



# UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE SAN LUIS POTOSÍ

CENTRO DE INVESTIGACIÓN Y ESTUDIOS DE POSGRADO  
FACULTAD DE INGENIERÍA

## **“Desarrollo de algoritmos de control de robots por visión para reproducción de superficies”**

Que para obtener el grado de:  
Maestría en Ingeniería Eléctrica  
Opción:  
Control Automático

Presenta:  
**Ing. José de Jesús Palos García**

Asesor:  
**Dr. Emilio J. González Galván**

San Luis Potosí, S.L.P,

Noviembre 2009





*"A mis Padres, Hermanos y en especial a mi futura Esposa,  
gracias por creer en mí"*

# Agradecimientos

En primer lugar agradezco a Dios, por permitirme culminar con éxito esta etapa de mi vida.

A mis Padres, Ma. Concepción y José de Jesús, por su apoyo, su cariño y ejemplo, pero sobre todo por la dicha de ser su hijo. A mis Hermanos, Liliana, Noé, Nancy y César por siempre estar ahí cuando los he necesitado y por todo el apoyo moral recibido. A todos ellos, gracias por formar esta hermosa familia.

A mi Prometida, Liliana Janeth, por todo el apoyo, comprensión, cariño y amor que me ha demostrado durante todo este tiempo.

Al Dr. Emilio, por permitirme ser parte de su equipo de trabajo, por su paciencia y comprensión que me ayudaron a concluir este trabajo a tiempo.

A mis Sinodales, José Nieto, Raúl Balderas y José Salomé Murguía, por el tiempo invertido en cada revisión que concluyen en este trabajo.

A mis Profesores del CIEP e IICO, por el alto nivel de compromiso y los conocimientos transmitidos.

Al Personal Directivo y Administrativo del CIEP, por brindarme todas las facilidades a lo largo de estos años de formación académica, en especial a la Sra. Chela, por las facilidades brindadas.

A mis compañeros de laboratorio y estudio, por su amistad y apoyo incondicional, en especial a Isela, Marco, Emanuel, Daniel, Juan y a mi amigo y compañero de toda una vida César.

Al Dr. Ambrocio Loredo por las asesorías y conocimientos compartidos.

Al CONACyT, por la beca otorgada.

# Resumen

Con el presente trabajo de tesis se propone la realización de una serie de algoritmos aplicables a la reproducción de superficies, usando un robot industrial en conjunto con un método de control basado en visión denominado manipulación en espacio de cámara. Este enfoque es alternativo al utilizado por máquinas de control numérico en la manufactura de superficies, usando para ello una herramienta de remoción de material. Dicho enfoque requiere de un riguroso proceso de calibración, situación que contrasta con el método propuesto en el presente proyecto de tesis.

La metodología que se propone se basa en la caracterización de una superficie prototipo, llamada molde virtual, que se creará dentro de las imágenes bidimensionales obtenidas por medio de dos o más cámaras estacionarias no calibradas. Las cámaras se colocarán de tal manera que tengan a la vista porciones de la superficie prototipo. Estando las cámaras estacionarias, se proyectará una cantidad suficiente de puntos láser para lograr la caracterización sobre la superficie. Se establecerá una correspondencia en la ubicación del centroide de cada marca láser para cada una de las imágenes. Usando un dispositivo para el movimiento del láser, se generarán marcas no permanentes sobre la superficie prototipo en el orden de miles, con lo que se formará la base del llamado molde virtual.

La reproducción subsecuente de la superficie prototipo requiere de un dispositivo con el número suficiente de grados de libertad y una herramienta para remover material de una pieza no maquinada. Esta pieza se colocará de tal manera que ocupe la región que ocupó la pieza prototipo durante el proceso de proyección de las marcas láser. Es entonces cuando se aplicará el método de manipulación de espacio de cámara para guiar al robot con el objetivo de remover material de manera progresiva, colocando marcas láser en cada superficie intermedia. Se muestra que la diferencia entre las marcas originales y las que se detectan de la superficie maquinada proveen de un medio para lograr una gran precisión en el conformado de la pieza, por medio de un método libre de calibración, independientemente del tamaño de la pieza. Este hecho contrasta con los procesos que requieren del uso de máquinas de control numérico, que se utilizan para la creación de superficies basándose en una representación de la geometría de la pieza incluida en una base de datos. En este caso, la precisión del sistema se ve afectada por condiciones tales como la deformación de la máquina así como el desgaste de la herramienta de corte. En la técnica que se propone no existirá dicha desventaja.

La potencial aplicación de la tecnología que se desarrollará incluye, por ejemplo, la fabricación de moldes para la industria automotriz. También podrá aplicarse al copiado de superficies como contorno de caras, esculturas, piezas arqueológicas como fósiles o esqueletos, entre otros diversos objetos.

# Índice

Agradecimientos.....	3
Resumen.....	4
Índice.....	5
Acrónimos y Abreviaciones .....	7
<b>Capítulo 1. Antecedentes del problema de duplicación de superficies .....</b>	<b>8</b>
1.1. Antecedentes.....	8
1.2. Motivación.....	11
1.3. Objetivos .....	12
1.4. Metodología.....	13
<b>Capítulo 2. Conceptos de robótica y visión asociados a los algoritmos de control. ....</b>	<b>15</b>
2.1 Modelo de cámara de perspectiva .....	16
2.2 Cinemática directa del manipulador.....	18
2.3 Marcas visibles en el manipulador.....	19
2.4 Detección de centroides.....	23
2.5 Escalamiento digital de imagen.....	26
2.6 Perfilado de imagen.....	30
<b>Capítulo 3. El método de manipulación en espacio de cámara aplicado a la reproducción de superficies.....</b>	<b>32</b>
3.1 Estimación de parámetros de cámara.....	33
3.1.1 Estimación de parámetros $P_1...P_6$ .....	35
3.1.2 Estimación de parámetro $P_7$ mediante bisecciones sucesivas .....	38
3.2 Estimación de posición tridimensional de marcas visuales artificiales.....	41
3.3 Estimación de configuración interna del manipulador. ....	43
3.4 Caracterización y reproducción de superficies.....	45
3.4.1 Proceso de desbaste.....	49
3.4.2 Interacción humana. ....	51
<b>Capítulo 4. Resultados experimentales .....</b>	<b>57</b>
4.1 Material y equipo utilizado .....	58
4.2 Cinemática del robot y sistema de visión .....	59
4.3 Estimación de parámetros.....	64
4.4 Caracterización de superficie .....	65
4.5 Pruebas de posicionamiento.....	67

4.6	Prueba de repetitividad en la detección de marcas visuales.....	68
4.7	Delimitación del área de trabajo .....	71
4.8	Reproducción de superficie plana .....	73
4.9	Reproducción de superficie plana a desnivel.....	75
4.10	Reproducción de superficie curva.....	83
	<b>Conclusiones y trabajo futuro .....</b>	<b>88</b>
	<b>Conclusiones.....</b>	<b>88</b>
	<b>Trabajo futuro .....</b>	<b>90</b>
	<b>Apéndice.....</b>	<b>92</b>
A.	Comunicación con el robot manipulador .....	92
B.	Interfaz gráfica. ....	93
	<b>Índice de Figuras.....</b>	<b>97</b>
	<b>Índice de Tablas .....</b>	<b>100</b>
	<b>Bibliografía.....</b>	<b>101</b>

# Acrónimos y Abreviaciones

UASLP	Universidad Autónoma de San Luis Potosí
CONACYT	Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología
CIEP	Centro de Investigación y Estudios de Posgrado
FI	Facultad de Ingeniería
IICO	Instituto de Investigación en Comunicación Óptica
CSM	Manipulación en el espacio de cámara (por sus siglas en Inglés)
CMM	Máquina de medición por coordenadas (por sus siglas en Inglés)
RGB	Modelo de color (del inglés Red, Green, Blue; "rojo, verde, azul")
3D	Tridimensional.
CNC	Control numérico por computadora, por sus siglas en inglés.



---

# Capítulo I. Antecedentes del problema de duplicación de superficies

---

## 1.1. Antecedentes

En la industria resulta útil la reproducción de un prototipo creado sobre una superficie de material suave a otro material de mayor durabilidad, esto con el objetivo de desarrollar prototipos rígidos o lo suficientemente tratables para el desarrollo de moldes. Un ejemplo es la industria automotriz, que utiliza la arcilla para crear modelos a escala natural de los vehículos que saldrán al mercado. Otro tipo de mercado potencial es la reproducción de obras de arte, como esculturas[13], piezas arqueológicas como pueden ser fósiles o esqueletos para su estudio.

En la actualidad, y con el propósito de realizar la tarea de duplicación de superficies, es común llevar a cabo las siguientes tareas:

- i. Creación de modelo de superficie, mediante técnicas de escaneo en 3D [9][15][16][17][18][19]. Estos dispositivos generan un modelo CAD de la superficie. Cabe hacer mención que algunas de estas técnicas necesitan del contacto físico con la superficie a reproducir, lo cual no es adecuado en materiales suaves [3].
- ii. Reproducción física del modelo, con una máquina de control numérico y mediante el dibujo CAD obtenido del digitalizador. La operación misma de una máquina de este tipo requiere de otro proceso de calibración bastante riguroso para duplicar de manera precisa la superficie.

Gracias al avance tecnológico generado en los últimos años, se ha explotado la creación de modelos tridimensionales, tanto de forma virtual como de forma física, utilizando diversos enfoques, por ejemplo:

## a) Escáner 3D.

Este tipo de dispositivos permiten obtener modelos tridimensionales de diversos objetos como pueden ser: esculturas, piezas arqueológicas, edificios, esqueletos, etc. Para llevar a cabo esta tarea existen diferentes tipos de mecanismos o métodos que realizan esta tarea, como son:

**a.1) Métodos de contacto:** Esta tecnología examina al objeto o superficie mediante un palpado físico de la pieza y se usa en conjunto con una máquina de medición por coordenadas. Este proceso puede llegar a ser muy preciso, con la desventaja de que requiere el contacto físico para el escaneo del objeto, lo que puede dañar la pieza o generar algún tipo de distorsión. Además, tiene la desventaja de que el proceso es lento en comparación con otras tecnologías alternas de digitalización.

**a.2) Métodos activos:** Estos métodos se basan en la emisión de alguna clase de radiación y permiten discernir su entorno con el reflejo de la misma. Algunos tipos de radiación pueden ser la luz, el ultrasonido, rayos X, etc. Dentro de esta tecnología se encuentran diversos métodos para emitir y detectar la radiación o para realizar la medición, como son:

- Tiempo de vuelo. Básicamente, este enfoque considera el tiempo que dura la radiación en el aire, que regularmente es el tiempo que tarda en llegar al objeto y su reflejo al dispositivo receptor.
- Triangulación. Este enfoque consiste del envío de algún tipo de radiación, como puede ser una marca luminosa láser. Al mismo tiempo una cámara busca dicha marca dentro de un marco visual. Con esto se calcula la posición física del láser sobre un objeto, mediante simple álgebra, con el conocimiento de la posición y orientación de la cámara, la marca visual generada y el emisor de luz.
- Luz estructurada. En este caso el método considera la proyección de un modelo o patrón de imagen sobre un objeto y compara la deformación de éste sobre lo que se supone debería verse en una superficie plana.
- Luz modulada. El enfoque en este caso consiste de la emisión de una luz continuamente cambiante que generalmente cicla su amplitud en un patrón conocido, sobre el objeto. Una cámara detecta la luz reflejada y la cantidad de la luz que cambia para determinar la distancia recorrida por el haz de luz.

**a.3) Métodos pasivos:** Este tipo de sistemas no genera ningún tipo de radiación por si mismo, sino que mide el reflejo del ambiente de forma natural. Algunas variantes de este enfoque son:

- Visión estereoscópica: Este enfoque de escaneo tridimensional es por medio de estereovisión [5][6][16]. Este es un método de reconstrucción que funciona a partir de fotografías que no requiere de ningún equipo especial, sino que puede funcionar con cámaras normales. El funcionamiento es básicamente el siguiente:

- Se obtienen dos imágenes de una misma escena desde dos perspectivas o ángulos de visión diferentes.
- A continuación se establecen correspondencias entre puntos de las dos imágenes que se relacionan con un mismo punto de la escena.
- Por último, mediante triangulación, se determina la distancia de ese punto a las cámaras.

De esta manera, a partir de la información bidimensional de las dos fotografías, puede obtenerse la ubicación tridimensional y construirse un modelo virtual de la escena fotografiada [5][16]. Este sistema necesita de cámaras calibradas.

- Sistemas con intervención de usuario: Este tipo de sistemas está basado en la intervención de un usuario para la identificación de puntos clave en un objeto, en diferentes imágenes, con el objetivo de establecer una aproximación de las dimensiones del objeto mismo. Este tipo de técnicas es útil en el escaneo de edificios u objetos con formas sencillas.

## **b) Impresoras 3D o equipos para fabricación rápida de prototipos**

Según [4], las impresoras 3D son dispositivos capaces de realizar "impresiones físicas" de diseños en tres dimensiones a partir de objetos generados mediante algún sistema de computadora. Surgen con la idea de convertir archivos CAD en prototipos reales. Son muy adecuadas para la prefabricación de piezas o componentes, por lo que resultan muy útiles en sectores como la arquitectura o el diseño industrial. Esta tecnología va encaminada a la producción rápida de prototipos, que es un proceso utilizado para fabricar artículos de plástico o algún otro material con características similares a los que se producirían por métodos convencionales, como moldeo por inyección y extrusión o moldeo por soplado. De esta manera se evita el fabricar los costosos moldes para realizar un prototipo que podría cambiar de forma. De acuerdo a la aplicación, se tienen los siguientes tipos de prototipos: Prototipos de diseño, que sirven para evaluar aspectos estéticos y ergonómicos. Prototipos geométricos, que se usan para probar concordancia geométrica, la forma y los ensambles. Prototipos funcionales o técnicos, que son usados para evaluar todas las funciones de la pieza final.

Actualmente, existen diferentes tipos de métodos capaces de llevar un modelo generado por computadora a una réplica física, entre los que destacan:

- Estereolitografía. Esta técnica consiste en la solidificación de una resina fotosensible bajo la acción de un rayo láser o luz ultravioleta. La fabricación se realiza por capas, donde cada capa, una vez solidificada, se sumerge en el recipiente de resina para dar lugar a uno nuevo, y así hasta fabricar el sólido completo.
- Deposición de sólidos. La tecnología FDM, por sus siglas en inglés "Fused Deposition Modeling", produce partes mediante el depósito de múltiples materiales de filamentos a través de dos extrusores calentados. Un extrusor deposita el material del modelo mientras que un segundo deposita el material de soporte o apoyo.

- Laminado de objetos. Este método consiste en la adición de láminas de papel, plástico o cera sobre una plancha donde es cortada por medio de un láser de  $CO_2$ . Cada lámina es previamente adherida sobre la anterior y al final del proceso las secciones que no pertenecen al sólido fabricado son retiradas como gajos.
- Sinterización. Este enfoque se basa en el uso de polvos de plásticos o metales para la producción de objetos sólidos. En este método una computadora dirige un láser de  $CO_2$  sobre la superficie de la nueva capa. El calor del láser ocasiona que el polvo se funda formando una capa.
- Impresión tridimensional. Este método consiste en depositar un líquido adhesivo sobre una capa de cera en polvo, proceso similar al de una impresora de tinta, logrando objetos tridimensionales en tiempos cortos y a bajo costo.
- Moldeado RTV (del inglés “room temperature vulcanization” o también conocido como “silicone rubber molding”). Son moldes de base silicón o uretanos fabricados al alto vacío, cuyo objetivo es el de crear decenas o centenas de partes idénticas geoméricamente al de un prototipo rápido, a una fracción del costo del prototipo y con propiedades similares a las del producto final. Esto permite valorar más objetivamente el producto antes de liberar la fabricación de los herramientas finales por ejemplo, moldes de inyección.
- Maquinado con máquinas de control numérico (CNC). Este proceso consiste en maquinar, por medio de una herramienta cuya trayectoria y velocidad es controlada por un software de fabricación asistida por computadora (CAM por sus siglas en inglés). Este método es considerado uno de los métodos más comunes de fabricación rápida de prototipos, con la ventaja de que el material del que se produce el producto no cambia debido al proceso. Las máquinas son relativamente económicas comparadas con los otros métodos, sin embargo, para algunas aplicaciones aún con cinco ejes simultáneos no es posible reproducir geometrías complejas en las que la herramienta de corte no puede tener acceso.

## 1.2. Motivación

Actualmente, en la industria, el proceso de escaneo de superficies es llevado a cabo mediante dispositivos de contacto [5], lo que genera distorsión en el objeto a modelar. Por otro lado, los dispositivos de caracterización de objetos en 3D, dedicados a obtener un modelo virtual de la pieza, son costosos y necesitan de mantenimiento especializado. Además de estas técnicas, existen métodos de caracterización de superficies con cámaras convencionales que trabajan de forma calibrada, lo que es más económico, pero la portabilidad no es muy buena debido a la calibración requerida, lo que demanda un consumo considerable en tiempo y constante mantenimiento.

El proceso de maquinado de superficies por medio de maquinado CNC necesita también una constante calibración, debido al desgaste de la herramienta, para evitar diferencia de dimensiones en la superficie. Además, las impresoras 3D tienen un área de impresión limitada que suele ser relativamente pequeña. Según el modelo de impresora, varía de entre 20x25 cm y 50x40 cm, con una altura máxima de unos 20cm. Estas máquinas, dependiendo de la tecnología a utilizar, son capaces de imprimir a mayor o menor velocidad, de acuerdo con el espesor de capa con el que trabaje.

La calibración que se necesita para los procesos que se requieren en la duplicación física de superficies es el obstáculo principal que se buscará eliminar con el desarrollo de esta tesis. Se espera que esta falta de calibración permita una reducción de costos de producción ya que, al evitar la calibración, se optimiza el tiempo de maquinado y el mantenimiento del equipo. Además, al utilizar robots industriales, el tamaño de las superficies que es posible duplicar es mucho mayor a lo que actualmente se logra con impresoras 3D, a una fracción del costo de una máquina de control numérico de dimensiones similares.

## **1.3. Objetivos**

### **Objetivo General**

Con el presente tema de tesis se propone la realización de una serie de algoritmos aplicables a la reproducción de superficies planas y no planas de curvatura suave, usando un robot industrial en conjunto con un método de control basado en visión denominado manipulación de espacio de cámara (CSM, por sus siglas en inglés) [1][12].

Este enfoque no requiere de calibración ni del sistema de visión usado para la caracterización de la superficie, ni del manipulador usado en la remoción o adición de material de la pieza duplicada.

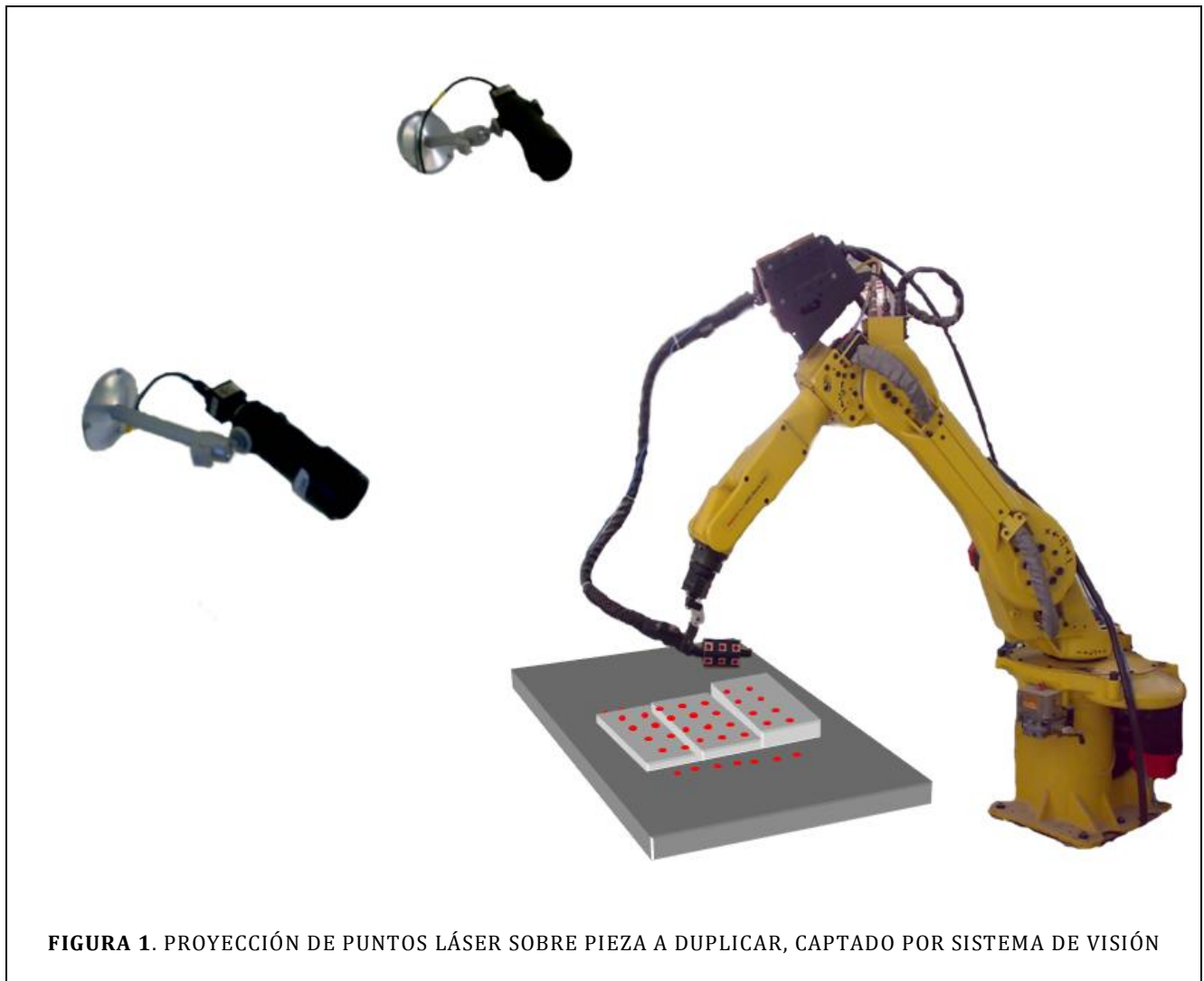
### **Objetivos Particulares**

Se plantean los siguientes objetivos particulares:

- Desarrollo de técnicas o algoritmos para caracterizar una serie de superficies planas a desnivel y superficies curvas de curvatura suave, que constituyen un modelo físico y, a partir de las imágenes 2D obtenidas por medio de dos o más cámaras no calibradas, obtener un modelo virtual, empleando el modelo de perspectiva y el método de control de robots por visión antes mencionado.
- Desarrollar un algoritmo de desbaste que optimice el proceso de manufactura de una réplica, a partir del modelo virtual generado.
- Realización de pruebas físicas para la demostración de equivalencia entre la superficie original y la duplicada.

## 1.4. Metodología

La metodología que se propone se basa en la caracterización de una superficie prototipo, llamada modelo virtual, que se creará dentro de las imágenes bidimensionales obtenidas por medio de dos o más cámaras estacionarias no calibradas. Las cámaras se colocarán de tal manera que tengan a la vista porciones de la superficie prototipo. Estando las cámaras estacionarias, se colocarán puntos láser sobre la superficie para formar el modelo virtual, como se ilustra en la Figura 1. Se establecerá una correspondencia en la ubicación del centroide de cada marca láser para cada una de las imágenes.



Una vez caracterizada la pieza, se intercambiará por una pieza de mayor volumen, que servirá como materia prima para la realización de la réplica. Esta pieza se someterá a una serie de desbastes sucesivos hasta igualar los puntos láser proyectados de la pieza actual con la original.

Como se describirá en el capítulo 3, el posicionamiento de la herramienta de corte se realiza por medio del método de manipulación en espacio de cámara, que es un método que permite establecer objetivos de maniobra en espacio de cámara.

Una vez maquinada la superficie es necesario comparar la superficie original con la duplicada para establecer la precisión con la que se logró la reproducción. Para esto se realiza una proyección de puntos láser sobre la superficie maquinada, con lo que se pretende comparar las marcas proyectadas para obtener la variación que se pueda producir en pixeles, con respecto a la superficie original, tal como se detallará en el capítulo de resultados experimentales.

---

## **Capítulo 2. Conceptos de robótica y visión asociados a los algoritmos de control**

---

El presente capítulo trata de la descripción de la posición y orientación tridimensionales de la herramienta colocada al extremo del robot mediante un modelo cinemático del mismo. El robot está compuesto por eslabones conectados en cada una de las articulaciones. El problema radica en determinar la posición tridimensional de la herramienta con base en los desplazamientos medidos en cada una de las articulaciones, también conocidas como juntas.

Aunado a esto, debido a que los sistemas de visión artificial han tomado mucha importancia en la industria, se utiliza este medio para la obtención de imágenes bidimensionales de un mundo tridimensional. Básicamente, el trabajo se centra en obtener posiciones en espacio de imagen de marcas colocadas en el manipulador para su posterior relación con el espacio tridimensional, por medio del modelo de cámara de perspectiva.

Para completar el sistema de visión se implementan técnicas de procesamiento de imagen, que tienen como objetivo mejorar las imágenes obtenidas para que un usuario pueda designar puntos objetivo en cada una de las cámaras, como es el escalado digital y el perfilado de imágenes.

El sistema de visión utilizado para este trabajo, ilustrado en la Figura 2, consta de una computadora, dos cámaras fijas montadas sobre tripiés, además de una antorcha con marcas luminosas colocadas al extremo del manipulador y, por último, un par de apuntadores láser colocados en el robot que auxilian en la caracterización de superficies.



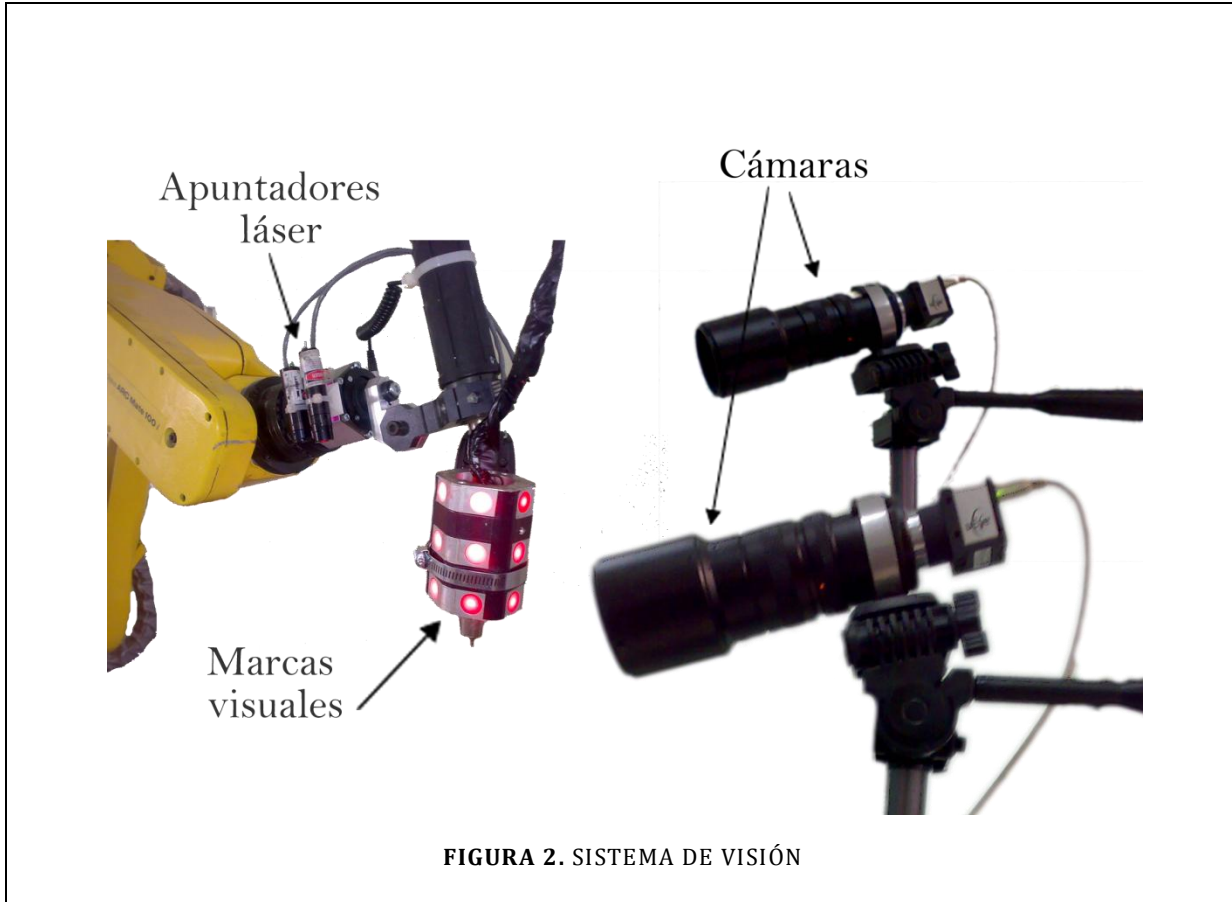


FIGURA 2. SISTEMA DE VISIÓN

## 2.1 Modelo de cámara de perspectiva

La correspondencia entre un espacio físico tridimensional y el plano de imagen bidimensional obtenido por medio de una cámara se puede establecer usando una proyección de perspectiva descrita por medio del modelo de cámara de orificio. Cuando un punto de coordenadas  $(X_i, Y_i, Z_i)$  referidas a un sistema de coordenadas unidas a la cámara es detectado, detectado, las coordenadas del punto correspondiente en el plano de la imagen  $(x_{ci}, y_{ci})$ , como se presenta en la Figura 3, pueden modelarse de manera muy precisa usando una proyección de perspectiva descrito por las siguientes ecuaciones:

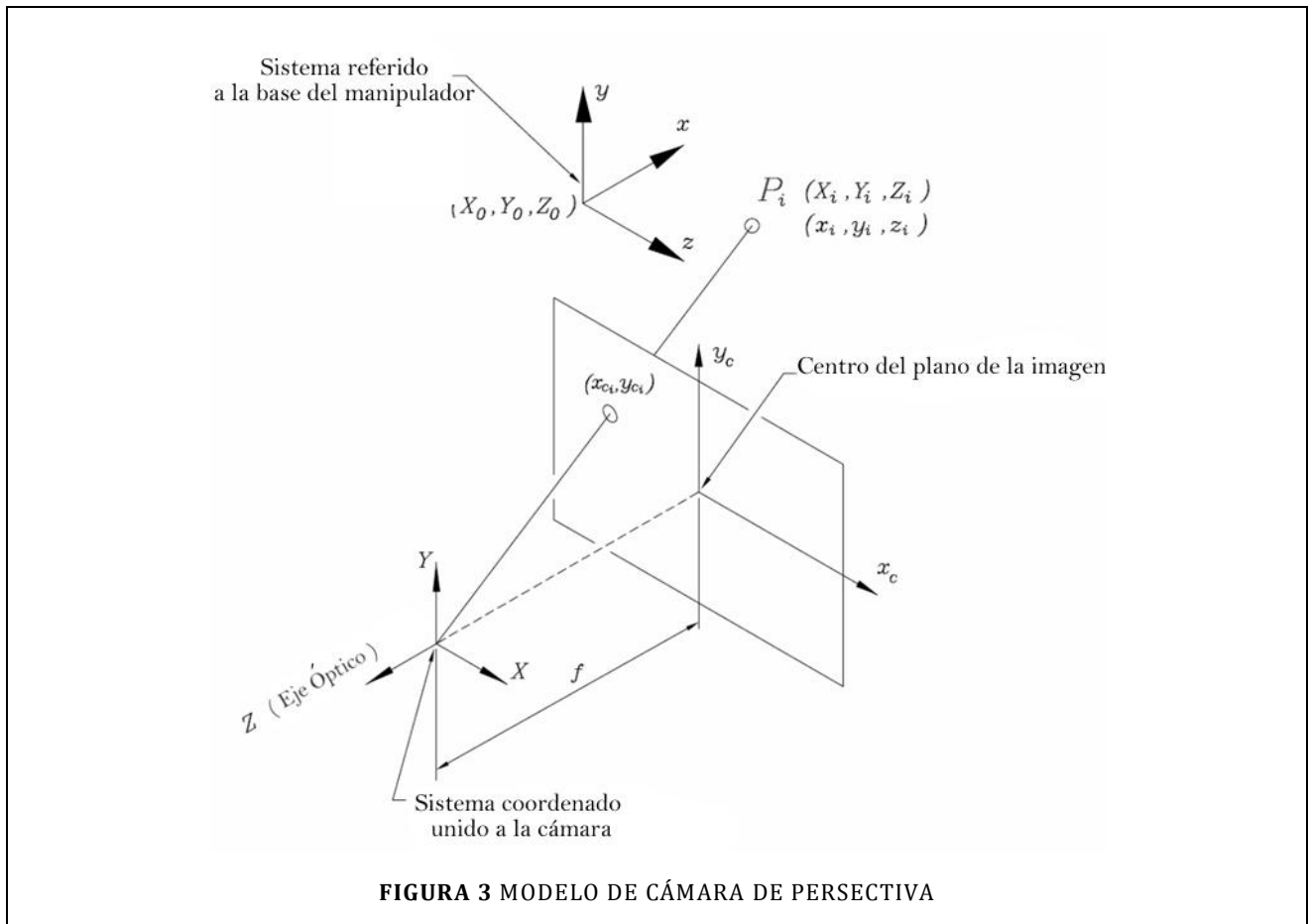
$$x_{ci} = f \frac{X_i}{Z_i} \quad (2.1)$$

$$y_{ci} = f \frac{Y_i}{Z_i} \quad (2.2)$$

Donde  $f$  es la longitud focal efectiva de la cámara. Note que el eje Z está dirigido en la dirección del eje óptico de la cámara. Los puntos especificados en el marco de referencia unido a la cámara pueden referirse a un segundo sistema coordenado  $xyz$  usando la relación:

$$\begin{bmatrix} X_i \\ Y_i \\ Z_i \\ 1 \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} e_1^2 + e_2^2 - e_3^2 - e_4^2 & 2 e_2 e_3 + e_1 e_4 & 2 e_2 e_4 - e_1 e_3 & X_0 \\ 2 e_2 e_3 - e_1 e_4 & e_1^2 - e_2^2 + e_3^2 - e_4^2 & 2 e_3 e_4 + e_1 e_2 & Y_0 \\ 2 e_2 e_4 + e_1 e_3 & 2 e_3 e_4 - e_1 e_2 & e_1^2 - e_2^2 - e_3^2 + e_4^2 & Z_0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}}_{\mathbf{R}} \begin{bmatrix} x_i \\ y_i \\ z_i \\ 1 \end{bmatrix} \quad (2.3)$$

Donde las cantidades  $e_1, \dots, e_4$  representan los cuatro parámetros de Euler, los cuales satisfacen la restricción  $e_1^2 + e_2^2 + e_3^2 + e_4^2 = 1$  y  $(X_o, Y_o, Z_o)$  localizan el origen del sistema de coordenadas  $xyz$  relativo al sistema de coordenadas en la cámara XYZ. Así, puede verse que el modelo de cámara de orificio contiene siete parámetros independientes:  $X_o, Y_o, Z_o, f$  y tres de los cuatro parámetros de Euler:



$$x_{ci} = \frac{b_1(P)x_i + b_2(P)y_i + b_3(P)z_i + b_4(P)}{b_9(P)x_i + b_{10}(P)y_i + b_{11}(P)z_i + 1} \quad (2.4)$$

$$y_{ci} = \frac{b_5(P)x_i + b_6(P)y_i + b_7(P)z_i + b_8(P)}{b_9(P)x_i + b_{10}(P)y_i + b_{11}(P)z_i + 1} \quad (2.5)$$

Donde  $b_1, \dots, b_{11}$  agrupa el conjunto de siete parámetros de visión dentro de una expresión no lineal, como se muestra a continuación:

$$\begin{aligned} b_1(P) &= P_1^2 + P_2^2 - P_3^2 - P_4^2 \\ b_2(P) &= 2(P_2P_3 + P_1P_4) \\ b_3(P) &= 2(P_2P_4 - P_1P_3) \\ b_4(P) &= P_5 \\ b_5(P) &= 2(P_2P_3 - P_1P_4) \\ b_6(P) &= P_1^2 - P_2^2 + P_3^2 - P_4^2 \\ b_7(P) &= 2(P_1P_2 + P_3P_4) \\ b_8(P) &= P_6 \\ b_9(P) &= 2P_7(P_2P_4 + P_1P_3) \\ b_{10}(P) &= 2P_7(P_3P_4 - P_1P_2) \\ b_{11}(P) &= P_7(P_1^2 - P_2^2 - P_3^2 + P_4^2) \end{aligned} \quad (2.6)$$

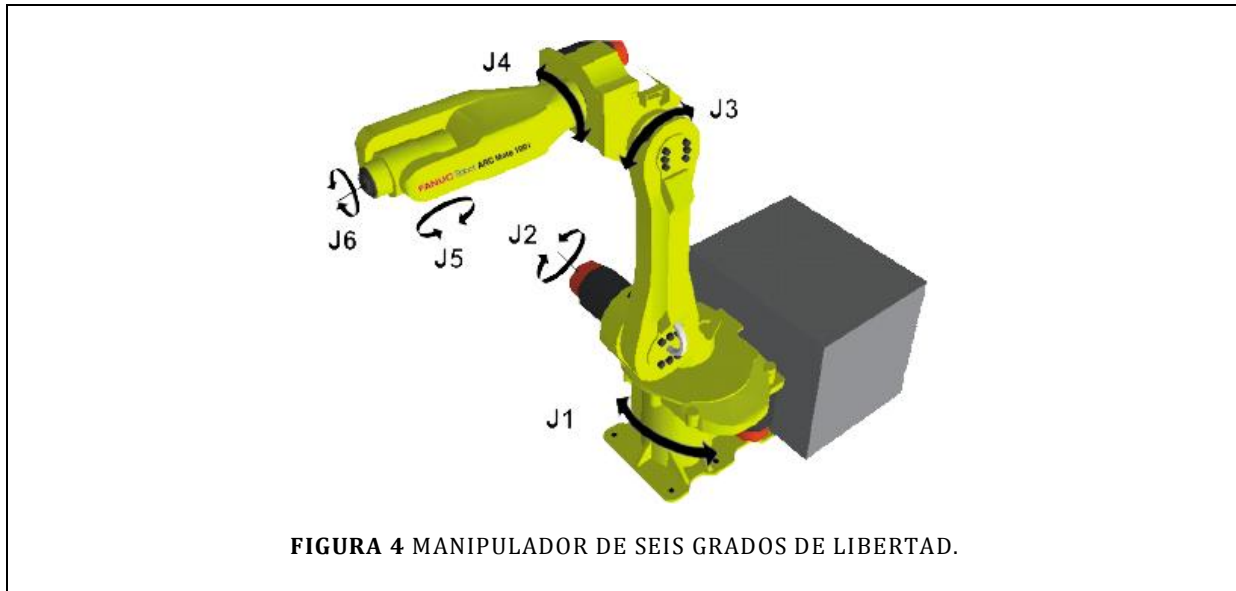
Con:

$$P_i^2 = f \frac{e_i^2}{Z_o}; i = 1, \dots, 4 \quad P_5 = f \frac{X_o}{Z_o} \quad P_6 = f \frac{Y_o}{Z_o} \quad P_7 = \frac{1}{-f} \quad (2.7)$$

## 2.2 Cinemática directa del manipulador

Para el desarrollo del presente trabajo se utiliza un robot manipulador de seis grados de libertad. En la Figura 4 se ilustra el movimiento que realiza cada una de las juntas rotatorias del manipulador. Por lo general, las primeras tres juntas describen la traslación de la punta de la herramienta con respecto a la base del manipulador, mientras las últimas tres juntas se

asocian con la orientación. Por la analogía con un brazo humano, este dispositivo se denomina antropomórfico.



