

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE SAN LUIS POTOSÍ

FACULTAD DE INGENIERÍA

DOCTORADO EN INGENIERÍA ELÉCTRICA

OPCIÓN EN CONTROL AUTOMÁTICO



# CONTROL DE UN SISTEMA DE TELEOPERACIÓN PARA SU APLICACIÓN EN TERAPIAS ROBÓTICAS DE REHABILITACIÓN

TESIS QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE:  
DOCTOR EN INGENIERÍA ELÉCTRICA

PRESENTA

M.C. MARCO OCTAVIO MENDOZA GUTIÉRREZ

ASESORES

DR. EMILIO J. GONZÁLEZ GALVÁN

DR. FERNANDO REYES CORTÉS

AGOSTO, 2011



UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE SAN LUIS POTOSÍ  
FACULTAD DE INGENIERÍA



DOCTORADO EN INGENIERÍA ELÉCTRICA  
OPCIÓN EN CONTROL AUTOMÁTICO



“CONTROL DE UN SISTEMA DE TELEOPERACIÓN PARA SU APLICACIÓN  
EN TERAPIAS ROBÓTICAS DE REHABILITACIÓN”

PRESENTA:

M.C. Marco Octavio Mendoza Gutiérrez

COMITÉ:

Dr. Emilio Jorge González Galván

Dr. José Fernando Reyes Cortés

Dr. Daniel Ulises Campos Delgado

Dr. Ricardo Álvarez Salas

Dr. Raúl Eduardo Balderas Navarro

Dr. Víctor Adrián Santibáñez Dávila



*La ciencia más útil es aquella cuyo fruto es el más comunicable.*

-Leonardo Da Vinci-



# Agradecimientos

El presente trabajo de investigación fue realizado en el Laboratorio de Robótica de la Facultad de Ingeniería - Universidad Autónoma de San Luis Potosí y de la Facultad de Ciencias de la Electrónica - Benemérita Universidad Autónoma de Puebla, gracias al apoyo y la asesoría del Dr. Emilio J. González Galván y el Dr. Fernando Reyes Cortés. De la misma forma agradezco al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACyT) por el apoyo otorgado mediante una beca de posgrado, misma que recibí durante mis estudios de doctorado.

La vida siempre nos brinda nuevas y grandes oportunidades de crecer y ser mejor cada día. Hoy tengo la oportunidad de agradecer a todas y cada una de las personas que, a lo largo de estos cuatro años, han estado a mi lado y de las cuales he recibido consejos, apoyo y enseñanzas en todo momento. Gracias por compartir este nuevo logro conmigo.

A mis padres, **María Gutiérrez** y **Jorge Mendoza**. Por su amor y su apoyo incondicional a lo largo de este camino que juntos hemos recorrido y del cual hoy alcanzamos una nueva meta.

A mi hermano, **Jorge**. Por alentarme siempre y compartir grandes momentos de nuestras vidas, en particular este último año tan especial para ambos, y porque a pesar de la distancia siempre encontramos un lugar común.

A mi abuelita, **María Guadalupe**, mis **tíos** y **primos**. Por todas sus bendiciones y consejos que me han llevado a la realización de todas mis metas.

A mis asesores, **Dr. Emilio González** y **Dr. Fernando Reyes**. Por sus invaluable enseñanzas y consejos durante esta etapa de mi formación como investigador, su excelente asesoría y apoyo incondicional para la realización de este trabajo de investigación, así como su amistad.

A **Isela**. Por ser la cómplice perfecta en la consecución de cada una de las etapas de mi vida profesional, parece que por fin hemos alcanzado la cima y sin ti no hubiera sido posible, GRACIAS TOTALES!!

A mis amigos y compañeros del posgrado, **Ambrocio, Chávez, Ericka, Francisco, Chuy, Ezequiel, Mary Carmen, Fernando, Hermann, Gaby, Lina y Parga**. Por los excelentes momentos compartidos a lo largo de esta etapa de mi vida en S.L.P. Muchas gracias por su amistad.

Agradezco a los miembros de mi comité de tesis formado por: **Dr. Daniel Ulises Campos Delgado, Dr. Ricardo Álvarez Salas, Dr. Raúl Eduardo Balderas Navarro y Dr. Víctor Adrián Santibáñez Dávila**, quienes han seguido y enriquecido con sus observaciones el desarrollo del presente trabajo de investigación.



# Resumen

El presente trabajo de tesis se enfoca al control y estabilización de un esquema de teleoperación bilateral para futuras aplicaciones en tareas de terapia robótica de rehabilitación neurológica.

El desarrollo principal de este trabajo lo constituye un esquema de teleoperación bilateral diseñado para lograr un adecuado desempeño en tareas de interacción robot-entorno, contribuyendo a la mejora del seguimiento de trayectorias y a la interacción estable ante la presencia de retardos de tiempo desconocidos durante el proceso de comunicación bidireccional maestro-esclavo.

La presentación de los resultados obtenidos ha sido estructurada en tres etapas: la primera contiene el diseño, desarrollo y la evaluación experimental de un algoritmo de control de impedancia que logra la interacción estable entre un robot manipulador y su entorno.

La segunda etapa consiste en la integración del controlador de impedancia y de la formulación de variables de onda dentro de un esquema de teleoperación bilateral, desarrollado de tal manera que permite un adecuado desempeño en tareas de interacción teleoperadas.

Finalmente, en la última etapa, se propone la aplicación de este teleoperador bilateral en terapias de rehabilitación neurológica asistidas por robots. Los resultados de telerehabilitación obtenidos se desarrollaron en una plataforma de simulación debido a las restricciones, tanto económicas como de tiempo, presentes durante el proceso de desarrollo del trabajo de investigación.



# Contenido

Resumen	vii
Introducción	1
<b>1 Control de Impedancia</b>	<b>5</b>
1.1 Modelado Dinámico de Robots Manipuladores . . . . .	7
1.2 Modelado del Entorno . . . . .	9
1.3 Problemática de Control de Impedancia . . . . .	11
1.3.1 Control de Impedancia Basado en Par . . . . .	11
1.3.2 Control de Impedancia Basado en Posición . . . . .	12
1.4 Esquema de Control de Impedancia Propuesto . . . . .	15
1.4.1 Formulación de Control . . . . .	15
1.4.2 Controlador Cinemático de Impedancia . . . . .	16
1.4.3 Controlador Dinámico de Impedancia . . . . .	17
1.5 Simulación . . . . .	21
1.5.1 Descripción del Robot Manipulador . . . . .	21
1.5.2 Descripción de la Tarea de Interacción . . . . .	23
1.5.3 Resultados de Simulación . . . . .	23
1.6 Implementación Experimental . . . . .	27
1.6.1 Plataforma Experimental . . . . .	27
1.6.2 Resultados Experimentales . . . . .	29
1.6.3 Análisis Comparativo . . . . .	31
1.7 Conclusiones Preliminares . . . . .	33
<b>2 Teleoperación Unilateral</b>	<b>35</b>
2.1 Sistemas Robóticos de Arquitectura Cerrada . . . . .	36
2.2 Esquema de Teleoperación Unilateral . . . . .	37
2.3 Implementación Experimental del Sistema de Teleoperación Unilateral . . . . .	38
2.3.1 Plataforma Experimental . . . . .	38
2.3.2 Pruebas Preliminares . . . . .	40

2.3.3	Resultados Experimentales . . . . .	43
2.4	Conclusiones Preliminares . . . . .	45
<b>3</b>	<b>Teleoperación Bilateral</b>	<b>47</b>
3.1	Problemática de Retardos de Tiempo en Teleoperación Bilateral . . . . .	48
3.2	Formulación de Variables de Onda . . . . .	50
3.2.1	Pasividad del Canal de Comunicación . . . . .	51
3.2.2	Integrales de Onda . . . . .	52
3.2.3	Impedancia Característica de Onda . . . . .	53
3.2.4	Filtrado para Conservación de la Energía ante Retardos de Tiempo Variables . . . . .	54
3.3	Control de Interacción en Tareas de Teleoperación . . . . .	56
3.4	Esquemas de Teleoperación Bilateral . . . . .	57
3.4.1	Esquema Basado en Variables de Onda y Control PD . . . . .	57
3.4.2	Esquema Basado en Integrales de Onda y Control Cinemático de Impedancia . . . . .	58
3.4.3	Esquema Basado en Integrales de Onda y Control Dinámico de Impedancia . . . . .	59
3.5	Simulación . . . . .	63
3.5.1	Resultados de Simulación con Retardo de Tiempo Fijo . . . . .	63
3.5.2	Resultados de Simulación con Retardo de Tiempo Variable . . . . .	67
3.5.3	Resultados de Simulación de una Interacción Humano-Robot . . . . .	70
3.6	Implementación Experimental . . . . .	77
3.6.1	Plataforma Experimental . . . . .	77
3.6.2	Resultados Experimentales con Retardo Máximo de 15 ms . . . . .	78
3.6.3	Resultados Experimentales con Retardo Máximo de 150 ms . . . . .	81
3.7	Conclusiones Preliminares . . . . .	83
<b>4</b>	<b>Rehabilitación Asistida por Robots</b>	<b>85</b>
4.1	Enfermedad Vascul ar Cerebral . . . . .	86
4.2	Rehabilitación Neurológica . . . . .	87
4.3	Robótica para Rehabilitación . . . . .	88
4.4	Telerehabilitación Asistida por Robots . . . . .	91
4.4.1	Sistemas de Telerehabilitación Actuales . . . . .	92
4.4.2	Sistema de Telerehabilitación Propuesto . . . . .	93
4.4.3	Resultados de Simulación . . . . .	94
4.5	Conclusiones Preliminares . . . . .	100
	<b>Conclusiones y Trabajo Futuro</b>	<b>103</b>

<b>Apéndices</b>	<b>105</b>
<b>A Análisis de Estabilidad de Lyapunov</b>	<b>105</b>
A.1 Segundo Método de Lyapunov. . . . .	105
A.2 Definición de Funciones Escalares. . . . .	106
A.3 Funciones de Lyapunov. . . . .	106
A.4 Sistema . . . . .	107
A.5 Estado de Equilibrio . . . . .	108
A.6 Estabilidad en el Sentido de Lyapunov . . . . .	108
A.7 Estabilidad Asintótica . . . . .	109
A.8 Inestabilidad . . . . .	109
A.9 Representación Gráfica de Estabilidad, Estabilidad Asintótica e Inestabilidad	109
A.10 Teorema de Lyapunov sobre Estabilidad Asintótica . . . . .	110
A.11 Teorema de Lyapunov sobre Estabilidad . . . . .	112
A.12 Teorema de Inestabilidad . . . . .	112
<b>B Modelado Dinámico del Robot de Transmisión Directa</b>	<b>113</b>
B.1 Robot Experimental . . . . .	114
B.2 Modelo Cinemático del Robot Experimental . . . . .	114
B.3 Modelo Dinámico del Robot Experimental . . . . .	115
B.4 Parámetros Dinámicos del Robot Experimental . . . . .	116
<b>C Modelado Cinemático del Robot FANUC M-16iB 20T</b>	<b>119</b>
C.1 Modelo Cinemático Directo FANUC M-16iB 20T . . . . .	120
C.2 Modelo Cinemático Inverso FANUC M-16iB 20T . . . . .	122
<b>D Modelado Cinemático del PHANTOM Omni</b>	<b>125</b>
D.1 Modelo Cinemático Directo PHANTOM Omni . . . . .	126
<b>E Modelado Dinámico del Robot MIT-MANUS</b>	<b>129</b>
E.1 Robot MIT-MANUS . . . . .	129
E.2 Modelo Cinemático del Robot MIT-MANUS . . . . .	130
E.3 Modelo Dinámico del Robot MIT-MANUS . . . . .	131
<b>F Sensores de Fuerza/Par</b>	<b>135</b>
F.1 Transductor Nano17 . . . . .	136
F.2 Transductor Gamma . . . . .	137
F.3 Transductor Omega250 . . . . .	137
<b>Bibliografía</b>	<b>139</b>



# Lista de Figuras

1.1	Tipos de entorno: (a) inercial, (b) resistivo y (c) capacitivo. . . . .	10
1.2	Robot manipulador de transmisión directa de dos grados de libertad. Laboratorio de Robótica, Facultad de Ciencias de la Electrónica, Benemérita Universidad Autónoma de Puebla. . . . .	21
1.3	Trayectoria sobre el plano. . . . .	24
1.4	Componentes del error de impedancia $\tilde{\xi}$ en las direcciones $x$ y $y$ , respectivamente. . . . .	25
1.5	Derivadas de las componentes del error de impedancia $\dot{\tilde{\xi}}$ en las direcciones $x$ y $y$ , respectivamente. . . . .	25
1.6	Pares aplicados a la primera y segunda articulación, respectivamente. . . . .	26
1.7	Fuerzas de contacto en las direcciones $x$ y $y$ , respectivamente. . . . .	26
1.8	Plataforma experimental de transmisión directa. Laboratorio de Robótica, Facultad de Ciencias de la Electrónica, Benemérita Universidad Autónoma de Puebla. . . . .	27
1.9	Sensor de fuerza/par ATI FT Gamma SI-130-10. . . . .	28
1.10	Trayectoria sobre el plano. . . . .	29
1.11	Componentes del error de impedancia $\tilde{\xi}$ en las direcciones $x$ y $y$ , respectivamente. . . . .	30
1.12	Derivadas de las componentes del error de impedancia $\dot{\tilde{\xi}}$ en las direcciones $x$ y $y$ , respectivamente. . . . .	30
1.13	Pares aplicados a la primera y segunda articulación, respectivamente. . . . .	31
1.14	Fuerzas de contacto en las direcciones $x$ y $y$ , respectivamente. . . . .	31
1.15	Gráfica comparativa de las trayectorias del manipulador. . . . .	32
1.16	Gráfica comparativa de las fuerzas de interacción en las direcciones $x$ y $y$ , respectivamente. . . . .	32
2.1	Sistema de teleoperación para demostrar el cambio de una unidad de remplazo orbital (NASA Jet Propulsion Laboratory, <a href="http://www-robotics.jpl.nasa.gov">www-robotics.jpl.nasa.gov</a> , 2011). . . . .	35
2.2	Unidad de control FANUC R-30iA ( <a href="http://www.fanucrobotics.com.mx">www.fanucrobotics.com.mx</a> , 2011). . . . .	36
2.3	Esquema de teleoperación unilateral. . . . .	37
2.4	Manipulador háptico PHANTOM Omni (Sensable Technologies, <a href="http://www.sensable.com/haptic-phantom-omni.htm">www.sensable.com/haptic-phantom-omni.htm</a> , 2011). . . . .	38
2.5	Robot manipulador FANUC M-16iB 20T. Laboratorio de Robótica, Facultad de Ingeniería, Universidad Autónoma de San Luis Potosí. . . . .	39

2.6	Trayectoria del robot manipulador FANUC M-16iB 20T. . . . .	41
2.7	Interfaz gráfica para teleoperar el robot FANUC M-16iB 20T. . . . .	42
2.8	Trayectoria del robot manipulador FANUC M-16iB 20T. . . . .	42
2.9	Diagrama de bloques del sistema de teleoperación unilateral. . . . .	43
2.10	Trayectorias de los manipuladores: seguimiento en espacio libre. . . . .	44
2.11	Trayectorias de los manipuladores: interacción. . . . .	45
3.1	Diagrama de bloques de un sistema de teleoperación bilateral. . . . .	47
3.2	Retardos de tiempo, de ida y vuelta, observados entre el MIT y California, enviando 50 conjuntos de datos por segundo [57]. . . . .	49
3.3	Diagrama de implementación de la transformación de variables de onda. . . . .	51
3.4	Transmisión de variables e integrales de onda a través de un mismo canal de comunicación. . . . .	53
3.5	Transmisión de la integral y la energía de onda y reconstrucción de la señal de salida mediante filtrado. . . . .	55
3.6	Trayectorias y velocidades de los manipuladores maestro y esclavo, respectivamente. . . . .	56
3.7	Fuerzas aplicadas a los manipuladores maestro y esclavo, respectivamente. . . . .	57
3.8	Esquema de teleoperación bilateral basado en variables de onda y control PD. . . . .	58
3.9	Esquema de teleoperación bilateral basado en integrales de onda y control cinemático de impedancia. . . . .	58
3.10	Esquema de teleoperación bilateral basado en integrales de onda y control dinámico de impedancia. . . . .	59
3.11	Subsistemas del esquema de teleoperación bilateral basado en control de impedancia. . . . .	60
3.12	Trayectorias y velocidades de los manipuladores, respectivamente, obtenidas mediante el uso de control dinámico de impedancia en un teleoperador con retardo $T=100$ ms. . . . .	64
3.13	Fuerzas de control aplicadas a los manipuladores, obtenidas mediante el uso de control dinámico de impedancia en un teleoperador con retardo $T=100$ ms. . . . .	65
3.14	Trayectorias y velocidades de los manipuladores, respectivamente, obtenidas mediante el uso de control PD en un teleoperador con retardo $T=100$ ms. . . . .	65
3.15	Fuerzas de control aplicadas a los manipuladores, obtenidas mediante el uso de control PD en un teleoperador con retardo $T=100$ ms. . . . .	66
3.16	Índices de desempeño con base en la norma $\mathcal{L}_2$ de los errores de posición, velocidad y fuerza, respectivamente. . . . .	66
3.17	Retardo de tiempo variable $T(t)$ de 100 a 200 milisegundos, considerando un comportamiento sinusoidal. . . . .	67
3.18	Trayectorias de los manipuladores maestro y esclavo, respectivamente, obtenidas mediante el uso de control dinámico de impedancia en un teleoperador con retardo $T=100-200$ ms. . . . .	68



3.19	Componentes de velocidad en las direcciones $x$ y $y$ , respectivamente, obtenidas mediante el uso de control dinámico de impedancia en un teleoperador con retardo $T=100-200$ ms. . . . .	69
3.20	Fuerzas de control aplicadas a los manipuladores, obtenidas mediante el uso de control dinámico de impedancia en un teleoperador con retardo $T=100-200$ ms. . . . .	69
3.21	Índices de desempeño con base en la norma $\mathcal{L}_2$ de los errores de posición, velocidad y fuerza, respectivamente, para un retardo variable $T=100-200$ ms. . . . .	70
3.22	Retardo de tiempo variable $T(t)$ de 0.1 a 1.0 segundos, considerando un comportamiento aleatorio con base en una distribución uniforme. . . . .	70
3.23	Trayectorias de los manipuladores maestro y esclavo, respectivamente, obtenidas de la implementación del esquema de teleoperación basado en variables de onda y control PD. . . . .	71
3.24	Velocidades de los manipuladores maestro y esclavo, respectivamente, obtenidas de la implementación del esquema de teleoperación basado en variables de onda y control PD. . . . .	71
3.25	Fuerzas aplicadas a los manipuladores maestro y esclavo, respectivamente, obtenidas de la implementación del esquema de teleoperación basado en variables de onda y control PD. . . . .	72
3.26	Trayectorias de los manipuladores maestro y esclavo, respectivamente, obtenidas de la implementación del esquema de teleoperación basado en integrales de onda y control cinemático de impedancia. . . . .	72
3.27	Velocidades de los manipuladores maestro y esclavo, respectivamente, obtenidas de la implementación del esquema de teleoperación basado en integrales de onda y control cinemático de impedancia. . . . .	73
3.28	Fuerzas aplicadas a los manipuladores maestro y esclavo, respectivamente, obtenidas de la implementación del esquema de teleoperación basado en integrales de onda y control cinemático de impedancia. . . . .	73
3.29	Trayectorias de los manipuladores maestro y esclavo, respectivamente, obtenidas de la implementación del esquema de teleoperación basado en integrales de onda y control dinámico de impedancia. . . . .	74
3.30	Velocidades de los manipuladores maestro y esclavo, respectivamente, obtenidas de la implementación del esquema de teleoperación basado en integrales de onda y control dinámico de impedancia. . . . .	74
3.31	Fuerzas aplicadas a los manipuladores maestro y esclavo, respectivamente, obtenidas de la implementación del esquema de teleoperación basado en integrales de onda y control dinámico de impedancia. . . . .	75
3.32	Índices de desempeño con base en la norma $\mathcal{L}_2$ de los errores de posición, velocidad y fuerza, respectivamente, para un retardo variable $T=0.1-1.0$ seg. . . . .	76
3.33	Plataforma experimental para teleoperación bilateral. Laboratorio de Robótica, Facultad de Ciencias de la Electrónica, Benemérita Universidad Autónoma de Puebla. . . . .	77
3.34	Diagrama de bloques del sistema de teleoperación bilateral. . . . .	78

3.35	Trayectorias de los manipuladores maestro y esclavo, respectivamente. . . . .	79
3.36	Componentes de velocidad en las direcciones $x$ y $y$ , respectivamente. . . . .	79
3.37	Fuerzas aplicadas en las direcciones $x$ y $y$ , respectivamente. . . . .	80
3.38	Índices de desempeño con base en la norma $\mathcal{L}_2$ de los errores de posición, velocidad y fuerza, respectivamente. . . . .	80
3.39	Trayectorias de los manipuladores maestro y esclavo, respectivamente. . . . .	81
3.40	Componentes de velocidad en las direcciones $x$ y $y$ , respectivamente. . . . .	82
3.41	Fuerzas aplicadas en las direcciones $x$ y $y$ , respectivamente. . . . .	82
3.42	Índices de desempeño con base en la norma $\mathcal{L}_2$ de los errores de posición, velocidad y fuerza, respectivamente. . . . .	83
4.1	Enfermedad vascular cerebral ( <a href="http://www.ipao.com.mx/evc.htm">www.ipao.com.mx/evc.htm</a> , 2011). . . . .	86
4.2	Terapia física tradicional y terapia asistida por robots ( <a href="http://www.jneuroengrehab.com">www.jneuroengrehab.com</a> , 2011). . . . .	87
4.3	Robot MIT-MANUS para rehabilitación neurológica ( <a href="http://web.mit.edu/newsoffice/2000/manus-0607.html">web.mit.edu/newsoffice/2000/manus-0607.html</a> , 2011). . . . .	88
4.4	Aplicaciones potenciales de la telerehabilitación: (a) escenario multiusuario y (b) posible sesión de evaluación. . . . .	91
4.5	Plataforma de telerehabilitación bilateral en Georgetown University. Se utiliza una arquitectura cliente-servidor en la cual los gráficos y el control corren en computadoras PC-686 e intercambian información por Internet haciendo uso de sockets IP. . . . .	92
4.6	Plataforma de telerehabilitación bilateral propuesta. . . . .	94
4.7	Interfaz de simulación para telerehabilitación bilateral, donde las señales en azul corresponden al robot del terapeuta y las presentadas en rojo al robot del paciente. . . . .	95
4.8	Trayectorias de los manipuladores durante la simulación de la terapia. . . . .	96
4.9	Componentes de velocidad de los manipuladores durante la simulación de la terapia. . . . .	97
4.10	Componentes de fuerza aplicadas a los manipuladores durante la simulación de la terapia. . . . .	97
4.11	Índices de desempeño con base en la norma $\mathcal{L}_2$ de los errores de posición, velocidad y fuerza, respectivamente. . . . .	98
4.12	Trayectorias de los manipuladores durante la simulación de la terapia con retardo de tiempo variable. . . . .	98
4.13	Componentes de velocidad de los manipuladores durante la simulación de la terapia con retardo de tiempo variable. . . . .	99
4.14	Componentes de fuerza aplicadas a los manipuladores durante la simulación de la terapia con retardo de tiempo variable. . . . .	99
4.15	Índices de desempeño con base en la norma $\mathcal{L}_2$ de los errores de posición, velocidad y fuerza, respectivamente. . . . .	100
A.1	Trayectoria representativa de un estado de equilibrio: (a)estable, (b)asintóticamente estable, (c)inestable. . . . .	110

B.1	Esquema del robot experimental de dos grados de libertad. . . . .	113
B.2	Componentes del robot experimental de dos grados de libertad. . . . .	117
C.1	Esquema del robot FANUC M-16iB 20T ( <a href="http://www.fanucrobotics.com.mx">www.fanucrobotics.com.mx</a> , 2011). . . . .	121
C.2	Esquema de localización de la muñeca del robot FANUC M-16iB 20T. . . . .	122
D.1	Macro-movimientos del dispositivo háptico PHANTOM Omni (Sensable Technologies, <a href="http://www.sensable.com">www.sensable.com</a> , 2011). . . . .	125
D.2	Micro-movimientos del dispositivo háptico PHANTOM Omni (Sensable Technologies, <a href="http://www.sensable.com">www.sensable.com</a> , 2011). . . . .	126
D.3	Primeros tres grados de libertad del dispositivo háptico PHANTOM Omni. . . . .	126
E.1	Esquema del robot MIT-MANUS. . . . .	131
F.1	Puente Wheatstone para el acondicionamiento de la señal. . . . .	135
F.2	Sensor de fuerza/par ATI FT Nano17 ( <a href="http://www.ati-ia.com">www.ati-ia.com</a> , 2011). . . . .	136
F.3	Sensor de fuerza/par ATI FT Gamma ( <a href="http://www.ati-ia.com">www.ati-ia.com</a> , 2011). . . . .	138
F.4	Sensor de fuerza/par ATI FT Omega250 ( <a href="http://www.ati-ia.com">www.ati-ia.com</a> , 2011). . . . .	138



# Lista de Tablas

1.1	Parámetros dinámicos del robot manipulador . . . . .	21
1.2	Servo actuadores del robot manipulador. . . . .	22
1.3	Ganancias del controlador de impedancia. . . . .	24
1.4	Características del sensor de fuerza/par. . . . .	28
2.1	Parámetros del manipulador háptico PHANTOM Omni . . . . .	39
3.1	Ganancias del controlador de impedancia. . . . .	64
3.2	Ganancias del controlador de impedancia. . . . .	78
3.3	Ganancias del controlador de impedancia. . . . .	81
B.1	Parámetros físicos del robot manipulador . . . . .	114
B.2	Parámetros del eslabón 1 . . . . .	117
B.3	Parámetros del eslabón 2 . . . . .	118
C.1	Especificaciones del robot FANUC M-16iB 20T . . . . .	119
D.1	Especificaciones del dispositivo PHANTOM Omni . . . . .	126
E.1	Parámetros físicos del robot MIT-MANUS . . . . .	130
F.1	Características principales del sensor Nano17. . . . .	137
F.2	Características principales del sensor Gamma. . . . .	137
F.3	Características principales del sensor Omega250. . . . .	138



# Introducción

La medicina representa una área de gran aplicación para los sistemas de control debido a la interacción, que en la actualidad ocurre, entre sistemas robóticos y el ser humano. Como todos los sistemas robóticos, los robots médicos asocian fundamentalmente información para acción física que permita el mejoramiento significativo de la habilidad humana para desempeñar tareas importantes, como en el caso de intervenciones quirúrgicas, rehabilitación o simplemente ayudar a gente discapacitada en las tareas de la vida diaria. Al igual que los robots para manufactura, los robots médicos y la cirugía integrada por computadora proveen ventajas si son aceptados y utilizados ampliamente.

Existe un generalizado consenso internacional en considerar la rehabilitación por medio de aparatos robóticos como una nueva vía, que se puede emplear en los programas de neuro-rehabilitación. No obstante el rápido crecimiento del sector, todavía se necesita trabajar intensamente para identificar nuevas soluciones de hardware y software, nuevos sistemas de control e instrumentos de validación de los resultados motores y funcionales. Entonces, la investigación del sector de la rehabilitación asistida por robot deberá encontrar en los próximos años respuestas convincentes a estas demandas, a fin de mejorar el proceso de planificación y validación de la eficacia clínica del robot para rehabilitación, que permitan el desarrollo de sistemas de rehabilitación que brinden, a los pacientes que han sufrido un evento vascular cerebral, una oportunidad real de recuperar las actividades de la vida cotidiana.

A partir de un modesto inicio hace más de una década, la evidencia clínica ha mostrado que la terapia robótica es efectiva y proporciona beneficios duraderos. Los análisis de múltiples estudios clínicos como los reportados en [1] y [2] confirman estas afirmaciones, justificando el rápido y sostenido crecimiento de la investigación en esta aplicación terapéutica de robots. Dada esta evidencia, es difícil establecer un escenario en el que los beneficios reportados no puedan extenderse a los pacientes en México que sean sometidos a este tipo de terapia. Sin embargo, en lo que respecta a los pacientes crónicos, es decir, aquellos pacientes en los que ha transcurrido un tiempo considerable desde la ocurrencia de un evento de enfermedad vascular cerebral, existen condiciones que ameritan una investigación más a fondo, para el caso de pacientes mexicanos. En este caso, dadas las condiciones de aislamiento de algunas comunidades o bien, por el desconocimiento de la necesidad de efectuar la terapia de rehabilitación poco tiempo después de la ocurrencia del evento vascular cerebral [3], es frecuente encontrarse con pacientes que no han recibido absolutamente ninguna terapia, incluso años después de que ha ocurrido el evento [4]. Dadas estas condiciones y el diferencial

importante en cobertura médica entre los países en los que se ha estudiado la efectividad de la terapia de rehabilitación robótica en pacientes crónicos y México, se hace necesaria una investigación puntual para este grupo particular de pacientes en nuestro país.

Una investigación como la que se propone aquí puede considerarse como una de gran importancia para ayudar a pacientes mexicanos a recobrar de una enfermedad vascular cerebral. Esto, tomando en cuenta la información estadística relacionada a la ocurrencia de estos eventos en México, a la muy elevada cantidad de personas que resultan afectadas en sus habilidades motoras y a los limitados recursos que el sistema de salud en México destina a la rehabilitación. Con base en la experiencia acumulada con estos dispositivos, la creación de un *gimnasio robótico* para rehabilitación mejoraría significativamente el movimiento de los pacientes en sus brazos, muñecas, manos, piernas y tobillos. Además, el control a distancia de este tipo de dispositivos robóticos permite incrementar la capacidad de atención de las diversas instituciones de salud o centros de rehabilitación.

## Motivación

Un investigador no puede ser ajeno a las problemáticas sociales del país. Así, en situaciones adecuadas, resulta apropiado proponer soluciones tecnológicas a estos problemas tomando en cuenta sus consecuencias éticas y sus efectos sociales. Aunque algunos grupos de investigación en México realizan investigación incipiente relacionada con el área de interacción humano-robot, ninguno de ellos han seguido formalmente los pasos para avanzar el campo tan importante constituido por la robótica para rehabilitación. Recientemente, instituciones como el INAOE en Puebla, y la UNAM y el CINVESTAV en el D.F., han mostrado interés en la investigación y el desarrollo de robots para rehabilitación, sin embargo, aún son insuficientes las aportaciones y los resultados obtenidos.

La motivación de este trabajo de tesis es lograr el control de un sistema de teleoperación que permita la interacción estable entre dos robots manipuladores y que pueda ser utilizado en terapias de rehabilitación mejorando el desempeño del sistema de control y los resultados obtenidos. Específicamente, este trabajo enfoca su atención en el control de la reflexión de fuerza entre ambos sistemas robóticos haciendo uso de esquemas de control de impedancia.

Debido al interés de abordar el problema de control y estabilización de un sistema de teleoperación bilateral, empleando esquemas de control de interacción y técnicas de estabilización ante retardos de tiempo en la comunicación; y en función de la infraestructura con la que se cuenta, se plantearon los siguientes objetivos generales:

1. Diseñar un nuevo algoritmo de control de impedancia que permita alcanzar una mejora significativa en el seguimiento de trayectorias, sin afectar la capacidad de generar diferentes comportamientos dinámicos durante la interacción robot-entorno. Así como llevar al sistema de lazo cerrado a un punto de equilibrio asintóticamente estable en el sentido de Lyapunov.



2. Evaluar experimentalmente el desempeño de la nueva estructura de control en tareas que involucran interacción entre un robot manipulador y su entorno (por ejemplo, terapias de rehabilitación asistida por robots).
3. Desarrollar un sistema de teleoperación que permita la interacción estable entre dos robots manipuladores durante tareas de contacto con el entorno.
4. Estudiar la reflexión de fuerza en un esquema de teleoperación para su uso en el mejoramiento de las terapias robóticas de rehabilitación neurológica.

## Contribuciones

Los objetivos fueron cubiertos en su totalidad y entre las contribuciones generadas directamente del trabajo de investigación se pueden mencionar las siguientes:

- Diseño de una nueva estructura de control de impedancia que permite una mejora considerable en la precisión durante el seguimiento de trayectorias, conservando las ventajas principales de los esquemas clásicos, en tareas robóticas que involucran interacción con el entorno.
- Evaluación experimental de la nueva estructura de control en tareas de interacción entre un manipulador rígido y su entorno.
- Propuesta de un esquema de teleoperación bilateral estable en tareas de interacción con el entorno remoto.
- Evaluación experimental del sistema de teleoperación bilateral en tareas de contacto.
- Propuesta y simulación de un esquema de telerehabilitación para terapia asistida por robots.

Dichas contribuciones generaron la publicación de los siguientes artículos:

1. **Marco Mendoza**, Fernando Reyes, Isela Bonilla & Emilio González Galván, “*Proportional-Derivative Impedance Control of Robot Manipulators for Interaction Tasks*”. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part I, Journal of Systems and Control Engineering, Vol. 225, No. 3, pp. 315-329, 2011. DOI 10.1243/09596518JSCE1069, ISSN 0959-6518.
2. **Marco Mendoza**, Isela Bonilla, Fernando Reyes & Emilio González-Galván, “*Experimental-Performance Analysis of an Impedance-Control Approach for Robot Manipulators*”. IEEE Transactions on Robotics (Sometido, 2011).
3. **Marco Mendoza**, Isela Bonilla, Emilio González-Galván & Fernando Reyes, “*Experimental-Performance Analysis of an Impedance-Control Approach for Robot Manipulators*”. The 14th IASTED International Conference on Robotics and Applications. Cambridge, Massachusetts, USA (2009).

4. **Marco Mendoza**, Emilio González Galván, Fernando Reyes & Isela Bonilla, “*Control de un Sistema de Teleoperación Bilateral en Tareas de Interacción*”. XI Congreso Mexicano de Robótica. Celaya, Guanajuato, México (2009).

Así como el siguiente capítulo de un libro publicado recientemente

“*Control de Fuerza/Impedancia*”, **Marco Mendoza**, Isela Bonilla & Emilio González. *Robótica: Control de Robots Manipuladores*, Fernando Reyes [5]. ISBN 978-607-7071-90-7, Alfaomega, pp. 471-508. México, 2011.

## Organización del Trabajo

La organización y presentación de los resultados y contribuciones de esta tesis han sido estructuradas de la manera siguiente:

En el Capítulo 1 se presentan algunos conceptos base del control de impedancia, así como el desarrollo de la nueva estructura de control, su análisis de estabilidad en el sentido de Lyapunov y algunos resultados de simulación y experimentales en un robot de transmisión directa de dos grados de libertad.

En el Capítulo 2 se aborda el concepto de teleoperación unilateral, haciendo énfasis de su aplicación en entornos industriales y se presentan resultados experimentales haciendo uso de una arquitectura de control cerrada.

El desarrollo y la evaluación experimental de un nuevo esquema de teleoperación bilateral son presentados a lo largo del Capítulo 3; se emplean el esquema de control de impedancia y la transformación de variables de onda para abordar las problemáticas de control y estabilización ante retardos de tiempo en el sistema de teleoperación.

El marco teórico de los sistemas robóticos para rehabilitación y la propuesta de un esquema de telerehabilitación son presentados en el Capítulo 4. También se valida en simulación el comportamiento del esquema de telerehabilitación haciendo uso del modelado del robot MIT-MANUS.

Posteriormente se presentan las conclusiones generales de este trabajo de investigación y el trabajo a futuro a desarrollar. Finalmente, se incluyeron algunos apéndices que complementan la información contenida en esta tesis, éstos son: Análisis de Estabilidad de Lyapunov, Modelado Dinámico del Robot de Transmisión Directa, Modelado Cinemático del Robot FANUC M-16iB 20T, Modelado Cinemático del PHANTOM Omni, Modelado Dinámico del Robot MIT-MANUS y Sensores de Fuerza/Par.

# Capítulo 1

## Control de Impedancia

En la gran mayoría de procesos industriales, médicos, y de servicios automatizados por tecnología robótica, se requiere que un robot manipulador esté en contacto o interactúe con su entorno. El control de esta interacción es crucial para la ejecución exitosa de tareas donde el efector final del robot debe manipular objetos o desempeñar alguna operación sobre una superficie [6]. Algunos ejemplos de tareas de interacción industriales son perforación, pulido, maquinado o ensamblado. Por otra parte, cuando el manipulador interactúa con seres humanos, como en el caso de terapias de rehabilitación, el sistema de control debe garantizar seguridad y estabilidad para el paciente. La fuerza de contacto es importante para la descripción del estado de interacción entre el robot y su entorno, por lo tanto, es de esperarse que un buen desempeño pueda lograrse con un controlador de interacción provisto de mediciones de fuerza.

El control de interacción de robots manipuladores ha sido abordado utilizando dos estrategias generales; la primera, llamada **Control Híbrido de Fuerza/Posición** (Raibert y Craig, 1981) [7], divide el espacio de trabajo del robot en direcciones ortogonales que son restringidas en fuerza o posición y diseña un controlador apropiado de fuerza o posición para cada dirección [8]. La segunda estrategia, denominada **Control de Impedancia** (Hogan, 1985) [9] está basada en el control de la relación entre la fuerza de interacción y los errores de posición, resultantes de esta fuerza. La interacción dinámica entre el manipulador y su entorno puede ser regulada y controlada cambiando su impedancia mecánica, por esta razón el enfoque presentado en [9] fue denominado control de impedancia.

El control de impedancia ha sido implementado en muchas formas. En su forma más simple puede ser considerado una generalización de los esquemas de control de amortiguamiento y rigidez [10]. De esta manera, es esencialmente un controlador de posición PD, con ganancias de retroalimentación de posición y velocidad ajustadas para obtener impedancias aparentes diferentes [11]. En [9] Hogan presenta un enfoque general y unificado para implementar en un manipulador un controlador de impedancia y generar un sistema de lazo cerrado masa-resorte-amortiguador lineal. Con base en este enfoque, diversos esquemas de control han sido desarrollados, entre ellos se pueden citar los siguientes: Un control de impedancia no lineal y robusto fue presentado por Kazerooni en [12]. El enfoque de control introducido

por Anderson y Spong [11], llamado control de impedancia híbrido, combina el control de impedancia y el control híbrido de fuerza/posición dentro de una misma estrategia, asegurando una interacción adecuada. En [13] es presentado un controlador de impedancia comandado por fuerza, obteniendo un intercambio óptimo entre robustez y desempeño. En [14] Carelli y Kelly presentan una solución adaptiva al control de impedancia ante la presencia de incertidumbres paramétricas en el modelado del robot. Otros enfoques adaptivos, como el propuesto en [15], consideran incertidumbres en las mediciones de los sensores de fuerza, o como en [16] y [17] donde son presentados esquemas de control de impedancia y fuerza para entornos desconocidos. Existen otros factores del entorno que raramente son incluidos en el modelado, tal es el caso de la fricción; Ferretti et al. consideran este fenómeno y ellos han propuesto un control de impedancia mostrando su efectividad en tareas industriales [18]. Algunas de las contribuciones más recientes proponen el uso de estimación visual, para determinar la posición del objeto que interactúa con el robot manipulador, dentro de esquemas de control de impedancia y/o fuerza [19]-[22]. En [23], se presenta una técnica robusta de control de impedancia basada en una estructura de control por modelo interno y una estimación de retardo de tiempo.

El objetivo principal de este capítulo consiste en el diseño de un nuevo esquema control de impedancia para robots manipuladores, con base en la técnica de control por dinámica inversa. Generalmente, los controladores de impedancia son utilizados para regular la interacción con el entorno, sin importar el valor del error de seguimiento ocasionado por dicha interacción. Con la finalidad de reducir este error de seguimiento, debe modificarse la sintonía de los parámetros de impedancia y, como consecuencia, se compromete el comportamiento dócil del robot durante la interacción. Por esta razón, el controlador de impedancia, presentado en este trabajo, está diseñado de tal forma que puede resolver ambas problemáticas, es decir, la regulación de la interacción y el adecuado seguimiento de trayectoria. El esquema de control se compone de dos lazos: el primero corresponde a un lazo interno de control cinemático donde la trayectoria de referencia para el controlador es modificada de acuerdo a las fuerzas de contacto medidas por un sensor de fuerza/par. El segundo lazo es un controlador de movimiento que permite un correcto seguimiento de trayectoria, incluso cuando el manipulador interactúa con el entorno, exhibiendo un comportamiento dócil.

Por otra parte, la meta primaria del control de movimiento en espacio operacional es lograr que el efector final del robot siga una posición deseada dada variante en el tiempo. Diversos reguladores y controladores han sido propuestos con un término proporcional saturado, con la finalidad de atenuar los errores de posición y velocidad, respectivamente, debidos a la fricción [24]. Este nuevo algoritmo de control de impedancia incluye esta característica de los controladores proporcionales saturados, con el objetivo de atenuar el error de impedancia. Es importante mencionar que la estabilidad asintótica del punto de equilibrio del sistema de lazo cerrado es demostrada haciendo uso del método directo de Lyapunov. Adicionalmente, a los aspectos teóricos asociados al controlador propuesto, en este capítulo se presentan resultados de simulación y experimentales de la implementación de una tarea de interacción realizada por un robot manipulador de transmisión directa de dos grados de libertad.

La organización de este capítulo está dada de la siguiente manera: la sección 1.1 presenta un repaso sobre la estructura del modelo dinámico de robots manipuladores de  $n$  grados de libertad. En la sección 1.2 se presenta un panorama general sobre el modelado del entorno. La problemática de control de impedancia y dos esquemas clásicos de control de impedancia son descritos en la sección 1.3. La nueva formulación de control, el esquema propuesto y el análisis de estabilidad correspondiente, son presentados en la sección 1.4. Los resultados de simulación son presentados en la sección 1.5, mientras que los resultados experimentales en la sección 1.6. Finalmente la sección 1.7 contiene las conclusiones del presente capítulo.

## 1.1 Modelado Dinámico de Robots Manipuladores

Dos descripciones cinemáticas del efector final del robot son de interés. La primera representación, llamada espacio articular, coincide con la representación Denavit-Hartenberg [25] donde la variable generalizada  $\mathbf{q}$  representa ángulos articulares. La segunda descripción es llamada espacio de tarea, operacional o cartesiano, donde el vector  $\mathbf{x}$  representa la posición del efector final respecto a un marco coordenado cartesiano fijo. El mapeo de cinemática directa  $\mathbf{k} : \mathbb{R}^n \mapsto \mathbb{R}^m$ , que relaciona el vector de posición articular  $\mathbf{q} \in \mathbb{R}^n$  con el vector  $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^m$  del espacio operacional, está dado por

$$\mathbf{x} = \mathbf{k}(\mathbf{q}). \quad (1.1)$$

Por otra parte, el mapeo inverso  $\mathbf{k}^{-1} : \mathbb{R}^m \mapsto \mathbb{R}^n$  del espacio operacional hacia el espacio articular

$$\mathbf{q} = \mathbf{k}^{-1}(\mathbf{x}). \quad (1.2)$$

es conocido como la cinemática inversa. El número de grados de libertad del robot manipulador es representado por  $n$ , y  $m$  es la dimensión de su espacio de tarea. De estas relaciones cinemáticas se derivan las relaciones diferenciales correspondientes a las velocidades y aceleraciones del espacio articular y el espacio operacional, dadas por

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{J}(\mathbf{q})\dot{\mathbf{q}} \quad (1.3)$$

$$\ddot{\mathbf{x}} = \mathbf{J}(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}} + \dot{\mathbf{J}}(\mathbf{q})\dot{\mathbf{q}}, \quad (1.4)$$

donde  $\mathbf{J}(\mathbf{q}) = \partial\mathbf{k}/\partial\mathbf{q} \in \mathbb{R}^{m \times n}$  es la matriz Jacobiana del manipulador y  $\dot{\mathbf{J}}(\mathbf{q}) = d\mathbf{J}/dt \in \mathbb{R}^{m \times n}$  es su derivada con respecto al tiempo.

En tareas de interacción es fundamental el conocimiento del comportamiento dinámico generado por los pares y fuerzas aplicadas externamente al robot. En la representación de espacio articular, los pares articulares generalizados son dados por  $\boldsymbol{\tau}$ . Por otra parte en espacio de tarea, el vector  $\mathbf{f}$  consiste de las componentes de fuerza operando sobre el efector final con respecto al marco coordenado cartesiano fijo.

En general, el trabajo se define como el producto entre el vector fuerza y el vector desplazamiento, mientras que cuando se habla de trabajo virtual esta fuerza está relacionada a un desplazamiento infinitesimalmente pequeño  $\delta \mathbf{x} \in \mathbb{R}^m$ . El trabajo virtual realizado por una fuerza en el efector final es

$$w_e = \mathbf{f}^T \delta \mathbf{x}, \quad (1.5)$$

mientras que el trabajo realizado por los actuadores está dado por

$$w_j = \boldsymbol{\tau}^T \delta \mathbf{q}. \quad (1.6)$$

Debido a que el trabajo tiene unidades de energía, éstas deben ser las mismas en cualquier conjunto de coordenadas generalizadas, entonces considerando el principio de conservación de la energía la siguiente relación es válida

$$\mathbf{f}^T \delta \mathbf{x} = \boldsymbol{\tau}^T \delta \mathbf{q}. \quad (1.7)$$

Dada la relación cinemática (1.3) entre velocidades en espacio articular y en espacio operacional, obtenemos la siguiente relación para movimientos infinitesimales

$$\delta \mathbf{x} = \mathbf{J}(\mathbf{q}) \delta \mathbf{q}, \quad (1.8)$$

entonces al sustituir (1.8) en (1.7) tenemos que

$$\mathbf{f}^T \mathbf{J}(\mathbf{q}) \delta \mathbf{q} = \boldsymbol{\tau}^T \delta \mathbf{q}. \quad (1.9)$$

Por lo tanto con base en el principio de trabajo virtual, los pares articulares  $\boldsymbol{\tau} \in \mathbb{R}^n$  necesarios para generar una fuerza  $\mathbf{f} \in \mathbb{R}^m$  en el efector final, están dados por la siguiente relación [26]

$$\boldsymbol{\tau} = \mathbf{J}^T(\mathbf{q}) \mathbf{f}. \quad (1.10)$$

La ecuación dinámica de Euler-Lagrange, en espacio articular, para un robot manipulador de  $n$  grados de libertad que interactúa con su entorno puede ser escrita como

$$\mathbf{M}(\mathbf{q}) \ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) \dot{\mathbf{q}} + \mathbf{g}(\mathbf{q}) + \mathbf{f}_r(\dot{\mathbf{q}}) = \boldsymbol{\tau} - \mathbf{J}^T(\mathbf{q}) \mathbf{f}_e \quad (1.11)$$

donde  $\mathbf{M}(\mathbf{q}) > \mathbf{0} \in \mathbb{R}^{n \times n}$  es la matriz simétrica de inercia,  $\mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) \in \mathbb{R}^{n \times n}$  es la matriz de fuerzas centrípetas y de Coriolis,  $\mathbf{g}(\mathbf{q}) \in \mathbb{R}^n$  es el vector de fuerzas gravitacionales,  $\mathbf{f}_r(\dot{\mathbf{q}}) \in \mathbb{R}^n$  es el vector de pares debidos a la fricción, y  $\mathbf{f}_e \in \mathbb{R}^m$  denota el vector de fuerzas de contacto o interacción [27].

Sustituyendo las relaciones cinemáticas y estáticas (1.1)-(1.4) y (1.10) en (1.11), se obtiene la dinámica expresada en el espacio de tarea (cartesiano)

$$\mathbf{M}_x(\mathbf{x}) \ddot{\mathbf{x}} + \mathbf{C}_x(\mathbf{x}, \dot{\mathbf{x}}) \dot{\mathbf{x}} + \mathbf{g}_x(\mathbf{x}) + \mathbf{f}_x(\dot{\mathbf{x}}) = \mathbf{J}^{-T}(\mathbf{q}) \boldsymbol{\tau} - \mathbf{f}_e, \quad (1.12)$$

donde  $\mathbf{M}_x = \mathbf{J}^{-T} \mathbf{M} \mathbf{J}^{-1}$ ,  $\mathbf{C}_x = \mathbf{J}^{-T} \mathbf{C} \mathbf{J}^{-1} - \mathbf{M}_x \dot{\mathbf{J}} \mathbf{J}^{-1}$ ,  $\mathbf{g}_x = \mathbf{J}^{-T} \mathbf{g}$ , y  $\mathbf{f}_x = \mathbf{J}^{-T} \mathbf{f}_r$ . Esta representación es válida si  $\mathbf{J}$  es invertible, es decir si la configuración actual de  $\mathbf{q}$  es no singular.

## 1.2 Modelado del Entorno

Para un mejor entendimiento de la interacción, es necesario tener una descripción analítica de las fuerzas de contacto con el entorno. Así, en lo referente a los modelos del ambiente o entorno utilizados en la literatura, éstos pueden ser clasificados en dos grupos principales:

- *Entorno Rígido (Restrungido)*. La interacción mecánica entre el robot y un entorno rígido incluye los modelos matemáticos para impacto, contacto, fricción de Coulomb, y las restricciones asociadas.
- *Entorno Dócil (Compliant)*. Para precisar los aspectos fundamentales del control de interacción, es conveniente recurrir a un modelo simple pero significativo del contacto [32]. Para este propósito, es considerado un entorno elástico dócil desacoplado el cual está descrito por el modelo

$$\mathbf{f}_e = \mathbf{K}_e(\mathbf{x} - \mathbf{x}_e) \quad (1.13)$$

donde  $\mathbf{K}_e = \text{diag}\{[k_e \cdots k_e]\} \in \mathbb{R}^{m \times m}$  representa la rigidez de la superficie,  $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^m$  es la posición del efector final del robot y  $\mathbf{x}_e \in \mathbb{R}^m$  es la localización del entorno con respecto al marco de referencia en la base del robot. Esta relación lineal entre fuerza y deformación representa una primera aproximación al modelado de la interacción robot-entorno. Investigando la dinámica de interacción, Hogan [9] llegó a la conclusión de que el entorno puede ser modelado como un sistema masa-resorte-amortiguador generalizado, considerando que la impedancia de un sistema mecánico está caracterizada por los parámetros de rigidez, amortiguamiento e inercia.

La *impedancia mecánica*  $Z(\omega)$  se define como la relación compleja entre la fuerza y el movimiento, en términos de la velocidad o el desplazamiento, a una frecuencia  $\omega$

$$Z(\omega) = \frac{F(\omega)}{V(\omega)} \quad (1.14)$$

$$Z(\omega) = \frac{F(\omega)}{X(\omega)} \quad (1.15)$$

donde  $F(\omega)$  es la fuerza,  $V(\omega)$  es la velocidad y  $X(\omega)$  es el desplazamiento en la frecuencia  $\omega$  [28]-[29]. En frecuencias de resonancia, la impedancia mecánica es más baja, esto significa que menos fuerza es necesaria para ocasionar que una estructura se mueva a la velocidad o posición dadas. La impedancia mecánica es el inverso de la admitancia mecánica o movilidad, y sus unidades son Ns/m, de acuerdo con la definición (1.14), o N/m con base en la definición (1.15).

Para un sistema mecánico, en cada grado de libertad, el flujo de potencia instantánea entre dos o más sistemas físicos se define como el producto de dos variables conjugadas, un esfuerzo (fuerza o voltaje) y un flujo (movimiento o corriente). A lo largo de cualquier

grado de libertad un manipulador puede imprimir una fuerza a su entorno o imponer un desplazamiento o velocidad en él, pero no ambos. Así, físicamente los sistemas pueden ser de dos tipos: admitancias, los cuales aceptan entradas de esfuerzo y generan salidas de flujo; e impedancias, que aceptan entradas de flujo y generan salidas de esfuerzo [9]. La distinción entre admitancia e impedancia es fundamental, ya que la impedancia mecánica es el resultado de la modificación del comportamiento del robot para acoplarse dinámicamente con su entorno y tiene como finalidad la aplicación de un esfuerzo a un movimiento. La consecuencia más importante de la interacción dinámica de dos sistemas físicos es que uno debe ser complemento del otro: a lo largo de cualquier grado de libertad, si uno es una impedancia, el otro debe ser una admitancia y viceversa, para una adaptación de ambos sistemas durante el contacto. Cuando un manipulador es acoplado mecánicamente a su entorno, para asegurar compatibilidad física con la admitancia ambiental, el manipulador asumirá el comportamiento de una impedancia. La interacción mecánica con el entorno cambiará con distintas tareas, debido a que un entorno con características diferentes producirá, frente a una determinada referencia de posición, un esfuerzo diferente y una posición diferente del efector final.

El entorno suele ser modelado como un resorte lineal  $k$ , el cual está algunas veces en paralelo con un amortiguador  $b$ . Ambos son considerados conocidos y constantes, y una ley de fuerza es elegida acorde a ellos. Esto puede ser válido cuando una herramienta rígida trabaja sobre una pieza de trabajo dócil, pero esto está muy lejos de ser una representación simplista del espectro entero de entornos. Considerando una impedancia mecánica dada por (1.14) a una frecuencia  $\omega$  baja, conforme  $\omega$  se aproxima a cero se tiene que:

1. Un sistema es inercial si  $|Z(0)| = 0$ . Es un entorno (objeto) que permite ser desplazado, por ejemplo tareas de traslado de objetos mediante empuje.
2. Un sistema es resistivo si  $|Z(0)| = c$ , donde  $0 < c < \infty$ . Físicamente representa una superficie con fricción en la dirección tangencial del movimiento, por ejemplo en tareas que implican deslizamiento a lo largo de una superficie.
3. Un sistema es capacitivo si  $|Z(0)| = \infty$ . Representa entornos flexibles o dóciles, por ejemplo tareas de contacto con una superficie deformable.

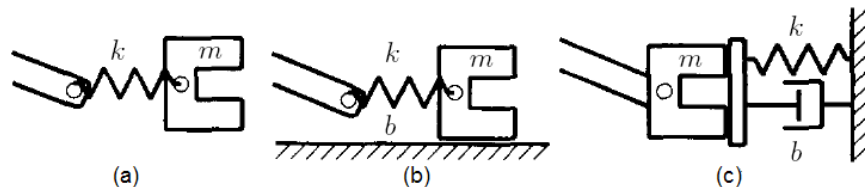


Figura 1.1: Tipos de entorno: (a) inercial, (b) resistivo y (c) capacitivo.

Un entorno masa-resorte con impedancia  $Z(s) = mks/(ms^2 + k)$ , por definición, es inercial. Otro entorno con una masa dócil deslizándose a través de una superficie viscosa, tiene una impedancia  $Z(s) = b + mks/(ms^2 + k)$  y es resistivo. Finalmente un entorno amortiguado con impedancia  $Z(s) = ms + b + k/s$  es, por definición, capacitivo. Los entornos



capacitivo e inercial representan impedancias duales en el sentido de que el inverso de un sistema capacitivo es inercial, y el inverso de un sistema inercial es capacitivo. Un entorno resistivo es dual a sí mismo. De acuerdo con el *principio de dualidad* [11], un manipulador debe ser controlado para responder como el dual del entorno.

Específicamente en el desarrollo de esquemas de control de impedancia, la definición de impedancia mecánica más adecuada corresponde a la ecuación (1.15), por lo tanto, los desarrollos subsecuentes presentados en este trabajo de investigación están relacionados con dicha definición.

### 1.3 Problemática de Control de Impedancia

La idea original acerca del control de impedancia propuesta por Hogan en [9], tiene hoy en día diversas interpretaciones. Usualmente, el objetivo de control consiste en ocasionar que el efector final del robot responda a fuerzas aplicadas externamente de acuerdo a alguna dinámica bien definida [30]. Específicamente, la relación dinámica deseada entre la posición del efector final  $\mathbf{x}$ , la trayectoria de referencia  $\mathbf{x}_d$ , y el vector de fuerzas de contacto  $\mathbf{f}_e$  está dada por la siguiente expresión

$$\mathbf{f}_e = \mathbf{K}_d(\mathbf{x}_d - \mathbf{x}) + \mathbf{B}_d(\dot{\mathbf{x}}_d - \dot{\mathbf{x}}) + \mathbf{M}_d(\ddot{\mathbf{x}}_d - \ddot{\mathbf{x}}) \quad (1.16)$$

donde  $\mathbf{K}_d \in \mathbb{R}^{m \times m}$  es la matriz de rigidez,  $\mathbf{B}_d \in \mathbb{R}^{m \times m}$  es la matriz de amortiguamiento y  $\mathbf{M}_d \in \mathbb{R}^{m \times m}$  es la matriz de inercia [31]. Estos parámetros caracterizan la impedancia  $\mathbf{Z}_d \in \mathbb{R}^{m \times m}$  de la relación (1.16), la cual es dada en el dominio de la frecuencia por

$$\mathbf{Z}_d(s) = \mathbf{K}_d + \mathbf{B}_d s + \mathbf{M}_d s^2. \quad (1.17)$$

Estos parámetros de impedancia pueden seleccionarse para corresponder a varias tareas de manipulación. Típicamente, alta rigidez es especificada en direcciones donde el entorno es dócil y es importante un posicionamiento preciso. Baja rigidez es especificada en direcciones donde el entorno es rígido, o cuando deben mantenerse fuerzas de interacción pequeñas. Grandes valores de  $\mathbf{B}_d$  son especificados cuando debe disiparse energía, y los valores de  $\mathbf{M}_d$  pueden ser utilizados para mejorar la respuesta del efector final debida al contacto externo.

#### 1.3.1 Control de Impedancia Basado en Par

El enfoque de control de impedancia basado en par es complementario al basado en posición, debido a que es difícil proveer grandes valores de rigidez. Sin embargo, es relativamente mejor para proveer rigidez y amortiguamiento pequeños reduciendo con ello las fuerzas de contacto. Este control es adecuado en aplicaciones donde las cargas gravitacionales son pequeñas y los movimientos son lentos. El sensado de posiciones y velocidades cartesianas es requerido directamente, o indirectamente vía la medición de las variables articulares [31].

