



UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE SAN LUIS POTOSÍ

Facultad de Ingeniería

Centro de Investigación y Estudios de Posgrado

**“ANÁLISIS DEL PROCESO DE EMBUTIDO DE PIEZAS RECTANGULARES
UTILIZANDO EL CONCEPTO DE DIÁMETRO EQUIVALENTE (ANÁLISIS
TEÓRICO Y MEF)”**

TESIS PROFESIONAL

Para obtener el grado de
MAESTRO EN INGENIERÍA MECÁNICA

Presenta:

ING. FRANCISCO JAVIER COLORADO ALONSO

Asesor:

DR. HUGO IVÁN MEDELLÍN CASTILLO

22 de junio de 2010

ING. FRANCISCO JAVIER COLORADO ALONSO
P R E S E N T E. –

En atención a su solicitud de Temario, presentada por el **Dr. Hugo Iván Medellín Castillo** Asesor de la Tesis que desarrollará Usted, con el objeto de obtener el Grado de *Maestría en Ingeniería Mecánica*. Me es grato comunicarle que en la Sesión de Consejo Técnico Consultivo celebrada el día 22 de junio del presente año, fue aprobado el Temario propuesto:

TEMARIO:

**“ANÁLISIS DEL PROCESO DE EMBUTIDO DE PIEZAS RECTANGULARES
UTILIZANDO EL CONCEPTO DE DIÁMETRO EQUIVALENTE (ANÁLISIS
TEÓRICO Y MEF)”**

INTRODUCCIÓN,

1. ANTECEDENTES TEÓRICOS.
2. ANÁLISIS DEL PROCESO DE EMBUTIDO RECTANGULAR.
3. ANÁLISIS POR ELEMENTO FINITO DEL PROCESO DE EMBUTIDO RECTANGULAR.
4. ANÁLISIS Y DISCUSIÓN DE CASOS DE ESTUDIO.

CONCLUSIONES,


BIBLIOGRAFÍA,

APÉNDICE.

“MODOS ET CUNCTARUM RERUM MENSURAS AUDEBO”

ATENTAMENTE

ING. ARMANDO VIRAMONTES ALDANA
DIRECTOR



UNIVERSIDAD AUTÓNOMA
DE SAN LUIS POTOSÍ
FACULTAD DE INGENIERÍA
DIRECCIÓN



FACULTAD
DE INGENIERÍA

Av. Manuel Nava 8
Zona Universitaria • CP 78200
San Luis Potosí, S.L.P.
tel. (444) 826 2330 al 39
Fax (444) 826 2336
www.uaslp.mx

Resumen

Este proyecto de tesis comprende el análisis teórico y simulación numérica mediante el método de elemento finito (MEF) del proceso de embutido de piezas rectangulares utilizando el concepto del diámetro equivalente. El objetivo es evaluar las diversas ecuaciones teóricas que se han propuesto en la literatura para el análisis del embutido rectangular, en particular aquellas expresiones para determinar la altura de embutido permisible. Para llevar a cabo este estudio, la metodología utilizada comprende:

- 1) Identificar las diversas expresiones teóricas para el cálculo de la altura de embutido permisible en piezas rectangulares.
- 2) Determinar la altura permisible para un conjunto de piezas industriales utilizando métodos teóricos, numéricos (MEF) y experimentales.
- 3) Comparar los resultados teóricos, numéricos y experimentales.
- 4) Evaluar el error de predicción de la altura permisible de cada expresión teórica e identificar la de mayor precisión.

De los resultados del estudio se obtiene el grado de precisión que tiene cada una de las expresiones teóricas propuestas en la literatura para el cálculo de la altura permisible de embutido de piezas rectangulares. De esta manera se identifica la expresión analítica que tiene la mayor precisión, la cual se recomienda para el análisis del embutido rectangular.

Agradecimientos

Estoy muy agradecido por el apoyo recibido durante la realización de este trabajo de tesis. En el cual varias personas han estado involucradas directa e indirectamente para el desarrollo de este trabajo, que sin su ayuda no habría sido posible la obtención de esta tesis.

Primeramente quiero agradecer a mis padres Natalia Alonso y Francisco Colorado que con su apoyo y dedicación han logrado mantenerme en el camino de la superación y que en los momentos difíciles hemos estado unidos para salir adelante.

Al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología por la beca recibida durante la realización de mis estudios de posgrado, la cual sin el apoyo no habría sido posible el término del presente trabajo.

A mi asesor de tesis el Dr. Hugo Iván Medellín Castillo que con su apoyo, guía y comentarios me han inspirado para realizar un buen trabajo de investigación, además agradezco su gran dedicación y disposición mostrada durante todo el tiempo invertido de principio a fin para concluir este trabajo de tesis.

A mis co-asesores de tesis Dr. Pedro de Jesús García Zugasti y al Dr. Dirk Frederik de Lange que con sus comentarios y sugerencias han logrado aportar discusiones críticas para el mejoramiento del trabajo realizado.

A la Facultad de Ingeniería y CIEP por brindar las instalaciones necesarias; a los profesores de posgrado por sus conocimientos impartidos en clases.

San Luis Potosí, Febrero del 2011

Francisco Javier Colorado Alonso

Contenido

Resumen	i
Agradecimientos	ii
Contenido	iii
Lista de figuras	vi
Lista de tablas.....	viii
Introducción	1
Planteamiento del problema.....	2
Objetivo general	3
Objetivo particular	3
Estructura de la tesis.....	4
Capítulo 1	
Antecedentes teóricos	5
1.1 Esfuerzos.....	5
1.1.1 Componentes de esfuerzo.....	6
1.1.2 Esfuerzos principales.....	7
1.1.3 Ecuaciones de equilibrio.....	8
1.2 Deformaciones.....	10
1.3 Relación entre esfuerzo y deformación.....	11
1.4 Teoría de plasticidad.....	12
1.4.1 Comportamiento plástico	13
1.4.2 Simplificaciones del comportamiento plástico.....	15
1.4.3 Aspectos a considerar en el comportamiento plástico	16
1.4.4 Definición de anisotropía	19
1.4.5 Criterios de cedencia para materiales anisotrópicos.....	21
1.5 Formado de metal.....	25
1.5.1 Proceso de embutido circular.....	26
1.5.2 Análisis de ingeniería en el embutido.....	28
1.6 Defectos en el embutido	31
1.7 Conclusiones	32
Capítulo 2	
Análisis del proceso de embutido rectangular	33
2.1 Embutido rectangular.....	33
2.1.1 Mecánica de la operación de embutido.....	33

2.1.2	Estado de esfuerzos en la pieza	36
2.1.3	Efecto de las variables del proceso de embutido	38
2.2	Altura permisible del embutido rectangular	42
2.2.1	Concepto de diámetro equivalente	42
2.2.2	Alturas de embutido propuestas en literatura para el embutido rectangular	45
2.3	Conclusiones	46
Capítulo 3		
	Análisis por elemento finito del proceso de embutido rectangular	47
3.1	Método de elemento finito	47
3.1.1	Proceso de solución del elemento finito	48
	Análisis lineal	48
	Análisis no lineal	51
3.1.2	Método de Newton-Raphson	54
3.1.3	Software LS-DYNA	55
3.1.4	Algoritmo de solución	56
3.1.5	Modelo geométrico	56
3.1.6	Tipo de elemento	57
3.1.7	Modelo constitutivo	58
3.1.8	Simetría del modelo	60
3.1.9	Mallado de las piezas	60
3.1.10	Restricciones	61
3.1.11	Modelo de contacto	61
3.1.12	Modelo de fricción	62
3.1.13	Asignación de cargas	62
3.1.14	Solución y análisis de resultados	63
3.1.15	Metodología de solución	66
3.2	Calibración del modelo	67
3.2.1	Análisis de resultados	68
3.3	Conclusiones	73
Capítulo 4		
	Análisis y discusión de casos de estudio	74
4.1	Aspectos generales del proceso de fabricación	74
4.2	Ecuaciones para el cálculo de la altura permisible de embutido	76
4.3	Modelo MEF de simulación	76
4.3.1	Análisis de la pieza 2	78
4.3.2	Análisis de pieza 3	79
4.3.3	Análisis de pieza 5	81

4.3.4	Análisis de pieza 11.....	83
4.4	Análisis del conjunto de piezas.....	84
4.5	Discusión de resultados.....	86
4.5.1	Piezas con falla.....	86
4.5.2	Piezas sin falla.....	87
4.5.3	Error de predicción.....	89
4.6	Conclusiones.....	90
Conclusiones.....		91
Contribuciones.....		92
Trabajo futuro.....		93
Bibliografía.....		94
Apéndices.....		97
A.	Análisis comparativo entre el elemento cascarón (Shell) y Sólido (Solid).....	97
B.	Representación gráfica del criterio de falla.....	99
C.	Altura máxima de embutido obtenido a través de simulación.....	103
D.	Código de programación del modelo de calibración MEF.....	104
E.	Código de programación del modelo MEF.....	109

Lista de figuras

Figura 1. Herramientas principales en el proceso de embutido profundo: punzón, pisador, lámina y dado.	2
Figura 2. a) Tipos de esfuerzos presentes en el embutido, b) deformación del elemento en la parte superior de la copa y c) deformación del elemento en la pared de la copa.....	3
Figura 1.1. Estado de esfuerzos en un elemento de volumen. (a) Fuerzas actuando sobre las caras, (b) y (c) diferentes notaciones de las componentes de esfuerzo [7].	6
Figura 1.2. Componentes de esfuerzo plano.....	7
Figura 1.3. Sistema cartesiano de referencia.	8
Figura 1.4. Componentes cartesianas de esfuerzo.	8
Figura 1.5. Variación diferencial de tensión en los diferentes planos del diferencial de volumen.	9
Figura 1.6. Curva esfuerzo-deformación verdadera obtenida a partir de un ensayo a tensión.	13
Figura 1.7. Esfuerzo-deformación verdadero graficado en una escala logarítmica.....	14
Figura 1.8. Simplificaciones del comportamiento plástico [22].	15
Figura 1.9. Deformación plástica (ϵ_s^p), deformación elástica (ϵ_s^e), de un estado de esfuerzos S.....	16
Figura 1.10. Obtención de la expresión matemática que representa el comportamiento plástico.	16
Figura 1.11. Representación gráfica del fenómeno de Histéresis.....	18
Figura 1.12. Efecto Bauschinger.	18
Figura 1.13. Dimensiones inicial y final de la probeta al aplicar una carga F.....	20
Figura 1.14. Clasificación de los procesos de formado de metal de acuerdo a DIN 8582.	26
Figura 1.15. Herramientas básicas del proceso de embutido. a) Variables del proceso de embutido. b) Embutido de una copa cilíndrica: 1) Lámina inicial y 2) después de aplicar la fuerza del punzón sobre la lámina [17].	27
Figura 1.16. Zonas de deformación durante el embutido profundo [18].	27
Figura 1.17. Copas embutidas a) con una presión correcta del pisador, b) Insuficiente presión del pisador sobre la lámina causando arrugas [18].	28
Figura 1.18. Dimensiones geométricas del punzón, pisador y dado [20].	30
Figura 1.19. Disco de radio inicial R_0 , espesor t_0 para obtener una copa cilíndrica.	31
Figura 1.20. Defectos comunes en las partes embutidas (a) el arrugado puede ocurrir en la pestaña o (b) en la pared, (c) desgarres, (d) orejeado y (e) rayas superficiales [22]. ...	32
Figura 2.1. a) Herramientas principales del proceso de embutido profundo: punzón, pisador, dado. b) Prensa mecánica con los componentes principales (punzón, pisador, lámina y dado) [25].	34
Figura 2.2. Mecánica de la operación de embutido. Diferentes tipos de efectos que se presentan en la lámina como fricción, dobles, tensión y presión.	34
Figura 2.3. Principales defectos en las piezas rectangulares embutidas (arrugas y fisuras).	35
Figura 2.4. Etapas del proceso de embutido: a) movimiento del punzón y pisador, b) contacto del pisador con la lámina y desplazamiento del punzón y c) contacto del punzón sobre la lámina.	35
Figura 2.5. Distribución de esfuerzos sobre el espesor de la curvatura de la lámina en condición de carga [26].	36