Considerando que cada una de las juntas consta de un solo grado de libertad, puede construirse un modelo cinemático del manipulador a partir de la siguiente expresión matricial:

$$TK = A_1 * A_2 * A_3 * A_4 * A_5 * A_6 * E \quad (2.8)$$

Donde:

$A_i$ : Es una matriz de 4X4 que representa la transformación de un sistema coordinado adherido al eslabón  $i$ , con respecto al sistema coordinado unido al eslabón  $i - 1$ . Con  $i=1...6$ . Note que el eslabón 0 lo constituye la base fija del manipulador.

$E$ : Es una expresión matricial de 4X4 que relaciona al sistema coordinado adherido a la herramienta con el sistema unido al último eslabón.

## 2.3 Marcas visibles en el manipulador

Como se describirá más adelante, el método empleado para el posicionamiento del manipulador se basa en muestras adquiridas en espacio de imagen. Por esta razón se añadió al extremo del manipulador una pieza de aluminio con seis caras, ilustrada en la Figura 5, llamada antorcha, la cual contiene un conjunto de marcas visuales, tres por cara, que en total

dan un conjunto de 18 marcas. Éstas sirven para simplificar el proceso de análisis de imágenes.

Cada una de estas marcas visuales está referenciada a un sistema coordenado adherido a la herramienta, ilustrado en la Figura 7, de tal forma que es posible ubicar la posición física de cualquier marca por medio de la cinemática directa del robot antes descrita.

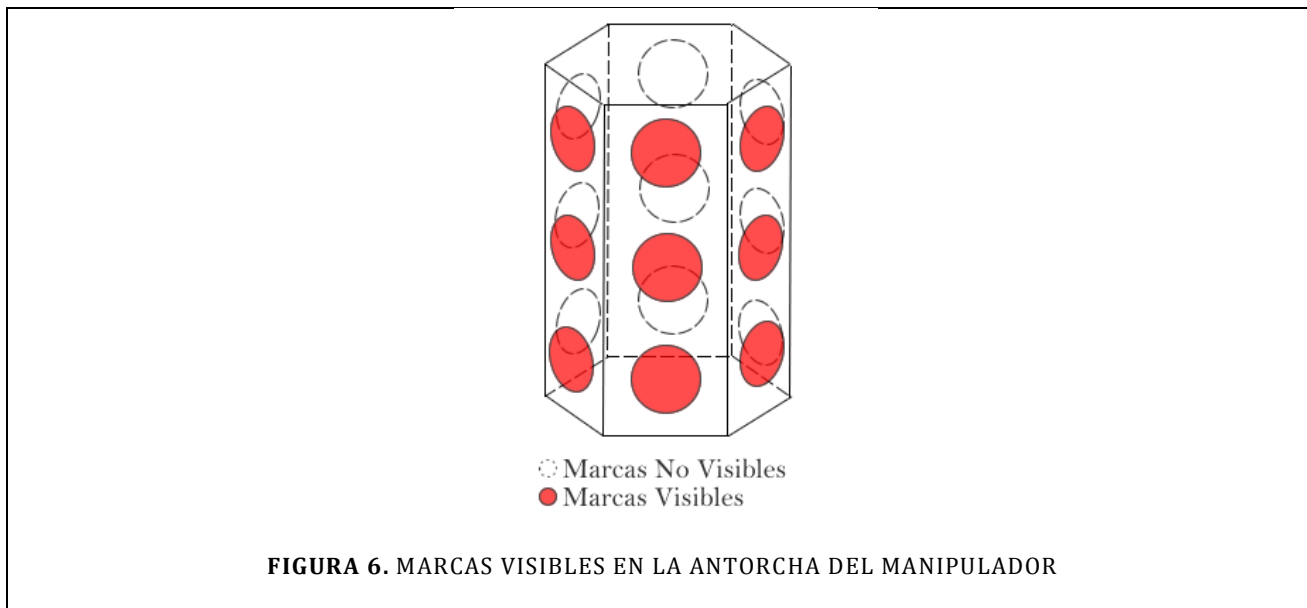


**FIGURA 5** MARCAS VISUALES EN EL MANIPULADOR

Las matrices de transformación a cada led consisten únicamente en traslaciones tridimensionales  $(X,Y,Z)$ , que serán descritas a detalle en el capítulo de resultados experimentales.

Durante las maniobras de posicionamiento, descritas en el capítulo 4, es necesario encender todas las marcas luminosas con el objetivo de obtener un mayor número de muestras durante el movimiento. Estas marcas se usan para actualizar los parámetros de visión, por medio de un proceso que será definido con más detalle en el siguiente capítulo.

Al encender todas las marcas luminosas, debido a la geometría de la pieza que contiene dichas marcas visuales, únicamente son visibles como máximo tres caras, permaneciendo las demás ocultas como se aprecia en la Figura 6. Esto implica que únicamente se consideren un máximo de nueve marcas visibles de 18 posibles para cada sensor.

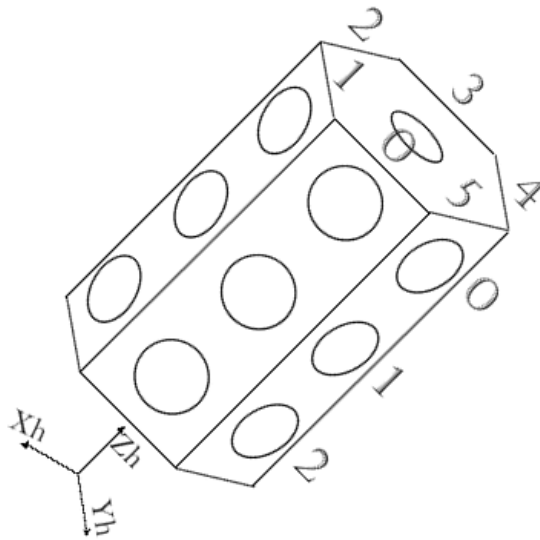


Para poder determinar cuáles marcas visuales son visibles en cada una de las cámaras se hace una proyección de un vector unitario normal  $V_k$  de la cara  $k$  a la  $i$ -ésima cámara.

Considerando el eje Z de la  $i$ -ésima cámara como el eje óptico unido a cada cámara y el vector normal de cada una de las marcas visuales, el criterio necesario para considerar que una marca luminosa es visible es que el ángulo formado por el vector normal y el eje Z de cada cámara formen un ángulo mayor a  $90^\circ$  y menor a  $270^\circ$ , esto considerando que el ángulo de visión de la cámara es de  $180^\circ$ , por lo tanto la condición necesaria para cumplir este criterio es que el producto escalar de estos dos vectores sea negativo.

Entonces, la definición de cada uno de los vectores normales a la superficie, de acuerdo al sistema coordenado ilustrado en la Figura 7, en función a la geometría de la herramienta, está dada por:

$$V_0 = \begin{bmatrix} 1/2 \\ \sqrt{3}/2 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad V_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad V_2 = \begin{bmatrix} 1/2 \\ -\sqrt{3}/2 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad V_3 = \begin{bmatrix} -1/2 \\ -\sqrt{3}/2 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad V_4 = \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad V_5 = \begin{bmatrix} -1/2 \\ \sqrt{3}/2 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.9)$$



**FIGURA 7.** SISTEMA COORDENADO EN LA HERRAMIENTA DEL MANIPULADOR

Cada uno de estos vectores está relacionado únicamente al sistema coordenado en la herramienta. Como se ilustra en la Figura 7, es necesaria una transformación que asocie cada vector al sistema coordenado en la base del robot, de tal forma que se conozca la posición y orientación de cada una de las caras de la antorcha en cualquier posición y orientación del manipulador. Utilizando la expresión (2.8), que describe la cinemática del manipulador, se obtiene:

$$V'_k = TK(\Theta)V_k \quad (2.10)$$

Ahora solo resta conocer el eje focal de la  $i$ -ésima cámara, que servirá para realizar la comparación con la ecuación (2.10). Entonces, se define  $\overline{EO}$  como el vector unitario asociado al eje óptico, obtenido a partir de la ecuación (2.3) que define la posición y orientación de la cámara con respecto al sistema del robot, entonces se tiene:

$$\begin{bmatrix} X_i \\ Y_i \\ Z_i \\ 1 \end{bmatrix} = \mathbf{R} \begin{bmatrix} x_i \\ y_i \\ z_i \\ 1 \end{bmatrix}$$

Donde:

$(x_i, y_i, z_i)$ : son coordenadas referidas a la base del robot y  $(X_i, Y_i, Z_i)$  al sistema coordinado en la cámara. Así, se puede obtener una expresión que describa una posición en el sistema coordinado  $XYZ$  en términos de  $x_i, y_i, z_i$  por medio de:

$$\begin{bmatrix} x_i \\ y_i \\ z_i \\ 1 \end{bmatrix} = \mathbf{R}^{-1} \begin{bmatrix} X_i \\ Y_i \\ Z_i \\ 1 \end{bmatrix} \quad (2.11)$$

De la expresión anterior, se considera  $Z_i = -1$ , de tal forma que se obtiene  $\overline{EO}$  como sigue,

$$\overline{EO} = \mathbf{R}^{-1} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.12)$$

Ahora se puede ver que la condición necesaria para saber si una cara es visible es:

$$\overline{EO} \cdot V'_k < 0 \quad (2.13)$$

Este criterio es muy utilizado en la adquisición de muestras durante la ejecución de maniobras del robot, como se describirá más adelante.

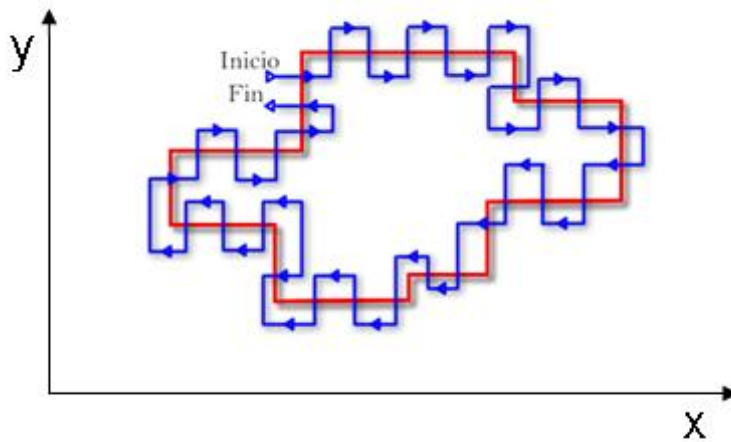
## 2.4 Detección de centroides

Con el propósito de utilizar las marcas visuales antes mencionadas, es necesario conocer la posición en espacio de cámara de cada una de ellas. Con este objetivo se implementó una serie de algoritmos que auxilian en la realización de esta tarea.

La idea fundamental es determinar la posición de las marcas visuales en las imágenes bidimensionales, mediante la agrupación de píxeles válidos. Un píxel se dice válido si cumple con el umbral de intensidad de color requerido. Por ejemplo, se puede establecer que un píxel es válido si se encuentra entre el valor de 100 a 255 en su intensidad de color, si se trata de una imagen en escala de grises. Para el caso de imágenes a color se sigue un procedimiento similar, solo que se considera la composición de los tres colores: rojo, verde y azul, comúnmente conocida como RGB.

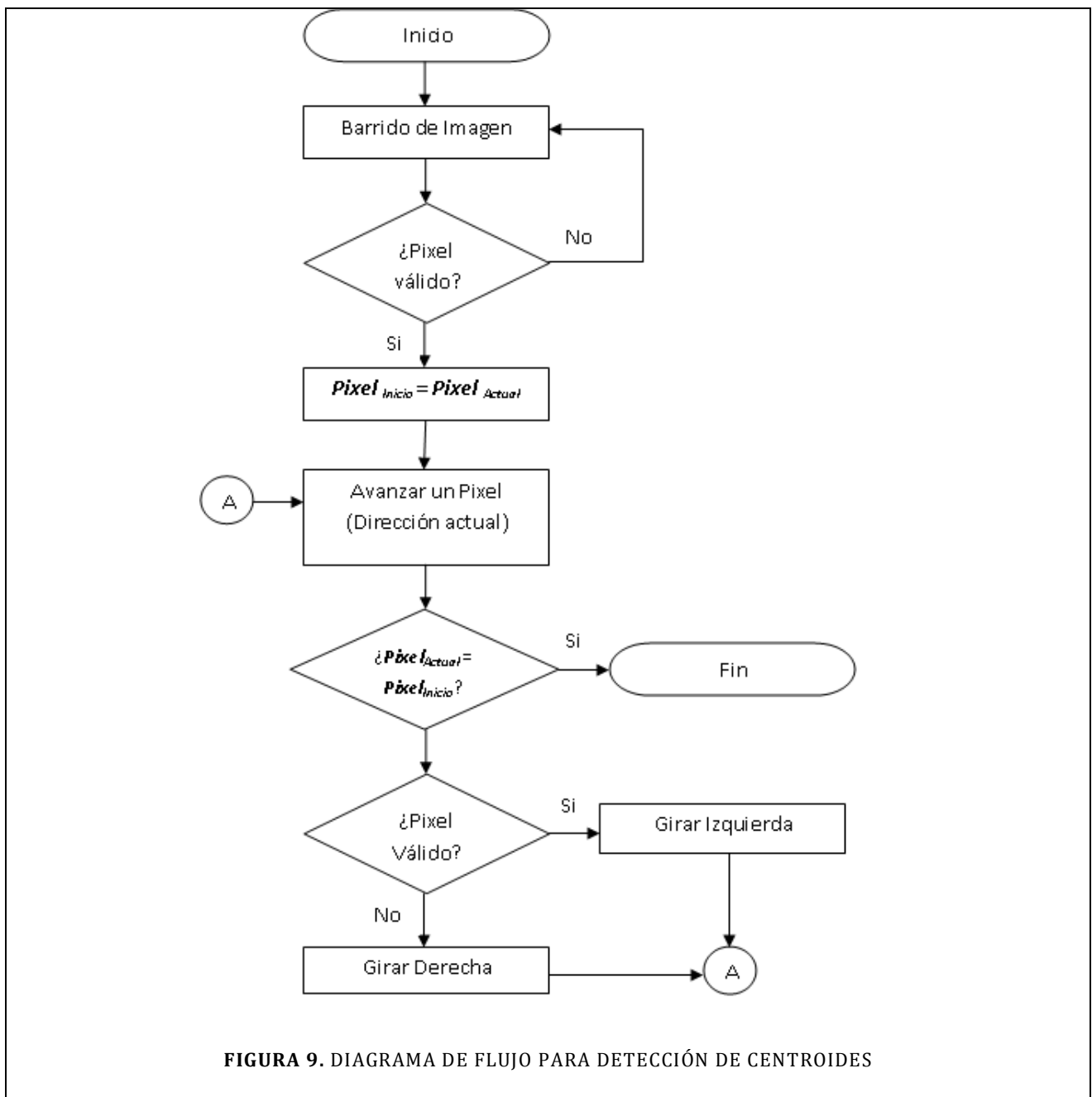
Para agrupar los píxeles validos, es necesario un algoritmo que ayude a separar cada conjunto de píxeles validos, para ello, se emplea un algoritmo para la delimitación de contornos. Como se ve en la Figura 8, este procedimiento recorre todo el contorno de la marca luminosa iniciando en el primer píxel válido encontrado y terminando en el mismo píxel.





**FIGURA 8** OBTENCIÓN DEL CONTORNO DE UNA MARCA VISUAL

El diagrama de flujo de la Figura 9 inicia haciendo un barrido a la imagen, con el objetivo de detectar un pixel válido, este barrido se hace de izquierda a derecha y de arriba hacia abajo. Una vez encontrado el primer pixel válido, el algoritmo procede como se ilustra gráficamente en la Figura 8, siguiendo el contorno de una marca artificial en espacio de imagen. Conforme avanza el algoritmo se realizan giros a la derecha e izquierda. Estos giros son de 90 grados y permiten cambiar la dirección de avance de pixel hacia la derecha o izquierda y arriba o abajo, dependiendo de la dirección actual de avance.



Una vez que se ha detectado el contorno de una marca visual, se etiquetan los pixeles que están dentro del umbral establecido, para evitar la duplicación de información y obtener el centroide de todos los pixeles válidos, correspondientes a la marca.

## 2.5 Escalamiento digital de imagen

Tal y como se describe en el siguiente capítulo, la caracterización de una superficie es asistida por un usuario. Debido a esto es necesario el apoyo visual para obtener mayor precisión en la designación de puntos clave en las distintas imágenes del objeto a caracterizar.

El escalamiento digital es una técnica muy distinta al escalamiento por medios ópticos, ya que con este último se logra visualizar un objeto más grande o pequeño variando la distancia focal de la cámara, lo que implica reducir o ampliar el ángulo de visión por lo que las fotografías siempre tendrán la misma resolución. A diferencia del escalamiento óptico, el escalamiento digital puede interpretarse como una ampliación de un recorte de la imagen original, lo que origina pérdida de información o resolución. Este proceso no necesariamente es un recorte, ya que un escalado puede aumentar la resolución de 1x a 2x, considerando que la información faltante puede obtenerse por medios alternativos como, por ejemplo, la interpolación.

En la Figura 10 (a) se observa una imagen captada por un medio óptico de forma ideal o con alta resolución, mientras que en (b) se aprecia la misma imagen captada por un medio óptico de baja resolución, en donde se aprecia la pérdida de información. Seguido a esto se aprecia en (c) un escalamiento de 2x, es decir se obtiene una imagen del 200% de la original, donde se aprecia la necesidad de reconstruir los espacios vacíos con información que se desconoce.

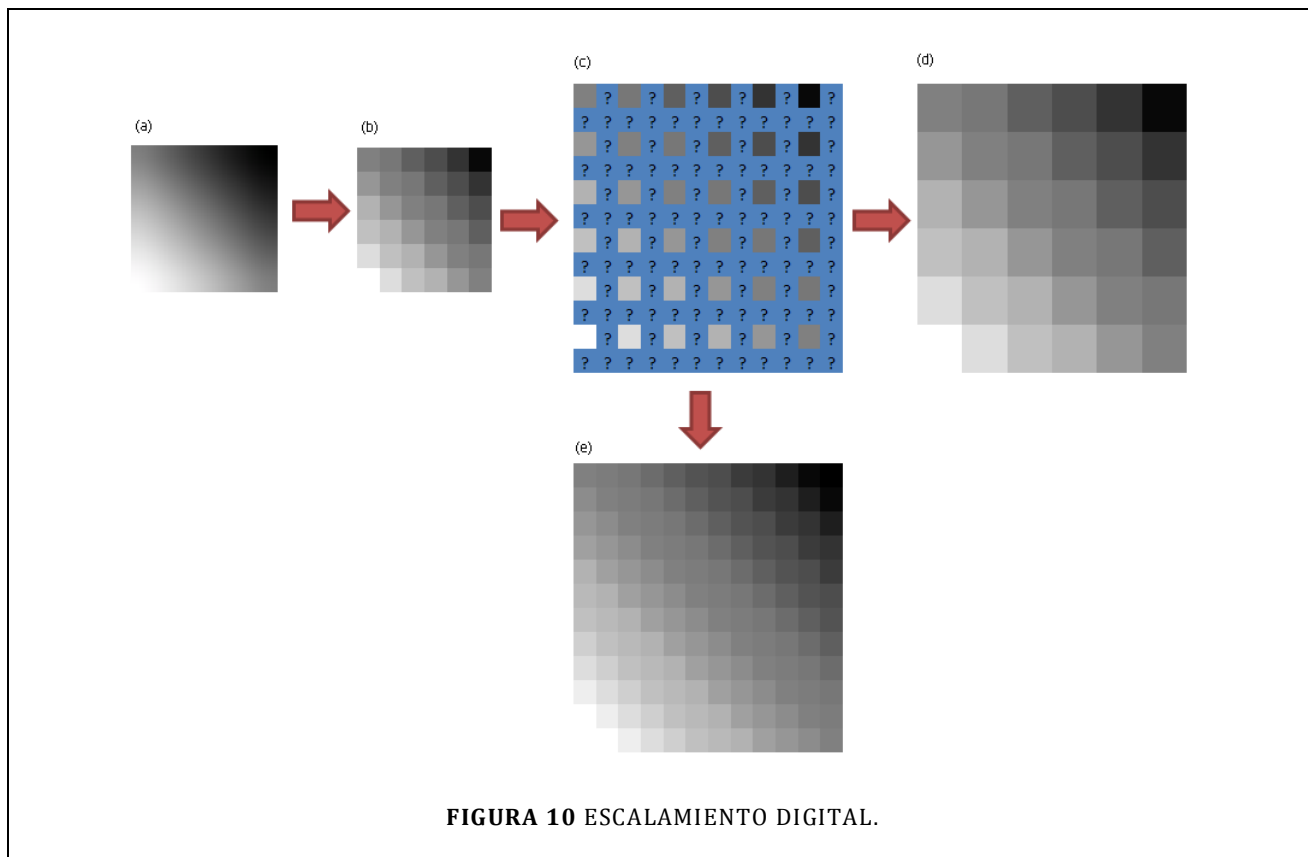
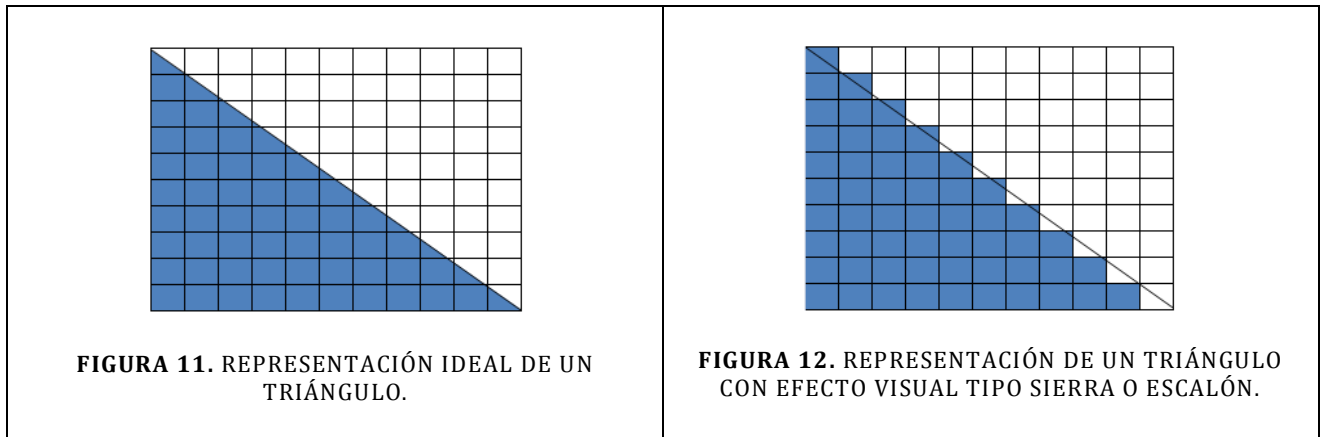


FIGURA 10 ESCALAMIENTO DIGITAL.

La forma más sencilla de reconstrucción es agrupar un vecindario de 2X2 pixeles y asignar el valor del pixel conocido a los demás pixeles, que se presenta esquemáticamente en la Figura 10(d). Este proceso no es el más conveniente por el efecto de aliasing que provoca. Es conveniente señalar que, en computación gráfica se le nombra aliasing al efecto visual que regularmente se presenta al escalar una imagen, tipo sierra o escalón obtenido cuando la resolución de la imagen es incapaz de representar curvas o líneas inclinadas de la imagen original como se ilustra en la Figura 11 y Figura 12. Lo más conveniente es reconstruir la imagen por medio de algún tipo de interpolación como la que se muestra en la Figura 10(e) para lograr una imagen suave, con cambios suaves de color y evitando el aliasing.



Para tratar este problema se emplea una interpolación bilineal, que básicamente consiste en usar una interpolación lineal tanto horizontal como verticalmente con los pixeles originales que rodean a los desconocidos. El valor dependerá, por lo tanto, de los cuatro vecinos más cercanos y de la distancia que existe entre ellos.

Para calcular el nivel de intensidad de los nuevos pixeles, se utiliza la siguiente expresión que involucra los pixeles vecinos y una ponderación que depende de la distancia que tenga cada pixel con su correspondiente vecino:

$$Pixel = SI - (SI - SD)wH - (SI - II)wV - (SI - ID)wD \quad (2.14)$$

donde,  $SI$  representa al nivel de intensidad en el pixel guía superior izquierdo,  $SD$  el pixel guía superior derecho,  $II$  el pixel guía inferior izquierdo y  $ID$  el pixel guía inferior derecho, como se ilustra en la Figura 13. Mientras que  $wH$ ,  $wV$  y  $wD$  representan los pesos asociados de forma horizontal, vertical y diagonal, respectivamente, que se describen mediante la siguiente relación:

$$wH = vH(1 - vV) \quad (2.15)$$

$$wV = vV(1 - vH) \quad (2.16)$$

$$wD = (vV)(vH) \quad (2.17)$$

donde:

$$vH = \frac{i}{n+1}; i=1...n \quad (2.18)$$

$$vV = \frac{j}{n+1}; j=1...m \quad (2.19)$$

Con  $i$  representando la posición horizontal del pixel y  $j$  la posición vertical del pixel. Mientras que  $n$  y  $m$  representan el número de elementos horizontales y verticales, respectivamente.

	0	1	2	...	n	
0	SI			...		SD
1						
2				...		
:	:		:	:	:	
n				...		
	II					ID

FIGURA 13 DEFINICIÓN DE PÍXELES Y SU POSICIÓN

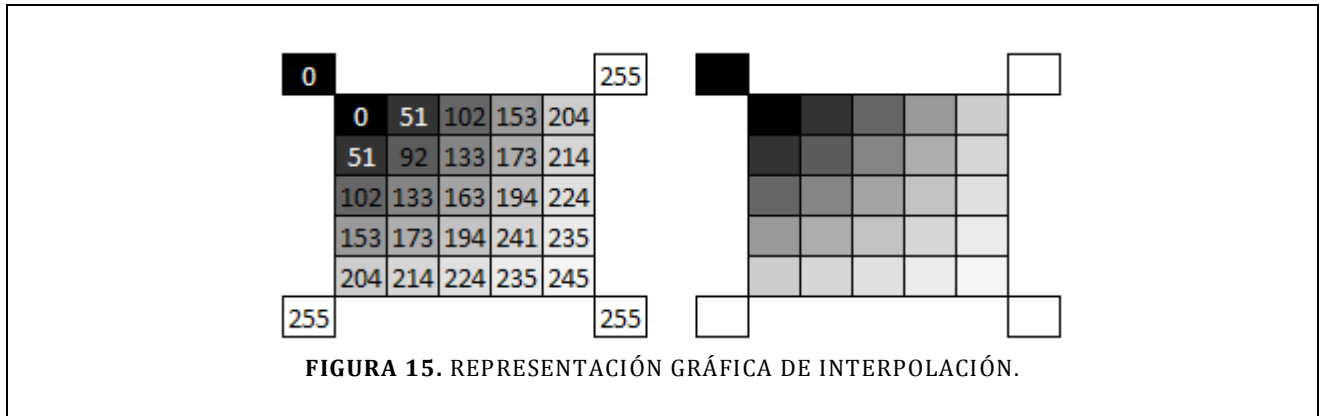
De esta forma se pueden obtener los valores de los píxeles faltantes por medio de una interpolación, que da cambios suaves en la imagen.

En la Figura 14 se ilustra un ejemplo de la interpolación, donde se puede observar de forma numérica un degradado suave, que se logra considerando los valores de las esquinas como los píxeles más cercanos o guías. Además, se observan las ponderaciones asignadas a cada pixel por estar en cierta columna o fila.

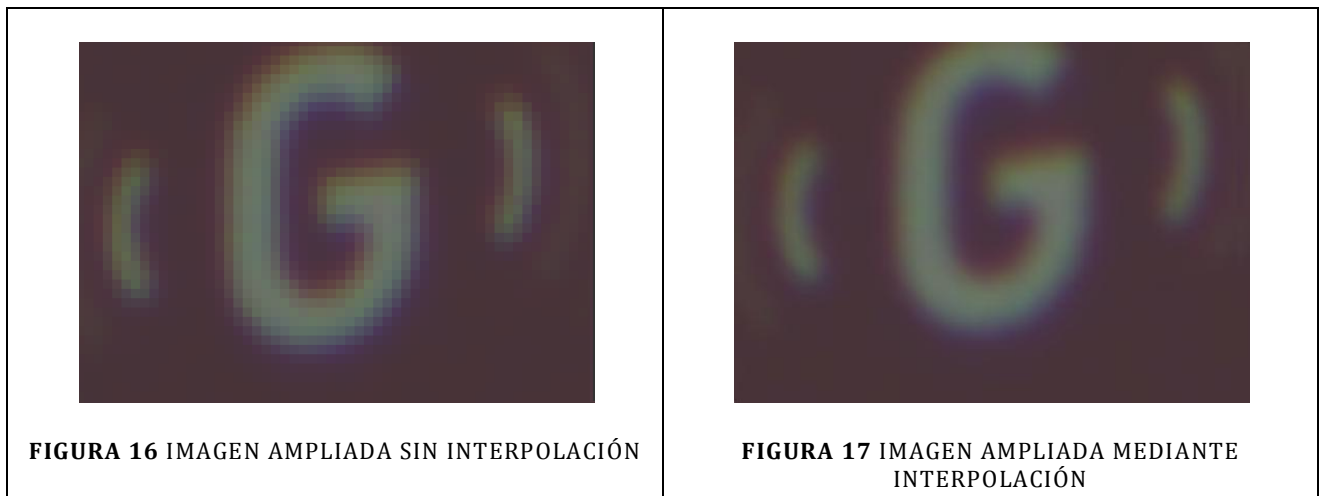
		0	0.2	0.4	0.6	0.8	
0	0	0	51	102	153	204	255
	0.2	51	92	133	173	214	
	0.4	102	133	163	194	224	
	0.6	153	173	194	214	235	
	0.8	204	214	224	235	245	
255							255

FIGURA 14. VALORES DE PÍXELES AMPLIADOS MEDIANTE INTERPOLACIÓN

Gráficamente se ilustra en la Figura 15 el degradado obtenido por medio de la interpolación antes mencionada, en la que se aprecian los valores asignados a cada pixel numéricamente y su representación en color.