Considerando  $\ddot{\mathbf{x}}_d = \mathbf{0}$ , la ecuación del comportamiento deseado (1.16) puede ser restringida a la especificación de la aceleración deseada del efector final [32],[33]

$$\ddot{\mathbf{x}} = \mathbf{M}_d^{-1} [\mathbf{K}_d(\mathbf{x}_d - \mathbf{x}) + \mathbf{B}_d(\dot{\mathbf{x}}_d - \dot{\mathbf{x}}) - \mathbf{f}_e]. \quad (1.18)$$

La aceleración  $\ddot{\mathbf{x}}$  correspondiente, en términos de coordenadas articulares, está dada por la relación (1.4). Cada uno de los términos de impedancia en el comportamiento deseado del efector final puede ser expresado en coordenadas articulares mediante las transformaciones cinemáticas (1.1) y (1.3)

$$\mathbf{K}_d(\mathbf{x}_d - \mathbf{x}) = \mathbf{K}_d(\mathbf{x}_d - \mathbf{k}(\mathbf{q})) \quad (1.19)$$

$$\mathbf{B}_d(\dot{\mathbf{x}}_d - \dot{\mathbf{x}}) = \mathbf{B}_d(\dot{\mathbf{x}}_d - \mathbf{J}(\mathbf{q})\dot{\mathbf{q}}). \quad (1.20)$$

La ley de control completa puede ser obtenida por la sustitución en (1.11), por lo tanto el vector de pares aplicados está dado por

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\tau} = & \mathbf{M}(\mathbf{q})\mathbf{J}^{-1}(\mathbf{q})\mathbf{M}_d^{-1}[\mathbf{K}_d(\mathbf{x}_d - \mathbf{k}(\mathbf{q})) + \mathbf{B}_d(\dot{\mathbf{x}}_d - \mathbf{J}(\mathbf{q})\dot{\mathbf{q}}) - \mathbf{f}_e - \mathbf{M}_d\dot{\mathbf{J}}(\mathbf{q})\dot{\mathbf{q}}] \\ & + \mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{g}(\mathbf{q}) + \mathbf{f}_r(\dot{\mathbf{q}}) + \mathbf{J}^T(\mathbf{q})\mathbf{f}_e. \end{aligned} \quad (1.21)$$

Es importante hacer notar que para el correcto funcionamiento, en la práctica, de este esquema de control se requiere del modelado y la parametrización del manipulador, así como el modelado del entorno o la medición de las fuerzas de contacto  $\mathbf{f}_e$ .

### 1.3.2 Control de Impedancia Basado en Posición

En el enfoque basado en posición, las fuerzas y pares son sensados explícitamente vía un sensor de fuerza/par ubicado en la muñeca del manipulador, y los comandos de posición se emplean en el lazo interno del controlador. En particular, se crea un vector de ajuste de posición  $\mathbf{x}_a \in \mathbb{R}^m$  mediante el filtrado de las fuerzas de interacción medidas para satisfacer

$$\mathbf{f}_e = \mathbf{K}_d\mathbf{x}_a + \mathbf{B}_d\dot{\mathbf{x}}_a + \mathbf{M}_d\ddot{\mathbf{x}}_a \quad (1.22)$$

vía

$$\mathbf{x}_a(s) = (\mathbf{K}_d + \mathbf{B}_ds + \mathbf{M}_ds^2)^{-1}\mathbf{f}_e(s). \quad (1.23)$$

Con la simplificación de que  $\mathbf{K}_d$ ,  $\mathbf{B}_d$  y  $\mathbf{M}_d$  sean diagonales, esto se reduce a un filtro pasa bajas de cada componente de la fuerza  $\mathbf{f}_e$  para generar cada componente de  $\mathbf{x}_a$ . El ajuste  $\mathbf{x}_a$  es restado a la trayectoria de posición deseada para generar

$$\mathbf{x}_c = \mathbf{x}_d - \mathbf{x}_a. \quad (1.24)$$

Se puede observar que cuando no existe contacto con el entorno,  $\mathbf{f}_e = \mathbf{0}$ , entonces  $\mathbf{x}_c = \mathbf{x}_d$ .

Si al controlar el manipulador se logra el correcto posicionamiento, es decir  $\mathbf{x} = \mathbf{x}_c$ , entonces

$$\mathbf{x}_a = \mathbf{x}_d - \mathbf{x} \quad (1.25)$$

y por ende (1.22) y (1.23) satisfacen la impedancia deseada especificada por (1.16) y (1.17).

Este enfoque permite un control de posición preciso dentro del lazo de control de impedancia, haciéndolo atractivo para su uso en manipuladores industriales, debido a que están diseñados como dispositivos de posicionamiento preciso (o al menos repetitivo). Sin embargo, sufre la incapacidad de proveer impedancias muy “suaves”, es decir, rigidez y amortiguamiento pequeños. Generalmente sería deseable en casos donde se requiere control de posición articular rígido, es decir un control de posición con mayor seguridad o un correcto posicionamiento en algunas direcciones cartesianas [31].

Una ley de control de posición cartesiana PD con compensación de gravedad para el modelo del robot (1.12) está dada por

$$\boldsymbol{\tau} = \mathbf{J}^T(\mathbf{q})[\mathbf{K}_p\tilde{\mathbf{x}}_c - \mathbf{K}_v\dot{\mathbf{x}}] + \mathbf{g}(\mathbf{q}) \quad (1.26)$$

la cual tiene la siguiente forma cartesiana

$$\begin{aligned} \mathbf{f} &= \mathbf{J}^{-T}(\mathbf{q})\{\mathbf{J}^T(\mathbf{q})[\mathbf{K}_p\tilde{\mathbf{x}}_c - \mathbf{K}_v\dot{\mathbf{x}}] + \mathbf{g}(\mathbf{q})\} \\ &= \mathbf{K}_p\tilde{\mathbf{x}}_c - \mathbf{K}_v\dot{\mathbf{x}} + \mathbf{g}_x(\mathbf{x}), \end{aligned} \quad (1.27)$$

donde  $\mathbf{K}_p > 0 \in \mathbb{R}^{m \times m}$  y  $\mathbf{K}_v > 0 \in \mathbb{R}^{m \times m}$  representan las matrices diagonales de ganancias proporcionales y derivativas, respectivamente. Además de que  $\tilde{\mathbf{x}}_c = \mathbf{x}_c - \mathbf{x}$  representa el vector de error de posicionamiento en espacio cartesiano, cuya derivada respecto del tiempo es  $\dot{\tilde{\mathbf{x}}}_c = -\dot{\mathbf{x}}$ .

Debido al interés de modelar el comportamiento del manipulador bajo control de impedancia en la vecindad del punto de contacto, se asume que la posición  $\mathbf{x}$  es cercana a la posición deseada  $\mathbf{x}_c$  y que el punto de contacto en coordenadas articulares está alejado de singularidades cinemáticas, es decir,  $\text{rank}[\mathbf{J}(\mathbf{q})] = n \forall \mathbf{q} \in \mathbb{R}^n$ . Considerando el modelo dinámico cartesiano (1.12), el modelo (1.13) para el entorno y la ley de control (1.27), la representación de la dinámica en lazo cerrado del manipulador es

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \mathbf{x} \\ \dot{\mathbf{x}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{x}} \\ \mathbf{M}_x(\mathbf{x})^{-1} [\mathbf{K}_p(\mathbf{x}_c - \mathbf{x}) - \mathbf{K}_v\dot{\mathbf{x}} - \mathbf{C}_x(\mathbf{x}, \dot{\mathbf{x}})\dot{\mathbf{x}} - \mathbf{K}_e(\mathbf{x} - \mathbf{x}_e)] \end{bmatrix}, \quad (1.28)$$

haciéndose necesario conocer con anticipación la rigidez  $\mathbf{K}_e$  y la localización  $\mathbf{x}_e$  del entorno. Cuando la fuerza externa depende de la posición del manipulador, entonces la presencia de  $\mathbf{f}_e = \mathbf{K}_e(\mathbf{x} - \mathbf{x}_e)$  en (1.28) representa un lazo de retroalimentación adicional, por lo que la dinámica y la estabilidad pueden ser afectadas.

Las condiciones para la existencia de punto de equilibrio en (1.28) son las siguientes:

a) La posición de referencia  $\mathbf{x}_c$  y el punto de interacción  $\mathbf{x}_e$  son constantes, por lo tanto

$$\frac{d}{dt}[\mathbf{x}_c - \mathbf{x}] = -\dot{\mathbf{x}} \quad (1.29)$$

$$\frac{d}{dt}[\mathbf{x} - \mathbf{x}_e] = \dot{\mathbf{x}} \quad (1.30)$$

b) Para el primer elemento de (1.28) se tiene que

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{0}$$

c) Considerando las siguientes propiedades del modelo dinámico (1.12) presentadas en [27]

$$\mathbf{M}_x(\mathbf{x}) > \mathbf{0} \Rightarrow \exists \mathbf{M}_x(\mathbf{x})^{-1} \quad (1.31)$$

$$\mathbf{C}_x(\mathbf{x}, \mathbf{0}) = \mathbf{0} \quad \forall \quad \mathbf{x} \in \mathbb{R}^m \quad (1.32)$$

y además suponiendo que  $\mathbf{K}_p$ ,  $\mathbf{K}_v$  y  $\mathbf{K}_e > 0$  son matrices diagonales, entonces

$$\text{null}\{\mathbf{K}_p\} = \mathbf{0} \in \mathbb{R}^m \quad (1.33)$$

$$\text{null}\{\mathbf{K}_v\} = \mathbf{0} \in \mathbb{R}^m \quad (1.34)$$

$$\text{null}\{\mathbf{K}_e\} = \mathbf{0} \in \mathbb{R}^m \quad (1.35)$$

$$\text{null}\{[\mathbf{K}_v + \mathbf{C}_x]\} = \mathbf{0} \in \mathbb{R}^m \quad (1.36)$$

$$\det(\mathbf{K}_p + \mathbf{K}_e) \neq 0 \quad (1.37)$$

por lo tanto

$$-\mathbf{K}_v \dot{\mathbf{x}} - \mathbf{C}_x(\mathbf{x}, \dot{\mathbf{x}}) \dot{\mathbf{x}} \equiv \mathbf{0} \iff \dot{\mathbf{x}} = \mathbf{0} \quad (1.38)$$

$$\mathbf{K}_p(\mathbf{x}_c - \mathbf{x}) - \mathbf{K}_e(\mathbf{x} - \mathbf{x}_e) \equiv \mathbf{0} \iff \mathbf{x} = \mathbf{x}_E, \quad (1.39)$$

donde

$$\mathbf{x}_E = (\mathbf{K}_p + \mathbf{K}_e)^{-1}(\mathbf{K}_p \mathbf{x}_c + \mathbf{K}_e \mathbf{x}_e). \quad (1.40)$$

Por lo tanto  $(\mathbf{x}_E, \mathbf{0})$  es el único punto de equilibrio del sistema en lazo cerrado.

Para llevar a cabo el análisis de estabilidad se propone la siguiente función candidata de Lyapunov

$$V(\mathbf{x}, \dot{\mathbf{x}}) = V_1(\mathbf{x}, \dot{\mathbf{x}}) - V_1(\mathbf{x}_E, \mathbf{0}) \quad (1.41)$$

donde

$$V_1(\mathbf{x}, \dot{\mathbf{x}}) = \frac{1}{2} \dot{\mathbf{x}}^T \mathbf{M}_x(\mathbf{x}) \dot{\mathbf{x}} + \frac{1}{2} (\mathbf{x}_c - \mathbf{x})^T \mathbf{K}_p (\mathbf{x}_c - \mathbf{x}) + \frac{1}{2} (\mathbf{x} - \mathbf{x}_e)^T \mathbf{K}_e (\mathbf{x} - \mathbf{x}_e) \quad (1.42)$$

$$V_1(\mathbf{x}_E, \mathbf{0}) = \frac{1}{2} (\mathbf{x}_c - \mathbf{x}_E)^T \mathbf{K}_p (\mathbf{x}_c - \mathbf{x}_E) + \frac{1}{2} (\mathbf{x}_E - \mathbf{x}_e)^T \mathbf{K}_e (\mathbf{x}_E - \mathbf{x}_e). \quad (1.43)$$

El término  $V_1(\mathbf{x}_E, \mathbf{0}) > 0$  es constante y se incluye en la función candidata (1.41) para cumplir con el método directo de Lyapunov que considera el punto de equilibrio en el origen. Por lo tanto, la ecuación (1.41) es una función semidefinida positiva e implica que los términos  $(\mathbf{x}_c - \mathbf{x})$  y  $(\mathbf{x} - \mathbf{x}_e)$  están acotados [27].

La derivada con respecto al tiempo de (1.41) a lo largo de las trayectorias del sistema de lazo cerrado (1.28) está dada por:

$$\begin{aligned}
\dot{V}(\mathbf{x}, \dot{\mathbf{x}}) &= \dot{\mathbf{x}}^T \mathbf{M}_x(\mathbf{x}) \ddot{\mathbf{x}} + \frac{1}{2} \dot{\mathbf{x}}^T \dot{\mathbf{M}}_x(\mathbf{x}) \dot{\mathbf{x}} - (\mathbf{x}_c - \mathbf{x})^T \mathbf{K}_p \dot{\mathbf{x}} + (\mathbf{x} - \mathbf{x}_e)^T \mathbf{K}_e \dot{\mathbf{x}} \\
&= \dot{\mathbf{x}}^T [\mathbf{K}_p(\mathbf{x}_c - \mathbf{x}) - \mathbf{K}_v \dot{\mathbf{x}} - \mathbf{C}_x(\mathbf{x}, \dot{\mathbf{x}}) \dot{\mathbf{x}} - \mathbf{K}_e(\mathbf{x} - \mathbf{x}_e)] + \frac{1}{2} \dot{\mathbf{x}}^T \dot{\mathbf{M}}_x(\mathbf{x}) \dot{\mathbf{x}} \\
&\quad - (\mathbf{x}_c - \mathbf{x})^T \mathbf{K}_p \dot{\mathbf{x}} + (\mathbf{x} - \mathbf{x}_e)^T \mathbf{K}_e \dot{\mathbf{x}} \\
&= -\dot{\mathbf{x}}^T \mathbf{K}_v \dot{\mathbf{x}} - \dot{\mathbf{x}}^T \mathbf{C}_x(\mathbf{x}, \dot{\mathbf{x}}) \dot{\mathbf{x}} + \frac{1}{2} \dot{\mathbf{x}}^T \dot{\mathbf{M}}_x(\mathbf{x}) \dot{\mathbf{x}} \\
&= -\dot{\mathbf{x}}^T \mathbf{K}_v \dot{\mathbf{x}} \leq 0,
\end{aligned} \tag{1.44}$$

considerando la propiedad de anti-simetría  $\frac{1}{2} \dot{\mathbf{x}}^T [\dot{\mathbf{M}}_x(\mathbf{x}) - 2\mathbf{C}_x(\mathbf{x}, \dot{\mathbf{x}})] \dot{\mathbf{x}} \equiv 0$  presentada en [27]. Debido a que la ecuación de lazo cerrado (1.28) es de naturaleza autónoma, puede hacerse uso del principio de invarianza de LaSalle [38], entonces, considérese el conjunto  $\Omega_{\mathcal{E}}$  dado por

$$\Omega_{\mathcal{E}} = \left\{ \begin{bmatrix} \mathbf{x} \\ \dot{\mathbf{x}} \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{2m} : \dot{V}(\mathbf{x}, \dot{\mathbf{x}}) = 0 \iff \dot{\mathbf{x}} = \mathbf{0} \in \mathbb{R}^m, \mathbf{x} \in \mathbb{R}^m \right\}. \tag{1.45}$$

Como  $\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{0} \implies \ddot{\mathbf{x}} = \mathbf{0}$ , se tiene que

$$\mathbf{K}_p(\mathbf{x}_c - \mathbf{x}) - \mathbf{K}_e(\mathbf{x} - \mathbf{x}_e) = \mathbf{0},$$

entonces, haciendo uso de la relación (1.39), se obtiene que  $\mathbf{x} = \mathbf{x}_E$ . Por lo tanto, resulta que  $[\mathbf{x}(0) \ \dot{\mathbf{x}}(0)]^T = [\mathbf{x}_E \ \mathbf{0}]^T \in \mathbb{R}^{2m}$  es el conjunto invariante más grande  $\Omega_{\mathcal{M}} \subseteq \Omega_{\mathcal{E}} \ \forall t \geq 0$  para lo cual  $[\mathbf{x}(t) \ \dot{\mathbf{x}}(t)]^T \rightarrow \Omega_{\mathcal{M}}$ , como  $t \rightarrow \infty$ . De esta forma, es posible concluir que el punto de equilibrio  $(\mathbf{x}_E, \mathbf{0})$  es asintóticamente estable.

## 1.4 Esquema de Control de Impedancia Propuesto

En esta sección se describe el diseño de un nuevo esquema de control de impedancia que permite obtener un adecuado comportamiento en tareas de interacción, conservando la estabilidad tanto en el seguimiento en espacio libre como durante la interacción. Este nuevo esquema se basa en el uso de funciones de energía diseñadas con base en la teoría de estabilidad de Lyapunov.

### 1.4.1 Formulación de Control

El enfoque de control de impedancia presentado en este trabajo corresponde a una generalización del control de movimiento en espacio operacional, eligiendo una trayectoria deseada

$\mathbf{x}_d \in \mathbb{R}^m$ . Éste trata de mantener la siguiente relación dinámica, similar a (1.16),

$$\mathbf{x}_d - \mathbf{x} = \mathcal{F}(s)\mathbf{f}_e \quad (1.46)$$

donde

$$\mathcal{F}(s) = [s^2\mathbf{M}_d + s\mathbf{B}_d + \mathbf{K}_d]^{-1}, \quad (1.47)$$

siendo  $\mathbf{K}_d \in \mathbb{R}^{m \times m}$ ,  $\mathbf{B}_d \in \mathbb{R}^{m \times m}$  y  $\mathbf{M}_d \in \mathbb{R}^{m \times m}$  matrices diagonales y definidas positivas, por lo tanto  $\mathcal{F}(s)$  representa un filtro lineal de segundo orden.

Ahora se puede definir el error de impedancia  $\tilde{\boldsymbol{\xi}} \in \mathbb{R}^m$  como [14][34]

$$\tilde{\boldsymbol{\xi}} = \tilde{\mathbf{x}} - \mathbf{x}_{f_e} \quad (1.48)$$

donde  $\tilde{\mathbf{x}} = \mathbf{x}_d - \mathbf{x}$  representa el error de seguimiento para el movimiento del efector final del manipulador en espacio libre y  $\mathbf{x}_{f_e} = \mathcal{F}(s)\mathbf{f}_e$  es el ajuste en la trayectoria de referencia generado por el filtrado de las fuerzas de interacción.

Formalmente, el objetivo de este enfoque al control de impedancia consiste en seleccionar  $\boldsymbol{\tau}$  de tal forma que:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \tilde{\boldsymbol{\xi}}(t) = \mathbf{0} \quad (1.49)$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \dot{\tilde{\boldsymbol{\xi}}}(t) = \mathbf{0}. \quad (1.50)$$

Es importante notar que en ausencia de contacto, es decir  $\mathbf{f}_e \equiv \mathbf{0}$ , este objetivo de control equivale al del control de movimiento en espacio operacional. Por lo tanto, el control de impedancia puede verse como un control de movimiento permitiendo la tolerancia de errores en el seguimiento de la trayectoria deseada en presencia de fuerzas de interacción.

Considerando la definición del error de impedancia (1.48), los vectores

$$\dot{\tilde{\boldsymbol{\xi}}} = \dot{\mathbf{x}}_d - \dot{\mathbf{x}} - \dot{\mathbf{x}}_{f_e} \quad (1.51)$$

$$\ddot{\tilde{\boldsymbol{\xi}}} = \ddot{\mathbf{x}}_d - \ddot{\mathbf{x}} - \ddot{\mathbf{x}}_{f_e} \quad (1.52)$$

denotarán la primera y segunda derivadas respecto del tiempo del error de impedancia, respectivamente.

### 1.4.2 Controlador Cinemático de Impedancia

Con el propósito de implementar un controlador de impedancia en robots manipuladores industriales, sin modificar su arquitectura de control cerrada, deben diseñarse algoritmos de control de tipo cinemático. Una estructura de control de impedancia cinemática debe resolver el objetivo de control definido en (1.49).

Explorando estructuras de control cinemático de impedancia, se presenta el siguiente esquema que determina las posiciones de consigna, que se denotan por  $\mathbf{x}_r \in \mathbb{R}^m$ , dado por

$$\mathbf{x}_r = \mathbf{x}_d - \mathbf{x}_{f_e} + \mathbf{K}_p \tilde{\boldsymbol{\xi}} \quad (1.53)$$

donde  $\mathbf{x}_d$  corresponde a la trayectoria de referencia para el extremo final del robot, y  $\mathbf{K}_p \in \mathbb{R}^{m \times m}$  es una matriz de ganancia proporcional, diagonal y definida positiva.

Este controlador cinemático es similar al controlador de impedancia basado en posición, sin embargo, el término proporcional  $\mathbf{K}_p \tilde{\boldsymbol{\xi}}$  permite atenuar el error de impedancia y garantizar una mejor interacción con el entorno al cumplir con la relación definida en (1.46).

### 1.4.3 Controlador Dinámico de Impedancia

El nuevo controlador dinámico de impedancia propuesto en este trabajo, está basado en el concepto de dinámica inversa [35]-[36] donde los pares para el robot (1.11) son elegidos como

$$\boldsymbol{\tau} = \mathbf{M}(\mathbf{q})\mathbf{J}^{-1}(\mathbf{q})[\mathbf{a} - \dot{\mathbf{J}}(\mathbf{q})\dot{\mathbf{q}}] + \mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{g}(\mathbf{q}) + \mathbf{f}_r(\dot{\mathbf{q}}) + \mathbf{J}^T(\mathbf{q})\mathbf{f}_e. \quad (1.54)$$

Es importante hacer notar que para el correcto funcionamiento, en la práctica, de este esquema de control se requiere del modelado de la fricción y la parametrización del manipulador, así como la medición de las fuerzas de contacto  $\mathbf{f}_e$ . En el caso de robots manipuladores cinemáticamente redundantes (matriz Jacobiana no cuadrada), una matriz Jacobiana inversa generalizada consistente dinámicamente puede ser adoptada [27], la cual está dada por

$$\mathbf{J}^\dagger(\mathbf{q}) = \mathbf{J}^T(\mathbf{q})[\mathbf{J}(\mathbf{q})\mathbf{J}^T(\mathbf{q})]^{-1} \quad (1.55)$$

y es denominada como pseudoinversa por la derecha. Si  $\mathbf{J}(\mathbf{q})$  es cuadrada, la pseudoinversa (1.55) se reduce a la matriz Jacobiana inversa estándar  $\mathbf{J}^{-1}(\mathbf{q})$ .

Sustituyendo la ley de control (1.54) en el modelo dinámico (1.11) y tomando en cuenta las derivadas respecto del tiempo (1.3)-(1.4) tenemos que  $\ddot{\mathbf{x}} = \mathbf{a}$ . Con la finalidad de resolver el problema de control de impedancia, definido en (1.49)-(1.50), se propone

$$\mathbf{a} = \ddot{\mathbf{x}}_d - \ddot{\mathbf{x}}_{f_e} + \mathbf{M}_d^{-1}[\mathbf{K}_p \tanh(\tilde{\boldsymbol{\xi}}) + \mathbf{K}_v \dot{\tilde{\boldsymbol{\xi}}}] \quad (1.56)$$

donde  $\mathbf{K}_p \in \mathbb{R}^{m \times m}$  es la matriz de ganancias proporcionales y  $\mathbf{K}_v \in \mathbb{R}^{m \times m}$  es la matriz de ganancias derivativas, ambas diagonales y definidas positivas. Entonces eligiendo  $\mathbf{a}$  como (1.56) y considerando la derivada temporal (1.52), obtenemos la siguiente ecuación de lazo cerrado combinando el modelo del robot (1.11) y el esquema de control (1.54)

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \tilde{\boldsymbol{\xi}} \\ \dot{\tilde{\boldsymbol{\xi}}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{\tilde{\boldsymbol{\xi}}} \\ -\mathbf{M}_d^{-1}[\mathbf{K}_p \tanh(\tilde{\boldsymbol{\xi}}) + \mathbf{K}_v \dot{\tilde{\boldsymbol{\xi}}}] \end{bmatrix}. \quad (1.57)$$

El término proporcional saturado  $\mathbf{K}_p \tanh(\tilde{\boldsymbol{\xi}})$  es utilizado para atenuar el error de impedancia  $\tilde{\boldsymbol{\xi}}$ , y el término derivativo  $\mathbf{K}_v \dot{\tilde{\boldsymbol{\xi}}}$  es incluido para obtener un movimiento amortiguado.

### Análisis de Estabilidad en el Sentido de Lyapunov

El punto de equilibrio del sistema (1.57) existe bajo las siguientes condiciones:

- Considerando el espacio de trabajo libre de singularidades, es decir,  $\text{rank}[\mathbf{J}(\mathbf{q})] = n$   $\forall \mathbf{q} \in \mathbb{R}^n$ .
- Para el primer término del sistema de lazo cerrado se tiene directamente que  $\dot{\tilde{\boldsymbol{\xi}}} = \mathbf{0}$ .
- Debido a que  $\mathbf{M}_d > \mathbf{0} \Rightarrow \exists \mathbf{M}_d^{-1} > \mathbf{0}$ , entonces

$$\begin{aligned} \mathbf{K}_v \dot{\tilde{\boldsymbol{\xi}}} \equiv \mathbf{0} &\iff \dot{\tilde{\boldsymbol{\xi}}} = \mathbf{0} \\ \mathbf{K}_p \tanh(\tilde{\boldsymbol{\xi}}) \equiv \mathbf{0} &\iff \tilde{\boldsymbol{\xi}} = \mathbf{0}, \end{aligned}$$

donde  $\mathbf{K}_v > 0 \implies \text{null}\{\mathbf{K}_v\} = \mathbf{0} \in \mathbb{R}^m$  y  $\mathbf{K}_p > 0 \implies \text{null}\{\mathbf{K}_p\} = \mathbf{0} \in \mathbb{R}^m$ , ya que ambas matrices de ganancias son diagonales y constantes. Por lo tanto el origen del espacio de estados es un punto de equilibrio del sistema en lazo cerrado.

Para llevar a cabo el análisis de estabilidad del punto de equilibrio del sistema (1.57), se propone la siguiente función de Lyapunov:

$$\begin{aligned} V(\tilde{\boldsymbol{\xi}}, \dot{\tilde{\boldsymbol{\xi}}}) &= \frac{1}{2} \dot{\tilde{\boldsymbol{\xi}}}^T \mathbf{M}_d \dot{\tilde{\boldsymbol{\xi}}} + \tilde{\boldsymbol{\xi}}^T \mathbf{M}_d \dot{\tilde{\boldsymbol{\xi}}} + \frac{1}{2} \tilde{\boldsymbol{\xi}}^T \mathbf{K}_v \tilde{\boldsymbol{\xi}} + \mathbf{u}_p^T(\tilde{\boldsymbol{\xi}}) \mathbf{K}_p \mathbf{u}_p(\tilde{\boldsymbol{\xi}}) \\ &= \frac{1}{2} \begin{bmatrix} \tilde{\boldsymbol{\xi}} \\ \dot{\tilde{\boldsymbol{\xi}}} \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \mathbf{K}_v & \mathbf{M}_d \\ \mathbf{M}_d & \mathbf{M}_d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{\boldsymbol{\xi}} \\ \dot{\tilde{\boldsymbol{\xi}}} \end{bmatrix} + \mathbf{u}_p^T(\tilde{\boldsymbol{\xi}}) \mathbf{K}_p \mathbf{u}_p(\tilde{\boldsymbol{\xi}}) \end{aligned} \quad (1.58)$$

donde

$$\mathbf{u}_p(\tilde{\boldsymbol{\xi}}) = \begin{bmatrix} \sqrt{\ln\{\cosh(\tilde{\xi}_1)\}} \\ \vdots \\ \sqrt{\ln\{\cosh(\tilde{\xi}_m)\}} \end{bmatrix}. \quad (1.59)$$

Debido a que  $\mathbf{K}_v$  y  $\mathbf{M}_d > 0$  son matrices diagonales, se tiene

$$\begin{aligned} \mathbf{K}_v \mathbf{M}_d - \mathbf{M}_d \mathbf{M}_d &> 0 \\ (\mathbf{K}_v - \mathbf{M}_d) \mathbf{M}_d &> 0 \\ \mathbf{K}_v - \mathbf{M}_d &> 0 \end{aligned}$$

tal que

$$\begin{aligned} \mathbf{K}_v &> \mathbf{M}_d \\ \mathbf{I} &> \mathbf{K}_v^{-1} \mathbf{M}_d \\ \rho(\mathbf{I}) &> \rho(\mathbf{K}_v^{-1} \mathbf{M}_d) \implies \rho(\mathbf{K}_v^{-1} \mathbf{M}_d) < 1 \end{aligned} \quad (1.60)$$



donde  $\rho(\mathbf{K}_v^{-1}\mathbf{M}_d)$  es el radio espectral de  $\mathbf{K}_v^{-1}\mathbf{M}_d$ , definido como  $\rho(\mathbf{K}_v^{-1}\mathbf{M}_d) = \max\{|\lambda| : \lambda \in \sigma(\mathbf{K}_v^{-1}\mathbf{M}_d)\}$  donde  $\sigma(\mathbf{K}_v^{-1}\mathbf{M}_d)$  es el espectro o conjunto de todos los valores propios de  $\mathbf{M}_d\mathbf{K}_v^{-1}$  [37]. Entonces, para cumplir con la condición (1.60) debemos seleccionar

$$\lambda_{\min}\{\mathbf{K}_v\} > \lambda_{\max}\{\mathbf{M}_d\} \quad (1.61)$$

Por lo tanto, debido a la forma cuadrática de la función (1.58) y teniendo en cuenta que  $\mathbf{K}_p > 0$  se concluye que  $V(\tilde{\boldsymbol{\xi}}, \dot{\tilde{\boldsymbol{\xi}}}) > 0$  y radialmente no acotada.

La derivada respecto del tiempo de la función de Lyapunov (1.58) está dada por:

$$\dot{V}(\tilde{\boldsymbol{\xi}}, \dot{\tilde{\boldsymbol{\xi}}}) = \dot{\tilde{\boldsymbol{\xi}}}^T \mathbf{M}_d \ddot{\tilde{\boldsymbol{\xi}}} + \dot{\tilde{\boldsymbol{\xi}}}^T \mathbf{M}_d \dot{\tilde{\boldsymbol{\xi}}} + \tilde{\boldsymbol{\xi}}^T \mathbf{M}_d \ddot{\tilde{\boldsymbol{\xi}}} + \tilde{\boldsymbol{\xi}}^T \mathbf{K}_v \dot{\tilde{\boldsymbol{\xi}}} + 2\mathbf{u}_p^T(\tilde{\boldsymbol{\xi}}) \mathbf{K}_p \frac{\partial \mathbf{u}_p(\tilde{\boldsymbol{\xi}})}{\partial \tilde{\boldsymbol{\xi}}} \dot{\tilde{\boldsymbol{\xi}}} \quad (1.62)$$

donde

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathbf{u}_p(\tilde{\boldsymbol{\xi}})}{\partial \tilde{\boldsymbol{\xi}}} &= \frac{1}{2} \begin{bmatrix} \frac{\sinh(\tilde{\xi}_1)}{\cosh(\tilde{\xi}_1) \sqrt{\ln\{\cosh(\tilde{\xi}_1)\}}} & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & \frac{\sinh(\tilde{\xi}_m)}{\cosh(\tilde{\xi}_m) \sqrt{\ln\{\cosh(\tilde{\xi}_m)\}}} \end{bmatrix} \\ &= \frac{1}{2} \begin{bmatrix} \frac{\tanh(\tilde{\xi}_1)}{\sqrt{\ln\{\cosh(\tilde{\xi}_1)\}}} & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & \frac{\tanh(\tilde{\xi}_m)}{\sqrt{\ln\{\cosh(\tilde{\xi}_m)\}}} \end{bmatrix}, \end{aligned} \quad (1.63)$$

por lo tanto,

$$\begin{aligned} 2\mathbf{u}_p^T(\tilde{\boldsymbol{\xi}}) \mathbf{K}_p \frac{\partial \mathbf{u}_p(\tilde{\boldsymbol{\xi}})}{\partial \tilde{\boldsymbol{\xi}}} \dot{\tilde{\boldsymbol{\xi}}} &= \begin{bmatrix} \sqrt{\ln\{\cosh(\tilde{\xi}_1)\}} \\ \vdots \\ \sqrt{\ln\{\cosh(\tilde{\xi}_m)\}} \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \frac{\tanh(\tilde{\xi}_1)}{\sqrt{\ln\{\cosh(\tilde{\xi}_1)\}}} & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & \frac{\tanh(\tilde{\xi}_m)}{\sqrt{\ln\{\cosh(\tilde{\xi}_m)\}}} \end{bmatrix} \mathbf{K}_p \dot{\tilde{\boldsymbol{\xi}}} \\ &= \tanh(\tilde{\boldsymbol{\xi}})^T \mathbf{K}_p \dot{\tilde{\boldsymbol{\xi}}}, \end{aligned} \quad (1.64)$$

donde  $\tanh(\tilde{\boldsymbol{\xi}}) = [\tanh(\tilde{\xi}_1) \cdots \tanh(\tilde{\xi}_m)]^T \in \mathbb{R}^m$ .

Entonces, a lo largo de las trayectorias del sistema de lazo cerrado (1.57) y después de algunos procedimientos algebraicos, la ecuación (1.62) puede ser reescrita como:

$$\begin{aligned} \dot{V}(\tilde{\boldsymbol{\xi}}, \dot{\tilde{\boldsymbol{\xi}}}) &= -\dot{\tilde{\boldsymbol{\xi}}}^T [\mathbf{K}_p \tanh(\tilde{\boldsymbol{\xi}}) + \mathbf{K}_v \dot{\tilde{\boldsymbol{\xi}}}] + \dot{\tilde{\boldsymbol{\xi}}}^T \mathbf{M}_d \dot{\tilde{\boldsymbol{\xi}}} - \tilde{\boldsymbol{\xi}}^T [\mathbf{K}_p \tanh(\tilde{\boldsymbol{\xi}}) + \mathbf{K}_v \dot{\tilde{\boldsymbol{\xi}}}] + \tilde{\boldsymbol{\xi}}^T \mathbf{K}_v \dot{\tilde{\boldsymbol{\xi}}} \\ &\quad + \tanh(\tilde{\boldsymbol{\xi}})^T \mathbf{K}_p \dot{\tilde{\boldsymbol{\xi}}} \\ &= -\dot{\tilde{\boldsymbol{\xi}}}^T \mathbf{K}_p \tanh(\tilde{\boldsymbol{\xi}}) - \dot{\tilde{\boldsymbol{\xi}}}^T (\mathbf{K}_v - \mathbf{M}_d) \dot{\tilde{\boldsymbol{\xi}}} < 0 \end{aligned} \quad (1.65)$$

la cual es una función definida negativa y por lo tanto, es posible concluir que el origen del espacio de estados es asintóticamente estable en forma local en el sentido de Lyapunov.

### Acotamiento de la Solución de la Ecuación de Estados

En el análisis de estabilidad previo se obtuvo que

$$\begin{aligned} V(\tilde{\xi}, \dot{\tilde{\xi}}) &> 0 \\ \dot{V}(\tilde{\xi}, \dot{\tilde{\xi}}) &< 0 \end{aligned}$$

lo cual implica que  $V(\tilde{\xi}, \dot{\tilde{\xi}})$  es una función decreciente en tiempo [38] entonces,

$$0 < V(\tilde{\xi}(t), \dot{\tilde{\xi}}(t)) \leq V(\tilde{\xi}(0), \dot{\tilde{\xi}}(0)), \quad \forall t \geq 0. \quad (1.66)$$

En consecuencia, considerando la definición de  $V(\tilde{\xi}, \dot{\tilde{\xi}})$ , se deduce lo siguiente,

$$\frac{1}{2} \tilde{\xi}(t)^T \mathbf{K}_v \tilde{\xi}(t) \leq V(\tilde{\xi}(0), \dot{\tilde{\xi}}(0)), \quad \forall t \geq 0 \quad (1.67)$$

$$\frac{1}{2} \dot{\tilde{\xi}}(t)^T \mathbf{M}_d \dot{\tilde{\xi}}(t) \leq V(\tilde{\xi}(0), \dot{\tilde{\xi}}(0)), \quad \forall t \geq 0. \quad (1.68)$$

Considerando el teorema de Rayleigh-Ritz dado por

$$\lambda_{\min}\{\mathbf{A}\} \|\mathbf{x}\|^2 \leq \mathbf{x}^T \mathbf{A} \mathbf{x} \leq \lambda_{\max}\{\mathbf{A}\} \|\mathbf{x}\|^2 \quad \forall \mathbf{x} \in \mathbb{R}^m \quad (1.69)$$

donde  $\lambda_{\min}\{\mathbf{A}\}$  y  $\lambda_{\max}\{\mathbf{A}\}$  representan los valores propios mínimo y máximo de la matriz  $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{m \times m}$ , respectivamente, en nuestro caso se obtiene que,

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} \lambda_{\min}\{\mathbf{K}_v\} \|\tilde{\xi}(t)\|^2 &\leq \frac{1}{2} \tilde{\xi}(t)^T \mathbf{K}_v \tilde{\xi}(t) \\ \frac{1}{2} \lambda_{\min}\{\mathbf{M}_d\} \|\dot{\tilde{\xi}}(t)\|^2 &\leq \frac{1}{2} \dot{\tilde{\xi}}(t)^T \mathbf{M}_d \dot{\tilde{\xi}}(t) \end{aligned}$$

donde las siguientes cotas máximas para los errores de impedancia son obtenidas

$$\|\tilde{\xi}(t)\| \leq \sqrt{\frac{2V(\tilde{\xi}(0), \dot{\tilde{\xi}}(0))}{\lambda_{\min}\{\mathbf{K}_v\}}} \quad (1.70)$$

$$\leq \sqrt{\frac{\begin{bmatrix} \tilde{\xi}(0) \\ \dot{\tilde{\xi}}(0) \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \mathbf{K}_v & \mathbf{M}_d \\ \mathbf{M}_d & \mathbf{M}_d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{\xi}(0) \\ \dot{\tilde{\xi}}(0) \end{bmatrix} + 2\mathbf{u}_p^T(0) \mathbf{K}_p \mathbf{u}_p(0)}{\lambda_{\min}\{\mathbf{K}_v\}}}$$

$$\|\dot{\tilde{\xi}}(t)\| \leq \sqrt{\frac{2V(\tilde{\xi}(0), \dot{\tilde{\xi}}(0))}{\lambda_{\min}\{\mathbf{M}_d\}}} \quad (1.71)$$

$$\leq \sqrt{\frac{\begin{bmatrix} \tilde{\xi}(0) \\ \dot{\tilde{\xi}}(0) \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \mathbf{K}_v & \mathbf{M}_d \\ \mathbf{M}_d & \mathbf{M}_d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{\xi}(0) \\ \dot{\tilde{\xi}}(0) \end{bmatrix} + 2\mathbf{u}_p^T(0) \mathbf{K}_p \mathbf{u}_p(0)}{\lambda_{\min}\{\mathbf{M}_d\}}}$$

para todo  $t \geq 0$ . Por lo tanto, la solución de la ecuación de estados será acotada para toda condición inicial  $[\tilde{\xi}(0)^T \dot{\tilde{\xi}}(0)^T]^T \in \mathbb{R}^{2m}$ .

## 1.5 Simulación

Para soportar el desarrollo teórico del esquema de control, en esta sección se presenta una simulación por computadora de una tarea de interacción robótica, controlada por el algoritmo de control de impedancia propuesto.



Figura 1.2: Robot manipulador de transmisión directa de dos grados de libertad. Laboratorio de Robótica, Facultad de Ciencias de la Electrónica, Benemérita Universidad Autónoma de Puebla.

### 1.5.1 Descripción del Robot Manipulador

El modelo del robot utilizado en simulación corresponde a un manipulador serial de dos grados de libertad mostrado en la figura 1.2. El cálculo de los parámetros de este robot es presentado en el Apéndice B y sus valores son listados en la tabla 1.1.

Tabla 1.1: Parámetros dinámicos del robot manipulador

Parámetro	Notación	Valor	Unidades
Longitud del eslabón 1	$l_1$	0.45	m
Masa del eslabón 1	$m_1$	26.3216	kg
Centro de masa del eslabón 1	$l_{c1}$	0.1686	m
Inercia del eslabón 1	$I_1$	3.3272	kg·m <sup>2</sup>
Longitud del eslabón 2	$l_2$	0.45	m
Masa del eslabón 2	$m_2$	4.8925	kg
Centro de masa del eslabón 2	$l_{c2}$	0.0985	m
Inercia del eslabón 2	$I_2$	0.1825	kg·m <sup>2</sup>
Coefficiente de fricción viscosa 1	$b_1$	2.288	Nm·s
Coefficiente de fricción viscosa 2	$b_2$	0.175	Nm·s
Aceleración de la gravedad	$g$	9.81	m/s <sup>2</sup>
Longitud del efector final	$l_{sf}$	0.23	m

Al sustituir estos parámetros en el modelo (1.11), obtenemos que la matriz de inercia del manipulador es

$$\mathbf{M}(\mathbf{q}) = \begin{bmatrix} 5.2961 + 2(0.2169) \cos(q_2) & 0.23 + 0.2169 \cos(q_2) \\ 0.23 + 0.2169 \cos(q_2) & 0.23 \end{bmatrix} [\text{Nm} \cdot \text{s}^2/\text{rad}]. \quad (1.72)$$

La matriz de fuerzas centrípetas y de Coriolis está dada por

$$\mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) = \begin{bmatrix} -2(0.2169) \sin(q_2) \dot{q}_2 & -0.2169 \sin(q_2) \dot{q}_2 \\ 0.2169 \sin(q_2) \dot{q}_1 & 0.0 \end{bmatrix} [\text{Nm} \cdot \text{s}/\text{rad}]. \quad (1.73)$$

El vector de pares gravitacionales es

$$\mathbf{g}(\mathbf{q}) = \begin{bmatrix} 65.1342 \sin(q_1) + 4.7284 \sin(q_1 + q_2) \\ 4.7284 \sin(q_1 + q_2) \end{bmatrix} [\text{Nm}] \quad (1.74)$$

mientras que los pares debidos a la fricción son

$$\mathbf{f}_r(\dot{\mathbf{q}}) = \begin{bmatrix} 2.288 \dot{q}_1 \\ 0.175 \dot{q}_2 \end{bmatrix} [\text{Nm}]. \quad (1.75)$$

Finalmente, la matriz Jacobiana del manipulador es dada por

$$\mathbf{J}(\mathbf{q}) = \begin{bmatrix} 0.45 \cos(q_1) + 0.68 \cos(q_1 + q_2) & 0.68 \cos(q_1 + q_2) \\ 0.45 \sin(q_1) + 0.68 \sin(q_1 + q_2) & 0.68 \sin(q_1 + q_2) \end{bmatrix} [\text{m}]. \quad (1.76)$$

El modelo del robot fue simulado numéricamente utilizando Matlab-Simulink que emplea el algoritmo de integración de Runge-Kutta de cuarto orden para la solución de ecuaciones diferenciales. Para tal propósito el modelo (1.11) fue reescrito como

$$\ddot{\mathbf{q}} = \mathbf{M}^{-1}(\mathbf{q})[\boldsymbol{\tau} - \mathbf{J}^T(\mathbf{q})\mathbf{f}_e - \mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})\dot{\mathbf{q}} - \mathbf{g}(\mathbf{q}) - \mathbf{f}_r(\dot{\mathbf{q}})]. \quad (1.77)$$

Para limitar los pares aplicados al robot manipulador se consideraron los límites de saturación de los actuadores listados en la tabla 1.2.

Tabla 1.2: Servo actuadores del robot manipulador.

Articulación	Modelo	Par Máximo [Nm]	Resolución [ppr]
1. Hombro	DM-1150A	150	1'024,000
2. Codo	DM-1015B	15	1'024,000

## 1.5.2 Descripción de la Tarea de Interacción

La tarea encomendada al manipulador consistió en realizar el seguimiento de una trayectoria preestablecida durante la ausencia de contacto con su entorno. Mientras que ante la presencia de fuerzas externas, el manipulador debe seguir la trayectoria impuesta por el entorno, regulando las fuerzas de contacto para lograr un seguimiento adecuado.

La trayectoria deseada fue generada de acuerdo a una interpolación cúbica, considerando velocidades iniciales y finales nulas. La configuración articular inicial del manipulador fue  $(q_{d_1}(0) = 5^\circ, q_{d_2}(0) = -5^\circ)$ , correspondiente a la posición cartesiana del efector final en (0.0392 m, -1.1283 m). La configuración articular final fue definida como  $(q_{d_1}(t_f) = 115^\circ, q_{d_2}(t_f) = -28^\circ)$  la cual corresponde a la ubicación del efector final en (1.0869 m, 0.1545 m) sobre el plano  $x$ - $y$ . La trayectoria fue planeada de tal forma que el robot llegue a la posición final en un lapso de  $t_f=10$  segundos. En espacio articular, con la finalidad de evitar singularidades, la trayectoria planeada está dada por

$$q_{d_1}(t) = q_{d_1}(0) + 3 \left[ \frac{q_{d_1}(t_f) - q_{d_1}(0)}{t_f^2} \right] t^2 - 2 \left[ \frac{q_{d_1}(t_f) - q_{d_1}(0)}{t_f^3} \right] t^3 \quad (1.78)$$

$$q_{d_2}(t) = q_{d_2}(0) + 3 \left[ \frac{q_{d_2}(t_f) - q_{d_2}(0)}{t_f^2} \right] t^2 - 2 \left[ \frac{q_{d_2}(t_f) - q_{d_2}(0)}{t_f^3} \right] t^3, \quad (1.79)$$

y fue transformada a coordenadas cartesianas utilizando la cinemática directa para obtener la trayectoria deseada  $\mathbf{x}_d = [x_d \ y_d]^T$  como

$$x_d(t) = 0.45 \operatorname{sen}(q_{d_1}) + 0.68 \operatorname{sen}(q_{d_1} + q_{d_2}) \quad (1.80)$$

$$y_d(t) = -0.45 \operatorname{cos}(q_{d_1}) - 0.68 \operatorname{cos}(q_{d_1} + q_{d_2}). \quad (1.81)$$

Después, las velocidades y aceleraciones son obtenidas derivando las ecuaciones (1.80) y (1.81).

Con la finalidad de simular la interacción con el entorno, fue ubicada una pared vertical en  $x_e = 0.98$  m desde el origen, la cual ejerce una fuerza a lo largo del eje  $x$  y obstruye el movimiento deseado del efector final a lo largo de la trayectoria y le impone una trayectoria vertical a lo largo de su superficie con rigidez  $\mathbf{K}_e = \operatorname{diag}\{[750 \ 750]\}$  N/m.

## 1.5.3 Resultados de Simulación

Los resultados de la simulación utilizando el nuevo controlador de impedancia son mostrados en las figuras 1.3 - 1.7. En la figura 1.3, se presenta el movimiento del manipulador en términos de la trayectoria deseada (segmentada) y la trayectoria actual (sólida) del efector

final, es posible observar que la trayectoria deseada es seguida correctamente por el efector final hasta que encuentra la pared y ésta le impone una trayectoria vertical en  $x = 0.98$  m. Durante la interacción con la pared, las fuerzas de contacto son reguladas por los parámetros de impedancia, los cuales fueron seleccionados como:  $\mathbf{K}_d = \text{diag}\{[10 \ 10]\}$  N/m,  $\mathbf{B}_d = \text{diag}\{[25 \ 25]\}$  Ns/m y  $\mathbf{M}_d = \text{diag}\{[2 \ 2]\}$  kg, con la finalidad de obtener un comportamiento amortiguado y que el efector final de robot tenga un contacto dócil al interactuar con la pared. Por lo tanto, se verifica que la tarea de interacción descrita con anterioridad es llevada a cabo correctamente por el manipulador.

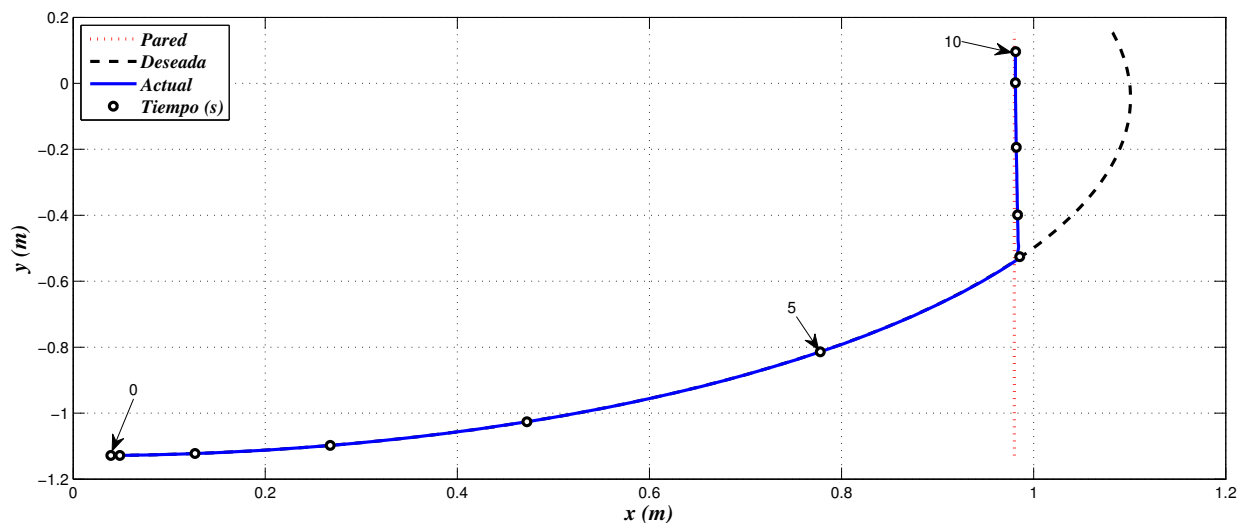


Figura 1.3: Trayectoria sobre el plano.

Las ganancias sintonizadas para el controlador (1.56) son listadas en la tabla 1.3.  $\mathbf{K}_p$  fue seleccionada con base en una compensación entre un seguimiento preciso durante el movimiento libre y un comportamiento dócil en el efector final durante el movimiento restringido, mientras que  $\mathbf{K}_v$  fue elegida para garantizar un comportamiento amortiguado.

Tabla 1.3: Ganancias del controlador de impedancia.

Parámetro	Valor	Unidades
$\mathbf{K}_p$	$\text{diag}\{[600 \ 600]\}$	N/m
$\mathbf{K}_v$	$\text{diag}\{[60 \ 60]\}$	Ns/m

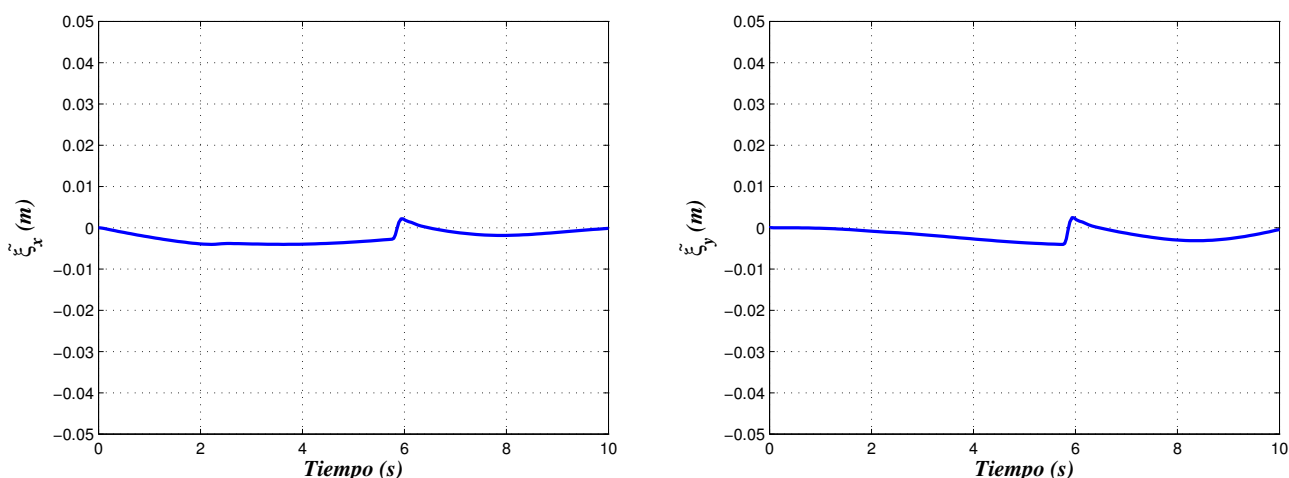


Figura 1.4: Componentes del error de impedancia  $\tilde{\xi}$  en las direcciones  $x$  y  $y$ , respectivamente.

La figura 1.4 muestra que, durante su evolución en el tiempo, las componentes  $x$  y  $y$  del error de impedancia  $\tilde{\xi}$  tienden a cero, acorde con el objetivo de control de impedancia definido en la ecuación (1.49).

De manera similar, como se muestra en la figura 1.5, las componentes  $x$  y  $y$  de  $\dot{\tilde{\xi}}$  tienden a cero, acorde con el objetivo de control de impedancia definido en la ecuación (1.50).

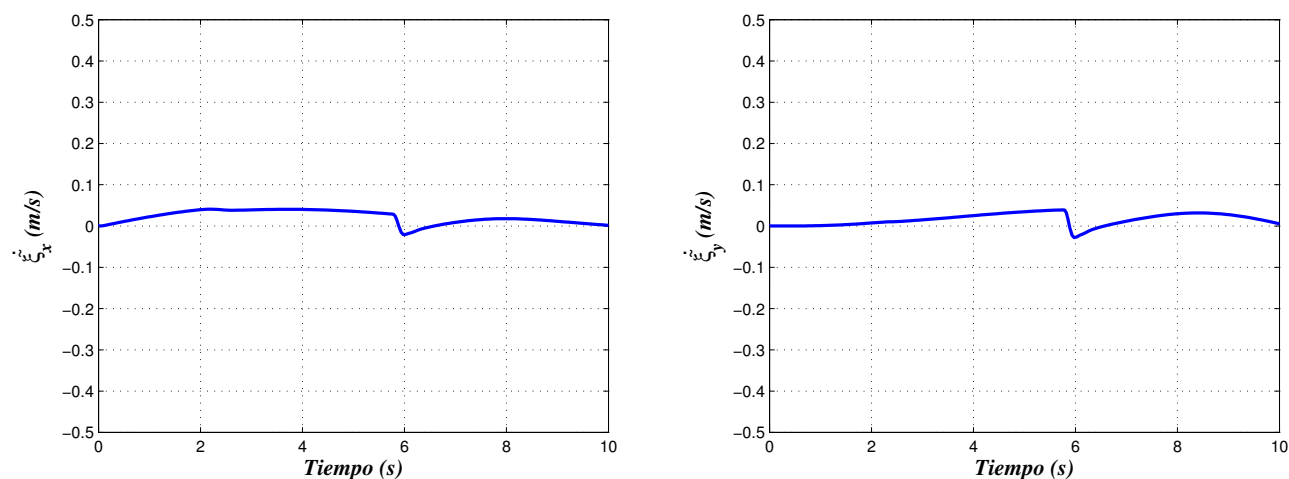


Figura 1.5: Derivadas de las componentes del error de impedancia  $\dot{\tilde{\xi}}$  en las direcciones  $x$  y  $y$ , respectivamente.

Mientras que en la figura 1.6, aparecen los pares aplicados a cada articulación, los cuales no exceden los límites de saturación de los motores del robot listados en la tabla 1.2, garantizando su correcta operación durante la tarea.

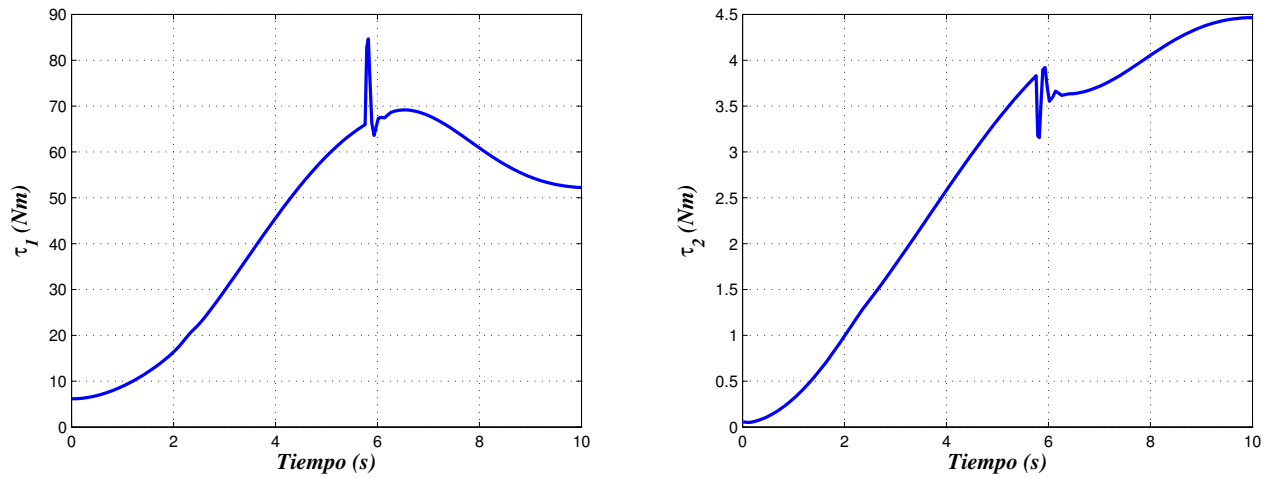


Figura 1.6: Pares aplicados a la primera y segunda articulación, respectivamente.

Las fuerzas generadas por la interacción entre el manipulador y la pared, son presentadas en la figura 1.7. La regulación de las fuerzas depende de la selección de los parámetros de impedancia y, para las condiciones propuestas, estas fuerzas son menores a 5 N.

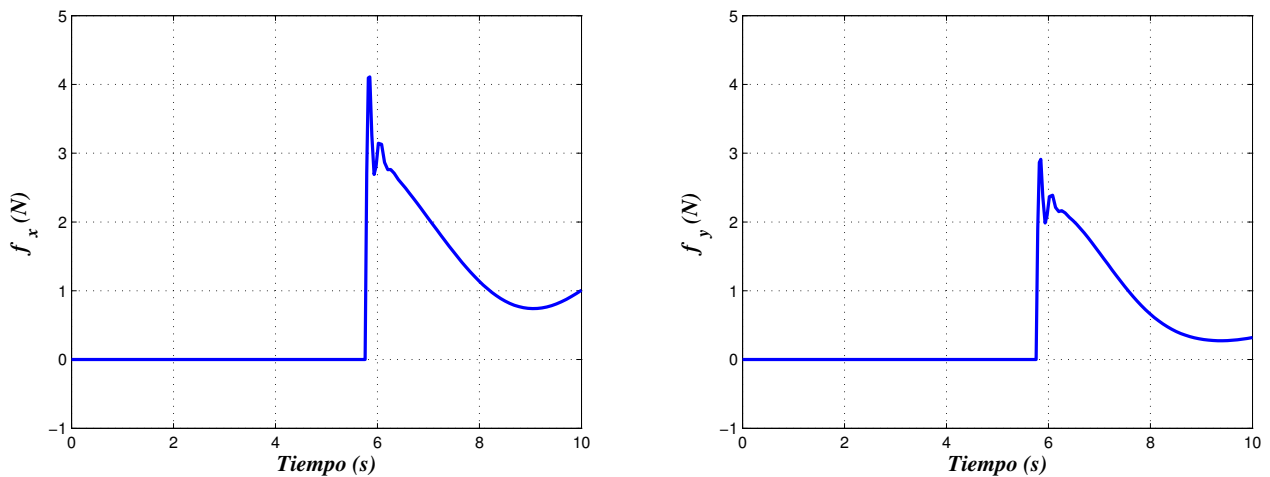


Figura 1.7: Fuerzas de contacto en las direcciones  $x$  y  $y$ , respectivamente.