Figura 2.6. Lámina sometida a doblado en el radio de esquina del dado [26].	37
Figura 2.7. Tipos de esfuerzos presentes en el embutido de una lámina rectangular.	37
Figura 2.8. Lámina circular y lámina rectangular. (Nomenclatura: De: diámetro de la lámina circular, A y B: ancho y largo de la lámina rectangular respectivamente).	42
Figura 2.9. Parámetros geométricos de una parte cilíndrica embutida.	43
Figura 2.10. Parámetros geométricos de una parte rectangular: h (altura de la pieza), a (largo), b (ancho), t (espesor).	44
Figura 3.1. Elemento lineal.	48
Figura 3.2. Elemento de resorte simple.	49
Figura 3.3. Sistema de resortes de dos elementos. a) Modelo del sistema; b) diagramas de cuerpo libre por separado.	50
Figura 3.4. Procedimiento de solución del método de Newton Raphson.	54
Figura 3.5. Aproximación del método de Newton-Raphson.	56
Figura 3.6. Herramientas del embutido rectangular dibujadas en CATIA®.	56
Figura 3.7. Elemento Shell 163 de LS-DYNA®.	58
Figura 3.8. Simetría de las herramientas utilizadas en la simulación.	60
Figura 3.9. Mallado de las piezas.	60
Figura 3.10. Pasos generales para realizar la simulación MEF.	66
Figura 3.11. Dimensiones de las herramientas para el embutido cuadrado (Makinouchi [48]).	67
Figura 3.12. Deformación plástica equivalente, altura de embutido de 21.67 mm.	69
Figura 3.13. Deformación plástica equivalente, altura de embutido de 21.67 mm.	69
Figura 3.14. Deformación plástica equivalente, altura de embutido de 29.98 mm.	69
Figura 3.15. Deformación plástica equivalente, altura de embutido de 29.98 mm.	70
Figura 3.16. Deformación plástica equivalente, altura de embutido de 38.33 mm.	70
Figura 3.17. Deformación plástica equivalente, altura de embutido de 38.33 mm.	70
Figura 3.18. Imagen de un cuarto de la pieza embutida. Muestra la forma inicial y la forma final de la lámina.	71
Figura 3.19. Distribución de espesor a lo largo de la pieza de trabajo.	72
Figura 3.20. Porcentaje de adelgazamiento de la lámina a lo largo de la dirección OA.	72
Figura 3.21. Porcentaje de adelgazamiento de la lámina a lo largo de la dirección OB.	73
Figura 4.1. Parámetros geométricos de una pieza rectangular.	74
Figura 4.2. Pieza 2: a) esfuerzos a 37 mm, b) falla a 37 mm, c) esfuerzos a 28.3 mm, d) falla a 28.3 mm.	78
Figura 4.3. Gráfica esfuerzo de Hill versus altura de embutido para la pieza 2.	79
Figura 4.4. Pieza 3: a) esfuerzos a 16.8 mm, b) esfuerzos a 18.7 mm, c) falla a 18.7 mm, d) falla a 26.7 mm.	80
Figura 4.5. Gráfica esfuerzo de Hill versus altura de embutido para la pieza 3.	80
Figura 4.6. Pieza 5: a) esfuerzos a 38.1 mm, b) esfuerzos a 77.9 mm, c) falla a 77.9 mm, d) esfuerzos a 88.6 mm.	82
Figura 4.7. Gráfica esfuerzo de Hill versus altura de embutido para la pieza 5.	82
Figura 4.8. Pieza 11: a) esfuerzos a 38 mm, b) falla a 38 mm, c) esfuerzos a 24.6 mm.	83
Figura 4.9. Gráfica esfuerzo de Hill versus altura de embutido para la pieza 11.	84
Figura 4.10. Valor de altura de embutido propuesto por las diferentes ecuaciones (que presentan falla).	87
Figura 4.11. Valor de altura de embutido propuesto por las diferentes ecuaciones (piezas que presentan falla).	88

Lista de tablas

<i>Tabla 1.1. Factor de corrección de n, donde 'D' es el diámetro inicial de la lámina y 'd' es</i>	29
<i>Tabla 2.1. Velocidades típicas de embutido para diferentes materiales.</i>	39
<i>Tabla 3.1. Propiedades mecánicas del acero 1015.</i>	58
<i>Tabla 3.2. Restricciones impuestas a las herramientas.</i>	61
<i>Tabla 3.3. Parámetros de plasticidad.</i>	64
<i>Tabla 3.4. Propiedades del material (acero).</i>	68
<i>Tabla 3.5. Parámetros de plasticidad.</i>	68
<i>Tabla 3.6. Valores de reducción de la lámina.</i>	71
<i>Tabla 4.1. Conjunto de piezas con sus respectivos parámetros geométricos.</i>	75
<i>Tabla 4.2. Propiedades mecánicas del acero 1015.</i>	75
<i>Tabla 4.3. Parámetros de plasticidad.</i>	77
<i>Tabla 4.4. Diferentes alturas analizadas en la simulación.</i>	77
<i>Tabla 4.5. Resultados del análisis del conjunto de 20 piezas embutidas a diferentes alturas.</i>	85
<i>Tabla 4.6. Conjunto de piezas que presentan falla con sus respectivos valores de altura.</i>	86
<i>Tabla 4.7. Conjunto de piezas que presentan falla con sus respectivos valores de altura.</i>	88
<i>Tabla 4.8. Error de predicción de la altura de embutido del conjunto de 20 piezas.</i>	89

Introducción

Hoy en día la tecnología es una de las herramientas más importantes para el desarrollo de nuevos productos. En nuestro diario vivir utilizamos muchos productos metálicos que son fabricados a partir de procesos de conformado de lámina metálicas. Hay un gran número de productos que todo el mundo usa diariamente y que han sido producidos por el proceso de formado de metal. Un ejemplo de ello es la manufactura de partes empleando el proceso de embutido, el cual ha probado ser un método económicamente efectivo ya que elimina operaciones costosas como lo son el maquinado y la soldadura, además, que permite la producción de partes delgadas con superficies complicadas tales como paneles automotrices o partes estructurales [1].

Actualmente, el proceso de formado de metal ha estado creciendo de manera considerable debido a que la industria automotriz ha sido uno de los promotores más importantes. Estos componentes tienden a realizar funciones más complejos, piezas largas que reemplazan a los ensambles de partes múltiples, piezas con una reducción de peso. El proceso por el cual se lleva a cabo la realización de estos componentes es el proceso de embutido profundo. Debido a que no existen métodos analíticos para predecir el formado de piezas complejas metálicas, los diseñadores o fabricantes recurren a los métodos experimentales o a prueba y error para el desarrollo de estos productos, ocasionando costos altos y tiempos largos de desarrollo.

Los productos fabricados a partir de hojas metálicas incluyen una gran variedad de objetos de consumo e industriales. Tales productos son fabricados a partir de diferentes procesos de manufactura. En la industria para describir las operaciones generales de formado de hojas metálicas se le llama trabajo de prensado o formado de prensado la cual se realiza en prensas. El trabajo de prensado consiste de cuatro componentes principales: punzón, pisador, lámina y dado [2], como se muestra en la figura 1.

En el desarrollo de los procesos de embutido existen diferentes tipos de embutido, desde el más sencillo como el de partes cilíndricas donde las variables y sus interacciones se pueden identificar y controlar de manera consistente con base en cálculos analíticos, datos empíricos y ensayos de laboratorio; continuando con el embutido rectangular donde los análisis son más complejos [3]; y hasta llegar a formas irregulares y complejas. En este último se involucran geometrías y/o formas complejas que son difíciles de reproducir en la práctica debido a que se deben manipular diferentes parámetros, por lo que se recurre a la experimentación para desarrollar la forma final. El punto clave a ser considerado en el formado de una superficie compleja es que los estados de deformación varían a lo largo del contorno de la sección transversal, el flujo de metal no es axisimétrico, y el grado de axisimetría en el flujo de metal varía también con el avance del proceso [4].

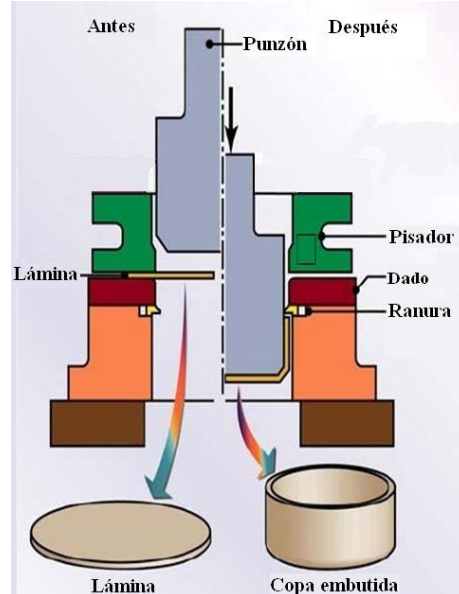


Figura 1. Herramientas principales en el proceso de embutido profundo: punzón, pisador, lámina y dado.

Planteamiento del problema

En el embutido, existen múltiples factores que pueden afectar la calidad del producto terminado. Estos factores pueden ser: radio de esquina del dado, distribución de la presión en el pisador, altura de embutido, lubricación, características del material, geometría del herramental, etc. Estos parámetros interactúan uno con otro haciendo difícil identificar que parámetro manipular para obtener un buen producto terminado. Por ejemplo, si la fuerza de pisador es excesiva, se puede presentar la fractura en la lámina. Sin embargo, estas relaciones en algunos casos no son medibles tan fácilmente, y no se podría medir cada uno de los parámetros individualmente para cuantificar su efecto sobre el proceso, es decir, sería impráctico hacer esto. Aunque no es factible medir el efecto de cada parámetro, es importante poder manipular y controlar bien estos parámetros, por su efecto en la calidad de las piezas.

En el embutido la lámina es forzada a entrar a la cavidad del dado, produciendo que en la pieza de trabajo se presenten fenómenos como deformación plástica, esfuerzos de tensión y compresión como se muestra en la figura 2. Por la complejidad del mecanismo de deformación en el caso de piezas rectangulares embutidas y el número de factores que afectan el proceso, no es factible realizar un análisis teórico, por lo que se recurre a análisis y simulaciones usando el Método del Elemento Finito (MEF) [5]. Este método permite realizar una simulación virtual para predecir el comportamiento del material durante la operación de formado, haciéndolo una herramienta indispensable para el diseño de procesos de formado de piezas. Existen varios trabajos de investigación que tratan de realizar un análisis teórico y numérico de partes rectangulares. Como resultado de estas investigaciones se han obtenido distintas expresiones teóricas que determinan la altura permisible en el embutido rectangular.

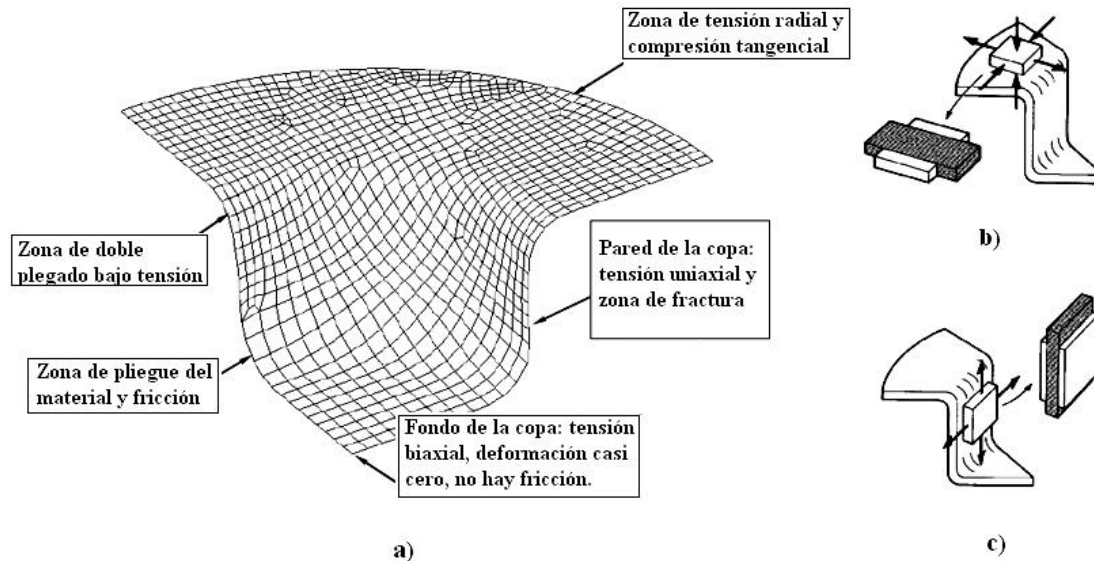


Figura 2. a) Tipos de esfuerzos presentes en el embutido, b) deformación del elemento en la parte superior de la copa y c) deformación del elemento en la pared de la copa.

Por lo anterior se propone el uso del MEF como una herramienta de análisis para evaluar las diversas expresiones teóricas, propuestas en la literatura, para el cálculo de la altura permisible en el embutido rectangular. El propósito de esta evaluación es identificar la expresión que predice con mayor precisión la altura permisible de embutido. Con ello se podrá reducir el tiempo de desarrollo de algún producto disminuyendo las pruebas experimentales.

Objetivo general

El objetivo principal del presente trabajo de tesis es determinar la altura permisible en el embutido rectangular utilizando métodos teóricos, numéricos (MEF) y experimentales. El propósito es identificar la expresión teórica que prediga con mayor precisión la altura permisible en el embutido rectangular. Para ello se utilizará la herramienta de simulación MEF y datos de piezas embutidas en la industria.

Objetivo particular

Los objetivos particulares del trabajo son:

- Analizar el proceso de embutido de lámina, en particular el embutido de piezas rectangulares. Identificar los parámetros involucrados en el proceso de fabricación, lo cual permita tener un mejor entendimiento del proceso.
- Revisar las distintas expresiones teóricas propuestas en la literatura para el cálculo de la altura permisible en el embutido rectangular.
- Proponer y/o desarrollar una nueva expresión para el cálculo de la altura permisible en el embutido rectangular, la cual servirá de base para realizar comparaciones con las distintas expresiones que existen actualmente.
- Desarrollar un modelo MEF para la simulación del proceso de embutido rectangular. En este modelo se deberán contemplar los distintos parámetros del

proceso, tales como la geometría, propiedades del material, lubricación, fuerza del pisador, etc.

- e) Desarrollar e implementar un criterio de falla del material en el modelo MEF.
- f) Evaluar mediante simulación MEF la altura máxima de embutido de piezas rectangulares.
- g) Analizar y comparar la altura permisible en el embutido rectangular, utilizando métodos teóricos, numéricos (MEF) y experimentales.
- h) Evaluar el porcentaje de error que presenta cada una de las expresiones teóricas propuestas en la literatura.
- i) Identificar la expresión teórica que predice con mayor precisión la altura permisible en el embutido rectangular.

Se considera que al lograr los objetivos anteriores, el objetivo general de la tesis se cumple, contribuyendo de esta manera al desarrollo del proceso de embutido rectangular, en particular al análisis de la altura máxima de embutido en piezas rectangulares.

