_{\varphi_2} x_Q)y_1 + (V_{\varphi_2} z_Q^2 + C_{\varphi_2})z_1 &= z_2 \end{aligned}$$

(H.3)

Las coordenadas esféricas rectangulares de Q son:

$$v_Q = \tan^{-1} \frac{x_Q}{z_Q} \quad -90^\circ \leq v_Q \leq 90^\circ$$

$$v_Q = \sin^{-1} y_Q \quad -90^\circ \leq v_Q \leq 90^\circ$$

Donde por brevedad se usan los símbolos:

$$S_v = \sin v_Q$$

$$C_v = \cos v_Q$$

El ángulo χ , negativo como se muestra en la Fig. 4.6 se calcula de la siguiente forma:

$$\tan \chi = \frac{(C_v x_1 - S_v z_1)}{(S_v S_v x_1 - C_v y_1 + C_v S_v z_1)} \quad -90^\circ \leq \chi \leq 90^\circ$$

El sistema coordenada es rotado de su posición original en base al sistema xyz gracias a las rotaciones en los ejes y, x y z los ángulos de rotación respectivos a cada uno de los ejes anteriores son u_Q , $-v_Q$ y χ para llegar a la posición $x'y'z'$. La matriz de transformación correspondiente es:

$$M_Q = \begin{bmatrix} C_\chi & S_\chi & 0 \\ -S_\chi & C_\chi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & C_v & -S_v \\ 0 & S_v & C_v \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_v & 0 & -S_v \\ 0 & 1 & 0 \\ S_v & 0 & C_v \end{bmatrix}$$

La multiplicación de estas tres matrices resulta en la forma final de MQ.



H.2 Coeficientes de la ecuación 3.12

Después de sustituir la ecuación 3.5 en la ecuación 3.9 y expandiendo el determinante resultara una ecuación de sexto grado con tres variables x_0 , y_0 , z_0 . Se puede demostrar que los coeficientes de los términos de sexto y quinto grado se eliminan entre si y después de una reducción de los términos de cuarto orden en unos de segundo orden aplicando la ecuación de una esfera unitaria (ecuación 3.10) la ecuación 3.9 se convierte en una ecuación de tercer orden en las variables x_0 , y_0 , z_0 .

$$\begin{aligned}
 k_{31}x_0^3 + k_{32}y_0^3 + k_{33}z_0^3 + k_{34}x_0^2y_0 + k_{35}x_0^2z_0 + k_{36}y_0^2z_0 + k_{37}y_0^2x_0 + k_{38}z_0^2x_0 + k_{39}z_0^2y_0 \\
 + k_{30}x_0y_0z_0 + k_{21}x_0^2 + k_{22}y_0^2 + k_{23}z_0^2 + k_{24}x_0y_0 + k_{25}y_0z_0 + k_{26}x_0z_0 \\
 + k_{11}x_0 + k_{12}y_0 + k_{13}z_0 + k_0 = 0
 \end{aligned}
 \tag{H.4}$$

Donde:

$$\begin{aligned}
 k_{31} &= |V_{\varphi i} x_i, S_{\varphi i} z_i, C_{\varphi i} z_i - z_1| + |V_{\varphi i} x_i, C_{\varphi i} y_i - y_1, -S_{\varphi i} y_i|, i = 2,3,4 \\
 k_{32} &= |-S_{\varphi i} z_i, V_{\varphi i} y_i, C_{\varphi i} z_i - z_1| + |C_{\varphi i} x_i - x_1, V_{\varphi i} y_i, S_{\varphi i} x_i| \\
 k_{33} &= |S_{\varphi i} y_i, C_{\varphi i} y_i - y_1, V_{\varphi i} z_i| + |C_{\varphi i} x_i - x_1, -S_{\varphi i} x_i, V_{\varphi i} z_i| \\
 k_{34} &= |V_{\varphi i} x_i, C_{\varphi i} y_i - y_1, S_{\varphi i} x_i| + |V_{\varphi i} y_i, S_{\varphi i} z_i, C_{\varphi i} z_i - z_1| + |V_{\varphi i} y_i, C_{\varphi i} y_i - y_1, -S_{\varphi i} y_i| \\
 &\quad + |C_{\varphi i} x_i - x_1, V_{\varphi i} x_i - S_{\varphi i} y_i| \\
 k_{35} &= |V_{\varphi i} x_i, -S_{\varphi i} x_i, C_{\varphi i} z_i - z_1| + |V_{\varphi i} z_i, S_{\varphi i} z_i, C_{\varphi i} z_i - z_1| + |V_{\varphi i} z_i, C_{\varphi i} y_i - y_1, -S_{\varphi i} y_i| \\
 &\quad + |C_{\varphi i} x_i - x_1, S_{\varphi i} z_i, V_{\varphi i} x_i| \\
 k_{36} &= |S_{\varphi i} y_i, V_{\varphi i} y_i, C_{\varphi i} z_i - z_1| + |-S_{\varphi i} z_i, V_{\varphi i} z_i, C_{\varphi i} z_i - z_1| + |C_{\varphi i} x_i - x_1, V_{\varphi i} z_i, S_{\varphi i} x_i| \\
 &\quad + |-S_{\varphi i} z_i, C_{\varphi i} y_i - y_1, V_{\varphi i} y_i| \\
 k_{37} &= |C_{\varphi i} x_i - x_1, V_{\varphi i} y_i - S_{\varphi i} y_i| + |-S_{\varphi i} z_i, V_{\varphi i} x_i, C_{\varphi i} z_i - z_1| \\
 &\quad + |C_{\varphi i} x_i - x_1, V_{\varphi i} x_i, S_{\varphi i} x_i| + |V_{\varphi i} y_i, C_{\varphi i} y_i - y_1, S_{\varphi i} x_i| \\
 k_{38} &= |C_{\varphi i} x_i - x_1, S_{\varphi i} z_i, V_{\varphi i} z_i| + |S_{\varphi i} y_i, C_{\varphi i} y_i - y_1, -S_{\varphi i} z_i, V_{\varphi i} x_i| \\
 &\quad + |C_{\varphi i} x_i - x_1, -S_{\varphi i} x_i, V_{\varphi i} x_i| + |V_{\varphi i} z_i, -S_{\varphi i} x_i, C_{\varphi i} z_i - z_1| \\
 k_{39} &= |-S_{\varphi i} z_i, C_{\varphi i} y_i - y_1, V_{\varphi i} z_i| + |S_{\varphi i} y_i, C_{\varphi i} y_i - y_1, V_{\varphi i} y_i| + |C_{\varphi i} x_i - x_1, -S_{\varphi i} x_i, V_{\varphi i} y_i| \\
 &\quad + |S_{\varphi i} y_i, V_{\varphi i} z_i, C_{\varphi i} z_i - z_1|
 \end{aligned}$$



$$k_{30} = \left| V_{\varphi i} y_i - S_{\varphi i} x_i, C_{\varphi i} z_i - z_1 \right| + \left| V_{\varphi i} z_i, C_{\varphi i} y_i - y_1, S_{\varphi i} x_i \right| \\ + \left| C_{\varphi i} x_i - x_1, V_{\varphi i} z_i, -S_{\varphi i} y_i \right| + \left| S_{\varphi i} y_i, V_{\varphi i} x_i, C_{\varphi i} z_i - z_1 \right| \\ + \left| -S_{\varphi i} z_i, C_{\varphi i} y_i - y_1, V_{\varphi i} x_i \right| + \left| C_{\varphi i} x_i - x_1, S_{\varphi i} z_i, V_{\varphi i} y_i \right|$$

$$k_{21} = \left| V_{\varphi i} x_i, C_{\varphi i} y_i - y_1, C_{\varphi i} z_i - z_1 \right| + \left| C_{\varphi i} x_i - x_1, S_{\varphi i} z_i - S_{\varphi i} y_i \right| + \left| S_{\varphi i} y_i, S_{\varphi i} z_i, V_{\varphi i} x_i \right|$$

$$k_{22} = \left| C_{\varphi i} x_i - x_1, V_{\varphi i} y_i, C_{\varphi i} z_i - z_1 \right| + \left| -S_{\varphi i} z_i, C_{\varphi i} y_i - y_1, S_{\varphi i} x_i \right| \\ + \left| V_{\varphi i} y_i, S_{\varphi i} z_i, S_{\varphi i} x_i \right|$$

$$k_{23} = \left| C_{\varphi i} x_i - x_1, C_{\varphi i} y_i - y_1, V_{\varphi i} z_i \right| + \left| S_{\varphi i} y_i - S_{\varphi i} x_i, C_{\varphi i} z_i - z_1, \right| \\ + \left| S_{\varphi i} y_i, V_{\varphi i} z_i, S_{\varphi i} x_i \right|$$

$$k_{24} = \left| V_{\varphi i} y_i, C_{\varphi i} y_i - y_1, C_{\varphi i} z_i - z_1 \right| + \left| -S_{\varphi i} z_i, -S_{\varphi i} x_i, C_{\varphi i} z_i - z_1 \right| \\ + \left| C_{\varphi i} x_i - x_1, V_{\varphi i} x_i, C_{\varphi i} z_i - z_1 \right| + \left| C_{\varphi i} x_i - x_1, S_{\varphi i} z_i, S_{\varphi i} x_i \right| \\ + \left| V_{\varphi i} x_i, S_{\varphi i} z_i, S_{\varphi i} x_i \right| + \left| V_{\varphi i} y_i, S_{\varphi i} z_i, -S_{\varphi i} y_i \right|$$

$$k_{25} = \left| C_{\varphi i} x_i - x_1, V_{\varphi i} z_i, C_{\varphi i} z_i - z_1 \right| + \left| -S_{\varphi i} z_i, C_{\varphi i} y_i - y_1, -S_{\varphi i} y_i \right| \\ + \left| C_{\varphi i} x_i - x_1, C_{\varphi i} y_i - y_1, V_{\varphi i} y_i \right| + \left| S_{\varphi i} y_i, C_{\varphi i} y_i - y_1, S_{\varphi i} x_i \right| \\ + \left| S_{\varphi i} y_i, V_{\varphi i} y_i, S_{\varphi i} x_i \right| + \left| -S_{\varphi i} z_i, V_{\varphi i} z_i, S_{\varphi i} x_i \right|$$

$$k_{26} = \left| C_{\varphi i} x_i - x_1, C_{\varphi i} y_i - y_1, V_{\varphi i} x_i \right| + \left| C_{\varphi i} x_i - x_1, -S_{\varphi i} x_i, -S_{\varphi i} y_i \right| \\ + \left| V_{\varphi i} z_i, C_{\varphi i} y_i - y_1, C_{\varphi i} z_i - z_1 \right| + \left| S_{\varphi i} y_i, S_{\varphi i} z_i, C_{\varphi i} z_i - z_1 \right| \\ + \left| V_{\varphi i} x_i, S_{\varphi i} x_i, S_{\varphi i} y_i \right| + \left| V_{\varphi i} z_i, S_{\varphi i} z_i, S_{\varphi i} y_i \right|$$

$$k_{11} = \left| C_{\varphi i} x_i - x_1, S_{\varphi i} z_i, C_{\varphi i} z_i - z_1 \right| + \left| C_{\varphi i} x_i - x_1, C_{\varphi i} y_i - y_1, -S_{\varphi i} y_i \right|$$

$$k_{12} = \left| -S_{\varphi i} z_i, C_{\varphi i} y_i - y_1, C_{\varphi i} z_i - z_1 \right| + \left| C_{\varphi i} x_i - x_1, C_{\varphi i} y_i - y_1, S_{\varphi i} x_i \right|$$

$$k_{13} = \left| S_{\varphi i} y_i, C_{\varphi i} y_i - y_1, C_{\varphi i} z_i - z_1 \right| + \left| C_{\varphi i} x_i - x_1, -S_{\varphi i} x_i, C_{\varphi i} z_i - z_1 \right|$$

$$k_0 = \left| C_{\varphi i} x_i - x_1, C_{\varphi i} y_i - y_1, C_{\varphi i} z_i - z_1 \right|$$

(H.5)

Después de una transformación de x_0, y_0, z_0 , en coordenadas esféricas polares (p_0, θ_0) aplicando las siguientes ecuaciones:



$$\begin{cases} x = \sin p \cos \theta \\ y = \sin p \sin \theta \\ z = \cos p \end{cases} \quad (\text{H.6})$$

La ecuación H.4 se transforma en:

$$L_3 t^3 + L_2 t^2 + L_1 t + L_0 = -(H_2 t^2 + H_1 t + H_0) \frac{1}{\cos p_0} \quad (\text{H.7})$$

Donde:

$$L_3 = k_{31} C_\theta^3 + k_{34} C_\theta^2 S_\theta + k_{37} S_\theta^2 C_\theta + k_{32} S_\theta^2 + k_{32} S_\theta^3 + k_{11} C_\theta + k_{12} S_\theta$$

$$L_2 = k_{35} C_\theta^2 + k_{30} C_\theta S_\theta + k_{36} S_\theta^2 + k_{13}$$

$$L_1 = (k_{38} + k_{11}) C_\theta + (k_{39} + k_{12}) S_\theta$$

$$L_0 = k_{33} + k_{13}$$

$$H_2 = k_{21} C_\theta^2 + k_{24} C_\theta S_\theta + k_{22} S_\theta^2 + k_0$$

$$H_1 = k_{26} C_\theta + k_{25} S_\theta$$

$$H_0 = k_{23} + k_0$$

$$t = \tan p_0$$

Con las abreviaciones de $S_\theta = \sin \theta_0$ y $C_\theta = \cos \theta_0$.