## 1.6 Implementación Experimental

Con la finalidad de soportar el desarrollo teórico y verificar los resultados obtenidos en simulación, en esta sección se presenta la implementación experimental de la tarea de interacción descrita en la sección anterior.



Figura 1.8: Plataforma experimental de transmisión directa. Laboratorio de Robótica, Facultad de Ciencias de la Electrónica, Benemérita Universidad Autónoma de Puebla.

### 1.6.1 Plataforma Experimental

La plataforma experimental consiste de un robot de transmisión directa de dos grados de libertad (figura 1.8) con un sensor de fuerza/par montado como efector final. El robot fue diseñado y construido en la Benemérita Universidad Autónoma de Puebla, está formado por dos eslabones de aluminio y sus articulaciones son actuadas por dos servomotores de transmisión directa Parker Compumotor (tabla 1.2). Los servomotores son operados es modo par, es decir, actúan como fuentes de par y reciben un voltaje analógico como una señal de referencia de par.

La información de su posición articular es obtenida por medio de encoders incrementales localizados en los motores, mientras que las velocidades son generadas por diferenciación numérica de las mediciones de posición. Para la lectura de los encoders y la generación de los voltajes de referencia, el robot incluye una tarjeta de control de movimiento Precision MicroDynamics Inc. El algoritmo de control de impedancia fue escrito en lenguaje C y corre en tiempo real, con un periodo de muestreo de 2.5 milisegundos, en una computadora Pentium-I a 166 MHz.



Figura 1.9: Sensor de fuerza/par ATI FT Gamma SI-130-10.

El sensado de fuerzas fue realizado con el sensor ATI Industrial FT Gamma SI-130-10 (figura 1.9), cuyas características de calibración son listadas en la tabla 1.4. La tarjeta adquisición para el sensor fue instalada en una computadora Pentium-IV a 3.6 GHz y las señales fueron procesadas en una aplicación escrita en Visual C++. Para la comunicación entre el robot y el sensor de fuerza, se desarrolló un protocolo haciendo uso del puerto paralelo.

Tabla 1.4: Características del sensor de fuerza/par.

Señal	Rango de Operación	Unidades
$f_x, f_y$	$\pm 130$	N
$f_z$	$\pm 400$	N
$\tau_x, \tau_y, \tau_z$	$\pm 10$	Nm

Finalmente, para la interacción con el robot fue utilizada una pared de poliestireno expandido (unicel), el cual es un material plástico que puede ser golpeado y desplazado sin dañar el sistema robótico. Esta plataforma experimental nos permite probar el desempeño de la estrategia de control propuesta ante la presencia de fuerzas de contacto pequeñas. Es importante mencionar que, cuando se interactúa con un entorno rígido, el robot puede ser forzado a seguir las restricciones impuestas por el entorno debido a que los motores alcanzan sus límites de saturación, es decir, sin control de la fuerza de interacción. Es por eso que tal condición no está presente en los experimentos reportados aquí.

## 1.6.2 Resultados Experimentales

Los resultados experimentales, utilizando el controlador de impedancia propuesto (1.56) son mostrados en las figuras 1.10 - 1.14. Con la finalidad de comparar los resultados obtenidos en simulación, la tarea de interacción fue similar a la que se presentó en los resultados de simulación. Por lo tanto, la pared de unigel fue colocada aproximadamente en  $x_e=0.98$  m.

En la figura 1.10, se presenta el movimiento del robot manipulador en términos de la trayectoria deseada (segmentada) y la trayectoria actual (sólida) del efector final. Es posible observar que la trayectoria deseada es seguida correctamente por el efector final hasta que encuentra la pared en  $x = 0.98$  m y ésta le impone una nueva trayectoria vertical. Durante la interacción con la pared, las fuerzas generadas por el contacto son reguladas por los parámetros de impedancia, los cuales fueron los mismos seleccionados en la simulación.

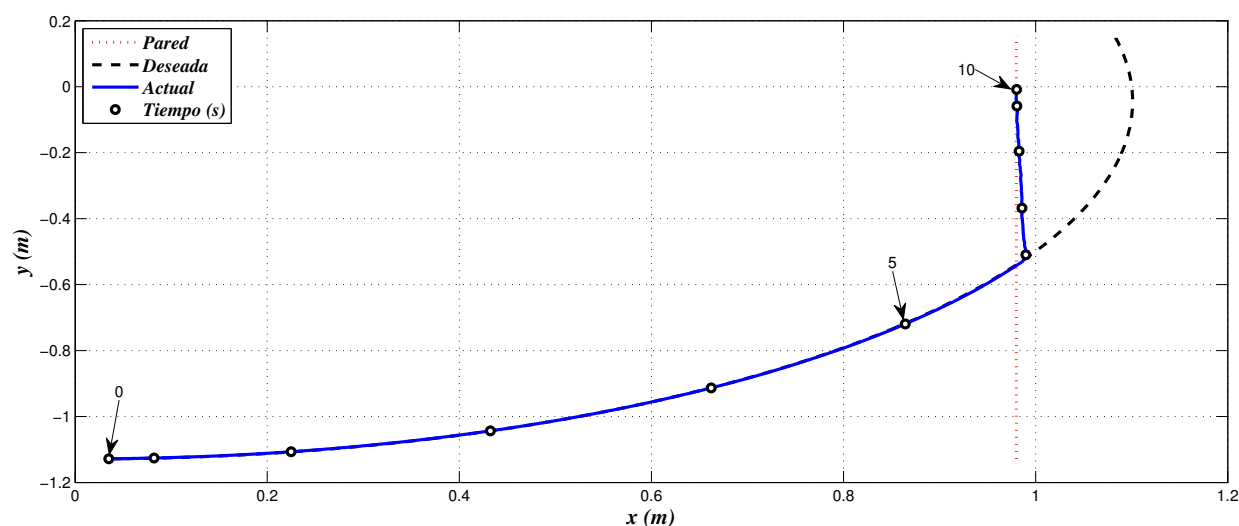


Figura 1.10: Trayectoria sobre el plano.

Como se esperaba, puede observarse que el manipulador exhibe un desempeño similar al obtenido durante la simulación. Lo mismo puede decirse de las componentes  $x$  y  $y$  del error de impedancia  $\tilde{\xi}$  en la figura 1.11, las cuales tienden a cero acorde con el objetivo de control establecido en la ecuación (1.49). De igual manera, en la figura 1.12, puede observarse que las componentes  $x$  y  $y$  de  $\dot{\tilde{\xi}}$  tienden a cero, de acuerdo con el objetivo de control de impedancia planteado en la ecuación (1.50). Cabe mencionar que las ganancias para el controlador de impedancia fueron las mismas que se utilizaron para la simulación y que están listadas en la tabla 1.3.

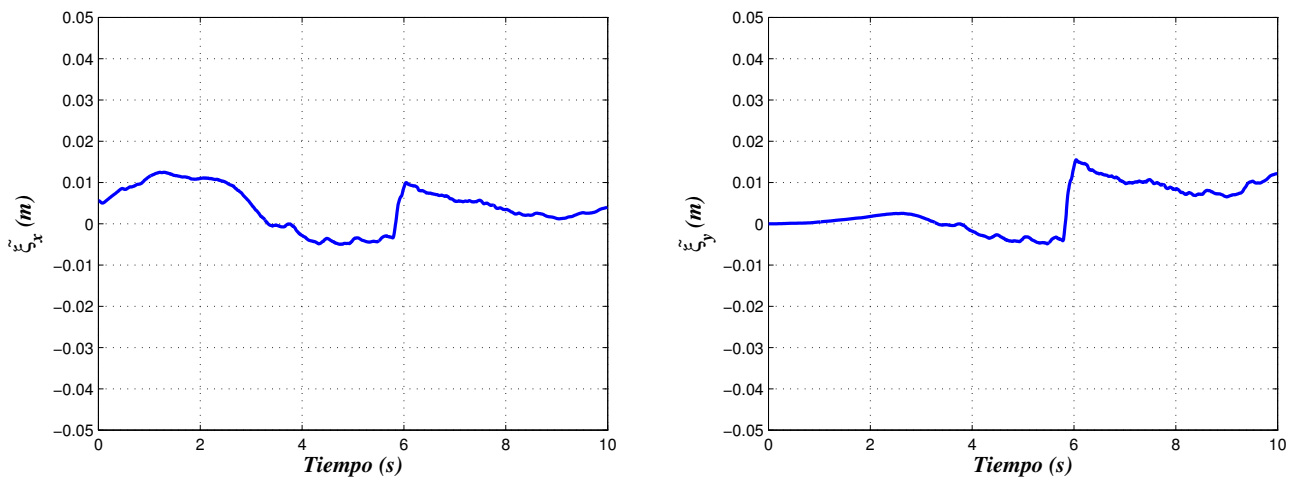


Figura 1.11: Componentes del error de impedancia  $\tilde{\xi}$  en las direcciones  $x$  y  $y$ , respectivamente.

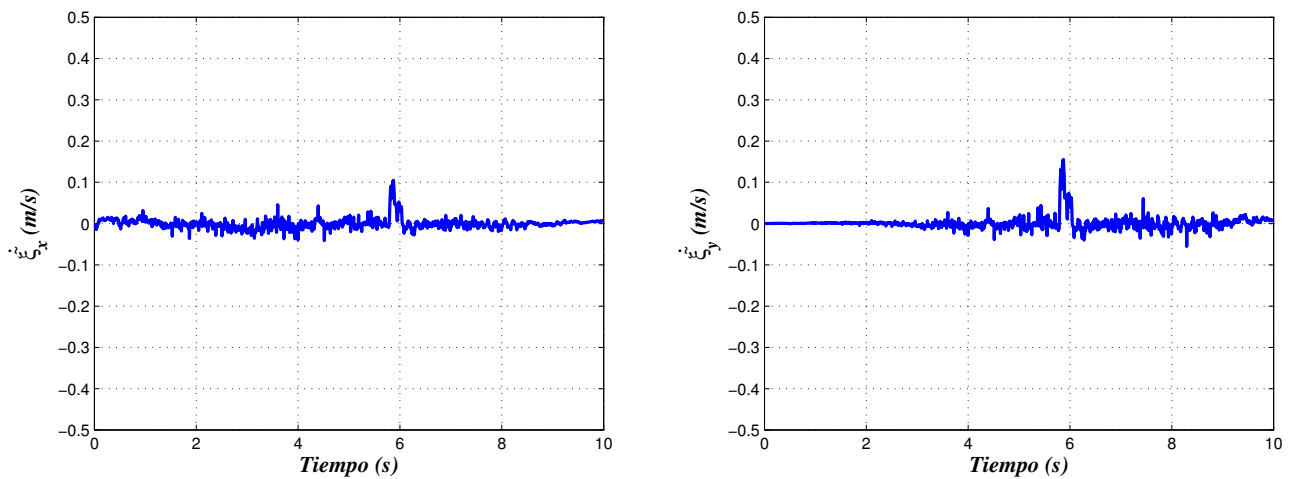


Figura 1.12: Derivadas de las componentes del error de impedancia  $\dot{\tilde{\xi}}$  en las direcciones  $x$  y  $y$ , respectivamente.

En la figura 1.13 aparecen los pares aplicados a cada articulación del robot y puede apreciarse que los pares generados por el controlador de impedancia no exceden los límites de saturación de los motores listados en la tabla 1.2, garantizando su correcta operación durante la tarea de interacción.

De forma similar a los resultados obtenidos a través de simulación, las fuerzas de contacto medidas con el sensor tienen una magnitud menor a 5 N. Estas fuerzas son reguladas durante la interacción. En la figura 1.14 puede observarse que las componentes de fuerza obtenidas durante la experimentación tienen un comportamiento similar a las obtenidas en la simulación; estos resultados permiten verificar la validez del modelo del entorno (1.13).

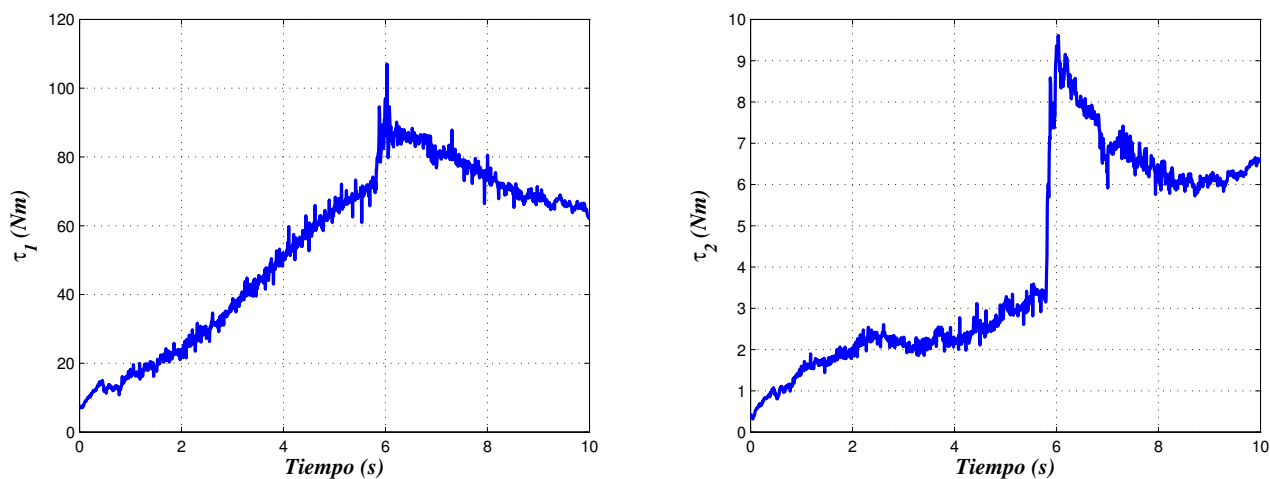


Figura 1.13: Pares aplicados a la primera y segunda articulación, respectivamente.

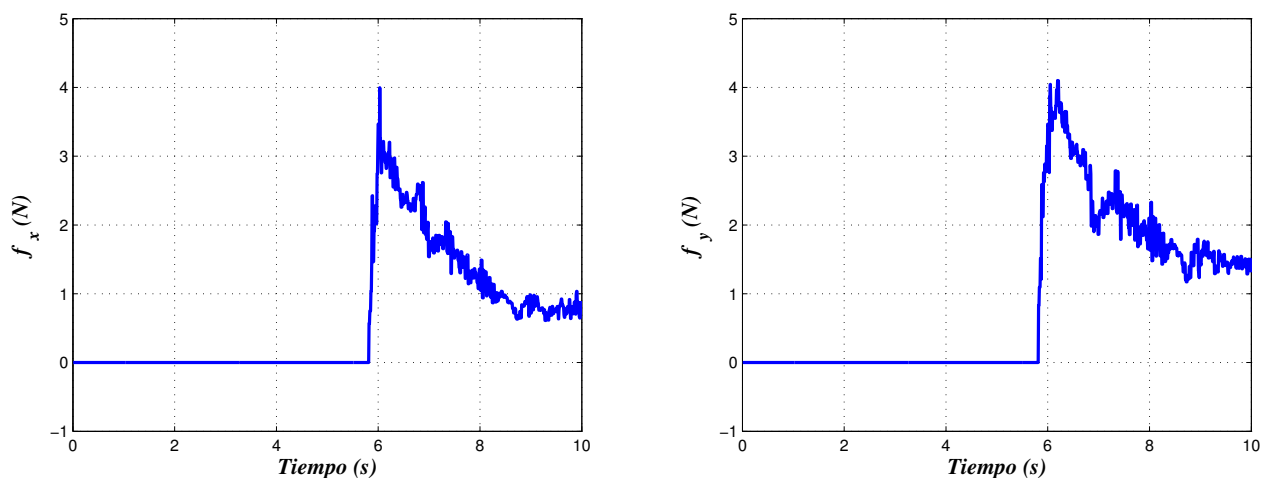


Figura 1.14: Fuerzas de contacto en las direcciones  $x$  y  $y$ , respectivamente.

### 1.6.3 Análisis Comparativo

En esta sección, se presenta una comparación entre los resultados obtenidos a través de simulación y la verificación experimental correspondiente. La figura 1.15 se presenta la trayectoria simulada del manipulador (segmentada) y la trayectoria obtenida durante la experimentación (sólida). Puede observarse que ambas trayectorias coinciden durante el movimiento en espacio libre pero, una vez que el manipulador está en contacto con la pared, se puede apreciar una ligera diferencia. Tal diferencia es ocasionada por algunos efectos no considerados durante la simulación.

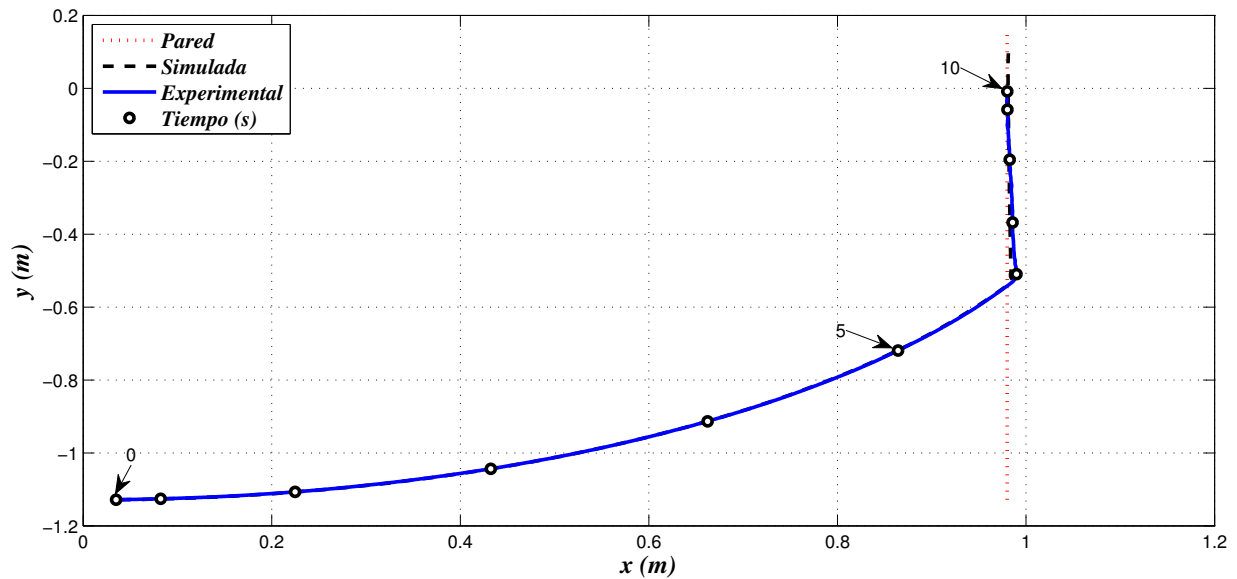


Figura 1.15: Gráfica comparativa de las trayectorias del manipulador.

Las fuerzas de interacción son presentadas en la figura 1.16. Puede observarse que ambas componentes de fuerza tienen un comportamiento similar. Las diferencias son ocasionadas por el modelo simple (1.13) del entorno utilizado en simulación pero, a pesar de esto, este modelo representa una buena aproximación de las fuerzas de contacto experimentales, lo cual permite tener una predicción adecuada de las componentes de fuerza generadas durante la implementación experimental de una tarea de interacción.

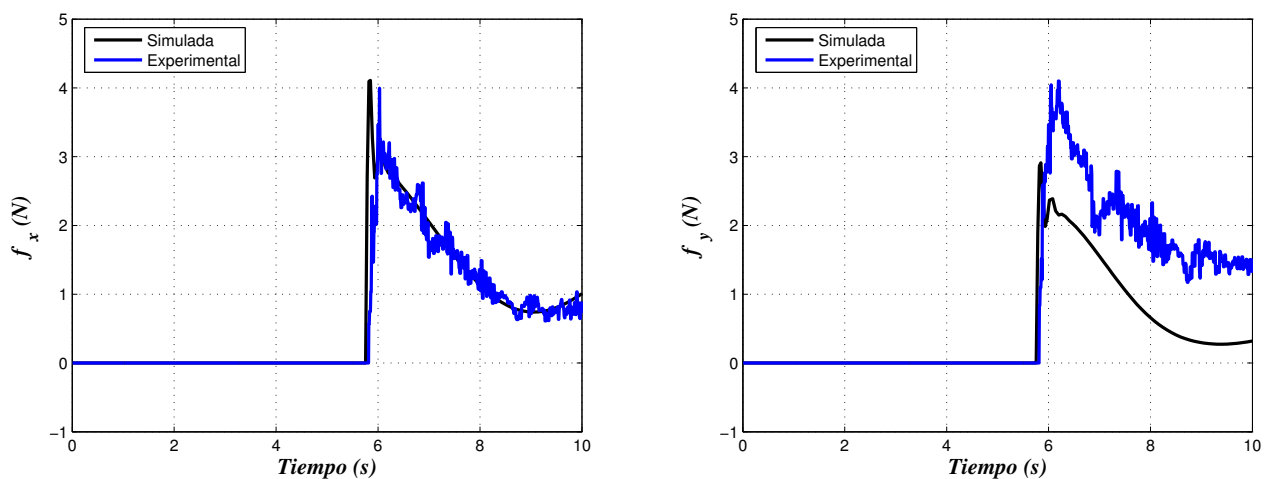


Figura 1.16: Gráfica comparativa de las fuerzas de interacción en las direcciones  $x$  y  $y$ , respectivamente.

## 1.7 Conclusiones Preliminares

En este capítulo, un nuevo algoritmo de control de impedancia fue presentado, el cual consiste en una extensión del control de movimiento de robots manipuladores en espacio operacional. El controlador de impedancia propuesto permite obtener un adecuado seguimiento de trayectoria en ambas fases de una tarea de interacción, es decir; durante el movimiento en espacio libre y restringido (con interacción).

La estructura saturada-proporcional-derivativa del controlador permite obtener una considerable atenuación del error de impedancia y un comportamiento amortiguado. En adición a estas características, el comportamiento acotado del error de impedancia fue demostrado y se obtuvieron unas cotas explícitas para las componentes del error de impedancia.

De igual manera, ha sido demostrado que el controlador de impedancia propuesto lleva al sistema de lazo cerrado a un punto de equilibrio asintóticamente estable en forma local en el sentido de Lyapunov. Esta prueba de estabilidad es importante para garantizar la operación adecuada del sistema robótico.

El desempeño del controlador de impedancia fue probado en simulación y los resultados obtenidos fueron verificados posteriormente utilizando una adecuada plataforma experimental. De acuerdo con los resultados de simulación y experimentales se pudo verificar el correcto funcionamiento del controlador, así como la habilidad del modelo de entorno utilizado para predecir las fuerzas de interacción presentes durante una tarea de interacción particular.





## Capítulo 2

# Teleoperación Unilateral

Durante varios años se ha trabajado en problemas de regulación, control de movimiento y control de interacción de robots manipuladores con la finalidad de aumentar y mejorar su capacidad en la realización de diversas tareas. Por otra parte, el control de sistemas robóticos en forma remota o teleoperación se ha convertido en un tópico de gran interés para la comunidad científica, debido a la posibilidad de extender el impacto de los avances logrados en control a una gran cantidad de sectores de la sociedad. Desde la introducción del primer manipulador maestro/esclavo en los años 40's, los sistemas de teleoperación han sido utilizados en una gran diversidad de tareas [40]. Recientemente, la teleoperación ha sido empleada durante las misiones de exploración en Marte [41]-[42], cirugías asistidas por robots [43]-[45], en zonas de guerra y además se pretende extender su uso a terapias robóticas de rehabilitación neurológica [46].



Figura 2.1: Sistema de teleoperación para demostrar el cambio de una unidad de remplazo orbital (NASA Jet Propulsion Laboratory, [www-robotics.jpl.nasa.gov](http://www-robotics.jpl.nasa.gov), 2011).

Un *sistema de teleoperación* o *teleoperador* consiste de un par de robots manipuladores conectados de tal forma que permite a un operador manejar un manipulador (el maestro) para operar en un entorno remoto (vía el esclavo). Cuando la información, principalmente posiciones y velocidades, fluye únicamente desde el maestro hacia el esclavo se dice que la configuración del teleoperador es *unilateral*.

El objetivo principal de este capítulo consiste en presentar un esquema de teleoperación unilateral para robots manipuladores industriales, principalmente sistemas con arquitectura de control cerrada. Éste emplea un esquema de control de impedancia basado en posición con la finalidad de utilizar el teloperador en tareas de interacción sin la necesidad de modificar la arquitectura de control del manipulador.

La organización de este capítulo está dada de la siguiente manera: la sección 2.1 presenta una breve descripción de los sistemas robóticos de arquitectura cerrada. En la sección 2.2 se presenta el esquema de teleoperación unilateral. Algunos resultados experimentales, utilizando un dispositivo háptico y un manipulador industrial FANUC, son presentados en la sección 2.3. Finalmente, la sección 2.4 contiene las conclusiones del presente capítulo.

## 2.1 Sistemas Robóticos de Arquitectura Cerrada

El término arquitectura puede definirse como la estructura o estilo de estructura de un sistema. En el caso de sistemas de control de robots industriales, la arquitectura se define como los conceptos y técnicas que caracterizan la estructura del sistema, como es el caso del hardware y el control de un robot.

Los problemas de control involucran la coordinación de varias tareas como sensado activo, percepción, razonamiento y accionamiento en un tiempo determinado. Específicamente, todos los tipos de control requieren soporte para la introducción de software para el acoplamiento del sensado y accionamiento necesarios.



Figura 2.2: Unidad de control FANUC R-30iA ([www.fanucrobotics.com.mx](http://www.fanucrobotics.com.mx), 2011).

Se dice que un robot tiene una arquitectura de control cerrada cuando no se tiene acceso a las leyes o algoritmos que generan las señales de accionamiento de los actuadores, por ejemplo, los pares en el caso de motores eléctricos. Debido a que los sistemas de control de robots industriales son tradicionalmente de arquitectura cerrada, es muy difícil dotar a un robot industrial de inteligencia suplementaria. La implementación y prueba de algoritmos de control avanzados resulta imposible, por lo que se hace necesario realizar una serie de modificaciones o adaptaciones, ya sea en el hardware o en el software, resultando muchas

veces adecuaciones complejas y costosas en tiempo y financiamiento.

La programación de sistemas de arquitectura cerrada se realiza más a nivel de usuario que del sistema, ya que sólo se tiene acceso a la determinación de la tarea a realizar; es decir, en el caso de una tarea de posicionamiento, al robot se le programa o indica a que posición debe llegar sin tener acceso a la señal de control que le hace llegar a dicha posición.

Debido a las restricciones de control que imponen los sistemas robóticos de arquitectura cerrada, resulta imposible implementar estructuras de control dinámicas sin modificar la arquitectura del sistema. Por lo tanto, se hace necesario el uso de controles de tipo cinemático con la finalidad de determinar el tipo de movimiento que se desea que el robot realice durante el desempeño de una tarea. Entonces, dependiendo del sistema de control del robot, la tarea del operador radica en indicar los perfiles de posición y velocidad deseados.

## 2.2 Esquema de Teleoperación Unilateral

Con el propósito de implementar un control de interacción en una arquitectura de control cerrada para tareas de teleoperación, se presenta un esquema unilateral basado en posición. Los componentes del esquema unilateral (figura 2.3) son: Operador humano, Robot maestro, Canal de comunicación, Controlador de impedancia basado en posición (Control cinemático y Controlador de posición), Robot esclavo y Entorno.

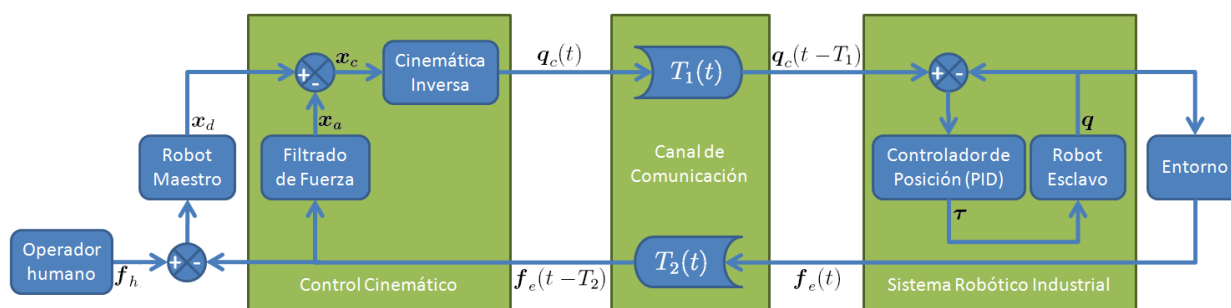


Figura 2.3: Esquema de teleoperación unilateral.

Este esquema de teleoperación unilateral incluye la retroalimentación directa de las fuerzas de contacto, obtenidas mediante el uso de un sensor de fuerza/par en el manipulador esclavo. Debido a que el manipulador esclavo es de arquitectura cerrada, únicamente puede admitir como información de entrada la posición y/o la velocidad de referencia, que posteriormente son procesadas por el controlador interno del robot industrial.

Con la finalidad de implementar una estrategia de control de impedancia en un robot industrial, sin la necesidad de modificar su arquitectura de control, surge la necesidad de utilizar leyes de control de tipo cinemático. En 1988 [31], Lawrence presenta el enfoque conocido como *control de impedancia basado en posición*, en el cual las fuerzas y pares son sensados explícitamente mediante el uso de un sensor de fuerza/par y una posición de

ajuste, generada a partir de las fuerzas de contacto, es enviada al lazo interno de control. Particularmente, el vector de posición de ajuste  $\mathbf{x}_a$  se obtiene a partir del filtrado (1.23) de las fuerzas de interacción  $\mathbf{f}_e$ . La trayectoria de referencia es finalmente procesada por el controlador del robot industrial, típicamente un control PID, y envía las señales de par que generan el movimiento controlado del robot manipulador.

## 2.3 Implementación Experimental del Sistema de Teleoperación Unilateral

Con la finalidad de analizar el comportamiento del esquema unilateral en tareas de teleoperación que involucran interacción entre un robot manipulador industrial y su entorno, en esta sección se presenta la implementación experimental de una tarea de interacción haciendo uso del teleoperador unilateral.

### 2.3.1 Plataforma Experimental

La plataforma experimental consiste de dos robots manipuladores que se comunican mediante el uso de sockets en una red local TCP/IP. El manipulador maestro (figura 2.4) es un dispositivo háptico PHANTOM Omni, que permite tanto el sensado de las posiciones y velocidades alcanzadas por el efector final, así como la entrada de fuerzas para que puedan ser retroalimentadas a su operador. Para su operación se generó una aplicación en Visual C++ que corre en una computadora Pentium IV a 3.6 GHz.



Figura 2.4: Manipulador háptico PHANTOM Omni (Sensable Technologies, [www.sensable.com/haptic-phantom-omni.htm](http://www.sensable.com/haptic-phantom-omni.htm), 2011).

El modelo cinemático del dispositivo háptico es presentado en el Apéndice D y sus parámetros son listados en la tabla 2.1. Considerando estos parámetros se tiene que el par gravitacional del dispositivo PHANTOM Omni está dado por:

$$\mathbf{g}(\boldsymbol{\theta}) = \mathbf{J}^T(\boldsymbol{\theta})\mathbf{f}_g, \quad (2.1)$$

donde

$$\mathbf{J}(\boldsymbol{\theta}) = \begin{bmatrix} -[l_1 \cos(\theta_2) + l_2 \sin(\theta_3)] \cos(\theta_1) & l_1 \sin(\theta_1) \sin(\theta_2) & -l_2 \sin(\theta_1) \cos(\theta_3) \\ 0.0 & l_1 \cos(\theta_2) & l_2 \sin(\theta_3) \\ -[l_1 \cos(\theta_2) + l_2 \sin(\theta_3)] \sin(\theta_1) & -l_1 \cos(\theta_1) \sin(\theta_2) & l_2 \cos(\theta_1) \cos(\theta_3) \end{bmatrix} \text{ [m]}$$

Tabla 2.1: Parámetros del manipulador háptico PHANTOM Omni

Parámetro	Notación	Valor	Unidades
Longitud del eslabón 1	$l_1$	0.13335	m
Longitud del eslabón 2	$l_2$	0.13335	m
Masa aparente en el efector final	$m$	0.045	kg
Aceleración de la gravedad	$g$	9.81	m/s <sup>2</sup>

$$\mathbf{f}_g = \begin{bmatrix} 0.0 \\ 0.44145 \\ 0.0 \end{bmatrix} [\text{N}],$$

y  $\boldsymbol{\theta} = [\theta_1 \ \theta_2 \ \theta_3]^T$  son los ángulos articulares que realizan la traslación o posicionamiento del manipulador.

El manipulador esclavo es un robot industrial FANUC M-16iB 20T (figura 2.5) de seis grados de libertad ( $J_1 - J_6$ ) con un sensor de fuerza montado en su extremo final. Las especificaciones principales y el modelado cinemático del manipulador FANUC M-16iB 20T son presentados en el Apéndice C. Cabe mencionar que el primer grado de libertad  $J_1$  del robot FANUC es de tipo lineal, a diferencia del manipulador PHANTOM Omni que cuenta sólo con articulaciones de tipo rotacional.



Figura 2.5: Robot manipulador FANUC M-16iB 20T. Laboratorio de Robótica, Facultad de Ingeniería, Universidad Autónoma de San Luis Potosí.

Por otra parte, para realizar el sensado de fuerza, se utilizó nuevamente el sensor FT Gamma SI-130-10 del fabricante ATI Industrial (tabla 1.4).

### 2.3.2 Pruebas Preliminares

La primera etapa de la implementación del sistema de teleoperación unilateral se realizó en el laboratorio de robótica de la Facultad de Ingeniería de la Universidad Autónoma de San Luis Potosí. Iniciando con el desarrollo de una comunicación unilateral, es decir sin la inclusión aún de la retroalimentación de fuerza.

Este sistema de teleoperación ha sido desarrollado bajo una plataforma Windows y utilizando el lenguaje de programación Tcl/Tk [47]-[48]. Para las pruebas experimentales se utilizó el robot FANUC M-16iB 20T, utilizando como medio de comunicación la red local del laboratorio y el protocolo TCP/IP. La comunicación entre la computadora (esclavo) asignada al robot y la unidad de control del mismo se realiza vía ethernet. Para su implementación en Tcl/Tk se hizo uso del paquete **optcl**, el cual permite la manipulación de objetos COM (Component Object Model) y así es posible utilizar de manera transparente el ActiveX **FR-Robot.FRCRobot** propio de las librerías de comunicación del robot FANUC.

Por otra parte, para la comunicación entre la computadora “maestro” y la computadora “esclavo” se hizo uso de la programación de sockets para la creación de un sistema cliente-servidor. En primer lugar se crea el programa servidor en la computadora “esclavo” haciendo uso del puerto 9900. Después se desarrolla el programa cliente en la computadora “maestro” indicando la dirección IP del servidor y su puerto.

Con la finalidad de verificar el correcto funcionamiento del sistema se realizaron algunos programas de prueba para controlar en forma remota el movimiento del manipulador. Las etapas que conforman estas pruebas de teleoperación unilateral son:

1. En el programa “esclavo” se crea el servidor.
2. En el programa “maestro” se crea el cliente y establece la conexión con el servidor.
3. El maestro realiza la planificación de la tarea (generación de la trayectoria a seguir).
4. El maestro envía por red la posición  $(x,y,z)$  que debe seguir el esclavo.
5. El esclavo recibe la posición  $(x,y,z)$  y mediante cinemática inversa obtiene la configuración articular  $(J_1, J_2, \dots, J_6)$ .
6. Se envían los valores  $(J_1, J_2, \dots, J_6)$  al robot para que se mueva a dicha posición.
7. Se realiza la lectura de la configuración  $(J_1, J_2, \dots, J_6)$  alcanzada por el robot y se retroalimenta hacia el maestro.
8. El maestro recibe los valores  $(J_1, J_2, \dots, J_6)$  y mediante cinemática directa obtiene la posición  $(x,y,z)$  alcanzada por el robot.
9. Se verifica si es el último punto de la trayectoria para finalizar la comunicación, de lo contrario se vuelve al paso 3 y continúa hasta el final.

En una prueba inicial se utilizó un planificador de trayectoria basado en una interpolación cúbica. Los resultados obtenidos se presentan en la figura 2.6. Donde se aprecia que el manipulador esclavo realiza un correcto seguimiento de la trayectoria indicada por el maestro.

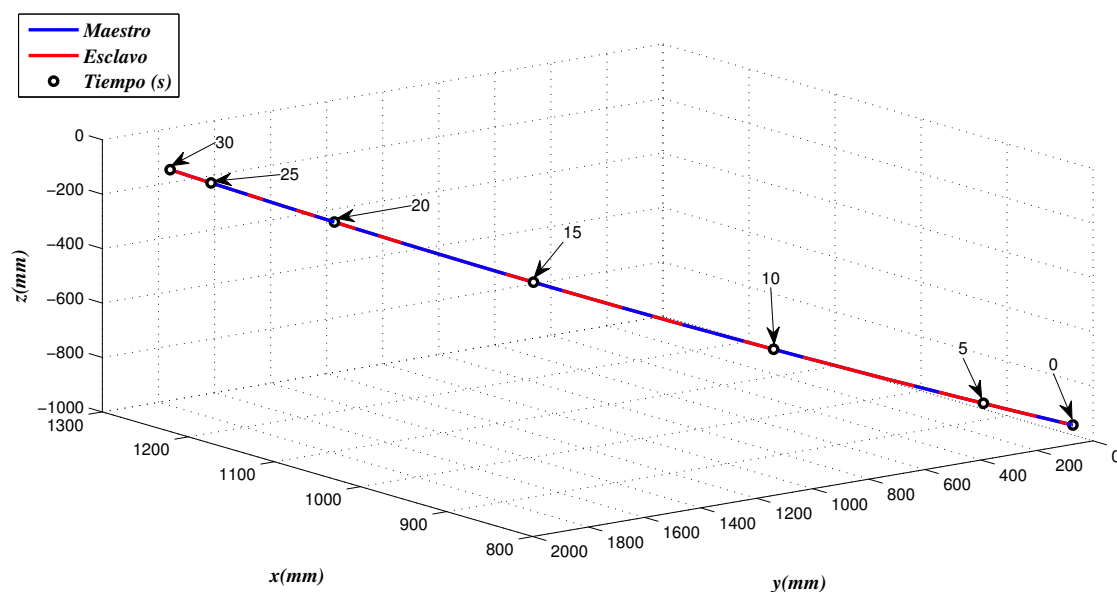


Figura 2.6: Trayectoria del robot manipulador FANUC M-16iB 20T.

La trayectoria deseada fue generada de acuerdo a una interpolación cúbica, considerando velocidades iniciales y finales nulas. La configuración articular inicial del manipulador fue ( $J_1 = 0$  mm,  $J_2 = 90^\circ$ ,  $J_3 = 70^\circ$ ), correspondiente a la posición cartesiana del efector final en (823.54 mm, 0.0 mm, -963.33 mm), y teniendo ( $J_1 = 2000$  mm,  $J_2 = 45^\circ$ ,  $J_3 = 120^\circ$ ) como configuración articular final con la ubicación del efector final en (1221.9 mm, 2000.0 mm, -37.87 mm). La trayectoria fue planeada de tal forma que el robot llegue a la posición final en un lapso de 30 segundos.

Posteriormente se realizó una interfaz gráfica (figura 2.7), mediante la cual se genera la trayectoria haciendo uso del mouse. Dentro de la interfaz, el rectángulo azul representa la superficie de una mesa colocada dentro del espacio de trabajo del robot, mientras que la posición deseada para el efector final es representada por el círculo. El puntero del mouse debe colocarse dentro del círculo, el cual cambia a color verde para indicar que está habilitado para generar el movimiento. El movimiento es generado por el usuario presionando el botón izquierdo del mouse y moviendo suavemente el cursor a la posición deseada. La orientación del efector final se mantiene fija, para que durante el movimiento sea siempre perpendicular a la superficie de la mesa.

Los resultados obtenidos al generar la trayectoria haciendo uso de la interfaz gráfica, se presentan en la figura 2.8. En ella puede apreciarse el correcto seguimiento de la trayectoria indicada por el operador maestro haciendo uso del mouse.

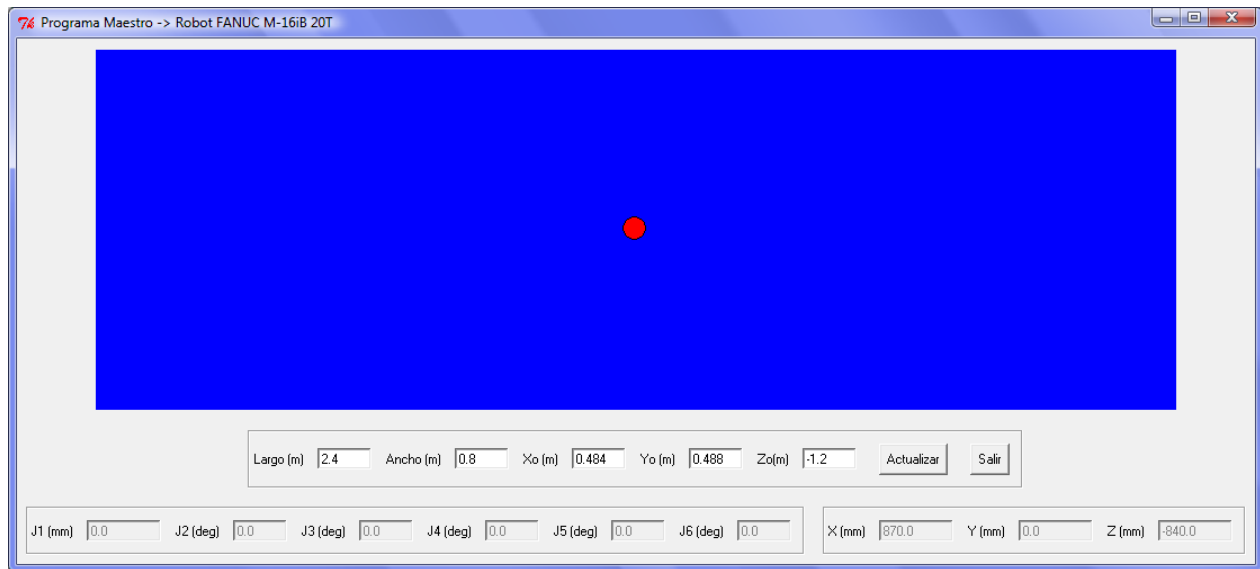


Figura 2.7: Interfaz gráfica para teleoperar el robot FANUC M-16iB 20T.

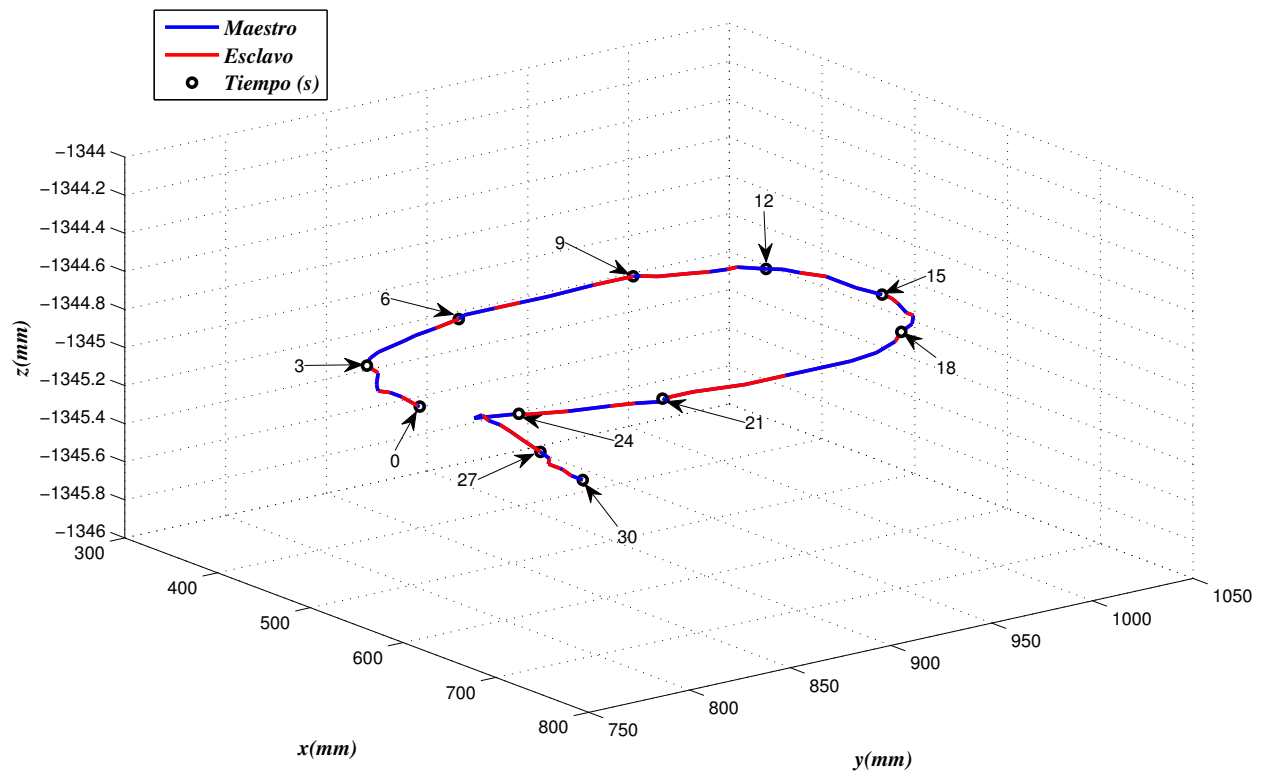


Figura 2.8: Trayectoria del robot manipulador FANUC M-16iB 20T.



### 2.3.3 Resultados Experimentales

Para las pruebas experimentales se utilizó el diagrama de implementación que se presenta en la figura 2.9.

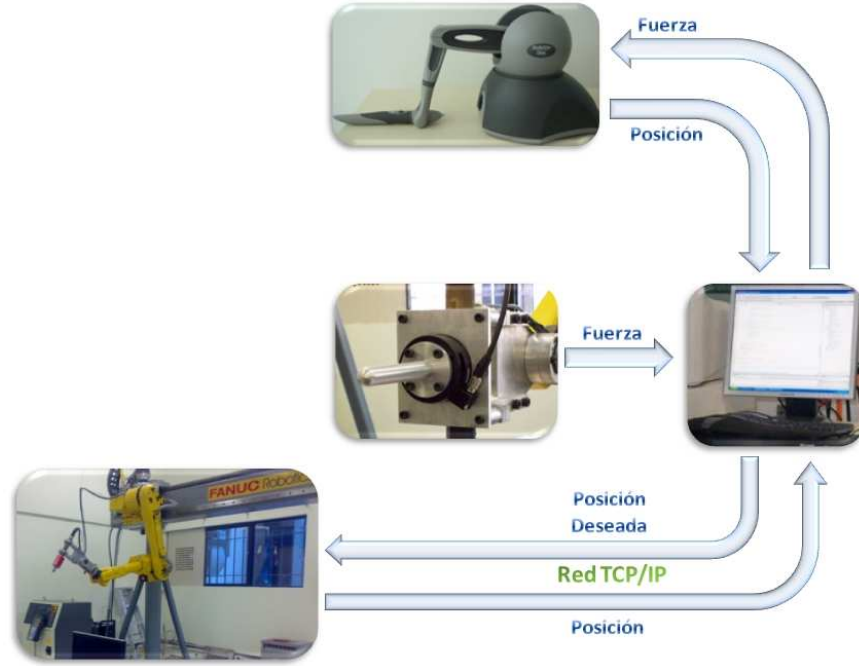


Figura 2.9: Diagrama de bloques del sistema de teleoperación unilateral.

Para la implementación de la tarea de teleoperación, se utilizaron los tres primeros grados de libertad de cada uno de los manipuladores. Debido a las diferentes configuraciones cinemáticas, fue necesario realizar un acoplamiento cinemático entre ambos manipuladores. Para obtener un mapeo que relacione el movimiento del manipulador PHANTOM Omni (maestro) y el del robot FANUC (esclavo), se analizaron las direcciones y rangos de movimiento, a lo largo de cada eje, para cada uno de los manipuladores y se obtuvo que

$$x_{Fanuc} = \left( \frac{r_{x_{Fanuc}}}{r_{z_{Phantom}}} \right) z_{Phantom} + x_{0_{Fanuc}} \quad (2.2)$$

$$y_{Fanuc} = \left( \frac{r_{y_{Fanuc}}}{r_{x_{Phantom}}} \right) x_{Phantom} + y_{0_{Fanuc}} \quad (2.3)$$

$$z_{Fanuc} = \left( \frac{r_{z_{Fanuc}}}{r_{y_{Phantom}}} \right) y_{Phantom} + z_{0_{Fanuc}} \quad (2.4)$$

donde  $(x_{Fanuc}, y_{Fanuc}, z_{Fanuc})$  es la posición del extremo final del robot FANUC M-16iB 20T, cabe señalar que los rangos de movimiento de este robot en cada dirección del espacio cartesiano son:

$$\begin{aligned} r_{x_{Fanuc}} &= 1510 \text{ [mm]}, \\ r_{y_{Fanuc}} &= 3600 \text{ [mm]}, \\ r_{z_{Fanuc}} &= 1510 \text{ [mm]}. \end{aligned}$$

Mientras que  $(x_{Phantom}, y_{Phantom}, z_{Phantom})$  representa la posición del extremo final del manipulador PHANTOM Omni, cuyos rangos de movimiento en los ejes  $x$ ,  $y$  y  $z$  son:

$$\begin{aligned} r_{x_{Phantom}} &= 460 \text{ [mm]}, \\ r_{y_{Phantom}} &= 320 \text{ [mm]}, \\ r_{z_{Phantom}} &= 195 \text{ [mm]}. \end{aligned}$$

Finalmente se considera que la localización inicial  $(x_{0_{Fanuc}}, y_{0_{Fanuc}}, z_{0_{Fanuc}})$  para el extremo final del robot FANUC M-16iB 20T está dada por

$$\begin{aligned} x_{0_{Fanuc}} &= 480 \text{ [mm]}, \\ y_{0_{Fanuc}} &= 1800 \text{ [mm]}, \\ z_{0_{Fanuc}} &= -810 \text{ [mm]}. \end{aligned}$$

Las trayectorias de ambos manipuladores son presentadas en la figuras 2.10 y 2.11. En la figura 2.10 puede apreciarse un adecuado seguimiento durante un movimiento en espacio libre mientras que, en la figura 2.11, se muestra el seguimiento durante la tarea de interacción donde se observa que ambos manipuladores respetan la nueva trayectoria impuesta por la pared. Durante la interacción con la pared, las fuerzas de contacto son reguladas por los parámetros de impedancia, los cuales fueron seleccionados como:  $\mathbf{K}_d = \text{diag}\{[8 \ 8 \ 8]\}$  N/m,  $\mathbf{B}_d = \text{diag}\{[160 \ 160 \ 160]\}$  Ns/m y  $\mathbf{M}_d = \text{diag}\{[2 \ 2 \ 2]\}$  kg.

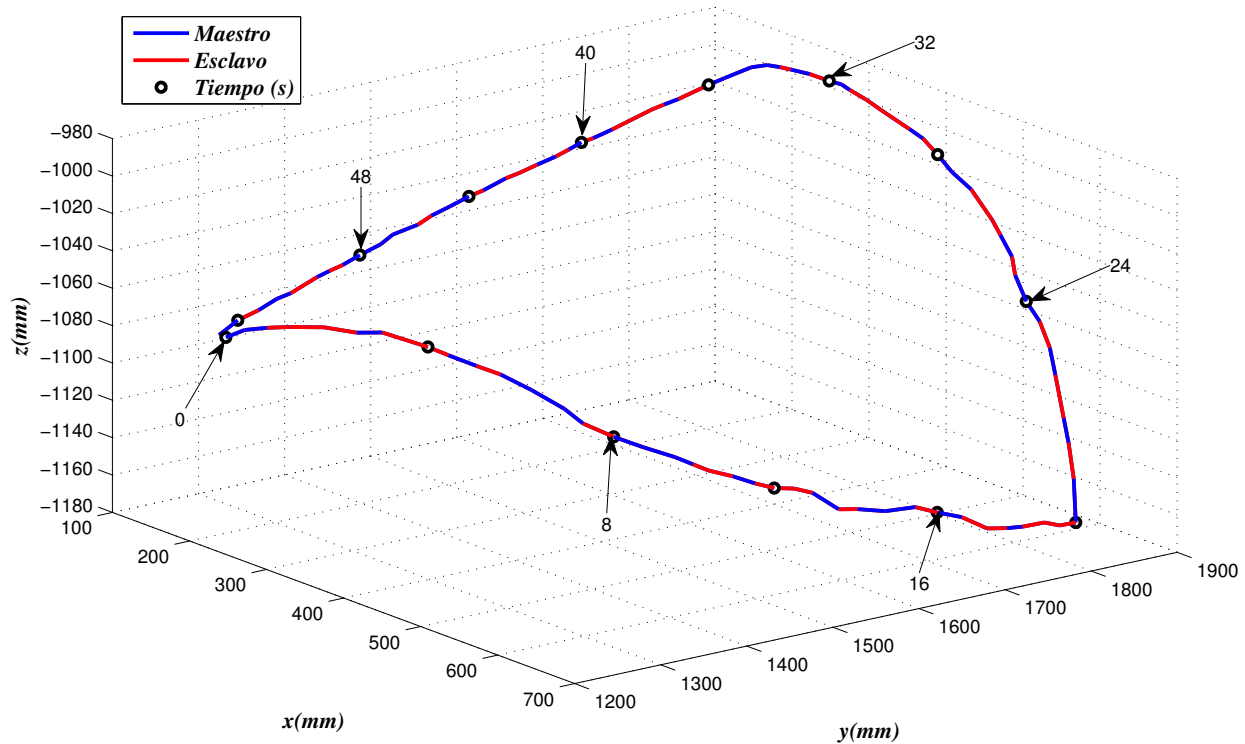


Figura 2.10: Trayectorias de los manipuladores: seguimiento en espacio libre.

En la fase de interacción (ver figura 2.11) se puede observar que existe una oscilación en las trayectorias de ambos manipuladores, además se aprecia un desfase entre ambas trayectorias. Este comportamiento se debe al retardo que existe en la comunicación entre ambos manipuladores, por lo tanto el operador del manipulador maestro es incapaz de sentir en tiempo real la interacción entre el manipulador esclavo y su entorno. Debido a que no se tiene acceso a las señales de control del robot, no es posible utilizar herramientas de estabilización ante retardos tiempo en el canal de comunicación.

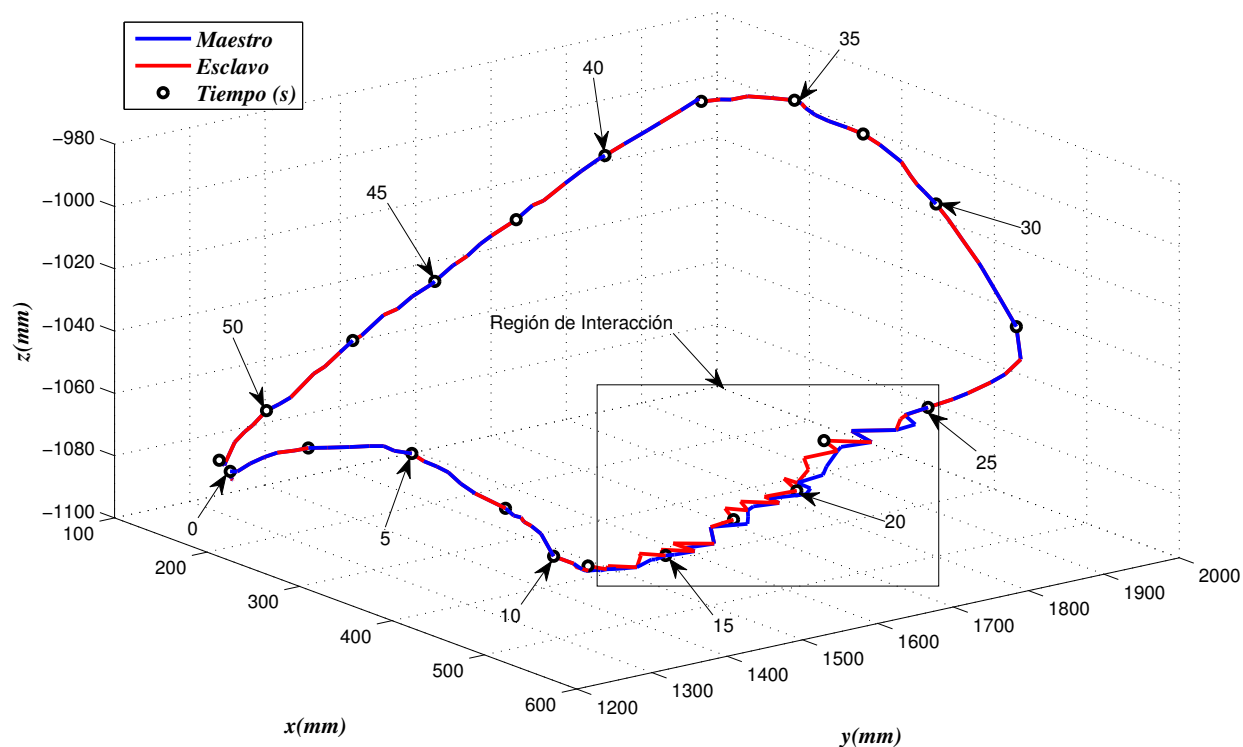


Figura 2.11: Trayectorias de los manipuladores: interacción.

## 2.4 Conclusiones Preliminares

En este capítulo se presentó un esquema de teleoperación unilateral para realizar tareas de interacción a distancia empleando un robot manipulador industrial como esclavo y un dispositivo háptico como manipulador maestro. El esquema incluye el uso de un controlador de impedancia cinemático para permitir que el manipulador esclavo adecúe su comportamiento ante la presencia de interacción con su entorno.