Estructura de la tesis

Esta tesis está organizada de la siguiente manera. El capítulo 1 presenta un resumen de los conceptos básicos utilizados en el área de formado de metal, tales como esfuerzo, deformación y plasticidad. Dentro de este capítulo se incluye una exploración del proceso de embutido circular que servirá de base para iniciar el análisis del embutido rectangular. En el capítulo 2 se realiza un análisis del embutido rectangular que incluye la descripción de la mecánica de operación del embutido, la revisión de los parámetros involucrados en el proceso, y el análisis de la altura máxima del embutido rectangular. El capítulo 3 muestra el análisis por MEF del proceso de embutido rectangular. Este apartado incluye la descripción del modelo MEF desarrollado para reproducir el proceso real de embutido. También se presenta un ejemplo de calibración del modelo. En el capítulo 4 se realiza un análisis y discusión de casos de estudio obtenidos de la industria. También se presenta un análisis comparativo de los resultados obtenidos del análisis teórico, simulación y experimentación. Finalmente se presentan las conclusiones obtenidas con el desarrollo del presente trabajo.

Capítulo 1

Antecedentes teóricos

En el proceso de formado de metal, la pieza de trabajo está sometida a fuerzas externas para lograr una forma deseada. Bajo la acción de fuerzas, la pieza se expone a cargas internas que contribuyen al desarrollo de esfuerzos y deformaciones. Además existen otros parámetros que influyen en el proceso como: la geometría, el material de la pieza de trabajo, fuerzas externas. En este capítulo se muestra una introducción acerca de los conceptos básicos utilizados en el proceso de formado de metal.

1.1 Esfuerzos

El esfuerzo se define como la fuerza por unidad de área, o la intensidad de la fuerza distribuida a través de una sección dada. El esfuerzo se representa por la letra griega sigma (σ). Si el área de aplicación es muy pequeña de tal forma que se aproxime a cero, el área llegara a ser un punto. De esta forma el esfuerzo que actúa en este punto tendrá, una magnitud $\sigma = dF/dA$. El esfuerzo puede ser descompuesto en dos componentes, un esfuerzo cortante (τ) y un esfuerzo normal (σ_n), según se muestra en las siguientes expresiones [6]:

$$\tau = \frac{dF_t}{dA} \quad (1.1)$$

$$\sigma_n = \frac{dF_n}{dA} \quad (1.2)$$

en donde dF_t y dF_n es la fuerza tangencial y normal respectivamente que actúan directamente en una área (dA) específica del material.

Existen dos definiciones distintas de esfuerzo: la primera es cuando la fuerza (F) es dividida por el área inicial (A_0) en la cual el esfuerzo actúa, a esto se le llama esfuerzo nominal:

$$\sigma_{nom} = \frac{F}{A_0} \quad (1.3)$$

La segunda definición es el esfuerzo verdadero y se obtiene al dividir la fuerza (F) entre el área (A) donde actúa la fuerza en el instante de la deformación:

$$\sigma = \frac{F}{A} \quad (1.4)$$

En el caso de deformación elástica de un cuerpo, el cambio de área es pequeño, de esta forma las dos definiciones de esfuerzo son aproximadamente iguales. En el caso de la deformación plástica, el cambio del área puede ser muy grande y la definición de esfuerzo que se utiliza es el esfuerzo verdadero.

1.1.1 Componentes de esfuerzo

El comportamiento mecánico en un punto de un cuerpo puede ser representado por las componentes de esfuerzo y deformación en una forma tridimensional. Para ello se considera un elemento pequeño de volumen con dimensiones dx , dy y dz en equilibrio y al cual se le aplican fuerzas como se muestra en la figura 1.1a. En este elemento las componentes de esfuerzo deberán ser las mismas en la parte frontal y posterior, pero con signo contrario, debido a que están en equilibrio. La fuerza en cada una de las caras del elemento puede ser descompuesta en componentes paralelas a la dirección del eje principal y componentes ortogonales a esta dirección. Cuando las componentes de fuerza se dividen por el área sobre la que actúan, se obtienen nueve componentes de esfuerzo, como se muestra en la figura 1.1b ó c.

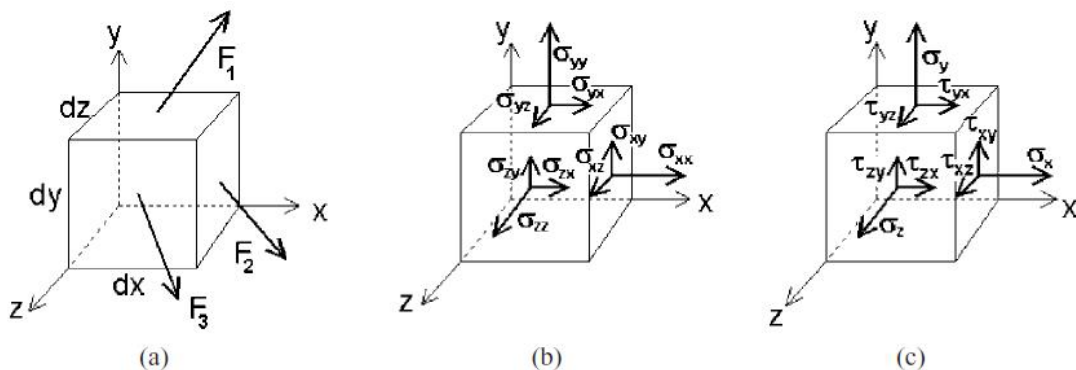


Figura 1.1. Estado de esfuerzos en un elemento de volumen. (a) Fuerzas actuando sobre las caras, (b) y (c) diferentes notaciones de las componentes de esfuerzo [7].

En referencia a la nomenclatura, existen componentes de esfuerzo con dos subíndices iguales (por ejemplo: σ_{xx}), los cuales corresponden a un esfuerzo normal y componentes de esfuerzo con dos subíndices diferentes (por ejemplo: τ_{xy}), los cuales identifican un esfuerzo cortante. El primer subíndice indica la normal al plano sobre el cual está situado el esfuerzo y el segundo subíndice indica la dirección o eje al cual es paralelo. Si las fuerzas en el elemento de volumen se encuentran en equilibrio como en la figura 1.1 y no existe aceleración del elemento alrededor de cualquiera de los ejes, entonces se tiene que:

$$\tau_{xy} = \tau_{yx} \quad \tau_{yz} = \tau_{zy} \quad \tau_{zx} = \tau_{xz} \quad (1.5)$$

De esta manera el número de componentes de esfuerzo se reduce de nueve a seis: tres esfuerzos normales y tres esfuerzos cortantes representándose mediante la forma matricial:

$$T = \begin{bmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_z \end{bmatrix} \quad (1.6)$$

El tensor de esfuerzos, ecuación (1.6), representa una definición matemática de los estados de esfuerzos internos en un punto específico del cuerpo.

1.1.2 Esfuerzos principales

Cuando las componentes de esfuerzo sobre los planos normales al eje z , σ_z y τ_z son cero, los esfuerzos solo se aplican al plano xy , por lo cual se tiene un estado de esfuerzo plano. Como las componentes de esfuerzo cortante son nulas se tendrá solo componentes de esfuerzo normal. Estos componentes de esfuerzo normal son generalmente llamados esfuerzos principales y se representan por los símbolos: σ_1 , σ_2 y σ_3 , donde σ_1 es el esfuerzo principal más grande y σ_3 es el esfuerzo principal más pequeño. Debido a que un estado general de esfuerzos es difícil de analizar con seis componentes de esfuerzo, se recurre a simplificar mediante el caso de esfuerzo plano, también llamado esfuerzo biaxial, en donde todas las componentes de esfuerzo en el plano xy del elemento, figura 1.1, son cero ($\sigma_z = \tau_{zy} = \tau_{zx}$). Para este caso el estado de esfuerzos se presenta en una forma bidimensional como se muestra en la figura 1.2.

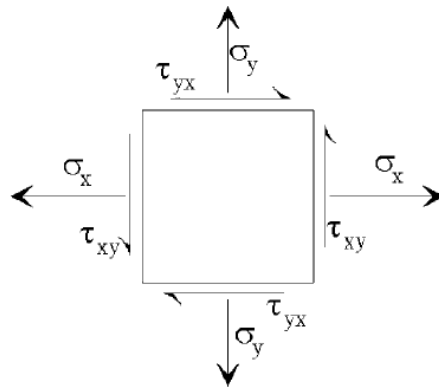


Figura 1.2. Componentes de esfuerzo plano.

Para este caso de esfuerzo plano, los esfuerzos principales están relacionados con las componentes de esfuerzo σ_x , σ_y y σ_z los cuales se calculan de la siguiente manera:

$$\begin{aligned}\sigma_1 &= \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + \sqrt{\frac{1}{4}(\sigma_x - \sigma_y)^2 + \tau_{xy}^2} \\ \sigma_2 &= \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} - \sqrt{\frac{1}{4}(\sigma_x - \sigma_y)^2 + \tau_{xy}^2}\end{aligned}\quad (1.7)$$

La orientación de los planos en los cuales los esfuerzos principales ocurren, se puede determinar mediante la siguiente expresión:

$$\tan 2\phi = \frac{2\tau_{xy}}{\sigma_x - \sigma_y}\quad (1.8)$$

Por lo tanto, mediante las ecuaciones (1.7) y (1.8) se determinan los esfuerzos principales para cualquier estado de esfuerzos plano.

1.1.3 Ecuaciones de equilibrio

Hasta este momento se ha descrito los componentes de esfuerzo pero surge la necesidad de saber si las componentes de esfuerzo son independientes entre sí, o existe alguna relación entre dichas componentes. Para responder a esta cuestión se plantea el concepto de ecuaciones de equilibrio que a continuación se describe.

Para derivar las ecuaciones de equilibrio, se considera un elemento diferencial de volumen, de forma hexaédrica y de dimensiones (dx, dy, dz) , con vértice en O y con caras paralelas a un cierto sistema de referencia cartesiano (x, y, z) con origen en O (figura 1.3) [7].

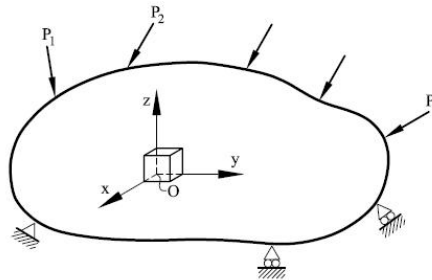


Figura 1.3. Sistema cartesiano de referencia.

Sobre cada cara del elemento diferencial actúa una tensión diferente que se puede descomponer según los ejes de referencia (figura 1.4).

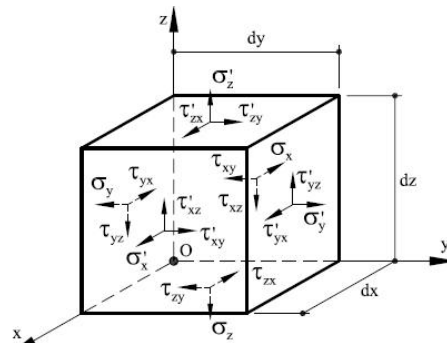


Figura 1.4. Componentes cartesianas de esfuerzo.

Para analizar el estado de equilibrio en el elemento diferencial, se considera lo siguiente:

- La suma de fuerzas según cada uno de los tres ejes coordenados debe ser igual a cero.
- La suma de momentos según los tres ejes paralelos a los ejes coordenados, debe ser cero.

El elemento diferencial de volumen dV está delimitado por los planos: $z_1 = 0$; $z_1 = dz_1$; $z_2 = 0$; $z_2 = dz_2$; $z_3 = 0$; $z_3 = dz_3$, como se muestra en la figura 1.5.

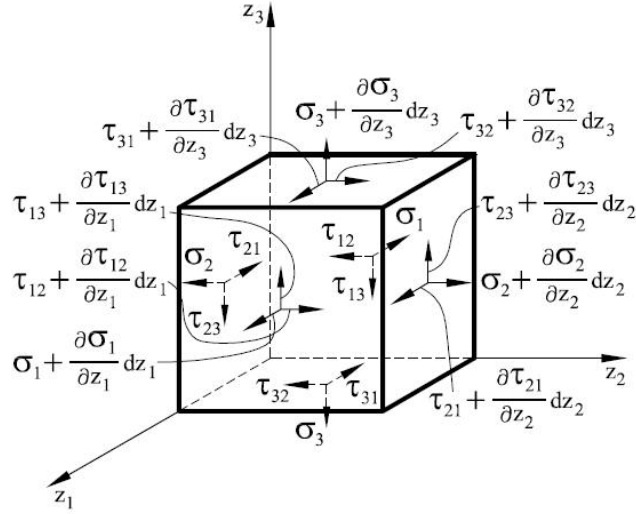


Figura 1.5. Variación diferencial de tensión en los diferentes planos del diferencial de volumen.

Si en el plano $z_1 = 0$ se tienen las tensiones $\sigma_1, \tau_{12}, \tau_{13}$, en el plano $z_1 = dz_1$ se tendrán $\sigma_1 + (\partial\sigma_1/\partial z_1)dz_1, \tau_{12} + (\partial\tau_{12}/\partial z_1)dz_1, \tau_{13} + (\partial\tau_{13}/\partial z_1)dz_1$. De la misma forma si para $z_2 = 0$ las tensiones son $\sigma_2, \tau_{21}, \tau_{23}$, para el plano $z_2 = dz_2$ su valor será $\sigma_2 + (\partial\sigma_2/\partial z_2)dz_2, \tau_{21} + (\partial\tau_{21}/\partial z_2)dz_2, \tau_{23} + (\partial\tau_{23}/\partial z_2)dz_2$. Finalmente, si para $z_3 = 0$ se tiene $\sigma_3, \tau_{31}, \tau_{32}$, para $z_3 = dz_3$ las tensiones valdrán $\sigma_3 + (\partial\sigma_3/\partial z_3)dz_3, \tau_{31} + (\partial\tau_{31}/\partial z_3)dz_3, \tau_{32} + (\partial\tau_{32}/\partial z_3)dz_3$.