En la Figura 16 se puede apreciar una imagen escalada sin utilizar ningún tipo de interpolación, mientras que en la Figura 17 se aprecia la misma imagen utilizando la interpolación antes descrita. En la primera es muy claro el efecto de aliasing obtenido, mientras que en la segunda se obtiene un cambio de color más suave.



Además de la técnica antes descrita, se exploró una técnica de interpolación llamada bicúbica, la cual requiere de cálculos más complejos que los expuestos anteriormente, lo que se ve reflejado en el tiempo de procesamiento. Con respecto a la calidad de imagen, no se observó diferencia significativa entre los dos métodos, debido a las características geométricas de las piezas y/o entorno de trabajo.

Por lo anterior, se opta por continuar el presente trabajo utilizando la interpolación bilineal.

## 2.6 Perfilado de imagen

El objetivo principal del perfilado, o realce de imágenes, es destacar los detalles finos que, por el método de adquisición o por técnicas de manipulación de imágenes, son difuminados. Básicamente lo que se pretende con esta técnica es aumentar el contraste de imágenes para apoyar al usuario en su tarea de designación de vértices al igual que con el escalamiento digital de imágenes.

Para llevar a cabo esta tarea se utilizan, al igual que para un suavizado, técnicas de filtrado de imágenes. Se utiliza específicamente un filtro pasa alto con el objetivo de realzar los detalles finos de la imagen.

El filtrado de una imagen se obtiene de una máscara convolucionada con la imagen. Regularmente, la máscara de filtro pasa alto tiene un coeficiente positivo en el centro y coeficientes negativos alrededor del borde externo.

Algunas de las máscaras más usadas de 3x3, según [21], son:

1	-2	1
-2	4	-2
1	-2	1
a)		

-1	-1	-1
-1	8	-1
-1	-1	-1
b)		

0	-1	0
-1	4	-1
0	-1	0
c)		

FIGURA 18. MÁSCARAS DE 3X3 PARA FILTROS PASA ALTO.

El filtro pasa alto disminuye considerablemente el número de grises presentes en la imagen original, lo que produce un contraste global en la imagen. Para realizar el realce o perfilado de imagen, propiamente dicho, es necesario emplear filtros sharpen que son una variación de los filtros pasa altos antes mencionados. Las máscaras más comunes, según [21], son:

1	-2	1
-2	5	-2
1	-2	1
a)		

-1	-1	-1
-1	9	-1
-1	-1	-1
b)		

0	-1	0
-1	5	-1
0	-1	0
c)		

FIGURA 19. MÁSCARAS DE 3X3, PARA FILTROS SHARPEN.

Como se puede observar, el valor central es aumentado en uno con respecto al filtrado pasa alto.

Durante el desarrollo de este trabajo se emplearon las diferentes máscaras aquí descritas y, debido a las características de las piezas utilizadas, iluminación y entorno de trabajo, se realizó una adecuación en los valores de las máscaras, con el objetivo de mejorar el perfilado. Se empleará con este objetivo la máscara dada por la expresión siguiente:

$$MáscaraSharpen = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 0 & -2 & 0 \\ -2 & 11 & -2 \\ 0 & -2 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.20)$$

Las técnicas aquí descritas en conjunto con el método de manipulación en espacio de cámara, que se describe en el siguiente capítulo, servirán para lograr la caracterización y duplicación de superficies por medio de las imágenes bidimensionales obtenidas por el sistema de visión.



---

## **Capítulo 3. El método de manipulación en espacio de cámara aplicado a la reproducción de superficies**

---

El método de Manipulación en Espacio de Cámara es una técnica que utiliza visión por computadora para controlar el posicionamiento de un robot. Lo relevante de esta técnica es que no requiere de un proceso de calibración del sistema de visión ni del manipulador. Cabe destacar que en este método los objetivos de la maniobra se definen en espacio de imagen y se alcanzan de igual forma, dentro de las imágenes bidimensionales obtenidas por el sistema de visión.

El método de manipulación en espacio de cámara está basado en teoría de estimación con la que se actualiza una relación local entre espacio de cámara y el espacio de configuración del robot. Requiere de al menos dos cámaras para posicionar una herramienta sostenida por el robot en un espacio tridimensional.

Para estimar la relación entre espacio de cámara y la configuración del robot, el método necesita tanto de la posición de las marcas en espacio de imagen como de sus respectivas posiciones tridimensionales; es por esto la necesidad de la cinemática directa del manipulador y la obtención de centroides que se trató en el capítulo anterior.

### 3.1 Estimación de parámetros de cámara

Para obtener una relación entre el espacio físico tridimensional y el espacio bidimensional en espacio de cámara, es preciso tener una primera aproximación de los parámetros de cámara  $P_i, i=1, \dots, 7$ , descritos en el capítulo anterior. Para encontrar los parámetros de visión es necesario realizar una minimización de la función escalar  $J$ , dada por (3.1), que se realiza de acuerdo al diagrama de flujo de la Figura 20:

$$J(P) = \sum_{i=1}^m \{ [x_{ci} - f_x(x_i, y_i, z_i, x_{ci}; P)]^2 + [y_{ci} - f_y(x_i, y_i, z_i, y_{ci}; P)]^2 \} W_i \quad (3.1)$$

Donde  $m$  representa el número de muestras, mientras que  $(x_{ci}, y_{ci})$  es la coordenada de la muestra  $i$  en la imagen. El modelo utilizado está representado por  $f_x(\dots)$  y  $f_y(\dots)$  que corresponde a una proyección en perspectiva de un punto de coordenadas  $(x_i, y_i, z_i)$ , de acuerdo a las siguientes expresiones:

$$\begin{aligned} f_x(x_i, y_i, z_i, x_{ci}; P) &= \mathcal{O}_x(x_i, y_i, z_i; P) + \mathcal{P}_x(x_i, y_i, z_i, x_{ci}; P) \\ f_y(x_i, y_i, z_i, y_{ci}; P) &= \mathcal{O}_y(x_i, y_i, z_i; P) + \mathcal{P}_y(x_i, y_i, z_i, y_{ci}; P) \end{aligned} \quad (3.2)$$

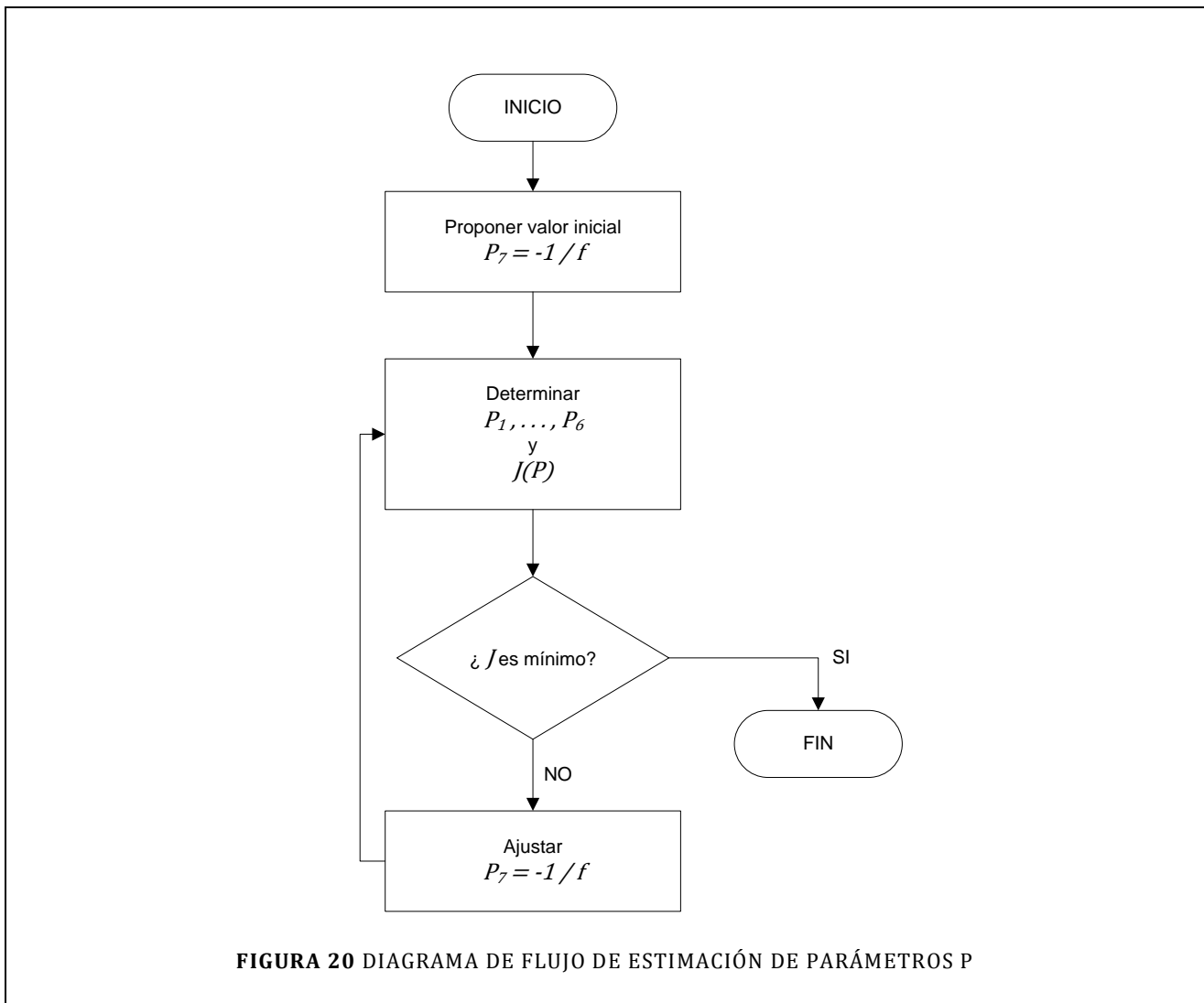
donde cada expresión está compuesta de dos partes; en la primera  $\mathcal{O}_x(\dots)$  y  $\mathcal{O}_y(\dots)$  representan una proyección ortográfica, con  $\mathcal{O}_x(\dots)$  y  $\mathcal{O}_y(\dots)$ , dados por:

$$\begin{aligned} \mathcal{O}_x(x_i, y_i, z_i; P) &= b_1(P)x_i + b_2(P)y_i + b_3(P)z_i + b_4(P) \\ \mathcal{O}_y(x_i, y_i, z_i; P) &= b_5(P)x_i + b_6(P)y_i + b_7(P)z_i + b_8(P) \end{aligned} \quad (3.3)$$

mientras que en la segunda parte  $\mathcal{P}_x(\dots)$  y  $\mathcal{P}_y(\dots)$  representan una corrección de la representación ortográfica, la cual completa la proyección en perspectiva como sigue:

$$\begin{aligned} \mathcal{P}_x(x_i, y_i, z_i, x_{ci}; P) &= b_9(P)x_i x_{ci} + b_{10}(P)y_i x_{ci} + b_{11}(P)z_i x_{ci} \\ \mathcal{P}_y(x_i, y_i, z_i, y_{ci}; P) &= b_9(P)x_i y_{ci} + b_{10}(P)y_i y_{ci} + b_{11}(P)z_i y_{ci} \end{aligned} \quad (3.4)$$

donde  $b_1, \dots, b_{11}$  dependen de los siete parámetros de cámara  $P$ , según la relación (2.6). Finalmente  $W_i$  corresponde al peso dado por la muestra  $i$ . La asignación de los  $W_i$  pesos se detalla mas adelante.



Las muestras en espacio de cámara son obtenidas por medio de una trayectoria preplaneada del manipulador y, por medio de los algoritmos de detección de centroides descritos en el capítulo anterior, se localiza el centroide de cada una de las marcas luminosas colocadas en el extremo del manipulador en espacio de cámara, como se ilustra en la Figura 21. Con esto se logra una relación de las marcas bidimensionales con su correspondencia física mediante el modelo cinemático del robot, que establece la posición tridimensional de cada marca con respecto a la base del manipulador. Inicialmente  $W_i$  tiene un valor uniforme en cada muestra para propósitos de determinar los parámetros iniciales de cámara.

Para la determinación de los siete parámetros de cámara, según el procedimiento propuesto por [19], se descompone la estimación en dos procesos. El primero consiste en determinar únicamente los primeros seis parámetros de cámara, ya que el parámetro  $P_7$  está en función de la longitud focal y se estima de forma independiente. El segundo proceso involucra el refinamiento de  $P_7$  volviéndose a iniciar el primer proceso hasta obtener un valor de  $J$  mínimo, como se describe en el diagrama de flujo de la Figura 20.



**FIGURA 21** TRAYECTORIA PREPLANEADA VISTA POR 2 CÁMARAS.

### 3.1.1 Estimación de parámetros $P_1...P_6$

Los parámetros  $P_1 ... P_6$  se evalúan usando el método de corrección diferencial por mínimos cuadrados [20], que es un método iterativo que consiste en determinar el incremento  $\Delta P' = [\Delta P_1 ... \Delta P_6]^T$ , asumiendo que  $P_7$  es constante. Dicho incremento se evalúa por medio de la expresión siguiente:

$$\Delta P' = [A^T W A]^{-1} [A^T W \Delta Y] \quad (3.5)$$

Siendo  $[A^T W A]$  una matriz no singular de 6x6 y  $[A^T W \Delta Y]$  un vector de 6x1, dado por las expresiones (3.6) y (3.7), respectivamente,

$$[A^T W A] = [\partial B]^T [M_A] [\partial B] \quad (3.6)$$

$$[A^T W \Delta Y] = [\partial B]^T [M_B] [B] \quad (3.7)$$

Donde:

$$\partial B = \begin{bmatrix} \frac{\partial b_1}{\partial P_1} & \dots & \frac{\partial b_1}{\partial P_6} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial b_{11}}{\partial P_1} & \dots & \frac{\partial b_{11}}{\partial P_6} \end{bmatrix} \quad (3.8)$$

y

$$B = \begin{bmatrix} -1 \\ -b_1 \\ \vdots \\ -b_{11} \end{bmatrix} \quad (3.9)$$

en estas expresiones,  $b_1, \dots, b_{11}$  se presentan en (2.6) y son evaluadas usando los valores actuales de parámetros de cámara. La forma particular de este modelo de cámara en (3.2) permite la posibilidad de compactar toda la información requerida para la estimación de parámetros, esto es,  $m$  muestras de coordenadas en espacio de cámara  $(x_{c_i}, y_{c_i})$  con su correspondiente localización física  $(x_i, y_i, z_i)$ , y el peso relativo  $W_i$  dado a la  $i$ -ésima muestra.

Esta información es compactada en las matrices  $M_A$  y  $M_B$  como sigue:

$$M_A = \begin{bmatrix} M_1 & \vdots & 0 & \vdots & M_2 \\ \dots & \cdot & \dots & \cdot & \dots \\ 0 & \vdots & M_1 & \vdots & M_3 \\ \dots & \cdot & \dots & \cdot & \dots \\ M_2^T & \vdots & M_3^T & \vdots & M_4 \end{bmatrix} \quad (3.10)$$

y

$$M_B = \begin{bmatrix} M_x & \vdots & M_1 & \vdots & 0 & \vdots & M_2 \\ \dots & \cdot & \dots & \cdot & \dots & \cdot & \dots \\ M_y & \vdots & 0 & \vdots & M_1 & \vdots & M_3 \\ \dots & \cdot & \dots & \cdot & \dots & \cdot & \dots \\ M_{xy} & \vdots & M_2^T & \vdots & M_3^T & \vdots & M_4 \end{bmatrix} \quad (3.11)$$

donde las matrices  $M_1, M_2, M_3, M_4, M_x, M_y, M_{xy}$  incluyen las observaciones históricas que se muestran a continuación:

$$M_1 = \begin{bmatrix} \sum x_i^2 W_i & \sum x_i y_i W_i & \sum x_i z_i W_i & \sum x_i W_i \\ & \sum y_i^2 W_i & \sum y_i z_i W_i & \sum y_i W_i \\ & & \sum z_i^2 W_i & \sum z_i W_i \\ \text{simétrica} & & & \sum W_i \end{bmatrix} \quad (3.12)$$

$$M_2 = \begin{bmatrix} \sum x_i^2 x_{c_i} W_i & \sum x_i y_i x_{c_i} W_i & \sum x_i z_i x_{c_i} W_i \\ \sum x_i y_i x_{c_i} W_i & \sum y_i^2 x_{c_i} W_i & \sum y_i z_i x_{c_i} W_i \\ \sum x_i z_i x_{c_i} W_i & \sum y_i z_i x_{c_i} W_i & \sum z_i^2 x_{c_i} W_i \\ \sum x_i x_{c_i} W_i & \sum y_i x_{c_i} W_i & \sum z_i x_{c_i} W_i \end{bmatrix} \quad (3.13)$$

$$M_3 = \begin{bmatrix} \sum x_i^2 y_{c_i} W_i & \sum x_i y_i y_{c_i} W_i & \sum x_i z_i y_{c_i} W_i \\ \sum x_i y_i y_{c_i} W_i & \sum y_i^2 y_{c_i} W_i & \sum y_i z_i y_{c_i} W_i \\ \sum x_i z_i y_{c_i} W_i & \sum y_i z_i y_{c_i} W_i & \sum z_i^2 y_{c_i} W_i \\ \sum x_i y_{c_i} W_i & \sum y_i y_{c_i} W_i & \sum z_i y_{c_i} W_i \end{bmatrix} \quad (3.14)$$

$$M_4 = \begin{bmatrix} M4_{11} & M4_{12} & M4_{13} \\ & M4_{22} & M4_{23} \\ \text{simétrica} & & M4_{33} \end{bmatrix} \quad (3.15)$$

Con:

$$\begin{aligned} M4_{11} &= \sum x_i^2 (x_{c_i}^2 + y_{c_i}^2) W_i \\ M4_{12} &= \sum x_i y_i (x_{c_i}^2 + y_{c_i}^2) W_i \\ M4_{13} &= \sum x_i z_i (x_{c_i}^2 + y_{c_i}^2) W_i \\ M4_{22} &= \sum y_i^2 (x_{c_i}^2 + y_{c_i}^2) W_i \\ M4_{23} &= \sum y_i z_i (x_{c_i}^2 + y_{c_i}^2) W_i \\ M4_{33} &= \sum z_i^2 (x_{c_i}^2 + y_{c_i}^2) W_i \end{aligned} \quad (3.16)$$

Y

$$M_x = \begin{bmatrix} \sum x_i x_{c_i} W_i \\ \sum y_i x_{c_i} W_i \\ \sum z_i x_{c_i} W_i \\ \sum x_{c_i} W_i \end{bmatrix} \quad (3.17)$$

$$M_y = \begin{bmatrix} \sum x_i y_{c_i} W_i \\ \sum y_i y_{c_i} W_i \\ \sum z_i y_{c_i} W_i \\ \sum y_{c_i} W_i \end{bmatrix} \quad (3.18)$$

$$M_{xy} = \begin{bmatrix} \sum x_i (x_{c_i}^2 + y_{c_i}^2) W_i \\ \sum y_i (x_{c_i}^2 + y_{c_i}^2) W_i \\ \sum z_i (x_{c_i}^2 + y_{c_i}^2) W_i \end{bmatrix} \quad (3.19)$$

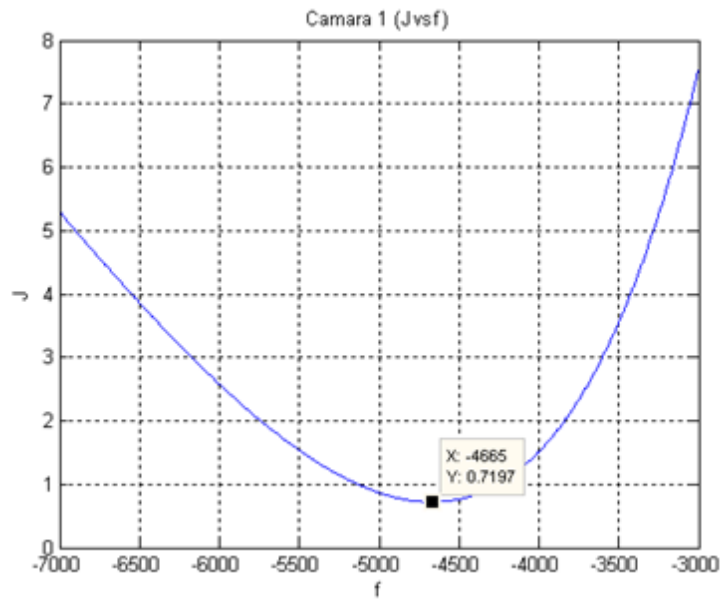
Donde la sumatoria de las expresiones anteriores va de uno a  $m$  observaciones. El procedimiento iterativo continúa evaluando un conjunto de parámetros actualizados según la siguiente expresión, hasta que se alcanza la convergencia.

$$P^{(nuevo)} = P^{(anterior)} + \Delta P \quad (3.20)$$

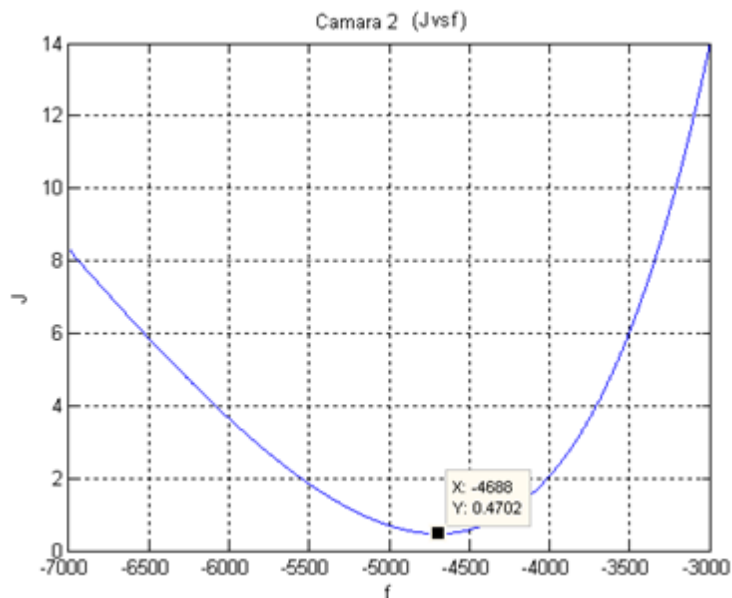
### 3.1.2 Estimación de parámetro $P_7$ mediante bisecciones sucesivas

La magnitud del parámetro  $P_7$  corresponde, de acuerdo a la ecuación (2.7), al inverso de la distancia focal  $f$ . Este parámetro intrínseco puede ser evaluado por medio de diferentes métodos, como el presentado en [23] o [24]. Otros métodos utilizan una herramienta de Matlab<sup>MR</sup> para la calibración de las cámaras, tal y como se describe en [25] y [26].

Con alguno de los métodos antes descritos es posible obtener una primera aproximación de la distancia focal, cuya estimación dependerá únicamente de la condición actual de las cámaras y lentes. Por lo tanto es, en general, independiente de las muestras adquiridas durante las maniobras realizadas por el manipulador.



**FIGURA 22** CURVA TÍPICA  $J(f)$ , TOMADA CON DATOS REALES DE LA PRIMER CÁMARA

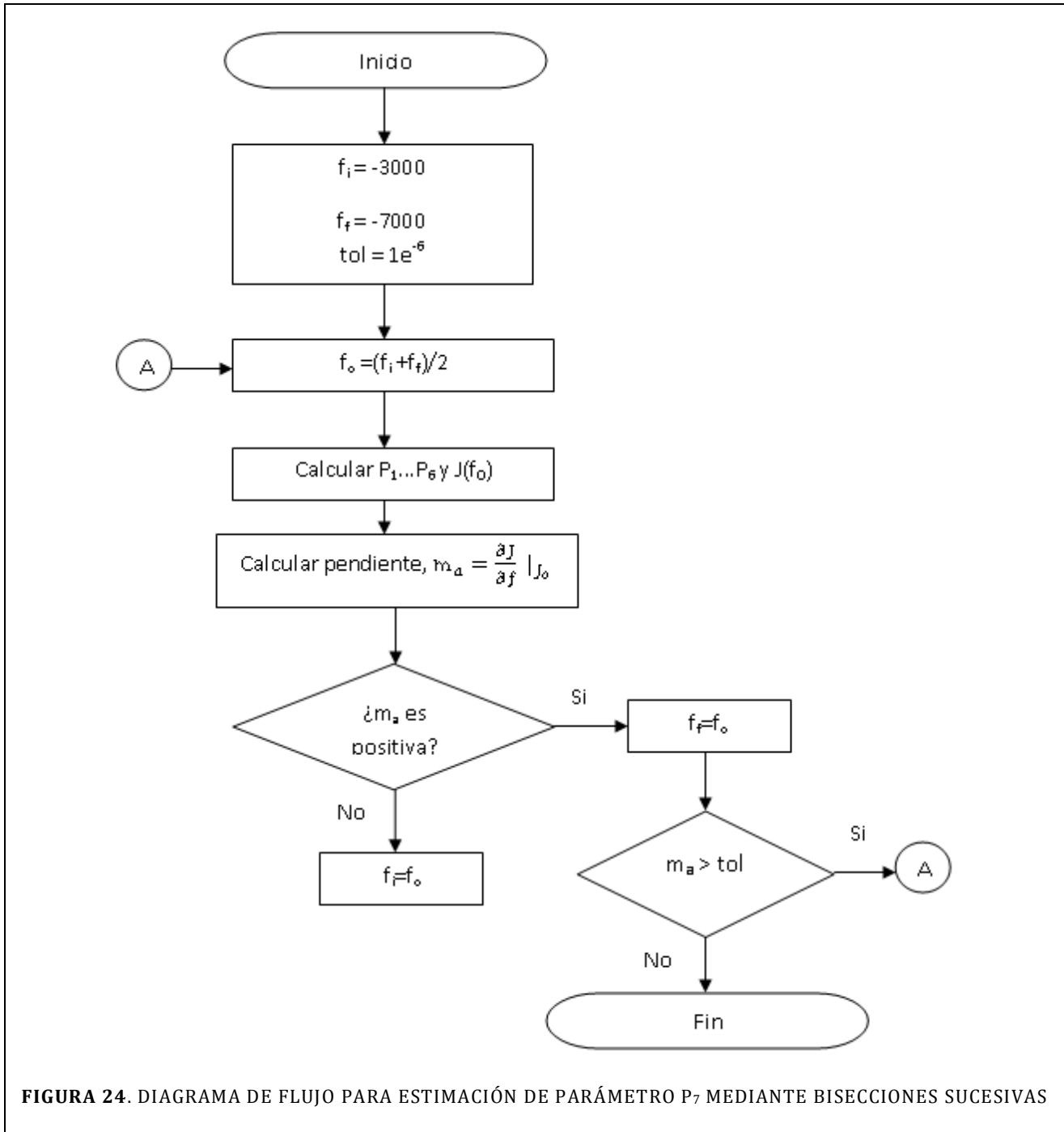


**FIGURA 23** CURVA TÍPICA  $J(f)$ , TOMADA CON DATOS REALES DE LA SEGUNDA CÁMARA

La mayoría de las técnicas antes descritas necesitan de un proceso de calibración extenso que requiere la utilización de equipo y herramientas computacionales adicionales. Por lo anterior este proceso solamente es conveniente utilizarlo una sola vez con el propósito de obtener una primera aproximación de la distancia focal. Típicamente el valor de la distancia focal oscila entre -4500 y -4000 mm para el sistema de visión usado en nuestros experimentos.



Considerando únicamente el valor típico de la distancia focal, el parámetro  $P_7$  puede ser estimado por algún método numérico que resuelva el valor mínimo de la función escalar dada en (3.1). Para este caso se implementó el método de bisecciones sucesivas considerando la pendiente de la función  $J(f)$ , como se ilustra en la Figura 22 y Figura 23. Este método se detalla a continuación.



**FIGURA 24.** DIAGRAMA DE FLUJO PARA ESTIMACIÓN DE PARÁMETRO  $P_7$  MEDIANTE BISECCIONES SUCESIVAS

Para la estimación del mínimo valor de  $J(f)$ , se sigue el método de bisecciones sucesivas adaptado a este caso, como se ilustra en el diagrama de flujo de la Figura 24. Este método inicia con un intervalo  $[f_i, f_f]$  en donde se sabe que existe un valor mínimo. Como se indicó anteriormente, se puede suponer un valor típico para  $f$  de -4500mm, dando los rangos a evaluar como  $f_i = -3000\text{mm}$  y  $f_f = -7000\text{mm}$ . Nótese que estos valores son arbitrarios y son dados con el propósito de ilustrar la curva típica generada.

El intervalo  $[f_i, f_f]$  se divide a la mitad calculando  $f_o = \frac{f_i + f_f}{2}$ ; si la pendiente en el punto  $f_o$  es positiva, entonces el mínimo está en el intervalo  $[f_i, f_o]$  y el proceso se repite haciendo la sustitución  $f_f = f_o$ , de lo contrario está en el intervalo  $[f_o, f_f]$  donde  $f_i$  toma el valor de  $f_o$ .

Este algoritmo continúa hasta encontrar un valor de pendiente menor a una tolerancia previamente especificada.

### **3.2 Estimación de posición tridimensional de marcas visuales artificiales**

Ya estimados los parámetros de cámara, es posible la estimación de posiciones tridimensionales nominales de puntos láser proyectados sobre alguna superficie de interés. Esta estimación es útil tanto en tareas de posicionamiento como en la caracterización de superficies.



**FIGURA 25** PROYECCIÓN DE MARCAS LÁSER, VISTA DESDE 2 CÁMARAS.

Para la estimación de posición tridimensional es necesario de al menos dos cámaras, como se ilustra en la Figura 25, y se realiza minimizando la función escalar dada por (3.21),

$$\phi = \sum_{i=1}^{nd} [x_c^{(i)} - f_x(x, y, z, x_c^{(i)}; P^{(i)})]^2 + [y_c^{(i)} - f_y(x, y, z, y_c^{(i)}; P^{(i)})]^2 \quad (3.21)$$

donde  $nd$  es el número de cámaras que detectan al mismo punto.

En la expresión anterior,  $(x, y, z)$  es la coordenada tridimensional del centroide visto por ambas cámaras. Las expresiones  $f_x$  y  $f_y$  corresponden a la proyección en perspectiva y están dadas en la ecuación (3.2).

La proyección en espacio de imagen de una misma marca en la  $i$ -ésima cámara está dada por  $(x_c^{(i)}, y_c^{(i)})$ , referida al sistema coordenado unido a la imagen obtenida con la  $i$ -ésima cámara. Es conveniente señalar que los parámetros  $P^{(i)}$  son conocidos.

La minimización de (3.21) conduce a la solución de la ubicación tridimensional  $(x, y, z)$ , que está dada por:

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = A^{-1}B \quad (3.22)$$

Con:

$$A = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{13} \\ A_{11} & A_{22} & A_{23} \\ A_{13} & A_{23} & A_{33} \end{bmatrix}; \quad B = \begin{bmatrix} B_1 \\ B_2 \\ B_3 \end{bmatrix} \quad (3.23)$$

Donde las matrices están compuestas por:

$$\begin{aligned} A_{11} &= \sum_{i=1}^{nd} (b_1^{(i)} + b_9^{(i)} x_c^{(i)})^2 + (b_5^{(i)} + b_9^{(i)} y_c^{(i)})^2 \\ A_{12} &= \sum_{i=1}^{nd} (b_1^{(i)} + b_9^{(i)} x_c^{(i)})(b_2^{(i)} + b_{10}^{(i)} x_c^{(i)}) + (b_5^{(i)} + b_9^{(i)} y_c^{(i)})(b_6^{(i)} + b_{10}^{(i)} y_c^{(i)}) \\ A_{13} &= \sum_{i=1}^{nd} (b_1^{(i)} + b_9^{(i)} x_c^{(i)})(b_3^{(i)} + b_{11}^{(i)} x_c^{(i)}) + (b_5^{(i)} + b_9^{(i)} y_c^{(i)})(b_7^{(i)} + b_{11}^{(i)} y_c^{(i)}) \\ A_{22} &= \sum_{i=1}^{nd} (b_2^{(i)} + b_{10}^{(i)} x_c^{(i)})^2 + (b_6^{(i)} + b_{10}^{(i)} y_c^{(i)})^2 \\ A_{23} &= \sum_{i=1}^{nd} (b_2^{(i)} + b_{10}^{(i)} x_c^{(i)})(b_3^{(i)} + b_{11}^{(i)} x_c^{(i)}) + (b_6^{(i)} + b_{10}^{(i)} y_c^{(i)})(b_7^{(i)} + b_{11}^{(i)} y_c^{(i)}) \\ A_{33} &= \sum_{i=1}^{nd} (b_3^{(i)} + b_{11}^{(i)} x_c^{(i)})^2 + (b_7^{(i)} + b_{11}^{(i)} y_c^{(i)})^2 \end{aligned} \quad (3.24)$$

Y además,

$$\begin{aligned} B_1 &= \sum_{i=1}^{nd} (x_c^{(i)} - b_4^{(i)})(b_1^{(i)} + b_9^{(i)} x_c^{(i)}) + (y_c^{(i)} - b_8^{(i)})(b_5^{(i)} + b_9^{(i)} y_c^{(i)}) \\ B_2 &= \sum_{i=1}^{nd} (x_c^{(i)} - b_4^{(i)})(b_2^{(i)} + b_{10}^{(i)} x_c^{(i)}) + (y_c^{(i)} - b_8^{(i)})(b_6^{(i)} + b_{10}^{(i)} y_c^{(i)}) \\ B_3 &= \sum_{i=1}^{nd} (x_c^{(i)} - b_4^{(i)})(b_3^{(i)} + b_{11}^{(i)} x_c^{(i)}) + (y_c^{(i)} - b_8^{(i)})(b_7^{(i)} + b_{11}^{(i)} y_c^{(i)}) \end{aligned} \quad (3.25)$$

Donde  $b_1^{(i)}, \dots, b_{11}^{(i)}$  contienen a los parámetros de la  $i$ -ésima cámara tal y como se definen en (2.6).

### 3.3 Estimación de configuración interna del manipulador.

Los experimentos de posicionamiento se basan en la determinación de un objetivo de maniobra, en espacio de cámara, involucrando a todas las cámaras participantes. Para determinar la configuración interna del robot se debe realizar una estimación no lineal. Este

proceso consiste en minimizar la función escalar  $\gamma(\theta)$ , usando el método de corrección diferencial por mínimos cuadrados descrito en [20]:

$$\gamma(\theta) = \sum_{i=1}^{n_c} \sum_{j=1}^{n_{t(i)}} \left[ [x_{t_i}^j - f_x(r_{x_i}^j(\theta), r_{y_i}^j(\theta), r_{z_i}^j(\theta), x_{t_i}^j(\theta); P^{(i)})]^2 + [y_{t_i}^j - f_y(r_{x_i}^j(\theta), r_{y_i}^j(\theta), r_{z_i}^j(\theta), y_{t_i}^j(\theta); P^{(i)})]^2 \right]$$

Donde  $n_c$  y  $n_t$ , representan, respectivamente, al número de cámaras de control y el número de puntos objetivo en la estimación;  $f_x$  y  $f_y$  representan al modelo de cámara en perspectiva;  $(x_{t_i}^{(j)}, y_{t_i}^{(j)})$  describe la ubicación del  $j$ -ésimo punto objetivo en espacio de cámara;  $(r_{x_i}^{(j)}(\theta), r_{y_i}^{(j)}(\theta), r_{z_i}^{(j)}(\theta))$  es la correspondiente localización física, la cual depende de las juntas juntas incluidas en  $\theta$ . Finalmente  $P^{(i)}$  representa los parámetros de visión de la cámara  $i$ .