Una de las principales características deseadas era implementar este esquema de teleoperación en sistemas con arquitectura de control cerrada, por esta razón fue necesario hacer uso de un algoritmo de control de tipo cinemático.

De los resultados obtenidos durante la etapa experimental, se pudo observar la problemática que surge debido a los retardos de tiempo presentes en el canal de comunicación que enlaza ambos manipuladores. Para solucionar esta problemática es necesario modificar la arquitectura de control del robot esclavo y así tener acceso a las señales de control del sistema e implementar herramientas que permitan la estabilización del mismo.

Se puede concluir que este esquema de teleoperación es útil bajo condiciones de retardos de tiempo mínimos que permitan la correcta ejecución del algoritmo de control cinemático de impedancia, principalmente ante la presencia de fuerzas de contacto o interacción.

# Capítulo 3

## Teleoperación Bilateral

El término *telemanipulación* define la idea de un sistema donde un usuario interactúa y manipula un entorno remoto, cuyas aplicaciones van desde robótica en el espacio exterior hasta telecirugía y sistemas de telerehabilitación robótica. De manera particular, se ha extendido el uso de sistemas telerobóticos en los cuales el usuario determina el movimiento del robot esclavo de manera remota vía un joystick o manipulador maestro. Para mejorar el desempeño de una tarea de teleoperación, la fuerza de contacto entre el manipulador esclavo y el entorno puede ser reflejada hacia el manipulador maestro. Cuando se agrega retroalimentación de fuerza dentro del esquema, el sistema suele denominarse *teleoperador bilateral*. En sistemas bilaterales, las fuerzas se retroalimentan al operador a través del maestro con la finalidad de tener mayor información y lograr una interacción más completa, mejorando la habilidad del operador en el desempeño de tareas complejas.

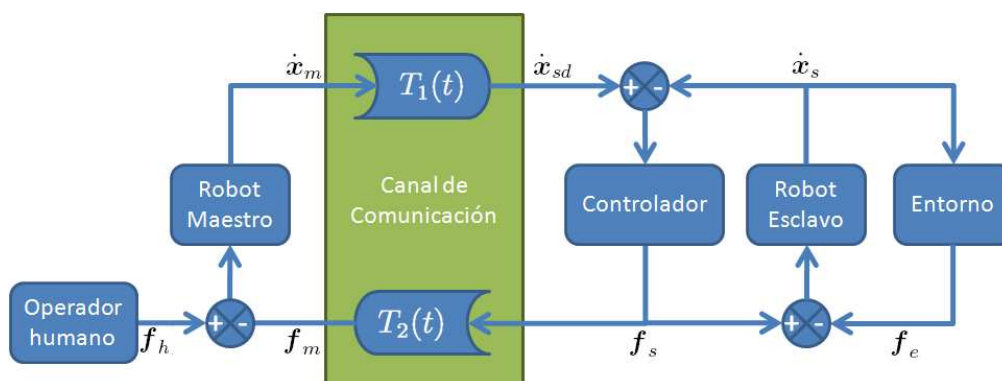


Figura 3.1: Diagrama de bloques de un sistema de teleoperación bilateral.

El objetivo principal de este capítulo consiste en el desarrollo de un esquema de teleoperación bilateral para robots manipuladores, con la finalidad de lograr una mejora significativa en el desempeño en tareas de interacción haciendo uso del esquema de control de impedancia presentado previamente. Así mismo, se aborda la problemática de un sistema de teleoperación con retroalimentación de fuerza en presencia de retardos de tiempo en el canal de comunicación.

La organización de este capítulo está dada de la siguiente manera: la sección 3.1 presenta la problemática de retardos de tiempo en teleoperación. En la sección 3.2 se presenta la teoría de variables de onda, que representa una herramienta muy importante para la estabilización ante retardos de tiempo en el canal de comunicación. En la sección 3.3 se analiza la importancia del control de interacción en un sistema de teleoperación bilateral. Dos nuevos esquemas de teleoperación bilateral para tareas de interacción son presentados en la sección 3.4. En la sección 3.5 se presentan resultados de simulación para verificar y analizar el desempeño del esquema de teleoperación bilateral en tareas de interacción. Algunos resultados experimentales, utilizando un dispositivo háptico y un manipulador de transmisión directa, son presentados en la sección 3.6. Finalmente la sección 3.7 contiene las conclusiones del presente capítulo.

### 3.1 Problemática de Retardos de Tiempo en Teleoperación Bilateral

La meta deseada para el manipulador esclavo es seguir el comportamiento del maestro con respecto a la fuerza, posición y velocidad. Bajo condiciones ideales esta meta se cumple fácilmente. Sin embargo, cuando la teleoperación se realiza a larga distancia, o cuando se utiliza un canal de comunicación donde el flujo de información es lento, aparecen retardos de tiempo en la transmisión de la información entre los entornos local y remoto. Sin tratamiento, el retraso más pequeño puede dar lugar a la inestabilidad del sistema.

El control y la estabilización ante retardos de tiempo han sido abordados por una gran cantidad de investigadores. En [49] Ferrell presentó el primer trabajo relacionado a los retardos de tiempo en teleoperación. Sin embargo, como no se hizo retroalimentación de fuerza, la inestabilidad no fue un problema. En 1966, se utilizó retroalimentación de fuerza en presencia de retardos de tiempo [50] y la inestabilidad fue aparente ya que retardos de un décimo de segundo podían desestabilizar al teleoperador. Vertut et al. realizaron experimentación con un sistema de reflexión de fuerza con retardo de tiempo, y lograron estabilizarlo sólo cuando el ancho de banda fue severamente reducido a velocidades de 10 cm/s [51]. La estabilidad independiente de los retardos en la transmisión puede obtenerse mediante el uso de enfoques basados en la teoría de dispersión (scattering), los cuales preservan la pasividad del sistema [52]-[53]. Una reformulación de estas ideas llevó a la introducción de las *variables de onda* [54]-[55], las cuales representan una herramienta de diseño y análisis para teleoperadores con reflexión de fuerza. La transmisión de variables de onda lleva también a implementaciones eficientes asegurando la estabilidad sin el conocimiento del valor del retardo de tiempo. Su implementación en sistemas robóticos de teleoperación ha permitido lograr excelentes resultados [56]-[58].

En [59] Eusebi y Melchori, muestran una herramienta de análisis para demostrar estabilidad asintótica independiente al retardo de tiempo o para encontrar el máximo retardo que garantizará la estabilidad. Mientras que en [60], se analiza y garantiza la estabilidad ante retardos de tiempo mediante un filtrado de las señales. Recientemente Wang y Slotine,

hacen uso de la teoría de contracción de sistemas no lineales para extender los resultados del método de variables de onda [61]. Por otra parte, Kawashima et al. presentan una modificación del método de variables de onda con la finalidad de tener un mejor seguimiento de la fuerza aplicada y además una mejora en el retraso de fase inducido por el estado latente en la red de comunicación [62].

Los modelos de pasividad e impedancia se han convertido en métodos populares para analizar y asegurar la estabilidad de teleoperadores bilaterales, debido a que no requieren del modelado del entorno. Una característica altamente deseada para obtener una representación precisa del entorno para el usuario es la *transparencia*, es decir, la capacidad del sistema de teleoperación para que el operador sienta fielmente la interacción entre el robot esclavo y su entorno. Estos objetivos de estabilidad y transparencia han llevado al uso de numerosas arquitecturas de control que transmiten diferentes combinaciones de señales de posición y fuerza.

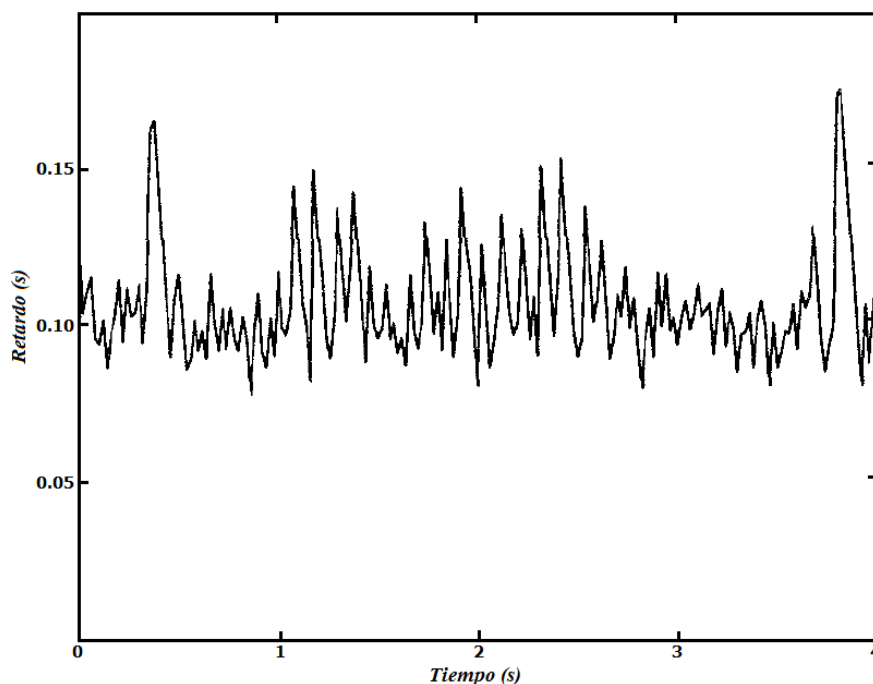


Figura 3.2: Retardos de tiempo, de ida y vuelta, observados entre el MIT y California, enviando 50 conjuntos de datos por segundo [57].

Por otra parte, la teleoperación basada en el uso de Internet, como canal de comunicación, ha generado una considerable atención por su amplio grado de impacto. Sin embargo, una de sus principales desventajas es que los retardos de tiempo en la transmisión son de tipo variable. Para el caso de arquitecturas de control supervisorio se han desarrollado observadores y modelos apropiados para estimar el retardo de tiempo [63]. En cuanto a la retroalimentación directa de fuerza, se han utilizado ampliamente diversos esquemas basados el enfoque de variables de onda, en particular garantizando la pasividad vía filtros conservadores de energía [57], [64]-[65] o una ganancia adecuada de tiempo variable [66]-[67]. Por ejemplo, en 1998

en [57] se analiza el comportamiento observado del retardo de tiempo obtenido entre MIT (Instituto Tecnológico de Massachusetts) y California (ver figura 3.2), que se encuentran a una distancia aproximada de 4000 kilómetros. La latencia promedio obtenida fue de 0.1 segundos, la cual es comparable con el tiempo de reacción humana, de manera que sus efectos pueden ser completamente transparentes para el usuario. Sin embargo, la variación en el retardo es fuerte y cambia rápidamente en más del 50%, y además contiene componentes cercanas a los 10Hz. Por lo tanto, en un sistema en lazo cerrado, estas fluctuaciones pueden interferir con el retraso de 0.1 segundos y causar problemas de estabilidad.

## 3.2 Formulación de Variables de Onda

Las variables de onda representan una modificación o extensión a la teoría de pasividad, mediante la cual se crea robustez ante retardos de tiempo arbitrarios presentes en sistemas de teleoperación bilateral. Además de que es una herramienta aplicable a sistemas no lineales. En la transformación de variables de onda, la información correspondiente a velocidades  $\dot{\mathbf{x}} \in \mathbb{R}^m$  y fuerzas  $\mathbf{f} \in \mathbb{R}^m$  es codificada mediante el uso variables de onda  $(\mathbf{u}, \mathbf{v})$ , antes de ser transmitida desde ambos extremos del teleoperador.

Niemeyer y Slotine [54] definen el movimiento de las ondas hacia la derecha (ida) como positivo y hacia la izquierda (vuelta) como negativo. Por lo tanto las ecuaciones que gobiernan el proceso de transmisión son

$$\mathbf{u}_s(t) = \mathbf{u}_m(t - T_1) \quad (3.1)$$

$$\mathbf{v}_m(t) = \mathbf{v}_s(t - T_2) \quad (3.2)$$

donde  $T_1$  y  $T_2$  representan los retardos de tiempo de la transmisión hacia la derecha y hacia la izquierda, respectivamente, mientras que el subíndice  $m$  hace referencia al manipulador maestro, en tanto que  $s$  corresponde al esclavo.

Las ecuaciones de transformación están dadas por

$$\mathbf{u}_m(t) = \frac{b\dot{\mathbf{x}}_m(t) + \mathbf{f}_m(t)}{\sqrt{2b}} \quad (3.3)$$

$$\mathbf{v}_s(t) = \frac{b\dot{\mathbf{x}}_{sd}(t) - \mathbf{f}_s(t)}{\sqrt{2b}} \quad (3.4)$$

donde  $b$  es un parámetro positivo que representa la impedancia característica y afecta el comportamiento del sistema,  $\dot{\mathbf{x}}_m \in \mathbb{R}^m$  y  $\mathbf{f}_m \in \mathbb{R}^m$  denotan la velocidad y la fuerza de control para el manipulador maestro, mientras  $\dot{\mathbf{x}}_{sd} \in \mathbb{R}^m$  y  $\mathbf{f}_s \in \mathbb{R}^m$  representan la velocidad y la fuerza de control para el manipulador esclavo.

Durante su implementación, las variables de onda se integran al sistema de teleoperación bilateral, de la figura 3.1, mediante las siguientes ecuaciones:

$$\mathbf{f}_m(t) = b\dot{\mathbf{x}}_m(t) - \sqrt{2b}\mathbf{v}_m(t) \quad (3.5)$$



$$\dot{\mathbf{x}}_{sd}(t) = \sqrt{\frac{2}{b}}\mathbf{u}_s(t) - \frac{1}{b}\mathbf{f}_s(t). \quad (3.6)$$

Por lo tanto, la implementación de las transformaciones de variables de onda correspondientes se realiza de acuerdo con el diagrama presentado en la figura 3.3.

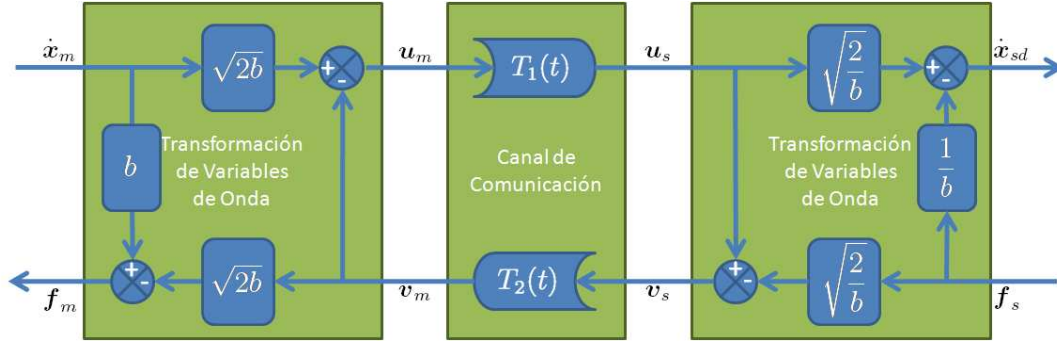


Figura 3.3: Diagrama de implementación de la transformación de variables de onda.

### 3.2.1 Pasividad del Canal de Comunicación

La teoría de pasividad es una herramienta robusta para analizar la estabilidad de un sistema, la cual se basa en las propiedades de entrada-salida de cualquier sistema. Bajo este criterio, un sistema es pasivo si absorbe más energía que la que produce. Para realizar el análisis de estabilidad se considera la potencia de entrada  $P_{in}$  dada por

$$P_{in} = \dot{\mathbf{x}}^T \mathbf{f} \quad (3.7)$$

donde  $\dot{\mathbf{x}}$  es el vector de entrada correspondiente a la velocidad y  $\mathbf{f}$  el vector de salida relacionado a la fuerza del sistema. Para verificar la pasividad del canal de comunicación, al incluir la teoría de variables de onda, se parte de la representación de la potencia de entrada  $P_{in}$  en el subsistema de comunicación, la cual está dada por

$$P_{in} = \dot{\mathbf{x}}_m^T \mathbf{f}_m - \dot{\mathbf{x}}_{sd}^T \mathbf{f}_s, \quad (3.8)$$

donde el primer término  $\dot{\mathbf{x}}_m^T \mathbf{f}_m$  corresponde al producto de las variables de velocidad y fuerza del lado del subsistema maestro, mientras  $\dot{\mathbf{x}}_{sd}^T \mathbf{f}_s$  es el producto de las variables de velocidad y fuerza del lado del subsistema esclavo. El signo menos aparece debido a que la potencia se considera positiva cuando el flujo va en la dirección principal de izquierda a derecha.

Sustituyendo las transformaciones de variables de onda para la fuerza y velocidad, en ambos extremos del canal de comunicación, se obtiene que

$$P_{in} = \frac{1}{2}\mathbf{u}_m^T \mathbf{u}_m - \frac{1}{2}\mathbf{v}_m^T \mathbf{v}_m - \frac{1}{2}\mathbf{u}_s^T \mathbf{u}_s + \frac{1}{2}\mathbf{v}_s^T \mathbf{v}_s. \quad (3.9)$$

Enseguida se calcula la energía almacenada en el subsistema de comunicación a través de la integral respecto del tiempo de la ecuación (3.9) correspondiente a la potencia de entrada,

considerando las definiciones (3.1)-(3.2) y para condiciones iniciales nulas

$$\begin{aligned}
E_{store}(t) &= \int_0^t P_{in} d\tau = \frac{1}{2} \left[ \int_0^t \mathbf{u}_m^T \mathbf{u}_m d\tau - \int_0^t \mathbf{v}_m^T \mathbf{v}_m d\tau - \int_0^t \mathbf{u}_s^T \mathbf{u}_s d\tau + \int_0^t \mathbf{v}_s^T \mathbf{v}_s d\tau \right] \\
&= \frac{1}{2} \left[ \int_0^t \mathbf{u}_m^T \mathbf{u}_m d\tau - \int_0^{t-T_2} \mathbf{v}_s^T \mathbf{v}_s d\tau - \int_0^{t-T_1} \mathbf{u}_m^T \mathbf{u}_m d\tau + \int_0^t \mathbf{v}_s^T \mathbf{v}_s d\tau \right] \\
&= \frac{1}{2} \left[ \int_0^t \mathbf{u}_m^T \mathbf{u}_m d\tau + \int_{t-T_2}^0 \mathbf{v}_s^T \mathbf{v}_s d\tau + \int_{t-T_1}^0 \mathbf{u}_m^T \mathbf{u}_m d\tau + \int_0^t \mathbf{v}_s^T \mathbf{v}_s d\tau \right] \\
&= \frac{1}{2} \left[ \int_{t-T_1}^t \mathbf{u}_m^T \mathbf{u}_m d\tau + \int_{t-T_2}^t \mathbf{v}_s^T \mathbf{v}_s d\tau \right] \geq 0. \tag{3.10}
\end{aligned}$$

Entonces, como la energía almacenada es mayor o igual que cero en cualquier instante de tiempo  $t$ , se concluye que el subsistema de comunicación es pasivo. Además, como la energía relacionada a las ondas es almacenada temporalmente mientras las ondas están en tránsito, el subsistema de comunicación no es sólo pasivo, sino también sin pérdidas. Por lo tanto se garantiza la estabilidad del canal de comunicación ante la presencia de retardos de tiempo fijos  $T_1$  y  $T_2$ .

El uso de las variables de onda provee a un sistema de teleoperación de robustez ante la presencia de retardos de tiempo de cualquier magnitud [58]. Para retardos iguales a cero, el sistema se transforma automáticamente a una configuración clásica de teleoperador bilateral. Para retardos pequeños, el sistema permanece transparente y estable. Sin embargo, ante la presencia de retardos de tiempo grandes, es necesario incluir herramientas para el acoplamiento de impedancias, como la presentada en [55], o para el diseño de filtros conservadores de energía como en [57] y que se presentan más adelante.

### 3.2.2 Integrales de Onda

Típicamente, en un sistema de teleoperación bilateral son transmitidas únicamente señales de velocidad y fuerza, mientras que la posición se obtiene a través de integración, sin embargo esto no garantiza la convergencia entre las posiciones del maestro y el esclavo. En la práctica, existen diversas aplicaciones que requieren retroalimentación de la posición para garantizar el correcto seguimiento entre maestro y esclavo. Una solución consiste en transmitir las integrales de las variables de onda dadas por

$$\mathbf{U}(t) = \int_0^t \mathbf{u}(\tau) d\tau = \frac{b\mathbf{x}(t) + \mathbf{p}(t)}{\sqrt{2b}} \tag{3.11}$$

$$\mathbf{V}(t) = \int_0^t \mathbf{v}(\tau) d\tau = \frac{b\mathbf{x}(t) - \mathbf{p}(t)}{\sqrt{2b}} \tag{3.12}$$

donde  $\mathbf{x}(t)$  es la posición del manipulador y  $\mathbf{p}(t)$  el momentum dado por:

$$\mathbf{p}(t) = \int_0^t \mathbf{f}(\tau) d\tau. \tag{3.13}$$

Por lo tanto, la implementación de la transformación de las integrales de onda se puede realizar mediante las siguientes expresiones

$$\mathbf{p}_m(t) = b\mathbf{x}_m(t) - \sqrt{2b}\mathbf{V}_m(t) \quad (3.14)$$

$$\mathbf{x}_{sd}(t) = \sqrt{\frac{2}{b}}\mathbf{U}_s(t) - \frac{1}{b}\mathbf{p}_s(t). \quad (3.15)$$

Finalmente, con el propósito de enviar toda la información por un solo canal de comunicación, se realiza la siguiente transformación:

$$\bar{\mathbf{U}}_m(t) = \mathbf{U}_m(t) + \frac{1}{\lambda}\mathbf{u}_m(t) \quad (3.16)$$

$$\bar{\mathbf{U}}_s(t) = \bar{\mathbf{U}}_m(t - T) \quad (3.17)$$

$$\mathbf{u}_s(t) = \lambda(\bar{\mathbf{U}}_s(t) - \mathbf{U}_s(t)) \quad (3.18)$$

$$\mathbf{U}_s(t) = \int_0^t \mathbf{u}_s(\tau) d\tau \quad (3.19)$$

la cual incluye en una misma señal, información correspondiente a la posición y la velocidad de los manipuladores. Donde  $\lambda$  corresponde al ancho de banda del filtro de primer orden definido por (3.18), y representa una constante positiva que se elige arbitrariamente y debe ser significativamente menor que el periodo de muestreo para su implementación digital.

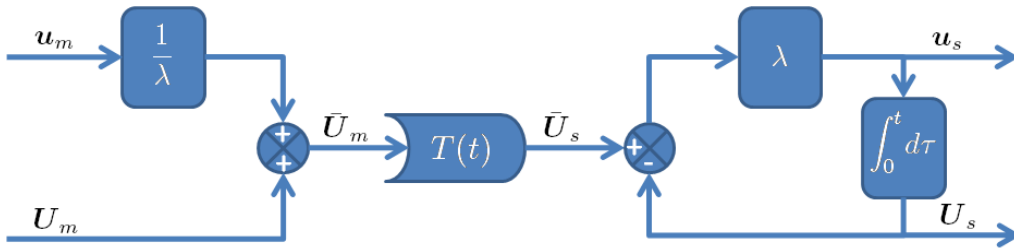


Figura 3.4: Transmisión de variables e integrales de onda a través de un mismo canal de comunicación.

### 3.2.3 Impedancia Característica de Onda

La impedancia de onda  $b$  representa un parámetro de sintonía para la transformación de variables de onda, la cual puede compensar la velocidad de movimiento y los niveles de fuerza. Incrementar el valor de  $b$ , da lugar a un mayor peso en la velocidad comparado con la fuerza. Mientras que decrementarla, da mayor importancia a la fuerza y el precio a pagar es una reducción de la velocidad.

Otro punto importante a considerar para la sintonía del parámetro  $b$ , es la tarea que se desea realizar. Si se va trabajar en control de movimiento en espacio libre, reducir  $b$  tanto como sea posible minimiza los efectos inerciales y de amortiguamiento, permitiendo movimientos rápidos. Por otra parte en tareas de interacción en las cuales el movimiento es restringido por el entorno, incrementos en el valor de  $b$  proveen mayor resistencia al movimiento, lo cual previene al manipulador de fuerzas de impacto altas, asegurando que las fuerzas de contacto sean retroalimentadas correctamente.

### 3.2.4 Filtrado para Conservación de la Energía ante Retardos de Tiempo Variables

El subsistema de comunicación en un teleoperador bilateral permanece pasivo si la energía de salida es limitada por la energía de entrada. Además, el seguimiento de posición se garantiza si la integral de onda de salida sigue a la integral de onda de entrada. Del mismo modo en que los retardos de avance y retorno pueden ser diferentes y se manejan por separado para ambas vías de transmisión.

Primero, para entender el efecto de un retardo variable  $T(t)$  presente en el canal de comunicación, se tiene que la variable de onda  $u_{out}$  representa la señal de salida del canal y está dada por

$$u_{out}(t) = u_{in}(t - T(t)) = u_{in}(t_s(t)) \quad (3.20)$$

donde  $u_{in}$  es la señal de entrada del canal y  $t_s$  es el tiempo de muestreo para el cual el valor de entrada permanece presente a la salida. La diferencia entre el tiempo actual  $t$  y el correspondiente tiempo de muestreo  $t_s(t)$  es el retardo  $T(t)$ . Conforme el retardo varía, la señal de onda es distorsionada. En efecto, si el retardo se incrementa, el tiempo de muestreo cambia lentamente y los valores a la entrada se mantienen por más tiempo. Asumiendo, entonces, que el orden de la señal de onda se conserva, es decir, que los datos llegan al sitio remoto en el mismo orden en que se transmiten. En contraste, si el retardo se acorta, el tiempo de muestreo y por lo tanto la señal de salida cambian con mayor rapidez. Aquí el caso extremo puede conducir a ondas de choque donde varias muestras de datos llegan al sitio remoto simultáneamente. Esto implica discontinuidades, debido a la presencia de múltiples valores de onda en el mismo instante de tiempo, y un salto en la señal de salida [57].

La variación del retardo y los cambios correspondientes en la señal de onda fácilmente pueden afectar al sistema, si están de alguna manera correlacionados con la señal de onda en sí. Más formalmente, tanto la integral de onda, la cual determina el seguimiento de la posición, y la energía de onda, que determina la pasividad del canal de comunicación (3.10), ya no se conservan:

$$U_{out}(t) = \int_0^t u_{out}(\tau) d\tau \neq U_{in}(t - T(t)) \quad (3.21)$$

$$E_{out}(t) = \int_0^t u_{out}^2(\tau) d\tau \neq E_{in}(t - T(t)). \quad (3.22)$$

Debido a que estas dos cantidades son fundamentales para la estabilidad y el desempeño de los sistemas basados en el enfoque de variables de onda, una solución a esta problemática, propuesta en [57], se ilustra en la figura 3.5. En lugar de transmitir la señal de onda por sí misma a través del canal con retardo y después realizar la integración, se plantea transmitir tanto la integral de onda  $U_{delay}$  como la energía de onda  $E_{delay}$  explícitamente:

$$U_{delay}(t) = U_{in}(t - T(t)) = \int_0^{t-T(t)} u_{in}(\tau) d\tau \quad (3.23)$$

$$E_{delay}(t) = E_{in}(t - T(t)) = \int_0^{t-T(t)} u_{in}^2(\tau) d\tau. \quad (3.24)$$

Por lo tanto, el proceso de integración sigue siendo consistente, aunque los valores resultantes se retrasen. Entonces, se reconstruye explícitamente la señal de onda de salida de manera que su integral sigue a la integral de entrada retrasada

$$U_{out}(t) \rightarrow U_{delay}(t), \quad (3.25)$$

mientras que utiliza sólo la energía disponible

$$E_{out}(t) \leq E_{delay}(t). \quad (3.26)$$

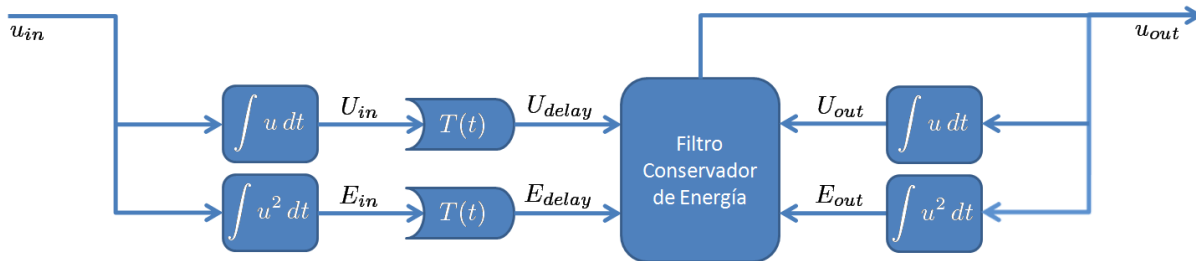


Figura 3.5: Transmisión de la integral y la energía de onda y reconstrucción de la señal de salida mediante filtrado.

Para el diseño del filtro de conservación de la energía se definen los conceptos de la *distancia por recorrer*, representada por  $U(t)$ , y la *reserva de energía*  $E(t)$ , definidas como

$$U(t) = U_{delay}(t) - U_{out}(t) \quad (3.27)$$

$$E(t) = E_{delay}(t) - E_{out}(t) \leq 0. \quad (3.28)$$

Considerando un sistema de tiempo continuo, la salida del filtro está dada por

$$u_{out}(t) = \begin{cases} \alpha \frac{E(t)}{U(t)} & \text{si } U(t) \neq 0 \\ 0 & \text{si } U(t) = 0 \end{cases} \quad (3.29)$$

donde  $\alpha$  es un parámetro de sintonía que permite seleccionar la rapidez de la convergencia hacia cero de  $U(t)$  y  $E(t)$ .

En la práctica, con una entrada cambiante  $U_{delay}(t)$ , el filtro no alcanzará el cero pero continuará siguiendo a la entrada. Sin embargo, cuando  $U(t)$  y  $E(t)$  se aproximan a cero, la división entre ambas se hace difícil de calcular. Por lo tanto, se hace necesario realizar la siguiente implementación discreta del filtro

$$u_{out} = \begin{cases} 0 & \text{si } U = 0 \\ \frac{U}{\Delta t} & \text{si } U^2 \leq E\Delta t \\ \frac{2EU}{U^2 + E\Delta t} & \text{si } U^2 > E\Delta t \end{cases} \quad (3.30)$$

donde  $\Delta t$  representa el periodo de muestreo.

### 3.3 Control de Interacción en Tareas de Teleoperación

Las configuraciones de control existentes para estabilizar un sistema de teleoperación bilateral, se limitan a la consideración de manipuladores puramente inerciales y no toman en cuenta fenómenos dinámicos presentes en robots de 2 o más grados de libertad. Esto tiene como consecuencia un rendimiento limitado del sistema teleoperador.

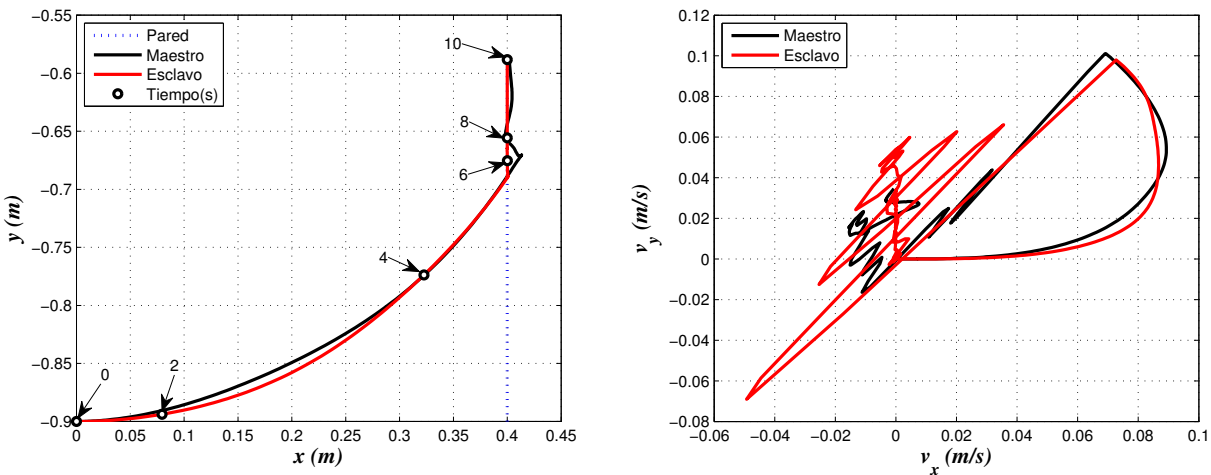


Figura 3.6: Trayectorias y velocidades de los manipuladores maestro y esclavo, respectivamente.

Tradicionalmente, los esquemas de teleoperación bilateral incluyen controladores de velocidad como lo son el Proporcional-Derivativo (PD) o el Proporcional-Integral (PI). De acuerdo a lo presentado en el capítulo anterior, es conocido que estos controladores clásicos funcionan adecuadamente cuando un manipulador trabaja en espacio libre, sin embargo presentan muchas limitaciones al ser utilizados en tareas de interacción debido a que las fuerzas de contacto no son reguladas correctamente. En la figura 3.6, se presentan las trayectorias y velocidades generadas en un sistema de teleoperación bilateral de 2 grados de libertad que incluye estos controladores clásicos. Estos resultados corresponden al esquema bilateral presentado en [54], el cual emplea un control PD y además incluye la formulación de variables

de onda para codificar las señales de velocidad y fuerza. Los manipuladores incluidos en el esquema son iguales y realizan una tarea de seguimiento hasta que el robot esclavo interactúa con una pared ubicada en  $x_e = 0.4$  m. Se puede apreciar un pobre seguimiento tanto de la trayectoria como de la velocidad. En lo referente a la regulación de fuerza, se observan una serie de sobretiros en la trayectoria del manipulador maestro cuando existe interacción con el entorno, además de que la velocidad del robot maestro aumenta significativamente durante el contacto con el entorno.

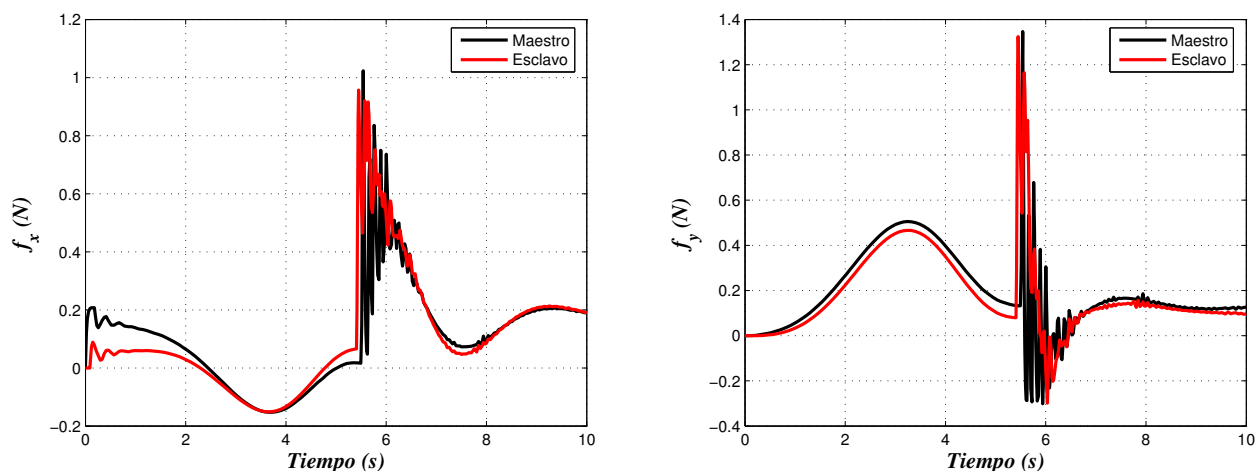


Figura 3.7: Fuerzas aplicadas a los manipuladores maestro y esclavo, respectivamente.

El comportamiento de las fuerzas aplicadas se presenta en la figura 3.7, en ella se aprecia una notable diferencia entre las fuerzas del maestro y las del esclavo, siendo más evidente en el momento de la interacción. Uno de los objetivos particulares de este trabajo es mejorar el desempeño de un sistema de teleoperación en tareas de interacción y corregir con esto las características no deseables que se aprecian en las gráficas presentadas.

## 3.4 Esquemas de Teleoperación Bilateral

En esta sección se describen tres esquemas de teleoperación bilateral, de los cuales dos surgen como propuestas de este trabajo de investigación, que están basados en la formulación de variables de onda con la finalidad analizar su comportamiento ante retardos de tiempo en tareas de interacción con el entorno remoto.

### 3.4.1 Esquema Basado en Variables de Onda y Control PD

Este esquema de teleoperación bilateral fue propuesto por Niemeyer y Slotine en [54] y consiste de un controlador PD, para la regulación de posición y velocidad, y la transformación de variables de onda para la estabilización ante retardos de tiempo. Debido a que únicamente se transmite información de velocidad y fuerza, este esquema no asegura el correcto seguimiento de posición durante una tarea teleoperada.

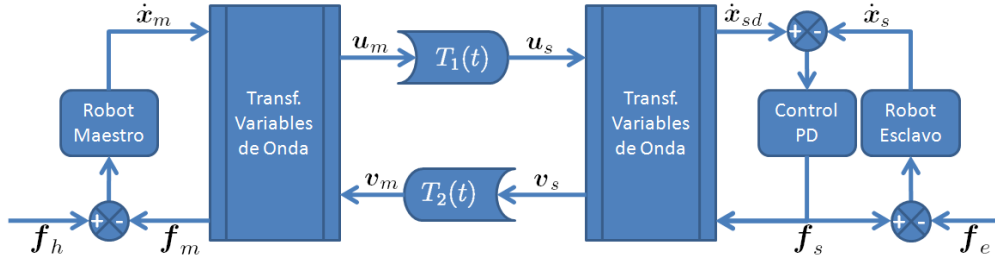


Figura 3.8: Esquema de teleoperación bilateral basado en variables de onda y control PD.

En lo referente a la interacción con el entorno, el desempeño de este esquema no es el mejor debido a que el controlador PD no garantiza una adecuada regulación de fuerzas durante la interacción y, si se desean obtener diferentes comportamientos dinámicos al interactuar con el entorno, es necesario re-sintonizar las ganancias de controlador sacrificando aún más el seguimiento de la posición y velocidad determinadas por el operador.

### 3.4.2 Esquema Basado en Integrales de Onda y Control Cinemático de Impedancia

Con la finalidad de mejorar el seguimiento de la posición determinada por el operador, este nuevo esquema de teleoperación hace uso de las integrales de onda. Mientras que una alternativa para mejorar la interacción con el entorno, sin necesidad de conocer la parametrización exacta de manipulador esclavo, consiste en incluir un bloque de control cinemático de impedancia en el esquema de teleoperación bilateral (figura 3.9).

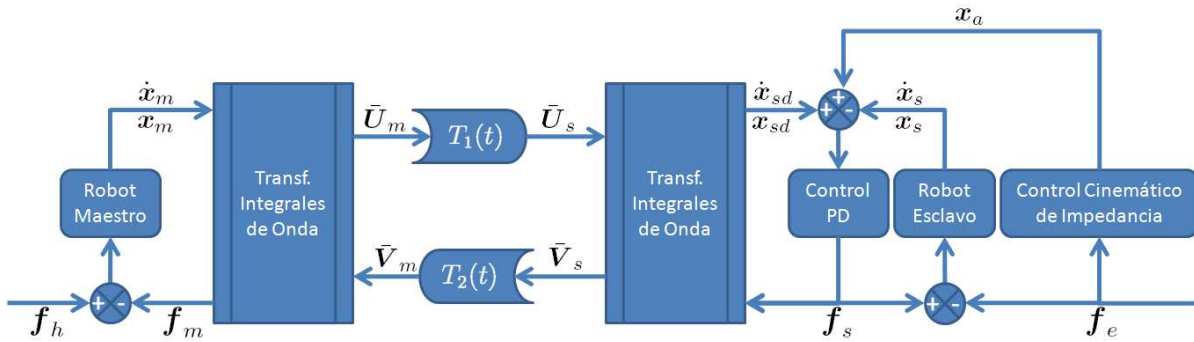


Figura 3.9: Esquema de teleoperación bilateral basado en integrales de onda y control cinemático de impedancia.

El esquema de control cinemático de impedancia permite modificar el comportamiento dinámico del efector final del robot esclavo durante su interacción con el entorno, sin la necesidad de cambiar la sintonía del controlador PD. Para este esquema se considera el controlador cinemático de impedancia definido en (1.53), donde  $\mathbf{x}_s = \mathbf{x}$ ,  $\mathbf{x}_{sd} = \mathbf{x}_d$  y  $\mathbf{x}_a = \mathbf{K}_p \tilde{\boldsymbol{\xi}} - \mathbf{x}_{f_e}$ , y que requiere de la medición de las fuerzas de contacto.



### 3.4.3 Esquema Basado en Integrales de Onda y Control Dinámico de Impedancia

Aunque el uso de control cinemático de impedancia representa una mejora en el seguimiento de trayectoria y en la interacción con el entorno, se pueden llegar a presentar fuerzas de contacto altas. La inclusión de un esquema de control de impedancia de tipo dinámico representa una alternativa para mejorar la interacción con el entorno. El controlador de impedancia puede incluirse en el esquema de teleoperación bilateral generando, el esquema presentado en la figura 3.10.

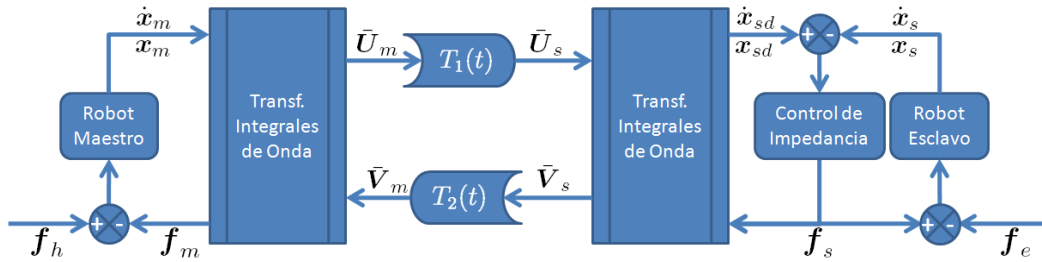


Figura 3.10: Esquema de teleoperación bilateral basado en integrales de onda y control dinámico de impedancia.

Con la finalidad de mejorar el desempeño del sistema de teleoperación en tareas de interacción, el esquema de teleoperación propuesto incluye el uso del algoritmo de control de impedancia dinámico (1.54) presentado anteriormente. Para garantizar la estabilidad del sistema ante retardos de tiempo en la comunicación, se hace uso de la transformación de variables e integrales de onda. El control del teleoperador requiere que los robots manipuladores sean de arquitectura abierta para que admitan señales de control de fuerza y/o par. En este esquema de teleoperación, el comportamiento del manipulador maestro es controlado por fuerza, mientras que el comportamiento del robot esclavo es regulado utilizando control de impedancia.

En este esquema, la fuerza del operador humano  $f_h$  determina la trayectoria  $x_m$  y la velocidad  $\dot{x}_m$  que deben ser seguidas por el manipulador maestro, la posición y velocidad son codificadas y enviadas haciendo uso de variables e integrales de onda y así en el otro extremo del teleoperador se obtiene la posición y velocidad deseadas para el manipulador esclavo. La posición y velocidad deseadas son procesadas por el controlador de impedancia (1.54) con la finalidad de generar el movimiento adecuado del robot esclavo. Así, una vez que el manipulador esclavo interactúa con el entorno, se generan las fuerzas de contacto  $f_e$ .

La fuerza del controlador de impedancia está dada por:

$$f_c = K_p \tanh(\tilde{\xi}) + K_v \dot{\tilde{\xi}}. \quad (3.31)$$

Esta fuerza es utilizada con el propósito de regular las fuerzas de contacto, así como obtener un comportamiento dócil en el efector final del manipulador esclavo. Sin embargo,  $f_c$  no

puede ser utilizada como fuerza de retroalimentación debido a que el operador no podría percibir la interacción. Por lo tanto, con la finalidad obtener la fuerza de retroalimentación y lograr que el operador humano pueda sentir las fuerzas de contacto, se consideran solamente los errores de seguimiento, es decir;  $\mathbf{f}_e \equiv \mathbf{0}$ , y se tiene que

$$\mathbf{f}_s = \mathbf{K}_p \tanh(\tilde{\mathbf{x}}) + \mathbf{K}_v \dot{\tilde{\mathbf{x}}}. \quad (3.32)$$

Debido a que  $\tilde{\mathbf{x}} \neq \mathbf{0}$  y  $\dot{\tilde{\mathbf{x}}} \neq \mathbf{0}$  cuando ocurre el contacto, el operador puede percibir la interacción. De igual manera, esta fuerza es codificada en variables de onda y en el lado del maestro se obtiene la fuerza  $\mathbf{f}_m$  que provee la información remota necesaria para mejorar el desempeño en una tarea de interacción.

### Pasividad del Esquema de Teleoperación Basado en Control de Impedancia

Considérese el esquema de teleoperación presentado en esta sección, que se muestra en la figura 3.10, y que puede dividirse en los tres subsistemas conectados en cascada que se muestran en la figura 3.11. De la teoría de pasividad, es conocido que un sistema formado por la conexión en cascada de varios sistemas pasivos también es pasivo [52]. A continuación se presenta el análisis correspondiente a la demostración de pasividad del esquema de teleoperación basado en control de impedancia presentado en la figura 3.10.

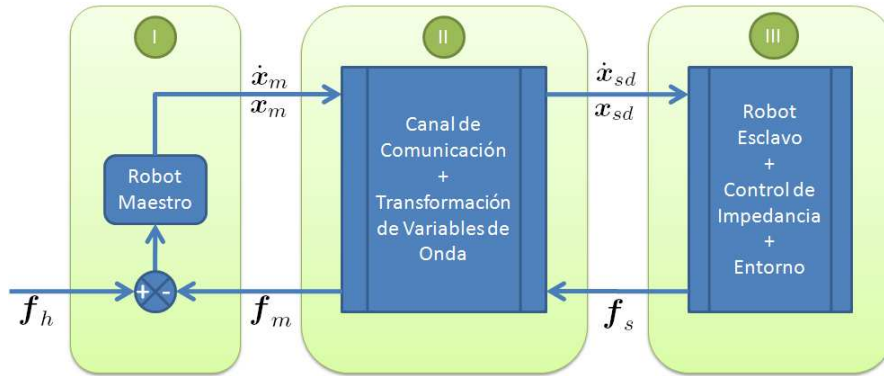


Figura 3.11: Subsistemas del esquema de teleoperación bilateral basado en control de impedancia.

En primer lugar, considérese el primer subsistema del esquema de la figura 3.11, correspondiente al manipulador maestro. El modelo dinámico del robot maestro está dado por

$$\mathbf{M}(\mathbf{q}_m)\ddot{\mathbf{q}}_m + \mathbf{C}(\mathbf{q}_m, \dot{\mathbf{q}}_m)\dot{\mathbf{q}}_m + \mathbf{g}(\mathbf{q}_m) + \mathbf{f}_r(\dot{\mathbf{q}}_m) = \mathbf{J}^T(\mathbf{q}_m)[\mathbf{f}_h - \mathbf{f}_m] \quad (3.33)$$

donde se asume que

- $\mathbf{M}(\mathbf{q}_m) > 0$ .
- $\text{rank}[\mathbf{J}(\mathbf{q}_m)] = n \quad \forall \mathbf{q}_m \in \mathbb{R}^n$ .

- El operador humano puede ser modelado como un sistema pasivo y la fuerza  $\mathbf{f}_h \in \mathbb{R}^m$ , generada por éste, es acotada.
- $\mathbf{f}_m \in \mathbb{R}^m$  está acotada.
- El vector de pares articulares aplicados  $\boldsymbol{\tau}_m \in \mathbb{R}^m$  se define como

$$\boldsymbol{\tau}_m = \mathbf{J}^T(\mathbf{q}_m)[\mathbf{f}_h - \mathbf{f}_m]. \quad (3.34)$$

Se dice que la dinámica de un robot manipulador define un mapeo pasivo de los pares articulares  $\boldsymbol{\tau}_m$  a las velocidades articulares  $\dot{\mathbf{q}}_m$ . Para demostrarlo se debe considerar la energía total del sistema. El modelo de energía de un robot se basa en el principio de conservación de la energía, el cual establece que el trabajo efectuado por las fuerzas aplicadas a un sistema es igual al cambio de energía total del sistema, es decir,

$$\int_0^t \dot{\mathbf{q}}_m^T \boldsymbol{\tau}_m d\sigma = \mathcal{E}(\mathbf{q}_m(t), \dot{\mathbf{q}}_m(t)) - \mathcal{E}(\mathbf{q}_m(0), \dot{\mathbf{q}}_m(0)) + \int_0^t \dot{\mathbf{q}}_m^T \mathbf{f}_r(\dot{\mathbf{q}}_m) d\sigma \quad (3.35)$$

donde  $\mathcal{E}(\mathbf{q}_m, \dot{\mathbf{q}}_m) = \mathcal{K}(\mathbf{q}_m, \dot{\mathbf{q}}_m) + \mathcal{U}(\mathbf{q}_m) \geq 0$  representa el modelo de energía del robot (ver Apéndice B) y  $\int_0^t \dot{\mathbf{q}}_m^T \mathbf{f}_r(\dot{\mathbf{q}}_m) d\sigma \geq 0$  es la energía disipada por fricción.

Asumiendo que  $\mathcal{E}(\mathbf{q}_m(0), \dot{\mathbf{q}}_m(0)) = 0$ , se tiene que

$$\int_0^t \dot{\mathbf{q}}_m^T \boldsymbol{\tau}_m d\sigma = \frac{1}{2} \dot{\mathbf{q}}_m^T \mathbf{M}(\mathbf{q}_m) \dot{\mathbf{q}}_m + \mathcal{U}(\mathbf{q}_m) + \int_0^t \dot{\mathbf{q}}_m^T \mathbf{f}_r(\dot{\mathbf{q}}_m) d\sigma \geq 0, \quad (3.36)$$

por lo tanto, la dinámica del robot maestro controlado por la fuerza del operador representa un mapeo pasivo.

Para el segundo subsistema de la figura 3.11, correspondiente al canal de comunicación, en la sección 3.2.1 se demostró que el subsistema de comunicación permanece pasivo al introducir la formulación de variables de onda.

Finalmente, para el subsistema compuesto por el manipulador esclavo que interactúa con el entorno y que está controlado por impedancia, se parte del análisis de estabilidad en el sentido de Lyapunov presentado en la sección 1.4.3. Se dice que un sistema de la forma

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}) \quad (3.37)$$

donde  $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n$ , es pasivo, si existe una función positiva  $V(\mathbf{x}) : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$  tal que

$$\frac{\partial V}{\partial \mathbf{x}} \mathbf{f}(\mathbf{x}) \leq -\alpha V(\mathbf{x}) \quad (3.38)$$

para alguna constante  $\alpha > 0$  [27].

El sistema de lazo cerrado presentado en la ecuación (1.57), y que corresponde al tercer subsistema del esquema de la figura 3.11, es de la forma (3.37) y tiene punto de equilibrio en el origen. A partir del análisis de estabilidad del punto de equilibrio se obtuvieron las siguientes conclusiones:

- Existe una función de Lyapunov  $V(\tilde{\xi}, \dot{\tilde{\xi}}) > 0 : \mathbb{R}^{2m} \rightarrow \mathbb{R}$ .
- La derivada respecto del tiempo de la función de Lyapunov está dada por

$$\dot{V}(\tilde{\xi}, \dot{\tilde{\xi}}) = \frac{\partial V}{\partial \begin{bmatrix} \tilde{\xi} \\ \dot{\tilde{\xi}} \end{bmatrix}^T} f(\tilde{\xi}, \dot{\tilde{\xi}}) < 0. \quad (3.39)$$

Por lo tanto, para demostrar la pasividad del sistema debe existir una constante  $\alpha > 0$  tal que

$$\dot{V}(\tilde{\xi}, \dot{\tilde{\xi}}) \leq -\alpha V(\tilde{\xi}, \dot{\tilde{\xi}}). \quad (3.40)$$

Entonces al sustituir (1.58) y (1.65) en (3.40) se obtiene que

$$-\tilde{\xi}^T \mathbf{K}_p \tanh(\tilde{\xi}) - \dot{\tilde{\xi}}^T (\mathbf{K}_v - \mathbf{M}_d) \dot{\tilde{\xi}} \leq -\alpha \left\{ \frac{1}{2} \begin{bmatrix} \tilde{\xi} \\ \dot{\tilde{\xi}} \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \mathbf{K}_v & \mathbf{M}_d \\ \mathbf{M}_d & \mathbf{M}_d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{\xi} \\ \dot{\tilde{\xi}} \end{bmatrix} + \mathbf{u}_p^T(\tilde{\xi}) \mathbf{K}_p \mathbf{u}_p(\tilde{\xi}) \right\}.$$

Realizando las operaciones algebraicas correspondientes se tiene que

$$\tilde{\xi}^T \mathbf{K}_p \tanh(\tilde{\xi}) - \alpha \mathbf{u}_p^T(\tilde{\xi}) \mathbf{K}_p \mathbf{u}_p(\tilde{\xi}) + \begin{bmatrix} \tilde{\xi} \\ \dot{\tilde{\xi}} \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} -\frac{\alpha}{2} \mathbf{K}_v & -\frac{\alpha}{2} \mathbf{M}_d \\ -\frac{\alpha}{2} \mathbf{M}_d & \mathbf{K}_v - \mathbf{M}_d - \frac{\alpha}{2} \mathbf{M}_d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{\xi} \\ \dot{\tilde{\xi}} \end{bmatrix} \geq 0.$$

Para los dos primeros términos, se asume que  $\mathbf{K}_p > 0$  es una matriz diagonal, de tal forma que

$$\tilde{\xi}^T \mathbf{K}_p \tanh(\tilde{\xi}) - \alpha \mathbf{u}_p^T(\tilde{\xi}) \mathbf{K}_p \mathbf{u}_p(\tilde{\xi}) \geq 0 \quad \implies \quad \alpha \leq \frac{\tilde{\xi}^T \mathbf{K}_p \tanh(\tilde{\xi})}{\mathbf{u}_p^T(\tilde{\xi}) \mathbf{K}_p \mathbf{u}_p(\tilde{\xi})}$$

cumple con la restricción  $\alpha > 0$ . Para el término restante, se asume que  $\mathbf{K}_v$  y  $\mathbf{M}_d > 0$  son matrices diagonales, entonces

$$\begin{aligned} \frac{\alpha}{2} \left( -\mathbf{K}_v \mathbf{K}_v + \mathbf{K}_v \mathbf{M}_d + \frac{\alpha}{2} \mathbf{K}_v \mathbf{M}_d - \frac{\alpha}{2} \mathbf{M}_d \mathbf{M}_d \right) &\geq 0 \\ \frac{\alpha}{2} \mathbf{M}_d (\mathbf{K}_v - \mathbf{M}_d) - \mathbf{K}_v (\mathbf{K}_v - \mathbf{M}_d) &\geq 0 \\ \frac{\alpha}{2} \mathbf{M}_d - \mathbf{K}_v &\geq 0 \\ \alpha \mathbf{M}_d &\geq 2 \mathbf{K}_v \\ \alpha \mathbf{K}_v^{-1} \mathbf{M}_d &\geq 2 \mathbf{I} \\ \alpha \rho(\mathbf{K}_v^{-1} \mathbf{M}_d) &\geq 2 \end{aligned}$$

debido a que anteriormente se concluyó que por diseño  $0 < \rho(\mathbf{K}_v^{-1} \mathbf{M}_d) < 1$ , se obtiene que

$$\alpha \geq \frac{2}{\rho(\mathbf{K}_v^{-1} \mathbf{M}_d)} \quad \implies \quad \alpha > 0.$$

Por lo tanto, seleccionando  $\alpha$  de tal forma que

$$\frac{2}{\rho(\mathbf{K}_v^{-1} \mathbf{M}_d)} \leq \alpha \leq \frac{\tilde{\xi}^T \mathbf{K}_p \tanh(\tilde{\xi})}{\mathbf{u}_p^T(\tilde{\xi}) \mathbf{K}_p \mathbf{u}_p(\tilde{\xi})} \quad (3.41)$$

el subsistema esclavo es pasivo. Entonces, se demuestra que el esquema de teleoperación bilateral basado en control de impedancia es un sistema pasivo.

## 3.5 Simulación

Diversas simulaciones fueron realizadas en Matlab-Simulink con la finalidad de analizar el comportamiento de los esquemas de teleoperación bilateral ante la presencia de retardos de tiempo fijos y variables. En esta sección se presentan diversos resultados de simulación de los esquemas de teleoperación, descritos en la sección anterior, en tareas de interacción. En dichas simulaciones se utilizó el modelo dinámico del robot manipulador de dos grados de libertad (figura 1.2), reportado en [39]. Ambos manipuladores, maestro y esclavo, fueron considerados iguales y por lo tanto se utilizó el mismo modelado presentado en el Apéndice B. Con la finalidad de simular la interacción con el entorno, fue ubicada una pared vertical en  $x_e = 0.4$  m, la cual ejerce una fuerza a lo largo del eje  $x$  y obstruye el movimiento deseado del efector final a lo largo de la trayectoria y le impone una trayectoria vertical a lo largo de su superficie. Para este propósito, es considerado un entorno elástico dócil desacoplado el cual está descrito por el modelo (1.13).

Adicionalmente, se realizaron algunas simulaciones de tareas de interacción humano-robot considerando el modelado de robot MIT-MANUS presentado en el Apéndice E.

Para cuantificar los resultados, en cada una de las simulaciones, se presentan las normas  $\mathcal{L}_2$  de los errores de seguimiento de posición, velocidad y fuerza, las cuales están dadas por

$$\|\mathbf{x}_m - \mathbf{x}_s\|_{\mathcal{L}_2} = \sqrt{\frac{1}{t_f} \int_0^{t_f} \|\mathbf{x}_m - \mathbf{x}_s\|^2 dt} \quad (3.42)$$

$$\|\dot{\mathbf{x}}_m - \dot{\mathbf{x}}_s\|_{\mathcal{L}_2} = \sqrt{\frac{1}{t_f} \int_0^{t_f} \|\dot{\mathbf{x}}_m - \dot{\mathbf{x}}_s\|^2 dt} \quad (3.43)$$

$$\|\mathbf{f}_m - \mathbf{f}_s\|_{\mathcal{L}_2} = \sqrt{\frac{1}{t_f} \int_0^{t_f} \|\mathbf{f}_m - \mathbf{f}_s\|^2 dt} \quad (3.44)$$

donde  $\mathbf{x}_m$ ,  $\dot{\mathbf{x}}_m$  y  $\mathbf{f}_m$  corresponden a la posición, velocidad y fuerza para el manipulador maestro, respectivamente.  $\mathbf{x}_s$ ,  $\dot{\mathbf{x}}_s$  y  $\mathbf{f}_s$  representan la posición, velocidad y fuerza para el robot esclavo, respectivamente. Mientras que  $t_f$  es el tiempo de simulación o la duración de la prueba.