Nota $\frac{1}{\cos p_0} = \sqrt{(1 + t^2)}$ Elevando al cuadrado la ecuación H.6 una vez da finalmente la ecuación 4.12 correspondiente a la curva k_{A0} donde:

$$q_{06} = L_3^2 + H_2^2$$

$$q_{05} = 2(L_3 L_2 - H_2 H_1)$$

$$q_{04} = L_2^2 + 2L_3 L_1 - H_1^2 - 2H_2 H_0 - H_2^2$$

$$q_{03} = 2(L_3 L_0 + L_2 L_1 - H_1 H_0 - H_2 H_1)$$

$$q_{02} = L_1^2 + 2L_2 L_0 - H_0^2 - 2H_2 H_0 - H_1^2$$

$$q_{01} = 2(L_1 L_0 + H_1 H_0)$$

$$q_{00} = (L_0^2 - H_0^2)$$

Apéndice I

COEFICIENTES DE LA CURVA DE PUNTO DE CENTRO k_m

En este apéndice al igual que el anterior se muestra el desarrollo matemático desarrollado para utilizado en la curva k_m para la localización de los pivotes de la barra conducida, es decir, B_0 y B .

I.1 CURVA DE PUNTO DE CENTRO K_m

La ecuación de la curva de punto de centro km se puede escribir como:

$$\begin{vmatrix} L_2 & Q_2 & H_2 \\ L_3 & Q_3 & H_3 \\ L_4 & Q_4 & H_4 \end{vmatrix} = [L_i \quad Q_i \quad H_i] = 0 \quad i=2, 3, 4 \quad (I.1)$$

Expandiendo este determinante resulta en una ecuación cubica homogénea en las incógnitas x_0, y_0, z_0 así los coeficientes de la ecuación 3.23 son:

$$\begin{aligned} m_1 &= |d_{21i} \quad (d_{22i} - 1) \quad d_{23i}| \\ m_2 &= |(d_{11i} - 1) \quad (d_{22i} - 1) \quad d_{23i}| + |d_{21i} \quad d_{12i} \quad d_{23i}| + |d_{21i} \quad (d_{22i} - 1) \quad d_{13i}| \\ m_3 &= |(d_{11i} - 1) \quad d_{12i} \quad d_{23i}| + |(d_{11i} - 1) \quad (d_{22i} - 1) \quad d_{13i}| + |d_{21i} \quad d_{12i} \quad d_{13i}| \\ m_4 &= |(d_{11i} - 1) \quad d_{12i} \quad d_{13i}| \\ m_5 &= |d_{21i} \quad d_{32i} \quad (d_{33i} - 1)| + |d_{31i} \quad (d_{22i} - 1) \quad (d_{33i} - 1)| + |d_{31i} \quad d_{32i} \quad d_{23i}| \\ m_6 &= |(d_{11i} - 1) \quad d_{32i} \quad (d_{33i} - 1)| + |d_{31i} \quad d_{12i} \quad (d_{33i} - 1)| + |d_{31i} \quad d_{32i} \quad d_{13i}| \\ m_7 &= |d_{21i} \quad (d_{22i} - 1) \quad (d_{33i} - 1)| + |d_{21i} \quad d_{32i} \quad d_{23i}| + |d_{31i} \quad (d_{22i} - 1) \quad d_{23i}| \\ m_8 &= |(d_{11i} - 1) \quad (d_{22i} - 1) \quad (d_{33i} - 1)| + |(d_{11i} - 1) \quad d_{32i} \quad d_{23i}| \\ &\quad + |d_{21i} \quad d_{12i} \quad (d_{33i} - 1)| + |d_{21i} \quad d_{32i} \quad d_{13i}| + |d_{31i} \quad d_{12i} \quad d_{13i}| \\ &\quad + |d_{31i} \quad (d_{22i} - 1) \quad d_{13i}| \\ m_9 &= |(d_{11i} - 1) \quad d_{12i} \quad (d_{33i} - 1)| + |(d_{11i} - 1) \quad d_{32i} \quad d_{13i}| + |d_{31i} \quad d_{12i} \quad d_{13i}| \end{aligned} \quad (I.2)$$



Después de una transformación de las coordenadas (x_0, y_0, z_0) en coordenadas esféricas polares (p_0, θ_0) , la ecuación 4.23 se reduce a:

$$k_m: M_2(\tan p_0)^2 + M_1 \tan p_0 + M_0 \quad (\text{I.3})$$

Donde los coeficientes son:

$$\begin{aligned} M_2 &= m_1 S_{\theta_0}^3 + m_2 S_{\theta_0}^2 C_{\theta_0} + m_3 S_{\theta_0} C_{\theta_0}^2 + m_4 C_{\theta_0}^3 \\ M_1 &= m_7 S_{\theta_0}^2 + m_8 S_{\theta_0} C_{\theta_0} + m_9 C_{\theta_0}^2 \\ M_0 &= m_5 S_{\theta_0} + m_6 C_{\theta_0} \end{aligned} \quad (\text{I.4})$$

Con la notación:

$$\begin{aligned} S_{\theta_0} &= \sin \theta_0 \\ C_{\theta_0} &= \cos \theta_0 \end{aligned} \quad (\text{I.5})$$

Apéndice J

PROGRAMA SINTESIS_CINEMATICA_ MECANISMO _ESFERICO_4R

El programa siguiente fue realizado en Matlab® 7.6.0 (R2008a), utiliza las funciones de los apéndices B, D y F; el listado de este programa se presenta a continuación:

```
%%sintesis de generacion de trayectorias
%      mecanismos esfericos 4R
clear all
clc
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
int=1;
ext=1;
int1=1;
int2=1;
int3=1;
xe=zeros;
ye=zeros;
ze=zeros;
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% puntos de presicion
E1=[0.842,-0.1006,0.531];
E2=[0.8608,-0.1938,0.4706];
E3=[0.8787,-0.2534,0.4046];
E4=[0.8981,-0.3067,0.3152];
x=[E1(1),E2(1),E3(1),E4(1)];
y=[E1(2),E2(2),E3(2),E4(2)];
z=[E1(3),E2(3),E3(3),E4(3)];

%posiciones eslabon de entrada
FI2=20;
FI3=40;
FI4=60;
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
cosE1E2=x(1)*x(2)+y(1)*y(2)+z(1)*z(2);
sinQE1=sqrt((1-cosE1E2)/(1-cosd(FI2)));
QE1=asin(sinQE1);
%cosQE1=(sin(2*QE1)/(2*sin(QE1)));
delta=x(2)*y(1)-x(1)*y(2);
delta1=z(2)*x(1)-z(1)*x(2);
delta2=z(2)*y(1)-z(1)*y(2);
q2=delta^2+delta1^2+delta2^2;
q1=2*(cos(QE1))*((x(2)-x(1))*delta1+(y(2)-y(1))*delta2);
q0=((cos(QE1))^2)*((y(2)-y(1))^2+(x(2)-x(1))^2)-delta^2;
ZQ(1)=(-q1+sqrt(q1^2-4*q2*q0))/(2*q2);
XQ(1)=(-(y(2)-y(1))*cos(QE1)-ZQ(1)*delta2)/(delta);
YQ(1)=((x(2)-x(1))*cos(QE1)+ZQ(1)*delta1)/(delta);
ZQ(2)=(-q1-sqrt(q1^2-4*q2*q0))/(2*q2);
XQ(2)=(-(y(2)-y(1))*cos(QE1)-ZQ(2)*delta2)/(delta);
```



```

YQ(2)=((x(2)-x(1))*cos(QE1)+ZQ(2)*delta1)/(delta);
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%% SELECCION RESPUESTA %%%%
for i=1:2
A=((XQ(i))^2*(1-cosd(FI2))+cosd(FI2));
B=((XQ(i))*YQ(i))*(1-cosd(FI2))-ZQ(i)*sind(FI2);
C=((XQ(i))*ZQ(i))*(1-cosd(FI2))+YQ(i)*sind(FI2);
A1=((XQ(i))*YQ(i))*(1-cosd(FI2))+ZQ(i)*sind(FI2);
B1=((YQ(i))^2*(1-cosd(FI2))+cosd(FI2));
C1=((YQ(i))*ZQ(i))*(1-cosd(FI2))-XQ(i)*sind(FI2);
A2=((XQ(i))*ZQ(i))*(1-cosd(FI2))-YQ(i)*sind(FI2);
B2=((YQ(i))*ZQ(i))*(1-cosd(FI2))+XQ(i)*sind(FI2);
C2=((ZQ(i))^2*(1-cosd(FI2))+cosd(FI2));
eq1=A*x(1)+B*y(1)+C*z(1);
eq2=A1*x(1)+B1*y(1)+C1*z(1);
eq3=A2*x(1)+B2*y(1)+C2*z(1);
if eq1/x(2)>0.9 && eq2/y(2)>0.9 && eq3/z(2)>0.9
    xq=XQ(i)
    yq=YQ(i)
    zq=ZQ(i)
end
end
UQ=atan(xq/zq);
VQ=asin(yq);
tanX=(cos(UQ)*x(1)-sin(UQ)*z(1))/(sin(UQ)*sin(VQ)*x(1)-
cos(VQ)*y(1)+cos(UQ)*sin(VQ)*z(1));
X=atan(tanX);
mat1=[cos(X),sin(X),0;-sin(X),cos(X),0;0,0,1];
mat2=[1,0,0;0,cos(VQ),-sin(VQ);0,sin(VQ),cos(VQ)];
mat3=[cos(UQ),0,-sin(UQ);0,1,0;sin(UQ),0,cos(UQ)];
MQ=mat1*mat2*mat3
E1p=MQ*E1';
E2p=MQ*E2';
E3p=MQ*E3';
E4p=MQ*E4';
xn=[E1p(1),E2p(1),E3p(1),E4p(1)];
yn=[E1p(2),E2p(2),E3p(2),E4p(2)];
zn=[E1p(3),E2p(3),E3p(3),E4p(3)];
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
Ka=vectork(FI2,FI3,FI4,xn,yn,zn);
[xqn,yqn,zqn,intl]=esfera(Ka);
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
plot3(xqn,yqn,zqn,'black.')
hold on
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
plot3(xn,yn,zn,'b*')
hold on
axis square; grid on
% sphere;
% h = findobj('Type','surface');
% hemisphere = [ones(257,125)];
% set(h,'CData',flipud(hemisphere),'FaceColor','texturemap')
%% Seleccion de punto sobre la curva Km %%%%%%%%%%

A0p=[xqn(214),yqn(214),zqn(214)]
plot3(A0p(1),A0p(2),A0p(3),'ro')
hold on

V2=1-cosd(FI2);
V3=1-cosd(FI3);

```




```

m=matrizm(D12,D13,D14);
[xqm,yqm,zqm,int2]=esfera2(m);
plot3(xqm,yqm,zqm,'magenta.')
hold on
%% Seleccion de punto sobre la curva Km %%%%%%%%%%

B0p=[xqm(75),yqm(75),zqm(75)]
plot3(B0p(1),B0p(2),B0p(3),'ro')
hold on

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
[d]=matrizd(D12,D13,D14);
[xqo,yqo,zqo,int3]=esfera3(d);
plot3(xqo,yqo,zqo,'cyan.')
hold on
%% Seleccion de punto circle point %%%%%%%%%%
B1p=[xqo(135),yqo(135),zqo(135)]
plot3(B1p(1),B1p(2),B1p(3),'ro')
hold on
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
figure (2)
grid on
plot3(A0p(1),A0p(2),A0p(3),'ro')
hold on
plot3(A1p(1),A1p(2),A1p(3),'ro')
hold on
plot3(B0p(1),B0p(2),B0p(3),'ro')
hold on
plot3(B1p(1),B1p(2),B1p(3),'ro')
hold on
% plot3(xn,yn,zn,'b*')
% hold on
grid on
sphere;
h = findobj('Type','surface');
hemisphere = [ones(257,125)];
set(h,'CData',flipud(hemisphere),'FaceColor','texturemap')

a=acosd(A0p(1)*A1p(1)+A0p(2)*A1p(2)+A0p(3)*A1p(3));           %A0pA1p
b=acosd(B0p(1)*B1p(1)+B0p(2)*B1p(2)+B0p(3)*B1p(3));           %B0pB1p
c=acosd(A1p(1)*B1p(1)+A1p(2)*B1p(2)+A1p(3)*B1p(3));           %A1pB1p
f=acosd(B0p(1)*A0p(1)+B0p(2)*A0p(2)+B0p(3)*A0p(3));           %A0pB0p
m=acosd(xn(1)*A1p(1)+yn(1)*A1p(2)+zn(1)*A1p(3));               %A1pE1p
n=acosd(xn(1)*B1p(1)+yn(1)*B1p(2)+zn(1)*B1p(3));               %B1pE1p
v=acosd((cosd(n)-cosd(c)*cosd(m))/(sind(c)*sind(m)));           %angleE1pA1pB1p
g=acosd(B0p(1)*A1p(1)+B0p(2)*A1p(2)+B0p(3)*A1p(3));           %A1pB0p
h=acosd(B1p(1)*A0p(1)+B1p(2)*A0p(2)+B1p(3)*A0p(3));           %B1pA0p
fil=acosd((cosd(g)-cosd(f)*cosd(a))/(sind(f)*sind(a)))           %angleA1pA0pB0p
xil=- (acosd((cosd(h)-cosd(b)*cosd(f))/(sind(b)*sind(f))))       %angleA0pB0pB1p

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
k1p=cosd(f)*cosd(c)*cosd(a);
k2p=cosd(b);
k3p=sind(f)*cosd(c)*sind(a);
k4p=cosd(f)*sind(c)*sind(a);
k5p=sind(f)*sind(c)*cosd(a);
k6p=sind(f)*sind(c);
fi2=fil+360;