La Figura 26 representa el comportamiento típico del proceso de estimación, en cada iteración, para una tarea de posicionamiento de un manipulador de seis grados de libertad. En cada caso el proceso iterativo inicia con  $\theta = 0$ .

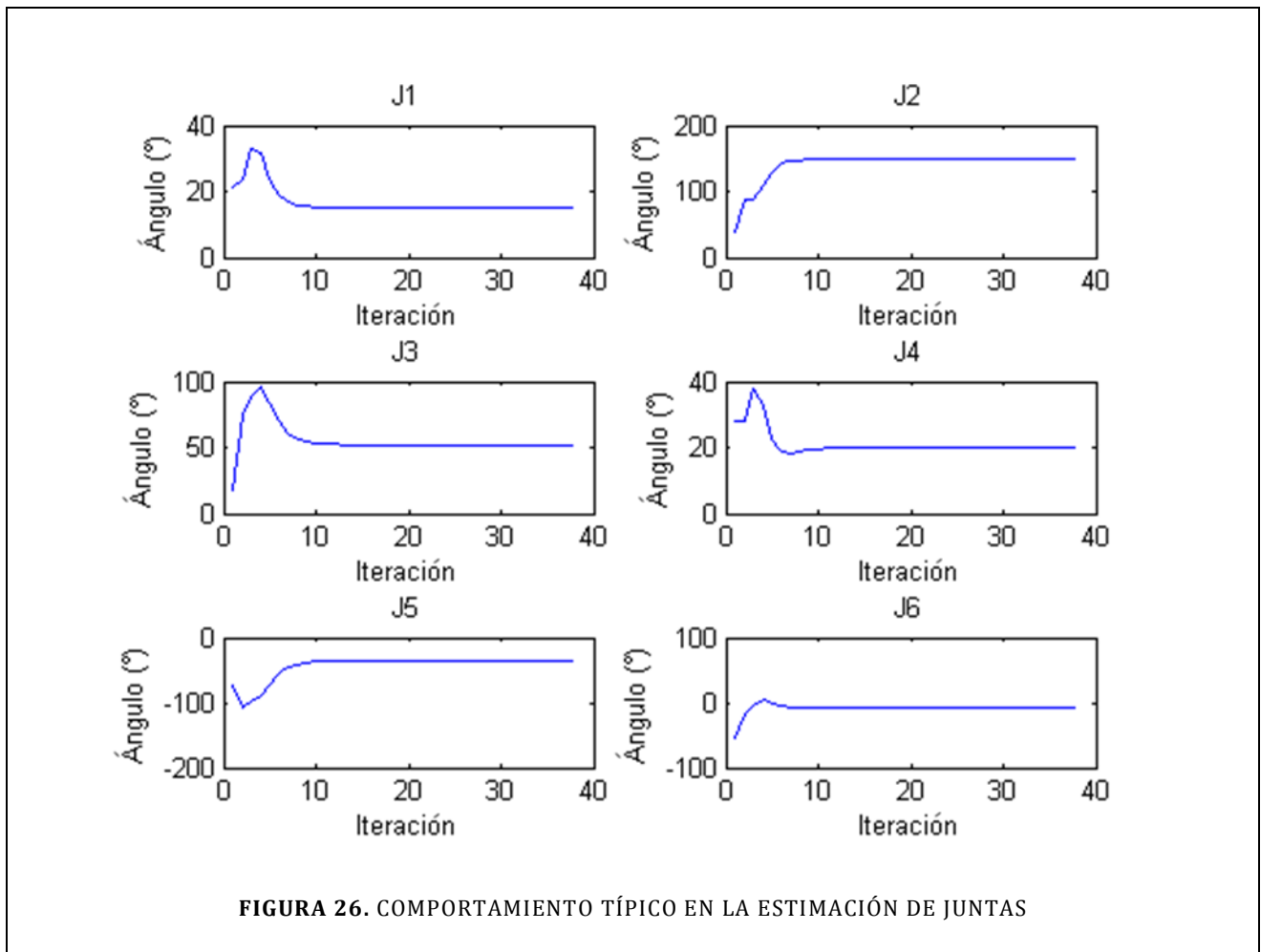


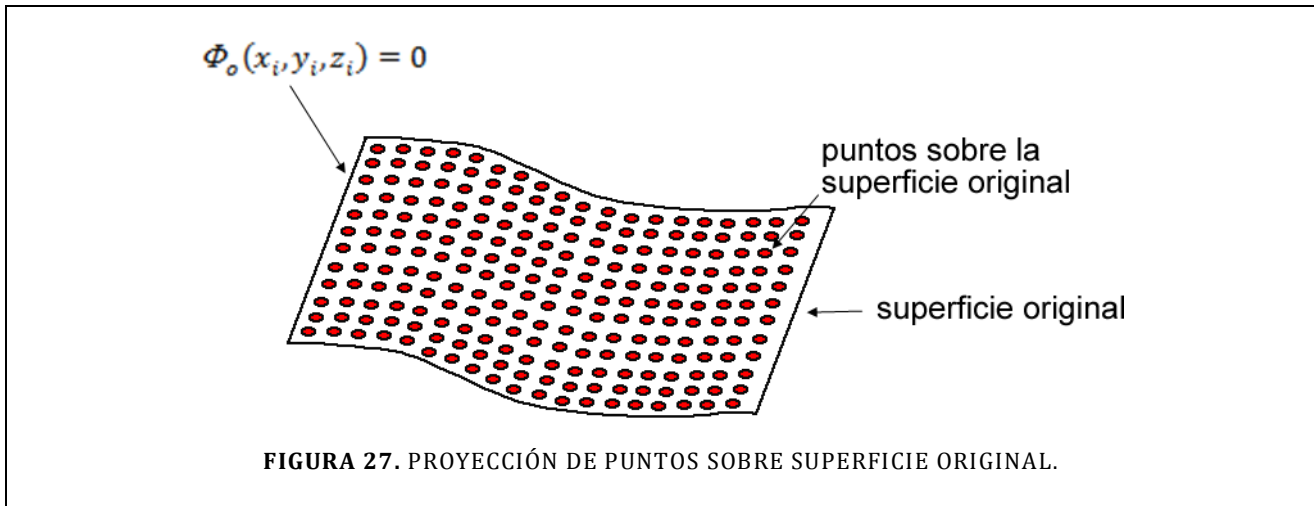
FIGURA 26. COMPORTAMIENTO TÍPICO EN LA ESTIMACIÓN DE JUNTAS

Con el objetivo de garantizar la validez local de los parámetros de cámara, surge la necesidad de refinarlos durante la maniobra de aproximación. Para realizar esta actualización de parámetros, es necesaria la adquisición de muestras en espacio de imagen, que se obtienen durante el proceso de aproximación al punto objetivo final. Con esto se obtiene una depuración en los parámetros, lo que se traduce en un mejor posicionamiento de la herramienta sobre la superficie caracterizada, lo que a su vez se traducirá en la generación de una réplica más precisa.

### 3.4 Caracterización y reproducción de superficies

La propuesta de reproducción de superficies, como se mencionó anteriormente, surge de la idea de igualar marcas visuales proyectadas sobre una superficie prototipo, con las marcas proyectadas sobre la superficie reproducida, en espacio de imagen. El duplicado se logra realizando desbastes sucesivos y, al terminar cada uno de éstos, se realiza una nueva proyección de marcas luminosas, de tal forma que la tarea de reproducción se considera finalizada cuando la última proyección coincide con la proyección original.

Al proyectar las marcas luminosas sobre una superficie es necesario obtener el centroide de cada una de estas marcas en espacio de imagen. Como se mencionó en la sección 3.2, es posible estimar la posición tridimensional de una marca en espacio físico cuando aparece en al menos dos cámaras. Con la proyección de una serie de marcas sobre la superficie es posible realizar una caracterización cuya resolución estará en función de la separación de las marcas luminosas no permanentes distribuidas sobre la superficie de interés, como se ilustra en la Figura 27.



A partir de la información bidimensional de las marcas luminosas que se obtiene de las cámaras y la estimación de sus respectivas posiciones tridimensionales que se obtienen minimizando la ecuación (3.21), es posible estimar un modelo matemático que describa la superficie  $\Phi_o(x_i, y_i, z_i) = 0$ . La validez de los parámetros estimados para el modelo matemático de la superficie estará en función del número de muestras o puntos proyectados sobre la superficie y su separación.

El proceso de estimación de los parámetros del modelo se realiza minimizando la siguiente función:

$$\phi = \sum_{i=1}^{n_m} [\Phi_o(x_i, y_i, z_i)]^2 \quad (3.26)$$

donde  $n_m$  es el número de marcas luminosas proyectadas sobre la superficie y vistas por al menos dos cámaras mientras que  $(x_i, y_i, z_i)$  corresponde a la posición tridimensional de la  $i$ -ésima marca proyectada.

EL modelo matemático para  $\Phi_o(x_i, y_i, z_i) = 0$  será propuesto en función de la superficie a duplicar, por ejemplo, para el caso de superficies planas se propone:  $\Phi_o(x_i, y_i, z_i)$  tal que,

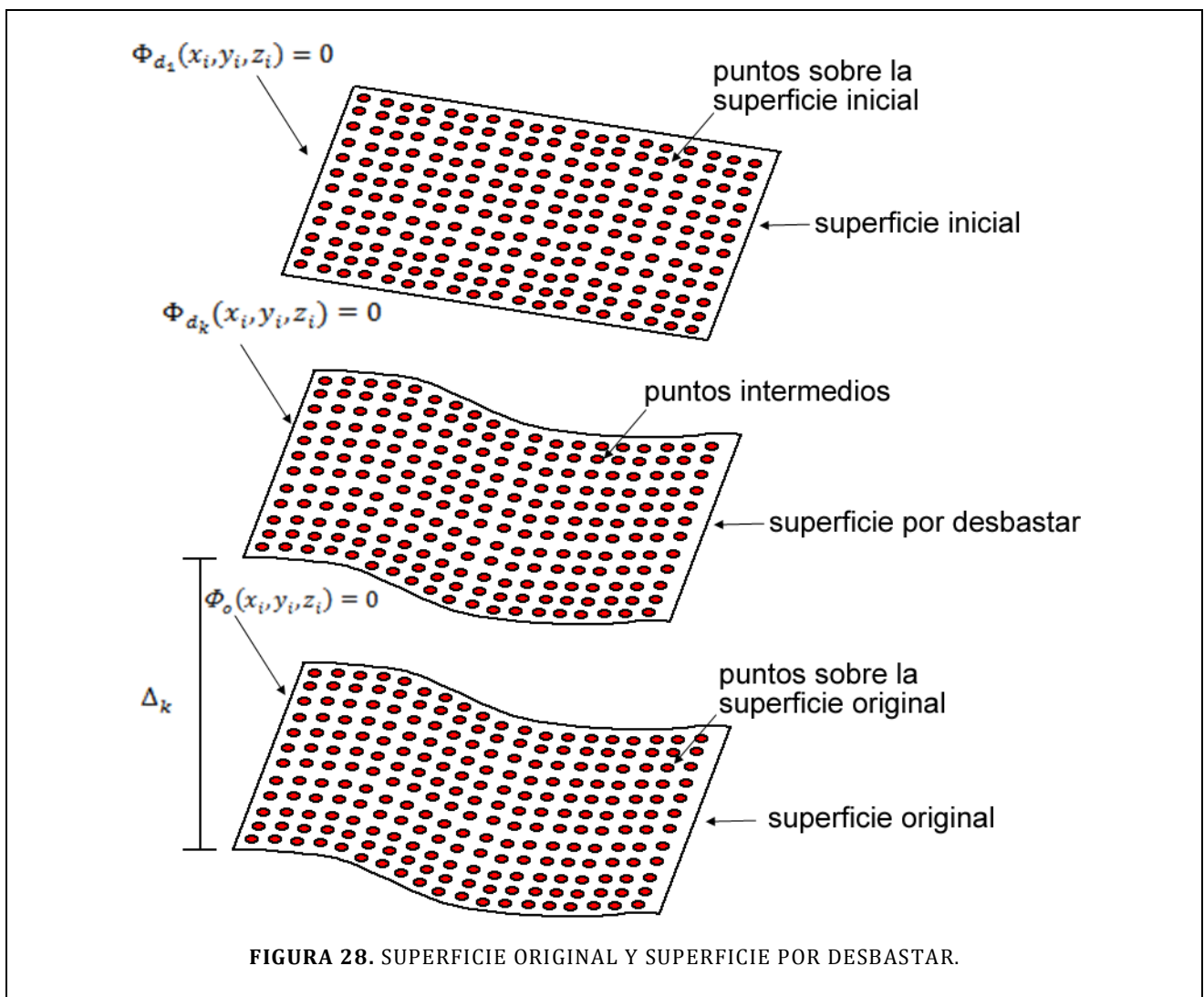
$$\Phi_o(x_i, y_i, z_i) = ax_i + by_i + cz_i + 1 \quad (3.27)$$

De igual forma se puede proponer una ecuación para una superficie esférica con centro en el punto  $(h, k, l)$  y radio  $r$ :

$$\Phi_o(x_i, y_i, z_i) = (x_i - h)^2 + (y_i - k)^2 + (z_i - l)^2 - r^2 \quad (3.28)$$

De forma más general, se puede utilizar una ecuación de segundo orden, como:

$$\Phi_o(x_i, y_i, z_i) = ax_i^2 + by_i^2 + cz_i^2 + dx_iy_i + ex_iz_i + fy_iz_i + gx_i + hy_i + kz_i + 1 \quad (3.29)$$



Una vez caracterizada la superficie original con el número de puntos deseados, ésta se intercambia por una pieza de mayor volumen y se realiza nuevamente el proceso de



caracterización, en el cual se obtendrá la ecuación  $\Phi_{d_i}(x_i, y_i, z_i) = 0$ , usando los puntos proyectados sobre la superficie. Esta idea se ilustra en la Figura 28. La expresión  $\Phi_{d_k}(x_i, y_i, z_i) = 0$  es el modelo estimado para la  $k$ -ésima superficie, la cual será sometida a una serie de desbastes sucesivos, como sigue:  $\Phi_{d_1}, \Phi_{d_2}, \dots, \Phi_{d_{ns}}$  donde  $ns$  es el número de desbastes necesarios para obtener el duplicado de la superficie original. Es decir, el proceso de duplicación de superficie concluye cuando  $\Phi_{d_{ns}}(x_i, y_i, z_i) \approx \Phi_o(x_i, y_i, z_i)$ .

Como se ilustra en la Figura 28, la distancia  $\Delta_k$  representa la separación entre la superficie por desbastar  $\Phi_{d_k}(x_i, y_i, z_i)$  y la superficie original  $\Phi_o(x_i, y_i, z_i)$ . Esta distancia se calcula con base en las marcas proyectadas sobre la superficie, de acuerdo a la siguiente expresión,

$$\Delta_k = \min\{d_i\} \quad (3.30)$$

la cual representa a la menor separación entre la superficie original  $\Phi_o$  y la  $k$ -ésima superficie desbastada  $\Phi_{d_k}(x_i, y_i, z_i)$ . La longitud  $d_i$  representa a la menor distancia entre el  $i$ -ésimo punto sobre la superficie original y los puntos proyectados sobre la superficie desbastada.

La distancia  $\Delta_k$  será actualizada gradualmente hasta obtener el duplicado de la superficie original.

Como se considera que la tarea de duplicación de superficies es completada al igualar los puntos luminosos sobre ambas superficies en espacio de imagen, surge la necesidad de almacenar esta información en un arreglo matricial con los puntos proyectados tanto en la superficie original, como en la superficie que se está desbastando. Ambas matrices se definen como sigue,

$$V_{\Phi_o} = \begin{bmatrix} x^1_{c_1} & y^1_{c_1} \cdots & x^1_{c_{m_c}} & y^1_{c_{m_c}} \\ x^2_{c_1} & y^2_{c_1} \cdots & x^2_{c_{m_c}} & y^2_{c_{m_c}} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ x^{n_d}_{c_1} & y^{n_d}_{c_1} \cdots & x^{n_d}_{c_{m_c}} & y^{n_d}_{c_{m_c}} \end{bmatrix} \quad (3.31)$$

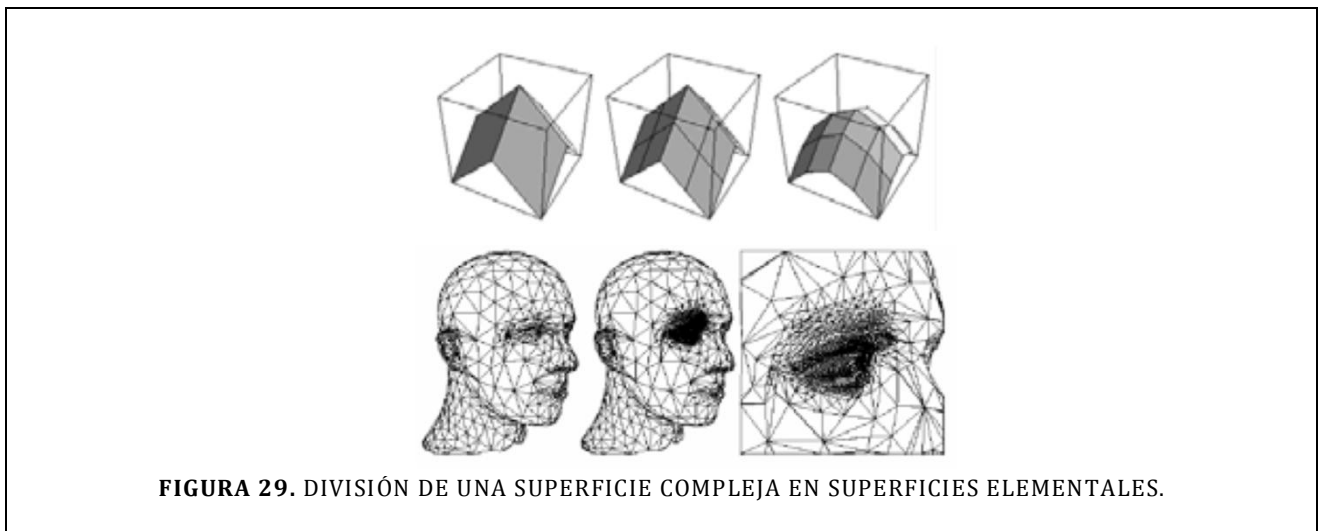
y

$$V_{\Phi_{d_k}} = \begin{bmatrix} x^1_{c_1} & y^1_{c_1} \cdots & x^1_{c_{m_c}} & y^1_{c_{m_c}} \\ x^2_{c_1} & y^2_{c_1} \cdots & x^2_{c_{m_c}} & y^2_{c_{m_c}} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ x^{n_{dd}}_{c_1} & y^{n_{dd}}_{c_1} \cdots & x^{n_{dd}}_{c_{m_c}} & y^{n_{dd}}_{c_{m_c}} \end{bmatrix} \quad (3.32)$$

$V_{\Phi_o}$  almacena los  $n_d$  puntos proyectados sobre la superficie en espacio de imagen  $(x_{c_j}^i, y_{c_j}^i)$ , donde el  $i$ -ésimo punto es visto por la  $j$ -ésima cámara y  $mc$  indica el número de cámaras a utilizar. De igual forma  $V_{\Phi_{dk}}$  almacena el conjunto de  $n_{da}$  puntos proyectados sobre la superficie a desbastar, note que el número de muestras proyectadas no son necesariamente igual, aunque podrían serlo.

La condición necesaria para concluir el proceso de desbaste es  $\max(\|V_{\Phi_o}(i, j) - V_{\Phi_{dk}}(i, j)\|; i = 1, \dots, c_{m_c}, j = 1, \dots, nm) \leq \epsilon$ , donde  $\epsilon$  es el valor de tolerancia deseado,  $nm$  es el el número de marcas proyectadas en ambas superficies y vistas por las  $c_{m_c}$  cámaras. Esta condición garantiza que las marcas luminosas proyectadas sobre la superficie original son aproximadamente iguales a las proyectadas sobre la superficie obtenida por medio de desbastes sucesivos.

Este trabajo considera la verificación experimental del proceso de duplicado, por lo que se realizará la duplicación de superficies con geometría sencilla, específicamente superficies planas y superficies con curvatura suave. El procedimiento puede extenderse a otras superficies de geometría más general dividiendo una superficie compleja en superficies con geometría elemental, como se ilustra en la Figura 29.



Por la característica no invasiva de la metodología propuesta, es factible realizar entre otras aplicaciones, la duplicación de superficies con alto valor histórico o arqueológico, ya que no es deseable exponer este tipo de piezas a una caracterización por contacto físico.

### 3.4.1 Proceso de desbaste.

El acabado físico de una superficie, en cualquier sistema de maquinado, está en función de la herramienta de corte debido a que sus características geométricas permiten realizar maquinados de diferentes tamaños con mayor o menor calidad en su terminado. Además, estas características influyen directamente en el tiempo de maquinado.

Por lo anterior, diferentes sistemas de maquinado utilizan una serie de herramientas de corte con diferentes diámetros, geometrías o alturas para la duplicación de una misma superficie. Generalmente se utiliza una herramienta con área de corte grande al inicio para remover la mayor cantidad de material y una herramienta de corte más fina para realizar el acabado. En la Figura 30 se aprecia un maquinado realizado utilizando una herramienta de corte de área grande, mientras que en la Figura 31 se ilustra un terminado fino. En este caso, la superficie maquinada es una cabeza humana.

Además de considerar las características de la herramienta de corte, el proceso de desbaste se realizará en función del modelo matemático estimado para la superficie original  $\Phi_o$ , tal y como se describe en el siguiente capítulo.



**FIGURA 30.** DUPLICACIÓN DE ESCULTURA CON BAJA RESOLUCIÓN.



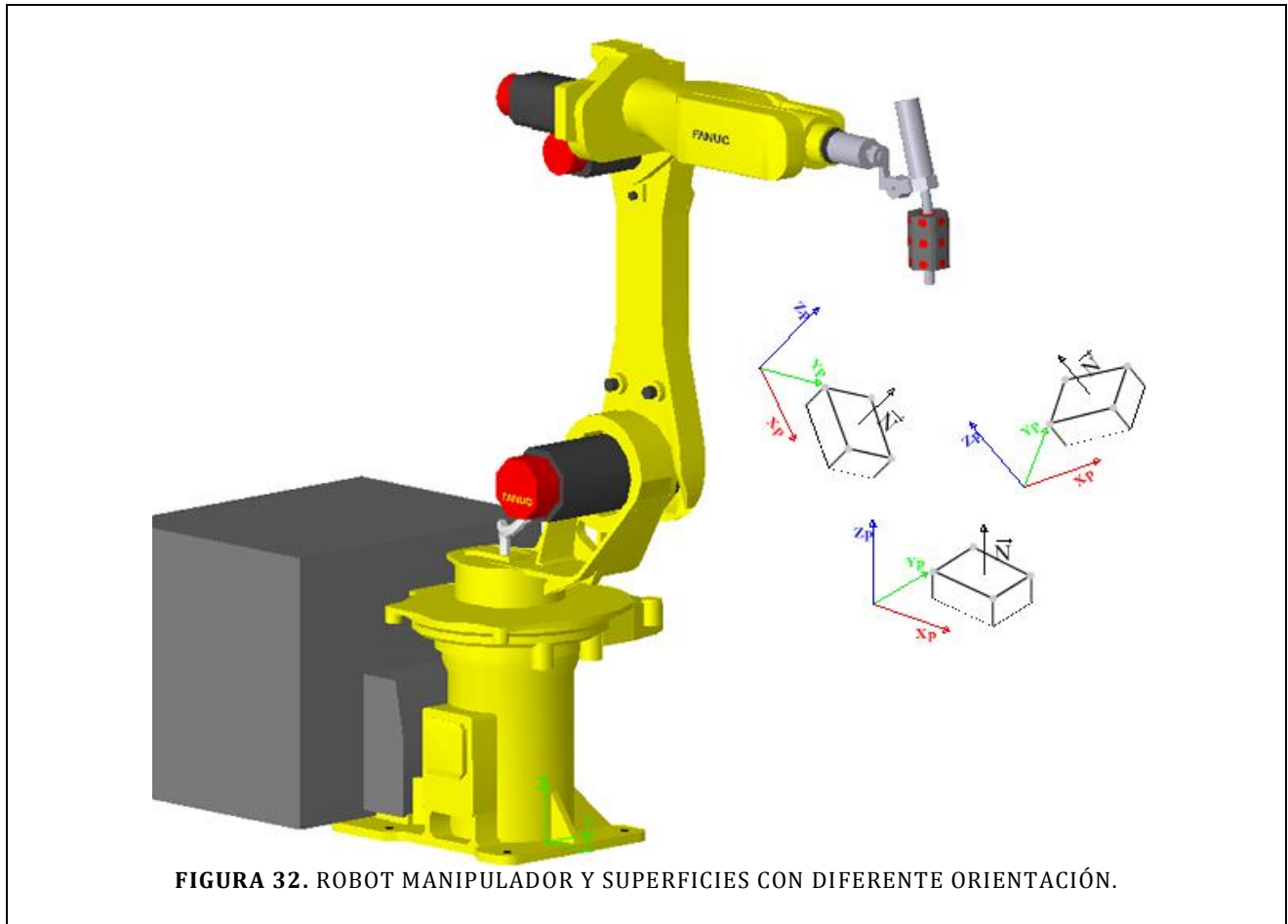
**FIGURA 31.** DUPLICACIÓN DE UNA CABEZA HUMANA EN ALUMINIO CON ALTO NIVEL DE DETALLE.

El modelo matemático nominal de la superficie permite calcular la orientación de la herramienta de corte, usando la normal a la superficie original en un plano cercano al lugar de desbaste. Esta condición se facilita en un manipulador industrial ya que generalmente estos dispositivos son de seis grados de libertad, de los cuales tres de ellos se utilizan para definir la orientación.

Un sistema coordenado puede ser asociado a la superficie independientemente del sistema unido a la base del manipulador, lo que implica que no es necesaria una orientación predefinida en la pieza de trabajo. Esto contrasta con otros métodos de maquinado, como es el

caso del maquinado CNC, ya que en la técnica propuesta el manipulador se adaptará a la pieza por medio de la normal del plano a maquinarse, como se ilustra en la Figura 32. Además, la metodología aquí propuesta es libre de calibración, lo que contrasta también con el maquinado CNC.

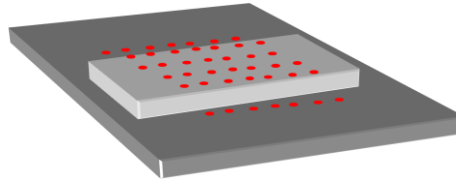
Debido a que los objetivos están especificados en espacio de imagen, el sistema no se ve afectado por el desgaste de la herramienta de corte ni por deformaciones de la misma, ya que se retroalimenta por las imágenes provenientes de las cámaras y simplemente realiza los desbastes en función de las marcas visuales detectadas en espacio de imagen, logrando con esto una compensación del posible desgaste o distorsión de la herramienta.



### 3.4.2 Interacción humana.

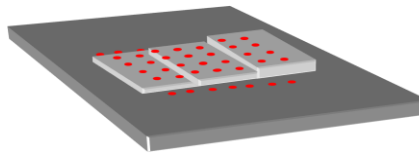
Tradicionalmente la caracterización de superficies se realiza con la proyección de una matriz de puntos láser, como se ilustra en la Figura 33. Esta técnica tiene algunos inconvenientes, como es el caso de los puntos proyectados fuera de la superficie y que complican el proceso de caracterización. En este caso, el sistema por sí solo considerará todos

los puntos que detecte, no diferenciando entre los puntos que se encuentran sobre la superficie de interés y los que están fuera de ella.



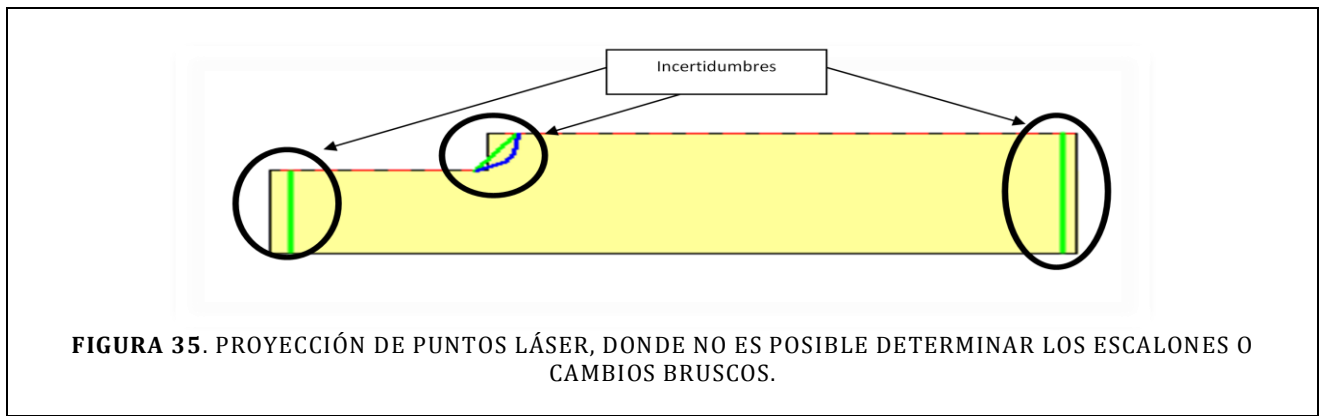
**FIGURA 33.** PROYECCIÓN DE PUNTOS LÁSER SOBRE SUPERFICIE PLANA.

Con el objetivo de realizar el duplicado de superficies sencillas, en este caso superficies planas, planas a desnivel y superficies con curvatura suave, es necesaria la implementación de algún método o algoritmo que permita identificar los puntos de interés en la superficie a duplicar, ya que esto ayudará a conocer los límites de la superficie y a su vez permitirá la tarea de duplicado. De igual forma, para el caso de superficies planas con desnivel, como se ilustra en la Figura 34, la proyección de matriz de puntos láser no representa la suficiente ayuda visual, ya que no es posible detectar los cambios bruscos en la superficie o escalones presentados en la pieza.



**FIGURA 34** PROYECCIÓN DE PUNTOS LÁSER SOBRE SUPERFICIE PLANA CON DESNIVELES.

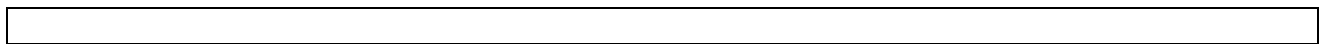
La consideración anterior toma importancia debido a que en el proceso de caracterización se presentan incertidumbres, específicamente en los bordes o escalones de la superficie, que no se pueden aproximar mediante algún tipo de interpolación. Es por ello que surge la necesidad de utilizar alguna técnica que auxilie en la tarea de detección de vértices, bordes o escalones en una superficie.

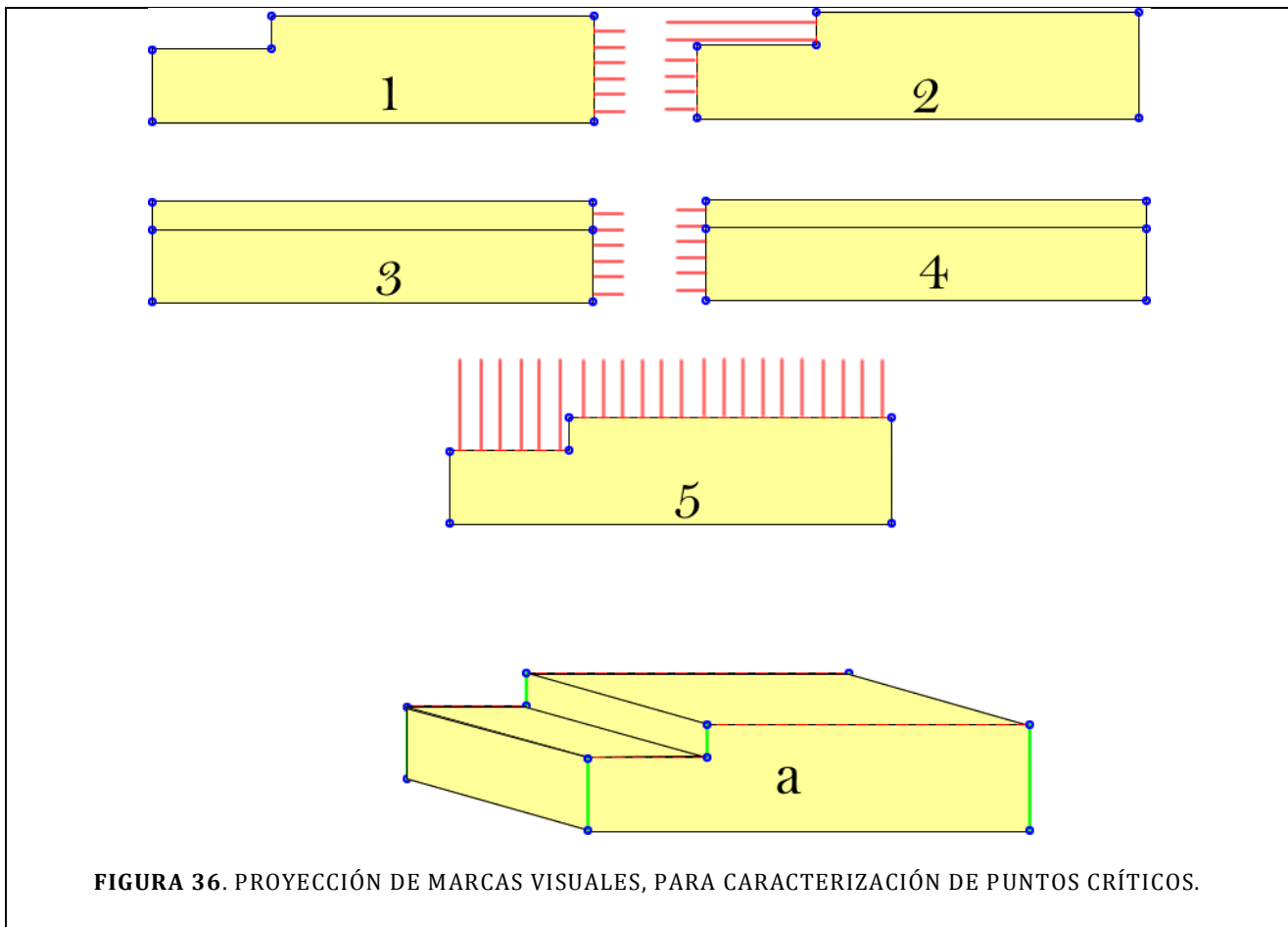


**FIGURA 35. PROYECCIÓN DE PUNTOS LÁSER, DONDE NO ES POSIBLE DETERMINAR LOS ESCALONES O CAMBIOS BRUSCOS.**

La Figura 36(1) ilustra la proyección de puntos láser en la cara trasera. En la Figura 36(2) se aprecia la proyección de puntos láser en la cara frontal. En la Figura 36(3) y 37(4) se muestra la proyección de puntos láser en los costados, es decir en las caras derecha e izquierda respectivamente. Por último, en la Figura 36(5) se ilustra la proyección de puntos en la cara superior. Con todo esto, se obtiene una estimación de puntos críticos por la intersección de planos encontrados.