### 3.5.1 Resultados de Simulación con Retardo de Tiempo Fijo

En esta primera etapa de simulación se compara solamente el desempeño de los esquemas presentados en las figuras 3.8 y 3.10, debido a que los resultados obtenidos con el esquema de la figura 3.9 no presentan una diferencia significativa con respecto al desempeño del esquema de la figura 3.8. Los resultados presentados en esta sección consideran un retardo  $T=100$  milisegundos y que es igual en ambos sentidos, maestro-esclavo y esclavo-maestro. Se tiene entonces un retardo total  $2T$  del flujo de ida y vuelta de información.

En primer lugar, se realizó la tarea de interacción con la pared haciendo uso del esquema de la figura 3.10, que incluye control dinámico de impedancia. Los resultados de simulación

de la tarea de teleoperación son presentados en las figuras 3.12 - 3.13. En la figura 3.12, se presenta el movimiento de los manipuladores maestro y esclavo en términos de las trayectorias y velocidades del efector final. La trayectoria del maestro es seguida adecuadamente por el efector final del esclavo hasta que éste encuentra la pared y le impone una trayectoria vertical en  $x = 0.4$  m. Durante la interacción con la pared, las fuerzas de contacto son reguladas por la sintonía de los parámetros de impedancia, los cuales fueron seleccionados como:  $\mathbf{K}_d = \text{diag}\{[200 \ 200]\}$  N/m,  $\mathbf{B}_d = \text{diag}\{[20 \ 20]\}$  Ns/m y  $\mathbf{M}_d = \text{diag}\{[1 \ 1]\}$  kg.

Tabla 3.1: Ganancias del controlador de impedancia.

Parámetro	Valor	Unidades
$\mathbf{K}_p$	$\text{diag}\{[60 \ 60]\}$	N/m
$\mathbf{K}_v$	$\text{diag}\{[30 \ 30]\}$	Ns/m

Las ganancias sintonizadas para el controlador de impedancia (1.54) son listadas en la tabla 3.1.  $\mathbf{K}_p$  fue seleccionada para obtener un seguimiento adecuado durante toda la tarea, mientras que  $\mathbf{K}_v$  fue elegida para garantizar un comportamiento amortiguado.

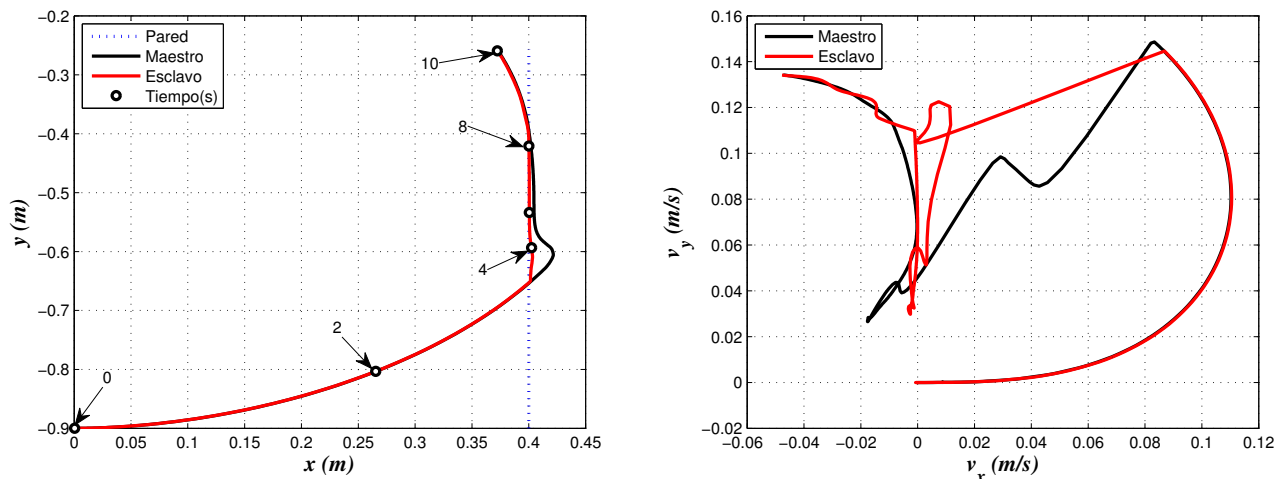


Figura 3.12: Trayectorias y velocidades de los manipuladores, respectivamente, obtenidas mediante el uso de control dinámico de impedancia en un teleoperador con retardo  $T=100$  ms.

Por otra parte, en la figura 3.13 se muestran las fuerzas de control aplicadas a los manipuladores maestro y esclavo, respectivamente. En esta figura puede apreciarse un adecuado seguimiento de fuerza especialmente cuando la interacción ocurre. Por lo tanto es posible concluir que el teleoperador bilateral posee una adecuada retroalimentación de fuerza y el operador puede sentir de manera remota la interacción entre el manipulador esclavo y el entorno.

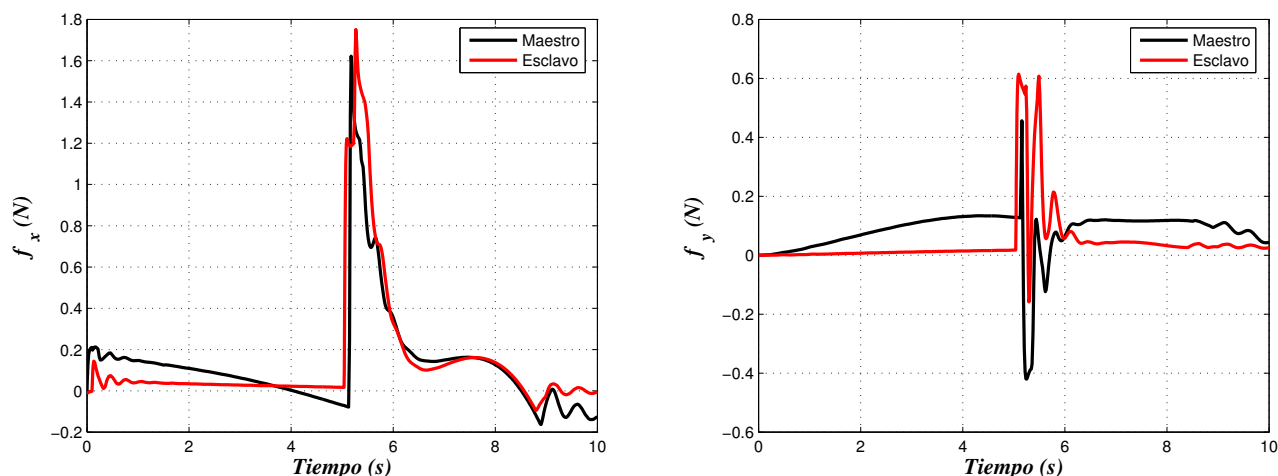


Figura 3.13: Fuerzas de control aplicadas a los manipuladores, obtenidas mediante el uso de control dinámico de impedancia en un teleoperador con retardo  $T=100$  ms.

Con la finalidad de comparar los resultados obtenidos con el desempeño de otro esquema, se simuló el teleoperador bilateral (figura 3.8) propuesto por Niemeyer y Slotine en [55]. Como se describió anteriormente, este esquema de teleoperación incluye variables de onda y un controlador PD.

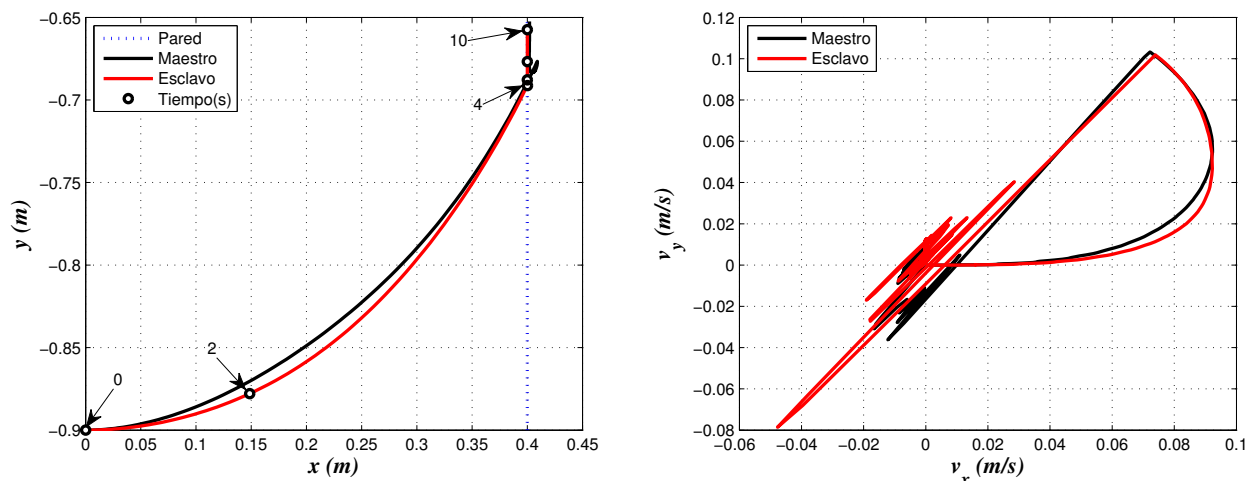


Figura 3.14: Trayectorias y velocidades de los manipuladores, respectivamente, obtenidas mediante el uso de control PD en un teleoperador con retardo  $T=100$  ms.

Los resultados del uso de este esquema en la tarea de teleoperación son presentados en las figuras 3.14 - 3.15. En la figura 3.14, se muestra el movimiento de ambos manipuladores en términos de las trayectorias y velocidades del efector final. En esta figura se observa un pobre seguimiento tanto de posición como de velocidad, en comparación con los resultados presentados en la figura 3.12. Mientras que el sobretiro generado por la interacción produce un comportamiento oscilatorio, por lo tanto el movimiento del efector final en contacto con

la superficie no es adecuado, además el avance del efector final sobre la superficie se vuelve lento, decrementando la movilidad del robot.

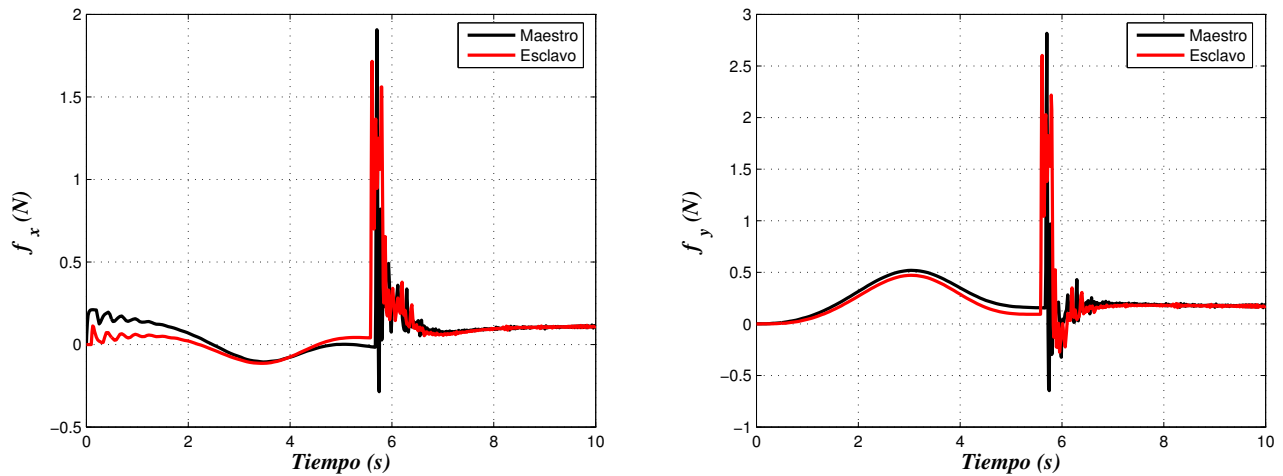


Figura 3.15: Fuerzas de control aplicadas a los manipuladores, obtenidas mediante el uso de control PD en un teleoperador con retardo  $T=100$  ms.

Por otra parte, en la figura 3.15 se presentan las fuerzas de control aplicadas a los manipuladores. En esta figura se aprecia un seguimiento de fuerza adecuado especialmente cuando no existe interacción. En esta figura, también puede observarse el comportamiento oscilatorio generado por la interacción.

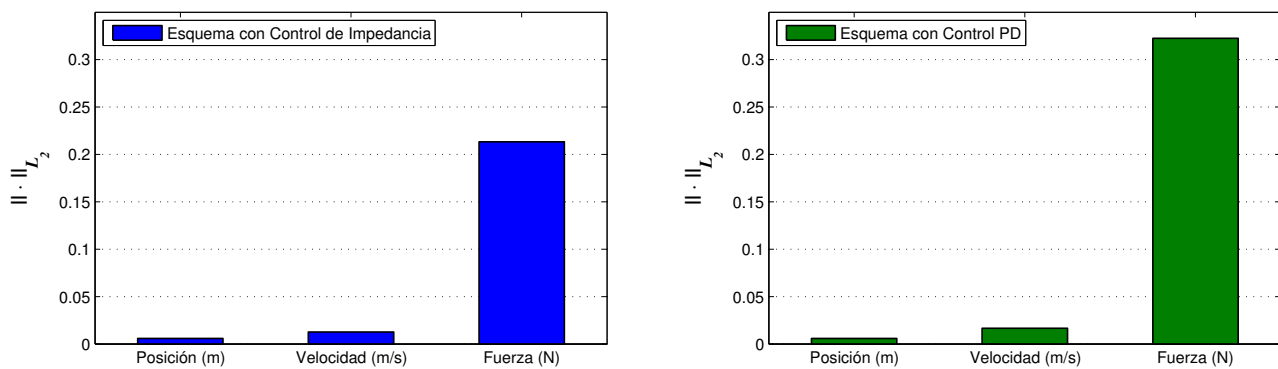


Figura 3.16: Índices de desempeño con base en la norma  $\mathcal{L}_2$  de los errores de posición, velocidad y fuerza, respectivamente.

Las normas  $\mathcal{L}_2$  de los errores de posición, velocidad y fuerza, dadas por las ecuaciones (3.42), (3.43) y (3.44), respectivamente, fueron calculadas con la finalidad de obtener un análisis comparativo del desempeño de los dos esquemas de teleoperación simulados. Los resultados obtenidos son presentados en la figura 3.16. Las normas obtenidas para el esquema basado en control de impedancia fueron:



$$\begin{aligned}\|\mathbf{x}_m - \mathbf{x}_s\|_{\mathcal{L}_2} &= 0.0058 \text{ [m]} \\ \|\dot{\mathbf{x}}_m - \dot{\mathbf{x}}_s\|_{\mathcal{L}_2} &= 0.0127 \text{ [m/s]} \\ \|\mathbf{f}_m - \mathbf{f}_s\|_{\mathcal{L}_2} &= 0.2133 \text{ [N]},\end{aligned}$$

mientras que para el esquema basado en control PD

$$\begin{aligned}\|\mathbf{x}_m - \mathbf{x}_s\|_{\mathcal{L}_2} &= 0.0059 \text{ [m]} \\ \|\dot{\mathbf{x}}_m - \dot{\mathbf{x}}_s\|_{\mathcal{L}_2} &= 0.0166 \text{ [m/s]} \\ \|\mathbf{f}_m - \mathbf{f}_s\|_{\mathcal{L}_2} &= 0.3226 \text{ [N]}.\end{aligned}$$

Entonces, los resultados cuantitativos muestran un mejor desempeño del esquema basado en control de impedancia, al obtenerse normas de error más pequeñas. Por lo tanto, se verifican las ventajas cualitativas de este esquema descritas anteriormente al analizar las gráficas del comportamiento de ambos esquemas, donde se aprecian mejoras en el seguimiento de trayectorias y la transparencia del sistema.

### 3.5.2 Resultados de Simulación con Retardo de Tiempo Variable

Los resultados de simulación presentados anteriormente fueron obtenidos bajo la consideración de que el retardo de tiempo, presente en el canal de comunicación, es constante e igual en ambas direcciones (maestro-esclavo y esclavo-maestro). Dicha consideración es importante desde el punto de vista teórico para garantizar que la transformación de variables de onda (3.3)-(3.4) genera un sistema pasivo (3.10) ante la presencia de retardos de tiempo.

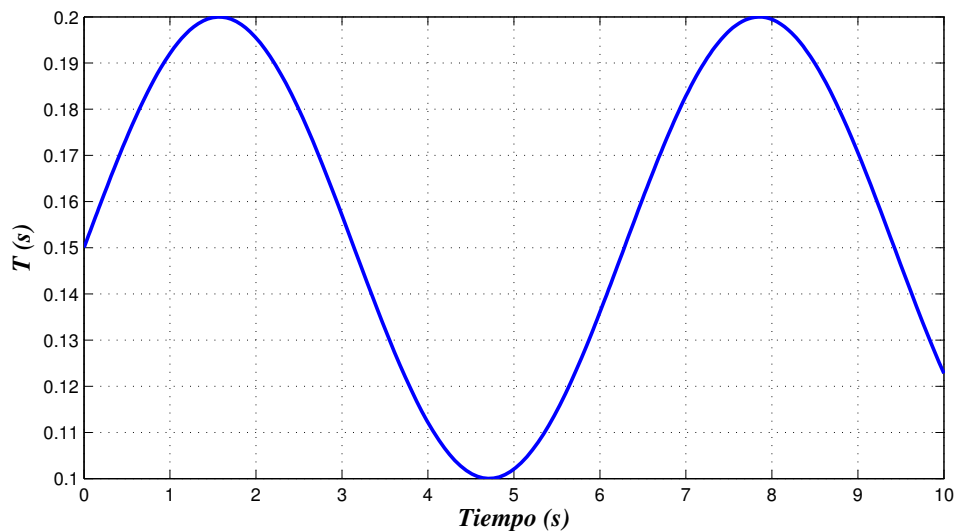


Figura 3.17: Retardo de tiempo variable  $T(t)$  de 100 a 200 milisegundos, considerando un comportamiento sinusoidal.

Con la finalidad de analizar el comportamiento del esquema de teleoperación bilateral propuesto (figura 3.10) ante la presencia de retardos de tiempo variables, se realizaron las mismas simulaciones anteriores pero ahora considerando un retardo que oscila entre 100 y 200 milisegundos y es igual en ambas direcciones del flujo de información. La oscilación del retardo de tiempo fue generado de forma sinusoidal (ver figura 3.17), considerando que el retardo varía a una frecuencia de 1 rad/s.

Los resultados obtenidos son presentados en las figuras 3.18-3.20. En la figura 3.18 se presentan las trayectorias seguidas por ambos manipuladores y puede observarse que el comportamiento es muy similar al presentado con anterioridad en la figura 3.12.

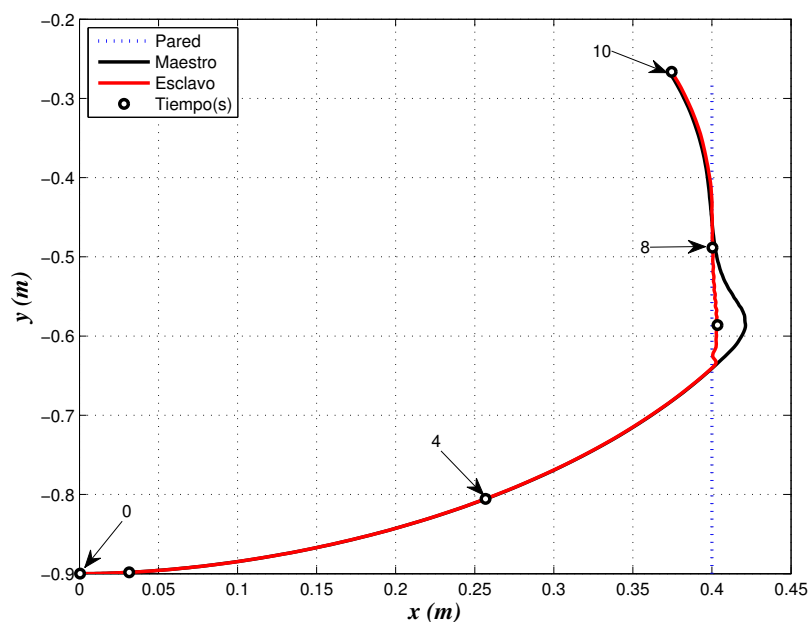


Figura 3.18: Trayectorias de los manipuladores maestro y esclavo, respectivamente, obtenidas mediante el uso de control dinámico de impedancia en un teleoperador con retardo  $T=100-200$  ms.

Por otra parte, en la figura 3.19, se muestran las componentes de velocidad de ambos robots manipuladores y se puede apreciar un correcto seguimiento tanto en la dirección de  $x$  como en la dirección de  $y$ . Durante los primeros instantes de interacción, se aprecia que el seguimiento de velocidad no es adecuado, sin embargo, posteriormente dicho comportamiento es corregido por el controlador debido a que sólo es una fase transitoria ocasionada por la fuerza de impacto generada por el primer contacto entre manipulador esclavo y su entorno.

Finalmente, en la figura 3.20 se muestran las fuerzas de control aplicadas a los manipuladores maestro y esclavo, respectivamente. En esta figura puede apreciarse un adecuado seguimiento de fuerza y un comportamiento muy similar al presentado en la figura 3.13.

De los resultados obtenidos, se puede observar que el sistema de teleoperación propuesto funciona adecuadamente incluso ante retardos de tiempo variables. Sin embargo, existe una cierta degradación en el seguimiento de velocidad y fuerza.

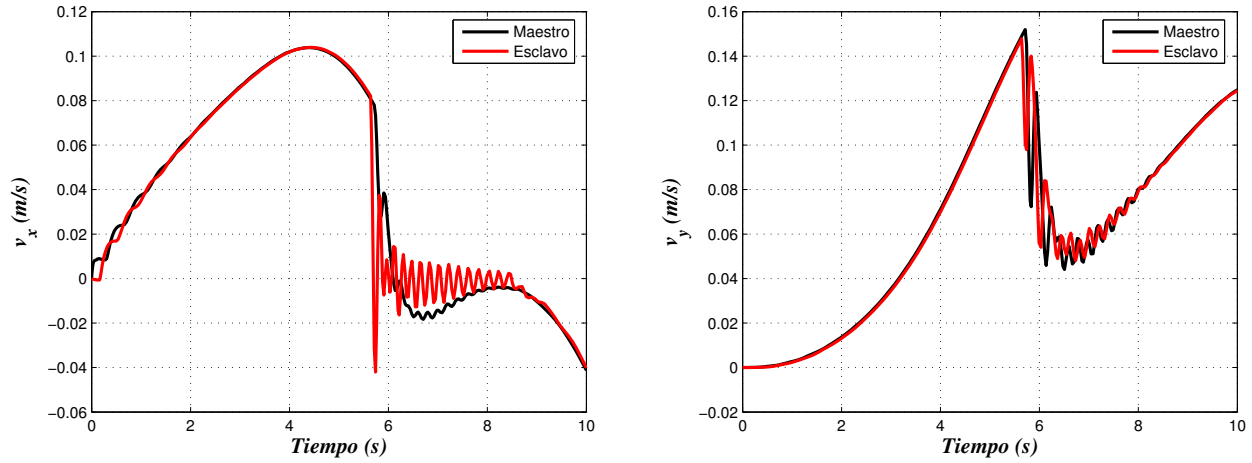


Figura 3.19: Componentes de velocidad en las direcciones  $x$  y  $y$ , respectivamente, obtenidas mediante el uso de control dinámico de impedancia en un teleoperador con retardo  $T=100-200$  ms.

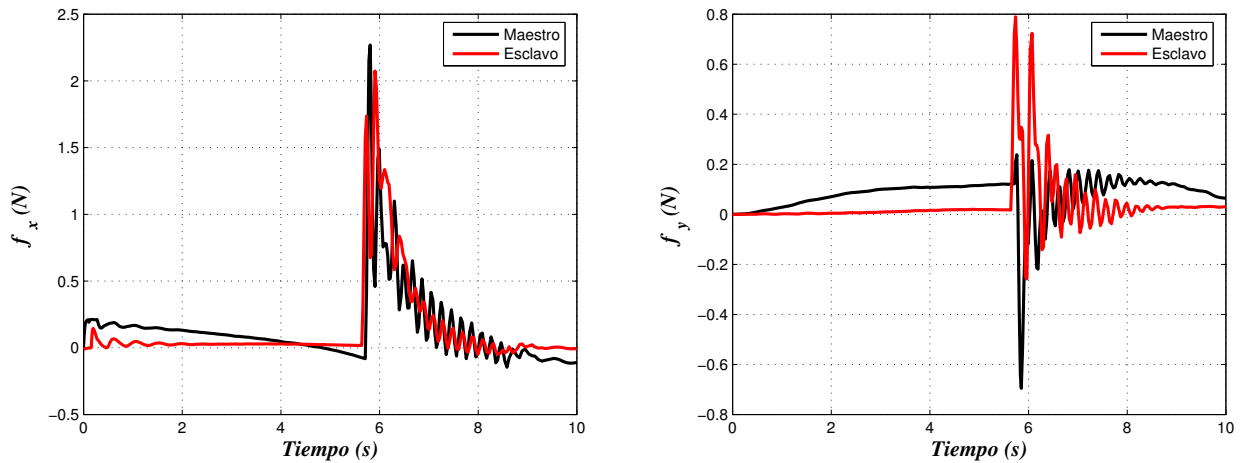


Figura 3.20: Fuerzas de control aplicadas a los manipuladores, obtenidas mediante el uso de control dinámico de impedancia en un teleoperador con retardo  $T=100-200$  ms.

En lo que respecta al análisis cuantitativo del comportamiento del teleoperador, las normas  $\mathcal{L}_2$  de los errores de posición, velocidad y fuerza obtenidas fueron:

$$\begin{aligned} \|\mathbf{x}_m - \mathbf{x}_s\|_{\mathcal{L}_2} &= 0.0068 \text{ [m]} \\ \|\dot{\mathbf{x}}_m - \dot{\mathbf{x}}_s\|_{\mathcal{L}_2} &= 0.0169 \text{ [m/s]} \\ \|\mathbf{f}_m - \mathbf{f}_s\|_{\mathcal{L}_2} &= 0.3279 \text{ [N]}. \end{aligned}$$

Por lo tanto, se verifica la existencia de una degradación en el seguimiento de velocidad y fuerza, principalmente.

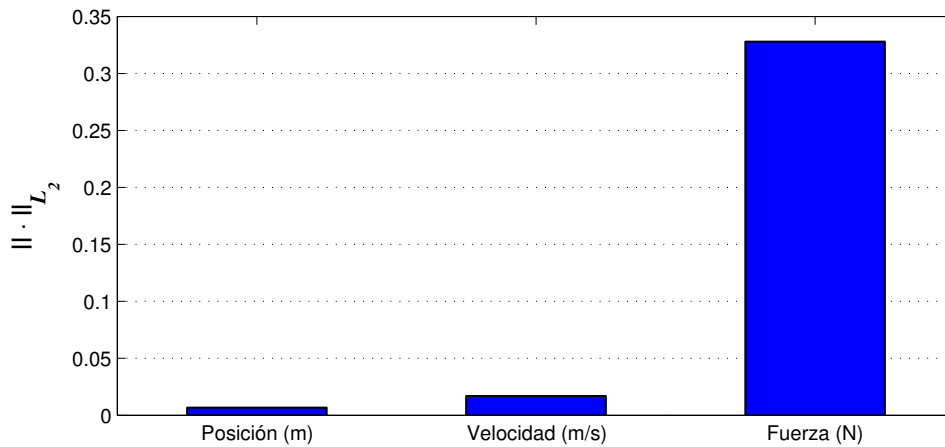


Figura 3.21: Índices de desempeño con base en la norma  $\mathcal{L}_2$  de los errores de posición, velocidad y fuerza, respectivamente, para un retardo variable  $T=100-200$  ms.

### 3.5.3 Resultados de Simulación de una Interacción Humano-Robot

Para analizar el comportamiento de los tres esquemas de teleoperación bilateral ante la presencia de retardos de tiempo variables, en esta sección se presentan los resultados de simulación correspondientes a una tarea teleoperada de interacción entre un operador, que actúa como maestro, y un usuario, que actúa como esclavo en un lugar remoto. Ambos interactúan con un robot manipulador, en este caso el MIT-MANUS del Apéndice E.

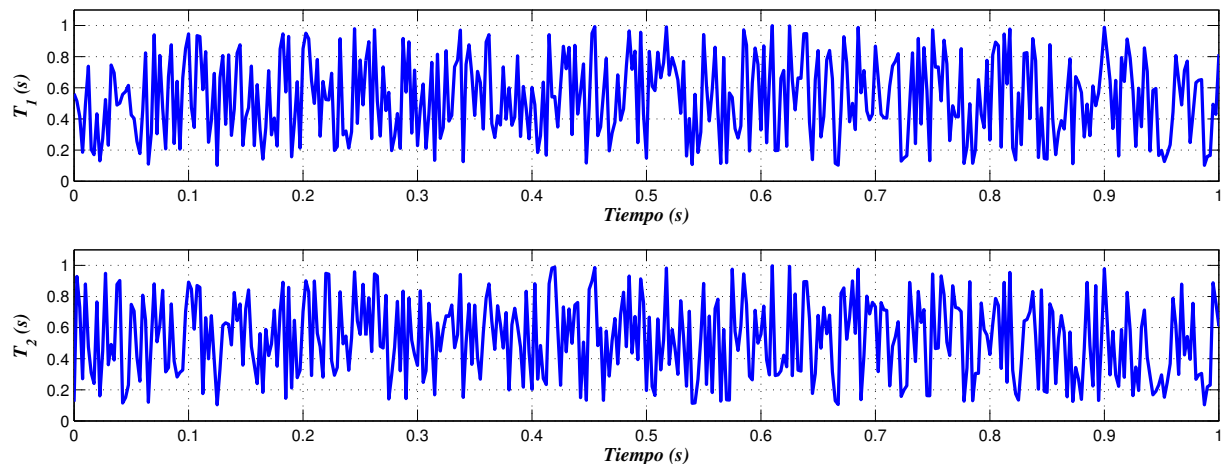


Figura 3.22: Retardo de tiempo variable  $T(t)$  de 0.1 a 1.0 segundos, considerando un comportamiento aleatorio con base en una distribución uniforme.

Debido a que, cuando el retardo de tiempo se incrementa, el correcto desempeño del sistema de teleoperación se ve comprometido. En la simulación de los tres esquemas se consideran dos retardos variables  $T_1 \neq T_2$  que oscilan entre 0.1-1.0 segundos con un comportamiento de tipo aleatorio de acuerdo con una distribución uniforme (ver figura 3.22), con la finalidad de analizar el desempeño de estos esquemas.

Los resultados de simulación corresponden al seguimiento de posición, velocidad y fuerza, considerando el menor error posible y un alto grado de transparencia entre el operador y el entorno. La tarea se divide en dos fases: la primera corresponde al movimiento pasivo, es decir sin la existencia de una fuerza aplicada por el usuario, mientras que la segunda fase es un movimiento activo con la aplicación de fuerza por parte del usuario.

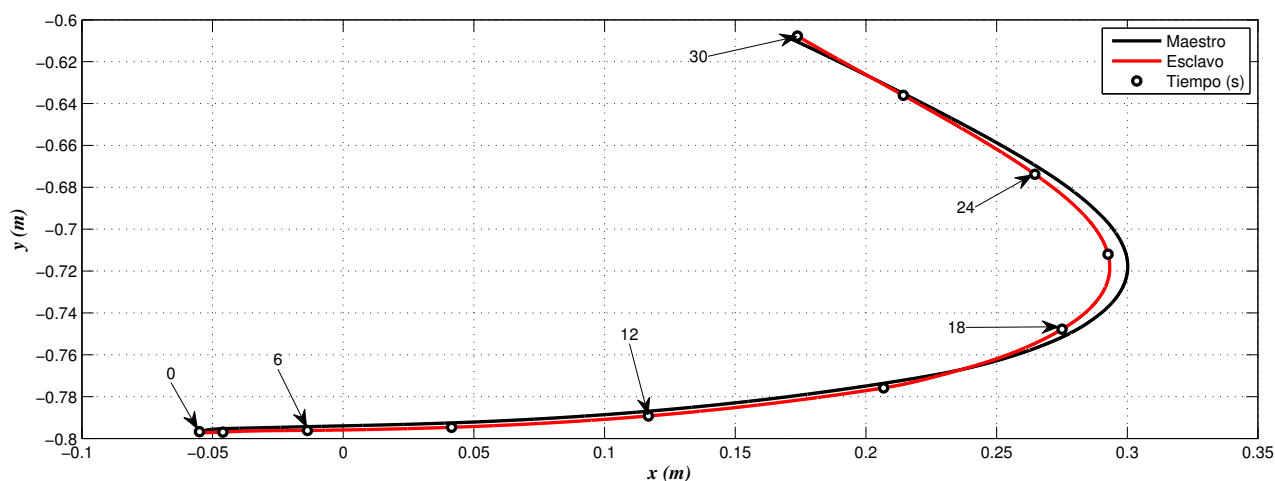


Figura 3.23: Trayectorias de los manipuladores maestro y esclavo, respectivamente, obtenidas de la implementación del esquema de teleoperación basado en variables de onda y control PD.

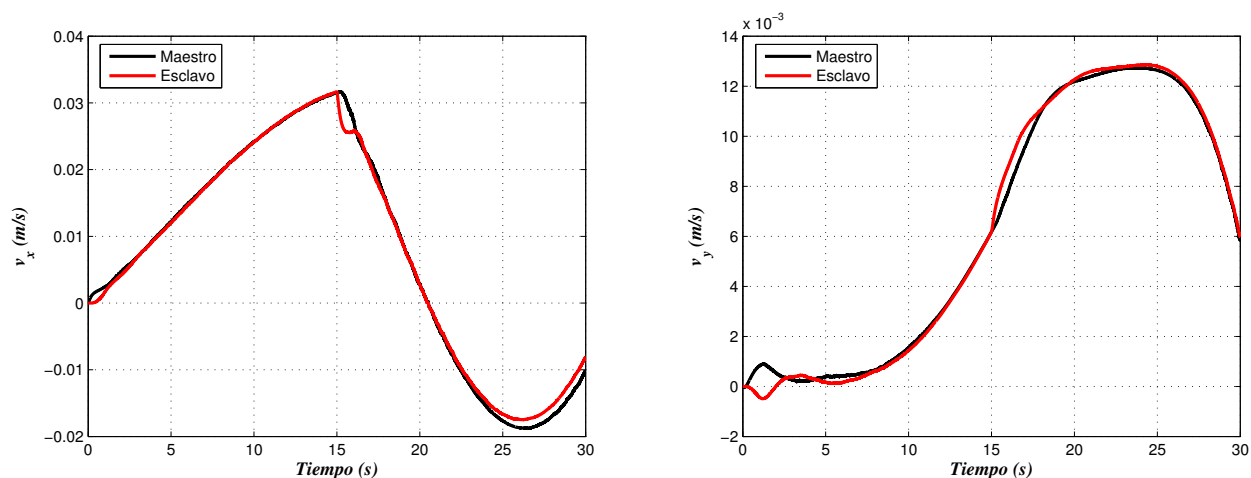


Figura 3.24: Velocidades de los manipuladores maestro y esclavo, respectivamente, obtenidas de la implementación del esquema de teleoperación basado en variables de onda y control PD.

En las figuras 3.23-3.25 se presentan los resultados correspondientes al esquema basado en variables de onda y control PD. En la figura 3.23 se puede apreciar el seguimiento de trayectoria en ambas fases de la tarea, la trayectoria de izquierda a derecha corresponde a la fase de movimiento pasivo y el sentido de derecha a izquierda corresponde al movimiento activo. Se aprecia un error en el seguimiento de trayectoria casi constante a pesar de la

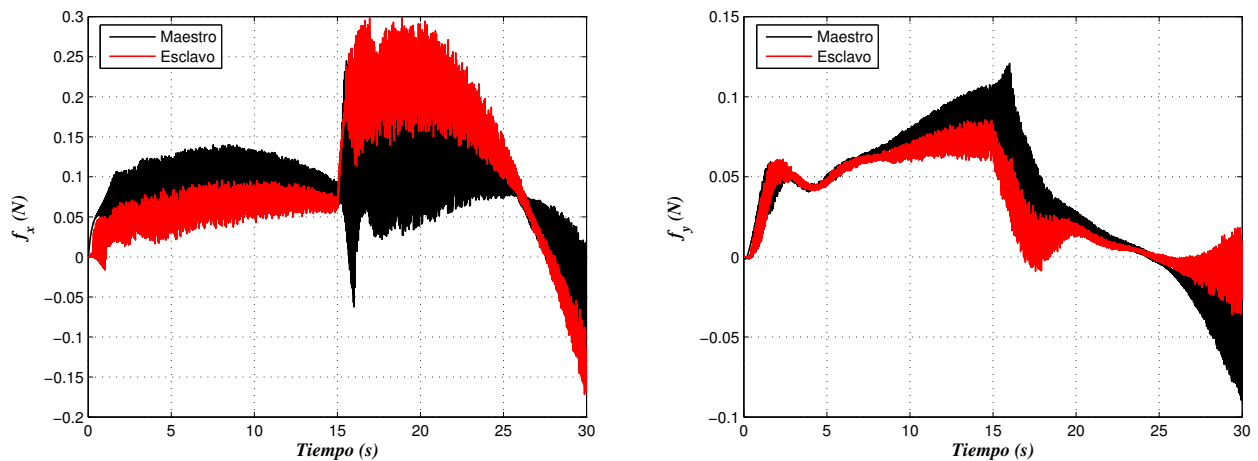


Figura 3.25: Fuerzas aplicadas a los manipuladores maestro y esclavo, respectivamente, obtenidas de la implementación del esquema de teleoperación basado en variables de onda y control PD.

variabilidad del retardo. Por otra parte, en las figuras 3.24 y 3.25 se muestra el seguimiento de velocidad y fuerza, respectivamente, y se verifica que el sistema permanece estable a pesar del retardo de tiempo variable. Sin embargo, se aprecia que la fuerza de control se vuelve muy ruidosa.

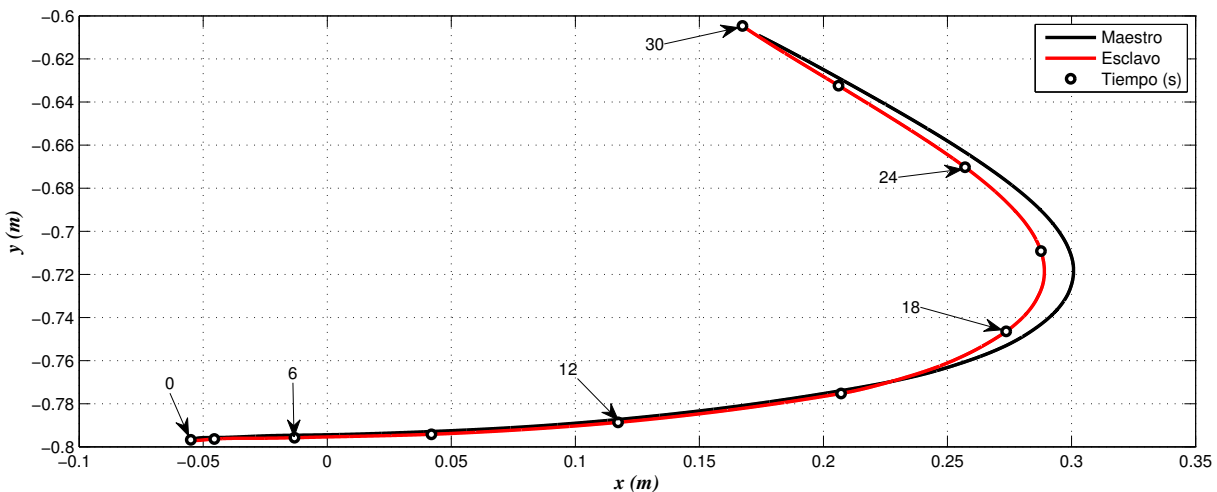


Figura 3.26: Trayectorias de los manipuladores maestro y esclavo, respectivamente, obtenidas de la implementación del esquema de teleoperación basado en integrales de onda y control cinemático de impedancia.

En la figuras 3.26-3.28 se presentan los resultados del esquema de teleoperación que hace uso del control cinemático de impedancia. A partir de estos resultados se puede apreciar que existe una mejora en el seguimiento durante la fase de movimiento pasivo, sin embargo, durante la fase de movimiento activo existe un incremento en el error de seguimiento.

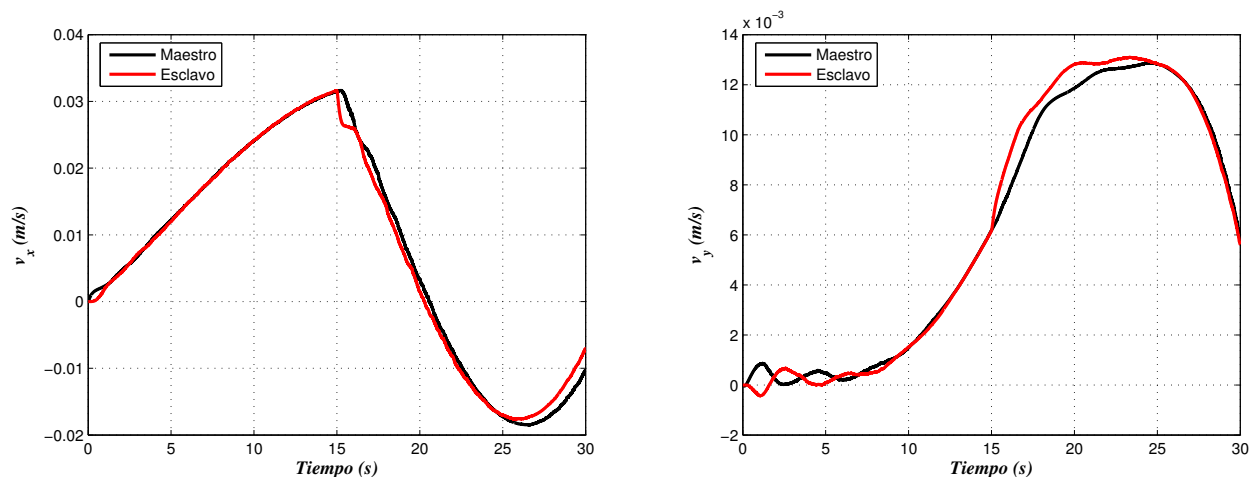


Figura 3.27: Velocidades de los manipuladores maestro y esclavo, respectivamente, obtenidas de la implementación del esquema de teleoperación basado en integrales de onda y control cinemático de impedancia.

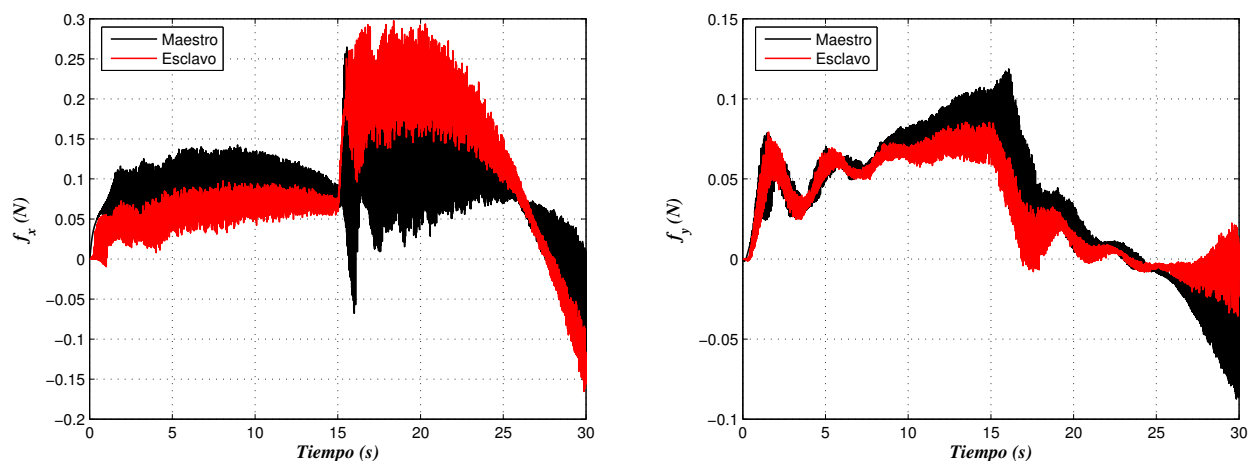


Figura 3.28: Fuerzas aplicadas a los manipuladores maestro y esclavo, respectivamente, obtenidas de la implementación del esquema de teleoperación basado en integrales de onda y control cinemático de impedancia.

Finalmente, en la figuras 3.29-3.31 se presentan los resultados del esquema de teleoperación que hace uso del control dinámico de impedancia. De los resultados obtenidos se puede concluir que el uso de este esquema permite obtener el mejor seguimiento durante ambas fases de movimiento, incrementando el rango de movilidad de ambos manipuladores. Mientras que las fuerzas de control obtenidas muestran un mayor nivel de transparencia del sistema.

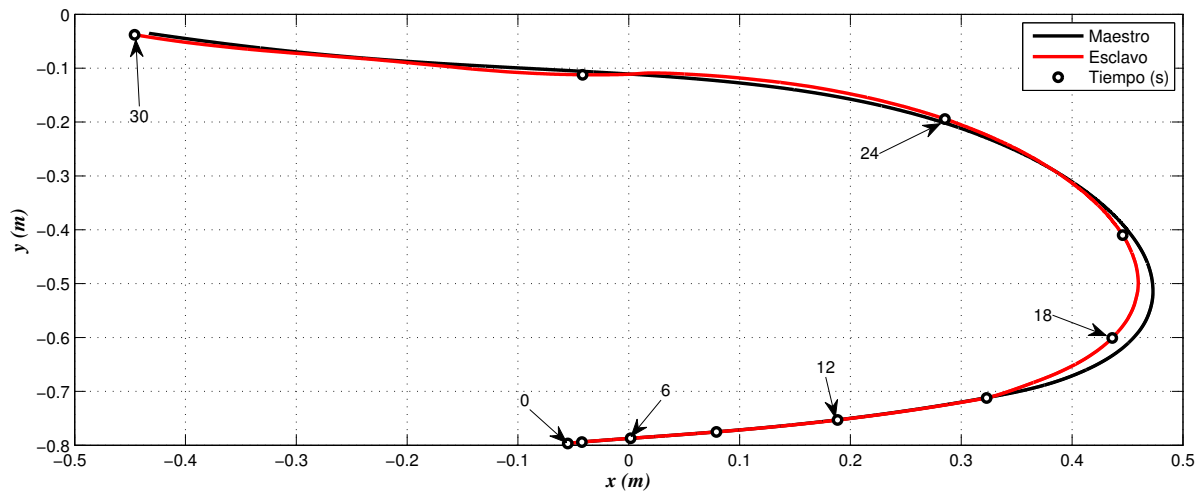


Figura 3.29: Trayectorias de los manipuladores maestro y esclavo, respectivamente, obtenidas de la implementación del esquema de teleoperación basado en integrales de onda y control dinámico de impedancia.

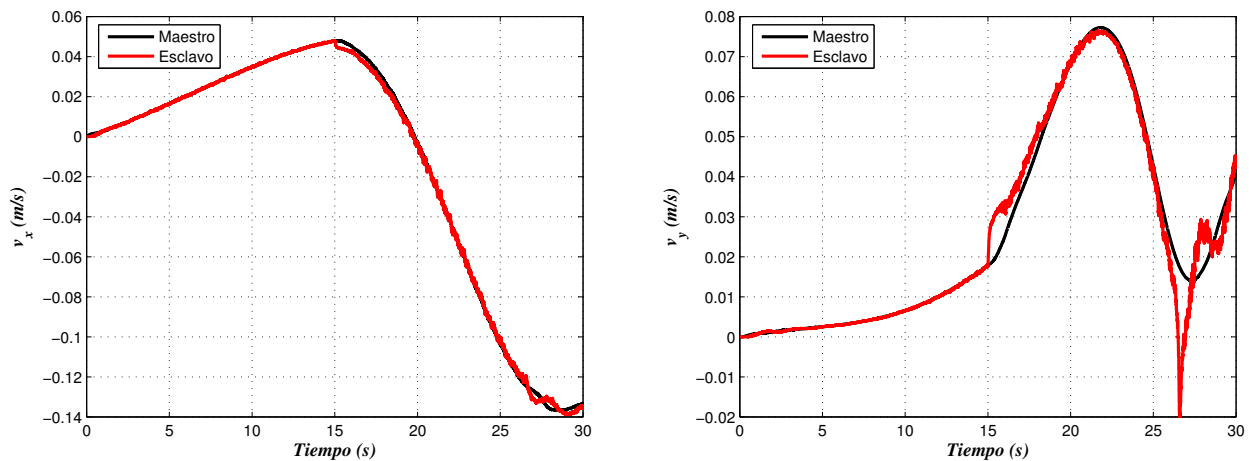


Figura 3.30: Velocidades de los manipuladores maestro y esclavo, respectivamente, obtenidas de la implementación del esquema de teleoperación basado en integrales de onda y control dinámico de impedancia.

Las normas  $\mathcal{L}_2$  de los errores de posición, velocidad y fuerza, dadas por las ecuaciones (3.42), (3.43) y (3.44), respectivamente, fueron calculadas con la finalidad de obtener un análisis comparativo del desempeño de los tres esquemas de teleoperación simulados. Los resultados obtenidos son presentados en la figura 3.32. Las normas obtenidas para el esquema basado en control PD fueron:



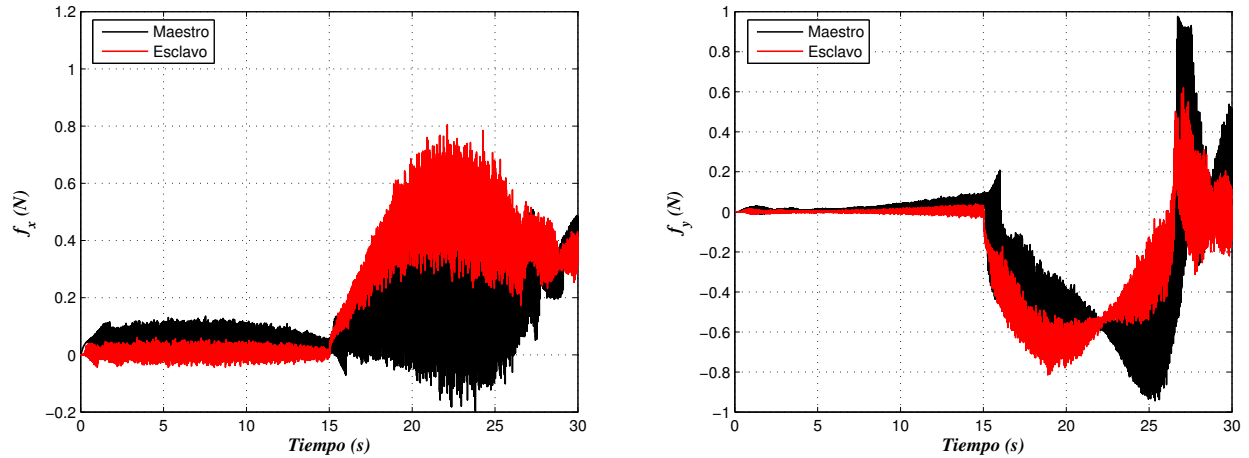


Figura 3.31: Fuerzas aplicadas a los manipuladores maestro y esclavo, respectivamente, obtenidas de la implementación del esquema de teleoperación basado en integrales de onda y control dinámico de impedancia.

$$\begin{aligned} \|\mathbf{x}_m - \mathbf{x}_s\|_{\mathcal{L}_2} &= 0.0044 \text{ [m]} \\ \|\dot{\mathbf{x}}_m - \dot{\mathbf{x}}_s\|_{\mathcal{L}_2} &= 0.0011 \text{ [m/s]} \\ \|\mathbf{f}_m - \mathbf{f}_s\|_{\mathcal{L}_2} &= 0.0709 \text{ [N]}, \end{aligned}$$

mientras que para el esquema basado en control cinemático de impedancia

$$\begin{aligned} \|\mathbf{x}_m - \mathbf{x}_s\|_{\mathcal{L}_2} &= 0.0087 \text{ [m]} \\ \|\dot{\mathbf{x}}_m - \dot{\mathbf{x}}_s\|_{\mathcal{L}_2} &= 0.0014 \text{ [m/s]} \\ \|\mathbf{f}_m - \mathbf{f}_s\|_{\mathcal{L}_2} &= 0.0731 \text{ [N]}, \end{aligned}$$

Finalmente, para el esquema basado en control dinámico de impedancia

$$\begin{aligned} \|\mathbf{x}_m - \mathbf{x}_s\|_{\mathcal{L}_2} &= 0.0033 \text{ [m]} \\ \|\dot{\mathbf{x}}_m - \dot{\mathbf{x}}_s\|_{\mathcal{L}_2} &= 0.0012 \text{ [m/s]} \\ \|\mathbf{f}_m - \mathbf{f}_s\|_{\mathcal{L}_2} &= 0.0738 \text{ [N]}, \end{aligned}$$

Entonces, los resultados cuantitativos muestran un mejor desempeño del esquema basado en control dinámico de impedancia, al obtenerse normas de error más pequeñas. Por lo tanto, se verifican las ventajas cualitativas de este esquema descritas anteriormente al analizar las gráficas del comportamiento de los tres esquemas, donde se aprecian mejoras en el seguimiento de trayectorias.

El ruido presente en las señales de fuerza de las figuras 3.25, 3.28 y 3.31, se atribuye a la alta frecuencia en la variabilidad del retardo (ver figura 3.22), y en la práctica podría generar problemas en los actuadores. Sin embargo, la variabilidad del retardo en un escenario más realista no presenta un comportamiento tan extremo, tal y como puede observarse en la figura 3.2.

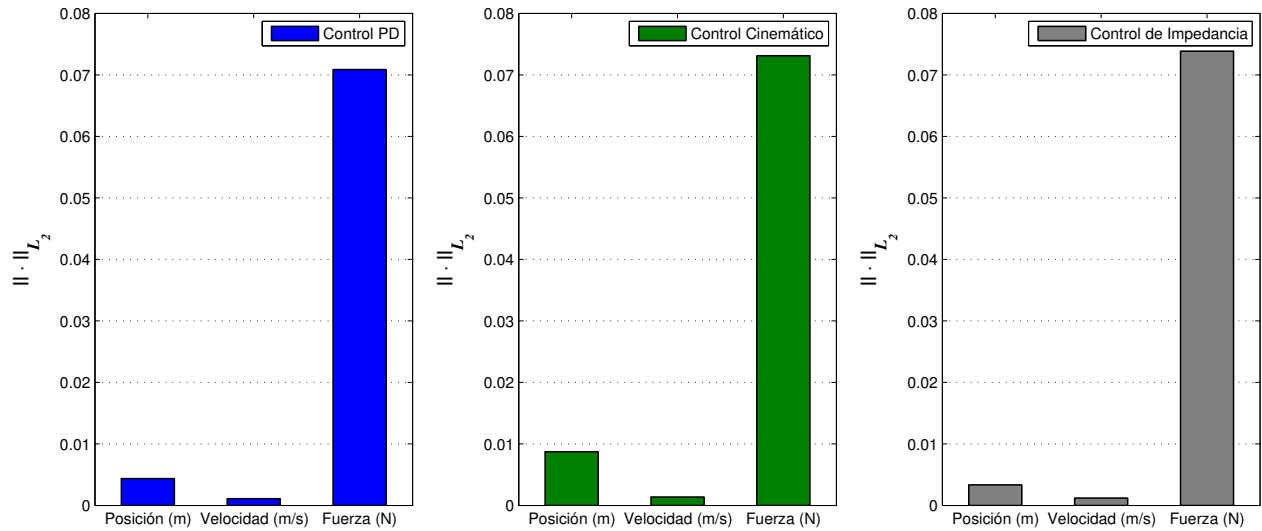


Figura 3.32: Índices de desempeño con base en la norma  $\mathcal{L}_2$  de los errores de posición, velocidad y fuerza, respectivamente, para un retardo variable  $T=0.1-1.0$  seg.

## 3.6 Implementación Experimental

Con el objetivo de validar el desarrollo teórico presentado en este capítulo y para verificar los resultados obtenidos en simulación, en esta sección se presenta la implementación experimental de una tarea teleoperación que incluye la interacción del manipulador esclavo con el entorno. Las pruebas experimentales fueron realizadas en el Laboratorio de Robótica de la Benemérita Universidad Autónoma de Puebla.

De la fase de simulación anterior, se obtuvo como resultado principal que el uso de control de impedancia dinámico mejora significativamente el desempeño de un teleoperador bilateral en tareas de interacción. Además, la inclusión de las integrales de onda en la transformación de variables de onda permite alcanzar un mejor seguimiento de las trayectorias. Por estas razones, los resultados experimentales que se presentan a continuación corresponden a la implementación práctica del esquema de teleoperación basado en control dinámico de impedancia.



Figura 3.33: Plataforma experimental para teleoperación bilateral. Laboratorio de Robótica, Facultad de Ciencias de la Electrónica, Benemérita Universidad Autónoma de Puebla.

### 3.6.1 Plataforma Experimental

La plataforma experimental (figura 3.33) consiste de dos robots manipuladores que se comunican por medio de sockets dentro de una red local TCP/IP. El manipulador maestro es nuevamente el dispositivo háptico PHANTOM Omni (Apéndice D), y para su operación fue desarrollada una aplicación basada en hilos de control (threads) en Visual C++ y corre a un periodo de muestreo de 1.0 milisegundos en una computadora Pentium-IV a 3.6 GHz.



Figura 3.34: Diagrama de bloques del sistema de teleoperación bilateral.

Por otra parte, el manipulador de transmisión directa (Apéndice B) fue utilizado como manipulador esclavo, incluyendo el sensor de fuerza/par ATI Gamma como efector final. Para la interacción fue empleada nuevamente la pared de unigel utilizada previamente.