```



```
for fi=fi1:5:fi2
h1p=k1p-k2p+k3p*cosd(fi);
h2p=-k4p+k5p*cosd(fi);
h3p=k6p*sind(fi);
en=2*atand((-h3p+sqrt(h3p^2-h1p^2+h2p^2))/(h1p-h2p));
l=acosd(cosd(a)*cosd(m)-sind(a)*sind(m)*cosd(en-v));
sigma=asind((sind(m)*sind(en-v))/sind(l));
e=fi-sigma;
xe(int3)=sind(l)*cosd(e);
ye(int3)=sind(l)*sind(e);
ze(int3)=cosd(l);

int3=int3+1;
end
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%(

plot3(xe,ye,ze,'cyan*')
hold on
grid on
X1=[0,1];
X2=[0,0];
X3=[0,0];
plot3(X1,X2,X3,'r')
hold on
Y1=[0,0];
Y2=[0,1];
Y3=[0,0];

plot3(Y1,Y2,Y3,'black')
hold on
Z1=[0,0];
Z2=[0,0];
Z3=[0,1];
plot3(Z1,Z2,Z3)
hold on
```

Apéndice K

ECUACIONES FUNDAMENTALES DE UN TRIÁNGULO ESFÉRICO

Algunas ecuaciones básicas de un triángulo esférico [36], se presentan en este apéndice. Dichas ecuaciones están basadas en el triángulo esférico mostrado en la Fig. K.1. Las cuales empleamos para obtener las dimensiones del mecanismo esférico sintetizado.

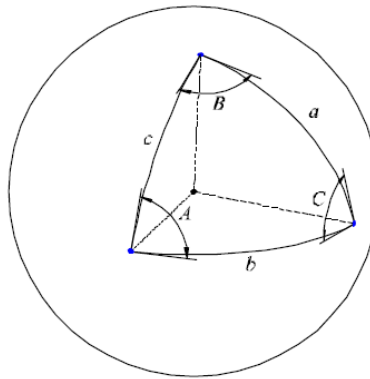


Figura. K. 1. Triángulo esférico.

Ley de los cosenos:

Ley de los cosenos para los lados:

$$\cos a = \cos b \cos c + \sin b \sin c \cos A \quad (\text{B.1})$$

Ley de los cosenos para los ángulos:

$$\cos A = -\cos B \cos C + \sin B \sin C \cos a \quad (\text{B.2})$$

Ley de los senos:

$$\frac{\sin a}{\sin A} = \frac{\sin b}{\sin B} = \frac{\sin c}{\sin C} \quad (\text{B.3})$$

Ley de las tangentes:



$$\frac{\tan \frac{A+B}{2}}{\tan \frac{A-B}{2}} = \frac{\tan \frac{a+b}{2}}{\tan \frac{a-b}{2}}$$

(B.4)

Coseno del ángulo mitad:

$$\cos \frac{a}{2} = \sqrt{\frac{\cos(S-B) \cos(S-C)}{\sin B \sin C}}$$

(B.5)

Donde:

$$S = \frac{A+B+C}{2}$$

$$\cos \frac{A}{2} = \sqrt{\frac{\cos(s-b) \cos(s-c)}{\sin b \sin c}}$$

(B.6)

Donde:

$$S = \frac{a+b+c}{2}$$

Apéndice L

En este apéndice se muestran los dibujos técnicos propuestos de cada uno de los elementos requeridos para la construcción del mecanismo del dedo, el cual será el mismo para los dedos anular, índice y medio, para el meñique se escalo este dedo en un factor de 0.66 y para el pulgar se modifico la base sobre la cual se monta la falange media y distal del dedo sintetizado. Además se muestran algunas características de los actuadores que se planean usar, como trabajo a futuro se planea su construcción y por este motivo es importante considerar la existencia de estos actuadores en la etapa de diseño.

L.1 Datos técnicos de los Micromotores

Las características del motor de corriente continua Namiki son de tamaño pequeño (2mm de diámetro hasta 36mm) [38], de baja inercia y una rápida respuesta. Desde el desarrollo de los motores más pequeños sin núcleo en el mundo en 1973, Namiki comercializada con éxito el motor de 2 mm diámetro Micro de DC sin escobillas en el mercado. Desde entonces ha sido ampliamente utilizado para varias aplicaciones en la industria. Sus aplicaciones son diversas en el campo de la medicina, la física y química, que demandan movimientos de precisión en espacios pequeños y móviles. Gracias a su peso y tamaño están encontrando numerosas aplicaciones como son en juguetes miniatura, instrumentos médicos y muchos usos miniaturizados del consumidor.

Las características de un motor de 2mm y 4mm de diámetro se presentan en la Tabla M.1.

Tabla L. 1. Características de los micromotores Namiki.

Φ	Productos Namiki	Φ mm	Longitud (mm)	Voltaje nominal (V)	Velocidad sin carga (rpm)	Torque (mNm)	Potencia de salida (W)
Φ 2 mm	SBL02-6H1PG02-4.3	2	5	3	105	0.017	0.0075
	SBL02-6H1PG02-18	2	5	3	105	0.052	0.0050
	SBL02-6H1PG02-79	2	5	3	105	0.19	0.0045
	SBL02-6H1PG02-337	2	5	3	105	0.66	0.0036
Φ 4 mm	SBL04-0829PG04-4.3	4	8	3	29	0.13	0.02
	SBL04-0829PG04-18	4	8	3	29	0.43	0.02
	SBL04-0829PG04-79	4	8	3	29	1.5	0.01
	SBL04-0829PG04-337	4	8	3	29	5.7	0.01

D

C

B

A

4

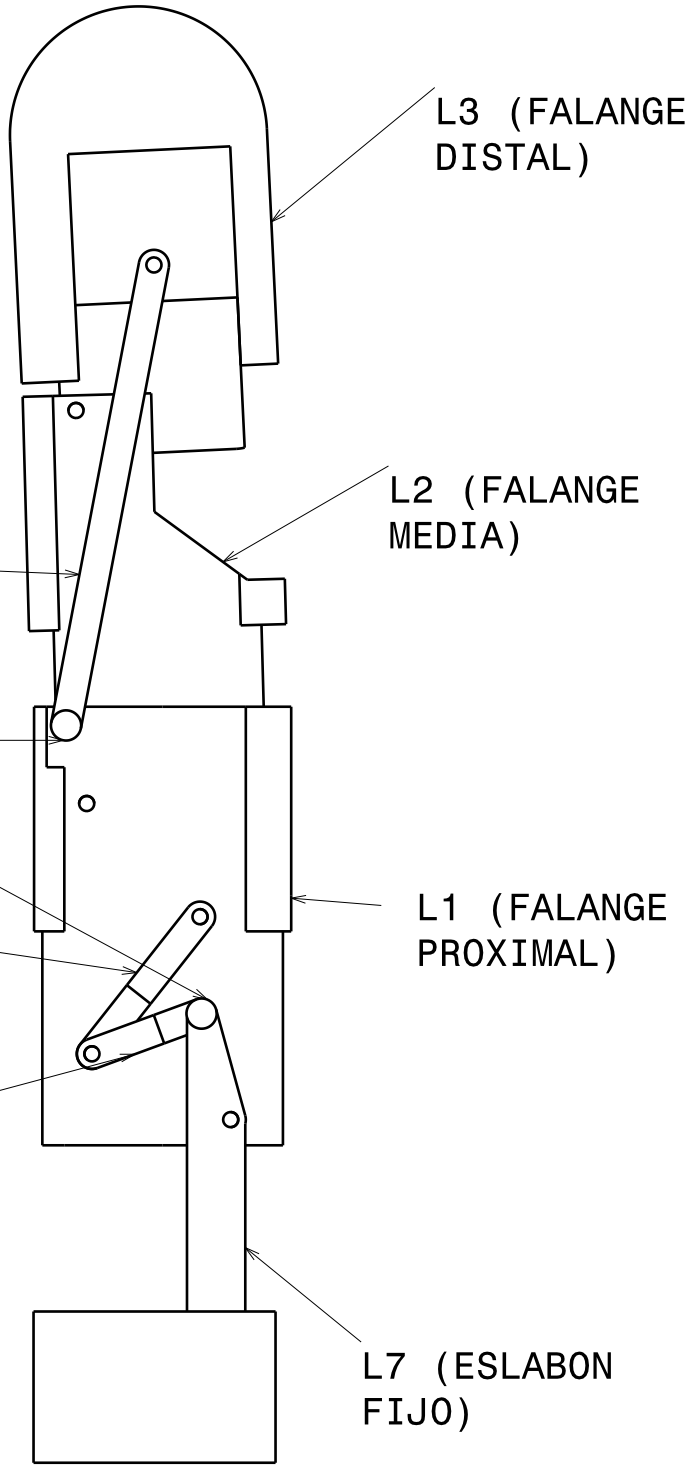
4

3

3

2

2



L6 (CONDUCTOR)

L3 (FALANGE DISTAL)

L2 (FALANGE MEDIA)

L8 ACTUADORES (MICROMOTORES)

L1 (FALANGE PROXIMAL)

L4 (ACOPLADOR)

L5 (CONDUCTOR)

L7 (ESLABON FIJO)

DESIGNED BY:
 DATE: 18/09/2010
 CHECKED BY: -
 DATE: -

ENSAMBLE DEDO INDICE, MEDIO Y ANULAR

I	-
H	-
G	-
F	-
E	-
D	-
C	-
B	-
A	-

SIZE
A4

SI NO SE INDICA LO CONTRARIO
 LAS COTAS SE EXPRESAN EN MM

SCALE
2:1

WEIGHT (kg)
 -

DRAWING NUMBER

SHEET
1 / 1

This drawing is our property; it can't be reproduced or communicated without our written agreement.

D

A

1

1

D

C

B

A

4

4

3

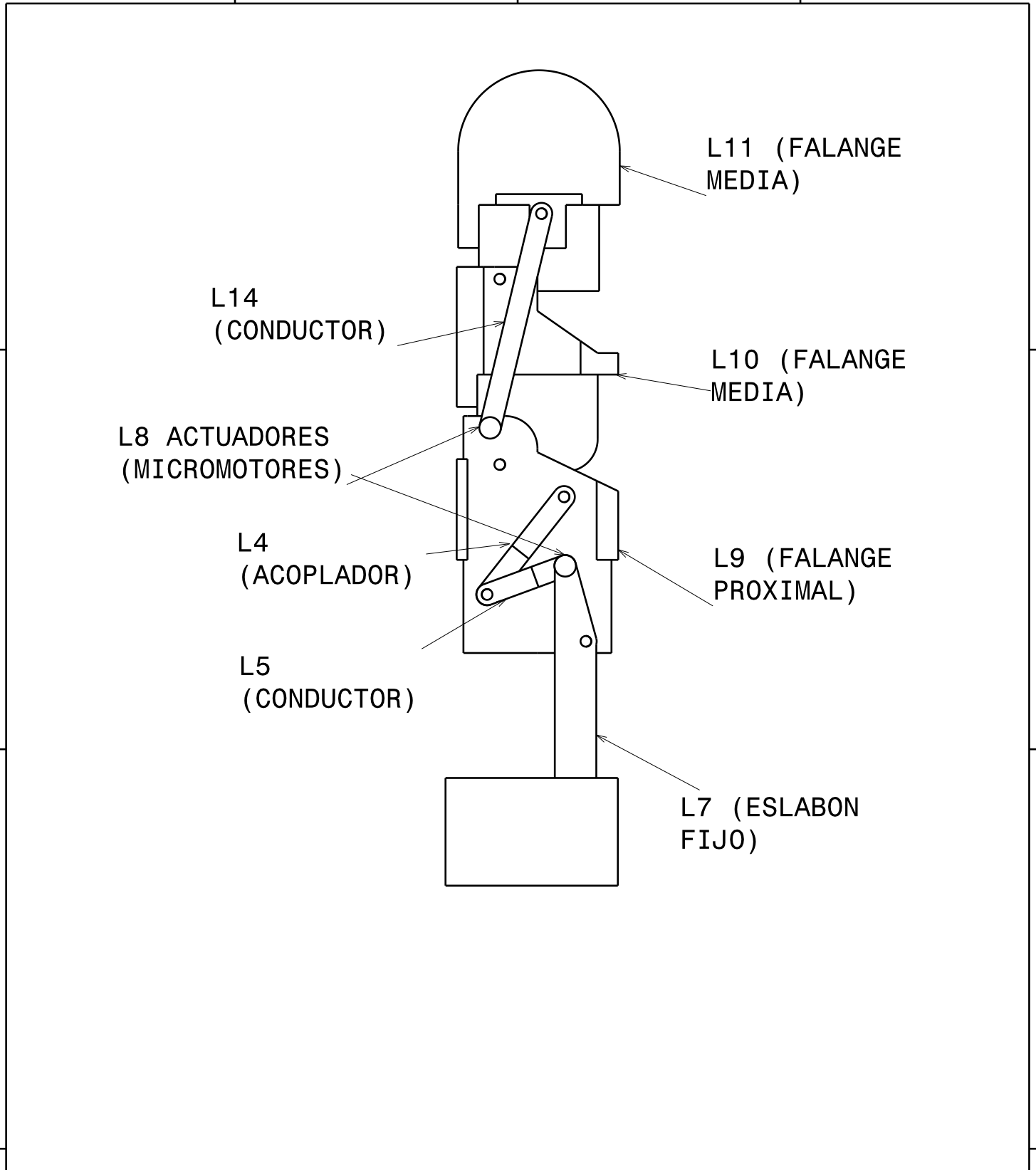
3

2

2

1

1



DESIGNED BY:

DATE: 18/09/2010

CHECKED BY: -

DATE: -

ENSAMBLE DEDO MEÑIQUE

I	-
H	-
G	-
F	-
E	-
D	-
C	-
B	-
A	-

SIZE: **A4**

SI NO SE INDICA LO CONTRARIO
LAS COTAS SE EXPRESAN EN MM

SCALE: **2:1**

WEIGHT (kg): -

DRAWING NUMBER:

SHEET: **1/1**

This drawing is our property; it can't be reproduced or communicated without our written agreement.