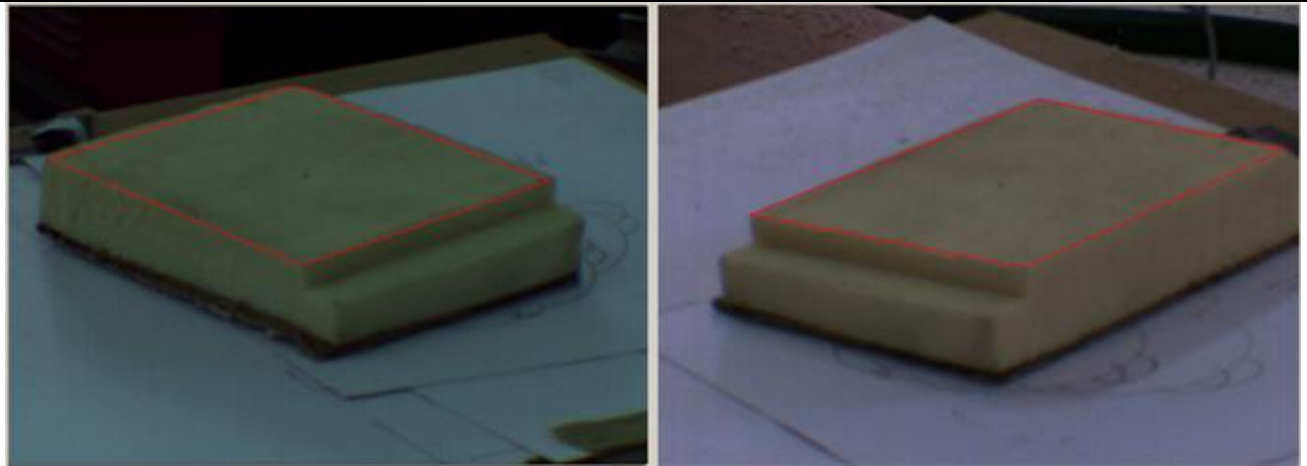
La desventaja de este método es que requiere que cada una de las marcas láser sea vista por al menos dos cámaras, lo cual es prácticamente imposible con el sistema experimental usado. Existen algunos tipos de soluciones para este problema, por ejemplo, ampliar el campo de visión mediante espejos, generando cámaras virtuales. Otra posible solución es utilizar un mecanismo de alta precisión que ayude a girar la pieza con el objetivo de captar cada una de las caras en cuestión por las dos cámaras.





Además de la técnica descrita anteriormente, existe otra posibilidad para la caracterización de la pieza de trabajo. Debido a que la mayoría de las piezas que se pretenden reproducir en este trabajo son piezas planas o con curvatura suave, no es necesario bombardear toda la superficie con una matriz densa de puntos láser, sino que el número de puntos proyectados estará en función de la complejidad de la pieza.

Específicamente, en el caso de superficies planas, solo basta conocer la posición de cada uno de los vértices dentro de la superficie. Para ello se emplea una interfaz que, asistida por un usuario, permite determinar cada uno de estos vértices mediante su ubicación en las imágenes obtenidas por el sistema de visión, tal y como se ilustra en la Figura 37. La determinación de vértices se logra con un alto nivel de precisión gracias a las técnicas de ampliación descritas en el primer capítulo.



**FIGURA 37.** DETERMINACIÓN DE VÉRTICES MEDIANTE SISTEMA DE VISIÓN. (IMÁGENES ADQUIRIDAS POR EL SISTEMA DE VISIÓN)

Además de utilizar el método antes descrito para caracterización de superficies planas, es factible utilizarlo como apoyo en la caracterización de superficies más complejas, como es en el caso de superficies curvas.

El procedimiento realizado para indicar los vértices sirve de igual forma para delimitar el área de trabajo y, por lo tanto, el área donde se proyectarán los puntos láser tanto durante el proceso de caracterización como en el proceso de duplicación, con el fin de evitar puntos láser fuera de la región de interés. Por lo tanto, aquí se describe cómo delimitar esta área de trabajo, únicamente indicando los vértices o puntos límite del área de interés en espacio de imagen. A este proceso se le denomina *delimitación del área de trabajo*.

Como las marcas a conocer, en este caso en particular, son los vértices o uniones de la superficie, es fácil ubicar estas características en pantalla. Por esto, con la ayuda de las herramientas visuales (descritas en la sección 2.5 y 2.6, que corresponden a la ampliación digital de imagen y perfilado de imágenes), se puede indicar cada uno de ellos de forma precisa por medio de una interfaz gráfica, como se ilustra en la Figura 38. En esta figura se aprecia la utilidad de herramientas visuales como la ampliación digital de imagen y su perfilado.

Gracias a la ampliación digital de imagen, el sistema permite indicar cada uno de los vértices dentro del espacio de imagen de cada una de las cámaras involucradas en el proceso, con una resolución de hasta milésimas de pixel. Esto auxilia y facilita el proceso de delimitación del área de trabajo y ayuda en el proceso de caracterización.



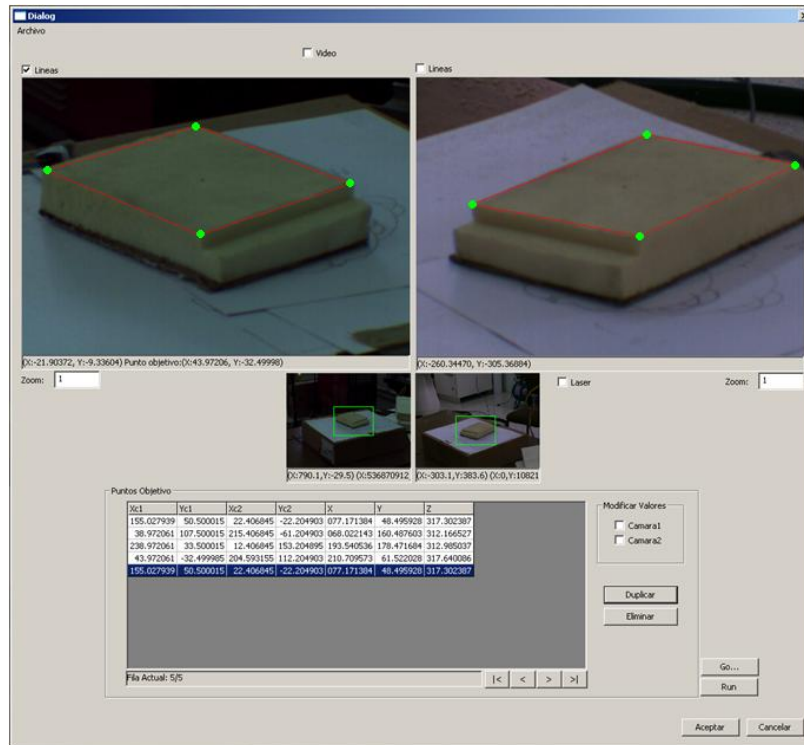


FIGURA 38. DELIMITACIÓN DEL ÁREA DE TRABAJO DIRECTAMENTE EN LAS IMÁGENES.

---

# Capítulo 4. Resultados experimentales

---

En este capítulo se presentan los resultados obtenidos de la aplicación de las técnicas expuestas en los capítulos anteriores, al proceso de reproducción de superficies planas y de curvatura suave. Se muestran aspectos que van desde el cálculo de la cinemática del manipulador hasta la reproducción de superficies simples, evaluando en cada caso el desempeño en términos de la precisión obtenida.

En la siguiente sección se presenta un listado del equipo utilizado para el desarrollo de la parte experimental, así como sus detalles más relevantes.

Adicionalmente se incluye en el presente capítulo la comprobación de los parámetros de cámara en un experimento típico; dichos parámetros se obtienen con las muestras obtenidas de una rutina preplaneada. La validez de dichos parámetros de cámara se comprueba con un experimento típico de posicionamiento. En un experimento de posicionamiento, el objetivo de la maniobra se define y se alcanza en espacio de imagen, para ello se refinan los parámetros de cámara con una serie de muestras que se obtienen a partir de marcas visuales ubicadas al extremo del robot, mientras el manipulador alcanza su objetivo.

Una de las premisas para lograr la reproducción de superficies y considerar que la tarea ha finalizado con éxito, es que los puntos proyectados sobre la superficie original coinciden con los proyectados en la superficie duplicada en espacio de cámara. Es muy importante conocer el nivel de precisión al que se puede llegar con el sistema de visión y los algoritmos aquí utilizados. Para esto se propone un experimento que evalúa la repetitividad en la estimación de marcas visuales en espacio de imagen.

Como se mencionó anteriormente, los experimentos de reproducción se limitaron a superficies con geometría sencilla, como son planos, planos a desnivel y de curvatura suave. Lo anterior se debe a las limitantes presentadas en el equipo utilizado, además de que la reproducción de este tipo de superficies es suficiente para comprobar la viabilidad del método, tal y como se demuestra en las siguientes secciones en las que se obtiene una duplicación de marcas visuales con una variación promedio menor a un pixel.

## 4.1 Material y equipo utilizado

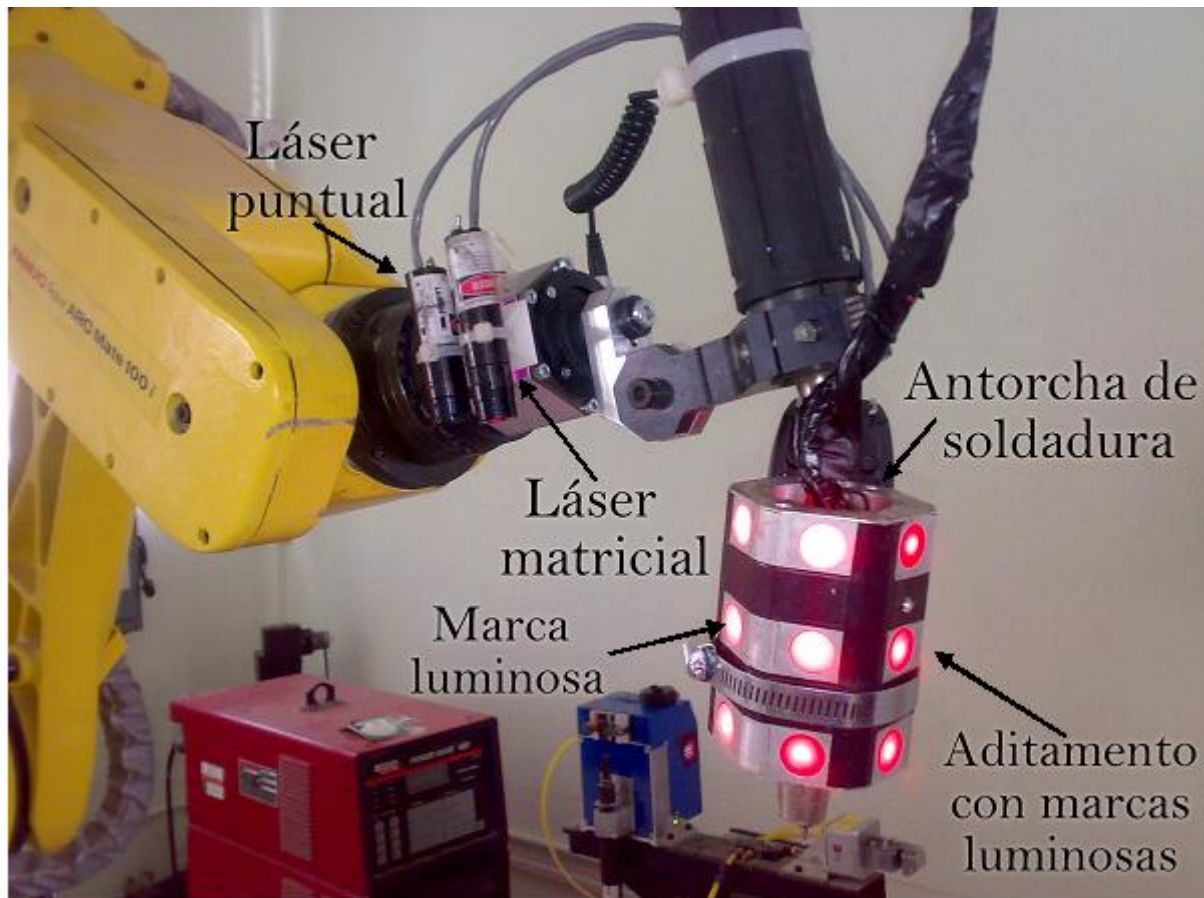


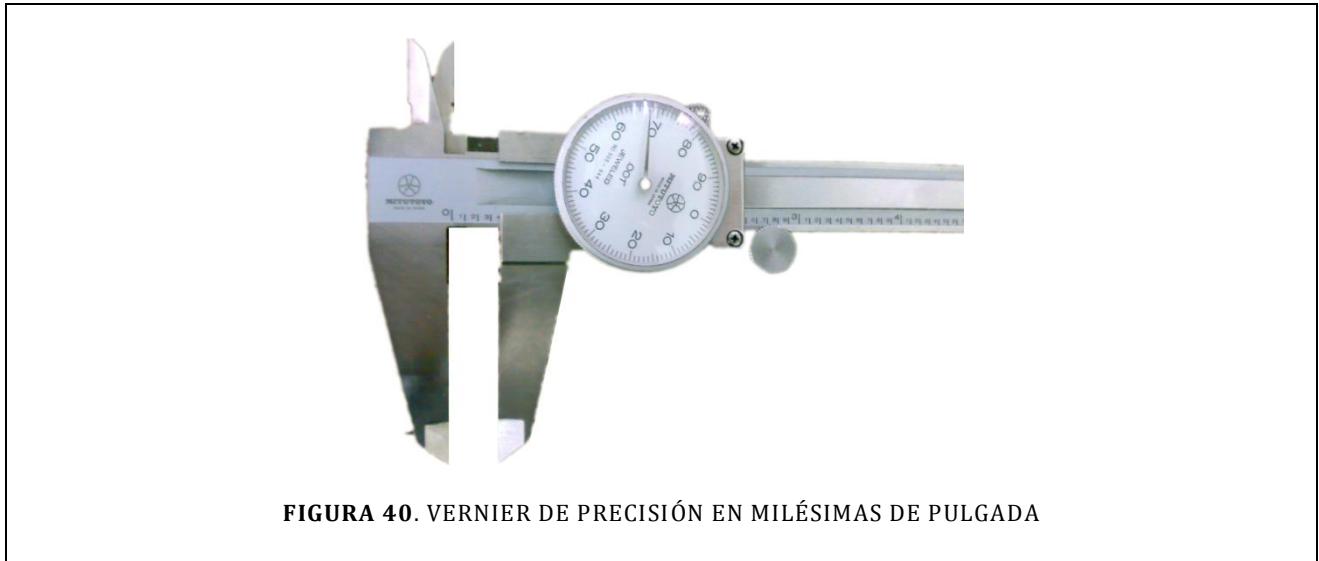
FIGURA 39. ADITAMENTOS COLOCADOS EN EL EXTREMO DEL MANIPULADOR

Los experimentos realizados en el presente trabajo se realizaron en las instalaciones de la Universidad Autónoma de San Luís Potosí, en el laboratorio de robótica de la Facultad de Ingeniería. A continuación se lista el equipo utilizado:

1. Un robot manipulador Fanuc ArcMate100i ilustrado en la Figura 41, cuyas características se describen más adelante.
2. Dos cámaras fijas montadas sobre tripiés como se ilustra en la Figura 45. Estas cámaras usan la tecnología USB 2.0, CMOS UXGA y cuentan con una resolución de 1600 x 1280 pixeles.
3. Un láser puntual montado sobre el manipulador, como se ilustra en la Figura 39.
4. Dos tripiés con una altura máxima de 1.51m, ilustrados en la Figura 45.
5. Aditamento especial que cuenta con una serie de marcas luminosas, montado en la antorcha de soldadura con que cuenta el robot, como se ilustra en la Figura 39.

6. Herramienta rotatoria para desbaste que cuenta con varias velocidades, que van desde 5000 hasta 35 000 RPM, ilustrada en la Figura 43.
7. Para la medición de los errores de posicionamiento y duplicación, se utilizó un vernier de precisión en milésimas de pulgada, ilustrado en la Figura 40.
8. Espuma de poliuretano como material de desbaste.

Se desarrolló una interfaz gráfica en Visual C++ 2008, con el objetivo de implementar los métodos y algoritmos presentados en los capítulos anteriores. En el apéndice se incluye una breve descripción de las pantallas del sistema desarrollado, así como algunas imágenes que ilustran dicha interfaz.



## 4.2 Cinemática del robot y sistema de visión

La cinemática del manipulador industrial usado es obtenida con la ayuda de las siguientes matrices de transformación, incluidas en el modelo cinemático presentado en la ecuación (2.8):

$$A1 = \begin{bmatrix} \cos(\theta_1) & 0 & -\sin(\theta_1) & \cos(\theta_1) * a \\ \sin(\theta_1) & 0 & \cos(\theta_1) & \sin(\theta_1) * a \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$A4 = \begin{bmatrix} 0 & -\sin(\theta_4) & -\cos(\theta_4) & 0 \\ 0 & \cos(\theta_4) & -\sin(\theta_4) & 0 \\ 1 & 0 & 0 & -d \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$A2 = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & b * \sin(\theta_2) \\ 0 & 1 & 0 & -b * \cos(\theta_2) \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$A5 = \begin{bmatrix} 0 & -\sin(\theta_5) & \cos(\theta_5) & -\cos(\theta_5) * e \\ 0 & \cos(\theta_5) & \sin(\theta_5) & -\sin(\theta_5) * e \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$A3 = \begin{bmatrix} 0 & -\sin(\theta_3) & \cos(\theta_3) & \sin(\theta_3) * c \\ 0 & \cos(\theta_3) & \sin(\theta_3) & -\cos(\theta_3) * c \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$A6 = \begin{bmatrix} \sin(\theta_6) & -\cos(\theta_6) & 0 & 0 \\ -\cos(\theta_6) & -\sin(\theta_6) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

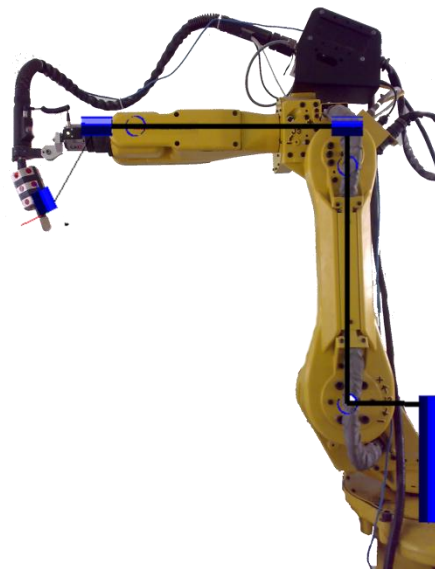
$$E = \begin{bmatrix} \cos(r) * \cos(p) & -\sin(r) * \cos(w) + \cos(r) * \sin(p) * \sin(w) & \sin(r) * \sin(w) + \cos(r) * \sin(p) * \cos(w) & d1 \\ \sin(r) * \cos(p) & \cos(r) * \cos(w) + \sin(r) * \sin(p) * \sin(w) & -\cos(r) * \sin(w) + \sin(r) * \sin(p) * \cos(w) & d2 \\ -\sin(p) & \cos(p) * \sin(w) & \cos(p) * \cos(w) & d3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

donde  $\theta_i$  representa el valor del ángulo de giro de la  $i$ -ésima junta. Para el manipulador utilizado, los siguientes parámetros son válidos:

$$\begin{aligned} a &= 210\text{mm} \\ b &= 600\text{mm} \\ c &= 100\text{mm} \\ d &= 550\text{mm} \\ e &= 100\text{mm} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} w &= 4.672^\circ \\ p &= -64.202^\circ \\ r &= 174.415^\circ \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} d1 &= -217.498\text{mm} \\ d2 &= 16.617\text{mm} \\ d3 &= 125.353\text{mm} \end{aligned}$$



**FIGURA 41.** ROBOT MANIPULADOR ARCMATE100I DE FANUC.

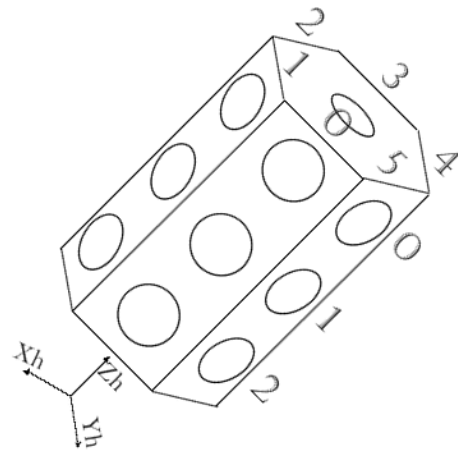
Con el modelo cinemático del manipulador se puede evaluar la posición final de la herramienta, a partir de sus valores de junta. Además, como se describió anteriormente, al robot manipulador se le agregó un aditamento especial, el cual cuenta con una serie de marcas luminosas que servirán para simplificar el proceso de análisis de imágenes, lo que redundará

el correcto posicionamiento del manipulador en espacio de cámara. Cada una de las marcas artificiales son leds que se encienden y apagan a voluntad, de las cuales es necesario conocer su ubicación con respecto a la base del manipulador, para ello se hace uso de matrices de transformación homogéneas citadas anteriormente

La determinación de la ubicación de cada led respecto a la base del robot se facilita estableciendo la ubicación de cada marca con respecto al sistema coordenado de la herramienta, de acuerdo a la siguiente tabla asociada a la nomenclatura de la Figura 42.

**Tabla 1** Caras 0 a 5

Cara	Led	X	Y	Z
0	0	17.5	30	120
0	1	17.5	30	81
0	2	17.5	30	42
1	0	35	0	120
1	1	35	0	81
1	2	35	0	42
2	0	17.5	-30	120
2	1	17.5	-30	81
2	2	17.5	-30	42
3	0	-17.5	-30	120
3	1	-17.5	-30	81
3	2	-17.5	-30	42
4	0	-35	0	120
4	1	-35	0	81
4	2	-35	0	42
5	0	-17.5	30	120
5	1	-17.5	30	81
5	2	-17.5	30	42



**FIGURA 42** NUMERACIÓN DE MARCAS LUMINOSAS

Con el propósito de realizar la tarea de duplicación de superficies, se añadió una herramienta de desbaste a un costado de la antorcha de marcas luminosas, exactamente en la cara cinco, como se ilustra en la Figura 43. Para conocer la posición de la punta de la herramienta de desbaste con respecto a la base del manipulador, se hace uso del modelo cinemático presentado en la ecuación (2.8) y de una matriz de transformación homogénea que relaciona al sistema coordenado al extremo del robot con un sistema coordenado asociado a la herramienta de corte, paralelo a este último, y cuyo origen coincide con el extremo de la herramienta de desbaste. Esta matriz de transformación está dada por:

$$E' = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & X_t \\ 0 & 1 & 0 & Y_t \\ 0 & 0 & 1 & Z_t \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.1)$$



**FIGURA 43. HERRAMIENTA DE DESBASTE**

Donde experimentalmente se tiene  $X_t = -35.5$ ,  $Y_t = 46$ ,  $Z_t = -37.5$

Como se aprecia en la Figura 43, el eje de la herramienta de desbaste es paralelo al eje de la antorcha de soldadura con que cuenta el manipulador. La herramienta de desbaste tiene un aditamento de corte con un diámetro aproximado a 3mm, tal y como se ilustra en la Figura 44.



**FIGURA 44. ADITAMENTO DE CORTE EN LA HERRAMIENTA.**

El sistema de visión consiste en dos cámaras fijas montadas sobre tripiés, como se ilustra en la Figura 45.



**FIGURA 45.** CÁMARAS FIJAS MONTADAS SOBRE TRIPIES.

Finalmente, con el objetivo de realizar el duplicado de superficies, se buscó un material lo suficientemente suave que permitiera realizar el proceso de desbastado de una forma sencilla, es decir, sin la necesidad de equipo de desbaste especial. Se utilizó una espuma que se forma por la reacción química de dos compuestos, un poliol y un isocianato, aunque su formulación necesita y admite múltiples variantes y aditivos. Dicha reacción libera dióxido de carbono, gas que forma burbujas, lo que da como resultado un material plástico poroso, como el que se ilustra en la Figura 46.



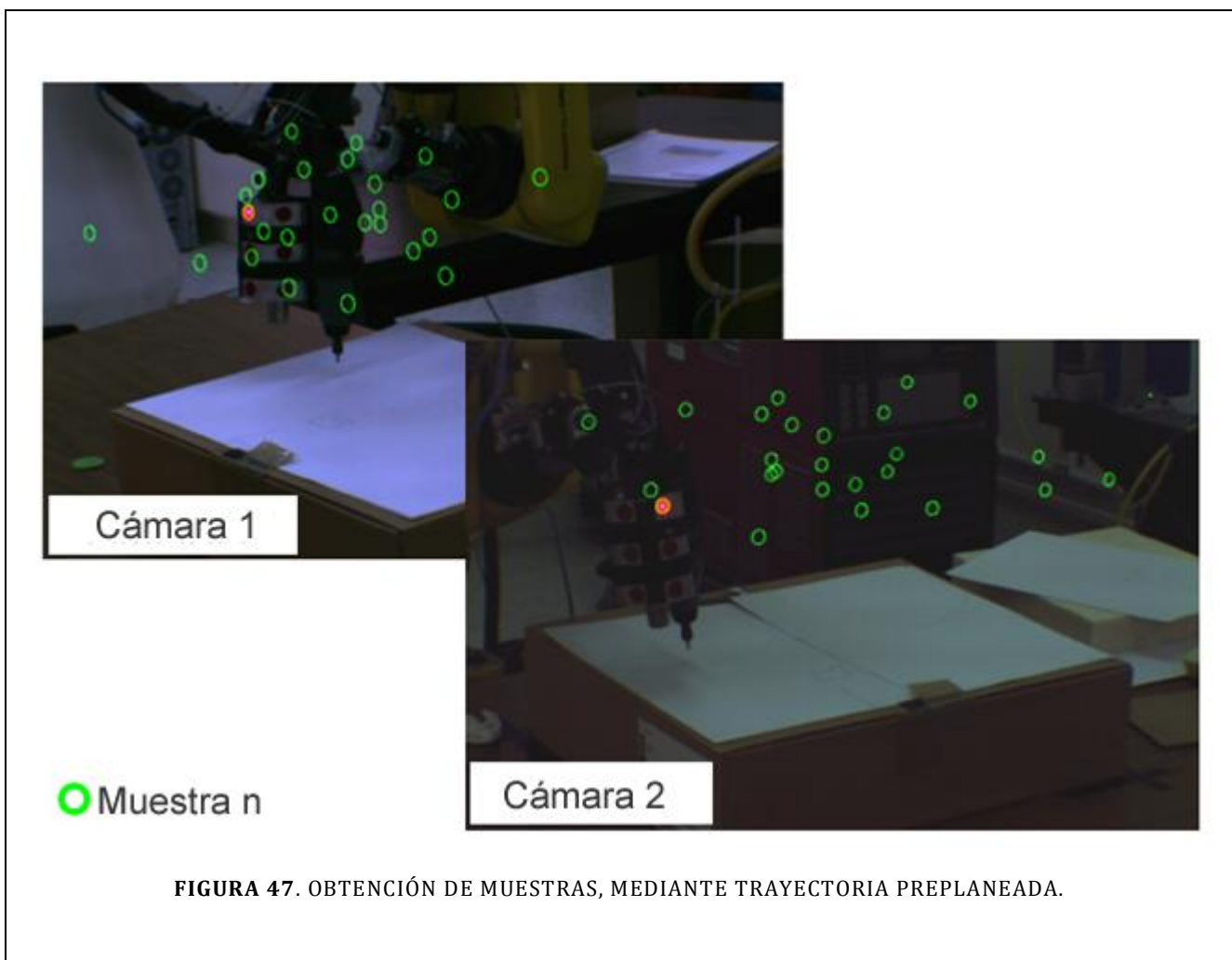
**FIGURA 46.** PIEZA DE ESPUMA DE POLIURETANO



### 4.3 Estimación de parámetros

La estimación de parámetros de cámara es un proceso muy importante para la tarea de reproducción de superficies, ya que de ello depende una correcta caracterización y posicionamiento del manipulador. Como se mencionó anteriormente, los parámetros de visión permiten una validez local del modelo de cámara. Por eso es preciso tomar inicialmente el suficiente número de muestras visuales que permitan obtener una buena aproximación a los parámetros de cámara reales.

Los parámetros iniciales de cámara se obtienen por medio de una rutina preplaneada, como se observa en la Figura 47. En esta figura las elipses de color indican la posición en espacio de cámara que ocupa una marca visual al ejecutarse la trayectoria preplaneada. Durante este procedimiento se trabaja únicamente con un led encendido, del cual es posible conocer tanto su posición en espacio de imagen como su posición nominal en espacio físico.



Una vez adquirido un número suficiente de muestras que permitan abarcar todo el espacio de imagen o el área de trabajo, se procede a la estimación de parámetros mediante el procedimiento descrito en la sección 3.1. En la Tabla 2 se presentan los parámetros de cámara *P*, obtenidos para un experimento típico.

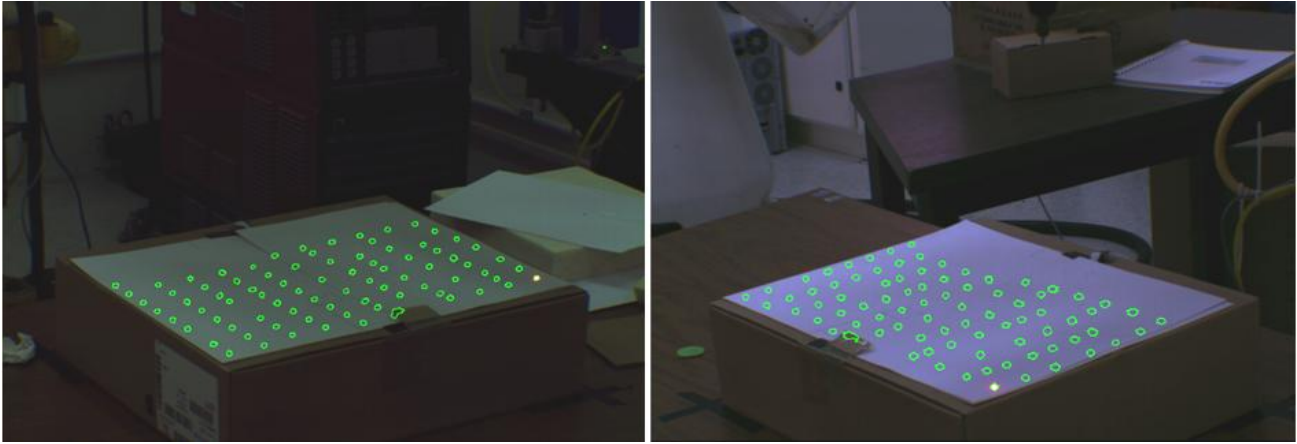
**TABLA 2. ESTIMACIÓN DE PARÁMETROS DE CÁMARA.**

<b>Parámetros de Cámara 1</b>		<b>Parámetros de Cámara 2</b>	
<b>P1</b>	0.925510	<b>P1</b>	0.398834
<b>P2</b>	0.675047	<b>P2</b>	0.237440
<b>P3</b>	0.343483	<b>P3</b>	0.752214
<b>P4</b>	0.496315	<b>P4</b>	1.012365
<b>P5</b>	-1,132.117398	<b>P5</b>	1,369.419207
<b>P6</b>	1,002.666168	<b>P6</b>	1,028.244955
<b>P7</b>	0.000222	<b>P7</b>	0.000220
<b>Distancia focal</b>	-4,504.504505	<b>Distancia focal</b>	-4,545.454545

Es conveniente señalar que, debido a la validez local de los parámetros, estos pueden variar dependiendo de la configuración de trayectoria preplaneada establecida y de la ubicación de las cámaras con respecto a la base del robot, ya que es una estimación basada en las muestras adquiridas.

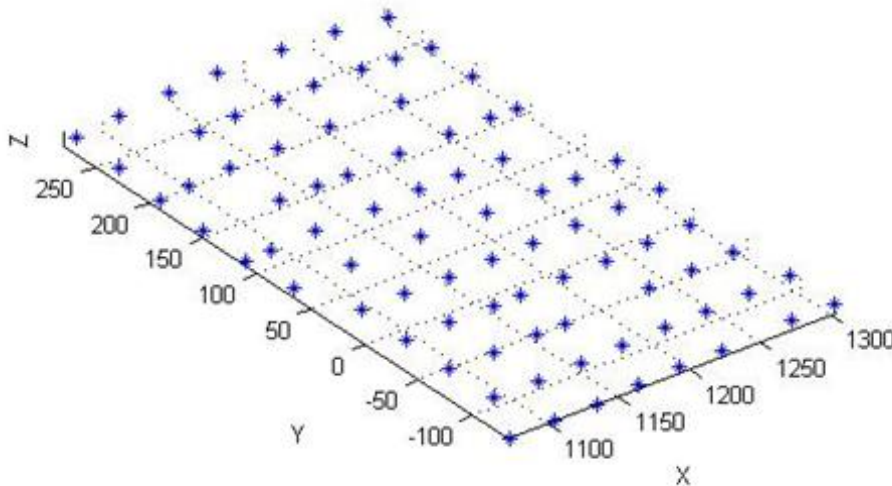
#### **4.4 Caracterización de superficie**

Es importante recordar que la medición de los procesos de caracterización de superficies y de desbaste es llevado a cabo en espacio de imagen, lo que da la flexibilidad al método y libera de calibración al sistema. Aun así, es posible caracterizar y estimar la posición tridimensional nominal de uno o varios puntos captados en espacio de imagen, tomando en cuenta que la estimación tridimensional nominal no es precisa, pero da una aproximación de la posición tridimensional de marcas. La estimación estará en función de la validez local que se tenga en los parámetros de cámara.



**FIGURA 48.** CARCATERIZACIÓN DE SUPERFICIE, ESTIMANDO POSICIONES TRIDIMENSIONALES.

En la Figura 48 se ilustra la caracterización de una superficie casi plana, en la que se proyectan 50 puntos distribuidos en el área de la superficie. Como se aprecia, cada uno de los puntos es captado por dos cámaras, logrando así estimar su posición tridimensional por medio de la expresión (3.21) descrita en el capítulo 3. Note que en este caso, la proyección de puntos es hecha proyectando un punto láser a la vez, en diferente ubicación.