### 3.6.2 Resultados Experimentales con Retardo Máximo de 15 ms

Las trayectorias y velocidades de ambos manipuladores son presentadas en las figuras 3.35 y 3.36, respectivamente. En ambas puede apreciarse un adecuado seguimiento tanto de posición como de velocidad durante la fase de movimiento en espacio libre y posteriormente la regulación de fuerzas en la fase de interacción, por lo que ambos manipuladores respetan la nueva trayectoria impuesta por la pared. Durante la interacción con la pared, las fuerzas de contacto son reguladas por los parámetros de impedancia, los cuales fueron seleccionados como:  $\mathbf{K}_d = \text{diag}\{[10 \ 10]\}$  N/m,  $\mathbf{B}_d = \text{diag}\{[50 \ 50]\}$  Ns/m y  $\mathbf{M}_d = \text{diag}\{[5 \ 5]\}$  kg. Por lo tanto, se verifica que la tarea de interacción descrita con anterioridad es llevada a cabo correctamente. Las ganancias sintonizadas para el controlador (1.54) fueron seleccionadas como se muestra en la tabla 3.2.

Tabla 3.2: Ganancias del controlador de impedancia.

Parámetro	Valor	Unidades
$\mathbf{K}_p$	$\text{diag}\{[100 \ 100]\}$	N/m
$\mathbf{K}_v$	$\text{diag}\{[10 \ 10]\}$	Ns/m

Como puede apreciarse en los resultados obtenidos, el desempeño del manipulador esclavo en la realización de la tarea es adecuado, esto nos indica que la retroalimentación de fuerza hacia el maestro permite al operador conocer el comportamiento dinámico del esclavo durante el desarrollo de la tarea y le brinda la capacidad de sentir el entorno en forma remota.

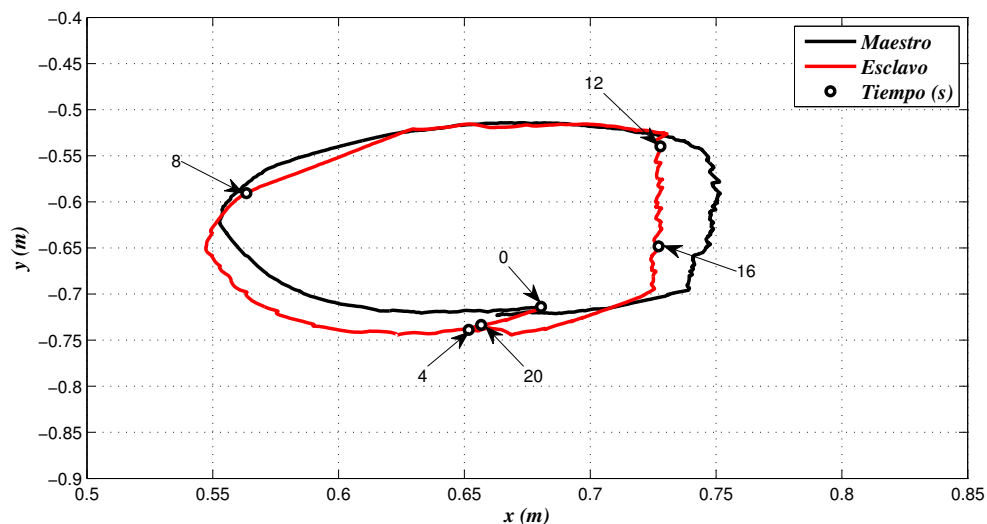


Figura 3.35: Trayectorias de los manipuladores maestro y esclavo, respectivamente.

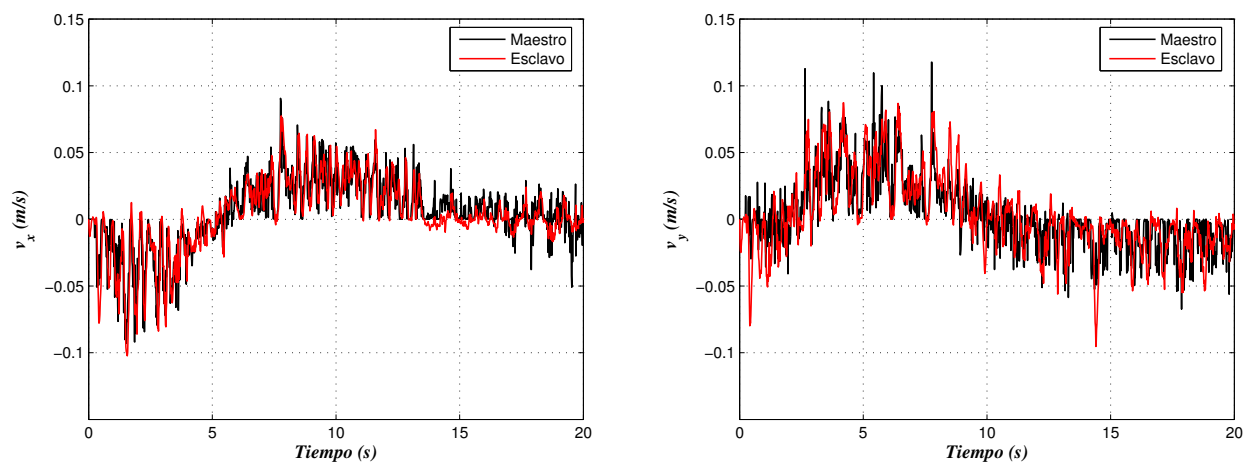


Figura 3.36: Componentes de velocidad en las direcciones  $x$  y  $y$ , respectivamente.

Por otra parte, en la figura 3.37 se muestran las fuerzas de control aplicadas tanto al manipulador maestro como al esclavo. En las gráficas puede observarse el correcto seguimiento de la fuerza, con lo que puede concluirse que el sistema de teleoperación presenta una retroalimentación adecuada de la fuerza y la interacción con el entorno es percibida por el operador en el manipulador maestro.

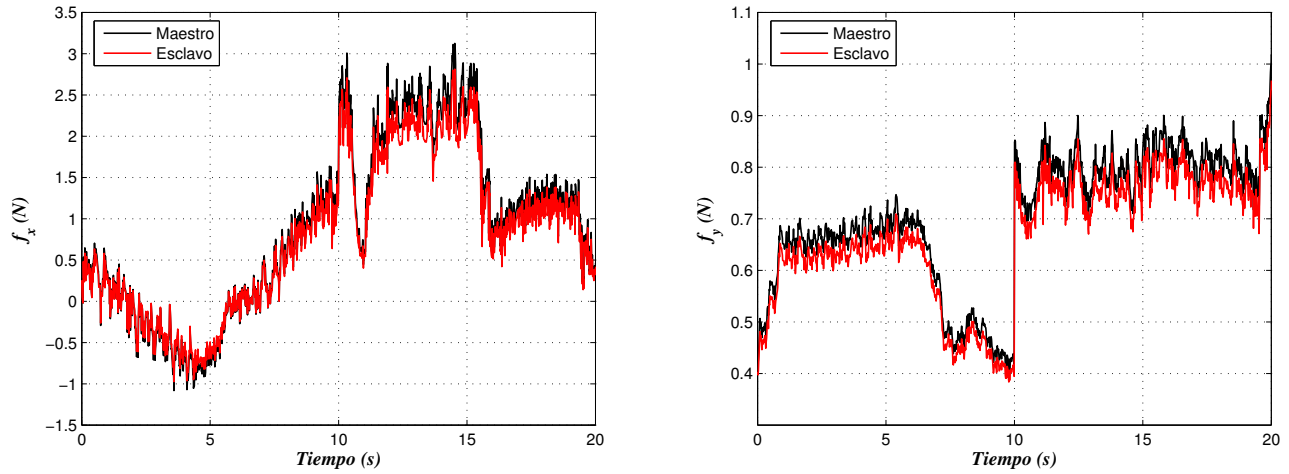


Figura 3.37: Fuerzas aplicadas en las direcciones  $x$  y  $y$ , respectivamente.

En lo que respecta al análisis cuantitativo del comportamiento del teleoperador, las normas  $\mathcal{L}_2$  de los errores de posición, velocidad y fuerza obtenidas fueron:

$$\begin{aligned} \|\mathbf{x}_m - \mathbf{x}_s\|_{\mathcal{L}_2} &= 0.0181 \text{ [m]} \\ \|\dot{\mathbf{x}}_m - \dot{\mathbf{x}}_s\|_{\mathcal{L}_2} &= 0.0212 \text{ [m/s]} \\ \|\mathbf{f}_m - \mathbf{f}_s\|_{\mathcal{L}_2} &= 0.0606 \text{ [N]}. \end{aligned}$$

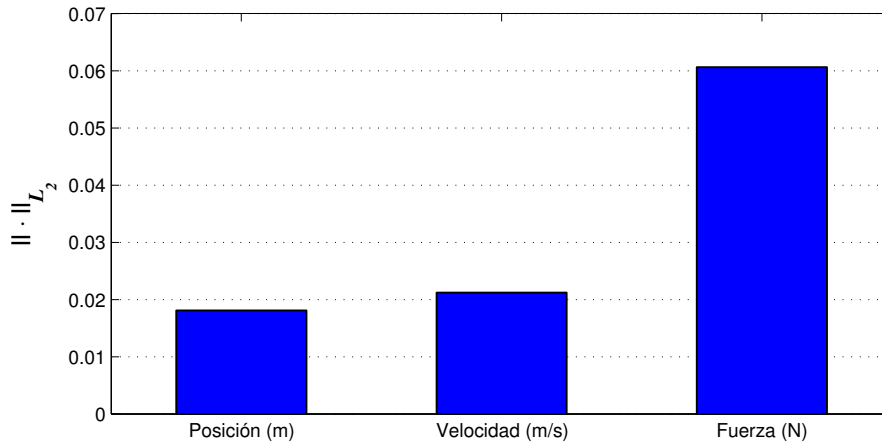


Figura 3.38: Índices de desempeño con base en la norma  $\mathcal{L}_2$  de los errores de posición, velocidad y fuerza, respectivamente.

En los resultados presentados puede apreciarse que un retardo variable con un máximo de 15 milisegundos no es significativo para ocasionar inestabilidad en el sistema, por lo tanto no fue necesario implementar la transformación de variables de onda. A continuación se presentan resultados considerando retardos de tiempo significativos y así validar el funcionamiento de las variables de onda.

### 3.6.3 Resultados Experimentales con Retardo Máximo de 150 ms

Los resultados experimentales del teleoperador bilateral, considerando un retardo variable con un máximo de 150 milisegundos, son presentados en las figuras 3.39 - 3.41. La tarea de teleoperación experimental fue similar a la presentada previamente en simulación, donde el robot esclavo interactúa con una pared. La pared de poliestireno fue colocada aproximadamente en  $x_e=0.82$  m.

Tabla 3.3: Ganancias del controlador de impedancia.

Parámetro	Valor	Unidades
$K_p$	$\text{diag}\{[80 \ 80]\}$	N/m
$K_v$	$\text{diag}\{[6 \ 6]\}$	Ns/m

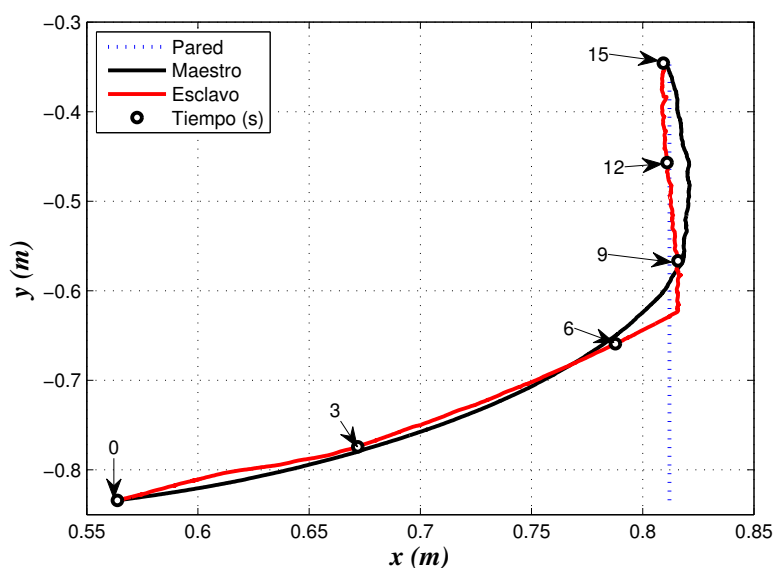


Figura 3.39: Trayectorias de los manipuladores maestro y esclavo, respectivamente.

En la figura 3.39, se presenta el movimiento de los manipuladores en términos de las trayectorias generadas por su respectivo efector final. La trayectoria determinada por el manipulador maestro es seguida correctamente por el efector final del robot esclavo hasta encontrar la pared y seguir entonces la trayectoria vertical impuesta por la pared en  $x = 0.82$  m. Durante la interacción, las fuerzas de contacto son reguladas por los parámetros de impedancia, los cuales fueron seleccionados como:  $K_d = \text{diag}\{[10 \ 10]\}$  N/m,  $B_d = \text{diag}\{[20 \ 20]\}$  Ns/m y  $M_d = \text{diag}\{[1 \ 1]\}$  kg.

Las ganancias sintonizadas para el controlador de impedancia (1.54) están listadas en la tabla 3.3.  $K_p$  fue seleccionada con la finalidad de obtener un adecuado seguimiento de

trayectoria en ambas fases de la tarea, mientras que  $\mathbf{K}_v$  se eligió para lograr un movimiento amortiguado.

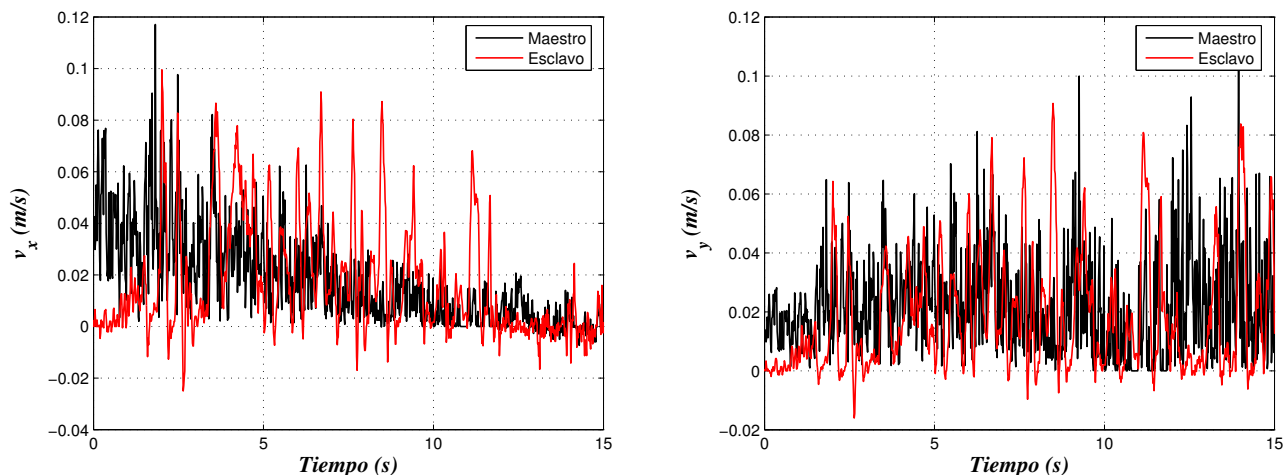


Figura 3.40: Componentes de velocidad en las direcciones  $x$  y  $y$ , respectivamente.

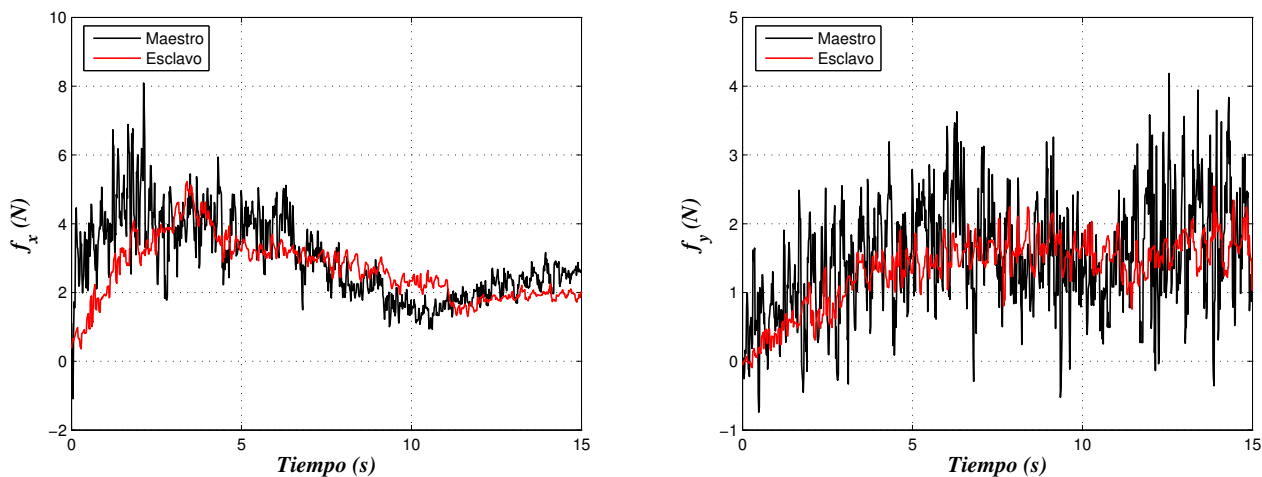


Figura 3.41: Fuerzas aplicadas en las direcciones  $x$  y  $y$ , respectivamente.

Las componentes de velocidad en las direcciones  $x$  y  $y$  son presentadas en la figura 3.40. En ella puede observarse que ambos manipuladores tienen un comportamiento promedio muy similar. Cabe mencionar que las velocidades de los manipuladores son obtenidas mediante diferenciación numérica, esto explica el aspecto ruidoso de las señales obtenidas. Finalmente, en la figura 3.41 se muestran las fuerzas control aplicadas a los manipuladores maestro y esclavo, respectivamente. De forma similar a los resultados obtenidos en simulación, se aprecia un adecuado seguimiento de fuerza especialmente durante la fase de interacción, por lo tanto se puede verificar que el teleoperador bilateral presenta un seguimiento adecuado de la fuerza aplicada.



El análisis cuantitativo del comportamiento del teleoperador se realizó calculando nuevamente las normas  $\mathcal{L}_2$  de los errores de posición, velocidad y fuerza. De acuerdo con los resultados presentados en la figura 3.42, las normas obtenidas fueron

$$\begin{aligned}\|\mathbf{x}_m - \mathbf{x}_s\|_{\mathcal{L}_2} &= 0.0192 \text{ [m]} \\ \|\dot{\mathbf{x}}_m - \dot{\mathbf{x}}_s\|_{\mathcal{L}_2} &= 0.0437 \text{ [m/s]} \\ \|\mathbf{f}_m - \mathbf{f}_s\|_{\mathcal{L}_2} &= 1.0817 \text{ [N]}.\end{aligned}$$

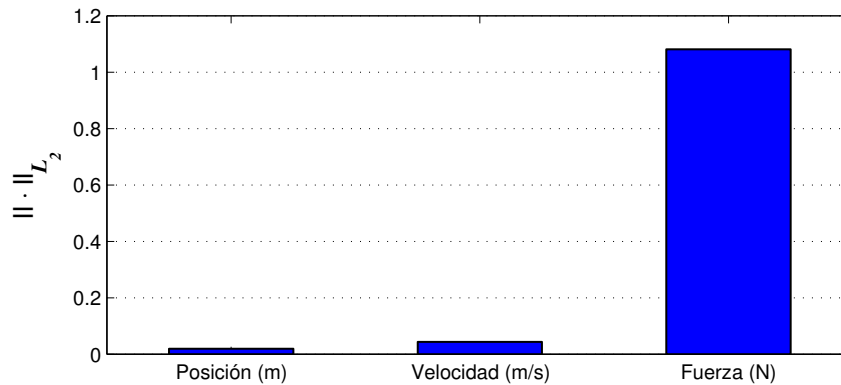


Figura 3.42: Índices de desempeño con base en la norma  $\mathcal{L}_2$  de los errores de posición, velocidad y fuerza, respectivamente.

Los resultados obtenidos en esta fase experimental tienen un comportamiento muy similar a los presentados en la simulación considerando retardos de tiempo variables. Así se puede concluir que la inclusión de control dinámico de impedancia en un teleoperador bilateral, basado en la formulación de variables de onda, representa una mejora significativa para el desarrollo de tareas que involucran interacción con el entorno.

### 3.7 Conclusiones Preliminares

En este capítulo, un nuevo esquema de teleoperación bilateral para tareas de interacción fue presentado. Este esquema hace uso del controlador dinámico de impedancia presentado previamente, con la finalidad de regular la interacción entre el manipulador esclavo y el entorno. Además el teleoperador bilateral incluye la transformación de variables de onda logrando con esto evitar la inestabilidad producida por la presencia de retardos de tiempo en el canal de comunicación.

Es importante resaltar que el uso del controlador de impedancia permite llevar al manipulador esclavo a un punto de equilibrio asintóticamente estable, como fue demostrado previamente haciendo uso del método directo de Lyapunov. Se garantiza entonces la estabilidad del manipulador durante la ejecución de una tarea de interacción.

El funcionamiento del teleoperador bilateral propuesto fue probado mediante diversas simulaciones por computadora y los resultados fueron verificados posteriormente en una adecuada plataforma experimental con una arquitectura de control abierta. De acuerdo con los resultados obtenidos se pudo corroborar la habilidad del esquema propuesto para realizar adecuadamente tareas de interacción. Además, en los resultados puede apreciarse un mejor desempeño del teleoperador propuesto en este trabajo en comparación con el esquema propuesto por Niemeyer y Slotine.

Las pruebas experimentales se enfocaron a una tarea de interacción entre el robot manipulador y una pared de poliestireno. A partir de los resultados obtenidos se puede concluir que la formulación de variables de onda permite garantizar un comportamiento estable del sistema de teleoperación ante cualquier retardo de tiempo. Sin embargo, existe una degradación en el desempeño del sistema conforme el retardo de tiempo se hace más grande. El uso de control de impedancia permite alcanzar una mejora significativa en el desempeño del teleoperador a pesar de la presencia de retardos de tiempo significativamente grandes. Por lo tanto, se puede establecer que se tiene desarrollado y en funcionamiento el sistema de teleoperación para su aplicación en tareas que involucran interacción.

## Capítulo 4

# Rehabilitación Asistida por Robots

La medicina representa una área de gran aplicación de los sistemas de control debido a la interacción, que en la actualidad ocurre, entre sistemas robóticos y el ser humano. Como todos los sistemas robóticos, los robots médicos asocian fundamentalmente información para acción física que permita el mejoramiento significativo de la habilidad humana para desempeñar tareas importantes, como en el caso de intervenciones quirúrgicas, rehabilitación o simplemente ayudar a gente discapacitada en las tareas de la vida diaria. Al igual que los robots para manufactura, los robots médicos y la cirugía integrada por computadora proveen ventajas si son aceptados y utilizados ampliamente. En primer lugar, y quizás lo más obvio, es la habilidad de los sistemas integrados por computadora para mejorar significativamente la capacidad técnica del cirujano, así como realizar procedimientos más precisos, rápidos o menos invasivos. Por otra parte, este tipo de sistemas promueven la seguridad quirúrgica mediante un desempeño técnico mejorado de procedimientos difíciles, un monitoreo en línea y una asistencia activa para prevenir que las herramientas de los robots se aproximen peligrosamente a estructuras anatómicas delicadas [68].

De igual modo, los sistemas robóticos para rehabilitación o para asistencia en la vida diaria deben ofrecer ventajas para que puedan ser adoptados. Esto se logra principalmente explotando las capacidades complementarias de los seres humanos (con la discapacidad) y de los robots para cumplir tareas que de otra manera no podrían ser viables. Algunos beneficios pueden incluir desempeño más eficiente o consistente de ejercicios después de una lesión o cirugía, restauración parcial de funciones a través de prótesis “inteligentes” y ayuda cooperativa para la población de edad avanzada. La interacción inherente a este tipo de aplicaciones médicas hace necesario el uso de esquemas de control de fuerza o impedancia que permiten garantizar un comportamiento dinámico adecuado del sistema, así como la estabilidad necesaria para realizar procedimientos con alto grado de seguridad, sobre todo para el ser humano.

La rehabilitación física de los pacientes con parálisis de un lado del cuerpo (hemiparesia espástica) es un desafío muy complejo. La parálisis puede estar provocada por varias causas, entre ellas la hemorragia cerebral o infarto (apoplejía), traumas, tumores, esclerosis múltiple y defectos congénitos.

El objetivo principal de este capítulo consiste en presentar un panorama general sobre la robótica para rehabilitación y la implementación del control de impedancia en terapias de rehabilitación a distancia. La organización de este capítulo está dada de la siguiente manera: la sección 4.1 describe el concepto de enfermedad vascular cerebral y la problemática generada por la ocurrencia de dichos accidentes. La sección 4.2 trata sobre la rehabilitación neurológica como una solución al problema de parálisis en pacientes que han sufrido un evento de enfermedad vascular cerebral. En la sección 4.3 se analiza la importancia del uso de robots en rehabilitación. La sección 4.4 presenta un panorama de los principales sistemas de telerehabilitación de la actualidad, un sistema de telerehabilitación propuesto y algunos resultados de simulación para validar el esquema propuesto, haciendo uso del modelo dinámico del robot MIT-MANUS. Finalmente la sección 4.5 contiene las conclusiones del presente capítulo.

## 4.1 Enfermedad Vascular Cerebral

Un evento de enfermedad vascular cerebral (EVC), ictus, infarto cerebral o apoplejía ocurre cuando el suministro de sangre a una parte del cerebro se interrumpe repentinamente por la presencia de un coágulo o cuando un vaso sanguíneo en el cerebro se rompe, derramando sangre en los espacios que rodean a las células cerebrales. El evento de EVC es un episodio neurológico agudo, con afectación de las funciones del sistema nervioso central. Tiene como consecuencia la suspensión, generalmente brusca, de algunas funciones cerebrales, tales como pérdida de la conciencia, del movimiento o del habla.



Figura 4.1: Enfermedad vascular cerebral ([www.ipao.com.mx/evc.htm](http://www.ipao.com.mx/evc.htm), 2011).

Las EVC's son la tercera causa de muerte en los países industrializados [69]. En México ocupa el sexto lugar. En los Estados Unidos de Norteamérica ocurren anualmente aproximadamente 700,000 episodios de EVC's [70]. En México existen 250,000 casos al año y alrededor del 40% fallecen. En aquellos pacientes que sobreviven, se presenta incapacidad física, pérdida de la productividad, trastornos psicológicos importantes, y todo esto representa una serie de consecuencias sociales, económicas y familiares que implican un gasto muy importante en cualquier país. Se calcula que el gasto anual provocado por el diagnóstico,

manejo y rehabilitación de los pacientes con EVC, es de aproximadamente 30 billones de dólares [71].

## 4.2 Rehabilitación Neurológica

Con el fin de sobreponerse a la incapacidad causada por los citados eventos, la terapia física tradicional puede ayudar a los pacientes a disminuir el daño [72]. Esta terapia tradicional representa una contribución importante al incremento de costos asociados al sistema de salud, que en los Estados Unidos sobrepasó el 16.6% del producto interno bruto (PIB) en el año 2007 [70]. Esto contrasta con el 3% del total del PIB que México gasta en el sistema de salud pública [73].



Figura 4.2: Terapia física tradicional y terapia asistida por robots (www.jneuroengrehab.com, 2011).

La terapia generalmente involucra la interacción personal con el terapeuta que asiste y motiva a los pacientes a través de un cierto número de ejercicios repetitivos. Esta naturaleza repetitiva de la terapia la hace especialmente adecuada para ser administrada por robots diseñados para este propósito. Los robots industriales pueden realizar muchos movimientos tridimensionales. Son precisos, potentes, obedientes y pueden ejecutar muchas de las tareas repetitivas que hasta ahora han tenido que hacer los fisioterapeutas. La idea de utilizar robots para ayudar a los fisioterapeutas en el tratamiento de miembros lesionados es atractiva.

Los pacientes apopléticos responden positivamente al movimiento pasivo de sus miembros dañados: es posible reejercitar el cerebro y lograr un cierto grado de recuperación funcional. En el caso de los miembros superiores, el movimiento pasivo implica la intervención de un fisioterapeuta que agarra el codo y la muñeca del paciente y flexiona repetidamente el brazo durante 40-45 minutos. Para conseguir una rehabilitación eficaz se debe hacer este ejercicio pasivo dos veces al día durante un período mínimo de un mes, seguido de varios meses de ejercicio activo, en combinación con el trabajo activo del fisioterapeuta. A menudo no son posibles estos niveles de atención, pero incluso si los pacientes tienen fácil acceso a fisioterapeutas bien formados, los tratamientos se podrían mejorar con la ayuda de robots. Es preciso subrayar que usualmente, en las aplicaciones terapéuticas mediante robots, al fisioterapeuta se le suele pedir una supervisión del tratamiento, y que en general debe haber una buena aceptación y participación del paciente para este tipo de terapia.

### 4.3 Robótica para Rehabilitación

Entender las estrategias adoptadas por el sistema nervioso central en el control de movimiento es uno de los problemas fundamentales de la neurofisiología. El desarrollo de extremidades artificiales para rehabilitación de personas con discapacidades funcionales, requiere del conocimiento de cómo el humano controla normalmente sus movimientos y cómo esto puede ser implementado en una prótesis o una ortesis [9]. Un objetivo futuro es, por lo tanto, definir algunas pautas en el diseño de los robots para rehabilitación, diseño que en ocasiones nace más de especificaciones que tienen que ver con la ingeniería y no con la comprensión real de los mecanismos de recuperación motriz y funcional, que se ponen en acción durante la ejecución de los ejercicios de rehabilitación asistida por robots.



Figura 4.3: Robot MIT-MANUS para rehabilitación neurológica ([web.mit.edu/newsoffice/2000/manus-0607.html](http://web.mit.edu/newsoffice/2000/manus-0607.html), 2011).

En 1991, un robot llamado MIT-MANUS (llamado así por el enfoque terapéutico y el lema del MIT “mens et manus”, es decir, mente y mano) fue introducido como una base de prueba para el estudio del potencial de usar robots para ayudar y medir la rehabilitación neurológica de las funciones motoras [74]. Este prototipo es un dispositivo planar con dos grados de libertad, que permite los movimientos pasivos y activos asistidos de las articulaciones del hombro y del codo, mientras que el paciente sigue en una pantalla las trayectorias que debe cumplir. En particular en [74], se presentan evidencias de que:

1. La terapia asistida por robots no tiene efectos adversos.
2. Los pacientes toleran el procedimiento.
3. La manipulación de las extremidades afectadas influye en la recuperación a nivel cerebral.

Al comparar los resultados experimentales obtenidos mediante robototerapia con el tratamiento fisioterapéutico tradicional se observa, en general, un aumento de la fuerza muscular de las extremidades superiores con paresia, una reducción del déficit motor y una mejora de la funcionalidad de las extremidades superiores tratadas. Se han demostrado mejores resultados motores y funcionales, tanto a corto como a largo plazo. Es un hecho que la manipulación manual de una extremidad incapacitada de una víctima de apoplejía ayuda en la

recuperación del uso de esa extremidad [75]-[77]. Existen diversos trabajos de investigación que han permitido corroborar y mejorar los excelentes resultados que ha generado el uso de robots en rehabilitación neurológica, aún en el caso de pacientes crónicos [78]-[82].

Debido a los buenos resultados obtenidos en la rehabilitación asistida por robots, diversos grupos de investigación han presentado nuevos y mejorados diseños de sistemas robóticos para este fin, buscando con ello mejorar aspectos como un bajo costo, facilidad de uso, seguridad, capacidad, portabilidad, etc. [82]-[85]. Otra característica muy importante es que el sistema robótico logre estimular a los pacientes, con la finalidad de que no sea visto como un ejercicio fastidioso, aburrido o rutinario; para ello se ha buscado mejorar las interfaces para hacerlas atractivas, incluyendo juegos o dinámicas que permitan una evolución más placentera para el paciente [86]. La tendencia en la utilización de estos sistemas es la tele-rehabilitación, para brindar mayores facilidades tanto al paciente como a los terapeutas [46].

El control de los sistemas robóticos, que asisten durante una sesión de terapia, es de gran importancia para cumplir con su objetivo principal. Debido a esto, diversas estrategias de control han sido desarrolladas para manejar dispositivos robóticos para terapia. Entre las categorías de las estrategias más importantes se pueden mencionar: las de asistencia, las basadas en retos o desafíos, las de simulación háptica y las de entrenamiento. La gran mayoría de los trabajos se han concentrado en las estrategias de asistencia y entre las técnicas más representativas se tienen a los controladores de impedancia, de contrapeso, basados en señales EMG (electromiográficas) y adaptivos [87]. Los controladores de asistencia ayudan a los participantes a mover sus extremidades afectadas con base en los patrones deseados para agarrar, alcanzar o caminar, una estrategia similar a los ejercicios de asistencia activa realizados por los terapeutas de rehabilitación. Los primeros controladores de asistencia propuestos fueron controladores de posición proporcionales con retroalimentación [74]-[75]. Los controladores más recientes han utilizado formas más sofisticadas de la impedancia mecánica que la simple rigidez, incluyendo por ejemplo, campos de fuerza viscosa [79][88], la creación de objetos virtuales que ayudan a lograr el movimiento deseado [89] o la creación de límites mecánicos definibles por el usuario para movimientos complejos [90].

El control de impedancia ha servido como una base muy importante para el desarrollo de estrategias de interacción humano-robot. En [9], Hogan presenta el desarrollo del control de impedancia como un enfoque general y unificado para el control de la manipulación. El enfoque propuesto abarca e incluye el simple posicionamiento o las tareas de transporte desempeñadas por robots y/o prótesis, extendiendo su capacidad a su aplicación en tareas que involucran interacciones estáticas o dinámicas entre el manipulador y su entorno. Considerando el potencial que brinda el control de impedancia en tareas de manipulación que involucran la interacción del robot con su entorno, la rehabilitación neurológica surge como una de sus principales áreas de aplicación. El control de la relación entre fuerza y posición en ortesis robóticas ha mostrado la eficiencia del control de impedancia [91]-[95]. Para garantizar el adecuado funcionamiento del sistema de control, se han realizado análisis de estabilidad y desempeño tanto de los algoritmos de control como de los sistemas robóticos [96].

Una terapia asistida por robots consiste en mover el efector final del robot de acuerdo con una serie de metas definidas en una interfaz gráfica de usuario (típicamente a través juegos de video). Si durante el desarrollo de la terapia el paciente hemipléxico no pudiera desempeñar la tarea en respuesta a los estímulos visuales, el robot es capaz de asistir y guiar al paciente para completar el ejercicio requerido por la terapia. En el caso particular del robot MIT-MANUS, los juegos fueron diseñados para evaluar la recuperación de pacientes con problemas motores en extremidades superiores y con la finalidad de documentar y caracterizar la recuperación de EVC en todas sus fases [74]. Los juegos incluyen dibujar círculos, estrellas, cuadrados, diamantes y navegar a través de ventanas. Algunos juegos requieren predominantemente movimiento del hombro, mientras otros requieren predominantemente movimiento del codo o adicionalmente la coordinación de ambos, hombro y codo. En el caso de estudio presentado en [74], el procedimiento terapéutico tuvo una duración de siete semanas y consistió en un ejercicio diario de la extremidad normal seguido de tres paquetes de 20 repeticiones de ejercicio diario con la extremidad afectada (guiada por el robot). Cada paquete fue precedido y seguido por un ejercicio activo (guiado por el paciente) o manual (guiado por un terapeuta). Por lo tanto, el programa de terapia fue de 25 sesiones con 1500 repeticiones de un juego, 100 repeticiones no asistidas y tres sesiones de evaluación.

Con la finalidad de medir el grado de avance de la recuperación de un paciente sometido a terapias de rehabilitación, se utilizan escalas como la Fugl-Meyer [97], que establece de una manera un tanto subjetiva el grado de recuperación. Un procedimiento estándar de evaluación ampliamente aceptado incluye: la medida de independencia funcional (FIM, por sus siglas en inglés) y la escala Fugl-Meyer (F-M) [97]. La FIM es una escala adecuada para medir competencia en la realización de tareas funcionales, tales como vestirse. Sin embargo, su puntuación no depende solamente del control motor, sino también de factores intangibles tales como la personalidad del paciente, estado de depresión y actitud dependiente. Por otra parte, Fugl-Meyer es una escala que mide discapacidad motora.

Los procedimientos estándar de evaluación listados anteriormente son administrados por humanos, lo cual puede mitigar su fiabilidad y efectividad. La instrumentación de un robot permite guardar información cinemática y de fuerza que brinda la posibilidad de crear nuevos procedimientos de evaluación con mejoras en: objetividad, repetibilidad, precisión y facilidad de aplicación. En [74], se propone el procedimiento de evaluación basado en el análisis del perfil cinemático del movimiento de los pacientes. Este procedimiento de evaluación asistido por robots se basa en una vieja conjetura de neurociencia motora, en la que Woodworth sugiere que el movimiento del brazo humano está compuesto de dos tipos de componentes de submovimiento: el impulso inicial y el control actual. El control actual consiste de una secuencia de ajustes finos que son agregados al impulso inicial conforme la mano se acerca al objetivo.



## 4.4 Telerehabilitación Asistida por Robots

El alto índice de EVC's y en consecuencia de pacientes con alguna discapacidad motriz, han generado que la administración de terapias de rehabilitación sea hoy en día una de las mayores demandas en el sector salud. Debido al incremento en dicha demanda, las instalaciones para rehabilitación deben seguir estándares de cuidado y asistencia para prestar la atención requerida por los pacientes. Con la finalidad de incrementar la capacidad de atención, incluso fuera de un hospital, surge la necesidad de utilizar herramientas tecnológicas.

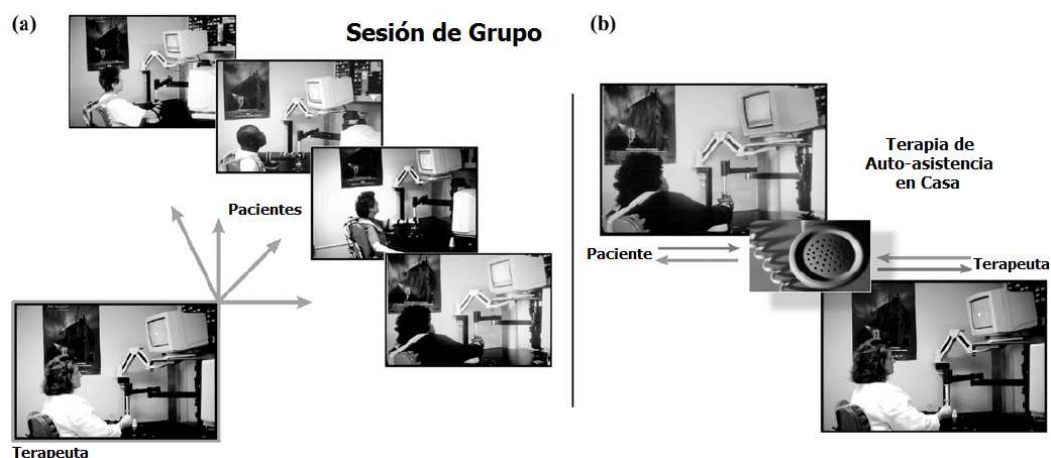


Figura 4.4: Aplicaciones potenciales de la telerehabilitación: (a) escenario multiusuario y (b) posible sesión de evaluación.

La telemedicina y la robótica son dos tecnologías que responden adecuadamente a esta demanda de atención. Específicamente, la telerehabilitación asistida por robots ofrece terapias innovadoras, interactivas y de alto nivel de repetitividad, que pueden ser desempeñadas durante largos periodos de tiempo y realizadas en forma remota.

La telemedicina ha sido definida como el uso de las telecomunicaciones para intercambiar información y servicios médicos [46]. El campo cubierto por la telemedicina y la robótica de rehabilitación es muy amplio. Este trabajo de investigación se enfoca en la integración de estas dos tecnologías en un sistema de telerehabilitación asistida por robots, en especial para recobrar la movilidad de miembros superiores (brazos).

En este contexto, telerehabilitación significa rehabilitación a distancia que es conducida por un terapeuta desde una localización remota, tal y como se ilustra en la figura 4.4 [74]. Tecnologías como Internet, el cual provee un enlace de comunicación, y un sistema robótico, el cual brinda al usuario la entrada de comandos de movimiento y recibir retroalimentación de fuerza, posibilitan la implementación del sistema de rehabilitación a distancia. El paciente solamente necesita tener un robot, cuya computadora de control recibe comandos desde el sitio remoto y envía de regreso información a la computadora del terapeuta. Cuando ambos, el terapeuta y el paciente, interactúan con robots, se tiene como ventaja que el terapeuta puede conducir una terapia cooperativa y una evaluación remota a través de Internet.

#### 4.4.1 Sistemas de Telerehabilitación Actuales

Existen dos amplias clases de sistemas robóticos de telerehabilitación: unilateral y bilateral. En la configuración unilateral, sólo el paciente interactúa con un robot. Mientras que en la configuración bilateral, ambos paciente y terapeuta utilizan robots.

La mayoría de los sistemas actuales utilizan la configuración unilateral. En esta plataforma, el paciente manipula y recibe retroalimentación de fuerza de un robot mientras observa una representación gráfica de la tarea en la pantalla de la computadora. La computadora de control del robot recibe protocolos desde la computadora del terapeuta o programas almacenados que son seleccionados por el terapeuta. La información del robot del paciente es enviada en tiempo real al terapeuta o es almacenada y posteriormente enviada una vez que la sesión ha sido completada.

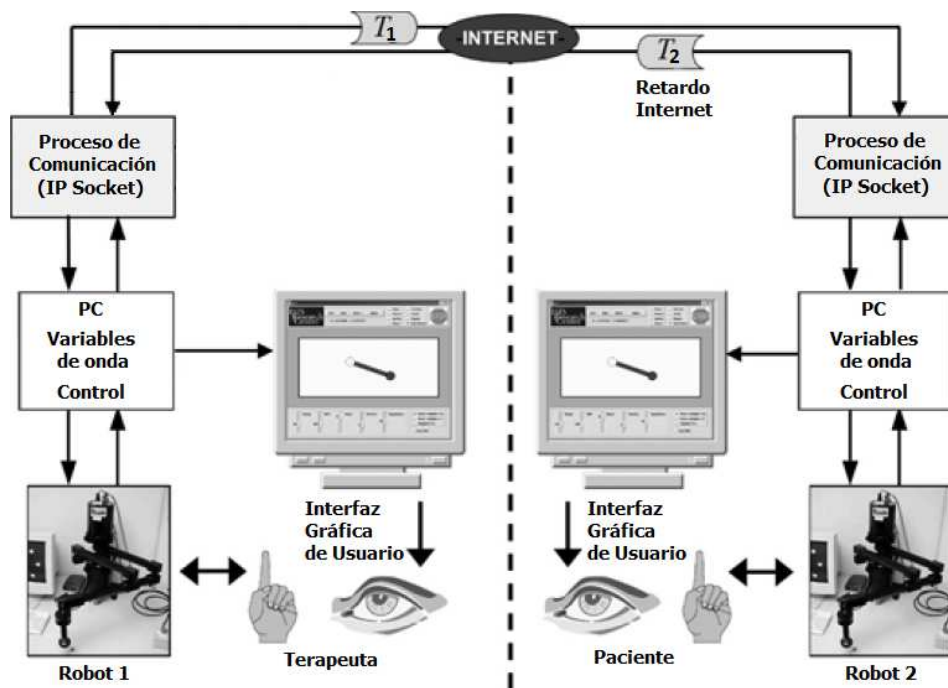


Figura 4.5: Plataforma de telerehabilitación bilateral en Georgetown University. Se utiliza una arquitectura cliente-servidor en la cual los gráficos y el control corren en computadoras PC-686 e intercambian información por Internet haciendo uso de sockets IP.

En telerehabilitación bilateral, el paciente y el terapeuta interactúan uno con el otro a través de Internet, como se muestra en la figura 4.5 [98]. Diversos investigadores han implementado el enlace sobre Internet utilizando el enfoque cliente-servidor. Investigadores del Massachusetts Institute of Technology (MIT) y de University College London, realizaron una tarea cooperativa sobre una red de área local utilizando un par de dispositivos hápticos Phantom [99].

Recientemente, investigadores de Georgetown University e Interactive Motion Technolo-

gies Inc, utilizaron una arquitectura cliente-servidor con compensación de retardo de tiempo para realizar una aplicación de rehabilitación [100]. La estabilidad en presencia de retardos de tiempo fue lograda con el uso de variables de onda para interponer pasividad en el canal de comunicación.

En robots para rehabilitación, la interacción con el entorno altera substancialmente la dinámica del sistema y esto debe ser considerado en el análisis de estabilidad. Por otra parte, el desempeño de un robot de rehabilitación no es definido sólo en su capacidad de seguir una trayectoria, sino también en su capacidad de proveer una sensación deseada en su efector final [101]. La estabilidad y el desempeño son tratados directamente con el uso de control de impedancia [9]. El control de impedancia regula el comportamiento del robot en el punto de interacción con el entorno y la selección apropiada de la impedancia mecánica puede garantizar la estabilidad.

El controlador modula la forma en que el robot reacciona ante una perturbación mecánica de un paciente y asegura un comportamiento dócil. Extender el uso de control de impedancia en telerehabilitación requiere cuidado, debido al reto que surge por la introducción del retardo de tiempo de la red en el lazo de control. El retardo de tiempo en Internet es altamente variable y puede ser de cientos de milisegundos. En algunas aplicaciones de telerehabilitación háptica se requiere de teleoperación bilateral y los retardos de tiempo pueden inducir una interacción inestable entre los dos robots.

El enfoque de variables de onda fue utilizado exitosamente en un experimento cooperativo sobre Internet entre Interactive Motion Technologies, Inc, y Georgetown University [100]. Durante la prueba, retardos de tiempo de hasta 110 ms fueron observados y sin la compensación requerida se produjo inestabilidad. Sin embargo, bajo el control de variable de onda, el sistema fue robusto y con poco deterioro en el desempeño. Por otra parte, se utilizó el robot MIT-MANUS, conocido comercialmente como robot InMotion2, en algunas tareas de rehabilitación bilateral.

#### 4.4.2 Sistema de Telerehabilitación Propuesto

En el presente trabajo se pretende abordar la telerehabilitación bilateral por lo que se propone utilizar un esquema que incluye el sistema de teleoperación bilateral, basado en control dinámico de impedancia, presentado anteriormente. El objetivo principal es hacer uso del control de impedancia propuesto para terapias de rehabilitación y utilizar la transformación de variables de onda para contrarrestar los efectos del retardo de tiempo en el canal de comunicación, ambos incluidos en el teleoperador propuesto y del que ya se evaluó su comportamiento en tareas de interacción.

Debido a los excelentes resultados en rehabilitación neurológica que se han obtenido con el uso del robot MIT-MANUS [74], dicho robot es considerado dentro de la plataforma de simulación para el esquema de telerehabilitación propuesto (figura 4.6).

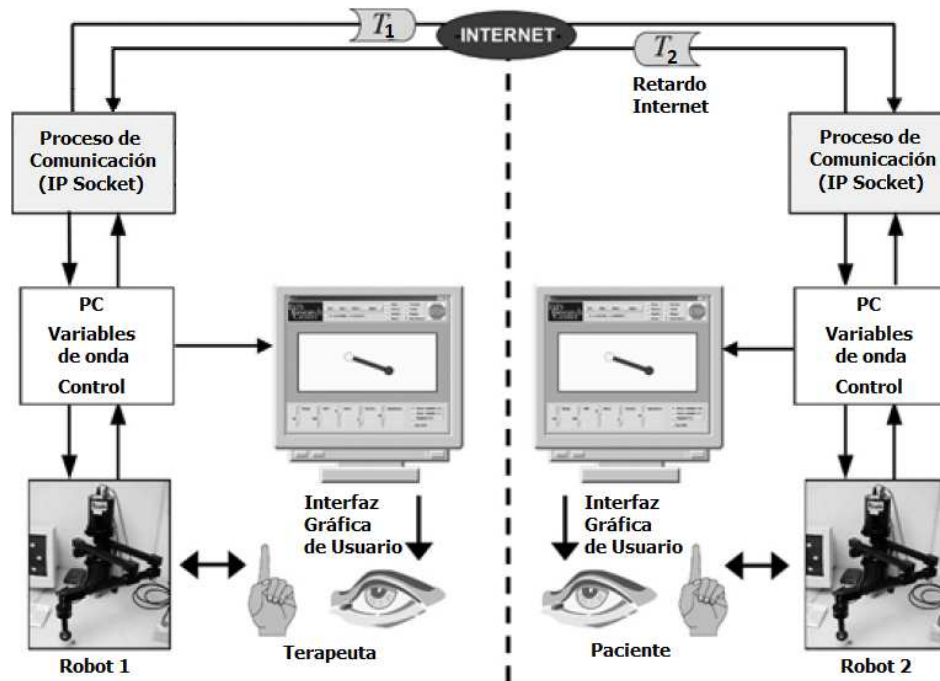


Figura 4.6: Plataforma de telerehabilitación bilateral propuesta.

En la plataforma de telerehabilitación bilateral, la rutina o terapia a realizar es determinada por el terapeuta aplicando la fuerza necesaria al robot MIT-MANUS (maestro) para generar una trayectoria deseada. En el otro extremo del teleoperador el robot MIT-MANUS (esclavo) guía al paciente para realizar la rutina deseada, sin embargo, si el paciente ejerce la fuerza de interacción necesaria para generar por sí mismo el movimiento el robot permite ser guiado por el paciente. Esto se logra gracias al uso del controlador de impedancia. Cabe mencionar que la trayectoria a seguir también debe desplegarse en la interfaz gráfica y así sea observada tanto por el paciente como por el terapeuta.

### 4.4.3 Resultados de Simulación

Para evaluar el funcionamiento del sistema de telerehabilitación bilateral, se realizaron algunas simulaciones por computadora haciendo uso del modelado del robot MIT-MANUS presentado en el Apéndice E.

La tarea a realizar consiste en el seguimiento de una trayectoria circular sobre el plano horizontal  $x-y$ . Durante la ejecución de la tarea en simulación se considera que dicha trayectoria es mostrada en la interfaz gráfica de ambos usuarios y existe un puntero que permite observar el punto actual de la trayectoria donde se encuentra el efector final del robot.

Con la finalidad de simular el comportamiento tanto del terapeuta como del paciente, y lograr con ello las fuerzas necesarias para la generación del movimiento y la interacción, se

utilizaron dos robots más, controlando el seguimiento de trayectorias circulares y generando los pares adecuados a la dinámica del robot MIT-MANUS que interactúa con cada usuario.

Los resultados presentados en esta sección consideran un retardo  $T=100$  milisegundos y que es igual en ambos sentidos, terapeuta-paciente y paciente-terapeuta. Se tiene entonces un retardo total  $2T$  del flujo de ida y vuelta de información dentro del sistema de telerehabilitación. El uso de la transformación de variables de onda permite que el sistema sea estable, garantizando que existe un adecuado seguimiento de posición, velocidad y fuerza, así como una adecuada interacción entre ambos manipuladores.

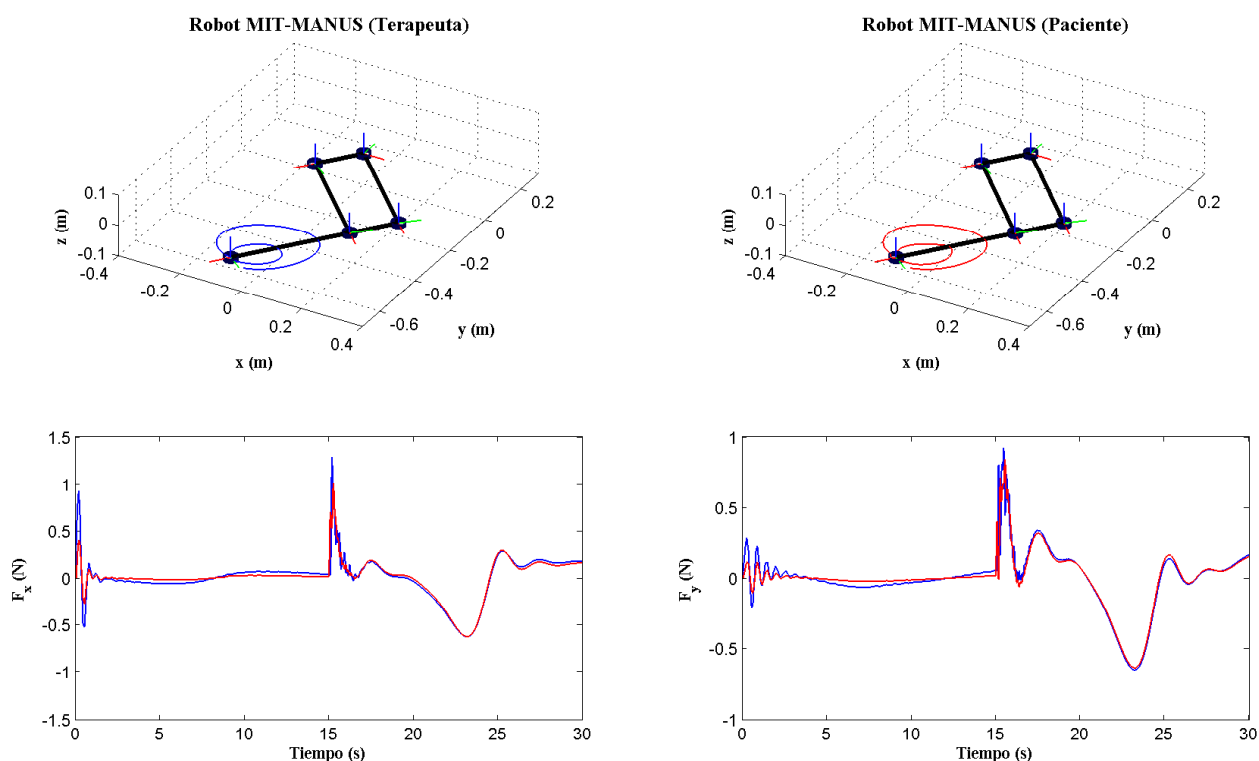


Figura 4.7: Interfaz de simulación para telerehabilitación bilateral, donde las señales en azul corresponden al robot del terapeuta y las presentadas en rojo al robot del paciente.

En la figura 4.7 se presenta la interfaz de simulación que permite observar el movimiento de ambos manipuladores durante la terapia, así como las componentes de la fuerza de retroalimentación. La tarea fue dividida en dos fases, la primera consiste en el seguimiento de la trayectoria determinada por el terapeuta teniendo un comportamiento pasivo del paciente que es guiado por el robot. Durante la segunda fase el paciente ejerce la fuerza necesaria para modificar la trayectoria a seguir.

Durante los primeros 15 segundos de la simulación ambos manipuladores siguen la trayectoria circular determinada por el terapeuta, es decir, la trayectoria externa que se aprecia en la figura 4.7. Posteriormente, durante los siguientes 15 segundos, el paciente determina seguir la trayectoria circular interna y el robot maestro es guiado a seguir la misma trayecto-

ria. En la parte inferior de la figura se aprecian las componentes de la retroalimentación de fuerza y se puede observar que a los 15 segundos ocurre la interacción entre el paciente y el robot esclavo generando una mejora considerable en el seguimiento de ambas componentes de fuerza, garantizando con ello que el terapeuta puede sentir el esfuerzo del paciente para realizar la terapia.

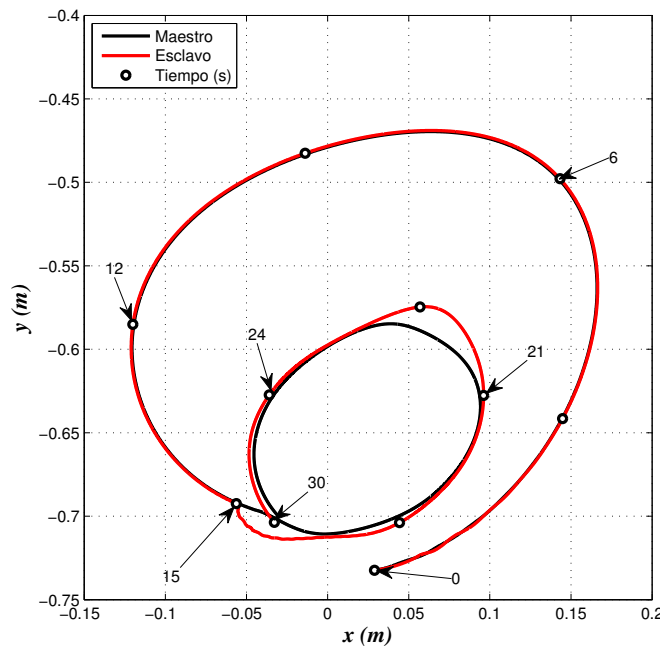


Figura 4.8: Trayectorias de los manipuladores durante la simulación de la terapia.

En la figura 4.8, se presenta el movimiento de los manipuladores maestro y esclavo en términos de las trayectorias seguidas por el efector final de cada uno de los robots. La trayectoria del maestro es seguida adecuadamente por el efector final del esclavo durante la realización de la tarea. La trayectoria exterior es generada por la fuerza aplicada por el terapeuta en el robot maestro durante la primera fase de la tarea, posteriormente el paciente impone el seguimiento de la trayectoria circular interna al aplicar fuerza sobre el manipulador esclavo, logrando con ello una interacción de tipo dinámica durante la terapia de rehabilitación.

Otra de las características deseadas durante una tarea teleoperada es el seguimiento adecuado de la velocidad. En la figura 4.9, se muestran las componentes de velocidad de ambos robots manipuladores y se puede apreciar un correcto seguimiento tanto en la dirección de  $x$  como en la dirección de  $y$ .

Por otra parte, en la figura 4.10 se muestran las fuerzas de control aplicadas a los manipuladores maestro y esclavo, respectivamente. En esta figura puede apreciarse un adecuado seguimiento de fuerza, especialmente después de que ocurre la interacción. Por lo tanto es posible concluir que el teleoperador bilateral posee una adecuada retroalimentación de fuerza

y el terapeuta puede sentir de manera remota la interacción entre el manipulador esclavo y el paciente.