D

A

D

C

B

A

4

4

3

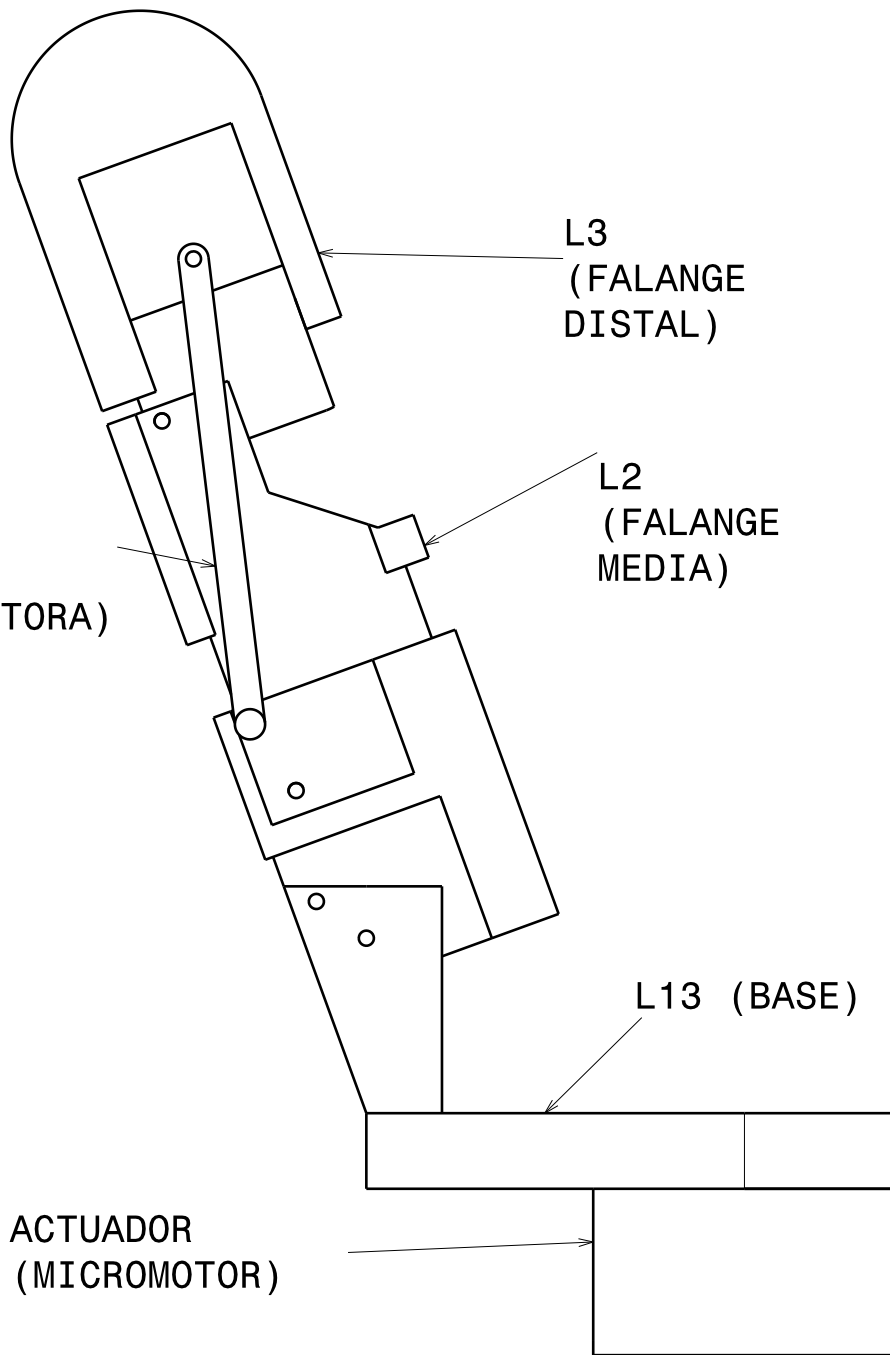
3

2

2

1

1



DESIGNED BY:

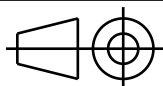
DATE: 18/09/2010

CHECKED BY:

DATE: -

SIZE

A4



SCALE

2:1

WEIGHT (kg)

-

DRAWING NUMBER

SHEET

1/1

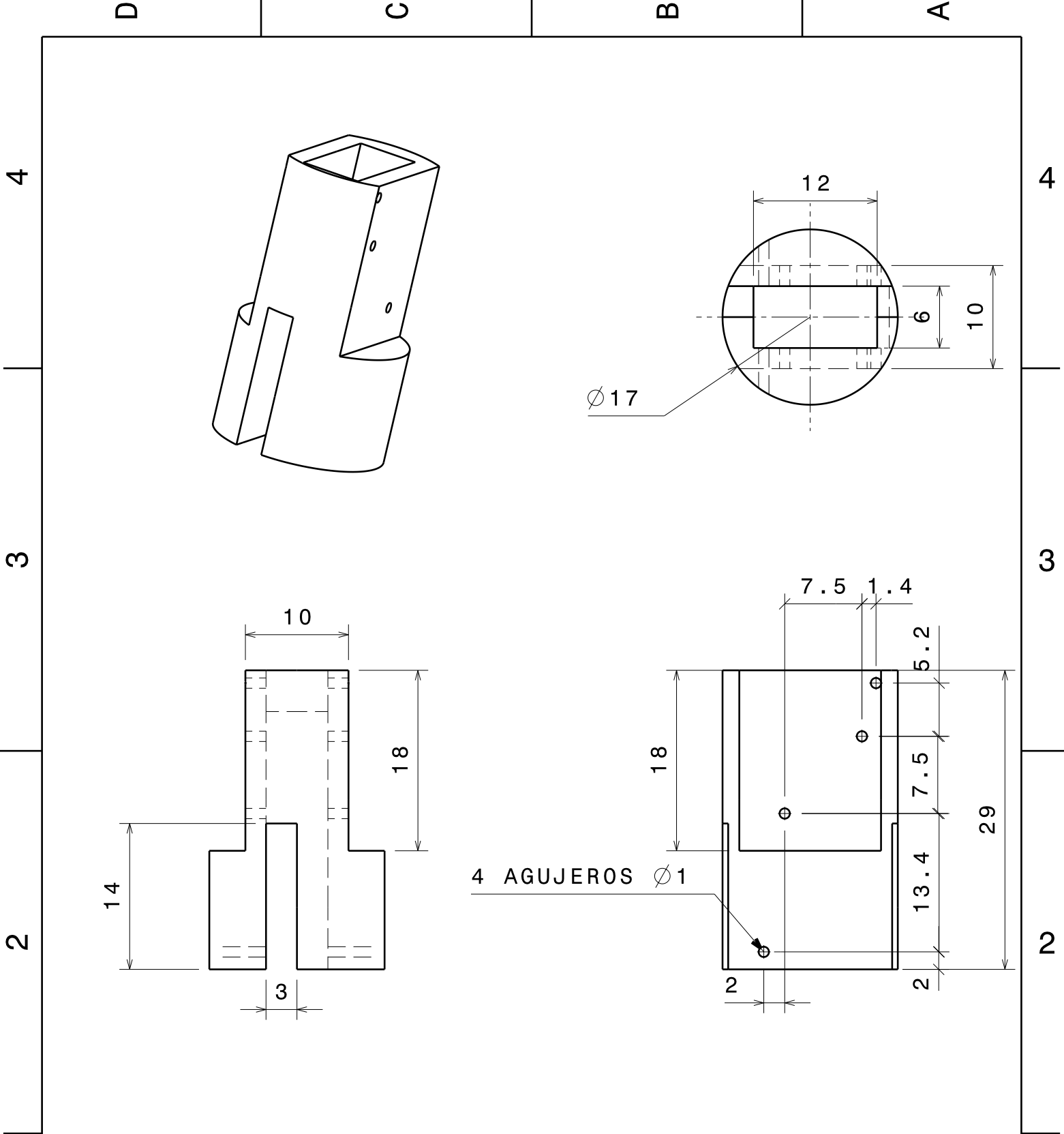
ENSAMBLE DEDO PULGAR

I	-
H	-
G	-
F	-
E	-
D	-
C	-
B	-
A	-

This drawing is our property; it can't be reproduced or communicated without our written agreement.

D

A



4 AGUJEROS $\varnothing 1$

DESIGNED BY:

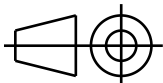
DATE: 16/09/2010

CHECKED BY:

DATE:

SIZE

A4



FALANGE PROXIMAL

SI NO SE INDICA LO CONTRARIO
LAS COTAS SE EXPRESAN EN MM

SCALE

2:1

WEIGHT (kg)

-

DRAWING NUMBER

L1

SHEET

1/1

I	-
H	-
G	-
F	-
E	-
D	-
C	-
B	-
A	-

This drawing is our property; it can't be reproduced or communicated without our written agreement.

1

1

4

4

3

3

2

2

1

1

D

A

D

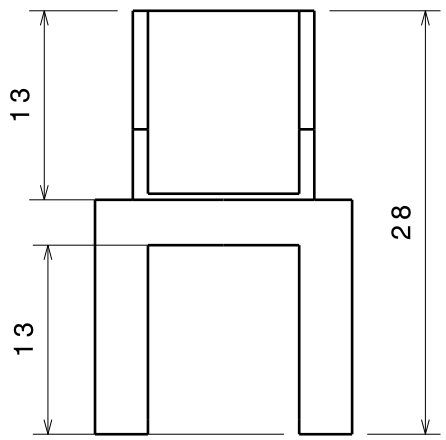
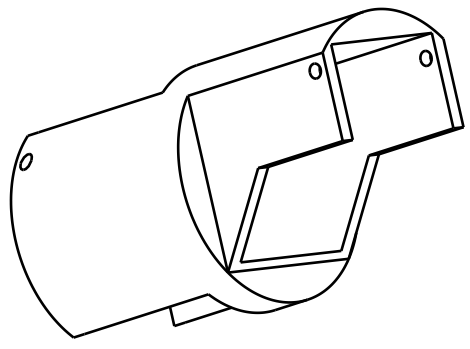
C

B

A

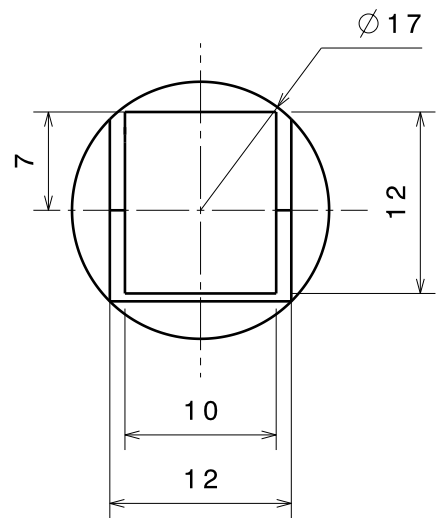
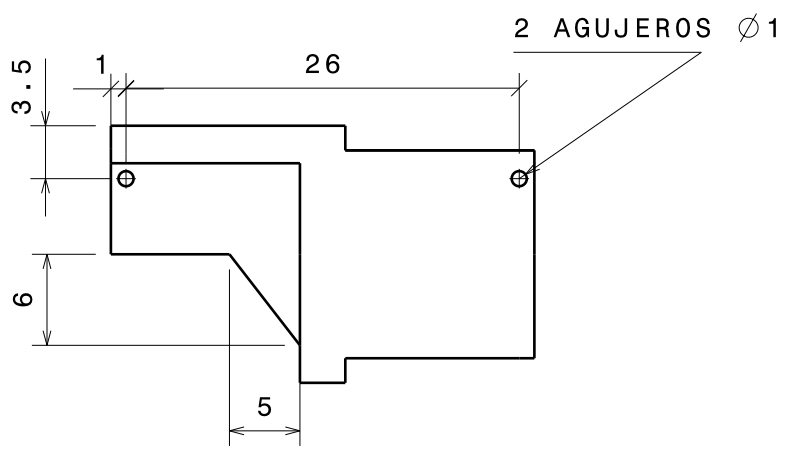
4

4



3

3



2

2

DESIGNED BY:
 DATE: 16/09/2010
 CHECKED BY:
 DATE:

FALANGE MEDIA

SIZE
A4

SI NO SE INDICA LO CONTRARIO
 LAS COTAS SE EXPRESAN EN MM

SCALE
2:1

WEIGHT (kg) -
 DRAWING NUMBER **L2**

SHEET **1/1**

This drawing is our property; it can't be reproduced or communicated without our written agreement.