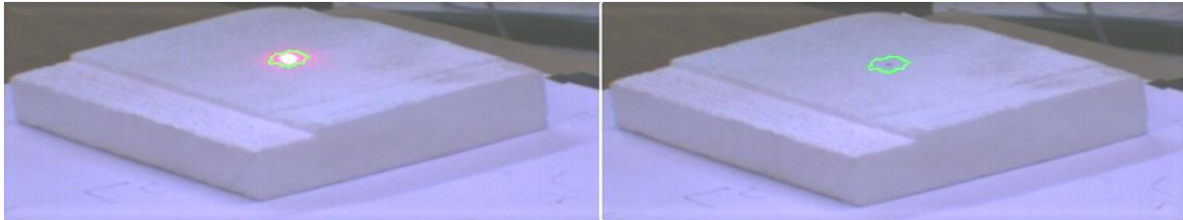


**FIGURA 49.** POSICIONES TRIDIMENSIONALES DE 50 PUNTOS PROYECTADOS SOBRE UNA SUPERFICIE.

La estimación tridimensional de estos puntos está dada por la Figura 49, en la que se muestra la posición X, Y y Z de cada uno de los puntos proyectados, con respecto al eje coordenado en la base del manipulador

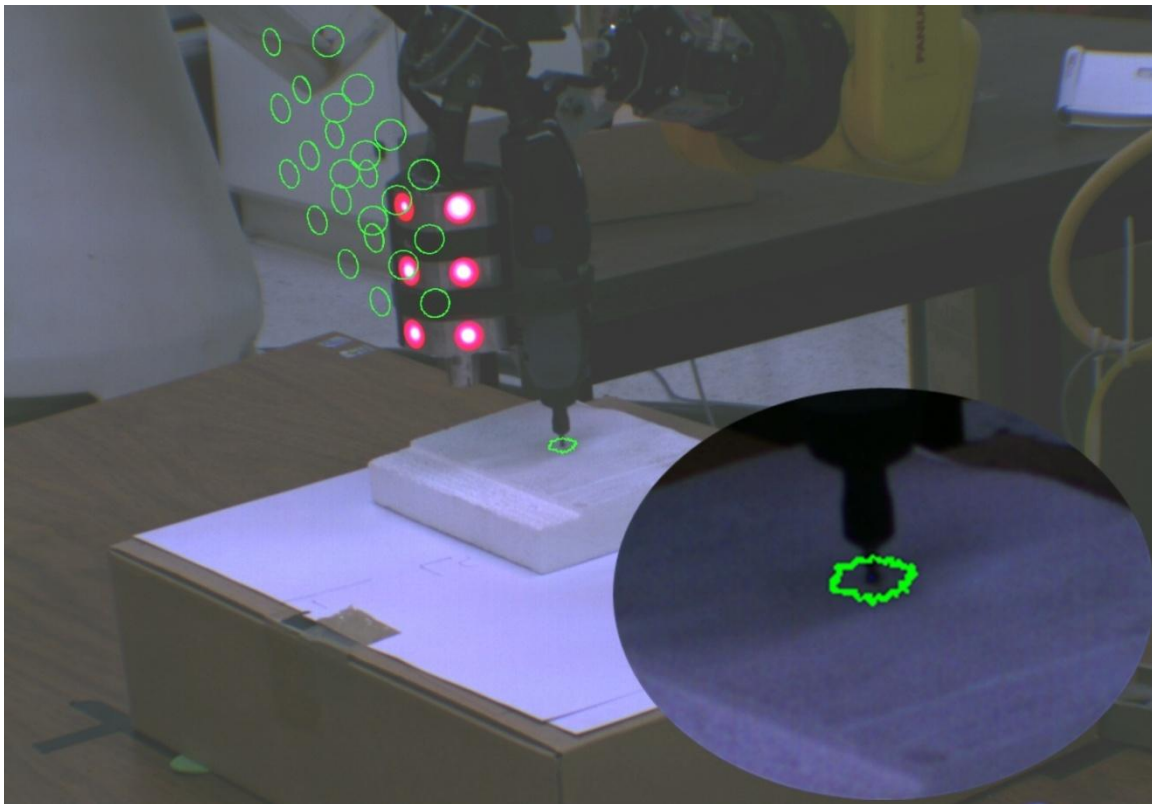
## 4.5 Pruebas de posicionamiento

El posicionamiento es una etapa crucial en el método CSM, ya que es la prueba más contundente de que la estimación de parámetros se realizó de forma adecuada.



**FIGURA 50.** ESTIMACIÓN DE PUNTO OBJETIVO MEDIANTE PROYECCIÓN DE PUNTO LÁSER.

Como se describió anteriormente, los objetivos de una maniobra de posicionamiento se especifican y se alcanzan en espacio de imagen. En la Figura 50 se ilustra la proyección de un punto láser visto por dos cámaras, el cual será el objetivo al cual deberá de llegar la punta de la herramienta de desbaste.



**FIGURA 51.** MEJORA DE PARÁMETROS TOMANDO MUESTRAS DURANTE EL POSICIONAMIENTO

Durante el proceso de posicionamiento es preciso adquirir muestras que ayudan a la depuración de parámetros, mejorando así la precisión del método. En la Figura 51 se ilustra este proceso. Note que en esta figura, al igual que la Figura 47, las elipses en color claro denotan la ubicación de las marcas visuales en la imagen, a medida que el robot se aproxima a su destino.

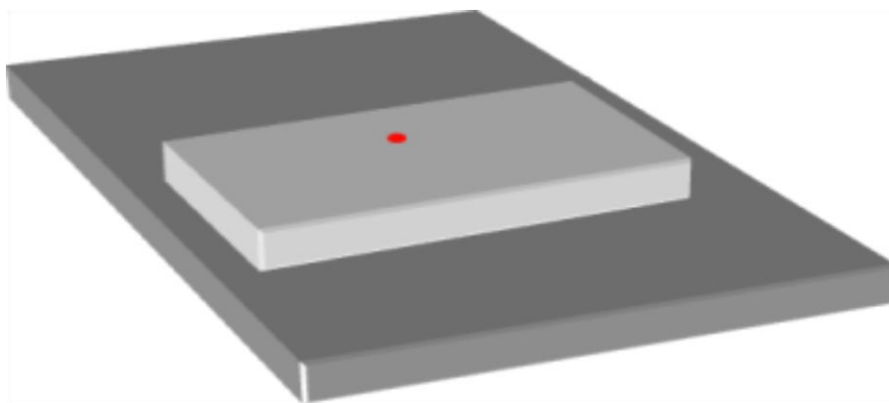
La actualización de parámetros da lugar a la necesidad de caracterizar de nueva cuenta a la superficie, para ajustar la orientación de la herramienta, no perdiendo de vista que el objetivo será alcanzado en espacio de imagen como se establece en la ec. (3.21). La validez local de dicha actualización estará en función del número de muestras adquiridas cerca del área de interés.

Como se observa en la Figura 51 la herramienta de desbaste llega a su objetivo final, de una forma muy precisa, teniendo una variación típica menor a 1mm.

## 4.6 Prueba de repetitividad en la detección de marcas visuales

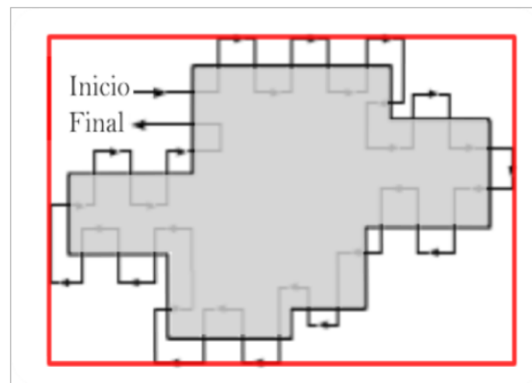
El sistema de visión en conjunto con el proceso de adquisición de imágenes puede producir cierto grado de variación, en la ubicación de centroides. Por tal motivo es necesario conocer la precisión o variación asociada al proceso de detección. Se plantea la siguiente prueba, con el fin de conocer la variación al detectar el centroide de una marca láser fija sobre la superficie de trabajo.

En este experimento se proyecta una marca visual (punto láser) sobre una superficie, sin mover el apuntador láser ni la pieza de trabajo, es decir, ambos se mantienen en la misma posición mientras se adquiere una serie de muestras en espacio de imagen en cada cámara.



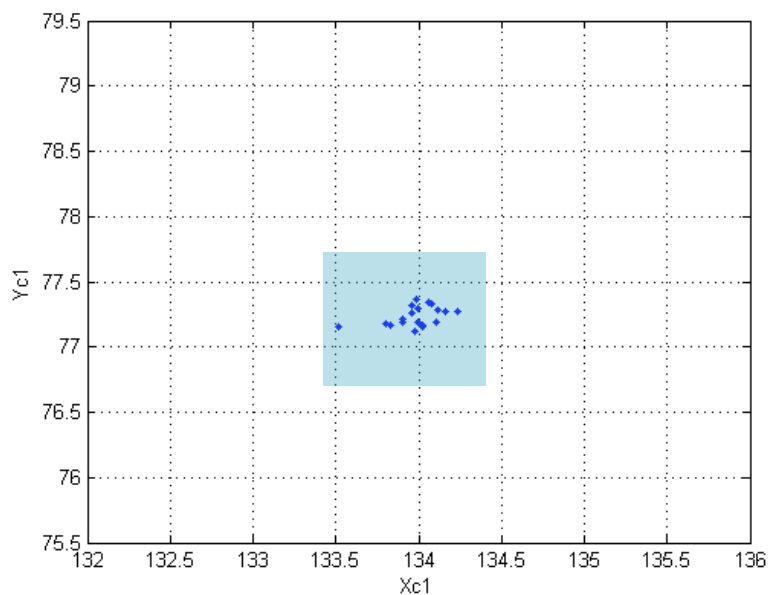
**FIGURA 52.** PROYECCIÓN DE PUNTO LÁSER, SOBRE UNA SUPERFICIE PLANA.

En la Figura 52 se observa la proyección de un punto láser sobre una superficie plana. Durante el proceso de adquisición de imagen y obtención de centroides, se utilizó el método descrito en capítulo 2, el cual identifica una marca visual recorriendo su contorno obteniéndose su centroide promediando los puntos que están dentro del contorno.

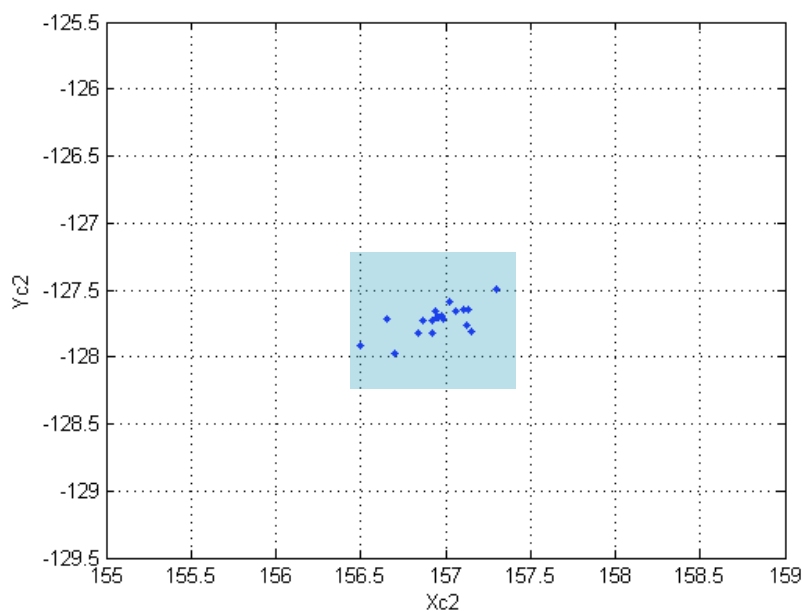


**FIGURA 53. PÍXELES EN MARCA VISUAL**

La serie de muestras adquiridas en el experimento de repetitividad se aprecian en la Figura 54 y Figura 55. En estas ilustraciones es posible observar que las muestras obtenidas caen dentro del recuadro sombreado, lo que indica que la ubicación del centroide de las marcas en espacio de cámara tiene una variación no mayor a un píxel.



**FIGURA 54. OBTENCIÓN DE CENTROIDES PARA LA CÁMARA 1.**



**FIGURA 55. OBTENCIÓN DE CENTROIDES PARA LA CÁMARA 2.**

La variación asociada al proceso de digitalización de imagen, en conjunto con el error asociado al método de obtención de centroides, es presentada en la Tabla 3. En esta tabla se aprecia una variación máxima en X de 0.8 píxeles, obtenida por la cámara 2, y en Y de 0.48 píxeles que es obtenida de la misma cámara, con una desviación estándar no mayor a 0.16 píxeles.

**TABLA 3. DATOS ESTADÍSTICOS DE LA VARIACIÓN EN PÍXELES EN LA OBTENCIÓN DE CENTROIDES.**

	Cámara 1		Cámara 2	
	Xc	Yc	Xc	Yc
<b>Valor promedio</b>	133.980109	77.234948	156.923187	-127.725686
<b>Valor min.</b>	133.516624	77.123487	156.494382	-127.972056
<b>Valor max.</b>	134.234043	77.367347	157.30303	-127.491841
<b>Variación Max.</b>	<i>0.717419</i>	<i>0.24386</i>	<i>0.808648</i>	<i>0.480215</i>
<b>Desviación estándar</b>	<i>0.154851</i>	<i>0.0741145</i>	<i>0.188944</i>	<i>0.109959</i>

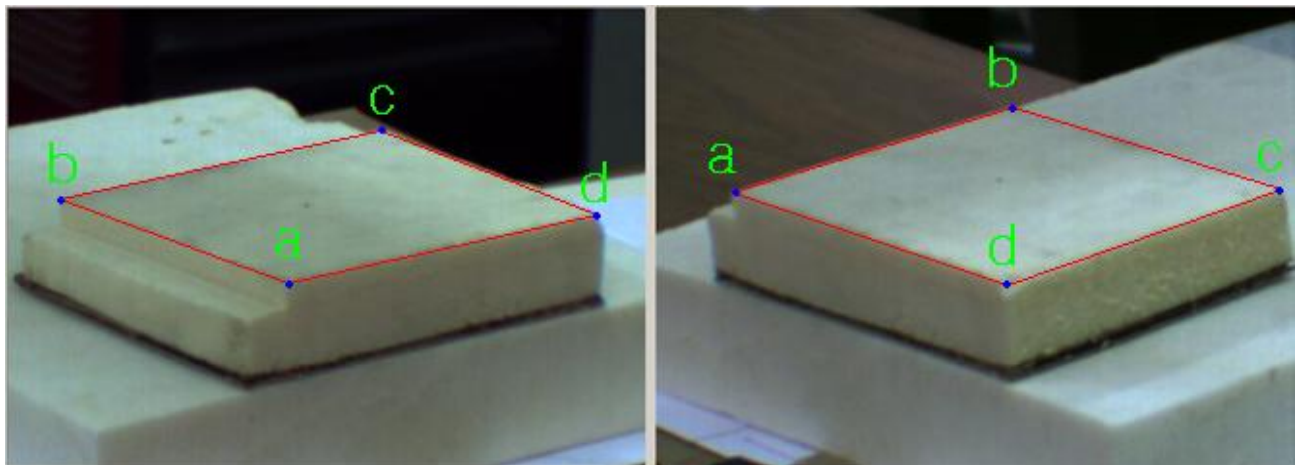
Estos resultados se pueden extrapolar para obtener la variación tridimensional máxima, de la posición del centroide de la marca producida con el láser. Esta variación se determina utilizando la ecuación (3.21) y su valor se presenta en la siguiente tabla,

**TABLA 4.** VARIACION MÁXIMA, EN MILIMETROS, EN LA OBTENCIÓN DE POSICIÓN TRIDIMENSIONAL.

X	Y	Z
0.298880000000005	0.330441000000008	0.0919750000000477

Con base en la variación máxima en pixeles obtenida, se considera que el proceso de duplicado tendrá como máximo de tolerancia esta variación. Este resultado es importante pues se relaciona con el nivel de error tridimensional esperado en la duplicación de superficie, una vez que se ha concluido el proceso al hacer coincidir, en espacio de cámara, a las muestras proyectadas sobre la superficie original con las marcas sobre la superficie duplicada.

## 4.7 Delimitación del área de trabajo



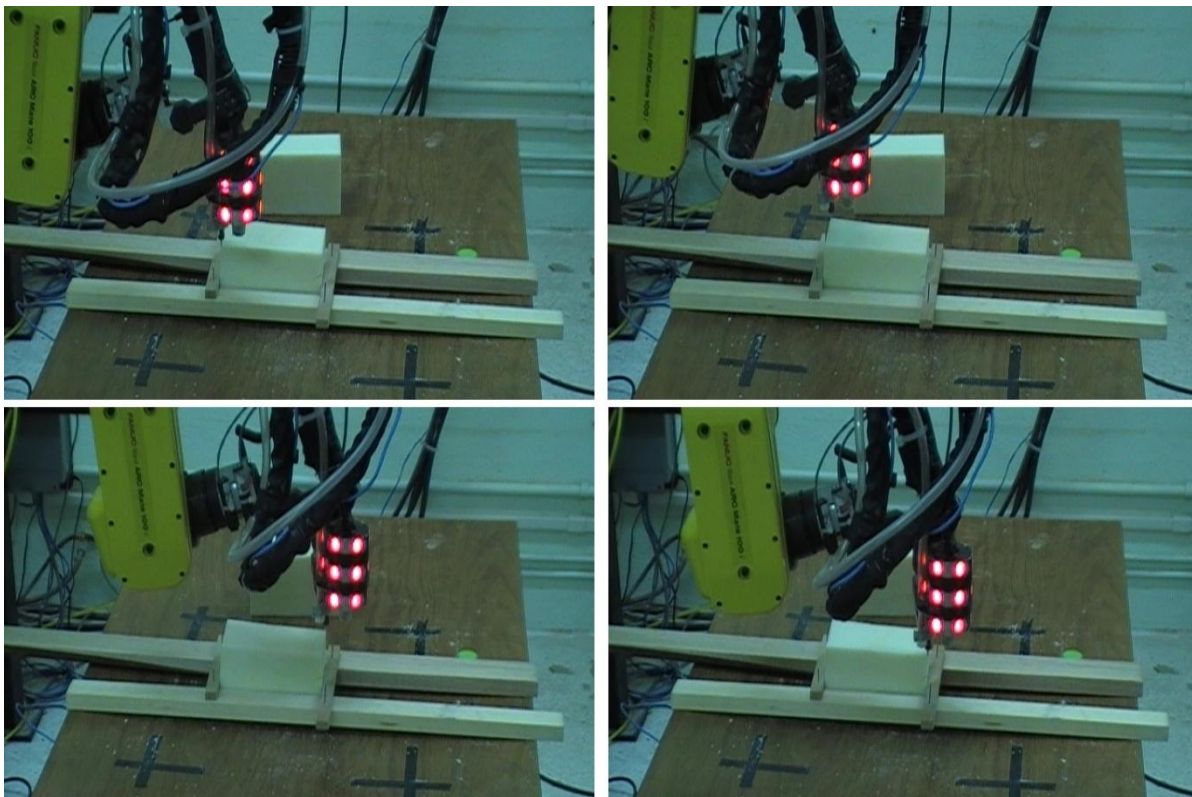
**FIGURA 56.** SECUENCIA DE PUNTOS EN LA DELIMITACIÓN DEL ÁREA DE TRABAJO.



Para facilitar al usuario el proceso de delimitar el área de trabajo, se hace uso de algunas técnicas de procesamiento de imágenes, como son el acercamiento digital y perfilado de imagen, descritas en las secciones 2.5 y 0 respectivamente. Estas técnicas ayudan a indicar, de manera precisa, cada uno de los vértices de la superficie que se desea duplicar, apuntando secuencialmente en cada una de las imágenes, de forma intercalada, en ambas cámaras.

La Figura 56 ilustra este proceso, en el cual la secuencia de puntos es asignada de acuerdo al siguiente orden,  $a_{c1}$ ,  $a_{c2}$ ,  $b_{c1}$ ,  $b_{c2}$ ,  $c_{c1}$ ,  $c_{c2}$ ,  $d_{c1}$ ,  $d_{c2}$ .

Una vez que se asignaron los puntos correspondientes a los vértices de la pieza de trabajo, en espacio de imagen, se realiza una tarea de posicionamiento en cada vértice con el objetivo de obtener parámetros válidos de forma local sobre la superficie a trabajar, como se ilustra en la Figura 57.

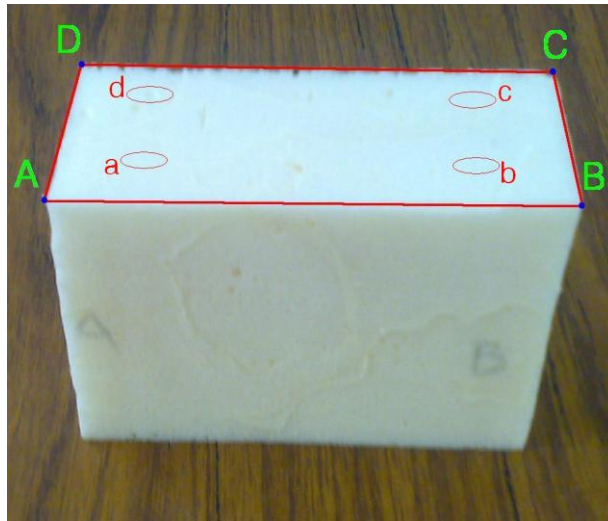


**FIGURA 57.** POSICIONAMIENTO EN LOS VÉRTICES DE UNA SUPERFICIE PLANA

En la práctica se aprecian variaciones en el posicionamiento de la punta de la herramienta de desbaste con respecto a los vértices de la pieza, de no más de 1 mm. Aunque el objetivo está dado en espacio de imagen, es factible realizar una medición física comparando la posición a la que llegó la herramienta de corte con la que se pretende que llegue que es, en este caso, la esquina de los vértices seleccionados.

## 4.8 Reproducción de superficie plana

El propósito del siguiente experimento es reproducir una superficie totalmente plana proyectando únicamente 4 puntos láser. Con esto se pretende determinar la sensibilidad a la que está expuesta la caracterización y en consecuencia la reproducción de este tipo de superficies utilizando un número pequeño de referencias visuales.



**FIGURA 58.** SUPERFICIE PLANA A DUPLICAR MEDIANTE CUATRO PUNTOS.

Para realizar esta tarea de duplicación, se indicaron los vértices A, B, C y D, tal y como se describe en la sección 4.7. De esta forma se realiza la caracterización de la superficie proyectando únicamente 4 puntos sobre la pieza original, que corresponden a los puntos a, b, c y d, ilustrados en la Figura 58.

Una vez caracterizada la pieza a duplicar, se intercambia por la materia prima y se realiza el mismo procedimiento de proyección de puntos láser obteniendo su ubicación en espacio de imagen. Estas marcas láser se almacenan en una matriz que contiene las posiciones en espacio de cámara del centroide de cada marca, las cuales se actualizan en cada desbaste y se comparan con las marcas almacenadas en la proyección de puntos original.

Cuando el promedio de la posición de las marcas estimadas es menor a un valor  $\delta$  en píxeles (en este caso  $\delta = 1$  píxel, debido a la prueba de repetitividad antes realizada y la variación obtenida de ella) el proceso de desbaste se detiene y se obtiene la superficie duplicada, tal y como se explicó a detalle en el capítulo anterior.

Para un experimento típico, los resultados obtenidos para el vértice A y su correspondiente punto láser se presentan en la Tabla 5, en la que se observan diferencias de aproximadamente 0.03mm y, en espacio de imagen, una diferencia máxima de 0.76 pixeles.

**TABLA 5. DUPLICACIÓN DE SUPERFICIE PLANA, ESQUINA A**

	Esquina A					
	Medida		Imagen (pixel)			
	pulg.	mm	Xc1	Yc1	Xc2	Yc2
<b>Original</b>	3.3920	86.16	-235.36	-196.13	275.11	-85.15
<b>Duplicada</b>	3.3910	86.13	-234.69	-196.89	275.71	-85.47
<b>Variación</b>	<b>0.0010</b>	<b>0.03</b>	<b>0.67</b>	<b>0.76</b>	<b>0.60</b>	<b>0.32</b>

Siguiendo el mismo procedimiento, se tiene para la esquina B, una variación de 0.01mm, mientras que en espacio de imagen se obtiene una variación máxima de 0.38 pixeles.

**TABLA 6. DUPLICACIÓN DE SUPERFICIE PLANA, ESQUINA B**

	Esquina B					
	Medida		Imagen (pixel)			
	pulg.	mm	Xc1	Yc1	Xc2	Yc2
<b>Original</b>	3.3700	85.60	-191.92	-186.12	310.29	-97.17
<b>Duplicada</b>	3.3705	85.61	-191.77	-185.74	310.24	-97.12
<b>Variación</b>	<b>0.0005</b>	<b>0.01</b>	<b>0.15</b>	<b>0.38</b>	<b>0.05</b>	<b>0.05</b>

En la esquina o vértice C, se tiene una diferencia medida de 0.18 mm aproximadamente, mientras que en espacio de imagen se obtiene una variación máxima de 0.87 pixeles.

**TABLA 7. DUPLICACIÓN DE SUPERFICIE PLANA, ESQUINA C**

	Esquina C					
	Medida		Imagen (pixel)			
	pulg.	mm	Xc1	Yc1	Xc2	Yc2
<b>Original</b>	3.4000	86.36	-124.74	-223.19	213.57	-130.24
<b>Duplicada</b>	3.3930	86.18	-125.03	-224.07	213.44	-131.07
<b>Variación</b>	<b>0.0070</b>	<b>0.18</b>	<b>0.29</b>	<b>0.87</b>	<b>0.13</b>	<b>0.84</b>

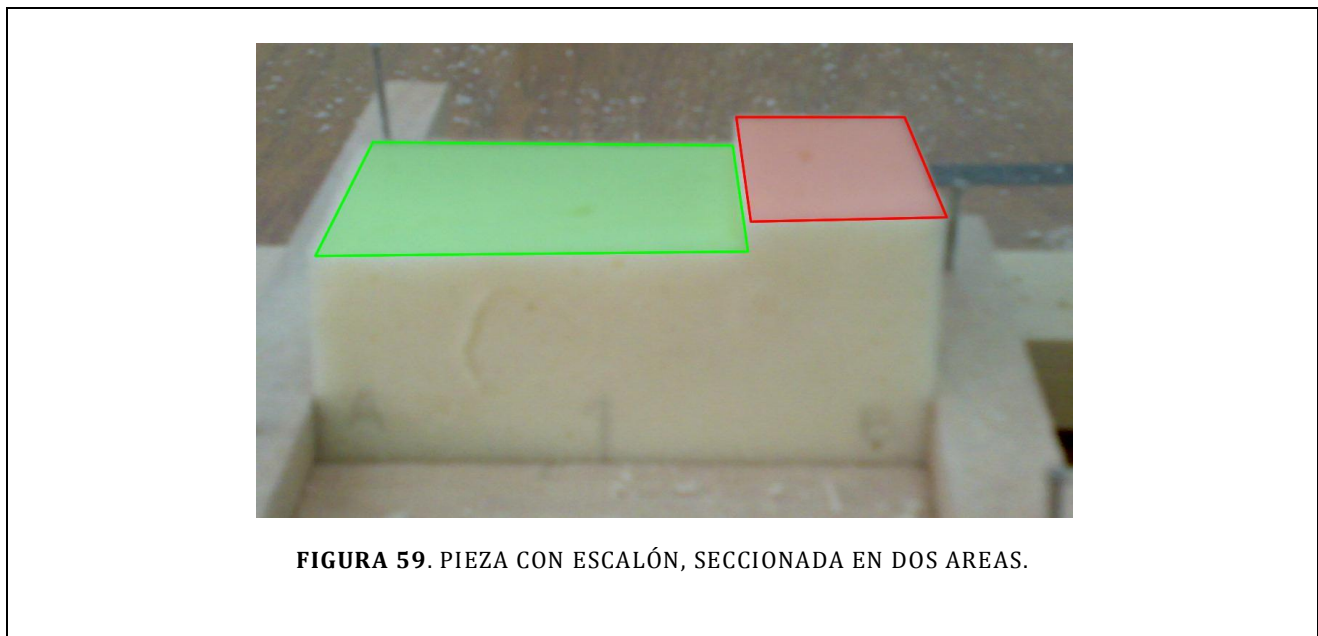
Por último, en el vértice D se obtiene una variación medida de 0.1mm y en espacio de imagen una variación máxima de 1.11 pixeles.

**TABLA 8. DUPLICACIÓN DE SUPERFICIE PLANA, ESQUINA D**

	Esquina D					
	<i>Medida</i>		<i>Imagen (pixel)</i>			
	<i>pulg.</i>	<i>mm</i>	<i>Xc1</i>	<i>Yc1</i>	<i>Xc2</i>	<i>Yc2</i>
<b>Original</b>	3.3780	85.80	-168.27	-233.16	179.24	-117.19
<b>Duplicada</b>	3.3820	85.90	-168.87	-234.27	179.21	-118.28
<b>Variación</b>	<b>0.0040</b>	<b>0.10</b>	<b>0.60</b>	<b>1.11</b>	<b>0.03</b>	<b>1.09</b>

Con el experimento típico anterior se comprueba la precisión a la que puede llegar el método. En experimentos posteriores se realizará esta misma prueba considerando un número mayor de puntos, ya que en esta sección únicamente se desea ilustrar la efectividad de la propuesta utilizando cuatro puntos.

## 4.9 Reproducción de superficie plana a desnivel

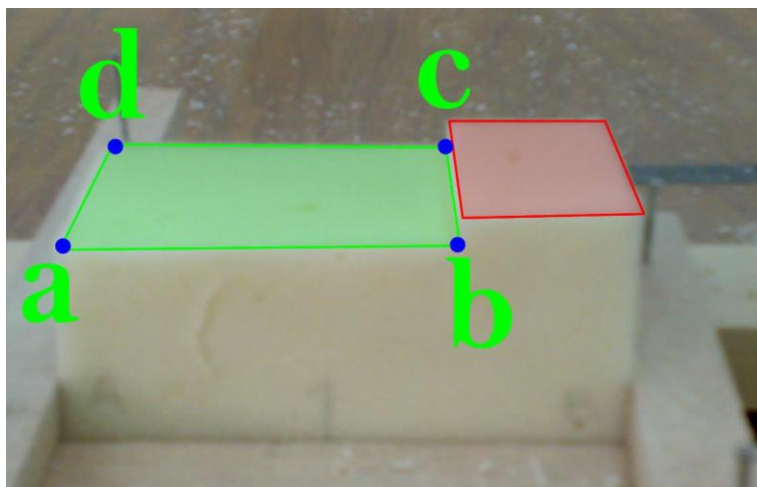


Con el resultado de la sección anterior se verifica que es posible reproducir piezas planas con un alto nivel de precisión, por lo que se opta por continuar con la caracterización de planos mediante cuatro puntos láser. En esta sección el propósito es reproducir una pieza con un escalón y comprobar los resultados proyectando un número mayor de puntos láser sobre la superficie para comparar la precisión alcanzada. Con este objetivo se descompone el

problema de duplicación en dos superficies planas, trabajando cada escalón por separado y logrando así la duplicación de la pieza total.

El primer paso es definir las regiones de interés, una región de mayor tamaño, que implica un mayor desbaste y otra de menor tamaño, como se muestra en la Figura 59.

Como ahora el problema consiste en duplicar superficies planas, se sigue el procedimiento establecido en la sección anterior, caracterizando la primera región con únicamente cuatro puntos láser. Para realizar la duplicación de este tipo de piezas, se indicaron los vértices a, b, c y d mediante el proceso descrito en la sección 4.7 y se caracteriza la superficie por medio de la proyección de solamente 4 puntos láser sobre la pieza original.



**FIGURA 60.** CARACTERIZACIÓN DE SUPERFICIE CON DESNIVEL, SECCIÓN VERDE.

Una vez caracterizada la pieza original, se intercambia por la materia prima y se realiza el mismo procedimiento de proyección de puntos láser obteniendo la ubicación de cada marca láser en espacio de imagen y estimando su correspondiente posición tridimensional.

**TABLA 9.** DUPLICACIÓN DE SUPERFICIE PLANA SECCIÓN DE MAYOR TAMAÑO, ESQUINA A

	Esquina A					
	Medida		Imagen (pixel)			
	pulg.	mm	Xc1	Yc1	Xc2	Yc2
<b>Original</b>	3.05	77.42	-124.74	-223.19	213.57	-130.24
<b>Duplicada</b>	3.04	77.22	-125.03	-224.07	213.44	-131.07
<b>Variación</b>	<b>0.01</b>	<b>0.20</b>	<b>0.29</b>	<b>0.87</b>	<b>0.13</b>	<b>0.84</b>

Los resultados obtenidos para cada vértice y su correspondiente punto láser, son mostrados en la Tabla 9, Tabla 10, Tabla 11 y Tabla 12 en las que se observan diferencias medidas no mayores a 0.5mm y, en espacio de imagen una diferencia máxima de 1.11 pixeles, ya que en este caso se buscó llegar a una igualación de marcas que en promedio sea menor a un pixel.