Se supondrá asimismo que en dicho elemento de volumen actúan fuerzas por unidad de volumen y cuyas componentes, según cada uno de los tres ejes coordenados, valen b_1, b_2 y b_3 . Aplicando el estado de equilibrio en la dirección z_1 para el elemento diferencial de la figura 1.5 se deduce la siguiente expresión:

$$\begin{aligned} \sum F_1 = 0: & \left(\sigma_1 + \frac{\partial\sigma_1}{\partial z_1} dz_1 \right) dz_2 dz_3 - \sigma_1 dz_2 dz_3 + \\ & + \left(\tau_{21} + \frac{\partial\tau_{21}}{\partial z_2} dz_2 \right) dz_1 dz_3 - [(\tau_{21} dz_1 dz_3)] \\ & + \left(\tau_{31} + \frac{\partial\tau_{31}}{\partial z_3} dz_3 \right) dz_1 dz_2 - [(\tau_{31} dz_1 dz_2)] + b_1 dz_1 dz_2 dz_3 = 0 \end{aligned} \quad (1.9)$$

Simplificando la ecuación (1.9) se obtiene:

$$\frac{\partial\sigma_1}{\partial z_1} + \frac{\partial\tau_{21}}{\partial z_2} + \frac{\partial\tau_{31}}{\partial z_3} + b_1 = 0 \quad (1.10)$$

Aplicando las condiciones de equilibrio para las componentes z_2 y z_3 , se obtiene lo siguiente:

$$\begin{aligned}\frac{\partial \tau_{12}}{\partial z_1} + \frac{\partial \sigma_2}{\partial z_2} + \frac{\partial \tau_{32}}{\partial z_3} + b_2 &= 0 \\ \frac{\partial \tau_{13}}{\partial z_1} + \frac{\partial \tau_{23}}{\partial z_2} + \frac{\partial \sigma_3}{\partial z_3} + b_3 &= 0\end{aligned}\tag{1.11}$$

Al conjunto de ecuaciones (1.10) y (1.11) son conocidas como ecuaciones de equilibrio y expresan las relaciones diferenciales entre las componentes de esfuerzo debido al equilibrio de fuerzas.

1.2 Deformaciones

En el análisis de formado de metal es necesario conocer el concepto de deformación. Cuando un cuerpo se deforma, las partículas del material presentan un desplazamiento. Las deformaciones son definidas en términos de estos desplazamientos y así mismo pueden ser elásticas o plásticas. En el caso de pequeñas deformaciones, como en algunos metales donde se presentan deformaciones elásticas, las deformaciones son muy pequeñas en comparación con las deformaciones plásticas donde la deformación es grande y el material se deforma de manera permanente, originando así un cambio en sus dimensiones. De esta forma para pequeñas deformaciones, las deformaciones axiales (ε_x , ε_y y ε_z) y las deformaciones cortantes (γ_{xy} , γ_{yz} y γ_{zx}) se pueden expresar por las ecuaciones de desplazamiento diferencial:

$$\varepsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x}, \quad \varepsilon_y = \frac{\partial v}{\partial y}, \quad \varepsilon_z = \frac{\partial w}{\partial z}\tag{1.12}$$

$$\gamma_{xy} = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}, \quad \gamma_{yz} = \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y}, \quad \gamma_{zx} = \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x}\tag{1.13}$$

Las seis componentes de deformación ε_x , ε_y , ε_z , γ_{xy} , γ_{yz} , y γ_{zx} describen completamente el estado de deformación en un punto de interés. Las ecuaciones (1.12) y (1.13) son solo validas para pequeñas deformaciones, si se presenta el caso de grandes deformaciones entonces se deberán agregar términos adicionales como resultado de la geometría y/o el material.

En el caso de deformaciones también se presentan deformaciones principales (ε_1 , ε_2 y ε_3) con una deformación cortante igual a cero. Para un estado de deformación plana en donde la tercera deformación principal ε_3 es cero, las deformaciones principales se expresan de la siguiente forma:

$$\begin{aligned}\varepsilon_1 &= \frac{\varepsilon_x + \varepsilon_y}{2} + \sqrt{\frac{1}{4}(\varepsilon_x - \varepsilon_y)^2 + (\gamma_{xy} / 2)^2} \\ \varepsilon_2 &= \frac{\varepsilon_x + \varepsilon_y}{2} - \sqrt{\frac{1}{4}(\varepsilon_x - \varepsilon_y)^2 + (\gamma_{xy} / 2)^2}\end{aligned}\tag{1.14}$$

y la dirección principal se representa mediante la siguiente expresión:

$$\tan 2\alpha = -\frac{\gamma_{xy}}{\varepsilon_x - \varepsilon_y} \quad (1.15)$$

La ecuación (1.15) es válida aun cuando $\varepsilon_2 = \varepsilon_3 = 0$, siempre y cuando si ε_z es una deformación principal.

1.3 Relación entre esfuerzo y deformación

La forma de relacionar los conceptos esfuerzo-deformación es por medio de las ecuaciones de comportamiento de material o ecuaciones constitutivas para un material. Estas ecuaciones constitutivas pueden contener hasta 81 constantes del material, dependiendo el tipo de material. Por ejemplo, para un material que es homogéneo, isotrópico, linealmente elástico, las constantes del material para satisfacer las ecuaciones constitutivas son dos. Estas dos constantes son el módulo de Young, E , y el coeficiente de Poisson ν . El módulo de Young determina el cambio en la longitud de un componente para una carga dada, y el coeficiente de Poisson determina las deformaciones uniaxiales laterales y axiales que se presentan al aplicar una carga axial a un cuerpo. Las relaciones de esfuerzo-deformación que describen a este tipo de material linealmente elástico e isotrópico son las siguientes:

$$\begin{aligned} \sigma_x &= \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} [(1-\nu)\varepsilon_x + \nu(\varepsilon_y + \varepsilon_z)] \\ \sigma_y &= \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} [(1-\nu)\varepsilon_y + \nu(\varepsilon_x + \varepsilon_z)] \\ \sigma_z &= \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} [(1-\nu)\varepsilon_z + \nu(\varepsilon_x + \varepsilon_y)] \\ \tau_{xy} &= \frac{E}{2(1+\nu)} \gamma_{xy} = G\gamma_{xy} \\ \tau_{xz} &= \frac{E}{2(1+\nu)} \gamma_{xz} = G\gamma_{xz} \\ \tau_{yz} &= \frac{E}{2(1+\nu)} \gamma_{yz} = G\gamma_{yz} \end{aligned} \quad (1.16)$$

En el caso de los esfuerzos cortantes, se introduce el concepto de módulo de elasticidad al corte, G . La forma más simple de representar estas ecuaciones constitutivas para un caso de elasticidad lineal es por medio de la ley de Hooke ($\sigma = C\varepsilon$) donde la constante C es obtenida a partir de las relaciones esfuerzo-deformación (1.16):

$$[C] = \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \begin{bmatrix} 1-\nu & \nu & \nu & 0 & 0 & 0 \\ \nu & 1-\nu & \nu & 0 & 0 & 0 \\ \nu & \nu & 1-\nu & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1-2\nu}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1-2\nu}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1-2\nu}{2} \end{bmatrix} \quad (1.17)$$

Finalmente escribiendo las ecuaciones (1.16) en la forma de la Ley de Hooke, se tiene:

$$\begin{pmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_z \\ \tau_{xy} \\ \tau_{yz} \\ \tau_{zx} \end{pmatrix} = [C] \begin{pmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_z \\ \gamma_{xy} \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{zx} \end{pmatrix} \quad (1.18)$$

Estas ecuaciones constitutivas dan una relación entre esfuerzo y deformación en un punto para el caso de un análisis lineal.

1.4 Teoría de plasticidad

En los procesos de formado de metal, el material es deformado plásticamente para obtener la forma deseada. Para estimar las fuerzas externas requeridas para lograr la forma deseada, es necesario determinar la deformación plástica y los esfuerzos desarrollados a través de la deformación [8]. Para el caso de pequeñas deformaciones de materiales elástico-lineal, las ecuaciones que gobiernan a este caso son: deformación-desplazamiento, esfuerzo-deformación y ecuaciones de movimiento. Las ecuaciones de movimiento siguen siendo las mismas para el caso plástico. Pero las primeras dos ecuaciones necesitan modificarse. La primera diferencia es que en la deformación plástica existen grandes deformaciones, por lo tanto, no se puede usar el criterio de pequeña deformación. Por tal motivo es necesario hacer un cambio en la ecuación para aplicarlo a grandes desplazamientos. La segunda diferencia es que el comportamiento del material para la deformación plástica difiere significativamente del comportamiento elástico. Cuando un cuerpo es deformado plásticamente, este no va a regresar a su forma original después de que se le aplicaron fuerzas externas. Este comportamiento se describe por un conjunto de relaciones de esfuerzo-deformación, en las cuales el material está sometido a fluctuaciones de carga y descarga, por tal motivo esta relación esfuerzo-deformación estará cambiando.

1.4.1 Comportamiento plástico

Durante la prueba de tensión de un material, se realiza una gráfica de esfuerzo-deformación de ingeniería, la cual sirve para obtener parámetros básicos referentes a la parte elástica. Sin embargo para el caso de grandes deformaciones, correspondiente a la parte plástica del material, se utiliza la curva esfuerzo-deformación verdaderos. Estos datos son obtenidos a partir de pruebas experimentales realizadas a una probeta de ensayo. El esfuerzo verdadero en un ensayo a tensión se define:

$$\sigma = \frac{P}{A_0} \frac{l}{l_0} \quad (1.19)$$

donde sigma (σ) es el esfuerzo verdadero, P es la carga aplicada, l es la longitud final de la probeta, A_0 es el área inicial de la probeta y l_0 es la longitud inicial de la probeta. Para obtener los valores de P y l se considera que el alargamiento de la probeta consiste en incrementos de cambio instantáneo de longitud durante la prueba de tensión.

Si durante la deformación de la probeta en un ensayo a tensión, ésta tiene incrementos muy pequeños en longitud, entonces, se usa la definición de incrementos de deformación por unidad de longitud actual como sigue:

$$d\varepsilon = \frac{dl}{l} \quad (1.20)$$

Debido a que en el proceso de deformación la probeta continua deformándose uniformemente en una dirección, el incremento de deformación se integra y se obtiene lo siguiente:

$$\varepsilon = \int d\varepsilon = \int_{l_0}^l \frac{dl}{l} = \ln \frac{l}{l_0} \quad (1.21)$$

La curva esfuerzo-deformación verdadera puede ser calculada a partir de las ecuaciones (1.19) y (1.21) como se muestra en la figura 1.6.

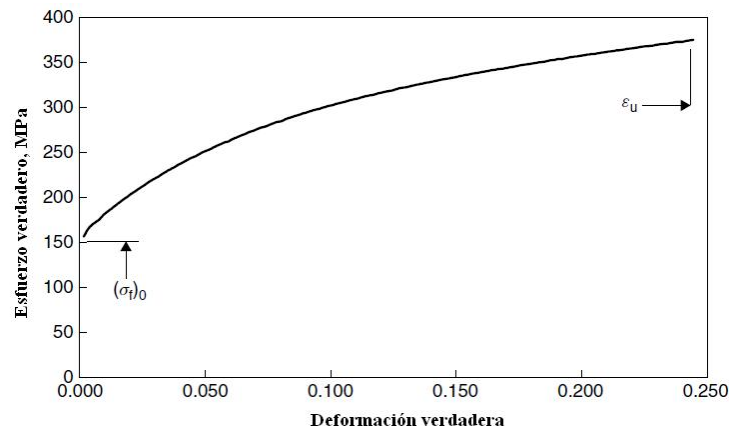


Figura 1.6. Curva esfuerzo-deformación verdadera obtenida a partir de un ensayo a tensión.

Si el esfuerzo y deformación verdaderos se grafican en una escala logarítmica como en la figura 1.7. Se obtiene que en pequeñas deformaciones en la región elástica, la curva muestra un comportamiento lineal con una pendiente unitaria. A esta porción de la gráfica se le representa mediante la ecuación de la región elástica llamada la ley de Hooke:

$$\sigma = E\varepsilon \quad (1.22)$$

Donde E es la constante de proporcionalidad entre la fuerza aplicada y el desplazamiento que ε produce. La constante de proporcionalidad E comúnmente conocida como Módulo de Young depende de las propiedades mecánicas del material.

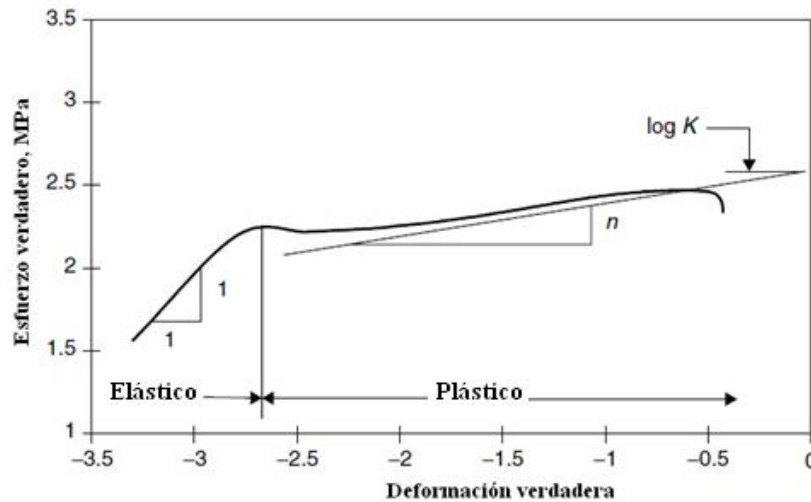


Figura 1.7. Esfuerzo-deformación verdadero graficado en una escala logarítmica.

Para la región plástica también existe una expresión matemática que describe el comportamiento del material cuando existen grandes deformaciones:

$$\sigma = K\varepsilon^n \quad (1.23)$$

En donde K se le conoce como coeficiente de resistencia y n como exponente de endurecimiento por deformación. Los valores de K y n varían dependiendo el material y su valor numérico se obtiene a partir de pruebas experimentales. Se observa que en la gráfica de la figura 1.7, cuanto mayor sea la pendiente de n , mayor será la capacidad de endurecimiento por deformación del material, es decir, se vuelve más fuerte y duro al deformarse.