D

A

1

1

D

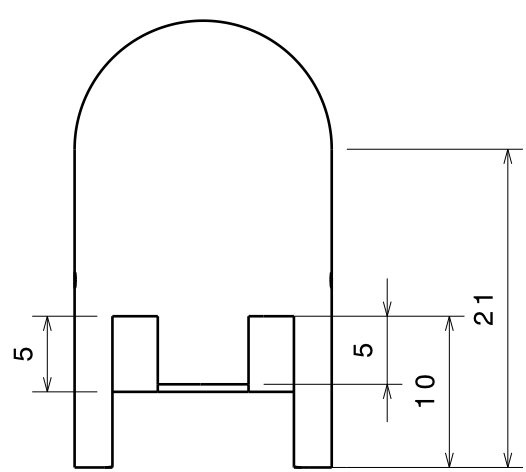
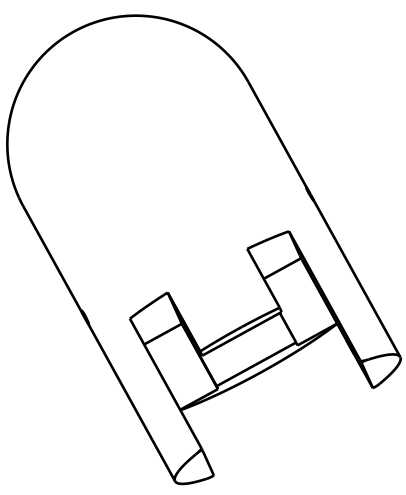
C

B

A

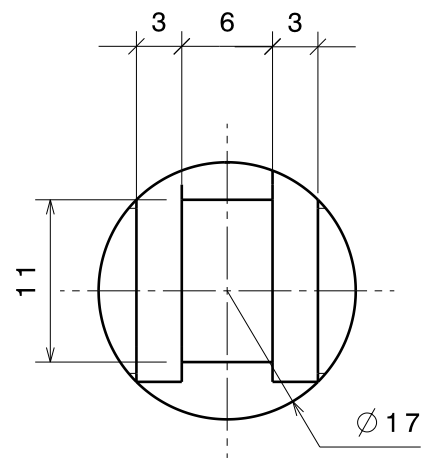
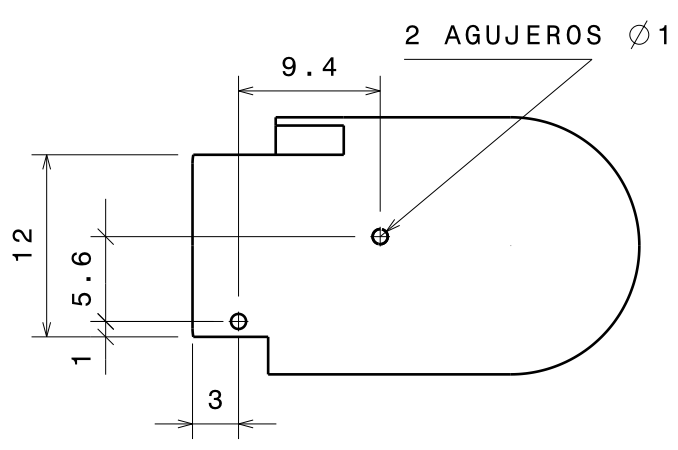
4

4



3

3



2

2

1

1

DESIGNED BY:
 DATE: 16/09/2010
 CHECKED BY:
 DATE:

FALANGE DISTAL

SIZE: **A4**

SI NO SE INDICA LO CONTRARIO
 LAS COTAS SE EXPRESAN EN MM

SCALE: **2:1**
 WEIGHT (kg): -

DRAWING NUMBER: **L3**

SHEET: **1/1**

I	-
H	-
G	-
F	-
E	-
D	-
C	-
B	-
A	-

This drawing is our property; it can't be reproduced or communicated without our written agreement.

D

A

D

C

B

A

4

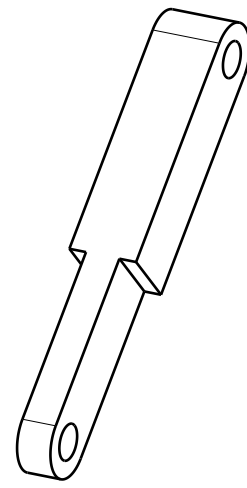
4

3

3

2

2



2 AGUJEROS Ø1

Ø2

11.5

2

1

2

1

1

DESIGNED BY:

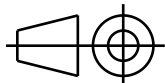
DATE: 16/09/2010

CHECKED BY:

DATE:

SIZE

A4



BARRA ACOPLADORA FALANGE PROXIMAL

SI NO SE INDICA LO CONTRARIO
LAS COTAS SE EXPRESAN EN MM

SCALE

10:1

WEIGHT (kg)

-

DRAWING NUMBER

L4

SHEET

1 / 1

I	-
H	-
G	-
F	-
E	-
D	-
C	-
B	-
A	-

This drawing is our property; it can't be reproduced or communicated without our written agreement.

D

A

D

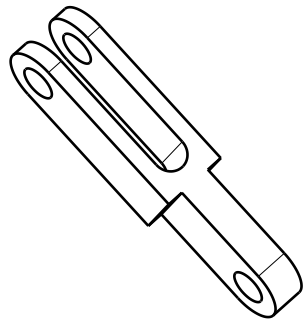
C

B

A

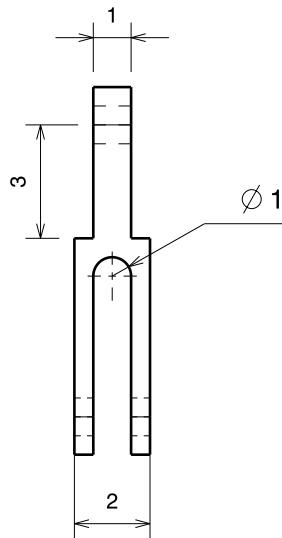
4

4



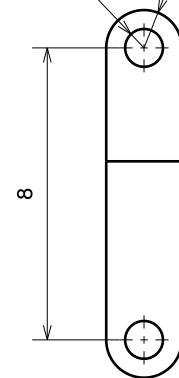
3

3



2 AGUJEROS $\varnothing 1$

R 1



2

2

1

1

DESIGNED BY:

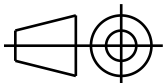
DATE: 16/09/2010

CHECKED BY:

DATE: -

SIZE

A4



BARRA CONDUCTORA FALANGE PROXIMAL

SI NO SE INDICA LO CONTRARIO
LAS COTAS SE EXPRESAN EN MM

SCALE

10:1

WEIGHT (kg)

-

DRAWING NUMBER

L5

SHEET

1 / 1

I	-
H	-
G	-
F	-
E	-
D	-
C	-
B	-
A	-

This drawing is our property; it can't be reproduced or communicated without our written agreement.

D

A

D

C

B

A

4

4

3

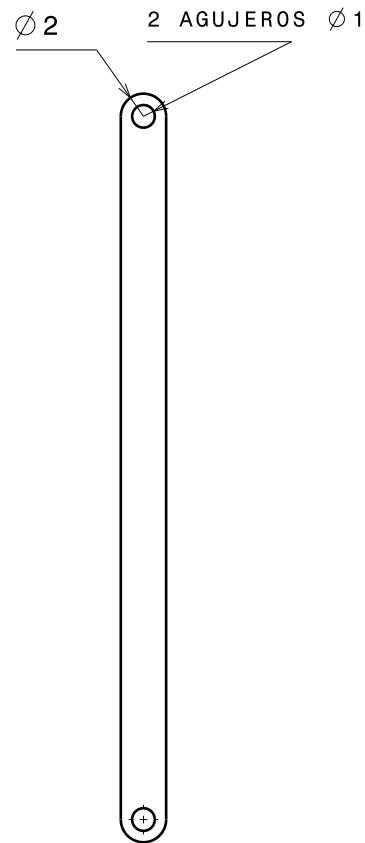
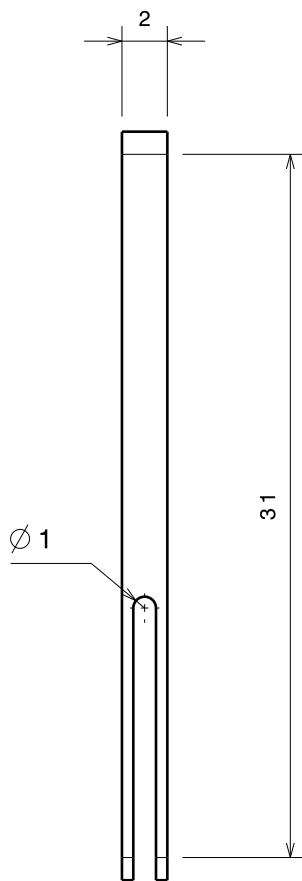
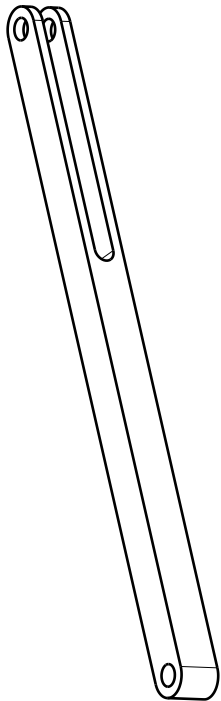
3

2

2

1

1



DESIGNED BY:

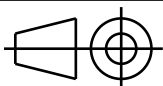
DATE: 16/09/2010

CHECKED BY:

DATE: -

SIZE

A4



BARRA CONDUCTORA FALANGE MEDIA

SI NO SE INDICA LO CONTRARIO
LAS COTAS SE EXPRESAN EN MM

SCALE

1:1

WEIGHT (kg)

-

DRAWING NUMBER

L6

SHEET

1 / 1

I	-
H	-
G	-
F	-
E	-
D	-
C	-
B	-
A	-

This drawing is our property; it can't be reproduced or communicated without our written agreement.

D

A

D

C

B

A

4

4

3

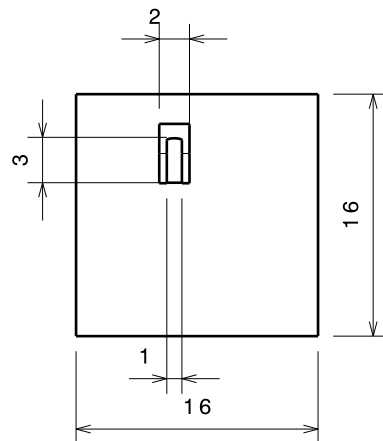
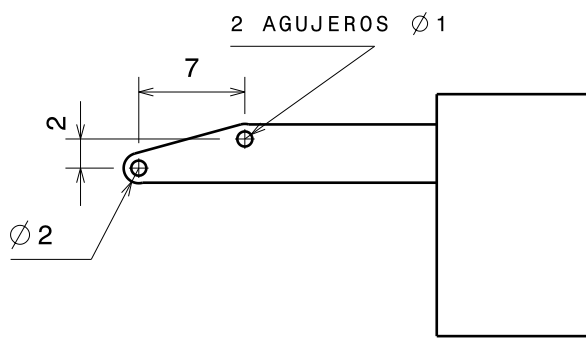
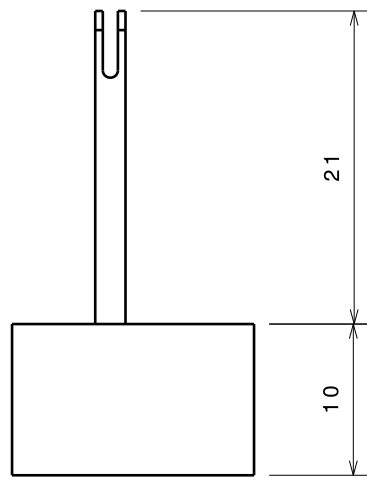
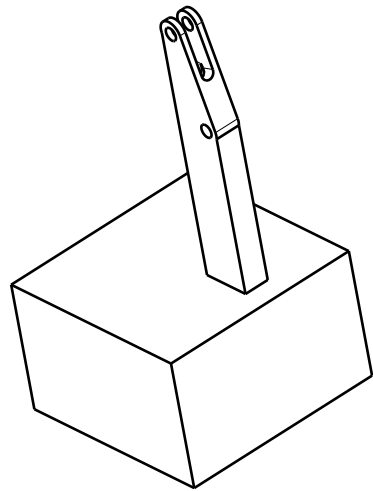
3

2

2

1

1



DESIGNED BY:
 DATE: 16/09/2010
 CHECKED BY:
 DATE:

BASE (BARRA FIJA)

SIZE
A4

SI NO SE INDICA LO CONTRARIO
 LAS COTAS SE EXPRESAN EN MM

SCALE
5:1

WEIGHT (kg)
 -

DRAWING NUMBER
L7

SHEET
1/1

I	-
H	-
G	-
F	-
E	-
D	-
C	-
B	-
A	-

This drawing is our property; it can't be reproduced or communicated without our written agreement.