**TABLA 10.** DUPLICACIÓN DE SUPERFICIE PLANA SECCIÓN DE MAYOR TAMAÑO, ESQUINA B

	Esquina B					
	Medida		Imagen (pixel)			
	pulg.	mm	Xc1	Yc1	Xc2	Yc2
<b>Original</b>	3.13	79.38	-191.92	-186.12	310.29	-97.17
<b>Duplicada</b>	3.14	79.65	-191.77	-185.74	310.24	-97.12
<b>Variación</b>	<b>0.01</b>	<b>0.28</b>	<b>0.15</b>	<b>0.38</b>	<b>0.05</b>	<b>0.05</b>

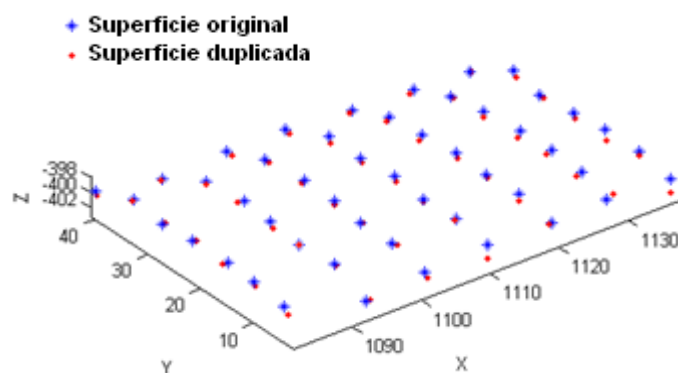
**TABLA 11.** DUPLICACIÓN DE SUPERFICIE PLANA SECCIÓN DE MAYOR TAMAÑO, ESQUINA C

	Esquina C					
	Medida		Imagen (pixel)			
	pulg.	mm	Xc1	Yc1	Xc2	Yc2
<b>Original</b>	3.14	79.78	-235.36	-196.13	275.11	-85.15
<b>Duplicada</b>	3.15	80.01	-234.69	-196.89	275.71	-85.47
<b>Variación</b>	<b>0.01</b>	<b>0.23</b>	<b>0.67</b>	<b>0.76</b>	<b>0.60</b>	<b>0.32</b>

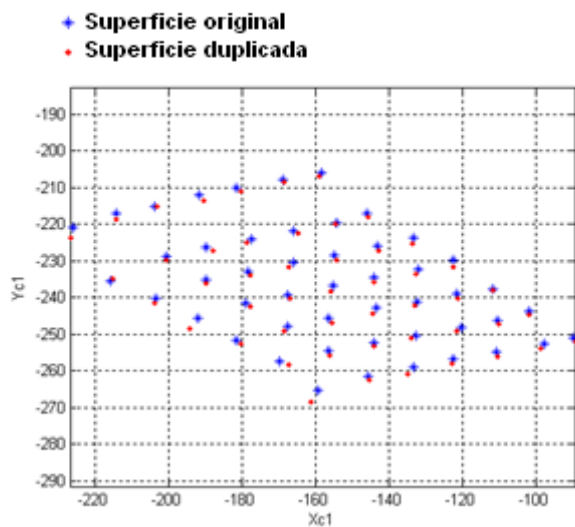
**TABLA 12.** DUPLICACIÓN DE SUPERFICIE PLANA SECCIÓN DE MAYOR TAMAÑO, ESQUINA D

	Esquina D					
	Medida		Imagen (pixel)			
	pulg.	mm	Xc1	Yc1	Xc2	Yc2
<b>Original</b>	3.14	79.65	-168.27	-233.16	179.24	-117.19
<b>Duplicada</b>	3.12	79.20	-168.87	-234.27	179.21	-118.28
<b>Variación</b>	<b>0.02</b>	<b>0.46</b>	<b>0.60</b>	<b>1.11</b>	<b>0.03</b>	<b>1.09</b>

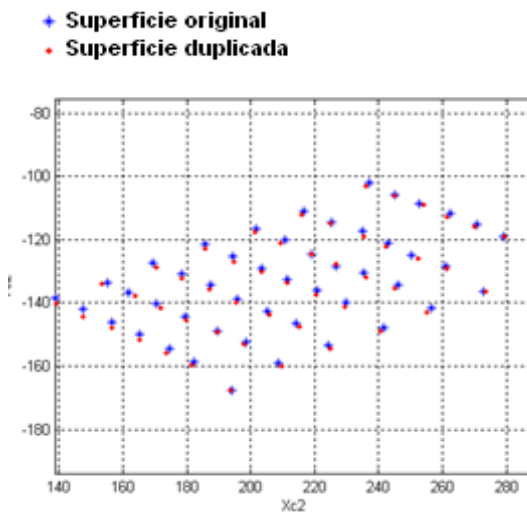
Además de la prueba anterior, como se mencionó al inicio de esta sección se incluye una proyección de una serie de puntos láser, aproximadamente equidistantes, sobre toda el área de la superficie caracterizada y la superficie duplicada. Este arreglo permitirá comparar tanto su posición tridimensional estimada (Figura 61) como en espacio de imagen (Figura 62 y Figura 63)



**FIGURA 61.** COMPARACIÓN DE POSICIÓN TRIDIMENSIONAL DE 49 PUNTOS LÁSER PROYECTADOS SOBRE AMBAS SUPERFICIES.



**FIGURA 62.** COMPARACIÓN DE 49 PUNTOS LÁSER PROYECTADOS SOBRE AMBAS SUPERFICIES, EN CÁMARA 1



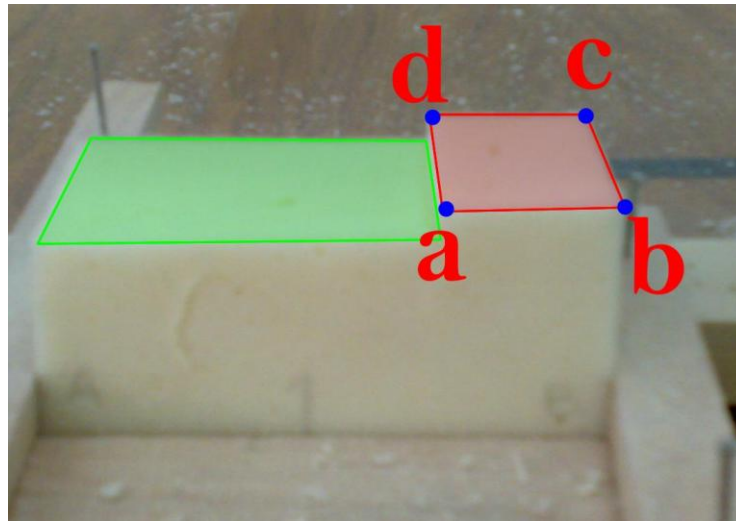
**FIGURA 63.** COMPARACIÓN DE 49 PUNTOS LÁSER PROYECTADOS SOBRE AMBAS SUPERFICIES, EN CÁMARA 2

Ahora, de forma numérica se obtienen los resultados de la Tabla 13, en la que se aprecia una diferencia promedio no mayor a 0.469mm y, en espacio de imagen, la mayor diferencia promedio es de 1.15 pixeles.

**TABLA 13.** DIFERENCIA EN POSICIÓN TRIDIMENSIONAL Y EN ESPACIO DE IMAGEN, SECCIÓN VERDE.

	<i>Sección de mayor área</i>						
	<i>Estimada (mm)</i>			<i>Imagen (pixel)</i>			
	<i>X</i>	<i>Y</i>	<i>Z</i>	<i>Xc1</i>	<i>Yc1</i>	<i>Xc2</i>	<i>Yc2</i>
<b>Diferencia promedio</b>	<b>0.312</b>	<b>0.326</b>	<b>0.469</b>	<b>0.718</b>	<b>1.150</b>	<b>0.668</b>	<b>0.947</b>
<b>Variación mínima</b>	<b>0.001</b>	<b>0.032</b>	<b>0.044</b>	<b>0.025</b>	<b>0.054</b>	<b>0.000</b>	<b>0.004</b>
<b>Variación máxima</b>	<b>1.358</b>	<b>0.902</b>	<b>1.233</b>	<b>2.442</b>	<b>2.853</b>	<b>1.932</b>	<b>1.823</b>
<b>Desviación estándar</b>	<b>0.403</b>	<b>0.390</b>	<b>0.525</b>	<b>0.944</b>	<b>1.287</b>	<b>0.867</b>	<b>1.046</b>

Realizando el mismo procedimiento para la sección de área menor, se sigue el procedimiento descrito en la sección 4.8 únicamente caracterizándola con cuatro puntos láser.



**FIGURA 64.** CARACTERIZACIÓN DE SUPERFICIE CON DESNIVEL.

Los resultados obtenidos para cada vértice y su correspondiente punto láser, son mostrados en las Tablas 14, 15, 16 y 17 en las que se observan diferencias medidas no mayores a 1mm y en espacio de imagen una diferencia máxima de 0.97 píxeles.

**TABLA 14.** DUPLICACIÓN DE SUPERFICIE PLANA SECCIÓN ROJA, ESQUINA A

	<i>Esquina A</i>					
	<i>Medida</i>		<i>Imagen (pixel)</i>			
	<i>pulg.</i>	<i>mm</i>	<i>Xc1</i>	<i>Yc1</i>	<i>Xc2</i>	<i>Yc2</i>
<b>Original</b>	3.40	86.28	-250.50	-185.24	300.81	-75.29
<b>Duplicada</b>	3.37	85.47	-251.16	-186.10	300.73	-75.73
<b>Variación</b>	<b>0.03</b>	<b>0.81</b>	<b>0.67</b>	<b>0.87</b>	<b>0.07</b>	<b>0.45</b>



**TABLA 15. DUPLICACIÓN DE SUPERFICIE PLANA SECCIÓN ROJA, ESQUINA B**

	Esquina B					
	Medida		Imagen (pixel)			
	pulg.	mm	Xc1	Yc1	Xc2	Yc2
<b>Original</b>	3.42	86.74	-206.56	-175.66	335.57	-87.72
<b>Duplicada</b>	3.41	86.51	-205.89	-175.69	335.58	-88.31
<b>Variación</b>	<b>0.01</b>	<b>0.23</b>	<b>0.67</b>	<b>0.03</b>	<b>0.01</b>	<b>0.60</b>

**TABLA 16. DUPLICACIÓN DE SUPERFICIE PLANA SECCIÓN ROJA, ESQUINA C**

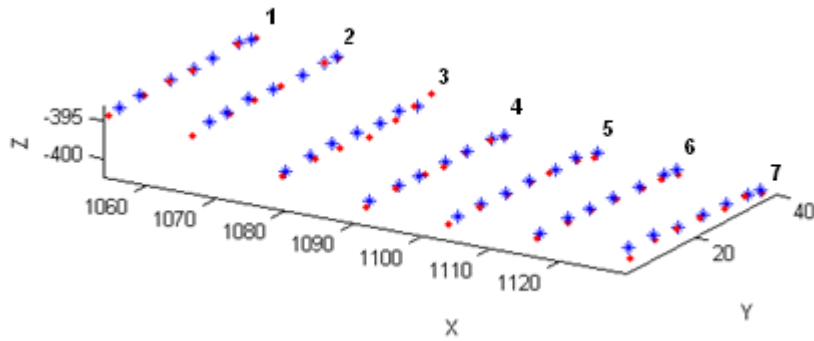
	Esquina C					
	Medida		Imagen (pixel)			
	pulg.	mm	Xc1	Yc1	Xc2	Yc2
<b>Original</b>	3.39	86.21	-187.13	-186.51	308.11	-98.61
<b>Duplicada</b>	3.39	86.13	-187.41	-186.70	307.73	-98.30
<b>Variación</b>	<b>0.00</b>	<b>0.08</b>	<b>0.28</b>	<b>0.19</b>	<b>0.38</b>	<b>0.31</b>

**TABLA 17. DUPLICACIÓN DE SUPERFICIE PLANA SECCIÓN ROJA, ESQUINA D**

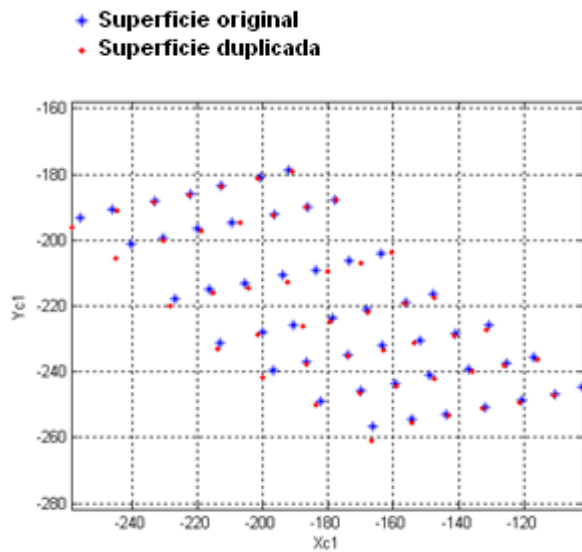
	Esquina D					
	Medida		Imagen (pixel)			
	pulg.	mm	Xc1	Yc1	Xc2	Yc2
<b>Original</b>	3.39	86.16	-231.95	-195.60	275.61	-85.31
<b>Duplicada</b>	3.36	85.42	-232.86	-196.52	274.65	-85.20
<b>Variación</b>	<b>0.03</b>	<b>0.74</b>	<b>0.91</b>	<b>0.92</b>	<b>0.97</b>	<b>0.11</b>

Se realizó una proyección de una serie de puntos láser, aproximadamente equidistantes, sobre toda el área de la superficie original y la superficie duplicada, para comparar tanto su posición tridimensional (Figura 65) como en espacio de imagen (Figura 66 y Figura 67). Las primeras dos hileras de puntos (1, 2), pertenecen a la parte superior de la pieza duplicada, la hilera 3 de puntos fue proyectada en el borde del escalón, en la que se puede apreciar mayor variación y los puntos restantes corresponden a la superficie de mayor área.

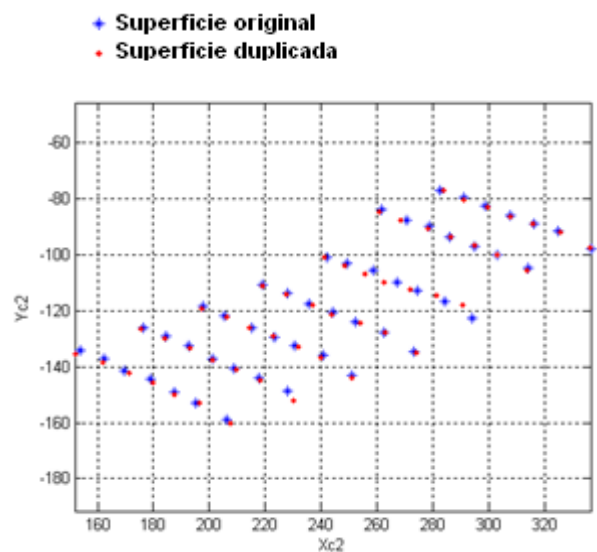
En la práctica se observó que la proyección de puntos cerca de los bordes, entre una pieza y otra, puede generar mayor variación debido a la porosidad del material, ya que no es uniforme entre cada pieza.



**FIGURA 65.** COMPARACIÓN DE POSICIÓN TRIDIMENSIONAL DE 49 PUNTOS LÁSER PROYECTADOS SOBRE AMBAS SUPERFICIES.



**FIGURA 66.** COMPARACIÓN DE 49 PUNTOS LÁSER PROYECTADOS SOBRE AMBAS SUPERFICIES, EN CÁMARA 1



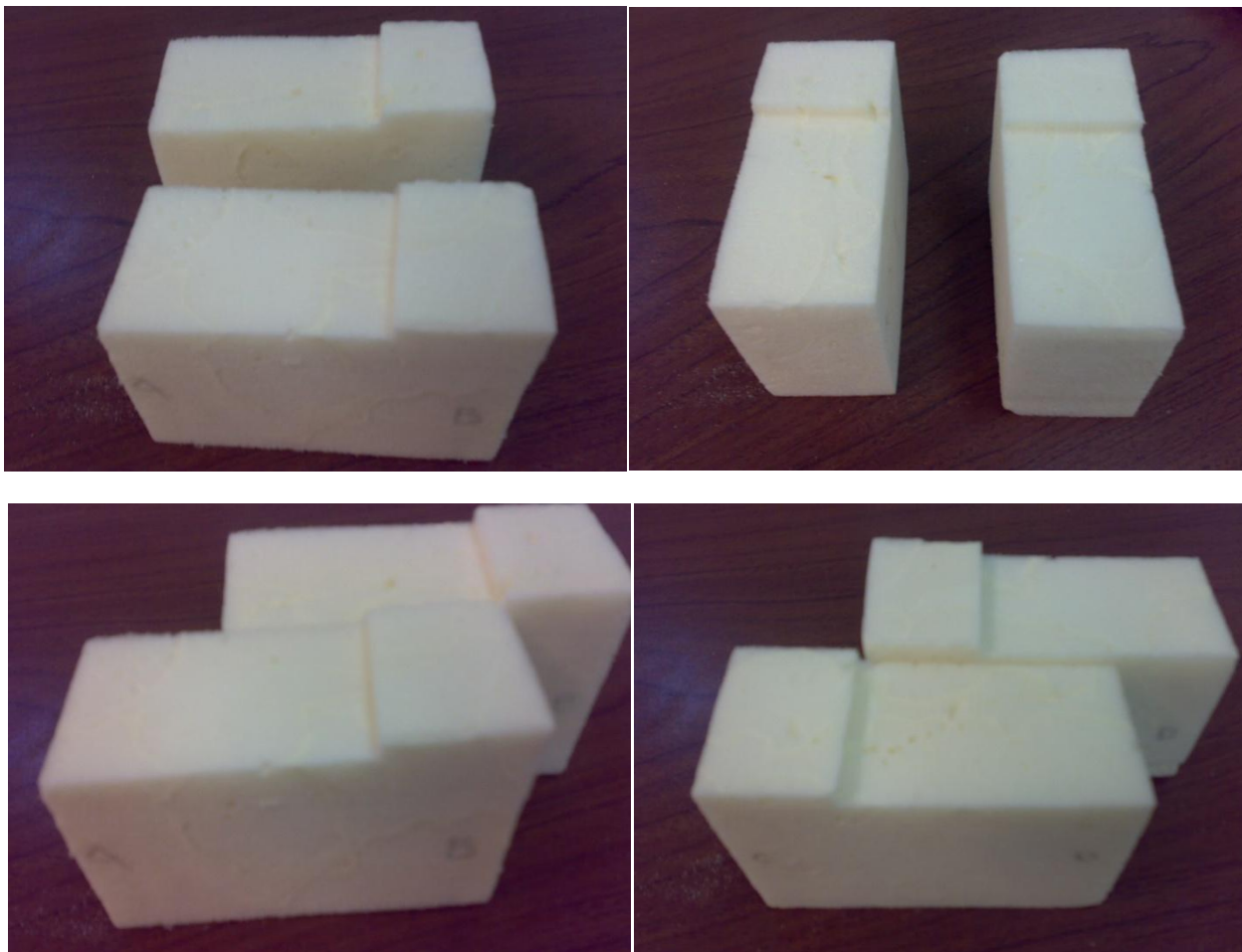
**FIGURA 67.** COMPARACIÓN DE 49 PUNTOS LÁSER PROYECTADOS SOBRE AMBAS SUPERFICIES, EN CÁMARA 2

Ahora, de forma numérica se obtienen los resultados de la Tabla 18 en la que se aprecia una diferencia promedio no mayor a 0.757mm y en espacio de imagen la mayor diferencia promedio de las 49 muestras adquiridas es de 1.544 píxeles, como se observa se tiene mayor variación debido a lo comentado anteriormente. Promediando la variación en espacio de imagen sigue siendo menor a 1 píxel y la estimada en milímetros es menor a 0.5mm.

**TABLA 18.** DIFERENCIA EN POSICIÓN TRIDIMENSIONAL Y EN ESPACIO DE IMAGEN, SUPERFICIE COMPLETA

	<i>Sección de mayor área en conjunto con la de área menor</i>						
	<i>Estimada (mm)</i>			<i>Imagen (pixel)</i>			
	<i>X</i>	<i>Y</i>	<i>Z</i>	<i>Xc1</i>	<i>Yc1</i>	<i>Xc2</i>	<i>Yc2</i>
<b>Diferencia promedio</b>	<b>0.547</b>	<b>0.405</b>	<b>0.421</b>	<b>1.188</b>	<b>0.921</b>	<b>0.956</b>	<b>0.713</b>
<b>Variación mínima</b>	<b>0.010</b>	<b>0.005</b>	<b>0.006</b>	<b>0.003</b>	<b>0.071</b>	<b>0.059</b>	<b>0.006</b>
<b>Variación máxima</b>	<b>2.175</b>	<b>1.032</b>	<b>1.942</b>	<b>4.975</b>	<b>4.347</b>	<b>4.697</b>	<b>4.945</b>
<b>Desviación estándar</b>	<b>0.757</b>	<b>0.555</b>	<b>0.588</b>	<b>1.544</b>	<b>1.330</b>	<b>1.380</b>	<b>1.131</b>

En la Figura 68, se observa tanto la pieza original como la réplica, obtenida mediante el método propuesto.

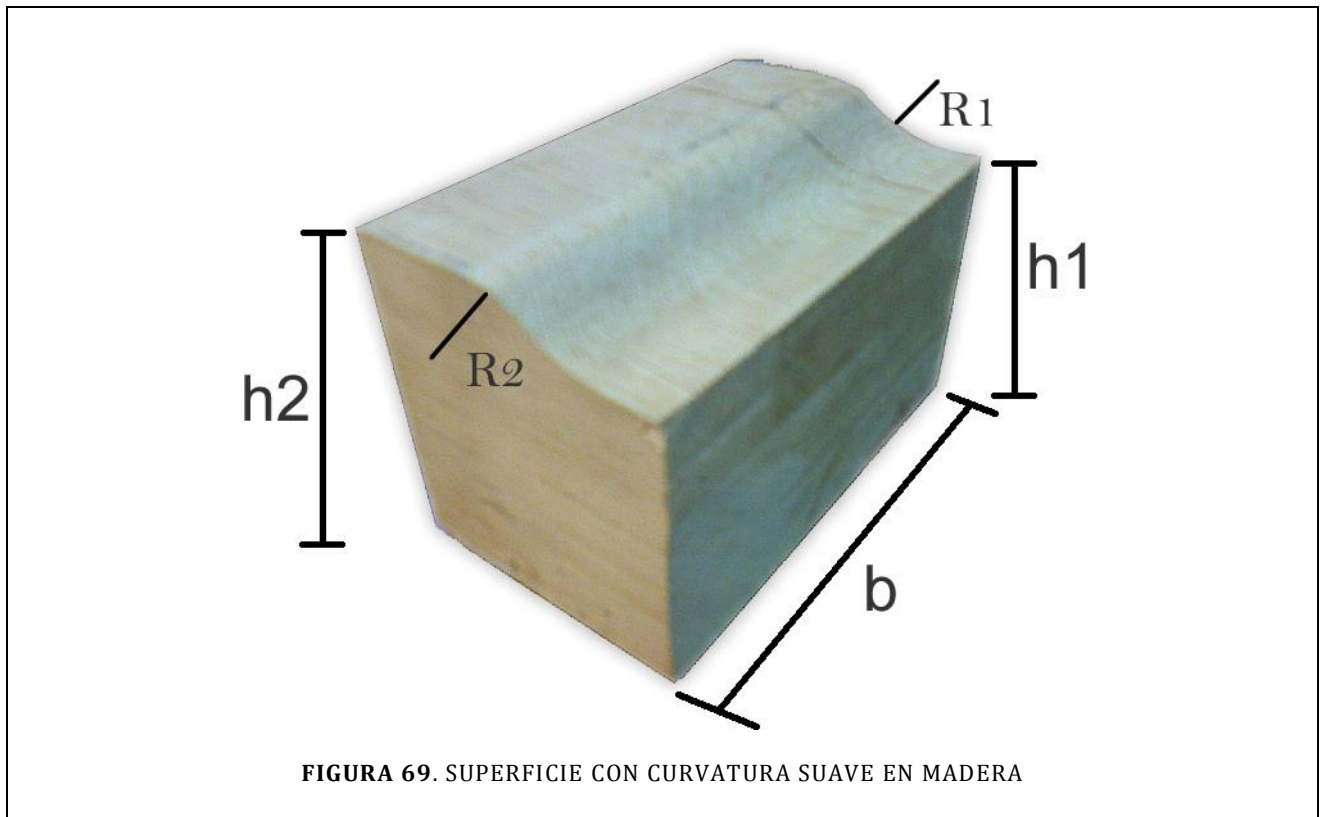


**FIGURA 68.** PIEZA CARACTERIZADA Y SU CORRESPONDIENTE RÉPLICA.

## 4.10 Reproducción de superficie curva

En la presente sección se planteó la duplicación de una superficie con una curvatura suave. Esto con el fin de comparar marcas láser proyectadas sobre la superficie original y duplicada. Al igual que en las superficies anteriores, se comparan las variaciones en espacio de imagen y su estimación tridimensional.

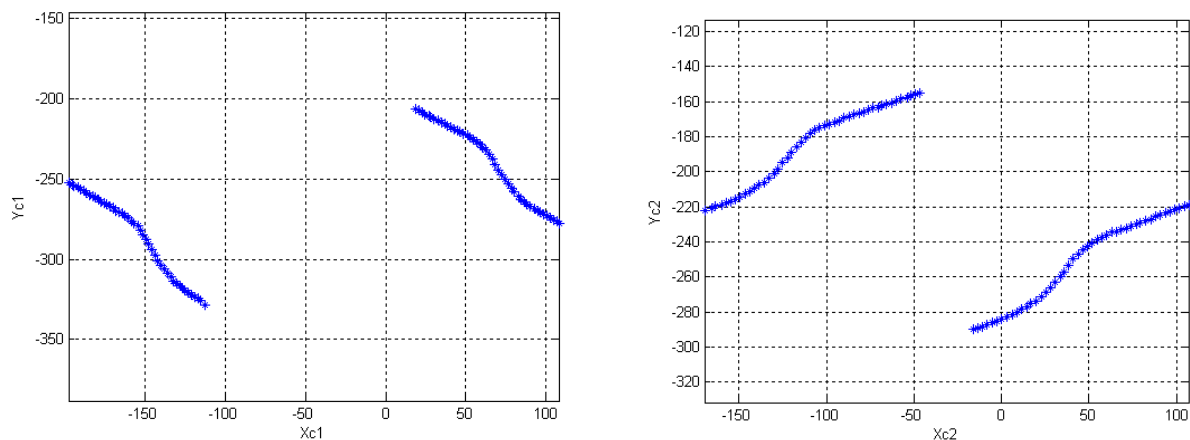
La superficie a duplicar se presenta en la siguiente figura, en la cual se aprecia que el material en esta ocasión es madera, aunque la réplica se realizó en espuma de poliuretano.



Las características geométricas de esta pieza son, de acuerdo a las dimensiones indicadas en la Figura 69, las siguientes:

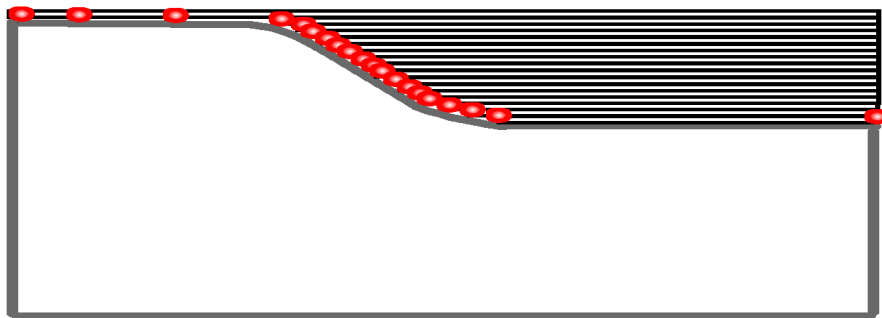
- $h1 = 68\text{mm}$  aprox.
- $h2 = 79\text{mm}$  aprox.
- $b = 119\text{mm}$  aprox.
- Y un radio de curvatura  $R1$  y  $R2$  de aproximadamente  $28.5\text{mm}$ .

Como se describe en el capítulo anterior, inicialmente se indican los vértices de la pieza a duplicar. Utilizando una interfaz gráfica se proyectan una serie de puntos láser sobre la superficie, como se ilustra en la Figura 70, no antes de haber mejorado los parámetros de cámara mediante muestras obtenidas al posicionar al robot en cada uno de los vértices de la pieza.



**FIGURA 70.** PROYECCIÓN DE PUNTOS LÁSER EN DOS LADOS DE LA SUPERFICIE A DUPLICAR, CÁMARA1 Y CÁMARA2

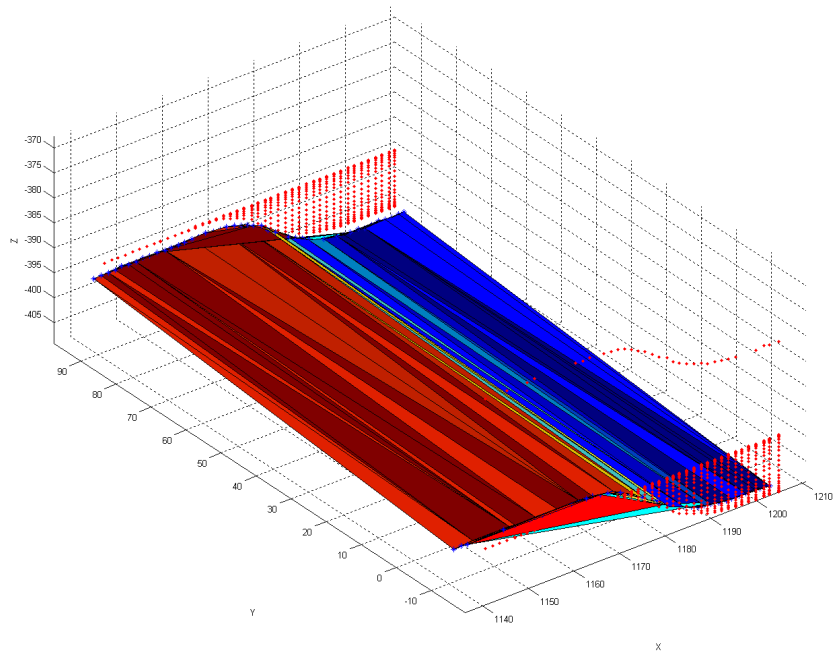
Una vez que los puntos láser han sido proyectados sobre la superficie y almacenados, se realiza un filtrado de los puntos, con el objetivo de optimizar el tiempo de desbaste, minimizando los puntos a visitar y por lo tanto los desbastes sucesivos que realizará, como se aprecia en la Figura 71. En este paso ya solo resta generar la trayectoria de desbaste y realizar el proceso de duplicación.



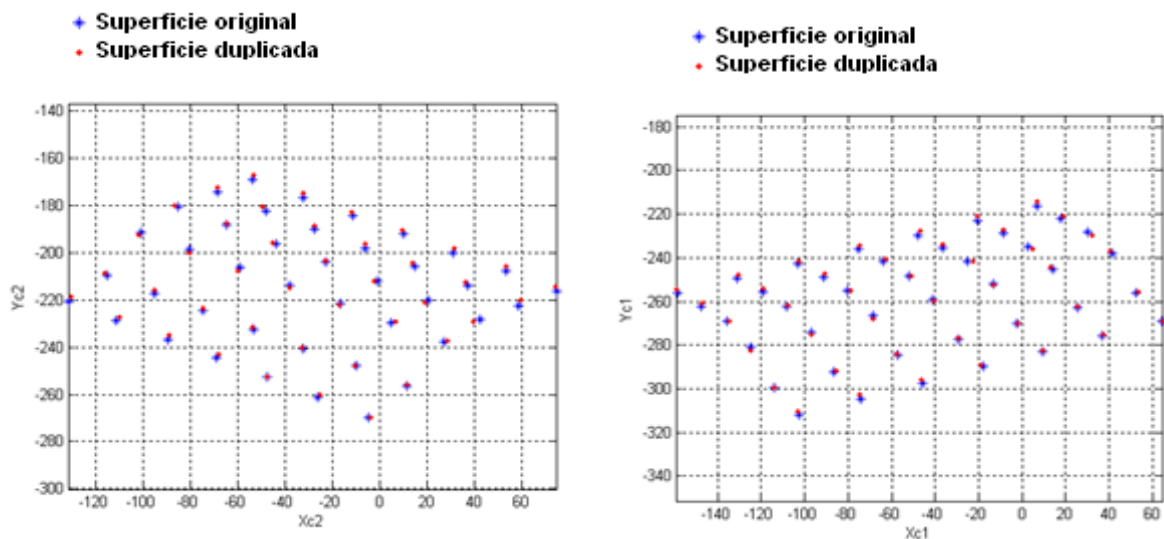
**FIGURA 71.** SUPERFICIE A DUPLICAR, CON FILTRADO DE PUNTOS LÁSER Y PROYECCIÓN DENSA EN CURVATURA.

Cabe hacer mención que en los desbastes sucesivos se buscará llegar a una primera aproximación de cada uno de los puntos caracterizados. No obstante, esto dependerá de la igualación de las marcas proyectadas, ya que de ser necesario se realizaran más desbastes con el fin de compensar el desgaste o deformación de la herramienta.

Los puntos que visitará la herramienta de corte durante el desbaste se ilustran en la Figura 72, en la que se aprecia una simulación de los puntos caracterizados.

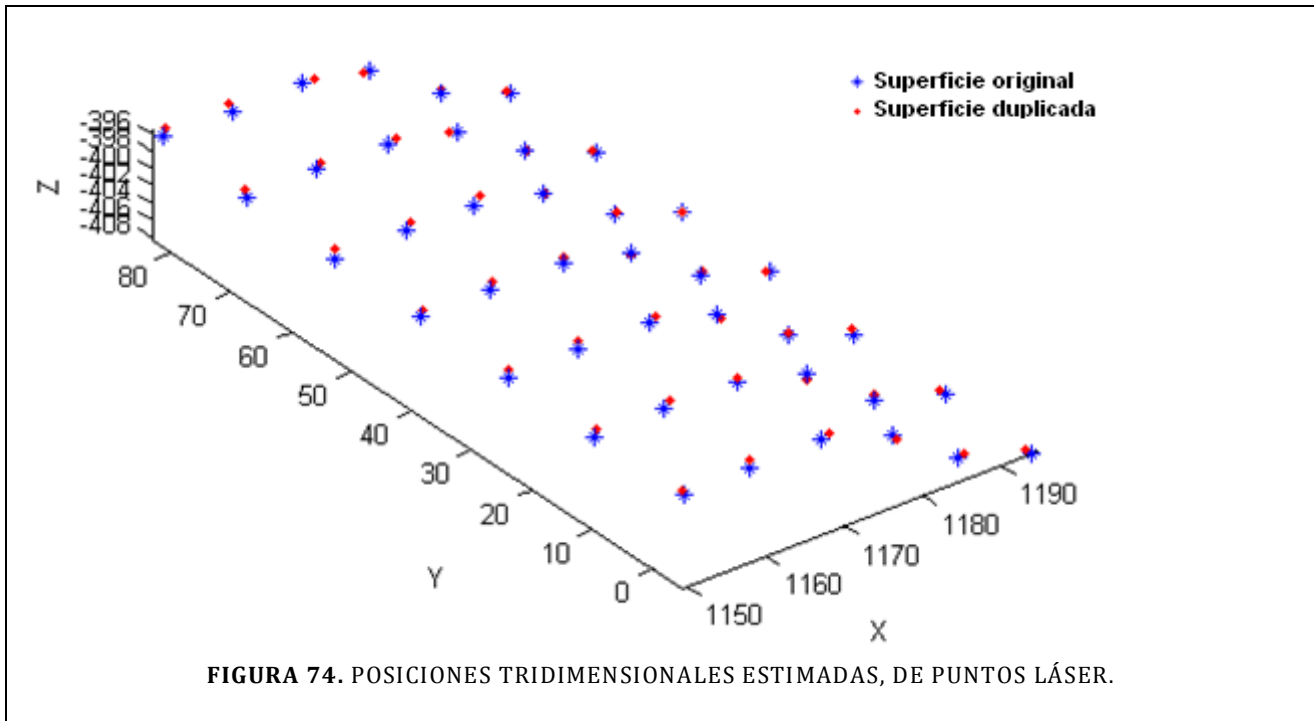


**FIGURA 72.** SIMULACIÓN DE LA PIEZA A DUPLICAR, EN CONJUNTO CON TODOS LOS PUNTOS A VISITAR.



**FIGURA 73.** COMPARACIÓN DE MARCAS VISUALES VISTAS POR LAS DOS CÁMARAS.

Una vez que el manipulador realizó el desbaste y se obtiene la pieza duplicada, con el fin de evaluar la precisión obtenida se proyectan una serie de puntos láser sobre ambas superficies, obteniendo así su proyección en cada una de las cámaras involucradas en el proceso, tal como se ilustra en la Figura 73. Además, su estimación tridimensional se ilustra en la Figura 74.