1.4.2 Simplificaciones del comportamiento plástico

Para evitar la complejidad matemática en el análisis del comportamiento plástico, las relaciones esfuerzo-deformación son simplificadas por aproximación o idealización del comportamiento actual esfuerzo-deformación. Tales relaciones son obtenidas a través de la curva de esfuerzo contra deformación real, principalmente esta curva muestra dos regiones importantes: región elástica ($\sigma = E\varepsilon$) y plástica ($\sigma = K\varepsilon^n$). Hay cuatro formas básicas de relación de esfuerzo-deformación que describen el comportamiento de casi todos los materiales sólidos (figura 1.8), como se describe a continuación.

- Rígido perfectamente-plástico. La respuesta elástica y el endurecimiento por deformación se ha omitido, en ausencia de éste, la respuesta plástica se denomina rígido-perfectamente plástica.
- Elástico-perfectamente plástico. En esta gráfica se incluye la respuesta elástica, previa al límite elástico. Los metales se comportan de esta manera cuando han sido calentados a temperaturas lo suficientemente altas para recrystalizarse.
- Endurecimiento por deformación (lineal). En esta se omite la respuesta elástica y se ha supuesto que el endurecimiento por deformación es lineal.
- Endurecimiento por deformación. En esta simplificación los materiales obedecen a la ley de Hooke en la región elástica. Su deformación continua requiere de esfuerzos mayores donde en la región plástica esta descrita por el coeficiente de resistencia y exponente de endurecimiento. La mayoría de los metales dúctiles se comportan de esta manera cuando se trabaja en frío.

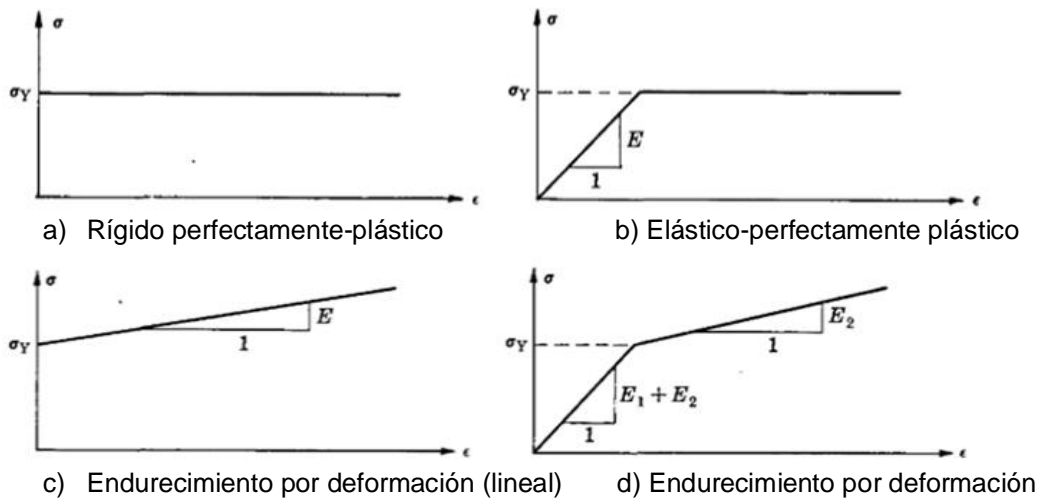


Figura 1.8. Simplificaciones del comportamiento plástico [22].

En la teoría de la plasticidad, el objetivo principal es obtener una formulación matemática que defina las relaciones esfuerzo-deformación para la región plástica y la necesidad de un criterio de cedencia apropiado para predecir el comienzo del comportamiento plástico.

1.4.3 Aspectos a considerar en el comportamiento plástico

a) Endurecimiento por deformación

Para representar el comportamiento plástico es necesario obtener una relación matemática que indique en qué momento la curva esfuerzo-deformación cambia de la porción elástica a plástica. Para ello se analiza el endurecimiento por deformación que se presenta antes del punto de cedencia en donde los esfuerzos incrementan con la deformación. El esfuerzo de cedencia indica el punto donde termina la región elástica y donde comienza la región plástica. Para analizar esto se construye una gráfica (figura 1.9) y se toma como ejemplo el punto S. Al estar ubicados en este punto S de esfuerzo y al hacer una descarga hasta un nivel de esfuerzo cero siguiendo por la línea T, se obtiene una línea OT que indica la parte plástica de deformación correspondiente al esfuerzo S (ϵ_s^p); la otra parte restante es la parte elástica de deformación (ϵ_s^e).

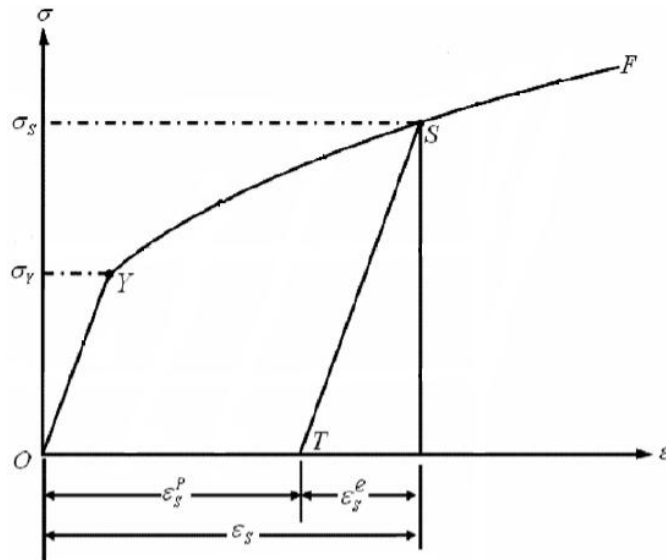


Figura 1.9. Deformación plástica (ϵ_s^p), deformación elástica (ϵ_s^e), de un estado de esfuerzos S.

De esta forma se pueden obtener los valores de la parte plástica de deformación para cada punto de esfuerzo localizados en la zona plástica de la curva. Si se gráfica el punto S se obtiene la figura 1.10.

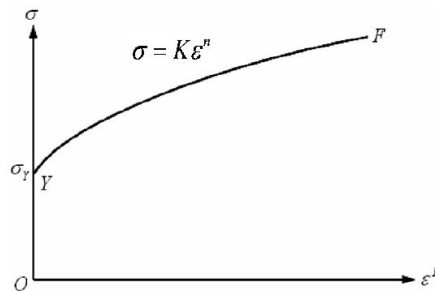


Figura 1.10. Obtención de la expresión matemática que representa el comportamiento plástico.

Esta gráfica se representa matemáticamente como $\sigma = K\varepsilon^n$, donde K y n son conocidos como parámetros de endurecimiento. Si ε^p es cero, el valor de K es igual a σ_y . Por lo tanto para una cedencia inicial (ε^p) la ecuación $\sigma = K\varepsilon^n$ se reduce a la forma $\sigma = \sigma_y$.

b) Temperatura

Si la prueba de tensión se realiza a una temperatura elevada, se observa que más allá del punto de cedencia, los esfuerzos requeridos para causar más flujo de material disminuyen con el aumento de temperatura. En este caso el parámetro K de la ecuación (1.23) depende también de la temperatura. Este efecto debe ser considerado en el análisis de procesos de formado en caliente.

c) Viscoplasticidad

Cuando se realiza una prueba de tensión con una velocidad más alta de carga, se observa que por arriba del esfuerzo inicial de cedencia, el esfuerzo requerido para causar más flujo de material incrementa con la velocidad de deformación. Este fenómeno se le llama viscoplasticidad [25]. Este incremento en el esfuerzo se debe a la resistencia viscosa del material para continuar fluyendo. Este efecto se modela de acuerdo a la siguiente ecuación:

$$\sigma - h(\varepsilon^p) = 0 \quad (1.24)$$

en donde h depende en alguna medida de la velocidad de deformación. Este efecto se debe tomar en cuenta en las relaciones esfuerzo-deformación al analizar procesos de formado de metal o procesos de maquinado en caliente o a altas temperaturas. Esto debido a que el material se convierte en viscoplástico a temperaturas elevadas y altas velocidades de deformación.

d) Efecto de la velocidad de deformación

El principal efecto que tiene la velocidad a la cual se deforma un material es el fenómeno conocido como endurecimiento por velocidad de deformación. Este fenómeno consiste en que al aumentar la velocidad de deformación sobre un material, la resistencia de este aumenta. Este fenómeno se debe tomar en cuenta al momento de simular el formado del material.

e) Grandes deformaciones

Las deformaciones en la región plástica son grandes, debido a ello no se puede usar el tensor de deformación lineal como la medida de deformación para representar la deformación plástica. Para ello se recurre a las expresiones de esfuerzo-deformación verdadera en una escala logarítmica.

f) Histéresis

Suponer que se ha realizado un ensayo de tensión a una probeta y se ha obtenido la curva esfuerzo-deformación de la figura 1.11. Si a la probeta se le lleva hasta un nivel de esfuerzos al punto B y posteriormente se descarga hasta un nivel de esfuerzo cero en el punto C y nuevamente se vuelve a aplicar una carga, se observará que la línea que se

sigue es CD pero para unirse a la línea YF lo hace por medio de una curva DB . A este fenómeno se le llama histéresis (figura 1.11).

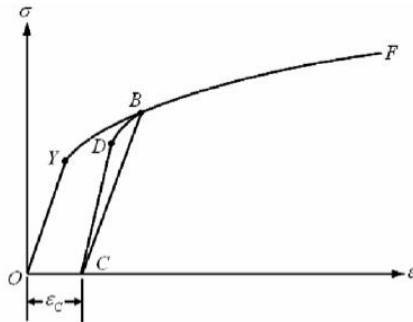


Figura 1.11. Representación gráfica del fenómeno de Histéresis.

Esta curva de histéresis en la figura ha sido exagerada. En la realidad esta curva es muy pequeña y por lo tanto el efecto sobre las relaciones plásticas esfuerzo-deformación puede ser omitido y se toma en cuenta que las líneas BC y CD son idénticas e iguales al Módulo de Young.

g) Efecto Bauschinger

Si a una probeta se le aplica una fuerza de tensión hasta el punto B (figura 1.12) y posteriormente se le retira la carga hasta un nivel de esfuerzos cero (punto C) quedando una deformación plástica ϵ_c en la barra. El siguiente paso es llevarla a una carga pero a compresión. Esta seguirá la línea CD donde el nuevo esfuerzo de cedencia ϵ_D (a compresión) es más pequeño en magnitud que el ϵ_B . Este fenómeno es llamado efecto de Bauschinger. Este valor más bajo del esfuerzo de cedencia en compresión es causado por los esfuerzos residuales (a escala microscópica) que se quedan en la probeta después de descargar.

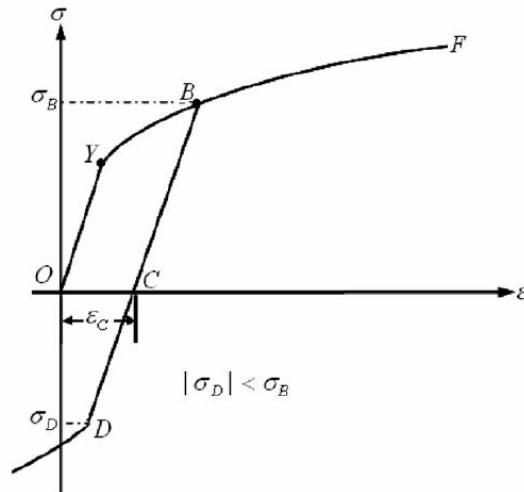


Figura 1.12. Efecto Bauschinger.

h) Anisotropía

La microestructura de metales es de naturaleza cristalina. En un metal las direcciones cristalográficas están orientadas aleatoriamente. En un nivel macroscópico, esto significa que no hay direcciones preferenciales. Por lo tanto un metal puede ser isotrópico en una escala macroscópica. Sin embargo cuando está sujeto a procesos de formado como laminado, rolado, extrusión, embutido, etc., las direcciones cristalográficas rotan hacia un eje común, de este modo crean una dirección preferencial. De este modo, después del proceso de formado, el metal llega a ser usualmente anisotrópico. Cuando el metal es sujeto a mas procesos de formado el criterio de cedencia y las relaciones plásticas esfuerzo-deformación usadas para el análisis de este proceso deben incorporar anisotropía.

i) Plasticidad en metales

La deformación plástica en metales es típicamente asociada con deformaciones grandes antes de la falla. En general, la deformación plástica total puede variar entre 5 y 100 % en metales dúctiles deformados a falla a temperatura ambiente. Sin embargo, la porción elástica de la curva esfuerzo-deformación es generalmente limitada a deformaciones por debajo de 0.1 a 1 %. De este modo, los metales y sus aleaciones exhiben 4 gráficas plásticas como las que se definieron en la sección 1.4.2.

1.4.4 Definición de anisotropía

Debido a la estructura cristalina y las características de los procesos de formado a que se sujeta el material, las láminas metálicas exhiben un valor de anisotropía en sus propiedades mecánicas. Este valor de anisotropía se ve reflejado en el comportamiento plástico de la lámina metálica de acuerdo a distintas direcciones. Este valor numérico llamado parámetro de Lankford o coeficiente de anisotropía [9] es determinado por pruebas de tensión uniaxiales sobre probetas en forma de lámina. Este coeficiente es definido por:

$$r = \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_3} \quad (1.25)$$

donde ε_2 y ε_3 son las deformaciones de la probeta en la dirección del ancho y grosor, como se muestra en la figura 1.13:

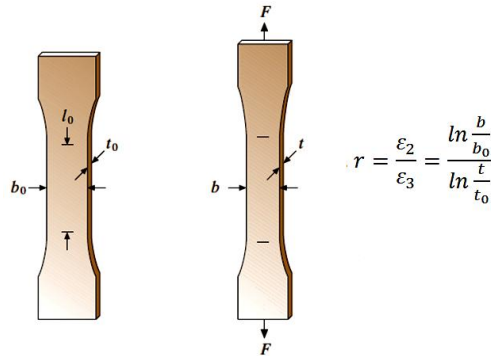


Figura 1.13. Dimensiones inicial y final de la probeta al aplicar una carga F .