D

A

D

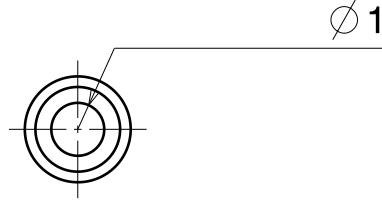
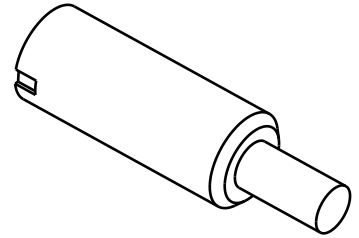
C

B

A

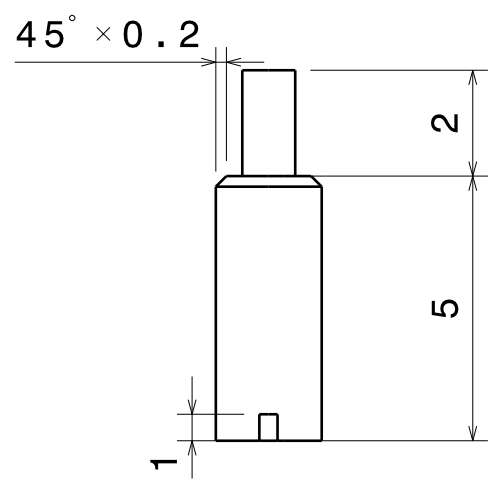
4

4



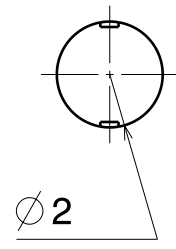
3

3



2

2



1

1

DESIGNED BY:
 DATE: 17/09/2010
 CHECKED BY: -
 DATE: -

MICROMOTOR (ACTUADOR MECANISMOS PLANOS)

SIZE
A4

SI NO SE INDICA LO CONTRARIO
 LAS COTAS SE EXPRESAN EN MM

SCALE
7:1

WEIGHT (kg) -
 DRAWING NUMBER
L8

SHEET
1 / 1

This drawing is our property; it can't be reproduced or communicated without our written agreement.

D

A

I	-
H	-
G	-
F	-
E	-
D	-
C	-
B	-
A	-

D

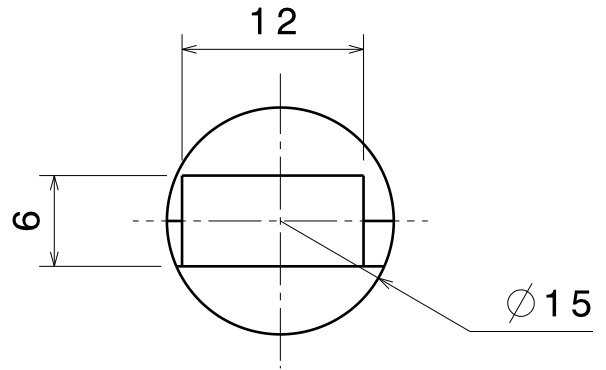
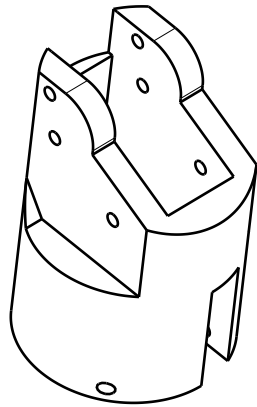
C

B

A

4

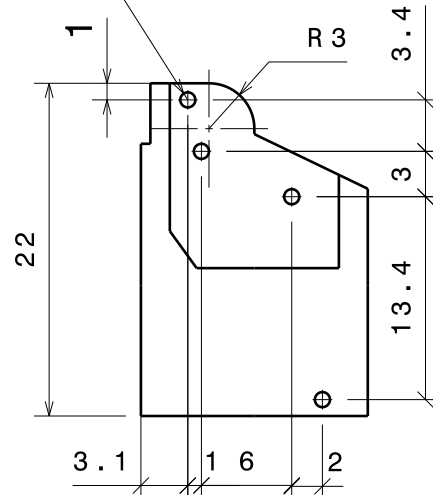
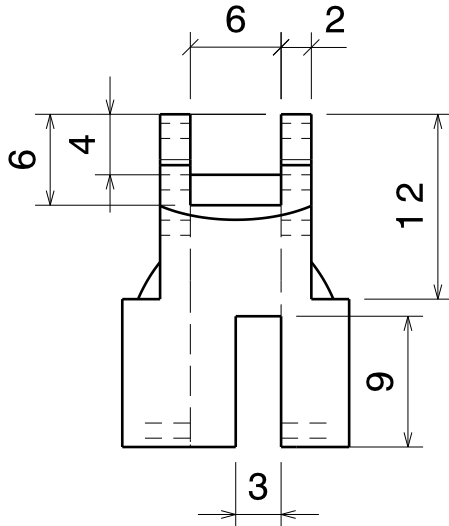
4



3

3

4 AGUJEROS Ø1



2

2

DESIGNED BY:
 DATE: 16/09/2010
 CHECKED BY:
 DATE:

FALANGE PROXIMAL MEÑIQUE

SIZE
A4

SI NO SE INDICA LO CONTRARIO
 LAS COTAS SE EXPRESAN EN MM

SCALE
2:1

WEIGHT (kg)
 -

DRAWING NUMBER
L9

SHEET
1 / 1

This drawing is our property; it can't be reproduced or communicated without our written agreement.

D

A

1

1

D

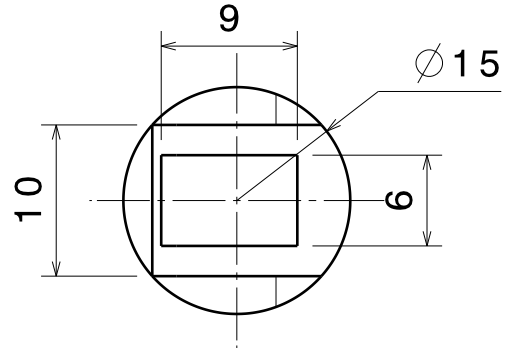
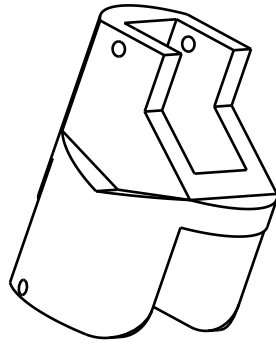
C

B

A

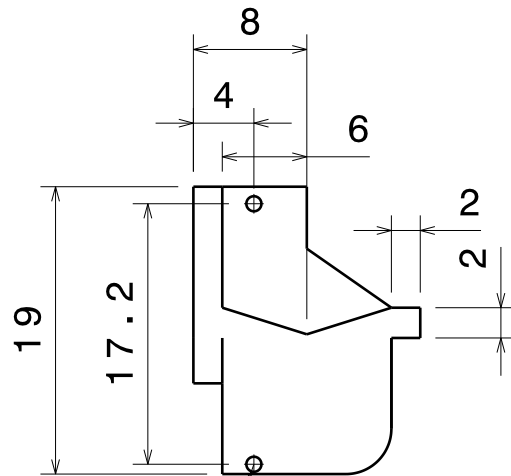
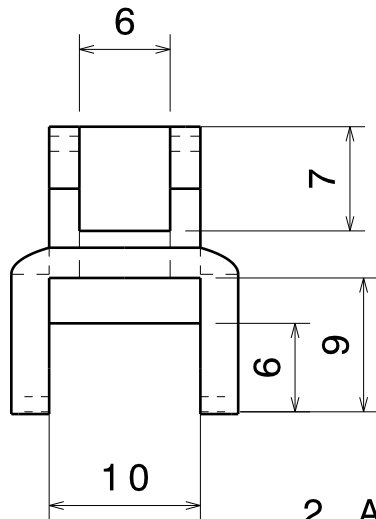
4

4



3

3



2 AGUJEROS Ø1

2

2

1

1

DESIGNED BY:

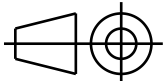
DATE: 16/09/2010

CHECKED BY:

DATE: -

SIZE

A4



FALANGE MEDIA MEÑIQUE

SI NO SE INDICA LO CONTRARIO
LAS COTAS SE EXPRESAN EN MM

SCALE

2:1

WEIGHT (kg)

-

DRAWING NUMBER

L10

SHEET

1/1

I	-
H	-
G	-
F	-
E	-
D	-
C	-
B	-
A	-

This drawing is our property; it can't be reproduced or communicated without our written agreement.

D

A

D

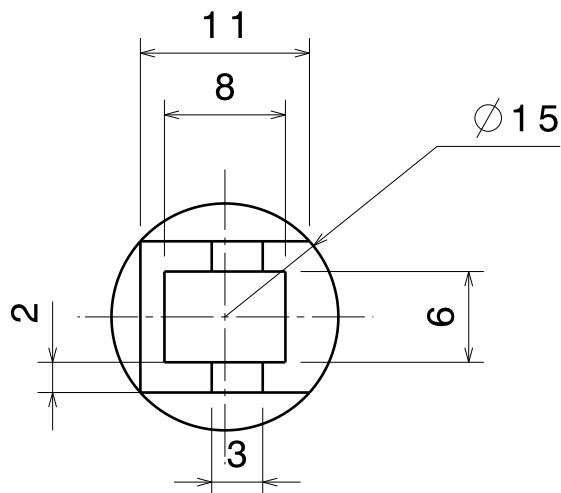
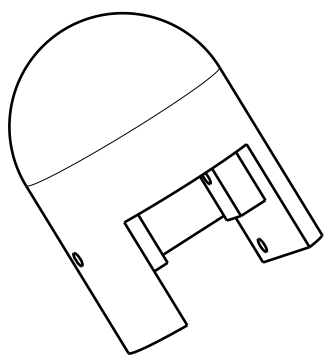
C

B

A

4

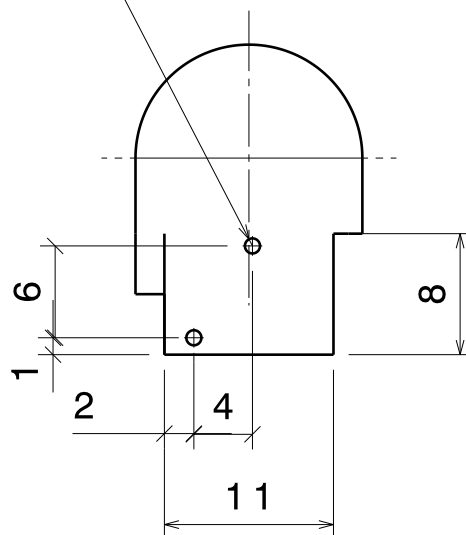
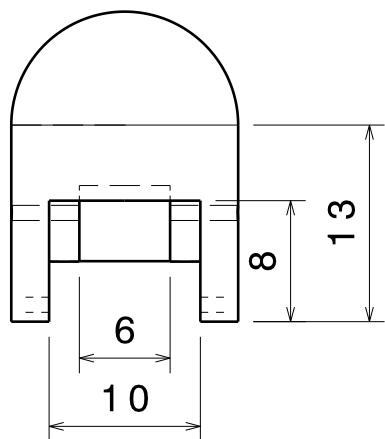
4



3

3

2 AGUJEROS $\varnothing 1$



2

2

1

1

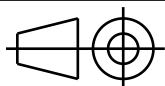
DESIGNED BY:

DATE: 16/09/2010

CHECKED BY:

DATE: -

SIZE A4



FALANGE DISTAL MEÑIQUE

SI NO SE INDICA LO CONTRARIO
LAS COTAS SE EXPRESAN EN MM

SCALE 2:1

WEIGHT (kg) -

DRAWING NUMBER

L11

SHEET 1/1

I	-
H	-
G	-
F	-
E	-
D	-
C	-
B	-
A	-

This drawing is our property; it can't be reproduced or communicated without our written agreement.