Se observa una variación promedio no mayor a 0.5mm que es presentado por el eje Z, así como una variación promedio no mayor de 1.16 pixeles en espacio de imagen, tal y como se presenta en la Tabla 19. Cabe hacer mención que la condición para detener el proceso de duplicado fue obtener una diferencia máxima en pixeles menor a un pixel.

**TABLA 19. DIFERENCIA EN POSICIÓN TRIDIMENSIONAL Y EN ESPACIO DE IMAGEN DE SUPERFICIE CON CURVATURA SUAVE**

	<i>Superficie curva</i>						
	<i>Estimada (mm)</i>			<i>Imagen (pixel)</i>			
	<i>X</i>	<i>Y</i>	<i>Z</i>	<i>Xc1</i>	<i>Yc1</i>	<i>Xc2</i>	<i>Yc2</i>
<b>Diferencia promedio</b>	<b>0.399</b>	<b>0.165</b>	<b>0.500</b>	<b>0.634</b>	<b>0.995</b>	<b>0.757</b>	<b>1.166</b>
<b>Variación mínima</b>	<b>0.010</b>	<b>0.003</b>	<b>0.023</b>	<b>0.008</b>	<b>0.010</b>	<b>0.000</b>	<b>0.017</b>
<b>Variación máxima</b>	<b>1.544</b>	<b>0.468</b>	<b>0.996</b>	<b>2.578</b>	<b>2.283</b>	<b>2.869</b>	<b>2.252</b>
<b>Desviación estándar</b>	<b>0.545</b>	<b>0.204</b>	<b>0.583</b>	<b>0.883</b>	<b>1.197</b>	<b>1.004</b>	<b>1.347</b>

Por medio de una inspección visual se puede ver que la superficie duplicada es muy semejante a la original, lo que demuestra la efectividad del método, como se observa en la siguiente figura:



**FIGURA 75.** PIEZA DUPLICADA Y ORIGINAL CON CURVATURA SUAVE.

En lo que se refiere a la parte experimental, las pruebas hasta ahora realizadas confirman la viabilidad y precisión del método propuesto. Cabe mencionar que el sistema robótico usado, siendo un sistema de arquitectura cerrada, involucra retardos de tiempo en la comunicación computadora-robot, lo que hace inconveniente la realización de superficies más complejas por el tiempo involucrado en la realización del experimento.



---

# Conclusiones y trabajo futuro

---

## Conclusiones

La principal aportación de este trabajo se centra en el desarrollo de una metodología basada en visión que permite realizar la reproducción de superficies mediante un método libre de calibración, tanto del manipulador que auxilia en la tarea de duplicado de superficies, como del sistema de visión que constituye el principal sensor usado en las maniobras.

El trabajar con un sistema libre de calibración contrasta con los actuales métodos de maquinado, como lo es el maquinado CNC o las diferentes impresoras tridimensionales que existen en el mercado para la fabricación rápida de prototipos. Se amplía de este modo la aplicación con robots industriales, los cuales cuentan con un alto grado de repetibilidad.

La colocación de los apuntadores láser en una de las extremidades del robot facilita la tarea de caracterización de superficies, ya que permite conocer o estimar la proyección del punto láser en función de las variables de junta del manipulador.

Las técnicas de procesamiento de imágenes utilizadas para la detección de marcas visuales, tanto en el manipulador como en el objeto no manipulable, demuestran ser efectivas permitiendo obtener centroides en espacio de imagen de una forma muy precisa, lo que da pie a una buena estimación de posiciones tridimensionales. Además, el empleo de técnicas como es el aumento digital del tamaño de la imagen y el perfilado de imágenes brindan un gran apoyo visual al usuario en la tarea de designación de puntos objetivo o delimitación del área de trabajo, con lo que se obtiene mayor precisión en tareas de posicionamiento y reproducción.

Al trabajar con el modelo en perspectiva se evitan los errores generados por el modelo ortográfico evitando así la corrección por flattening como se indica en [7]. Para la estimación de parámetros es preciso realizar una rutina preplaneada tratando de cubrir toda el área visual de ambas cámaras, esto si no se conoce realmente el área de trabajo del manipulador o se conoce que abarcará toda el área. En caso de conocer con exactitud el área en la que operará el manipulador, es más conveniente tomar más muestras en ese espacio, ya que esto brindará mejores parámetros para la región de interés. Durante la ejecución de una rutina preplaneada, es conveniente no mantener la misma orientación de la antorcha con el fin de obtener

parámetros de cámara más robustos. Si los parámetros iniciales de cámara se adquieren con el efector final en una sola orientación, al actualizar parámetros con otra orientación es difícil que el modelo estime correctamente la posición tridimensional de cada marca visual y la relacione correctamente. Incluso puede confundir la posición con alguna otra y ocasionar una estimación de parámetros errónea.

En las pruebas realizadas se observó que, en la actualización de parámetros de cámara, basta con las muestras adquiridas en el posicionamiento de vértices. Es decir, no fue necesario actualizar los parámetros durante todo el movimiento del robot, sino que es factible trabajar con esos parámetros durante toda la maniobra, esto debido a que el objetivo de desbaste es seguido en espacio de imagen y no se requiere conocer posiciones tridimensionales con exactitud.

Debido a que se trabaja siempre con los mismos parámetros de cámara y que las variables de juntas para colocar el efector final en una posición son estimadas con estos parámetros, las posiciones tridimensionales estimadas al inicio de la maniobra son válidas durante toda la realización de esta.

Como se observó en los resultados experimentales, en superficies planas bastó con la proyección de 4 puntos para su caracterización. En cambio, en superficies curvas fue necesaria la proyección de un número más significativo de puntos. Por esta razón se establece que la proyección de puntos láser o caracterización de una superficie estará en función de la complejidad de la superficie.

Según los resultados mostrados en el capítulo 4, se observa que es viable la reproducción de superficies mediante una igualación de marcas en espacio de imagen. Aunque en este trabajo únicamente se reportó la reproducción de superficies sencillas, es claro que se puede extrapolar a superficies más complejas utilizando las técnicas o métodos aquí empleados y aumentando el número de cámaras a utilizar, con el objetivo de aumentar el campo de visión del sistema.

Aunque el sistema de visión introduce ruido en el proceso de adquisición de imágenes, dando variaciones menores a un pixel, es posible llevar a cabo con éxito la tarea de caracterización y duplicación de superficies, obteniendo variaciones estimadas y medidas menores a 0.5 mm en promedio.

El grado de repetibilidad del robot ArcMate100i de Fanuc del orden de  $\pm 0.1$ mm, en conjunto con el método CSM logra una precisión bastante buena con variaciones menores a 1mm. Para el propósito de este trabajo, reproducir superficies sencillas es suficiente, pero es necesario mejorar la comunicación con el manipulador ya que ésta retrasa el proceso de caracterización y maquinado.

## Trabajo futuro

En cuestión de tiempo de caracterización y duplicado existen dos grandes limitantes que se observaron durante el desarrollo del presente trabajo:

- La primera de ellas es que se caracterizó únicamente con un punto láser, pudiendo optimizar el tiempo utilizando una matriz de puntos o una línea láser.
- La otra parte importante a optimizar es el tiempo de comunicación entre el robot y la computadora, ya que es la principal limitante en lo que se refiere a ejecución de maniobra.

Para la caracterización de superficies más complejas, en las que la geometría no es fácil de estimar, es preciso obtener una caracterización densa por medio de la proyección de una matriz de puntos láser y/o una línea láser.

De igual forma, sería útil la utilización de un mayor número de cámaras, las cuales permitan ver la superficie a caracterizar desde diferentes ángulos asegurando que cada punto láser sea visto por al menos dos cámaras. Esto en ocasiones no es viable al utilizar solo dos cámaras, ya que es posible que se pierdan de vista marcas visuales por los bordes o escalones que pueda tener la superficie en cuestión.

Un aspecto importante durante el proceso de desbaste es que se utilizó durante todo el proceso la misma herramienta de corte, limitando con esto el tiempo de maquinado. Asociado a este punto, sería importante dar la opción de diferentes herramientas de corte permitiendo con esto realizar desbastes más rápidos o adecuados a la pieza a duplicar. De igual forma resultaría útil que una misma tarea de duplicado se realice con diferentes herramientas de desbaste, optimizando con esto el tiempo de maquinado y dando el nivel de detalle deseado.

Por medio de las bases que se presentan en el trabajo de tesis, es posible seguir el área de investigación en los siguientes tópicos:

- Duplicación de superficies curvas y/o irregulares.
- Duplicación de superficies en diferentes escalas.
- Generación de moldes para la reproducción de piezas a partir del molde virtual creado.
- Cálculo de volumen de piezas y la optimización de material a utilizar.

Con base en lo anterior, el proyecto de tesis presentado da pie a la siguiente serie de aplicaciones:

- **Duplicación de piezas arqueológicas**, debido al alto valor cultural y arqueológico que tienen esta serie de piezas y debido a que es necesario el estudio a detalle de dichas piezas, el método es un mecanismo idóneo para la realización de duplicados con fines de estudio o exposición en museos.
- **Duplicación de partes corporales**, debido a la pseudo-simetría del cuerpo humano es una fácil herramienta para la reproducción de extremidades con fines de prótesis, esto es, se puede generar un duplicado de una extremidad como es el brazo, mano, dedo, pierna, etc. izquierdo a partir de la extremidad derecha o viceversa [14].
- **Reproducción de esqueletos**, en la paleontología es común encontrar restos fósiles, que debido a la edad se debe mantener cierto cuidado y complica el trabajo en estos restos. El duplicado de huesos, sirve para estudiar estructuras óseas de dinosaurios, animales o humanos, con fines académicos o científicos.

---

# Apéndice

---

## A. Comunicación con el robot manipulador

La comunicación con el robot se realizó con base en la interface R-J2 MOTET, la cual entabla la comunicación entre el robot y un dispositivo externo por medio de una conexión de red por el protocolo TCP/IP.

Para la realización de la comunicación se implementó una rutina en el controlador del robot, la cual permite la lectura y escritura de valores de juntas, además de encender y apagar las marcas visuales (leds y láser) y la herramienta de desbaste.

### Rutina implementada en el Teach.Pendant.

---

```
J P[1] 50 % CNT 100
PR[1]=JPOS
R[1]=PR[1,1]
R[2]=PR[1,2]
R[3]=PR[1,3]
R[4]=PR[1,4]
R[5]=PR[1,5]
R[6]=PR[1,6]
$REFPOS2[1].$PERCHPOS[1]=R[1]
$REFPOS2[1].$PERCHPOS[2]=R[2]
$REFPOS2[1].$PERCHPOS[3]=R[3]
$REFPOS2[1].$PERCHPOS[4]=R[4]
$REFPOS2[1].$PERCHPOS[5]=R[5]
$REFPOS2[1].$PERCHPOS[6]=R[6]
$REFPOS2[1].$PERCHPOS[7]=0
LBL[1]
$REFPOS2[1].$PERCHPOS[8]=1
LBL[3]
R[7]=$REFPOS2[1].$PERCHPOS[7]
IF R[7]=1, JMP LBL[2]
IF R[7]=2, JMP LBL[4]
JMP LBL[3]

LBL[2]
$REFPOS2[1].$PERCHPOS[8]=0
R[1]=$REFPOS2[1].$PERCHPOS[1]
R[2]=$REFPOS2[1].$PERCHPOS[2]
R[3]=$REFPOS2[1].$PERCHPOS[3]
R[4]=$REFPOS2[1].$PERCHPOS[4]
R[5]=$REFPOS2[1].$PERCHPOS[5]
R[6]=$REFPOS2[1].$PERCHPOS[6]
$REFPOS2[1].$PERCHPOS[7]=0
PR[1,1]=R[1]
PR[1,2]=R[2]
PR[1,3]=R[3]
PR[1,4]=R[4]
PR[1,5]=R[5]
PR[1,6]=R[6]
J PR[1] 25 % CNT 100
JMP LBL[1]

LBL[4]
$REFPOS2[1].$PERCHPOS[8]=0
R[11]=$REFPOS3[1].$PERCHPOS[1]
$REFPOS2[1].$PERCHPOS[7]=0
DO[$REFPOS3[1].$PERCHPOS[2]]=R[11]
JMP LBL[1]
```

---

## B. Interfaz gráfica.

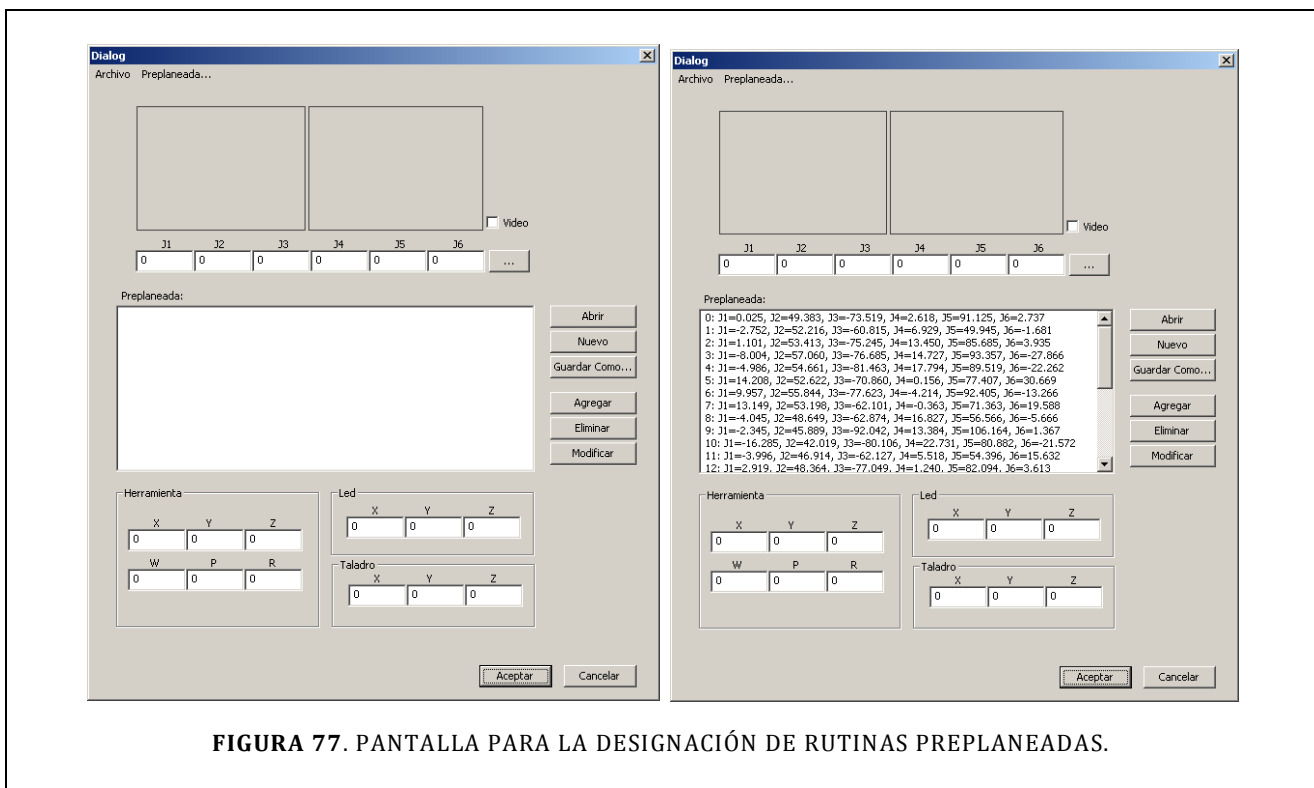
La interfaz gráfica desarrollada para este sistema fue implementada únicamente con el objetivo de probar los algoritmos detallados en los capítulos anteriores, por lo que es un prototipo y no puede considerarse una versión de software comercial. Debido a esto es preciso mejorar la interfaz si se desea incursionar en este ámbito.



La interfaz gráfica presenta básicamente todas las opciones en la pantalla principal (Ver **Figura 76**), en esta se encuentra el menú principal, en el que están las siguientes funciones principales:

- **Menú Cámara.-** En esta sección es posible intercambiar la zona en la que se muestra cada una de las cámaras, ya que existe una zona de mayor tamaño en la que se muestra la cámara principal y una de menor tamaño en la que se muestra la cámara secundaria. Además de lo anterior es posible indicar si se desea ver imágenes en modo video o estática.

- **Menú Preplaneada.-** En este menú se encuentran opciones como:
  - **Nueva, Abrir y Editar.-** que básicamente permiten generar una nueva rutina preplaneada, abrir una ya existente y editar una rutina ya existente (ver **Figura 77**)
  - **Cargar.-** Permite que los datos de una rutina se carguen para su ejecución
  - **Ejecutar 1 led.-** Permite ejecutar la rutina preplaneada previamente cargada, únicamente tomando la información de un led.
  - **Ejecutar leds.-** Permite ejecutar la rutina preplaneada previamente cargada, almacenando la información de todos los leds vistos por las cámaras



**FIGURA 77. PANTALLA PARA LA DESIGNACIÓN DE RUTINAS PREPLANEADAS.**

- **Menú Superficie.-** En este menú se encuentran opciones como:
  - **Nueva, Abrir y Editar.-** Básicamente permiten generar una nueva rutina preplaneada en la que se caracteriza una superficie por medio de un láser puntual, abrir una ya existente y editar una rutina ya existente.
  - **Cargar.-** Permite que los datos de una rutina se carguen para su ejecución
  - **Ejecutar.-** Permite ejecutar la rutina de caracterización preplaneada previamente cargada, únicamente tomando la información de un láser.

- **Menú Robot.**- Permite realizar operaciones de encendido y apagado tanto de las marcas visibles como de la herramienta de corte:
  - Led
  - Matriz de leds
  - Láser puntual
  - Matriz de láser
  - Herramienta de corte



**FIGURA 78.** PANTALLA PARA LA CARACTERIZACIÓN DE SUPERFICIES.



- **Menú Caracteriza.-** En esta sección se encuentran todas las opciones de caracterización y duplicado de superficies, entre las que se encuentran:
  - **Caracteriza.-** Este submenú, lleva a una ventana de caracterización en la cual, por medio del zoom digital y perfilado de imágenes, se seleccionan los vértices de una superficie a duplicar (Ver **Figura 78**).
  - **Carga superficie.-** Una vez ya indicados los vértices de una superficie, aquí se indica el archivo que contiene dicha información.
  - **Posiciona contorno.-** Mediante este submenú es posible mandar al manipulador a un posicionamiento progresivo en cada uno de los vértices indicados en la etapa anterior y así mejorar los parámetros de cámara.
  - **Proyecta láser.-** En esta etapa de la caracterización es preciso proyectar los puntos láser que servirán de guía para la duplicación de la superficie.
  - **Genera trayectoria.-** Este submenú se utiliza una vez intercambiadas las piezas y su función es generar una trayectoria de desbaste que obtiene en base a una proyección de puntos y estimando la profundidad correcta de desbaste.
  - **Ejecuta.-** Una vez genera la trayectoria de desbaste se manda la orden de inicio al robot, para que realice la maniobra de desbaste.

Además de los menús anteriores existen una serie de botones que sirven para indicar diferentes acciones al manipulador o para obtener resultados gráficos de los algoritmos desarrollados. Entre ellos destacan:

- **Sección de duplicado de curvas:** En esta sección de botones se encuentran principalmente tres que auxilian en la realización de esta tarea, estos son:
  - **Caracteriza curva.-** Realiza la proyección de puntos láser de forma automática, con esto obteniendo su caracterización.
  - **Gen. trayectoria.-** Con base en los puntos láser caracterizados, en esta sección filtra los puntos más importantes y genera la trayectoria de desbaste.
  - **Ejecuta.-** Mediante este botón se ejecuta la maniobra de desbaste.
  - **Play, Pause y Stop.-** Por medio de estos botones se puede iniciar, detener o cancelar la maniobra de desbaste, respectivamente.

# Índice de Figuras

<b>Figura 1.</b> Proyección de puntos láser sobre pieza a duplicar, captado por sistema de visión...	13
<b>Figura 2.</b> Sistema de visión.....	16
<b>Figura 3</b> Modelo de cámara de perspectiva .....	17
<b>Figura 4</b> Manipulador de seis grados de libertad.....	19
<b>Figura 5</b> Marcas visuales en el manipulador .....	20
<b>Figura 6.</b> Marcas visibles en la antorcha del manipulador .....	21
<b>Figura 7.</b> Sistema coordinado en la herramienta del manipulador .....	22
<b>Figura 8</b> Obtención del contorno de una marca visual .....	24
<b>Figura 9.</b> Diagrama de flujo para detección de centroides.....	25
<b>Figura 10</b> Escalamiento digital.....	26
<b>Figura 11.</b> Representación ideal de un triángulo. ....	27
<b>Figura 12.</b> Representación de un triángulo con efecto visual tipo sierra o escalón. ....	27
<b>Figura 13</b> Definición de píxeles y su posición .....	28
<b>Figura 14.</b> Valores de píxeles ampliados mediante interpolación .....	28
<b>Figura 15.</b> Representación gráfica de interpolación.....	29
<b>Figura 16</b> Imagen ampliada sin interpolación .....	29
<b>Figura 17</b> Imagen ampliada mediante interpolación .....	29
<b>Figura 18.</b> Máscaras de 3X3 para filtros pasa alto. ....	30
<b>Figura 19.</b> Máscaras de 3X3, para filtros sharpen.....	30
<b>Figura 20</b> Diagrama de flujo de estimación de parámetros P .....	34
<b>Figura 21</b> Trayectoria preplaneada vista por 2 cámaras.....	35
<b>Figura 22</b> Curva típica $J(f)$ , tomada con datos reales de la primer cámara .....	39
<b>Figura 23</b> Curva típica $J(f)$ , tomada con datos reales de la segunda cámara .....	39
<b>Figura 24.</b> Diagrama de flujo para estimación de parámetro $P_7$ mediante bisecciones sucesivas .....	40
<b>Figura 25</b> Proyección de marcas láser, vista desde 2 cámaras.....	42
<b>Figura 26.</b> Comportamiento típico en la estimación de juntas .....	45
<b>Figura 27.</b> Proyección de puntos sobre superficie original.....	46
<b>Figura 28.</b> Superficie original y superficie por desbastar. ....	47
<b>Figura 29.</b> División de una superficie compleja en superficies elementales.....	49
<b>Figura 30.</b> Duplicación de escultura con baja resolución. ....	50
<b>Figura 31.</b> Duplicación de una cabeza humana en aluminio con alto nivel de detalle. ....	50
<b>Figura 32.</b> Robot manipulador y superficies con diferente orientación. ....	51
<b>Figura 33.</b> Proyección de puntos láser sobre superficie plana. ....	52
<b>Figura 34</b> Proyección de puntos láser sobre superficie plana con desniveles.....	52
<b>Figura 35.</b> Proyección de puntos láser, donde no es posible determinar los escalones o cambios bruscos. ....	53
<b>Figura 36.</b> Proyección de marcas visuales, para caracterización de puntos críticos. ....	54
<b>Figura 37.</b> Determinación de vértices mediante sistema de visión. (imágenes adquiridas por el sistema de visión) .....	55
<b>Figura 38.</b> Delimitación del área de trabajo directamente en las imágenes. ....	56
<b>Figura 39.</b> Aditamentos colocados en el extremo del manipulador .....	58

<b>Figura 40.</b> Vernier de precisión en milésimas de pulgada.....	59
<b>Figura 41.</b> Robot manipulador ArcMate100i de Fanuc.....	60
<b>Figura 42</b> Numeración de marcas luminosas.....	61
<b>Figura 43.</b> Herramienta de desbaste .....	62
<b>Figura 44.</b> Aditamento de corte en la herramienta. ....	62
<b>Figura 45.</b> Cámaras fijas montadas sobre tripies.....	63
<b>Figura 46.</b> Pieza de espuma de poliuretano.....	63
<b>Figura 47.</b> Obtención de muestras, mediante trayectoria preplaneada.....	64
<b>Figura 48.</b> Caracterización de superficie, estimando posiciones tridimensionales.....	66
<b>Figura 49.</b> Posiciones tridimensionales de 50 puntos proyectados sobre una superficie. ....	66
<b>Figura 50.</b> Estimación de punto objetivo mediante proyección de punto láser.....	67
<b>Figura 51.</b> Mejora de parámetros tomando muestras durante el posicionamiento.....	67
<b>Figura 52.</b> Proyección de punto láser, sobre una superficie plana.....	68
<b>Figura 53.</b> Píxeles en marca visual .....	69
<b>Figura 54.</b> Obtención de centroides para la cámara 1. ....	69
<b>Figura 55.</b> Obtención de centroides para la cámara 2. ....	70
<b>Figura 56.</b> Secuencia de puntos en la delimitación del área de trabajo.....	71
<b>Figura 57.</b> Posicionamiento en los vértices de una superficie plana .....	72
<b>Figura 58.</b> Superficie plana a duplicar mediante cuatro puntos. ....	73
<b>Figura 59.</b> Pieza con escalón, seccionada en dos áreas. ....	75
<b>Figura 60.</b> Caracterización de superficie con desnivel, sección verde.....	76
<b>Figura 61.</b> Comparación de posición tridimensional de 49 puntos láser proyectados sobre ambas superficies.....	78
<b>Figura 62.</b> Comparación de 49 puntos láser proyectados sobre ambas superficies, en cámara 1 .....	78
<b>Figura 63.</b> Comparación de 49 puntos láser proyectados sobre ambas superficies, en cámara 2 .....	78
<b>Figura 64.</b> Caracterización de superficie con desnivel. ....	79
<b>Figura 65.</b> Comparación de posición tridimensional de 49 puntos láser proyectados sobre ambas superficies.....	81
<b>Figura 66.</b> Comparación de 49 puntos láser proyectados sobre ambas superficies, en cámara 1 .....	81
<b>Figura 67.</b> Comparación de 49 puntos láser proyectados sobre ambas superficies, en cámara 2 .....	81
<b>Figura 68.</b> Pieza caracterizada y su correspondiente réplica.....	82
<b>Figura 69.</b> Superficie con curvatura suave en madera .....	83
<b>Figura 70.</b> Proyección de puntos láser en dos lados de la superficie a duplicar, cámara1 y cámara2 .....	84
<b>Figura 71.</b> Superficie a duplicar, con filtrado de puntos láser y proyección densa en curvatura.....	84
<b>Figura 72.</b> Simulación de la pieza a duplicar, en conjunto con todos los puntos a visitar. ....	85
<b>Figura 73.</b> Comparación de marcas visuales vistas por las dos cámaras. ....	85
<b>Figura 74.</b> Posiciones tridimensionales estimadas, de puntos láser. ....	86
<b>Figura 75.</b> Pieza duplicada y original con curvatura suave.....	87
<b>Figura 76.</b> Pantalla principal de caracterización y duplicado de superficies.....	93

**Figura 77.** Pantalla para la designación de rutinas preplaneadas..... 94  
**Figura 78.** Pantalla para la caracterización de superficies. .... 95

# Índice de Tablas

<b>Tabla 1</b> Caras 0 a 5.....	61
<b>Tabla 2.</b> Estimación de parámetros de cámara. ....	65
<b>Tabla 3.</b> Datos estadísticos de la variación en píxeles en la obtención de centroides.....	70
<b>Tabla 4.</b> Variación máxima, en milímetros, en la obtención de posición tridimensional.....	71
<b>Tabla 5.</b> Duplicación de superficie plana, esquina A.....	74
<b>Tabla 6.</b> Duplicación de superficie plana, esquina B.....	74
<b>Tabla 7.</b> Duplicación de superficie plana, esquina C.....	74
<b>Tabla 8.</b> Duplicación de superficie plana, esquina D.....	75
<b>Tabla 9.</b> Duplicación de superficie plana sección de mayor tamaño, esquina A.....	76
<b>Tabla 10.</b> Duplicación de superficie plana sección de mayor tamaño, esquina B.....	77
<b>Tabla 11.</b> Duplicación de superficie plana sección de mayor tamaño, esquina C.....	77
<b>Tabla 12.</b> Duplicación de superficie plana sección de mayor tamaño, esquina D.....	77
<b>Tabla 13.</b> Diferencia en posición tridimensional y en espacio de imagen, sección verde.....	79
<b>Tabla 14.</b> Duplicación de superficie plana sección roja, esquina A.....	79
<b>Tabla 15.</b> Duplicación de superficie plana sección roja, esquina B.....	80
<b>Tabla 16.</b> Duplicación de superficie plana sección roja, esquina c.....	80
<b>Tabla 17.</b> Duplicación de superficie plana sección roja, esquina D.....	80
<b>Tabla 18.</b> Diferencia en posición tridimensional y en espacio de imagen, superficie completa.....	82
<b>Tabla 19.</b> Diferencia en posición tridimensional y en espacio de imagen de superficie con curvatura suave.....	86

# Bibliografía

- [1] Skaar S.B, Brockman W. H., Hanson R. "Camera Space Manipulation", The International Journal of Robotics Research Vol. 6, No. 4, pp. 20-32, 1987.
- [2] Emilio J. González-Galván, Ambrocio Loredó-Flores, Erika D. Laborico-Avilés, Felipe Pazos-Flores, "An Optimal Path-generation Algorithm for Surface Manufacturing of Arbitrarily Curved Surfaces using Uncalibrated Vision". 2007 IEEE International Conference on Robotics and Automation Roma, Italy, 10-14 April 2007.
- [3] Perifericos Avanzados, Escáneres 3D, (Agosto 2008), URL: <http://www.pav.freedom4u.es/index.html>
- [4] Impresora 3D, cómo funcionan, (Julio 2008), URL: <http://www.xataka.com/perifericos/impresoras-3d-comofuncionan>
- [5] Sistema de Reconstrucción 3D mediante cámaras estereoscópicas y luz estructurada, (Septiembre 2008), URL: <http://dmi.uib.es/~skn3d/index.php>
- [6] Federico Cristina, Sebastián Dapoto, Javier Vegas, Veronica Artola, Claudia Russo, María José Abásolo, "Desarrollo de un escáner 3D mediante cámaras estereoscópicas e iluminación láser", Anales de CACIC2006
- [7] Ambrocio Loredó-Flores, "Desarrollo de un algoritmo de control de robots basado en visión para el seguimiento óptimo de trayectorias", Tesis de Maestría, UASLP. 2002.
- [8] Sergio Rolando Cruz-Ramírez "Desarrollo de un algoritmo de control basado en visión para la ejecución de tareas robotizadas sobre superficies arbitrarias curvas", Tesis de Mestría, UASLP. 2002.
- [9] Rita Beltrán Catalán, Eduardo Islas Pérez, Benjamin Zayas Pérez, "Evaluation of 3D Scanners to Develop Virtual Reality Applications", Proceedings of the 2007 IEEE Fourth Congress of Electronics, Robotics and Automotive Mechanics (CERMA 2007), pp 551-556.
- [10] Aziza Zaki, Mona Eskander, "Spray Painting of a General Three-Dimensional Surface", Proceedings of the 2000, International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS 2000), Volume 3, pp. 2172-2177.
- [11] González Galvan Emilio Jorge, Loredó Flores Ambrocio, Aviles Erika D, "Un Esquema Basado en Visión para el Seguimiento de Trayectorias sobre Superficies Arbitrarias", VI Congreso Mexicano de Robótica, COMRob 2004 EIME, Universidad Autónoma de Coahuila, 7 y 8 de Octubre de 2004 Torreón, Coah., México.
- [12] Steven B. Skaar, Issac Yalda-Mooshabad, and William H. Brockman, "Nonholonomic Camera-Space Manipulation", IEEE Transactions on Robotics and Automation. Vol. 8, pp. 464-479. August 1992.
- [13] Junta Doi, Kentaro Shimizu, and Masakazu Sekijima, "High-Density Surface Reconstruction of Fine Arts and Documents for Complete Reproduction and Counterfeit Detection", Proceedings of the 2007 IEEE International Conference on Networking, Sensing and Control, London, UK, 15-17 April 2007.

- [14] Jiman Han, Yi Jia “CT Image Processing and Medical Rapid Prototyping”, 2008 International Conference on BioMedical Engineering and Informatics. Vol 2, pp 67-71, 27-30 May 2008.
- [15] Artzai Picón , Arantza Bereciartua , José Angel Gutiérrez , José Pérez, “3D High Precision Tube Bevel Measurement using laser based Rotating Scanner”, IEEE Computer Graphics and Applications, vol. 18, no. 3, pp 28-37, Mayo 1998.
- [16] Masakazu MORIMOTO, Kensaku FUJII, “A Portable 3D Scanner Based on Structured Light and Stereo Camera”, Proceedings of International Symposium on Communications and Information Technology, 2005, (ISCIT 2005), Vol 1, pp 569-572. 12-14 Oct. 2005.
- [17] Tien-Tung Chung and Chao-Yang Liao, “An Integrated Scanning System for Reconstructing 3D Color Models of General Objects”, Proceedings of the 2005 IEEE International Conference on Mechatronics, pp. 477-482, July 10-12, 2005, Taipei, Taiwan.
- [18] Michael Petrov, Andrey Talapov, Timothy Robertson, Alexei Lebedev, Alexander Zhilyaev, and Leonid Polonskiy, “Optical 3D Digitizers: Bringing Life to the virtual World”, Proceedings of IEEE 1998, Computer Graphics and Applications, Vol 18, pp 28-37, May/June 1998.
- [19] Luis A. Raygoza Pérez, Emilio J. Gonzalez-Galvan, Ambrocio Loredó-Flores, Jorge J. Pastor, Eric T. Baumgartner, “An enabling camera model for non-calibrated, vision-based, robot-positioning task”. Sometido para publicación en Autonomous Robots. Octubre 2008.
- [20] Junkins JL, “An Introduction to Optimal Estimation of Dynamical Systems”, The Netherlands: Aalphen Aaan Den Rijn, Sitjhoff & Noordhoff, 1978.
- [21] Técnicas de Procesado de Imagen (Mayo 2009) URL:  
[http://www.des.udc.es/~adriana/TercerCiclo/CursoImagencurso/web/Filtrado\\_Espacial\\_Real.html](http://www.des.udc.es/~adriana/TercerCiclo/CursoImagencurso/web/Filtrado_Espacial_Real.html)
- [22] Rapid prototyping Technology (Ago 2008),URL:<http://www.3drapid.com/metodos.htm>
- [23] Sturm P. On focal length calibration from two views. Proceedings of the IEEE Computer Society Conference on Computer Vision and Pattern Recognition. Vol 2, pp. 145-150. 2001.
- [24] Hammarstedt P, Kakl F, Heyden A. Affine Structure from Translational Motion with Varying and Unknown Focal Length. Proc. of the 17th International Conference on Pattern Recognition (ICPR04), Vol. 1, pp.120-123. 2004.
- [25] [http://www.vision.caltech.edu/bouguetj/calib doc/](http://www.vision.caltech.edu/bouguetj/calib_doc/)
- [26] <http://metrovisionlab.unizar.es/>