Donde b_0 y b son el ancho inicial y final respectivamente, mientras que t_0 y t son el grosor inicial y final de la probeta. Como el grosor de la probeta es muy pequeño en comparación con el ancho, se pueden presentar errores de medición de las dos deformaciones. Por lo cual, estas relaciones son reemplazadas por unas cantidades simples teniendo el mismo orden de magnitud: longitud y ancho de la probeta. Tomando en cuenta la condición de volumen constante:

$$\epsilon_1 + \epsilon_2 + \epsilon_3 = 0 \quad (1.26)$$

la ecuación (1.25) toma la forma de:

$$r = -\frac{\epsilon_2}{\epsilon_1 + \epsilon_2} \quad (1.27)$$

finalmente para obtener la ecuación para evaluar el coeficiente de anisotropía es el siguiente:

$$r = \frac{\ln \frac{b}{b_0}}{\ln \frac{l \cdot b_0}{l_0 \cdot b}} \quad (1.28)$$

Por convención los valores de anisotropía son determinados a 20% de la elongación para propósitos de comparación. Los experimentos demuestran que el valor de r depende de la dirección del plano. Si la probeta es cortada en el eje longitudinal a la dirección de rolado, se obtiene el coeficiente de anisotropía a 90° (r_{90}). El promedio de los valores de anisotropía es obtenido por las diferentes direcciones en el plano de la lámina metálica, a este valor se le llama coeficiente de anisotropía normal .

Teniendo determinado los valores de anisotropía r de las diferentes probetas cortadas a lo largo de las tres direcciones en el plano de la lámina metálica (0° , 45° y 90° respectivamente), el coeficiente de anisotropía normal se calcula de la siguiente forma:

$$r_n = \frac{r_0 + 2r_{45} + r_{90}}{4} \quad (1.29)$$

Una medida de la variación de la anisotropía normal con el respecto al ángulo en la dirección de rolado está definido por la expresión (1.30) conocida como anisotropía planar:

$$\Delta r = \frac{r_0 + r_{90} - 2r_{45}}{2} \quad (1.30)$$

1.4.5 Criterios de cedencia para materiales anisotrópicos

Para poder determinar el punto en donde el comportamiento elástico del material termina y en donde inicia el comportamiento plástico, es necesario contar con un criterio de evaluación. Dicho criterio es conocido como criterio de cedencia. A continuación se presentan los criterios de cedencia más usados para el caso de un material anisotrópico.

a. Criterio de cedencia cuadrático

El criterio de cedencia cuadrático para materiales anisotrópicos fue propuesto por von Mises [10]. Al principio fue usado para describir el comportamiento plástico de un cristal anisotrópico simple, pero más tarde también fue usado para materiales policristalinos. Este criterio esta expresado mediante la siguiente expresión:

$$\begin{aligned} \phi = & h_{11}\sigma_x^2 + h_{22}\sigma_y^2 + h_{33}\sigma_z^2 + h_{44}\tau_{xy}^2 + h_{55}\tau_{yz}^2 + h_{66}\tau_{zx}^2 + \\ & 2h_{12}\sigma_x\sigma_y + 2h_{13}\sigma_x\sigma_z + 2h_{14}\sigma_x\tau_{xy} + 2h_{15}\sigma_x\tau_{yz} + 2h_{16}\sigma_x\tau_{zx} + \\ & 2h_{23}\sigma_y\sigma_z + 2h_{24}\sigma_y\tau_{xy} + 2h_{25}\sigma_y\tau_{yz} + 2h_{26}\sigma_y\tau_{zx} + 2h_{34}\sigma_z\tau_{xy} + \\ & 2h_{35}\sigma_z\tau_{yz} + 2h_{36}\sigma_z\tau_{zx} + 2h_{45}\tau_{xy}\tau_{yz} + 2h_{46}\tau_{xy}\tau_{zx} + 2h_{56}\tau_{yz}\tau_{zx} \end{aligned} \quad (1.31)$$

donde h_{ij} ($i, j=1,2,\dots,6$) son los coeficientes de anisotropía que pueden ser obtenidos a través de pruebas mecánicas. La ecuación (1.31) contiene implícitamente los esfuerzos normales y cortantes. Olzak [11] da una generalización de esta función para materiales anisotrópicos no homogéneos. En el caso de un material ortotrópico, este puede ser reducido a una función cuadrática teniendo solo 6 términos y los coeficientes de anisotropía. Esta es la misma función propuesta por Hill [12].

b. Criterio de cedencia Hill

El criterio de cedencia anisotrópico más conocido para láminas metálicas fue desarrollado por Hill [12] en este criterio solo las componentes de esfuerzo normal pueden aparecer en la función de cedencia. Así, la función de cedencia se formula de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} 2f(\sigma_{ij}) \equiv & F(\sigma_y - \sigma_z)^2 + G(\sigma_z - \sigma_x)^2 + H(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 2L\tau_{yz}^2 + \\ & 2M\tau_{zx}^2 + 2N\tau_{xy}^2 = 1 \end{aligned} \quad (1.32)$$

Los parámetros del material F, G, H, L, M y N representan el estado actual de anisotropía de la lámina metálica, mientras que σ_{ij} representa las componentes de esfuerzo de Cauchy. Note que si $F=G=H$ y $L=M=N$, este se reduce al criterio de Von Mises. En el criterio de Hill no se considera el efecto Bauschinger y se considera los ejes de anisotropía como los ejes de referencia. Haciendo que en x sea la dirección de rolado de

la lámina y en la dirección de y transversal a la lámina metálica, entonces la ecuación (1.32) se transforma de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} & \left[(G + H)\sigma_x^2 - 2H\sigma_x\sigma_y + (F + H)\sigma_y^2 + 2N\sigma_{xy}^2 \right] - 2(G\sigma_x + F\sigma_y)\sigma_z + \\ & 2(L\sigma_{yz}^2 + M\sigma_{zx}^2) + (F + G)\sigma_z^2 = 1 \end{aligned} \quad (1.33)$$

En el caso de láminas metálicas, donde $\sigma_z = \sigma_{zx} = \sigma_{zy} = 0$ la ecuación (1.33) se reduce a:

$$(G + H)\sigma_x^2 - 2H\sigma_x\sigma_y + (F + H)\sigma_y^2 + 2N\sigma_{xy}^2 = 1 \quad (1.34)$$

Los coeficientes F , G , H , y N pueden ser determinados de experimentos. En una prueba de tensión a lo largo de la dirección x , los esfuerzos son $\sigma_x \neq 0, \sigma_y = \sigma_{xy} = 0$, y la ecuación (1.34) se reduce a:

$$G + H = (\sigma_x^Y)^{-2} \quad (1.35)$$

donde σ_x^Y es el esfuerzo de cedencia en la dirección x . Similarmente, una prueba de tensión a lo largo de la dirección y :

$$H + F = (\sigma_y^Y)^{-2} \quad (1.36)$$

donde σ_y^Y es el esfuerzo de cedencia en la dirección y . Bajo cedencia equibiaxial la tensión ocurre cuando $\sigma_x = \sigma_y = \sigma_B^Y$. En este caso, (1.34) se reduce a:

$$G + F = (\sigma_B^Y)^{-2} \quad (1.37)$$

Para obtener los valores numéricos de las ecuaciones (1.35), (1.36) y (1.37) en especial para los valores de G , F , y H se procede a resolver las siguientes expresiones:

$$2G = \frac{1}{(\sigma_x^Y)^2} - \frac{1}{(\sigma_y^Y)^2} + \frac{1}{(\sigma_B^Y)^2} \quad (1.38)$$

$$2F = \frac{1}{(\sigma_y^Y)^2} - \frac{1}{(\sigma_x^Y)^2} + \frac{1}{(\sigma_B^Y)^2} \quad (1.39)$$

$$2H = \frac{1}{(\sigma_x^Y)^2} + \frac{1}{(\sigma_y^Y)^2} - \frac{1}{(\sigma_B^Y)^2} \quad (1.40)$$

Finalmente, el coeficiente N puede ser determinado de la prueba de tensión de una probeta cortada a un ángulo de 45° en la dirección de x . El esfuerzo de cedencia se denota como σ_{45} , y $\sigma_x = \sigma_y = \sigma_{xy} = (1/2)\sigma_{45}$. Usando esta definición, el valor de N se obtenido de la siguiente manera:

$$2N = \left(\frac{\sigma_{45}}{2}\right)^{-2} - (\sigma_B^Y)^{-2} \quad (1.41)$$

Alternativamente, con estos parámetros de Hill se pueden obtener los valores r de anisotropía:

$$r_0 = \frac{H}{G} \quad (1.42)$$

$$r_{90} = \frac{H}{F} \quad (1.43)$$

$$r_{45} = \frac{N}{F+G} - \frac{1}{2} \quad (1.44)$$

c. Criterio de cedencia Hosford

Independientemente de Hill, Hosford [13] propuso un criterio de cedencia de la forma:

$$F|\sigma_y - \sigma_z|^a + G|\sigma_z - \sigma_x|^a + H|\sigma_x - \sigma_y|^a = \sigma^a \quad (1.45)$$

La principal diferencia entre las ecuaciones de Hill y Hosford consiste en el cálculo del exponente 'a'. Hosford lo relaciona a la estructura cristalográfica del material. El concluyó que la mejor aproximación es $a=6$ para materiales con estructura cristalina FCC y $a=8$ para materiales con estructura cristalina BCC.

Para esfuerzo plano la ecuación (1.45) se reduce a:

$$r_{90}|\sigma_x|^a + r_0|\sigma_y|^a + r_0 r_{90}|\sigma_x - \sigma_y|^a = r_{90}(r_0 + 1)\sigma_0^a \quad (1.46)$$

La principal ventaja del criterio de Hosford es que el valor del exponente asegura una buena aproximación al punto de cedencia calculado a través de la teoría de Bishop-Hill tal como los datos experimentales. Una importante desventaja de este criterio es causado por la falta de esfuerzo cortante: este no puede predecir la variación del coeficiente de anisotropía.

d. Criterio de Barlat-Lian

Barlat-Richmond [14] propusieron una forma más general del criterio de Hosford para materiales isotrópicos en la cual se incluye dentro de la formulación a los esfuerzos cortantes.

$$f = |k_1 + k_2|^M + |k_1 - k_2|^M + |2k_2|^M = 2\sigma_e^M \quad (1.47)$$

Donde k_1 y k_2 son las componentes del tensor de esfuerzos, mientras que M es un exponente entero teniendo el mismo significado como el exponente 'a' usado por Hosford; k_1 y k_2 se obtienen como:

$$k_1 = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \quad (1.48)$$

$$k_2 = \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2}$$

La función de cedencia dada por la ecuación (1.47) se extiende al caso de anisotropía normal en la forma de:

$$f = a|k_1 + k_2|^M + b|k_1 - k_2|^M + c|2k_2|^M = 2\sigma_e^M \quad (1.49)$$

donde a , b y c depende de los coeficientes de anisotropía mientras que k_1 y k_2 son calculados de la ecuación:

$$a = b = 2 - c = \frac{2}{1 + r} \quad (1.50)$$

Posteriormente a la ecuación (1.49), Barlat-Lian [15] realizaron una generalización para esa expresión incluyendo anisotropía planar:

$$f = a|k_1 + k_2|^M + a|k_1 - k_2|^M + c|2k_2|^M = 2\sigma_e^M \quad (1.51)$$

los coeficientes k_1 y k_2 se calculan de la siguiente forma:

$$k_1 = \frac{\sigma_x + h\sigma_y}{2} \quad (1.52)$$

$$k_2 = \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - h\sigma_y}{2}\right)^2 + p^2\tau_{xy}^2}$$

y los coeficientes a , c , h y p son parámetros característicos del material:

$$a = 2 - c = \frac{2\left(\frac{\sigma_e}{\tau_{s2}}\right)^M - 2\left(1 + \frac{\sigma_e}{\sigma_{90}}\right)^M}{1 + \left(\frac{\sigma_e}{\sigma_{90}}\right)^M - \left(1 + \frac{\sigma_e}{\sigma_{90}}\right)^M} \quad (1.53)$$

$$h = \frac{\sigma_e}{\sigma_{90}}$$

$$p = \frac{\sigma_e}{\tau_{s1}} \left(\frac{2}{2a + 2^M(2 - a)} \right)^{1/M}$$

σ_e es el esfuerzo equivalente, σ_{90} es el esfuerzo de cedencia en la dirección transversal y τ_{s1} y τ_{s2} son los esfuerzos de cedencia correspondiente a las siguientes situaciones respectivamente: (i) $\sigma_{xx} = \sigma_{yy} = 0, \sigma_{xy} = \tau_{s1} = 0$ y (ii) $\sigma_{yy} = -\sigma_{xx} = \tau_{s2}, \sigma_{xy} = \tau_{s1}$. Los parámetros del material a y h pueden ser determinados de las mediciones de la relación r de deformación. Estas relaciones son obtenidas a partir de los valores de anisotropía (r_0, r_{90}):

$$a = 2 - 2 \left(\frac{r_0}{1+r_0} \frac{r_{90}}{1+r_{90}} \right)^{1/2}, h = \left(\frac{r_0}{1+r_0} \frac{1+r_{90}}{r_{90}} \right)^{1/2} \quad (1.54)$$

Una ventaja del criterio de cedencia de Barlat-Lian es la introducción de todas las componentes de esfuerzo plano así como también de la anisotropía planar. El criterio también permite el cálculo de la distribución de anisotropía (r) y el esfuerzo de cedencia en el plano de la lámina metálica.