D

A

D

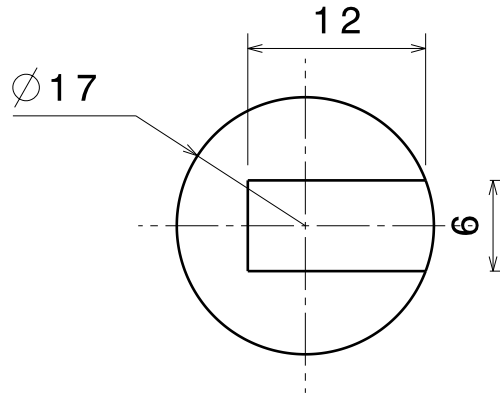
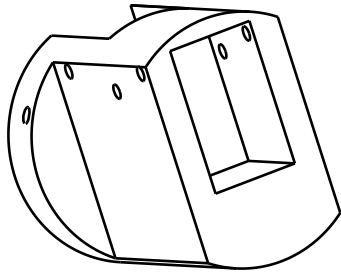
C

B

A

4

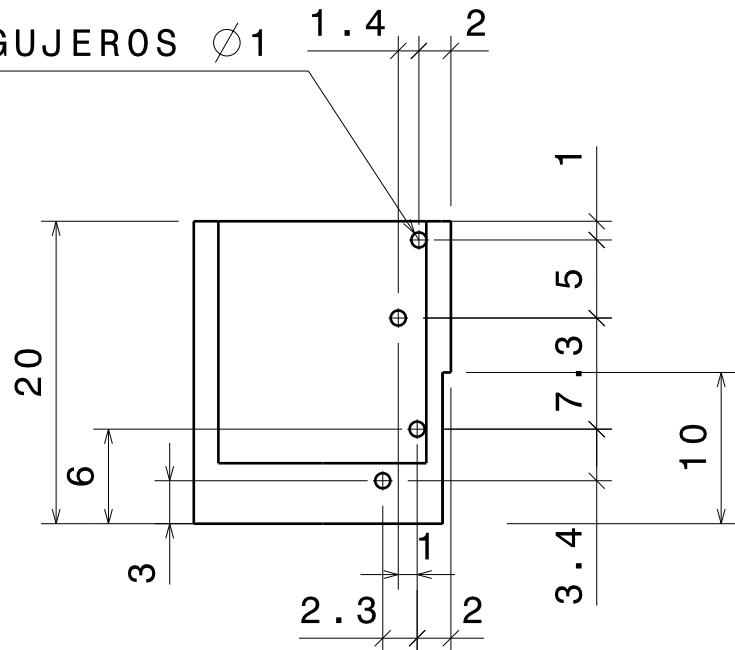
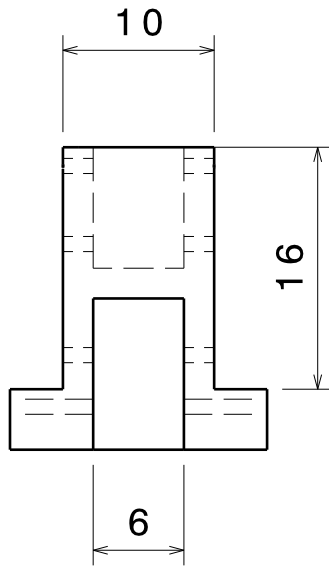
4



3

3

4 AGUJEROS Ø 1



2

2

1

1

DESIGNED BY:
DATE: 16/09/2010
CHECKED BY:
DATE: -

PRIMER METACARPIANO DEDO PULGAR

SIZE
A4

SI NO SE INDICA LO CONTRARIO
LAS COTAS SE EXPRESAN EN MM

SCALE
2:1

WEIGHT (kg)
-

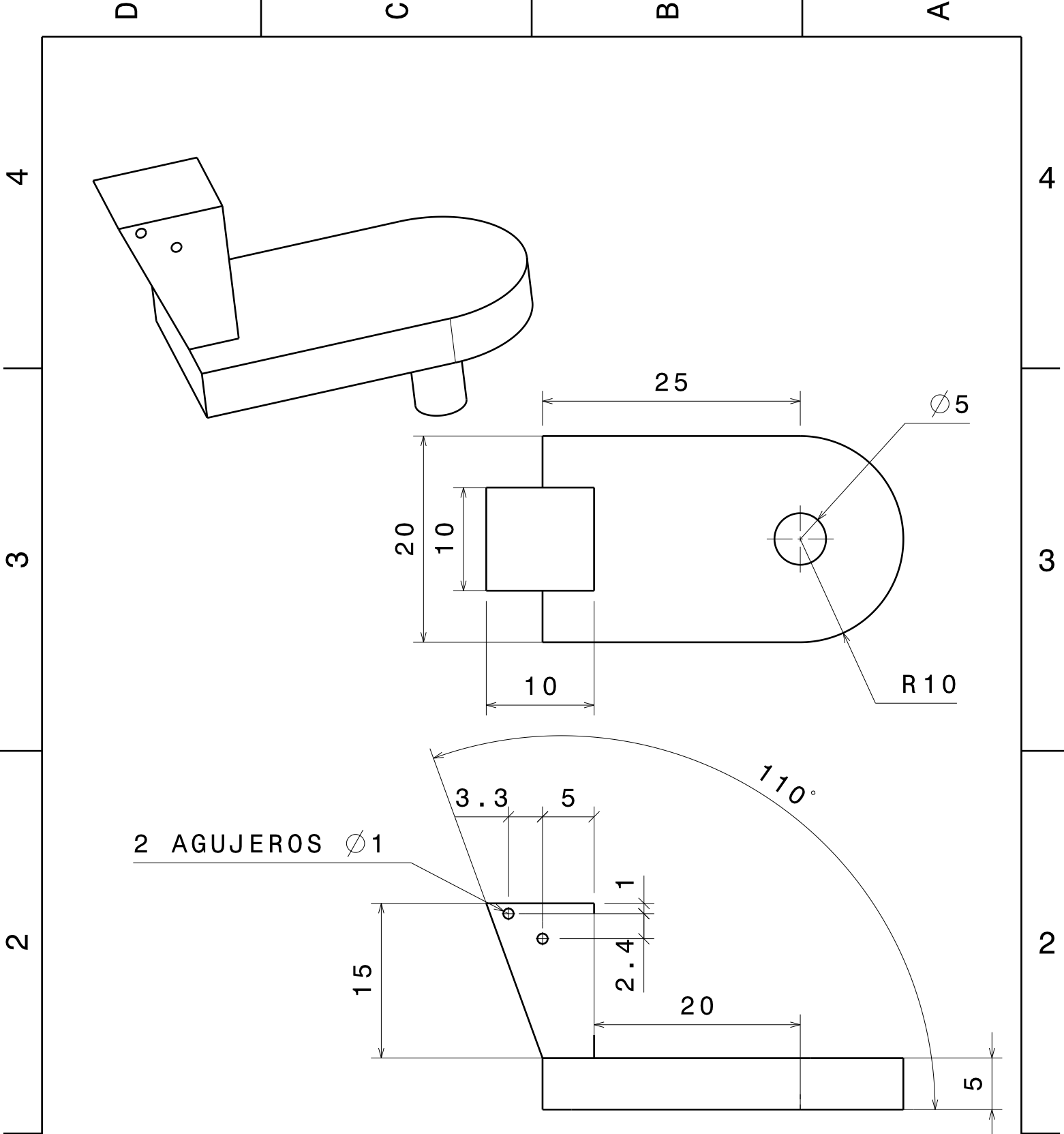
DRAWING NUMBER
L12

SHEET
1/1

This drawing is our property; it can't be reproduced or communicated without our written agreement.

D

A



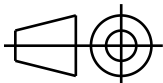
DESIGNED BY:

DATE: 16/09/2010

CHECKED BY: XXX

DATE: XXX

SIZE: A4



BASE DEL PULGAR

SI NO SE INDICA LO CONTRARIO
LAS COTAS SE EXPRESAN EN MM

SCALE: 2:1

WEIGHT (kg): XXX

DRAWING NUMBER: L13

SHEET: 1/1

I	-
H	-
G	-
F	-
E	-
D	-
C	-
B	-
A	-

This drawing is our property; it can't be reproduced or communicated without our written agreement.

D

A

D

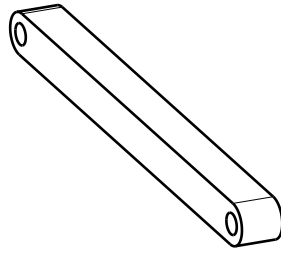
C

B

A

4

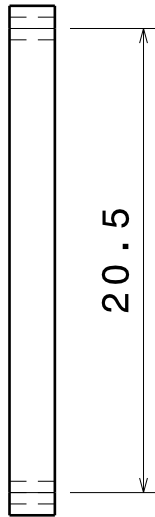
4



3

3

2 AGUJEROS $\varnothing 1$



20.5

R 1



2

2

1

1

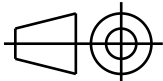
DESIGNED BY:

DATE: 16/09/2010

CHECKED BY:

DATE: -

SIZE
A4



Barra Conductor Meñique

SI NO SE INDICA LO CONTRARIO
LAS COTAS SE EXPRESAN EN MM

SCALE
2:1

WEIGHT (kg)
-

DRAWING NUMBER
L14

SHEET
1 / 1

I	-
H	-
G	-
F	-
E	-
D	-
C	-
B	-
A	-

This drawing is our property; it can't be reproduced or communicated without our written agreement.

D

A

Apéndice M

En este apéndice se muestran los dibujos técnicos propuestos de cada uno de los elementos requeridos para la construcción del mecanismo de la muñeca, el cual es un mecanismo esférico 4R.

D

C

B

A

4

4

M3 BARRA ACOPLADORA

M2 BARRA CONDUCTIDA

M1 BARRA CONDUCTORA

3

M5 ACTUADOR (MICROMOTOR)

M4 BARRA FIJA

2

2

1

1

DESIGNED BY:

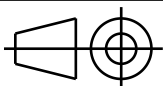
DATE: 18/09/2010

CHECKED BY:

DATE:

SIZE

A4



SCALE

1:1

WEIGHT (kg)

-

DRAWING NUMBER

SHEET

1/1

ENSAMBLE MECANISMO DE LA MUÑECA

I	-
H	-
G	-
F	-
E	-
D	-
C	-
B	-
A	-

This drawing is our property; it can't be reproduced or communicated without our written agreement.

D

A

D

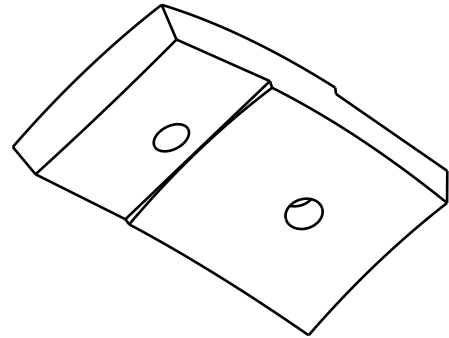
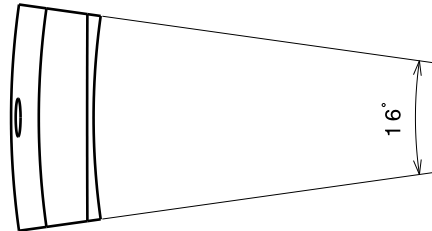
C

B

A

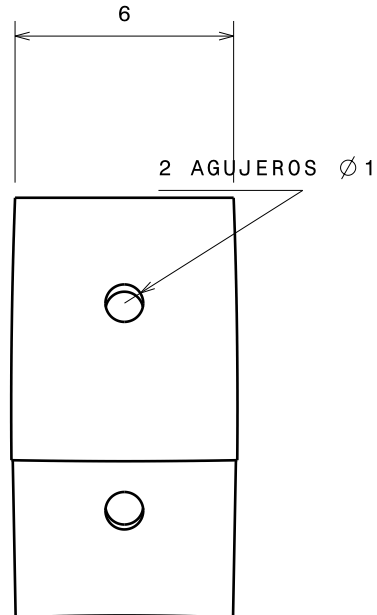
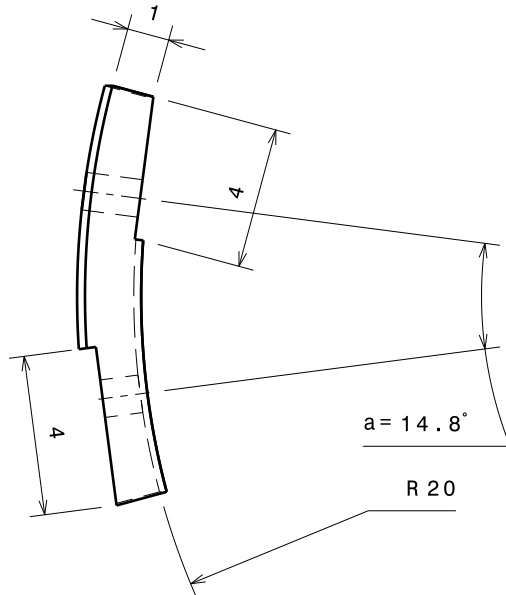
4

4



3

3



2

2

DESIGNED BY:

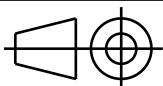
DATE: 17/09/2010

CHECKED BY:

DATE:

BARRA CONDUCTORA MECANISMO ESFERICO 4R

SIZE
A4



SI NO SE INDICA LO CONTRARIO
LAS COTAS SE EXPRESAN EN MM

SCALE
5:1

WEIGHT (kg)
-

DRAWING NUMBER
M1

SHEET
1/2

I	-
H	-
G	-
F	-
E	-
D	-
C	-
B	-
A	-

1

1

This drawing is our property; it can't be reproduced or communicated without our written agreement.