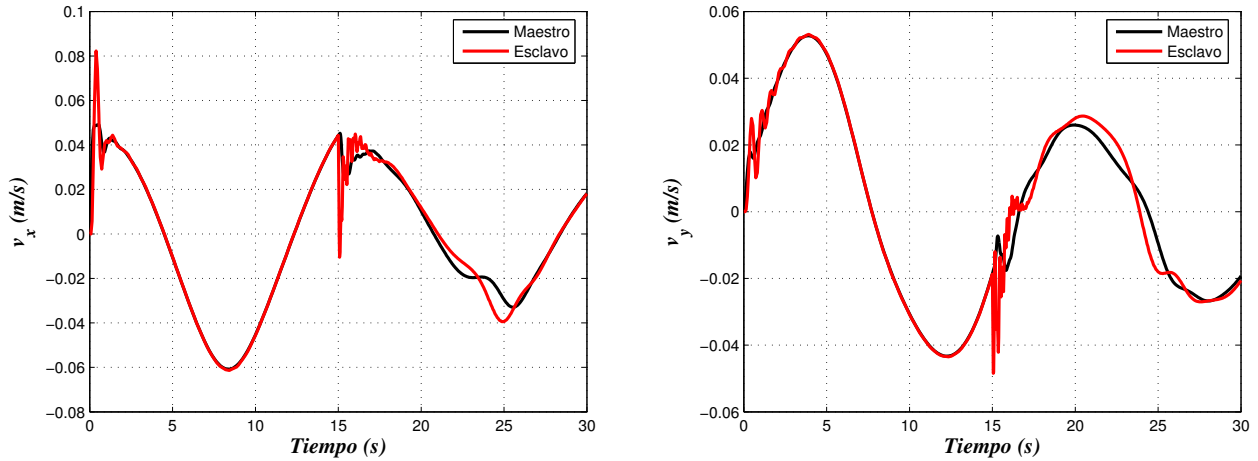


Figura 4.9: Componentes de velocidad de los manipuladores durante la simulación de la terapia.

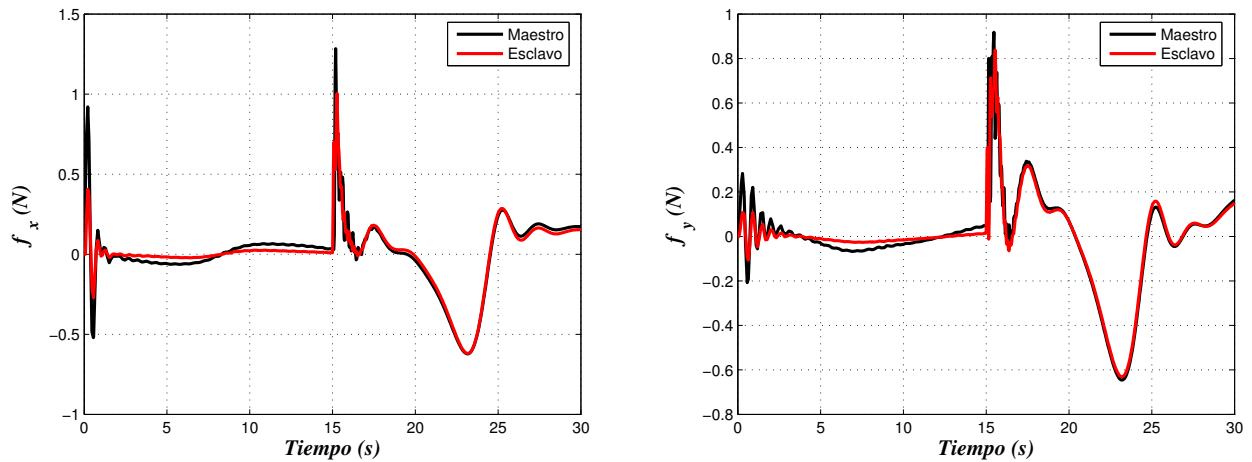


Figura 4.10: Componentes de fuerza aplicadas a los manipuladores durante la simulación de la terapia.

En lo que respecta al análisis cuantitativo del comportamiento del sistema de telerehabilitación, las normas  $\mathcal{L}_2$  de los errores de posición, velocidad y fuerza obtenidas fueron:

$$\begin{aligned} \|\mathbf{x}_m - \mathbf{x}_s\|_{\mathcal{L}_2} &= 0.0053 \text{ [m]} \\ \|\dot{\mathbf{x}}_m - \dot{\mathbf{x}}_s\|_{\mathcal{L}_2} &= 0.0075 \text{ [m/s]} \\ \|\mathbf{f}_m - \mathbf{f}_s\|_{\mathcal{L}_2} &= 0.1047 \text{ [N]}. \end{aligned}$$

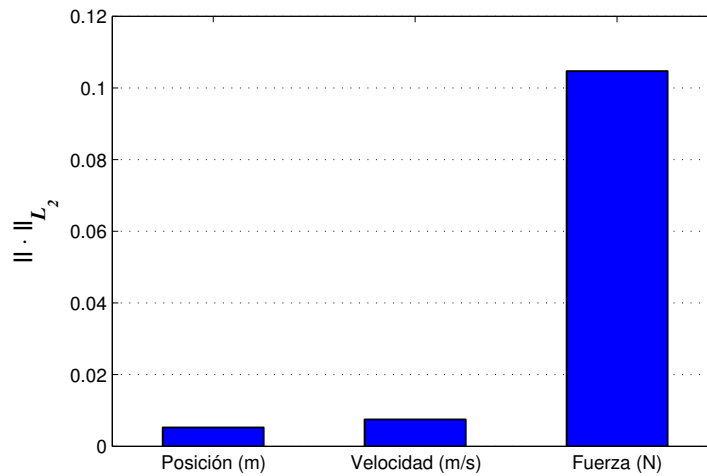


Figura 4.11: Índices de desempeño con base en la norma  $\mathcal{L}_2$  de los errores de posición, velocidad y fuerza, respectivamente.

Un escenario más realista para la implementación del esquema de telerehabilitación requiere del uso de un canal de comunicación como Internet. Una de las problemáticas principales del uso de Internet en la comunicación es que los retardos de tiempo no son constantes ni mucho menos iguales en ambas direcciones del flujo de información. Los resultados de simulación que se presentan a continuación corresponden a la implementación del sistema considerando un retardo de tiempo que oscila en un rango entre 100 y 700 milisegundos.

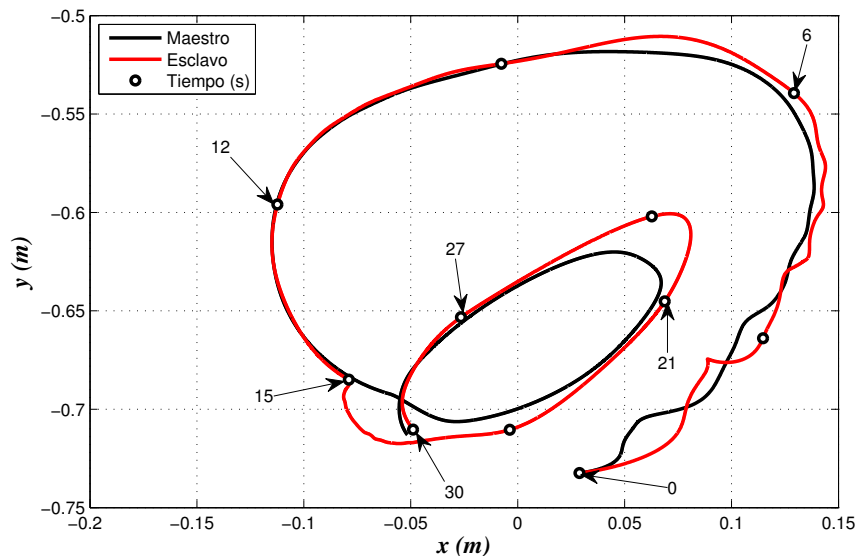


Figura 4.12: Trayectorias de los manipuladores durante la simulación de la terapia con retardo de tiempo variable.

En la figura 4.12, se presenta el movimiento de los manipuladores maestro y esclavo en términos de las trayectorias seguidas por su efector final. Se puede observar un adecuado seguimiento en ambas fases del ejercicio de terapia y el comportamiento es muy similar al



que se presenta en la figura 4.8 para un retardo de tiempo constante.

En la figura 4.13, se muestran las componentes de velocidad de ambos robots manipuladores y se puede apreciar un comportamiento muy similar al presentado en la figura 4.9, sobretodo en el momento de la interacción con el paciente durante la fase de movimiento activo.

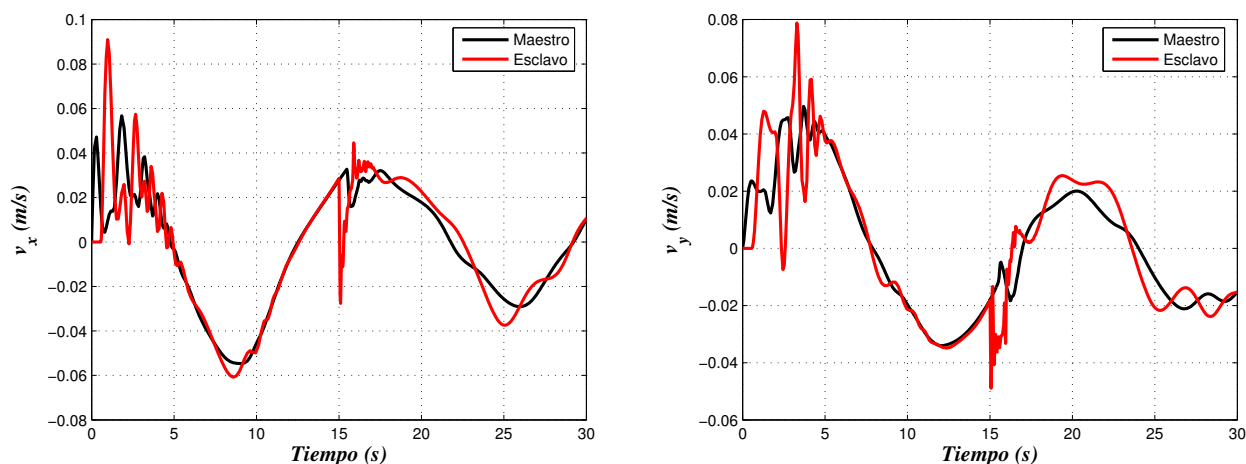


Figura 4.13: Componentes de velocidad de los manipuladores durante la simulación de la terapia con retardo de tiempo variable.

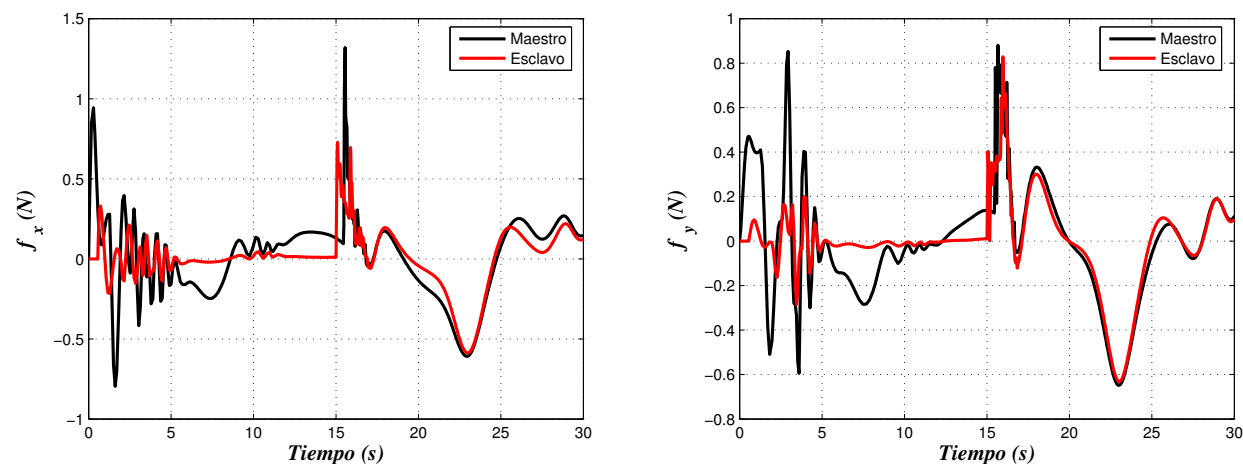


Figura 4.14: Componentes de fuerza aplicadas a los manipuladores durante la simulación de la terapia con retardo de tiempo variable.

Por último, en la figura 4.10 se presentan las componentes de fuerza para ambos manipuladores en las direcciones  $x$  y  $y$ , respectivamente. En esta figura puede observarse un comportamiento muy similar al obtenido para un retardo de tiempo constante, teniendo nuevamente una adecuada retroalimentación de fuerza y principalmente durante la fase de guiado activo.

Finalmente, para analizar el desempeño del sistema de telerehabilitación, se calcularon las normas  $\mathcal{L}_2$  de los errores de posición, velocidad y fuerza, respectivamente. Los resultados obtenidos se presentan en la figura 4.15 y los valores de las normas fueron:

$$\begin{aligned}\|\mathbf{x}_m - \mathbf{x}_s\|_{\mathcal{L}_2} &= 0.0113 \text{ [m]} \\ \|\dot{\mathbf{x}}_m - \dot{\mathbf{x}}_s\|_{\mathcal{L}_2} &= 0.0188 \text{ [m/s]} \\ \|\mathbf{f}_m - \mathbf{f}_s\|_{\mathcal{L}_2} &= 0.2600 \text{ [N]}.\end{aligned}$$

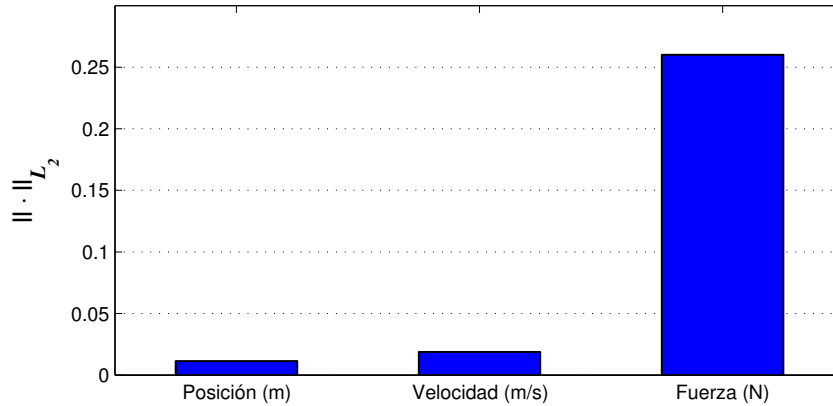


Figura 4.15: Índices de desempeño con base en la norma  $\mathcal{L}_2$  de los errores de posición, velocidad y fuerza, respectivamente.

Con base en los resultados obtenidos, se puede concluir que el sistema de telerehabilitación puede operar de manera estable incluso antes la presencia de retardos de tiempo variable, sin embargo existe una disminución en el desempeño del controlador para el correcto seguimiento de las variables de posición, velocidad y fuerza.

## 4.5 Conclusiones Preliminares

En este capítulo, un nuevo esquema de telerehabilitación bilateral para fue presentado. Este esquema hace uso del sistema de teleoperación para tareas de interacción presentado previamente, el cual garantiza un correcto control de seguimiento e interacción y además proporciona la estabilidad requerida por la presencia de retardos de tiempo en el canal de comunicación.

El funcionamiento del sistema de telerehabilitación presentado fue probado mediante diversas simulaciones por computadora, haciendo uso del robot MIT-MANUS cuya aplicación y utilidad en terapias de rehabilitación ha sido verificada con anterioridad en diversos estudios clínicos y los resultados han sido publicados en diversos foros y revistas [74].

El uso de control de impedancia para la regulación de fuerzas de interacción genera una gran versatilidad en el esquema, en primer lugar porque garantiza que tanto el robot puede

guiar al paciente como el paciente al robot y así realizar correctamente ejercicios de terapia activa y pasiva. En segundo lugar, este esquema permite también la inclusión del terapeuta durante la sesión para evaluar y realizar procesos correctivos en línea, gracias a la adecuada retroalimentación de fuerza que se ve reflejada en el comportamiento dinámico del robot maestro.

Las pruebas se enfocaron a una tarea de rehabilitación teleoperada donde interactúan, durante el proceso, terapeuta y paciente con la finalidad de verificar el correcto funcionamiento del sistema de control y la estabilidad en la comunicación. La tarea simulada es similar a las que han sido presentadas en diversos estudios de roboterapia y con base en los resultados obtenidos, se puede establecer que se tiene desarrollado y en funcionamiento un esquema de telerehabilitación para su futura aplicación en sesiones de terapia asistida por robots.



# Conclusiones y Trabajo Futuro

Las conclusiones generales del trabajo de investigación, desarrollado en la tesis “*Control de un Sistema de Teleoperación para su Aplicación en Terapias Robóticas de Rehabilitación*”, se pueden resumir de la siguiente forma:

Se abordó en primer lugar el control de interacción de robots manipuladores y para resolver esta problemática se ha propuesto un nuevo esquema de control de impedancia basado en una generalización del control de seguimiento de trayectorias en espacio operacional. La principal mejora lograda con este algoritmo de control, con respecto a otros esquemas existentes, es un seguimiento más preciso de las trayectorias tanto en el movimiento en espacio libre como durante la interacción con el entorno. Es importante señalar que este esquema de control conserva las características del esquema propuesto por Hogan [9], logrando una adecuada regulación de las fuerzas de contacto de acuerdo al comportamiento dinámico deseado. Una propiedad adicional del algoritmo de control es que logra llevar al sistema robótico a un punto de equilibrio asintóticamente estable en el sentido de Lyapunov. El esquema de control fue evaluado experimentalmente en un manipulador de transmisión directa de dos grados de libertad y los resultados experimentales permiten verificar el correcto funcionamiento del controlador de impedancia en tareas que involucren interacción con el entorno.

En relación al uso de teleoperadores en tareas de interacción, se propusieron y desarrollaron dos esquemas de teleoperación. El primer esquema tiene una configuración unilateral y se utilizó para controlar un manipulador industrial bajo una estructura de control cinemático de impedancia. El segundo esquema es un sistema de teleoperación bilateral que incluye el controlador de impedancia propuesto y la transformación de variables de onda para garantizar la estabilidad ante la presencia de retardos de tiempo en el canal de comunicación. Ambos esquemas fueron validados experimentalmente en tareas de interacción. Los resultados experimentales del esquema unilateral permitieron identificar claramente la problemática que involucran los retardos de tiempo en la comunicación entre ambos manipuladores. El uso del esquema bilateral permitió obtener resultados satisfactorios tanto en el seguimiento de trayectorias como en la regulación de la interacción a pesar de la existencia de retardos de tiempo en la comunicación. Los resultados obtenidos fueron comparados con un esquema de teleoperación conocido y se observaron algunas ventajas cuando se requiere realizar una tarea que involucra interacción con el entorno, mejorando notablemente el seguimiento de trayectorias y logrando una interacción estable con el entorno, incluso ante la presencia de retardos de tiempo variables.

La motivación principal del trabajo de investigación fue la aplicación del esquema de teleoperación en terapias robóticas de rehabilitación. Por tal motivo, en el presente trabajo de investigación se propuso un esquema de telerehabilitación asistida por robots en configuración bilateral, haciendo uso del control de impedancia y las variables de onda para garantizar un adecuado control y estabilización para la interacción humano-robot, generada durante una terapia de rehabilitación. Debido a las restricciones de infraestructura y tiempo para el desarrollo del proyecto, el esquema de telerehabilitación fue validado mediante simulaciones por computadora. Para las simulaciones fueron utilizados los modelos cinemático y dinámico del robot MIT-MANUS, cuya aplicación en terapias de rehabilitación ha sido ampliamente validada en diversos estudios clínicos principalmente en Estados Unidos. Los resultados obtenidos permitieron verificar el correcto funcionamiento del esquema de teleoperación bilateral en este tipo de terapias, logrando una interacción al máximo entre el terapeuta, el paciente y los robots.

Con base en el conocimiento y la experiencia adquiridos durante el desarrollo del trabajo de investigación de esta tesis, surgen problemas abiertos que pueden ser temas potenciales de investigación en el futuro:

- El esquema de control de impedancia propuesto depende de un conocimiento preciso de los parámetros dinámicos del robot manipulador y por lo tanto su aplicación en sistemas de más de 2 grados de libertad se vuelve una tarea compleja. El diseño de algoritmos de control adaptivo, basados en la filosofía de control de impedancia propuesta en este trabajo, surge como una alternativa para contrarrestar la problemática de la identificación precisa de los parámetros del sistema robótico.
- El sistema de teleoperación bilateral presentó un adecuado comportamiento al considerar que el retardo de tiempo era prácticamente constante, sin embargo su desempeño decrece ante la variabilidad del retardo, lo cual representa un escenario más realista al considerar canales de comunicación como Internet. Es importante, por lo tanto, el desarrollo de herramientas de estabilización ante retardos de tiempo variables.
- Los resultados obtenidos para validar el funcionamiento del esquema de telerehabilitación se desarrollaron en un entorno de simulación que resulta ser ideal y por tanto se hace necesario como trabajo futuro su validación en un entorno experimental más realista.
- El uso de robots en terapias de rehabilitación dota de una gran cantidad de información estadística, tanto de tipo cinemática como dinámica, que debe ser explotada para la creación de nuevos algoritmos de evaluación para las terapias. Así mismo, el uso de teleoperadores en las sesiones de terapia puede ser explotado para integrar algoritmos de corrección y evaluación incluso durante el desarrollo de las sesiones.

# Apéndice A

## Análisis de Estabilidad de Lyapunov

La teoría de Lyapunov juega un papel importante en el análisis de estabilidad de los sistemas de control descritos por ecuaciones en espacio de estados. Existen dos métodos de análisis de estabilidad de Lyapunov, llamados *primer método* y *segundo método*, ambos se aplican para determinar la estabilidad de sistemas dinámicos descritos por ecuaciones diferenciales o en diferencias ordinarias. El primer método está formado por procedimientos en los que se utilizan las formas explícitas de las soluciones, de las ecuaciones diferenciales o de las ecuaciones en diferencias, para el análisis. Por otra parte, el segundo método no requiere de las soluciones de las ecuaciones diferenciales o en diferencias, por lo que resulta más útil en la práctica.

Aunque existen muchos criterios de estabilidad poderosos para los sistemas de control, como son el criterio de estabilidad de Jury y el criterio de estabilidad de Routh-Hurwitz [102], éstos están restringidos a sistemas lineales invariantes en el tiempo. Por otro lado, el segundo método de Lyapunov no está limitado a sistemas lineales invariantes en el tiempo, es aplicable tanto a sistemas lineales como no lineales, variantes e invariantes en el tiempo. En particular, el segundo método de Lyapunov es indispensable para el análisis de estabilidad de sistemas no lineales en los que las soluciones exactas no son posibles. El segundo método de Lyapunov se conoce también como *método directo de Lyapunov*.

### A.1 Segundo Método de Lyapunov.

De la teoría de mecánica clásica, se sabe que un sistema vibratorio es estable si su energía total se reduce continuamente hasta alcanzar un estado de equilibrio.

El segundo método de Lyapunov se basa en la generalización de lo anterior: si el sistema tiene un estado de equilibrio asintóticamente estable, entonces la energía almacenada en él desplazada dentro del dominio de atracción se decrementa al aumentar el tiempo, hasta que por último adopta su valor mínimo en el estado de equilibrio. Sin embargo, para sistemas puramente matemáticos, no existe una forma simple de definir una función de energía. Para vencer esta dificultad, Lyapunov introdujo la función de Lyapunov, una función de energía

artificial. Esta idea es más general y más utilizada que la de la energía. De hecho cualquier función escalar que satisfaga las hipótesis de los teoremas de estabilidad de Lyapunov puede servir como función candidata de Lyapunov.

Antes de que se analice más profundamente la función de Lyapunov, es necesario explicar la definición positiva de las funciones escalares.

## A.2 Definición de Funciones Escalares.

**Definición A.2.1.** Se dice que una función escalar  $V(\mathbf{x})$  es *definida positiva* en una región  $\Omega$  que incluye el origen del espacio de estados, si:

$$\begin{aligned} V(\mathbf{x}) &> 0, & \forall \mathbf{x} \neq \mathbf{0} \in \Omega \\ V(\mathbf{0}) &= 0. \end{aligned}$$

**Definición A.2.2.** Se dice que una función variante en el tiempo  $V(\mathbf{x}, t)$  es definida positiva en una región  $\Omega$ , si está limitada por debajo por una función definida positiva invariante en el tiempo, es decir, si existe una función definida positiva  $V(\mathbf{x})$  tal que:

$$\begin{aligned} V(\mathbf{x}, t) &> V(\mathbf{x}), & \forall t \geq t_0 \\ V(\mathbf{0}, t) &> 0, & \forall t \geq t_0. \end{aligned}$$

**Definición A.2.3.** Una función escalar  $V(\mathbf{x})$  es definida negativa, si  $-V(\mathbf{x})$  es definida positiva.

**Definición A.2.4.** Una función escalar  $V(\mathbf{x})$  es semidefinida positiva, si es positiva en todos los estados de la región  $\Omega$  excepto en el origen y en determinados estados donde es cero.

**Definición A.2.5.** Una función escalar  $V(\mathbf{x})$  es semidefinida negativa, si  $-V(\mathbf{x})$  es semidefinida positiva.

**Definición A.2.6.** Una función escalar  $V(\mathbf{x})$  es indefinida, si la región  $\Omega$  adopta tanto valores positivos como negativos, independientemente de lo pequeña que sea la región  $\Omega$ .

## A.3 Funciones de Lyapunov.

La función de Lyapunov, que es una función escalar, es una función definida positiva y es continua con sus primeras derivadas parciales en la región  $\Omega$  alrededor del origen, y además tiene una derivada con respecto al tiempo que cuando se evalúa a lo largo de la trayectoria, es definida negativa. Las funciones de Lyapunov involucran a  $x_1, x_2, \dots, x_n$  y posiblemente a  $t$ . Se expresa en la forma  $V(x_1, x_2, \dots, x_n, t)$ , o sólo mediante  $V(\mathbf{x}, t)$ . Si las funciones de Lyapunov no incluyen a  $t$  en forma explícita, entonces se expresan mediante  $V(x_1, x_2, \dots, x_n)$ ,



o bien,  $V(\mathbf{x})$ .

Observe que  $\dot{V}(\mathbf{x}, t)$  es de hecho la derivada de  $V(\mathbf{x}, t)$  con respecto a  $t$  a lo largo de una solución del sistema. Por lo tanto,  $\dot{V}(\mathbf{x}, t) < 0$  implica que  $V(\mathbf{x}, t)$  se va decrementando en función de  $t$ . Una función de Lyapunov es una herramienta más poderosa que las consideraciones convencionales de energía. Note que para un sistema cuya energía  $\mathcal{E}$  se reduce en promedio, pero no necesariamente es estable en cada instante,  $\mathcal{E}$  no es una función de Lyapunov.

Observe que la función definida positiva más sencilla es de forma cuadrática:

$$V(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n q_{ij} x_i x_j, \quad i, j = 1, 2, \dots, n. \quad (\text{A.1})$$

En general, las funciones de Lyapunov pueden no ser de forma cuadrática simple. No obstante, en el caso de cualquier función de Lyapunov, los términos de grado menor en  $V$  deben ser pares. Si se definen:

$$\frac{x_1}{x_n} = \hat{x}_1, \quad \frac{x_2}{x_n} = \hat{x}_2, \quad \frac{x_{n-1}}{x_n} = \hat{x}_{n-1},$$

entonces en la vecindad del origen, sólo los términos de grado más bajo se harán dominantes y  $V(\mathbf{x})$  se puede escribir como:

$$V(\mathbf{x}) = \hat{x}_n^p V(\hat{x}_1, \hat{x}_2, \dots, \hat{x}_{n-1}, 1). \quad (\text{A.2})$$

Si se mantienen las  $\hat{x}_i$  fijas,  $V(\hat{x}_1, \hat{x}_2, \dots, \hat{x}_{n-1}, 1)$  será una cantidad fija. Para el caso de  $p$  impar  $\hat{x}_n^p$  puede adoptar tanto valores positivos como valores negativos cerca del origen, lo que significa que  $V(\mathbf{x})$  no es definida positiva. Por lo tanto,  $p$  deberá ser par.

## A.4 Sistema

El sistema considerado está definido como:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}, t), \quad (\text{A.3})$$

donde  $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n$  es el vector de estado y  $\mathbf{f}(\mathbf{x}, t) \in \mathbb{R}^n$  es un vector cuyos elementos son funciones de  $x_1, x_2, \dots, x_n$  y de  $t$ . Se supone que el sistema de la ecuación (A.3) tiene solución única, que empieza en la condición inicial dada. La solución de la ecuación (A.3) se denota como  $\phi(t; \mathbf{x}_0, t_0)$ , donde  $\mathbf{x} = \mathbf{x}_0$  en  $t = t_0$  y  $t$  es el tiempo observado. Por lo tanto:

$$\phi(t_0; \mathbf{x}_0, t_0) = \mathbf{x}_0. \quad (\text{A.4})$$

## A.5 Estado de Equilibrio

En el sistema de la ecuación (A.3), un estado  $\mathbf{x}_e$ , donde

$$\mathbf{f}(\mathbf{x}_e, t) = \mathbf{0} \quad \forall t, \quad (\text{A.5})$$

se llama estado de equilibrio para el sistema. Si el sistema es lineal e invariante en el tiempo, esto es, si  $\mathbf{f}(\mathbf{x}, t) = \mathbf{A}\mathbf{x}$ , entonces sólo existirá un estado de equilibrio si  $\mathbf{A}$  es no singular, y un número infinito de estados de equilibrio si  $\mathbf{A}$  es singular. Estos estados corresponden a las soluciones constantes del sistema ( $\mathbf{x} = \mathbf{x}_e \forall t$ ). La determinación de los estados de equilibrio no involucra la solución de la ecuación del sistema, ecuación (A.3), sino sólo la solución de la ecuación (A.5).

Cualquier estado de equilibrio aislado puede ser desplazado al origen de las coordenadas, o  $\mathbf{f}(\mathbf{0}, t) = \mathbf{0}$ , mediante traslación de coordenadas.

## A.6 Estabilidad en el Sentido de Lyapunov

A continuación, una región esférica de radio  $r$ , alrededor de un estado de equilibrio  $\mathbf{x}_e$ , se denotará como:

$$\|\mathbf{x} - \mathbf{x}_e\| \leq r, \quad (\text{A.6})$$

donde  $\|\mathbf{x} - \mathbf{x}_e\|$  se llama *norma Euclidiana* y se define como sigue:

$$\|\mathbf{x} - \mathbf{x}_e\| = \left[ (x_1 - x_{1e})^2 + (x_2 - x_{2e})^2 + \dots + (x_n - x_{ne})^2 \right]^{1/2}. \quad (\text{A.7})$$

**Definición A.6.1.** Sea  $S(\delta)$  el conjunto formado por todos los puntos tales que:

$$\|\mathbf{x} - \mathbf{x}_e\| \leq \delta,$$

y que  $S(\epsilon)$  sean todos los puntos tales que:

$$\|\phi(t; \mathbf{x}_0, t_0) - \mathbf{x}_e\| \leq \delta, \quad \forall t \geq t_0.$$

Se dice que un estado de equilibrio  $\mathbf{x}_e$  del sistema de la ecuación (A.3) es *estable en el sentido de Lyapunov* si, para cada  $S(\epsilon)$  existe un  $S(\delta)$  tal que las trayectorias que se inicien en  $S(\delta)$  no salgan de  $S(\epsilon)$  al aumentar  $t$  en forma indefinida. El número real  $\delta$  depende de  $\epsilon$  y, en general, también depende de  $t_0$ . Si  $\delta$  no depende de  $t_0$ , se dice que el estado de equilibrio es uniformemente estable.

Lo que se ha enunciado aquí es que primero se escoge la región  $S(\epsilon)$  y, para cada  $S(\epsilon)$ , deberá existir una región  $S(\delta)$  tal que las trayectorias que inicien dentro  $S(\delta)$  no salgan conforme  $t$  se incrementa en forma indefinida.

## A.7 Estabilidad Asintótica

Se dice que un estado de equilibrio  $\mathbf{x}_e$  del sistema de la ecuación (A.3) es *asintóticamente estable* si es estable en el sentido de Lyapunov y si cada solución que se inicie desde el interior de  $S(\delta)$  converge, sin salir de  $S(\epsilon)$ , hacia  $\mathbf{x}_e$  conforme  $t$  se incrementa en forma indefinida.

En la práctica, la estabilidad asintótica es más importante que la simple estabilidad. Sin embargo, dado que la estabilidad asintótica es un concepto local, el hecho de establecer la estabilidad asintótica no necesariamente significa que el sistema operará de manera correcta. Por lo general, es necesario algún conocimiento del tamaño de la región más grande de la estabilidad asintótica. Esta región se conoce como *dominio de atracción*. Es la región del espacio de estados en la cual se originan las trayectorias asintóticamente estables. En otras palabras, cualquier trayectoria que se origine en el dominio de atracción es asintóticamente estable.

Si la estabilidad asintótica es válida para todos los estados a partir de donde se originan todas las trayectorias, se dice que el estado de equilibrio es asintóticamente estable en forma global. Esto es, el estado de equilibrio  $\mathbf{x}_e$  del sistema dado por la ecuación (A.3) se dice asintóticamente estable en forma global si es estable y cada solución converge a  $\mathbf{x}_e$  conforme  $t$  se incrementa en forma indefinida. Es claro que una condición necesaria para la estabilidad asintótica global es que exista sólo un estado de equilibrio en la totalidad del espacio de estados.

En problemas de ingeniería de control, la estabilidad asintótica global es una característica deseable. Si el estado de equilibrio no es asintóticamente estable en forma global, entonces el problema se convierte en determinar la región más grande de estabilidad asintótica. Esto por lo regular es muy difícil. No obstante, para efectos prácticos, es suficiente con determinar una región de estabilidad asintótica lo suficientemente grande para que ninguna perturbación exceda.

## A.8 Inestabilidad

Se dice que un estado de equilibrio  $\mathbf{x}_e$  es inestable si para algún número real  $\epsilon > 0$  y cualquier número real  $\delta > 0$ , sin importar que tan pequeño, siempre existirá un estado  $\mathbf{x}_0$  en  $S(\delta)$  tal que la trayectoria que se inicie en ese estado salga de  $S(\epsilon)$ .

## A.9 Representación Gráfica de Estabilidad, Estabilidad Asintótica e Inestabilidad

Las figuras A.1 (a), (b) y (c) muestran los estados de equilibrio y las trayectorias típicas que corresponden a la estabilidad, estabilidad asintótica e inestabilidad, respectivamente. En las figuras, la región  $S(\delta)$  limita el estado inicial  $\mathbf{x}_0$  y la región  $S(\epsilon)$  corresponde a los límites

de la trayectoria que se inicia de cualquier estado inicial  $\mathbf{x}_0$  en la región  $S(\delta)$ .

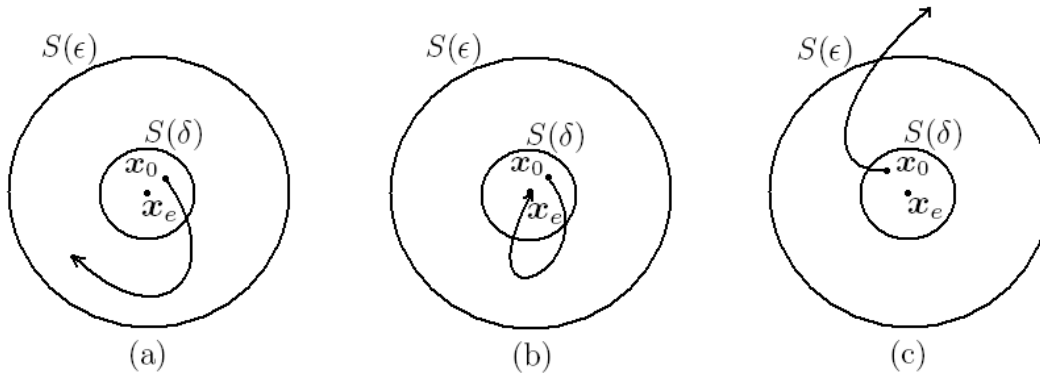


Figura A.1: Trayectoria representativa de un estado de equilibrio: (a) estable, (b) asintóticamente estable, (c) inestable.

Observe que las definiciones anteriores no especifican la región exacta de las condiciones iniciales permisibles. Por lo tanto, las definiciones sólo se aplican a la vecindad del estado de equilibrio, a menos que  $S(\epsilon)$  corresponda a la totalidad del espacio de estados.

Observe que en la figura A.1 (c) la trayectoria sale de  $S(\epsilon)$  y, por lo tanto, todo estado de equilibrio es inestable. No se puede, sin embargo, decir que la trayectoria se irá al infinito, ya que podría acercarse a un ciclo límite fuera de la región  $S(\epsilon)$ .

## A.10 Teorema de Lyapunov sobre Estabilidad Asintótica

Se puede demostrar que si una función escalar  $V(\mathbf{x})$ , donde  $\mathbf{x}$  es un vector de dimensión  $n$ , es definida positiva, entonces los estados  $\mathbf{x}$  que satisfacen

$$V(\mathbf{x}) = C, \quad (\text{A.8})$$

donde  $C$  es una constante positiva, están en una hipersuperficie cerrada en el espacio de estados de  $n$  dimensiones, al menos en la vecindad del origen. Si  $V(\mathbf{x}) \rightarrow \infty$  conforme  $\|\mathbf{x}\| \rightarrow \infty$ , entonces esas superficies cerradas se extienden en el interior de la hipersuperficie  $V(\mathbf{x}) = C_1$  que está enteramente en el interior de la hipersuperficie  $V(\mathbf{x}) = C_2$  siempre que  $C_1 < C_2$ .

Para un sistema dado, si es posible encontrar un función escalar definida positiva  $V(\mathbf{x})$  tal que su derivada respecto al tiempo tomada a lo largo de una trayectoria sea siempre negativa, entonces conforme el tiempo aumenta,  $V(\mathbf{x})$  toma valores más pequeños de  $C$ . Conforme el tiempo evoluciona,  $V(\mathbf{x})$  finalmente se reduce a cero y, por lo tanto,  $\mathbf{x}$  también se reduce a cero. Esto implica estabilidad asintótica del origen del espacio de estados. El

teorema principal de estabilidad de Lyapunov, que es una generalización de lo anterior, proporciona una condición suficiente para la estabilidad asintótica.

Suponga que un sistema está descrito por (A.3), donde

$$\mathbf{f}(\mathbf{0}, t) = \mathbf{0}, \quad \forall t.$$

Si existe un función escalar  $V(\mathbf{x}, t)$  con derivadas parciales de primer orden continuas y que satisfagan las condiciones:

1.  $V(\mathbf{x}, t) > 0$ .
2.  $\dot{V}(\mathbf{x}, t) < 0$ ,

entonces el estado de equilibrio en el origen es uniforme y asintóticamente estable.

Si, además,  $V(\mathbf{x}, t) \rightarrow \infty$  conforme  $\|\mathbf{x}\| \rightarrow \infty$ , entonces el estado de equilibrio en el origen es uniforme y asintóticamente estable en forma global. Las condiciones de este teorema se pueden modificar como sigue:

1.  $V(\mathbf{x}, t) > 0$ .
2.  $\dot{V}(\mathbf{x}, t) < 0$ .
3.  $\dot{V}(\phi(t; \mathbf{x}_0, t_0), t)$  no desaparece para  $t \geq t_0 \forall \mathbf{x}_0 \neq \mathbf{0}$ , donde  $\phi(t; \mathbf{x}_0, t_0)$  denota la solución que se inicia a partir de  $\mathbf{x}_0$  en  $t = t_0$ .

Entonces el origen es uniforme y asintóticamente estable en forma global.

La equivalencia de la condición 2 del teorema y las condiciones modificadas 2 y 3 se pueden ver como sigue: Si  $\dot{V}(\mathbf{x}, t)$  no es definida negativa sino sólo semidefinida negativa, entonces la trayectoria del punto representativo se puede volver tangente a alguna superficie determinada  $V(\mathbf{x}, t) = C$ . Dado que  $\dot{V}(\phi(t; \mathbf{x}_0, t_0), t)$  no desaparece para  $t \geq t_0 \forall t_0$  y  $\forall \mathbf{x}_0 \neq \mathbf{0}$ , el punto representativo no puede permanecer en el punto tangente y por tanto debe moverse hacia el origen.

## A.11 Teorema de Lyapunov sobre Estabilidad

Para probar la estabilidad del origen del sistema definido por la ecuación (A.3) se puede aplicar al siguiente teorema.

Suponga que un sistema está descrito por (A.3), donde

$$\mathbf{f}(\mathbf{0}, t) = \mathbf{0}, \quad \forall t.$$

Si existe una función escalar  $V(\mathbf{x}, t)$  con derivadas parciales de primer orden continuas y que satisfagan las condiciones:

1.  $V(\mathbf{x}, t) > 0$ .
2.  $\dot{V}(\mathbf{x}, t) \leq 0$ ,

entonces el equilibrio en el origen es uniformemente estable.

Deberá notarse que la semidefinición negativa de  $\dot{V}(\mathbf{x}, t)$  significa que el origen es uniformemente estable pero no necesariamente uniforme y asintóticamente estable. Por tanto, en este caso, el sistema puede mostrar una operación cíclica límite.

## A.12 Teorema de Inestabilidad

Si un estado  $\mathbf{x} = \mathbf{0}$  del sistema (A.3) es inestable, entonces existe una función escalar  $W(\mathbf{x}, t)$  que determina la estabilidad del estado de equilibrio.

Suponga que un sistema está descrito por (A.3), donde

$$\mathbf{f}(\mathbf{0}, t) = \mathbf{0}, \quad \forall t.$$

Si existe una función escalar  $W(\mathbf{x}, t)$  con derivadas parciales continuas que satisfagan las siguientes condiciones:

1.  $W(\mathbf{x}, t) > 0$  en alguna región alrededor del origen.
2.  $\dot{W}(\mathbf{x}, t) > 0$  en la misma región,

entonces el equilibrio en el origen es inestable.

## Apéndice B

# Modelado Dinámico del Robot de Transmisión Directa

Un robot de transmisión directa se define como un brazo mecánico en el que todas sus articulaciones son manejadas con transmisión directa [103]. El concepto de transmisión directa fue establecido por H. Asada en 1980, consiste en que el rotor del motor esté directamente acoplado al eslabón, de ahí que el sistema de engranes tradicional sea completamente eliminado, reduciendo significativamente el fenómeno de fricción.

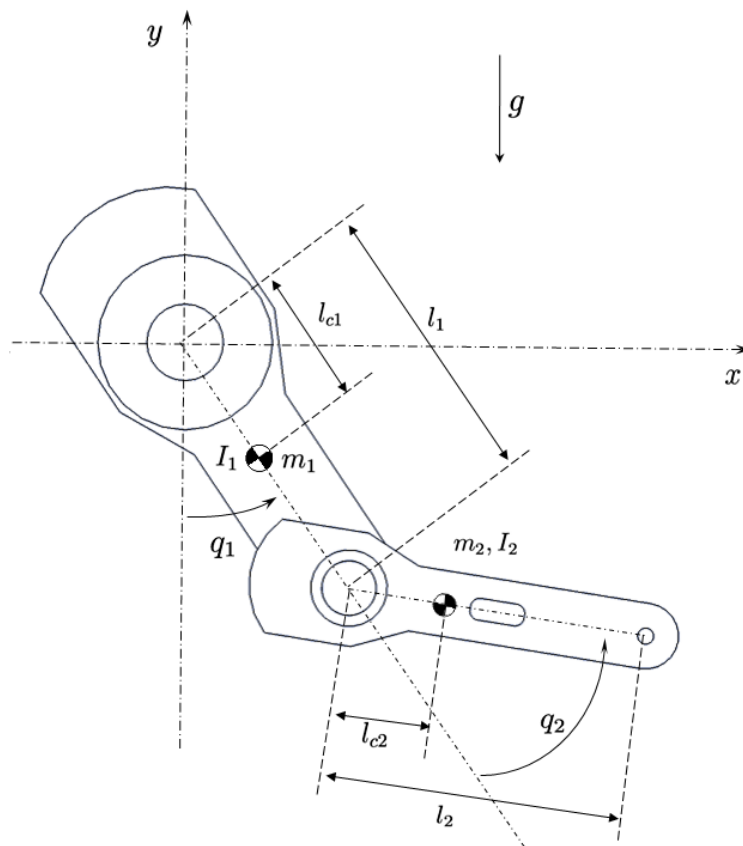


Figura B.1: Esquema del robot experimental de dos grados de libertad.

## B.1 Robot Experimental

El robot experimental [104] fue diseñado y construido en la Benemérita Universidad Autónoma de Puebla, en forma expresa para realizar investigación sobre control de movimiento. El robot manipulador de transmisión directa (figura 1.2), cuyos eslabones rígidos están unidos por articulaciones rotacionales, cuenta con dos grados de libertad y se mueve en un plano vertical.

El manipulador está equipado con sensores de posición para medir los desplazamientos articulares  $q_1$  y  $q_2$  de cada eslabón y con servo actuadores de transmisión directa para manejar cada articulación a través de los pares aplicados  $\tau_1$  y  $\tau_2$ . Los eslabones rígidos del robot están fabricados de aluminio de aleación 6061 y los motores utilizados para formar las articulaciones del hombro y el codo, respectivamente, son los modelos DM-1150A y DM-1015B de la compañía Parker Compumotor (tabla 1.2).

Tabla B.1: Parámetros físicos del robot manipulador

Eslabón	Significado	Notación
1. Hombro	Longitud del eslabón 1	$l_1$
	Masa del eslabón 1	$m_1$
	Centro de masa del eslabón 1	$l_{c1}$
	Inercia del eslabón 1	$I_1$
	Posición articular del eslabón 1	$q_1$
2. Codo	Longitud del eslabón 2	$l_2$
	Masa del eslabón 2	$m_2$
	Centro de masa del eslabón 2	$l_{c2}$
	Inercia del eslabón 2	$I_2$
	Posición articular del eslabón 2	$q_2$
	Aceleración de la gravedad	$g$

Considérese el esquema del robot experimental presentado en la figura B.1, en él se define un marco coordenado cartesiano cuyo origen es seleccionado en el punto de intersección del eje de rotación de la articulación del hombro con el plano vertical  $x$ - $y$ . El significado de los símbolos mostrados en la figura se encuentra resumido en la tabla B.1.

## B.2 Modelo Cinemático del Robot Experimental

Considerando las relaciones geométricas entre la posición cartesiana  $\mathbf{x} = [x \ y]^T$  del efector final y la configuración articular  $\mathbf{q}$  del manipulador, mostrado en el esquema de la figura B.1, se obtiene el siguiente modelo cinemático directo:

$$x = l_1 \sin(q_1) + l_2 \sin(q_1 + q_2) \quad (\text{B.1})$$

$$y = -l_1 \cos(q_1) - l_2 \cos(q_1 + q_2), \quad (\text{B.2})$$



donde  $l_{2s} = l_2 + l_{sf}$ , considerando que  $l_{sf} = 0.23$  m es la longitud del efector final que incluye el sensor de fuerza.

Por otra parte la matriz Jacobiana, que relaciona las velocidades cartesianas y articulares, está dada por:

$$\mathbf{J}(\mathbf{q}) = \begin{bmatrix} l_1 \cos(q_1) + l_{2s} \cos(q_1 + q_2) & l_{2s} \cos(q_1 + q_2) \\ l_1 \sin(q_1) + l_{2s} \sin(q_1 + q_2) & l_{2s} \sin(q_1 + q_2) \end{bmatrix}. \quad (\text{B.3})$$

### B.3 Modelo Dinámico del Robot Experimental

Un método estándar para obtener el modelo dinámico de un robot manipulador serial de  $n$  eslabones rígidos, está basado en las ecuaciones de movimiento de Euler-Lagrange. A continuación se describe el procedimiento para obtener el modelo dinámico del robot experimental de dos grados de libertad.

El método de Euler-Lagrange se basa en la obtención de la energía del manipulador. La energía cinética  $\mathcal{K}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})$  del robot manipulador de dos grados de libertad está dada por la siguiente expresión:

$$\begin{aligned} \mathcal{K}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) &= \frac{1}{2} \dot{\mathbf{q}}^T \mathbf{M}(\mathbf{q}) \dot{\mathbf{q}} \\ &= \frac{1}{2} (m_1 l_{c1}^2 + I_1 + m_2 l_1^2) \dot{q}_1^2 + \frac{1}{2} m_2 [l_{c2}^2 (\dot{q}_1 + \dot{q}_2)^2 + 2l_1 l_{c2} \cos(q_2) (\dot{q}_1 + \dot{q}_2) \dot{q}_1] \\ &\quad + \frac{1}{2} I_2 (\dot{q}_1 + \dot{q}_2)^2. \end{aligned} \quad (\text{B.4})$$

Mientras que la energía potencial  $\mathcal{U}(\mathbf{q})$  está dada por:

$$\mathcal{U}(\mathbf{q}) = m_1 g l_{c1} [1 - \cos(q_1)] + m_2 g [l_1 + l_{c2} - l_1 \cos(q_1) - l_{c2} \cos(q_1 + q_2)]. \quad (\text{B.5})$$

El *Lagrangiano*  $\mathcal{L}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})$  del robot manipulador se define como la diferencia entre la energía cinética y la energía potencial, es decir

$$\mathcal{L}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) = \mathcal{K}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) - \mathcal{U}(\mathbf{q}). \quad (\text{B.6})$$

Las ecuaciones de movimiento de Euler-Lagrange del robot manipulador están dadas por:

$$\frac{d}{dt} \left[ \frac{\partial \mathcal{L}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})}{\partial \dot{\mathbf{q}}} \right] - \frac{\partial \mathcal{L}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})}{\partial \mathbf{q}} = \boldsymbol{\tau} - \mathbf{f}_r(\dot{\mathbf{q}}) \quad (\text{B.7})$$

donde  $\boldsymbol{\tau} \in \mathbb{R}^n$  es el vector de pares generalizados que actúan sobre las articulaciones del robot y  $\mathbf{f}_r(\dot{\mathbf{q}}) \in \mathbb{R}^n$  es el vector de fuerzas o pares de fricción presente en las articulaciones del mismo.

Empleando las ecuaciones de movimiento de Euler-Lagrange (B.7) se obtiene que la matriz de inercia, del manipulador de dos grados de libertad, está dada por:

$$\mathbf{M}(\mathbf{q}) = \begin{bmatrix} m_1 l_{c1}^2 + m_2 [l_1^2 + l_{c2}^2 + 2l_1 l_{c2} \cos(q_2)] + I_1 + I_2 & m_2 l_{c2}^2 + m_2 l_1 l_{c2} \cos(q_2) + I_2 \\ m_2 l_{c2}^2 + m_2 l_1 l_{c2} \cos(q_2) + I_2 & m_2 l_{c2}^2 + I_2 \end{bmatrix}. \quad (\text{B.8})$$

La matriz de fuerzas centrípetas y de Coriolis toma la forma:

$$\mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) = \begin{bmatrix} -2m_2 l_1 l_{c2} \sin(q_2) \dot{q}_2 & -m_2 l_1 l_{c2} \sin(q_2) \dot{q}_2 \\ m_2 l_1 l_{c2} \sin(q_2) \dot{q}_1 & 0 \end{bmatrix}. \quad (\text{B.9})$$

El vector de pares gravitacionales está dado como:

$$\mathbf{g}(\mathbf{q}) = \begin{bmatrix} (m_1 l_{c1} + m_2 l_1) g \sin(q_1) + m_2 g l_{c2} \sin(q_1 + q_2) \\ m_2 g l_{c2} \sin(q_1 + q_2) \end{bmatrix}. \quad (\text{B.10})$$

La fricción presente en el robot manipulador es modelada como viscosa y está dada por

$$\mathbf{f}_r(\dot{\mathbf{q}}) = \begin{bmatrix} b_1 \dot{q}_1 \\ b_2 \dot{q}_2 \end{bmatrix}. \quad (\text{B.11})$$

## B.4 Parámetros Dinámicos del Robot Experimental

Los parámetros dinámicos del robot manipulador están compuestos por masas, distancias desde el centro de masa al eje de giro y momentos de inercia con respecto al centro de masa de cada eslabón, los cuales dependen de la composición física de cada eslabón. La figura B.2 muestra los componentes que integran a cada eslabón del robot experimental. Debido al interés de abordar el problema de control de interacción, también se incluyen las dimensiones y masas del sensor de fuerza/par.

El eslabón 1 está compuesto por la barra 1, el rotor del motor DM-1150A, el estator del motor DM-1015B, así como la masa total de los componentes del eslabón 2. Los parámetros dinámicos del primer eslabón se calculan a partir de las siguientes ecuaciones:

$$m_1 = m_{b1} + m_{r1} + m_{e2} + m_2 \quad (\text{B.12})$$

$$l_{c1} = \frac{m_{b1} l_{cb1} + (m_{e2} + m_2) l_1}{m_1} \quad (\text{B.13})$$

$$I_1 = I_{b1} + I_{r1} + I_{e2} + (m_{e2} + m_2) l_1^2. \quad (\text{B.14})$$

El significado y los valores de cada uno de los parámetros del eslabón 1 son resumidos en la tabla B.2.

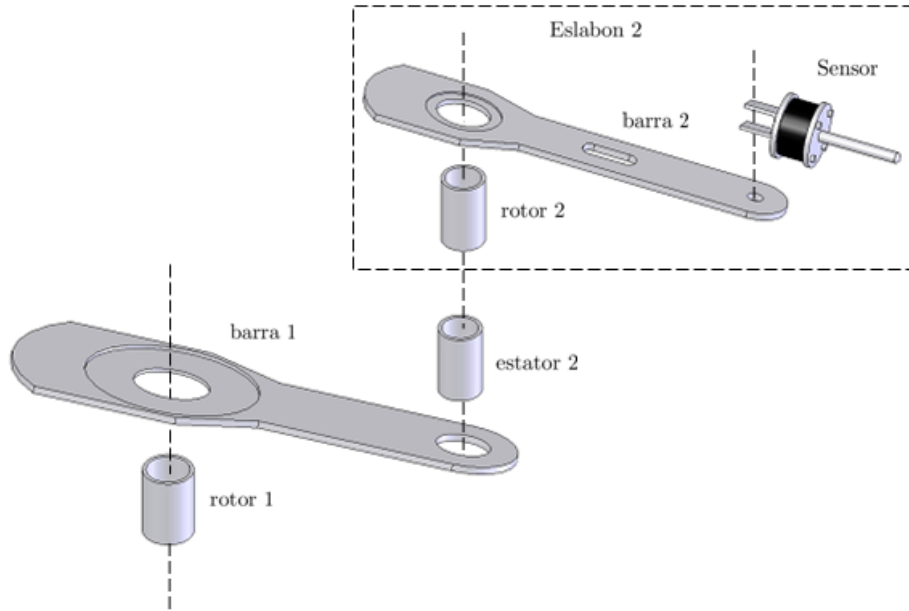


Figura B.2: Componentes del robot experimental de dos grados de libertad.

El eslabón 2 está compuesto por la barra 2, el rotor del motor DM-1015B y el sensor de fuerza ATI FT Gamma. Los parámetros dinámicos del segundo eslabón se calculan a partir de las siguientes ecuaciones:

$$m_2 = m_{b2} + m_{r2} + m_{sf} \quad (\text{B.15})$$

$$l_{c2} = \frac{m_{b2}l_{cb2} + m_{sf}l_2}{m_2} \quad (\text{B.16})$$

$$I_2 = I_{b2} + I_{r2} + m_{sf}l_2^2. \quad (\text{B.17})$$

El significado y los valores de cada uno de los parámetros del eslabón 2 son resumidos en la tabla B.3.

Tabla B.2: Parámetros del eslabón 1

Significado	Notación	Valor	Unidades
Longitud del eslabón 1	$l_1$	0.45	m
Masa de la barra 1	$m_{b1}$	5.8991	kg
Masa del rotor 1	$m_{r1}$	13.0	kg
Masa del estator 2	$m_{e2}$	2.53	kg
Centro de masa de la barra 1	$l_{cb1}$	0.1861	m
Inercia de la barra 1	$I_{b1}$	1.6781	kg·m <sup>2</sup> /rad
Inercia del rotor 1	$I_{r1}$	0.142	kg·m <sup>2</sup> /rad
Inercia del estator 2	$I_{e2}$	0.004	kg·m <sup>2</sup> /rad

Tabla B.3: Parámetros del eslabón 2

Significado	Notación	Valor	Unidades
Longitud del eslabón 2	$l_2$	0.45	m
Masa de la barra 2	$m_{b2}$	1.3225	kg
Masa del rotor 2	$m_{r2}$	2.97	kg
Centro de masa de la barra 2	$l_{cb2}$	0.1603	m
Inercia de la barra 2	$I_{b2}$	0.049	kg·m <sup>2</sup> /rad
Inercia del rotor 2	$I_{r2}$	0.012	kg·m <sup>2</sup> /rad
Masa del sensor de fuerza	$m_{sf}$	0.6	kg

Tomando en consideración los valores de los parámetros contenidos en las tablas B.2 y B.3 y haciendo uso de las expresiones (B.12)-(B.17), los valores de los parámetros dinámicos del robot manipulador son:

$$\begin{aligned}
 m_1 &= 26.3216 \text{ [kg]} \\
 l_{c1} &= 0.1686 \text{ [m]} \\
 I_1 &= 3.3272 \text{ [kg} \cdot \text{m}^2/\text{rad]} \\
 m_2 &= 4.8925 \text{ [kg]} \\
 l_{c2} &= 0.0985 \text{ [m]} \\
 I_2 &= 0.1825 \text{ [kg} \cdot \text{m}^2/\text{rad]}
 \end{aligned}$$

Los coeficientes de fricción viscosa fueron obtenidos experimentalmente y reportados en [39], y son:

$$\begin{aligned}
 b_1 &= 2.288 \text{ [Nm} \cdot \text{s/rad]} \\
 b_2 &= 0.1825 \text{ [Nm} \cdot \text{s/rad]}
 \end{aligned}$$

Los valores numéricos de los parámetros presentados en las tablas B.2 y B.3 fueron reportados en [105].

# Apéndice C

## Modelado Cinemático del Robot FANUC M-16iB 20T

La serie M-16iB/T de FANUC Robotics es una familia de robots de seis ejes montados sobre un riel. Estos robots están diseñados para brindar alta precisión, operación a alta velocidad, una plataforma amigable al usuario y confiabilidad máxima. El manipulador M-16iB 20T consta de un eje lineal ( $J_1$ ) y cinco ejes rotacionales ( $J_2 - J_6$ ), y sus características principales son listadas en la tabla C.1.

Tabla C.1: Especificaciones del robot FANUC M-16iB 20T

Característica		Valor	Unidades
Cantidad de ejes		6	-
Capacidad de carga		20	kg
Alcance		1510	mm
Repetibilidad		$\pm 0.10$	mm
Rango de movimiento	$J_1$	3600	mm
	$J_2$	300	grados
	$J_3$	460	grados
	$J_4$	400	grados
	$J_5$	280	grados
	$J_6$	900	grados
Velocidad de movimiento	$J_1$	2750	mm/s
	$J_2$	165	grados/s
	$J_3$	175	grados/s
	$J_4$	350	grados/s
	$J_5$	340	grados/s
	$J_6$	520	grados/s

Para controlar cinemáticamente al robot, es necesario indicar los valores de sus 6 articulaciones ( $J_1 - J_6$ ) para generar el movimiento deseado. Debido al interés de utilizar este

manipulador en tareas de interacción, como lo son las terapias de rehabilitación, es necesario trabajar en espacio cartesiano haciendo uso de los modelos cinemáticos directo e inverso [106] para la comunicación y el control del robot.