1.5 Formado de metal

El formado de metal es un proceso de manufactura en donde a través de fuerzas externas se modifica la forma de un cuerpo sólido deformándolo plásticamente sin cambiar la masa del cuerpo, solo la forma. Este proceso tiene algunas ventajas sobre otros procesos como la fundición y maquinado las cuales son:

- Productividad elevada con tiempos de producción cortos.
- Alta utilización del material y alta conservación de energía.
- Exactitud en dimensión y forma dentro de ciertas tolerancias.
- Los productos muestran propiedades mecánicas superiores (especialmente para cargas dinámicas).

Así mismo este tipo de proceso también tiene sus desventajas tales como:

- Debido a que se requieren fuerzas muy elevadas para moldear plásticamente, las herramientas y máquinas son costosas.
- El límite de formado del metal restringe el rango de geometrías que se quieran llevar a la fabricación.
- Este proceso requiere un alto nivel de conocimiento de ingeniería incluyendo modelado analítico, análisis numérico (proceso de simulación), y también un vasta experiencia.

El proceso de formado puede ser clasificado de acuerdo a varios criterios. De acuerdo al tipo de carga aplicado se clasifica como de compresión, tensión, tensión-compresión, doblado. Otra de las clasificaciones más prácticas es de acuerdo al tipo de producto: formado de la masa en bruto y formado de lámina. En el proceso de formado de masa en bruto las piezas de trabajo tienen geometrías espaciales (por ejemplo: sus geometrías estas regularmente balanceadas en todas las direcciones). Durante el formado de estas piezas se producen cambios grandes en la sección y en el grosor, así como el flujo de material se distribuye en todas direcciones. Generalmente está sometido a estados de esfuerzos compresivo multiaxial en la zona de deformación. Un ejemplo de este tipo de procesos es el rolado, extrusión, forjado, estirado. Por otro lado el proceso de formado de lámina se enfoca en trabajar con piezas de trabajo planas (láminas) y las piezas finales se producen con un valor de espesor de pared casi constante. Generalmente el estado de esfuerzo es el de esfuerzo biaxial tal como tensión-compresión o tensión-tensión, haciendo mención que cualquiera de los dos se puede presentar. Existe una clasificación general de acuerdo a la norma DIN 8582 [16] del proceso de formado de metal. La figura 1.14 muestra esta clasificación:

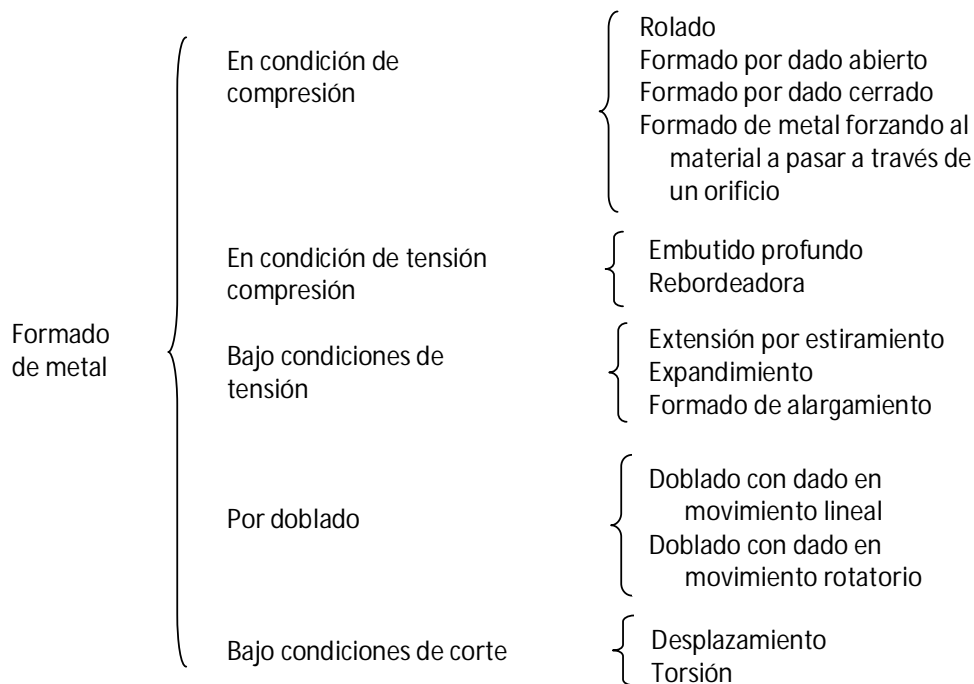


Figura 1.14. Clasificación de los procesos de formado de metal de acuerdo a DIN 8582.

Dentro de esta clasificación de la norma DIN 8582, existe el proceso de embutido profundo en el cual el metal está sujeto a una condición de esfuerzo a compresión. Este proceso de embutido profundo consiste en formar una lámina mediante un punzón rígido que entra en la cavidad de un dado, y para prevenir que existan arrugas en la lámina se utiliza la herramienta del pisador. En la práctica se encuentran dos métodos de operación del embutido: a) embutido libre: este es usado cuando el embutido es poco profundo y no se utiliza el pisador, y b) embutido con pisador: cuando la pieza es relativamente delgada, pero con un pisador debido a que el embutido suele ser profundo.

1.5.1 Proceso de embutido circular

La diferencia entre el estirado y el embutido profundo es sustancial: en el primero, la pieza se sujeta y el aumento de área se obtiene a costa del espesor de la lámina; en el segundo, se permite, e incluso se fomenta, que el blanco se introduzca a la matriz, de manera tal que el espesor no cambie nominalmente [17]. El embutido es una operación de formado de láminas metálicas que se usa para hacer piezas de forma acopada, de caja y otras formas huecas más complejas. Se realiza colocando una lámina de metal sobre la cavidad de un dado y empujando el metal hacia la cavidad de éste con un punzón. En la figura 1.19 se muestran las herramientas básicas y la operación de embutido antes y después de la operación.

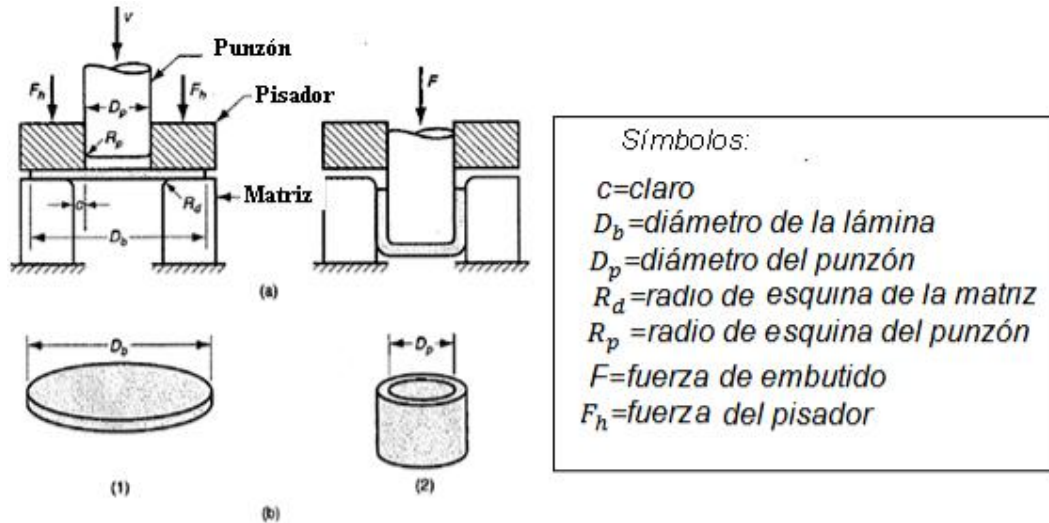


Figura 1.15. Herramientas básicas del proceso de embutido. a) Variables del proceso de embutido. b) Embutido de una copa cilíndrica: 1) Lámina inicial y 2) después de aplicar la fuerza del punzón sobre la lámina [17].

Las piezas comunes que se hacen por embutido son latas de bebidas, casquillos de municiones, lavabos, utensilios de cocina, partes para carrocería de automóviles, etc.

Para entender el proceso de formado, la pieza circular de trabajo puede ser dividida en tres zonas como se muestra en la figura 1.16. El material de la zona x forma el fondo de la copa. Este material debe deslizarse libremente a lo largo de la superficie del punzón y someterse a algún alargamiento, pero típicamente el cambio en el grosor durante el embutido del material en la zona x es mínimo. El material en la zona y forma el radio de esquina del fondo de la copa y está sujeto a un doblado. El material en la zona z se embute radialmente hacia el interior.

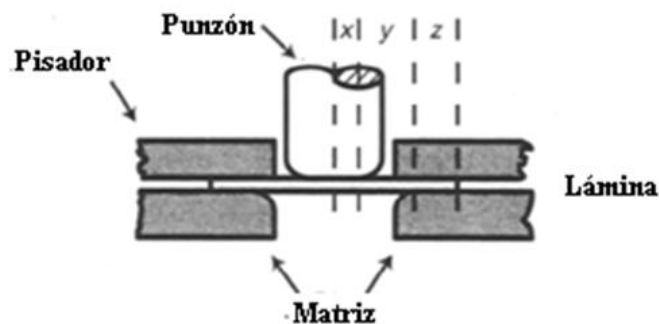


Figura 1.16. Zonas de deformación durante el embutido profundo [18].

Para evitar que no se produzcan defectos en la lámina se utiliza el pisador cuya función principal es garantizar que el material de la zona z, que se mueve radialmente hacia adentro debido al esfuerzo tangencial no cause arrugas en la pieza de trabajo como se muestra en la figura 1.17. Por lo tanto, la selección correcta de la fuerza del pisador es crítica para tener un correcto embutido. La presión del pisador es típicamente 1.5% del

esfuerzo de cedencia de la pieza de trabajo. Finalmente, en la pared de la copa, donde se localiza la región de la zona z , se presenta un alargamiento con un significativo adelgazamiento. Como resultado de esta compleja operación no es recomendable para un embutido profundo tener una copa con grosor de pared grande [18].

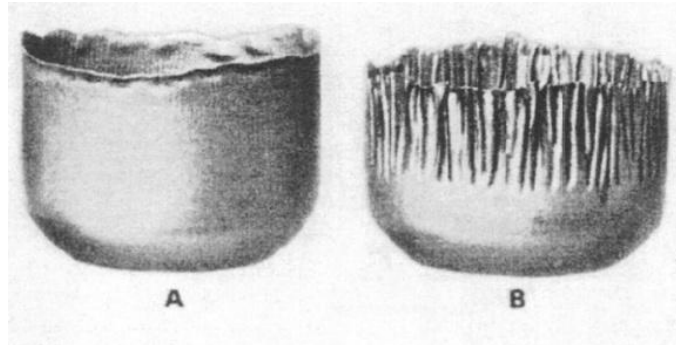


Figura 1.17. Copas embutidas a) con una presión correcta del pisador, b) Insuficiente presión del pisador sobre la lámina causando arrugas [18].

1.5.2 Análisis de ingeniería en el embutido

Una forma de medir la severidad de una operación de embutido profundo es mediante la relación de embutido DR , la cual se define para una forma cilíndrica como la relación entre el diámetro del disco inicial D_b y el diámetro del punzón D_p :

$$DR = \frac{D_b}{D_p} \quad (1.55)$$

La relación de embutido proporciona un indicativo de la severidad de una determinada operación de embutido, a mayor valor mayor severidad de la operación. Un límite superior aproximado de la relación de embutido es un valor de 2.0, el valor limitante real para una operación depende del radio de las esquinas en el punzón y el dado (R_p y R_d), de las condiciones de fricción, de la profundidad de embutido y de las características de la lámina de metal (por ejemplo, ductilidad y grado de direccionalidad de las propiedades de resistencia en el metal).

Una medida para controlar la formación de arrugas en el embutido profundo es la relación del espesor al diámetro t/D_b (espesor de la forma inicial t dividido por el diámetro de la forma D_b) cuyo valor en porcentaje es recomendable que sea mayor que 1% para evitar la formación de arrugas. Conforme decrece t/D_b , aumenta la tendencia al arrugado.

En algunos casos en el cual el diseño de la pieza embutida exceda los límites de la relación de embutido y la relación t/D_b , la pieza debe ser embutida en dos o más pasos [19].

Cuando se aplica la presión óptima al pisador, la fuerza de embutido aumenta a medida que la brida parcialmente conformada se endurece por deformación; al disminuir el diámetro de la brida, la fuerza se reduce hasta que se plancha el borde engrosado del blanco. La presión excesiva causa la fractura prematura. Una presión demasiado baja

permite el plegado de las paredes de la pieza, y si las arrugas no pueden plancharse, la copa falla cerca del final del embutido.

La fuerza de embutido requerida para realizar una operación dada se puede estimar aproximadamente mediante la siguiente ecuación [20]:

$$F_{dr} = d \cdot \pi \cdot t \cdot R_m \cdot n \quad (1.56)$$

donde:

F_{dr} = fuerza de embutido (N)

d = diámetro del punzón (mm)

t = espesor de la lámina (mm)

R_m = esfuerzo último a tensión de la lámina (MPa)

n = factor de corrección

La ecuación (1.56) estima la fuerza máxima en la operación. La fuerza de embutido varía a través del movimiento hacia abajo del punzón, alcanzando usualmente su valor máximo a una tercera parte de la longitud de la carrera. El factor de corrección n depende principalmente de la relación de embutido, que viene de las dimensiones de diámetro del punzón y lámina. En la tabla 1.1 se muestra los factores de corrección n :

n	0.2	0.3	0.5	0.7	0.9	1.1	1.3
$\beta_{actual} = \frac{D}{d}$	1.1	1.2	1.4	1.6	1.8	2.0	2.2

Tabla 1.1. Factor de corrección de n , donde ' D ' es el diámetro inicial de la lámina y ' d ' es el diámetro final de la copa embutida.