D

A

D

C

B

A

4

4

3

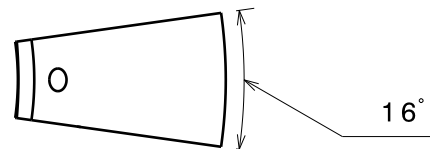
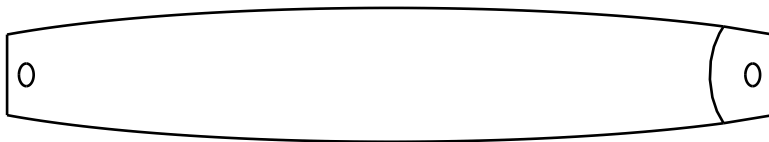
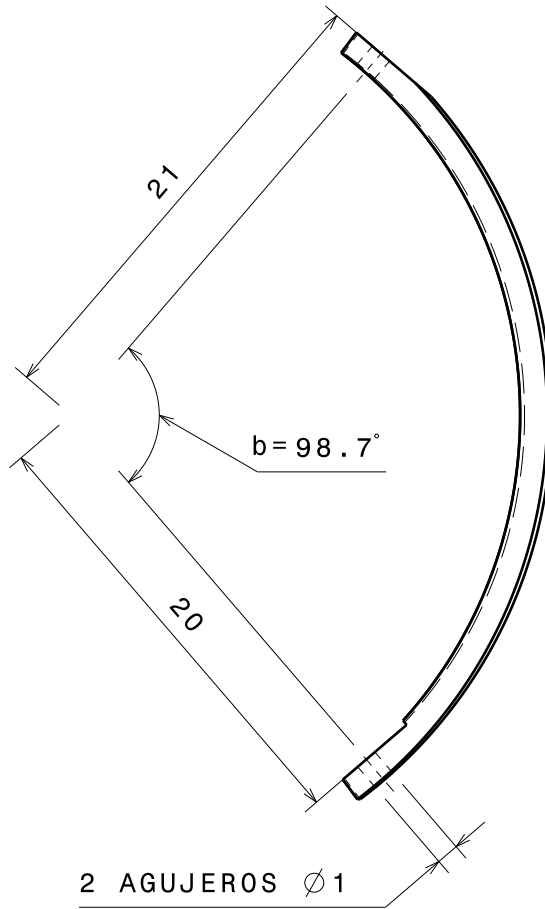
3

2

2

1

1



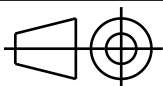
DESIGNED BY:

DATE: 17/09/2010

CHECKED BY:

DATE:

SIZE A4



BARRA CONDUCTIDA MECANISMO ESFERICO 4R

SI NO SE INDICA LO CONTRARIO
LAS COTAS SE EXPRESAN EN MM

SCALE 3:1

WEIGHT (kg) -

DRAWING NUMBER

M2

SHEET

1 / 1

I	-
H	-
G	-
F	-
E	-
D	-
C	-
B	-
A	-

This drawing is our property; it can't be reproduced or communicated without our written agreement.

D

A

D

C

B

A

2 AGUJEROS $\varnothing 1$

4

3

2

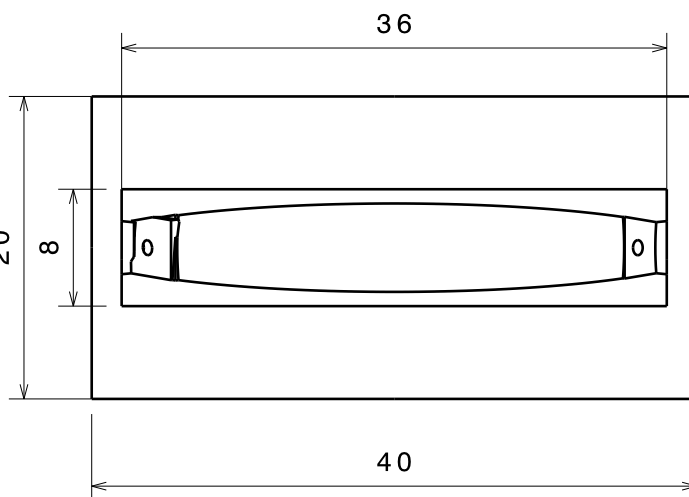
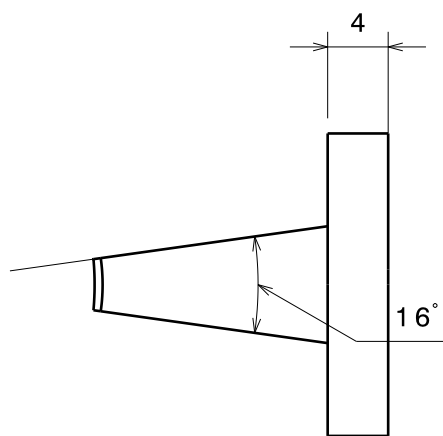
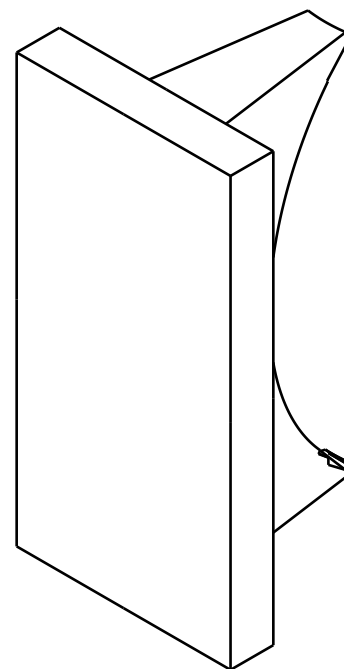
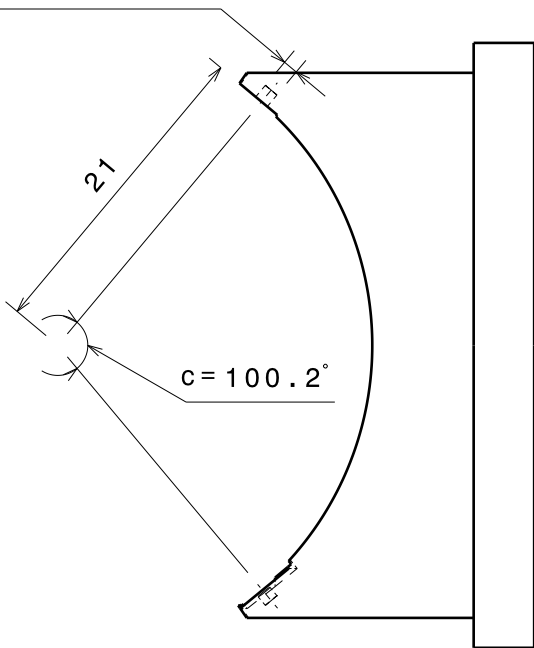
1

4

3

2

1



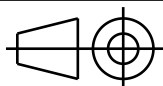
DESIGNED BY:

DATE: 17/09/2010

CHECKED BY:

DATE: -

SIZE A4



SCALE 2:1

WEIGHT (kg) -

DRAWING NUMBER

M3

SHEET 1/1

ACOPLADOR MECANISMO ESFERICO 4R

SI NO SE INDICA LO CONTRARIO
LAS COTAS SE EXPRESAN EN MM

I	-
H	-
G	-
F	-
E	-
D	-
C	-
B	-
A	-

This drawing is our property; it can't be reproduced or communicated without our written agreement.

D

A

D

C

B

A

4

4

3

3

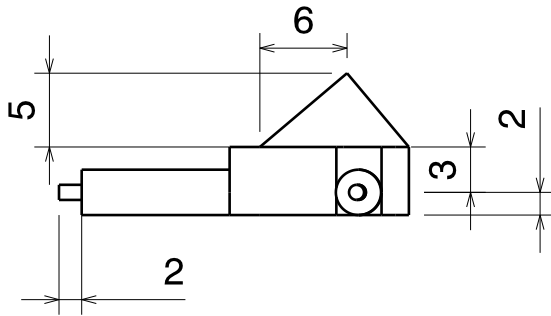
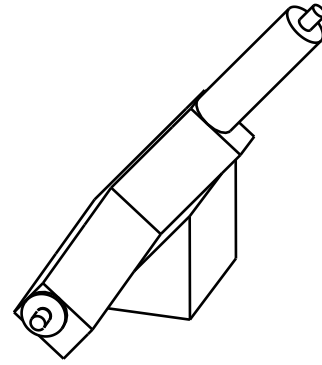
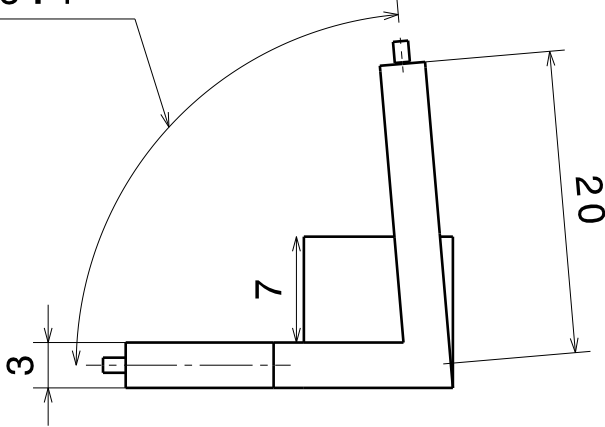
2

2

1

1

f = 85.1°



DESIGNED BY:
 DATE: 17/09/2010
 CHECKED BY: -
 DATE: -

BARRA FIJA MECANISMO ESFERICO 4R

SIZE
A4

SI NO SE INDICA LO CONTRARIO
 LAS COTAS SE EXPRESAN EN MM

SCALE
2:1

WEIGHT (kg)
 -

DRAWING NUMBER
M4

SHEET
1 / 1

I	-
H	-
G	-
F	-
E	-
D	-
C	-
B	-
A	-

This drawing is our property; it can't be reproduced or communicated without our written agreement.

D

A

D

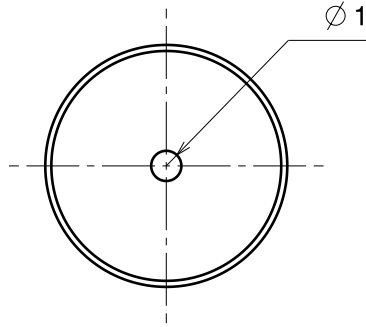
C

B

A

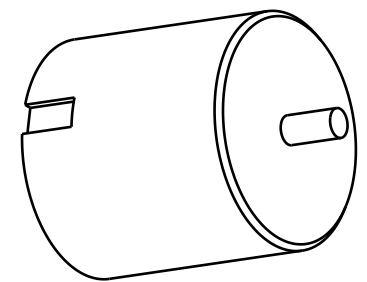
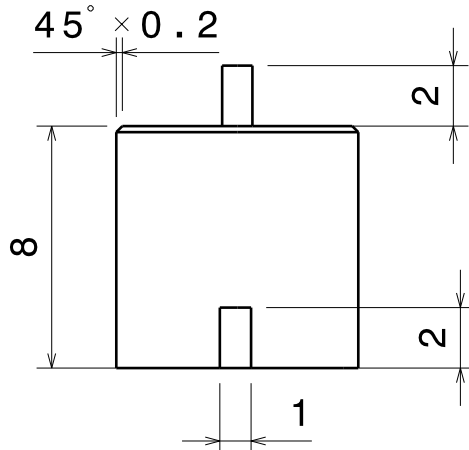
4

4



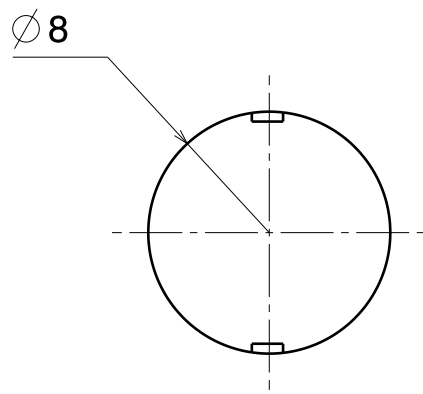
3

3



2

2



1

1

DESIGNED BY:
 DATE: 17/09/2010
 CHECKED BY: -
 DATE: -

MICROMOTOR (ACTUADOR MECANISMO ESFERICO 4R)

SIZE: **A4**

SI NO SE INDICA LO CONTRARIO
 LAS COTAS SE EXPRESAN EN MM

SCALE: **4:1**
 WEIGHT (kg): -

DRAWING NUMBER: **M5**

SHEET: **1 / 1**

I	-
H	-
G	-
F	-
E	-
D	-
C	-
B	-
A	-

This drawing is our property; it can't be reproduced or communicated without our written agreement.

D

A