## C.1 Modelo Cinemático Directo FANUC M-16iB 20T

Considerando el esquema de la figura C.1 y mediante el uso de matrices de transformación homogéneas, se obtuvo el modelo cinemático directo del robot FANUC M-16iB 20T dado por:

$$\mathbf{H} = \mathbf{A}_1 \cdot \mathbf{A}_2 \cdot \mathbf{A}_3 \cdot \mathbf{A}_4 \cdot \mathbf{A}_5 \cdot \mathbf{A}_6 = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} & x \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} & y \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} & z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{C.1})$$

donde

$$\mathbf{A}_1 = \text{Tras}_{y,J_1}$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & J_1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{A}_2 = \text{Tras}_{x,a \cos(J_2)} \cdot \text{Tras}_{z,-a \sin(J_2)}$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & a \cos(J_2) \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -a \sin(J_2) \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{A}_3 = \text{Rot}_{y,-J_3} \cdot \text{Tras}_{x,b} \cdot \text{Tras}_{z,-c}$$

$$= \begin{bmatrix} \cos(J_3) & 0 & -\sin(J_3) & b \cos(J_3) + c \sin(J_3) \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ \sin(J_3) & 0 & \cos(J_3) & b \sin(J_3) - c \cos(J_3) \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{A}_4 = \text{Rot}_{z,J_4}$$

$$= \begin{bmatrix} \cos(J_4) & -\sin(J_4) & 0 & 0 \\ \sin(J_4) & \cos(J_4) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned}
 \mathbf{A}_5 &= \text{Rot}_{y,-J_5} \\
 &= \begin{bmatrix} \cos(J_5) & 0 & -\text{sen}(J_5) & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ \text{sen}(J_5) & 0 & \cos(J_5) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\
 \mathbf{A}_6 &= \text{Rot}_{z,J_6} \cdot \text{Tras}_{z,-d} \cdot \text{Rot}_{x,\phi} \\
 &= \begin{bmatrix} \cos(J_6) & \text{sen}(J_6) & 0 & 0 \\ \text{sen}(J_6) & -\cos(J_6) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & -d \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.
 \end{aligned}$$

Las dimensiones de los eslabones del robot son:  $a=770$  mm,  $b=100$  mm,  $c=740$  mm y  $d=100$  mm.

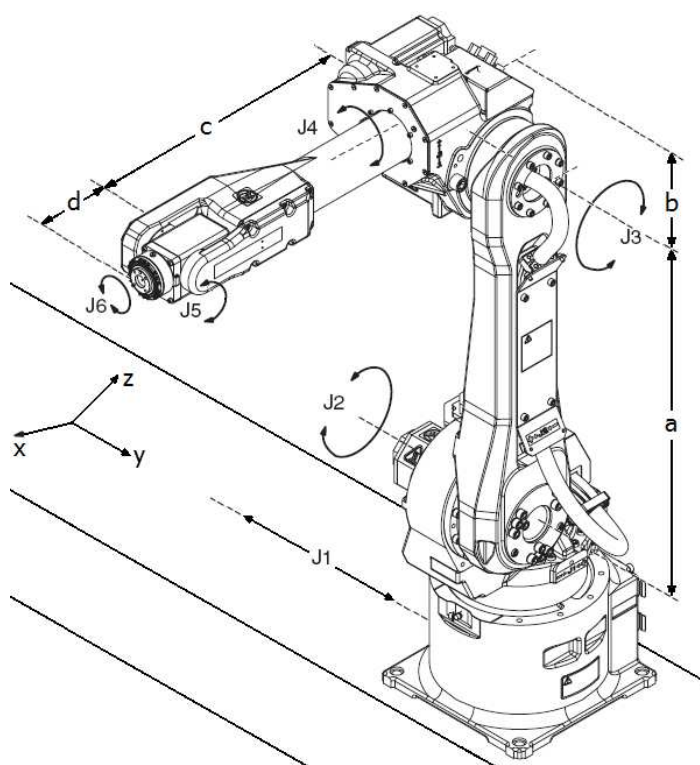


Figura C.1: Esquema del robot FANUC M-16iB 20T (www.fanurobotics.com.mx, 2011).

## C.2 Modelo Cinemático Inverso FANUC M-16iB 20T

Por otra parte, el modelado cinemático inverso se realizó a través de un desacoplamiento cinemático [106]. Partiendo de que el punto de localización de la muñeca está dado por

$$X_m = x - d \cdot r_{13} \quad (C.2)$$

$$Y_m = y - d \cdot r_{23} \quad (C.3)$$

$$Z_m = z - d \cdot r_{33}. \quad (C.4)$$

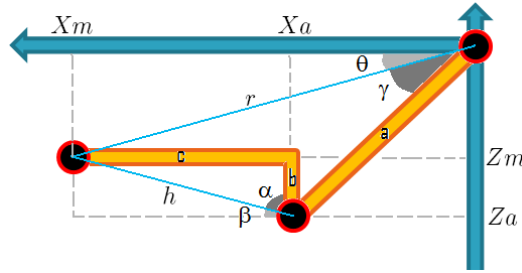


Figura C.2: Esquema de localización de la muñeca del robot FANUC M-16iB 20T.

La traslación (ubicación de la muñeca) se obtiene en forma geométrica a partir del esquema de la figura C.2 y tomando en cuenta que la primera articulación del robot es de tipo prismática. Así obtenemos que las expresiones para las primeras 3 juntas son:

$$J_1 = Y_m \quad (C.5)$$

$$J_2 = \gamma - \theta \quad (C.6)$$

$$J_3 = \alpha + \beta, \quad (C.7)$$

considerando que

$$\gamma = \arccos\left(\frac{a^2 + r^2 - h^2}{2ar}\right),$$

$$\theta = \arctan\left(\frac{Z_m}{X_m}\right),$$

$$\alpha = \arctan\left(\frac{c}{b}\right),$$

$$\beta = \arctan\left(\frac{Z_m - Z_a}{X_m - X_a}\right),$$

y donde

$$r = \sqrt{X_m^2 + Z_m^2},$$

$$h = \sqrt{b^2 + c^2},$$

$$X_a = a \cos(J_2),$$

$$Z_a = -a \operatorname{sen}(J_2).$$



Para determinar los valores de las tres últimas articulaciones que orientan el extremo final del robot, se utiliza la solución de Pieper [106] dada por:

$${}^3\text{Rot}_{extremo} = ({}^0\text{Rot}_3)^T \cdot {}^0\text{Rot}_{extremo}. \quad (\text{C.8})$$

Por lo tanto, la orientación se obtuvo de manera algebraica de tal forma que:

$$J_4 = \arctan \left( \frac{r_{23}/\text{sen}(J_5)}{[r_{13} \cos(J_3) + r_{33} \text{sen}(J_3)]/\text{sen}(J_5)} \right) \quad (\text{C.9})$$

$$J_5 = \arctan \left( \frac{\sqrt{r_{23}^2 + [r_{13} \cos(J_3) + r_{33} \text{sen}(J_3)]^2}}{r_{13} \text{sen}(J_3) - r_{33} \cos(J_3)} \right) \quad (\text{C.10})$$

$$J_6 = \arctan \left( \frac{[r_{32} \cos(J_3) - r_{12} \text{sen}(J_3)]/\text{sen}(J_5)}{[r_{31} \cos(J_3) - r_{11} \text{sen}(J_3)]/\text{sen}(J_5)} \right). \quad (\text{C.11})$$



# Apéndice D

## Modelado Cinemático del PHANTOM Omni

Los dispositivos hápticos buscan aplicar el sentido del tacto a la interacción humana con sistemas informáticos. Un dispositivo háptico es el que implica el contacto físico entre la computadora y el usuario, por lo general mediante un dispositivo de entrada/salida, como una palanca de mando o guantes, que permiten transmitir los movimientos del cuerpo del usuario.

La familia de dispositivos PHANTOM de la empresa SensAble Technologies es un interfaz háptico de tridimensional de tipo lápiz. El PHANTOM Omni tiene seis grados de libertad, y tres actuadores eléctricos para posicionar virtualmente un punto en un espacio tridimensional. Todos los grados de movimiento tienen límites físicos.



Figura D.1: Macro-movimientos del dispositivo háptico PHANTOM Omni (Sensable Technologies, [www.sensable.com](http://www.sensable.com), 2011).

Los movimientos del dispositivo háptico se pueden clasificar en 2 tipos: macro-movimientos y micro-movimientos. Los macro-movimientos sirven para lograr la traslación o posicionamiento de la muñeca, a través del movimiento del cuerpo o base, el hombro y el codo. Por otra parte, los micro-movimientos sirven para la orientación del efector final (stylus). Debido a la configuración de estos tres últimos grados de libertad, la muñeca del PHANTOM Omni es de tipo esférica [106].



Figura D.2: Micro-movimientos del dispositivo háptico PHANTOM Omni (Sensable Technologies, www.sensable.com, 2011).

Las características principales del dispositivo PHANTOM Omni están listadas en la tabla D.1.

Tabla D.1: Especificaciones del dispositivo PHANTOM Omni

Característica	Valor	Unidades
Resolución nominal	0.055	mm
Fuerza máxima	3.3	N
Fuerza continua	0.88	N
Rigidez	$x$ 1.26 $y$ 2.31 $z$ 1.02	N/mm
Inercia (masa aparente en el efector final)	0.045	kg

## D.1 Modelo Cinemático Directo PHANTOM Omni

En la figura D.3 se presenta la configuración articular  $\theta = [\theta_1 \theta_2 \theta_3]^T$  del robot PHANTOM Omni. Las longitudes de los eslabones,  $l_1$  y  $l_2$ , fueron medidas físicamente y verificadas comparando la posición  $(x, y, z)$  que se obtiene mediante el software del dispositivo y la que da como resultado el modelo cinemático obtenido.

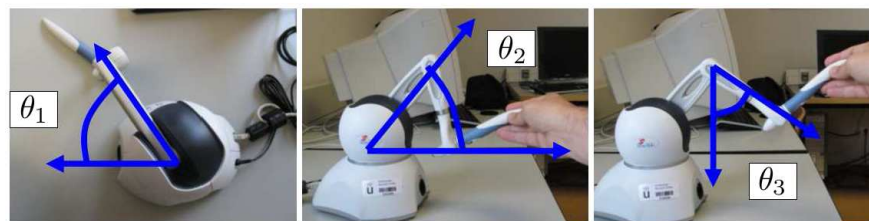


Figura D.3: Primeros tres grados de libertad del dispositivo háptico PHANTOM Omni.

El modelo cinemático que se presenta en esta sección corresponde únicamente al posicionamiento de la muñeca a través del análisis del movimiento de los tres primeros grados de libertad (macro-movimientos) del dispositivo. Considerando las relaciones geométricas correspondientes, la cinemática directa del dispositivo háptico está dada por:

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \mathbf{f}(\boldsymbol{\theta}) = \begin{bmatrix} -(l_1 \cos \theta_2 + l_2 \sin \theta_3) \sin \theta_1 \\ l_1 \sin \theta_2 - l_2 \cos \theta_3 + d_1 \\ (l_1 \cos \theta_2 + l_2 \sin \theta_3) \cos \theta_1 - d_2 \end{bmatrix} \quad (\text{D.1})$$

donde  $l_1=133.35$  mm,  $l_2=133.35$  mm,  $d_1=23.35$  mm y  $d_2=168.35$  mm. Las distancias  $d_1$  y  $d_2$  representan un desplazamiento del origen del sistema de referencia con respecto a la base del robot. Por lo tanto, la matriz Jacobiana del manipulador se obtiene al derivar respecto a la configuración articular, de tal forma que

$$\begin{aligned} \mathbf{J} &= \frac{\partial \mathbf{f}(\boldsymbol{\theta})}{\partial \boldsymbol{\theta}} \\ &= \begin{bmatrix} -(l_1 \cos \theta_2 + l_2 \sin \theta_3) \cos \theta_1 & l_1 \sin \theta_1 \sin \theta_2 & -l_2 \sin \theta_1 \cos \theta_3 \\ 0.0 & l_1 \cos \theta_2 & l_2 \sin \theta_3 \\ -(l_1 \cos \theta_2 + l_2 \sin \theta_3) \sin \theta_1 & -l_1 \cos \theta_1 \sin \theta_2 & l_2 \cos \theta_1 \cos \theta_3 \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (\text{D.2})$$

Por otra parte tenemos que la fuerza debida a la gravedad está dada por:

$$\mathbf{f}_g = \begin{bmatrix} 0 \\ mg \\ 0 \end{bmatrix} \quad (\text{D.3})$$

donde  $m = 45$  gramos, es la masa aparente en el efector final, y  $g = 9.81$  m/s<sup>2</sup> la aceleración debida a la gravedad. Por lo tanto, la compensación de gravedad del manipulador se obtiene mediante la siguiente relación

$$\mathbf{g}(\boldsymbol{\theta}) = \mathbf{J}^T(\boldsymbol{\theta}) \mathbf{f}_g. \quad (\text{D.4})$$



# Apéndice E

## Modelado Dinámico del Robot MIT-MANUS

MIT-MANUS es un novedoso robot diseñado para aplicaciones clínicas de rehabilitación neurológica [107]. A diferencia de la mayoría de robots industriales, el MIT-MANUS está configurado para una operación segura y estable cuando está en contacto físico con seres humanos. Una pieza clave para lograr esta operación es el uso de control de impedancia como base del sistema de control del robot [9]. El sistema de control modula la forma en que el robot reacciona ante una perturbación mecánica del paciente o terapeuta y asegura un comportamiento dócil. El MIT-MANUS puede mover, guiar o perturbar el movimiento de la extremidad superior de un paciente y puede registrar movimientos y cantidades mecánicas como la posición, velocidad y fuerzas aplicadas.

### E.1 Robot MIT-MANUS

El diseño actual del robot MIT-MANUS es portable y cumple con los estándares de seguridad para su operación en entornos clínicos [74]. Este dispositivo robótico fue diseñado para obtener una impedancia intrínseca baja en el efector final, con baja inercia ( $1\pm 0.33$  kg) y fricción ( $0.84\pm 0.28$  N), y ser capaz de producir un rango predeterminado de fuerzas (0-45 N) e impedancias (0-2 N/mm).

Actualmente el MIT-MANUS tiene dos módulos: un módulo planar provee dos grados de libertad traslacionales para el movimiento del codo y el antebrazo. Además permite un rango pequeño de movimiento pasivo vertical a través de un conjunto de resortes. Un módulo de tres grados de libertad montado en el extremo final del módulo planar provee los grados de movimiento necesarios para la muñeca.

Este trabajo se concentra en el uso del módulo planar de dos grados de libertad que consiste de un mecanismo de 5 barras tipo SCARA (Selective Compliance Assembly Robot Arm, por sus siglas en inglés) de transmisión directa. El robot está actuado por dos servomotores con un par continuo de 7.86 Nm ( $[\tau_1 \ \tau_2]^T$ ), equipados con resolvers de 16 bits

para la medición de posición ( $[q_1 \ q_2]^T$ ) y velocidad. Además, cuenta con un sensado redundante de velocidad que es obtenido por medio de tacómetros de corriente directa con una sensibilidad de 1.75 V/rad/s. El sistema también incluye sensores de par colocados en el eje de los motores. La arquitectura de control del robot es implementada en una computadora personal estándar 486 a 66 MHz e incluye tarjetas de control y adquisición de datos de 16 bits.

Considérese el esquema del robot MIT-MANUS presentado en la figura E.1, en él se define un marco coordenado cartesiano cuyo origen es seleccionado en el punto de intersección del eje de rotación de las articulaciones del robot con el plano horizontal  $x$ - $y$ . El significado de los símbolos mostrados en la figura se encuentra resumido en la tabla E.1.

Tabla E.1: Parámetros físicos del robot MIT-MANUS

Eslabón	Significado	Notación
1.	Longitud del eslabón 1	$l_1$
	Masa del eslabón 1	$m_1$
	Centro de masa del eslabón 1	$l_{c1}$
	Inercia del eslabón 1	$I_1$
	Posición articular del eslabón 1	$q_1$
2.	Longitud del eslabón 2	$l_2$
	Masa del eslabón 2	$m_2$
	Centro de masa del eslabón 2	$l_{c2}$
	Inercia del eslabón 2	$I_2$
	Posición articular del eslabón 2	$q_2$
3.	Longitud del eslabón 3	$l_3$
	Masa del eslabón 3	$m_3$
	Centro de masa del eslabón 3	$l_{c3}$
	Inercia del eslabón 3	$I_3$
4.	Longitud del eslabón 4	$l_4$
	Masa del eslabón 4	$m_4$
	Centro de masa del eslabón 4	$l_{c4}$
	Inercia del eslabón 4	$I_4$

## E.2 Modelo Cinemático del Robot MIT-MANUS

Considerando las relaciones geométricas entre la posición cartesiana  $\mathbf{x} = [x \ y]^T$  del efector final y la configuración articular  $\mathbf{q}$  del manipulador, mostrado en el esquema de la figura E.1, se obtiene el siguiente modelo cinemático directo:

$$x = l_1 \sin(q_1) + l_4 \sin(q_2) \quad (\text{E.1})$$

$$y = -l_1 \cos(q_1) - l_4 \cos(q_2). \quad (\text{E.2})$$



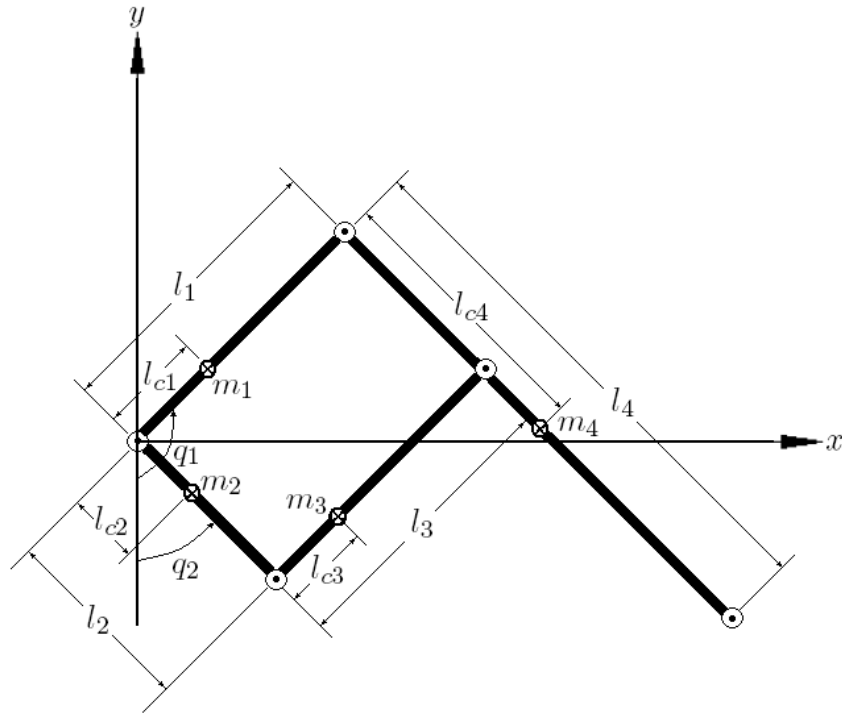


Figura E.1: Esquema del robot MIT-MANUS.

Por otra parte la matriz Jacobiana, que relaciona las velocidades cartesianas y articulares, está dada por:

$$\mathbf{J}(\mathbf{q}) = \begin{bmatrix} l_1 \cos(q_1) & l_4 \cos(q_2) \\ l_1 \sin(q_1) & l_4 \sin(q_2) \end{bmatrix}, \quad (\text{E.3})$$

donde  $l_1 = 0.405$  m y  $l_4 = 0.515$  m.

### E.3 Modelo Dinámico del Robot MIT-MANUS

Con la finalidad de obtener el modelo dinámico del sistema es necesario analizar cada uno de los elementos que componen el robot y la contribución de energía de los mismos.

De la figura E.1 se tiene que para la masa  $m_1$ , su posición está dada por

$$\begin{aligned} x_1 &= l_{c1} \sin(q_1) \\ y_1 &= -l_{c1} \cos(q_1), \end{aligned}$$

y su velocidad es

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= l_{c1} \cos(q_1) \dot{q}_1 \\ \dot{y}_1 &= l_{c1} \sin(q_1) \dot{q}_1. \end{aligned}$$

Considerando la inercia del eslabón 1 como  $I_1$ , se tiene que la energía cinética del eslabón 1 es

$$\mathcal{K}_1 = \frac{1}{2}(I_1 + m_1 l_{c1}^2) \dot{q}_1^2. \quad (\text{E.4})$$

Realizando el mismo análisis para los siguientes eslabones, se tiene que para el eslabón 2

$$\begin{aligned} x_2 &= l_{c2} \text{sen}(q_2) \\ y_2 &= -l_{c2} \text{cos}(q_2) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \dot{x}_2 &= l_{c2} \text{cos}(q_2) \dot{q}_2 \\ \dot{y}_2 &= l_{c2} \text{sen}(q_2) \dot{q}_2 \end{aligned}$$

$$\mathcal{K}_2 = \frac{1}{2}(I_2 + m_2 l_{c2}^2) \dot{q}_2^2. \quad (\text{E.5})$$

Para el eslabón 3

$$\begin{aligned} x_3 &= l_2 \text{sen}(q_2) + l_{c3} \text{sen}(q_1) \\ y_3 &= -l_2 \text{cos}(q_2) - l_{c3} \text{cos}(q_1) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \dot{x}_3 &= l_2 \text{cos}(q_2) \dot{q}_2 + l_{c3} \text{cos}(q_1) \dot{q}_1 \\ \dot{y}_3 &= l_2 \text{sen}(q_2) \dot{q}_2 + l_{c3} \text{sen}(q_1) \dot{q}_1 \end{aligned}$$

$$\mathcal{K}_3 = \frac{1}{2}(I_3 + m_3 l_{c3}^2) \dot{q}_1^2 + \frac{1}{2} m_3 l_2^2 \dot{q}_2^2 + m_3 l_2 l_{c3} \text{cos}(q_2 - q_1) \dot{q}_1 \dot{q}_2. \quad (\text{E.6})$$

Finalmente para el eslabón 4

$$\begin{aligned} x_4 &= l_1 \text{sen}(q_1) + l_{c4} \text{sen}(q_2) \\ y_4 &= -l_1 \text{cos}(q_1) - l_{c4} \text{cos}(q_2) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \dot{x}_4 &= l_1 \text{cos}(q_1) \dot{q}_1 + l_{c4} \text{cos}(q_2) \dot{q}_2 \\ \dot{y}_4 &= l_1 \text{sen}(q_1) \dot{q}_1 + l_{c4} \text{sen}(q_2) \dot{q}_2 \end{aligned}$$

$$\mathcal{K}_4 = \frac{1}{2}(I_4 + m_4 l_{c4}^2) \dot{q}_2^2 + \frac{1}{2} m_4 l_1^2 \dot{q}_1^2 + m_4 l_1 l_{c4} \text{cos}(q_2 - q_1) \dot{q}_1 \dot{q}_2. \quad (\text{E.7})$$

Por lo tanto sumando (E.4)-(E.7), la energía cinética  $\mathcal{K}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})$  del robot MIT-MANUS de dos grados de libertad está dada por la siguiente expresión:

$$\begin{aligned} \mathcal{K}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) &= \frac{1}{2} \dot{\mathbf{q}}^T \mathbf{M}(\mathbf{q}) \dot{\mathbf{q}} \\ &= \frac{1}{2} (m_1 l_{c1}^2 + m_3 l_{c3}^2 + m_4 l_1^2 + I_1 + I_3) \dot{q}_1^2 + (m_3 l_2 l_{c3} + m_4 l_1 l_{c4}) \text{cos}(q_2 - q_1) \dot{q}_1 \dot{q}_2 \\ &\quad + \frac{1}{2} (m_2 l_{c2}^2 + m_4 l_{c4}^2 + m_3 l_2^2 + I_2 + I_4) \dot{q}_2^2. \end{aligned} \quad (\text{E.8})$$

Mientras que la energía potencial  $\mathcal{U}(\mathbf{q}) = 0$ , debido a que el robot se mueve en un plano horizontal. Por lo tanto  $\mathcal{L}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) = \mathcal{K}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})$ .

Empleando las ecuaciones de movimiento de Euler-Lagrange (B.7) se obtiene que la matriz de inercia, del manipulador MIT-MANUS, está dada por:

$$\mathbf{M}(\mathbf{q}) = \begin{bmatrix} m_1 l_{c1}^2 + m_3 l_{c3}^2 + m_4 l_1^2 + I_1 + I_3 & (m_3 l_2 l_{c3} + m_4 l_1 l_{c4}) \cos(q_2 - q_1) \\ (m_3 l_2 l_{c3} + m_4 l_1 l_{c4}) \cos(q_2 - q_1) & m_2 l_{c2}^2 + m_4 l_{c4}^2 + m_3 l_2^2 + I_2 + I_4 \end{bmatrix}. \quad (\text{E.9})$$

La matriz de fuerzas centrípetas y de Coriolis toma la forma:

$$\mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) = \begin{bmatrix} 0 & -(m_3 l_2 l_{c3} + m_4 l_1 l_{c4}) \sin(q_2 - q_1) \dot{q}_2 \\ (m_3 l_2 l_{c3} + m_4 l_1 l_{c4}) \sin(q_2 - q_1) \dot{q}_1 & 0 \end{bmatrix}. \quad (\text{E.10})$$

La fricción presente en el robot manipulador es modelada como viscosa y está dada por

$$\mathbf{f}_r(\dot{\mathbf{q}}) = \begin{bmatrix} b_1 \dot{q}_1 \\ b_2 \dot{q}_2 \end{bmatrix}. \quad (\text{E.11})$$

El movimiento del robot se realiza en un plano horizontal, por lo tanto el vector de pares gravitacionales es  $\mathbf{g}(\mathbf{q}) = [0 \ 0]^T$ .

Los parámetros dinámicos del robot MIT-MANUS están compuestos por masas, distancias desde el centro de masa al eje de giro y momentos de inercia con respecto al centro de masa de cada eslabón, los cuales dependen de la composición física de cada eslabón. Dichos parámetros no se encuentran publicados, debido a que este robot ha sido comercializado con el nombre de InMotion2 por la compañía Interactive Motion Technologies.

Con la finalidad de simular el comportamiento de robot MIT-MANUS, se consideró la parametrización presentada en [108], donde:

$$\begin{aligned} m_1 l_{c1}^2 + m_3 l_{c3}^2 + m_4 l_1^2 + I_1 + I_3 &= 3.480 \text{ [kg} \cdot \text{m}^2] \\ m_3 l_2 l_{c3} + m_4 l_1 l_{c4} &= 0.145 \text{ [kg} \cdot \text{m}^2] \\ m_2 l_{c2}^2 + m_4 l_{c4}^2 + m_3 l_2^2 + I_2 + I_4 &= 1.160 \text{ [kg} \cdot \text{m}^2]. \end{aligned}$$

Los coeficientes de fricción viscosa, se seleccionaron como los extremos del rango de fricción del MIT-MANUS presentado con anterioridad, por lo tanto:

$$\begin{aligned} b_1 &= 1.12 \text{ [Nm} \cdot \text{s/rad]} \\ b_2 &= 0.56 \text{ [Nm} \cdot \text{s/rad]}. \end{aligned}$$



# Apéndice F

## Sensores de Fuerza/Par

Existen diversos tipos de sensores de fuerza, usualmente celdas de par y carga, también conocidos como transductores de fuerza, son dispositivos útiles para la medición de pares y fuerzas generadas dentro de un sistema mecánico. La medición de una fuerza o par se reduce usualmente a medir la tensión inducida por la fuerza o par aplicado a un elemento extensible. Por lo tanto, una medición indirecta de la fuerza se obtiene a través de la medición de pequeños desplazamientos. El componente básico de un sensor de fuerza es un indicador de tensión, que es una pequeña espira plana de alambre conductor que cambia su resistencia cuando se ejerce fuerza sobre ella. Este indicador se coloca sobre una placa y se mide el cambio en la resistencia para determinar la tensión, debido a que ésta está directamente relacionada con la fuerza aplicada sobre la placa. El indicador de tensión se elige de tal forma que su resistencia  $r_s$  varíe linealmente en un rango de tensión admisible para el elemento extensible.

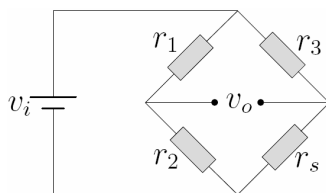


Figura F.1: Puente Wheatstone para el acondicionamiento de la señal.

Un indicador típico de tensión tiene un cambio de resistencia muy bajo cuando se ejerce fuerza sobre él. Los indicadores dentro del transductor de fuerza, usualmente un múltiplo de cuatro, son conectados dentro de una configuración de puente Wheatstone, como se muestra en la figura F.1, con la finalidad de convertir la pequeña señal de cambio en resistencia en una señal eléctrica útil. Además, algunos componentes pasivos como resistencias y cables dependientes de la temperatura, son utilizados para compensar y calibrar la señal de salida del puente. La salida de voltaje es negativa para un determinada dirección de la fuerza, y positiva para la dirección opuesta. El balance de voltaje en el puente está descrito por

$$v_o = \left( \frac{r_2}{r_1 + r_2} - \frac{r_s}{r_3 + r_s} \right) v_i. \quad (\text{F.1})$$

Generalmente los sensores de fuerza utilizados en robots manipuladores son colocados en la muñeca, agregando algún elemento sobre el sensor que actúa como efector final durante la interacción con el entorno. Debido a esto, el diámetro de un sensor de fuerza es de alrededor de 10 cm y una altura de 5 cm. Los rangos de medición de fuerza oscilan entre 50 y 500 N, mientras que para la medición de pares están entre 5 y 70 Nm. La resolución típica es del orden de 0.1% de la fuerza máxima y de 0.05% del par máximo, respectivamente. En cuanto al procesamiento de las señales medidas y la generación de la salida, se tiene una frecuencia en muestreo del orden de 1 kHz [109].

ATI Industrial Automation es el mayor proveedor de sensores de fuerza/par en el mundo. Miles de sensores de este fabricante están siendo utilizados en una gran variedad de aplicaciones tales como:

- Verificación del ensamble de componentes mecánicos y eléctricos.
- Procesos como desbastado, pulido y esmerilado donde el robot requiere aplicar una fuerza constante.
- Retroalimentación de fuerza/par para manipuladores en ambientes nucleares.
- Investigación sobre rehabilitación física y prótesis.

Los sistemas de sensado de fuerza/par de este fabricante miden las seis componentes ( $f_x$ ,  $f_y$ ,  $f_z$ ,  $\tau_x$ ,  $\tau_y$ ,  $\tau_z$ ) mediante un transductor instrumentado, que contiene indicadores de tensión de silicio para lograr una excelente inmunidad al ruido y tener una alta rigidez que permite incrementar la protección ante sobrecargas [110]. A continuación se describen tres modelos de sensores que son útiles para diversas aplicaciones robóticas.



Figura F.2: Sensor de fuerza/par ATI FT Nano17 (www.ati-ia.com, 2011).

## F.1 Transductor Nano17

Es uno de los sensores de 6 ejes más pequeño del mundo y está diseñado para aplicaciones dentro de la investigación científica. Algunas de sus principales aplicaciones son: cirugía robótica, investigación sobre manos robóticas, investigación dental e investigación sobre fuerza en dedos robóticos. Este sensor tiene un diámetro de 17 mm y una altura de 14.5 mm, y su peso aproximado es de 9 gramos.

Tabla F.1: Características principales del sensor Nano17.

<b>Rangos de Sensado</b> <b>Ejes</b>	<b>Calibraciones</b>		
	<b>SI-12-0.12</b>	<b>SI-25-0.25</b>	<b>SI-50-0.5</b>
$f_x, f_y$ ( $\pm N$ )	12	25	50
$f_z$ ( $\pm N$ )	17	35	70
$\tau_x, \tau_y, \tau_z$ ( $\pm Nmm$ )	120	250	500
<b>Resolución</b>			
$f_x, f_y, f_z$ (N)	1/320	1/160	1/80
$\tau_x, \tau_y, \tau_z$ (Nmm)	1/64	1/32	1/16

## F.2 Transductor Gamma

Este sensor es ampliamente utilizado en tareas de interacción de robots manipuladores tanto para aplicaciones industriales como para investigación científica. Algunas de sus principales áreas de aplicación son: control de fuerza en tiempo real, ensamblado robótico, retroalimentación háptica, pruebas automotrices, pruebas de prótesis, entre otras. Su peso es de 254 gramos, mientras que sus dimensiones son 75.4 mm de diámetro y 33.3 mm de altura.

Tabla F.2: Características principales del sensor Gamma.

<b>Rangos de Sensado</b> <b>Ejes</b>	<b>Calibraciones</b>		
	<b>SI-32-2.5</b>	<b>SI-65-5</b>	<b>SI-130-10</b>
$f_x, f_y$ ( $\pm N$ )	32	65	130
$f_z$ ( $\pm N$ )	100	200	400
$\tau_x, \tau_y, \tau_z$ ( $\pm Nm$ )	2.5	5	10
<b>Resolución</b>			
$f_x, f_y$ (N)	1/160	1/80	1/40
$f_z$ (N)	1/80	1/40	1/20
$\tau_x, \tau_y, \tau_z$ (Nm)	1/2000	10/13333	1/800

## F.3 Transductor Omega250

Este sensor es utilizado en tareas de interacción industriales, debido a su amplio rango de sensado de fuerzas y pares. Algunas de sus principales áreas de aplicación son: pruebas de productos, retroalimentación de fuerza, telerobótica, colocación y extracción de partes o componentes que requieren precisión. Su peso es de 38.1 kg, mientras que sus dimensiones son 260 mm de diámetro y 95 mm de altura.



Figura F.3: Sensor de fuerza/par ATI FT Gamma (www.ati-ia.com, 2011).



Figura F.4: Sensor de fuerza/par ATI FT Omega250 (www.ati-ia.com, 2011).

Tabla F.3: Características principales del sensor Omega250.

Rangos de Sensado Ejes	Calibraciones		
	SI-4000-500	SI-8000-1000	SI-16000-2000
$f_x, f_y$ ( $\pm N$ )	4000	8000	16000
$f_z$ ( $\pm N$ )	8000	16000	32000
$\tau_x, \tau_y, \tau_z$ ( $\pm Nm$ )	500	1000	2000
<b>Resolución</b>			
$f_x, f_y$ (N)	1	2	5
$f_z$ (N)	2	4	10
$\tau_x, \tau_y, \tau_z$ (Nm)	1/8	1/4	1/2



# Bibliografía

- [1] G.B. Prange, M.J. Jannink, C.G. Groothuis-Oudshoorn, H.J. Hermens & M.J. Ijzerman, Systematic Review of the Effect of Robot-Aided Therapy on Recovery of the Hemiparetic Arm After Stroke, *Journal of Rehabilitation Research and Development*, **43(2)**, 171-184 (2006).
- [2] G. Kwakkel, B.J. Kollen & H.I. Krebs, Effects of Robot-Assisted Therapy on Upper Limb Recovery After Stroke: A Systematic Review, *Neurorehabilitation and Neural Repair*, **22(2)**, 111-121 (2008).
- [3] Guía de Práctica Clínica. *Guía de Práctica Clínica para la Vigilancia del Paciente con Secuelas de Enfermedad Vasculat Cerebral en el Primer Nivel de Atención*. Instituto Mexicano del Seguro Social. Dirección de prestaciones médicas, Unidad de atención médica; Coordinación de Unidades Médicas de Alta Especialidad. División de Excelencia Clínica (Octubre 2009).
- [4] L. Dipietro, H.I. Krebs, S.E. Fasoli, B.T. Volpe & N. Hogan, Submovements Changes Characterize Generalization of Motor Recovery After Stroke, *Cortex*, DOI: 10.1016/j.cortex.2008.02.008 (2008).
- [5] F. Reyes, *Robótica: Control de Robots Manipuladores*, Alfaomega, México (2011).
- [6] B. Siciliano & L. Villani, *Robot Force Control*, Kluwer Academic Publishers, Boston, MA (1999).
- [7] M. Raibert & J. Craig, Hybrid Position/Force Control of Manipulators, *ASME Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, **102**, 126-133 (1981).
- [8] W. McCormick & H. Schwartz, An Investigation of Impedance Control for Robot Manipulators, *The International Journal of Robotics Research*, **12(5)**, 473-489 (1993).
- [9] N. Hogan, Impedance Control: An Approach to Manipulation: Part I-Theory, Part II-Implementation and Part III-Applications, *ASME Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, **107**, 1-24 (1985).
- [10] D. Whitney, Historical Perspective and State of the Art in Robot Force Control, *in Proceedings of IEEE International Conference on Robotics and Automation*, pp. 262-268 (1985).

- [11] R. Anderson & M. Spong, Hybrid Impedance Control of Robotic Manipulators, *IEEE Journal on Robotics and Automation*, **4(5)**, 549-556 (1988).
- [12] H. Kazerooni, Robust Nonlinear Impedance Control for Robot Manipulators, *in Proceedings of IEEE International Conference on Robotics and Automation*, pp. 741-750 (1987).
- [13] J. González & G. Widmann, A Force Commanded Impedance Control Scheme for Robots with Hard Nonlinearities, *IEEE Trans. on Control Systems Technology*, **3(4)**, 398-408 (1995).
- [14] R. Carelli & R. Kelly, An Adaptive Impedance/Force Controller for Robot Manipulators, *IEEE Trans. on Automatic Control*, **36(8)**, 967-971 (1991).
- [15] W. Lu & Q.H. Meng, Impedance Control with Adaptation for Robotic Manipulations, *IEEE Trans. on Robotics and Automation*, **7(3)**, 408-415 (1991).
- [16] S. Jung, T. Hsia & R. Bonitz, Force Tracking Impedance Control of Robot Manipulators Under Unknown Environment, *IEEE Trans. on Control Systems Technology*, **12(3)**, 474-483 (2004).
- [17] S. Singh & D. Popa, An Analysis of Some Fundamental Problems in Adaptive Control of Force and Impedance Behavior: Theory and Experiments, *IEEE Trans. on Robotics and Automation*, **11(6)**, 912-921 (1995).
- [18] G. Ferretti, G. Magnani & P. Rocco, Impedance Control for Elastic Joints Industrial Manipulators, *IEEE Trans. on Robotics and Automation*, **20(3)**, 488-498 (2004).
- [19] V. Lippiello, B. Siciliano & L. Villani, Robot Interaction Control Using Force and Vision, *IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*, pp. 1470-1475 (2006).
- [20] V. Lippiello, B. Siciliano & L. Villani, A Position-Based Visual Impedance Control for Robot Manipulators, *in Proceedings of IEEE International Conference on Robotics and Automation*, Roma, Italy, pp. 2068-2073 (2007).
- [21] V. Lippiello, B. Siciliano & L. Villani, Robot Force/Position Control with Force and Visual Feedback, *in Proceedings of 9th European Control Conference*, Kos, Greece, pp. 3790-3795 (2007).
- [22] V. Lippiello, B. Siciliano & L. Villani, A Framework for Force and Visual Control of Robot Manipulators, *13th International Symposium of Robotics Research*, Hiroshima, Japan (2007).
- [23] S. Hoon Kang, M. Jin & P. Hun Chang, A Solution to the Accuracy/Robustness Dilemma in Impedance Control, *IEEE/ASME Trans. on Mechatronics*, **14(3)**, 282-294 (2009).

- [24] R. Kelly, V. Santibáñez & F. Reyes, On Saturated-Proportional Derivative Feedback with Adaptive Gravity Compensation of Robot Manipulators, *International Journal of Adaptive Control and Signal Processing*, **10**, 465-479 (1996).
- [25] M. W. Spong & M. Vidyasagar, *Robots Dynamics and Control*, John Wiley & Sons, N.Y. (1989).
- [26] M. Takegaki & S. Arimoto, A New Feedback Method for Dynamic Control of Manipulators, *ASME Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, **102**, 119-125 (1981).
- [27] C. Canudas, B. Siciliano & G. Bastin, *Theory of Robot Control*, Springer-Verlag (1996).
- [28] N. Mansfield, Impedance Methods (Apparent Mass, Driving Point Mechanical Impedance and Absorbed Power) for Assessment of the Biomechanical Response of the Seated Person to Whole-Body Vibration, *Industrial Health*, **43**, 378-389 (2005).
- [29] McGraw-Hill's AccessScience, *Encyclopedia of Science & Technology Online*, <http://accessscience.edoc.com>
- [30] R. Colbaugh , H. Seraji & K. Glass, Direct Adaptive Impedance Control of Robot Manipulators, *Journal of Robotic Systems*, John Wiley & Sons, **10**, 217-248 (1993).
- [31] D. Lawrence, Impedance Control Stability in Common Implementations, *in Proceedings of IEEE International Conference on Robotics and Automation*, pp. 1185-1190 (1989).
- [32] B. Siciliano, Robot Control, *in Perspectives in Control Engineering: Technologies, Applications, and New Directions*, T. Samad (Ed.), pp. 442-461, IEEE Press, Piscataway, N.J. (2000).
- [33] B. Siciliano & L. Villani, From Indirect to Direct Force Control: A Roadmap for Enhanced Industrial Robots, *Robótica*, **39(2)**, 16-26 (2000).
- [34] R. Kelly, R. Carelli & C. Soria, Sobre Control Cinemático de Impedancia en Robots Industriales, *VI Congreso Mexicano de Robótica*, Torreón, Coahuila, México, pp. 99-103 (2004).
- [35] L. Sciavicco & B. Siciliano, *Modeling and Control of Robot Manipulators*, McGraw-Hill, N.Y. (1996).
- [36] S. Chiaverini, B. Siciliano & L. Villani, A Survey of Robot Interaction Control Schemes with Experimental Comparison, *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, **4**, 273-285 (1999).
- [37] R. Horn & C. Johnson, *Matrix Analysis*, Cambridge University Press, N.Y. (1985).
- [38] H.K. Khalil, *Nonlinear Systems*, Prentice Hall, Upper Saddle River, N.J. (2002).
- [39] F. Reyes & R. Kelly, Experimental Evaluation of Identification Schemes on a Direct Drive Robot, *Robotica*, Cambridge University Press, **15**, 563-571 (1997).

- [40] B. Hannaford, A Design Framework for Teleoperators with Kinesthetic Feedback, *IEEE Trans. on Robotics and Automation*, **5(6)**, 426-434 (1989).
- [41] K. Schilling, H. Roth & R. Lieb, Remote Control of a “Mars Rover” via Internet - To Support Education in Control and Teleoperations, *Acta Astronautica*, **50(3)**, 173-178 (2002).
- [42] G.A. Landis, Teleoperation from Mars Orbit: A Proposal for Human Exploration, *Acta Astronautica*, **62(1)**, 59-65 (2008).
- [43] A.J. Madhani, G. Niemeyer & J.K. Salisbury, The Black Falcon: A Teleoperated Surgical Instrument for Minimally Invasive Surgery, in *Proc. Intl. Conf. Intelligent Robots and Systems*, Victoria, pp. 936-944 (1998).
- [44] A.M. Okamura, Methods for Haptic Feedback in Teleoperated Robot-Assisted Surgery, *Ind Rob.*, **31(6)**, 499-508 (2004).
- [45] P. Berkelman & J. Ma, A Compact Modular Teleoperated Robotic System for Laparoscopic Surgery, *The International Journal of Robotics Research*, **28(9)**, 1198-1215 (2009).
- [46] C.R. Carignan & H.I. Krebs, Telerehabilitation Robotics: Bright Lights, Big Future?, *Journal of Rehabilitation Research & Development*, **43(5)**, 695-710 (2006).
- [47] B. Welch, K. Jones & J. Hobbs, *Practical Programming in Tcl and Tk*, Prentice Hall (2003).
- [48] C. Flynt, *Tcl/Tk A Developer's Guide*, Morgan Kaufmann (2003).
- [49] W. Ferrell, Remote Manipulation with Transmission Delay, *IEEE Trans. Human Factors Electron.*, **6**, 24-32 (1965).
- [50] W. Ferrell, Delayed Force Feedback, *IEEE Trans. Human Factors Electron.*, **8**, 449-455 (1966).
- [51] J. Vertut, A. Micaelli, P. Marchal & J. Guittet, Short Transmission Delay on a Force Reflective Bilateral Manipulator, in *Proc. Rom-An-Sy*, Warsaw, Poland, pp. 267-280 (1981).
- [52] R. Anderson & M. Spong, Bilateral Control of Teleoperators with Time Delay, in *Proc. Conference on Decision and Control*, Austin, Texas, pp. 167-173 (1988).
- [53] R. Anderson & M. Spong, Bilateral Control of Teleoperators with Time Delay, *IEEE Trans. on Automatic Control*, **34(5)**, 494-501 (1989).
- [54] G. Niemeyer & J. Slotine, Stable Adaptive Teleoperation, *IEEE Journal of Oceanic Engineering*, **16(1)**, 152-162 (1991).

- [55] G. Niemeyer & J. Slotine, Designing Force Reflecting Teleoperators with Large Time Delays to Appear as Virtual Tools, *In Proc. Intl. Conference on Robotics and Automation*, Albuquerque, New Mexico, pp. 2212-2218 (1997).
- [56] G. Niemeyer & J. Slotine, Using Wave Variables for System Analysis and Robot Control, *In Proc. Intl. Conference on Robotics and Automation*, Albuquerque, New Mexico, pp. 1619-1625 (1997).
- [57] G. Niemeyer & J. Slotine, Towards Force-Reflecting Teleoperation Over the Internet, *In Proc. Intl. Conf. Robotics and Automation*, Leuven, Belgium, pp. 1909-1915 (1998).
- [58] G. Niemeyer & J. Slotine, Telemanipulation with Time Delays, *The Intl. Journal of Robotics Research* **23(9)**, 873-890 (2004).
- [59] W. Eusebi, Force Reflecting Telemanipulators with Time-Delay: Stability Analysis and Control Design, *IEEE Trans. on Robotics and Automation*, **14(4)**, 635-640 (1998).
- [60] J. Ueda & T. Yoshikawa, Force-Reflecting Bilateral Teleoperation with Time Delay by Signal Filtering, *IEEE Trans. on Robotics and Automation*, **20(3)**, 613-619 (2004).
- [61] W. Wang & J. Slotine, Contraction Analysis of Time-Delayed Communications and Group Cooperation, *IEEE Trans. on Automatic Control*, **51(4)**, 712-717 (2006).
- [62] K. Kawashima, K. Tadano, G. Sankaranarayanan & B. Hannaford, Bilateral Teleoperation with Time Delay using Modified Wave Variables, *In Proc. Intl. Conf. Intelligent Robots and Systems*, Nice, France, pp. 424-429 (2008).
- [63] K. Brady & T.J. Tarn, Internet-based Teleoperation, *In Proc. Intl. Conference on Robotics and Automation*, Seoul, South Korea, pp. 644-649 (2001).
- [64] K. Satler, C.A. Avizzano, A. Frisoli, P. Tripicchio & M. Bergamasco, Bilateral Teleoperation Under Time-Varying Delay Using Wave Variables, *In Proc. Intl. Conference on Intelligent Robots and Systems*, St. Louis, USA, pp. 4596-4602 (2009).
- [65] K. Satler, C.A. Avizzano, A. Frisoli, P. Tripicchio & M. Bergamasco, Energy recovery in Time-Varying Delay Teleoperated System Using Wave-Variables, *In Proc. Intl. Symposium on Robot and Human Interactive Communication*, Viareggio, Italy, pp. 132-138 (2010).
- [66] R. Lozano, N. Chopra & M. Spong, Passivation of Force Reflecting Bilateral Teleoperators with Time Varying Delay, *In Proc. Mechatronics Conference*, Enschede, the Netherlands (2002).
- [67] H. Fujita & T. Namerikawa, Delay-Independent Stabilization for Teleoperation with Time Varying Delay, *In Proc. American Control Conference*, St. Louis, USA, pp. 5459-5464 (2009).
- [68] R.H. Taylor, A Perspective on Medical Robotics, *Proceedings of the IEEE*, **94(9)**, 1652-1664 (2006).

- [69] M. Brainin, N. Bornstein, G. Boysten & V. Demarin, Acute Neurological Stroke Care in Europe: Results of the European Stroke Care Inventory, *European Journal of Neurology*, **7**, 5-10 (2000).
- [70] Stroke Statistics, *Internet Stroke Center*: <http://strokecenter.org/pat/stats.htm>
- [71] R. Rangel-Guerra, A. Marfil, H. Martínez & H. Villarreal, *Neurología*, Programa de Actualización y Desarrollo Académico para el Médico General. Academia Nacional de Medicina. *Intersistemas* (1997).
- [72] K. Bullis, A Helping Arm, Technology review, Dec. 2005/Jan. 2006, *ABI/INFORM Global*, **108(11)**, 29 (2006).
- [73] Instituto Nacional de Geografía, Estadística e Informática, México. (INEGI): <http://www.inegi.gob.mx/inegi/contenidos/espanol/acerca/inegi324.asp?c=324>
- [74] H.I. Krebs, N. Hogan, M.L. Aisen & B.T. Volpe, Robot Aided Neurorehabilitation, *IEEE Trans. on Rehabilitation Engineering*, **6(1)**, 75-87 (1998).
- [75] M.L. Aisen, H.I. Krebs, F. McDowell, N. Hogan & B.T. Volpe, The Effect of Robot Assisted Therapy & Rehabilitative Training on Motor Recovery Following a Stroke, *Archives of Neurology*, **54**, 443-446 (1997).
- [76] M. Ferraro, J.J. Palazzollo, J. Krol, H.I. Krebs, N. Hogan & B.T. Volpe, Robot Aided Sensorimotor Arm Training Improves Outcome in Patients with Chronic Stroke, *Neurology*, **61**, 1604-1607 (2003).
- [77] J. Stein, H.I. Krebs, W.R. Frontera, S.E. Fasoli, R. Hughes & N. Hogan, Comparison of Two Techniques of Robot-Aided Upper Limb Exercise Training After Stroke, *American Journal Physical Medicine Rehabilitation*, **83(9)**, 720-728 (2004).
- [78] P. Lum, C. Burgar & P. Shor, Evidence for Improved Muscle Activation Patterns After Retraining of Reaching Movements with the MIME Robotic System in Subjects with Post-Stroke Hemiparesis, *IEEE Trans. on Neural Systems and Rehabilitation Engineering*, **12(2)**, 186-194 (2004).
- [79] R. Colombo, F. Pisano, S. Micera, A. Mazzone, C. Delconte, M. Carrozza, P. Dario & G. Minuco, Robotic Techniques for Upper Limb Evaluation and Rehabilitation of Stroke Patients, *IEEE Trans. on Neural Systems and Rehabilitation Engineering*, **13(3)**, 311-324 (2005).
- [80] M. Johnson, H. Van der Loos, C. Burgar, P. Shor & L. Leifer, Experimental Results Using Force-Feedback Cueing in Robot-Assisted Stroke Therapy, *IEEE Trans. on Neural Systems and Rehabilitation Engineering*, **13(3)**, 335-348 (2005).
- [81] J. Palazzolo, M. Ferraro, H. Krebs, D. Lynch, B. Volpe & N. Hogan, Stochastic Estimation of Arm Mechanical Impedance During Robotic Stroke Rehabilitation, *IEEE Trans. on Neural Systems and Rehabilitation Engineering*, **15(1)**, 94-103 (2007).

- [82] G. Rosati, P. Gallina & S. Masiero, Design, Implementation and Clinical Tests of a Wire-Based Robot for Neurorehabilitation, *IEEE Trans. on Neural Systems and Rehabilitation Engineering*, **15(4)**, 560-569 (2007).
- [83] H. Krebs, B. Volpe, D. Williams, J. Celestino, S. Charles, D. Lynch & N. Hogan, Robot-Aided Neurorehabilitation: A Robot for Wrist Rehabilitation, *IEEE Trans. on Neural Systems and Rehabilitation Engineering*, **15(3)**, 327-335 (2007).
- [84] D. Aoyagi, W. Ichinose, S. Harkema, D. Reinkensmeyer & J. Bobrow, A Robot and Control Algorithm That Can Synchronously Assist in Naturalistic Motion During Body-Weight-Supported Gait Training Following Neurologic Injury, *IEEE Trans. on Neural Systems and Rehabilitation Engineering*, **15(3)**, 387-400 (2007).
- [85] T. Sugar, J. He, E. Koeneman, J. Koeneman, R. Herman, H. Huang, R. Schultz, D. Herring, J. Wanberg, S. Balasubramanian, P. Swenson & J. Ward, Design and Control of RUPERT: A Device for Robotic Upper Extremity Repetitive Therapy, *IEEE Trans. on Neural Systems and Rehabilitation Engineering*, **15(3)**, 336-346 (2007).
- [86] L. Dipietro, M. Ferraro, J. Palazzolo, H. Krebs, B. Volpe & N. Hogan, Customized Interactive Robotic Treatment for Stroke: EMG-Triggered Therapy, *IEEE Trans. on Neural Systems and Rehabilitation Engineering*, **13(3)**, 325-334 (2005).
- [87] L. Marchal-Crespo & D.J. Reinkensmeyer, Review of Control Strategies for Robotic Movement Training After Neurologic Injury, *Journal of NeuroEngineering and Rehabilitation*, **6(20)** (2009).
- [88] L.L. Cai, A.J. Fong, C.K. Otsoshi, Y. Liang, J.W. Burdick, R.R. Roy & V.R. Edgerton, Implications of Assist-as-needed Robotic Step Training After a Complete Spinal Cord Injury on Intrinsic Strategies of Motor Learning, *Journal of Neuroscience*, **46(41)**, 10564-10568 (2006).
- [89] R. Ekkelenkamp, P. Veltink, S. Stramigioli & H. van der Kooij, Evaluation of a Virtual Model Control for the Selective Support of Gait Functions Using an Exoskeleton, *in Proc. of the IEEE 10th International Conference on Rehabilitation Robotics*, pp. 693-699 (2007).
- [90] M. Peshkin, D.A. Brown, J.J. Santos-Munné, A. Makhlin, E. Lewis, J.E. Colgate, J. Patton & D. Schwandt, KineAssist: A Robotic Overground Gait and Balance Training Device, *in Proc. of the IEEE 9th International Conference on Rehabilitation Robotics*, pp. 241-246 (2005).
- [91] M. Lemay, N. Hogan & J. van Dorsten, Issues in Impedance Selection and Input Devices for Multijoint Powered Orthotics, *IEEE Trans. on Rehabilitation Engineering*, **6(1)**, 102-105 (1998).
- [92] S. Pledgie, K. Barner, S. Agrawal & T. Rahman, Tremor Suppression Through Impedance Control, *IEEE Trans. on Rehabilitation Engineering*, **8(1)**, 53-59 (2000).

- [93] J. Blaya & H. Herr, Adaptive Control of a Variable-Impedance Ankle-Foot Orthosis to Assist Drop-Foot Gait, *IEEE Trans. on Neural Systems and Rehabilitation Engineering*, **12(1)**, 24-31 (2004).
- [94] S. Jezernik, G. Colombo & M. Morari, Automatic Gait-Pattern Adaptation Algorithms for Rehabilitation With a 4-DOF Robotic Orthosis, *IEEE Trans. on Robotics and Automation*, **20(3)**, 574-582 (2004).
- [95] H. Kim, J. Carmena, S. Biggs, T. Hanson, M. Nicolelis & M. Srinivasan, The Muscle Activation Method: An Approach to Impedance Control of Brain-Machine Interfaces Through a Musculoskeletal Model of the Arm, *IEEE Trans. on Biomedical Engineering*, **54(8)**, 1520-1529 (2007).
- [96] S. Buerger & N. Hogan, Complementary Stability and Loop Shaping for Improved HumanRobot Interaction, *IEEE Trans. on Robotics*, **23(2)**, 232-244 (2007).
- [97] A.R. Fugl-Meyer, L. Jaasko, I. Leyman, S. Olsson & S. Steglind, The Post Stroke Hemiplegic Patient: A Method for Evaluation of Physical Performance, *Scandinavian Journal of Rehabilitation Medicine*, **7**, 13-31 (1975).
- [98] A.P. Olsson, C.R. Carignan & J. Tang, Cooperative Control of Virtual Objects Using Haptic Teleoperation Over the Internet, *In Proc. of the 5th International Conference on Disability, Virtual Reality and Associated Technologies*, Oxford, England, pp. 149-156 (2004).
- [99] C. Basdogan, C. Ho, M.A. Srinivasan & M. Slater, An Experimental Study on the Role of Touch in Shared Virtual Environments, *ACM Trans Computer-Human Interaction*, **7(4)**, 443-460 (2000).
- [100] C.R. Carignan & P.A. Olsson, Cooperative Control of Virtual Objects Over the Internet Using Force-Reflecting Master Arms, *In Proc. of the IEEE International Conference on Robotics and Automation*, pp. 1221-1226 (2004).
- [101] S.P. Buerger, J.J. Palazzolo, H.I. Krebs & N. Hogan, Rehabilitation Robotics: Adapting Robot Behavior to Suit Patient Needs and Abilities, *In Proc. of the American Control Conference*, Boston, MA, pp. 3239-3244 (2004).
- [102] B.C. Kuo, *Sistemas de Control Automático*, Prentice Hall (1996).
- [103] H. Asada & K. Youcef-Toumi, *Direct-Drive Robots: Theory and Practice*, The MIT Press (1987).
- [104] F. Reyes, *Control de un Robot de Transmisión Directa de Dos Grados de Libertad*, Tesis Doctoral, Centro de Investigación Científica y de Educación Superior de Ensenada (1997).
- [105] E. López, *Identificación Paramétrica de Robots Manipuladores*, Tesis de Maestría, Benemérita Universidad Autónoma de Puebla (2006).



- [106] F. Torres, J. Pomares, P. Gil, S. Puente & R. Aracil, *Robots y Sistemas Sensoriales*, Prentice Hall (2002).
- [107] N. Hogan, H.I. Krebs, A. Sharon & J. Charnnarong, *Interactive Robotic Therapist*, Massachusetts Institute of Technology, Cambridge, U.S. Patent #5 466 213 (1995).
- [108] J.K. Mills & D.M. Lokhorst, Stability and Control of Robotic Manipulators During Contact/Noncontact Task Transition, *IEEE Trans. on Robotics and Automation*, **9(3)**, 335-345 (1993).
- [109] B. Siciliano, L. Sciavicco, L. Villani & G. Oriolo, *Robotics: Modelling, Planning and Control*, Springer, London, (2009).
- [110] ATI Industrial Automation, *Multi-Axis Force/Torque Sensor*, <http://www.ati-ia.com>