La fuerza de sujeción es un factor importante en la operación de embutido y se puede determinar mediante la siguiente expresión [20]:

$$p = \left[(\beta_{actual} - 1)^2 + \frac{d}{200 \cdot t} \right] \frac{R_m}{400} \quad (1.57)$$

donde:

p : presión del pisador (N/mm^2)

β_{actual} : relación de embutido

d : diámetro del punzón (mm)

t : espesor de la lámina (mm)

R_m : esfuerzo último a tensión (MPa)

Para obtener el área del pisador se deduce la expresión siguiente de acuerdo a la figura 1.18:

$$A_{BH} = (D^2 - d_e^2) \frac{\pi}{4} \quad (1.58)$$

$$d_e = d + 2w + 2r_M \quad (1.59)$$

donde:

A_{BH} = área del pisador (mm^2)
 D = diámetro inicial de la lámina (mm)
 d_e = diámetro efectivo del pisador (mm)
 d = diámetro del punzón (mm)
 w = claro entre el dado y el punzón (mm)
 r_M = radio de curvatura del dado (mm)

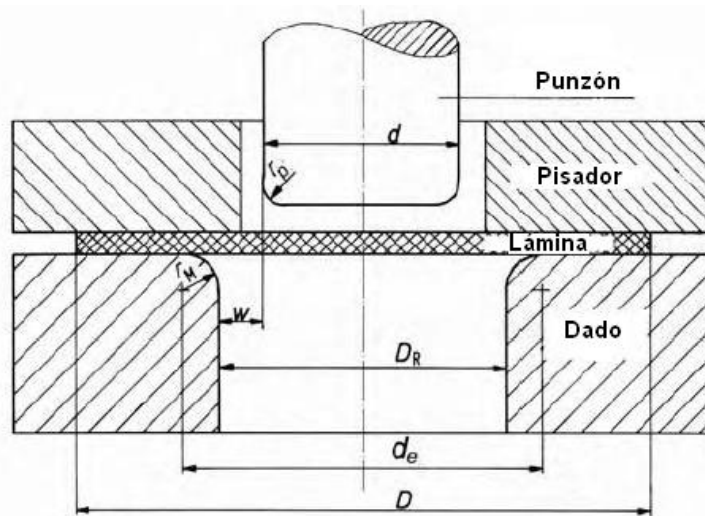


Figura 1.18. Dimensiones geométricas del punzón, pisador y dado [20].

Con las dos expresiones (1.57) y (1.58) se puede calcular la fuerza (F_{BH}) necesaria para embutir la lámina:

$$F_{BH} = pA_{BH} \quad (1.60)$$

Por otro lado, la altura de embutido de una pieza cilíndrica se determina a partir del diámetro de inicial de la lámina [21]. Al deformarse la lámina, la región exterior tendera a engrosarse como se ilustra en la figura 1.19. La región más delgada será cerca de la base en el punto E, donde la lámina se sujeta a doblado y desdoblado continuamente sobre el radio de esquina del dado. Cerca de ese mismo punto pero un poco arriba (pared lateral) el espesor tiende a ser el mismo que el espesor inicial. Una estimación aproximada para obtener el valor de la altura de la pieza circular se obtiene asumiendo que se basa a partir de una base circular y pared cilíndrica como se muestra en la figura 1.19, donde el espesor es el mismo en cualquier parte de la pieza embutida y además se hace uso de la ecuación de volumen:

$$\pi R_0^2 t_0 = \pi r_i^2 t_0 + 2\pi r_i t_0 h \quad (1.61)$$

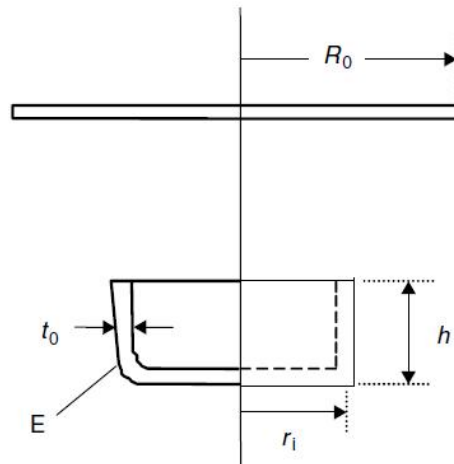


Figura 1.19. Disco de radio inicial R_0 , espesor t_0 para obtener una copa cilíndrica con una altura h .

De esta manera, la altura permisible de la pieza circular embutida se puede determinar como:

$$h \approx \frac{r_i}{2} \left\{ \left(\frac{R_0}{r_i} \right)^2 - 1 \right\} \quad (1.62)$$

1.6 Defectos en el embutido

En el embutido se pueden presentar numerosos defectos tales como los que se describen a continuación (figura 1.20) [22]:

- Arrugamiento en la brida o pestaña. El arrugamiento consiste en una serie de pliegues que se forman radialmente en la brida no embutida de la pieza de trabajo.
- Arrugamiento en la pared. Si la brida arrugada se embute en el cilindro, estos pliegues aparecen en la pared vertical del cilindro.
- Desgarrado. Este defecto consiste en una grieta que se abre en la pared vertical, usualmente cerca de la base de la copa embutida, debido a los esfuerzos altos a la tensión que causan adelgazamiento y rotura del metal en esta región. Este tipo de falla puede también ocurrir cuando el metal se estira sobre una esquina afilada del punzón.
- Orejado. Se refiere a la formación de irregularidades (llamadas orejas) en el borde superior de la pieza embutida, causada por anisotropía en la lámina del metal. Si el material es perfectamente isotrópico no se forman las orejas.
- Rayado superficial. Pueden ocurrir ralladuras en la superficie de la pieza embutida si el punzón y el dado no son lisos o si la lubricación es insuficiente.

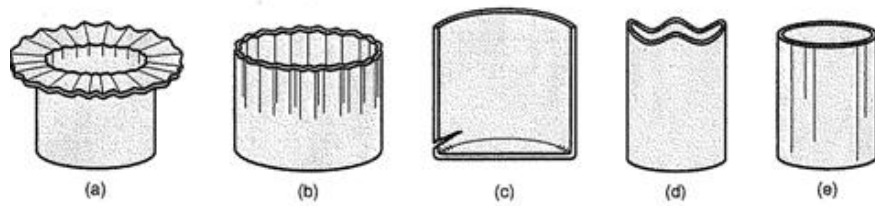


Figura 1.20. Defectos comunes en las partes embutidas (a) el arrugado puede ocurrir en la pestaña o (b) en la pared, (c) desgarros, (d) orejeado y (e) rayas superficiales [22].

1.7 Conclusiones

Debido a que en el proceso de formado de metal existen deformaciones elásticas y plásticas en la lámina, se realizó una revisión general de los conceptos básicos tales como las relaciones esfuerzo-deformación y la teoría de elasticidad y plasticidad. Estas relaciones permiten derivar ecuaciones constitutivas que modelan el comportamiento del material, en especial el de la lámina. También se revisó la teoría del embutido cilíndrico y sus principales defectos que se presentan en el proceso de fabricación. Esta revisión de conceptos servirá de base para continuar con el análisis del embutido rectangular.

Capítulo 2

Análisis del proceso de embutido rectangular

En el presente capítulo se presentan los conceptos básicos del embutido rectangular. Estos conceptos comprenden la operación de formado para una lámina rectangular, así como los parámetros del proceso que se involucran tales como geometría del herramental, material, lubricación, etc. También se presenta el desarrollo de una expresión para el cálculo de la altura permisible en el embutido rectangular, así como otras expresiones propuestas en la literatura para el cálculo de esta altura permisible.

2.1 Embutido rectangular

La manufactura de partes empleando el proceso de embutido es considerado un método económicamente efectivo ya que elimina operaciones costosas como lo son el maquinado y la soldadura, además, que permite la producción de partes delgadas con superficies complicadas tales como paneles automotrices o partes estructurales [23]. Los costos tienden a reducirse debido a que las partes pueden obtenerse en pocas operaciones a tasas elevadas de producción. El material en lámina tiene una relación alta de resistencia/peso, lo que permite la producción de partes ligeras y resistentes. La intercambiabilidad de las partes está asegurada debido a que el herramental y los troqueles usados para embutir producen virtualmente partes idénticas. Sin embargo, para lograr piezas estructurales con una buena calidad es necesario identificar y controlar las variables del proceso del embutido.

En el desarrollo de los procesos de embutido para partes cilíndricas las variables y sus interacciones se pueden identificar y controlar de manera consistente con base en cálculos analíticos, datos empíricos y ensayos de laboratorio. En el caso de embutido de piezas no-cilíndricas, entre las que se incluyen las piezas rectangulares, es complicado realizar un análisis teórico [24]. Actualmente se llevan a cabo técnicas y procedimientos limitados que con frecuencia hacen uso de los métodos experimentales, lo cual incrementa su tiempo de preparación y fabricación. Debido a la complejidad del mecanismo de deformación y el número de variables que afectan el proceso, se recurre al uso de la técnica de análisis y simulación por el Método de Elemento Finito (MEF). Para realizar este tipo de análisis es necesario conocer los mecanismos de deformación que se presentan en la lámina en el momento de la operación de embutido, así como también las variables que interactúan en el proceso.

2.1.1 Mecánica de la operación de embutido

La operación del estampado de lámina metálica consiste de cuatro componentes principales: punzón, pisador, lámina y dado [25] como se muestra en la figura 2.1a. El acomodo de estas piezas es sobre una prensa, figura 2.1b, con un rango de fuerza estimado de acuerdo al tamaño, material y superficie final del producto a embutir.

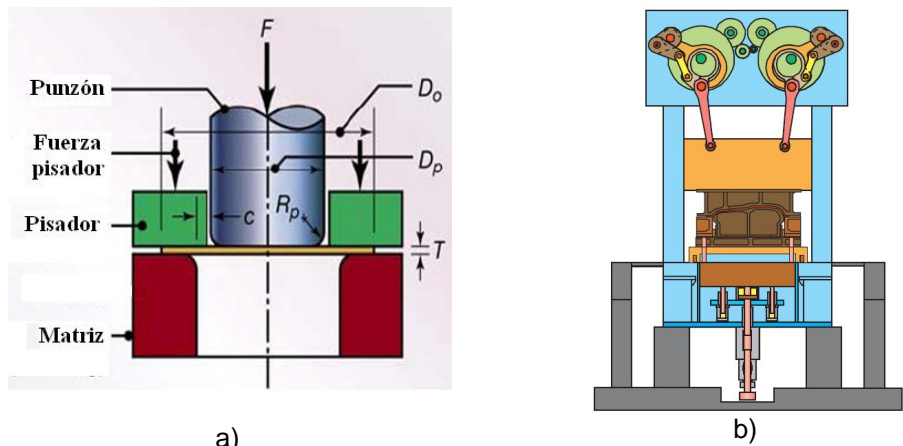


Figura 2.1. a) Herramientas principales del proceso de embutido profundo: punzón, pisador, dado. b) Prensa mecánica con los componentes principales (punzón, pisador, lámina y dado) [25].

Durante el proceso de embutido el componente más importante para análisis es la lámina. Para embutir la lámina se consideran dos regiones importantes sobre esta: el flanco de la lámina, donde ocurre la mayor parte de la deformación, y la pared, que debe soportar la fuerza necesaria para causar la deformación en el borde de la lámina. Durante la operación de embutido, la periferia de la lámina metálica es sujeta entre el pisador y el dado con una cierta fuerza (comúnmente llamada fuerza de pisador). Debido a que el punzón se mueve hacia abajo, la lámina es formada al introducirse a la cavidad del dado, produciendo que en la pieza de trabajo se presenten fenómenos como: deformación plástica, esfuerzos de compresión y fricción en el flanco u orilla de la lámina, dobles en el radio del dado y enderezamiento en la pared del dado, como se observa en la figura 2.2.

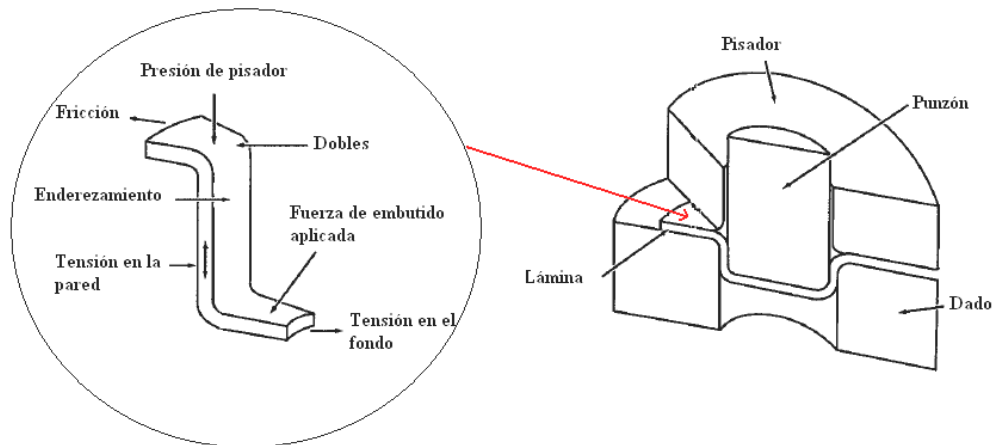


Figura 2.2. Mecánica de la operación de embutido. Diferentes tipos de efectos que se presentan en la lámina como fricción, dobles, tensión y presión.

Debido a que el punzón se encuentra en contacto con un solo lado de la lámina hasta el final de la carrera, el flanco de la lámina que se mueve hacia la cavidad del dado no se sostiene rígidamente, sino que se le permite deslizarse de una manera controlada. Si el blanco de la lámina es demasiado grande, la fuerza en la pared podrá ser superior a su

fuerza, llevándolo a la falla. Por otro lado si la tensión en la lámina es demasiado grande produce grietas, pero si no lo es entonces produce ondulaciones o arrugamiento, este tipo de fallas se muestran en la figura 2.3. El volumen y el espesor de la lámina, en teoría, permanecen constantes, y la forma final del recipiente será similar al contorno del punzón. Durante la operación el flujo de material de la pieza de trabajo es regulado por la fuerza del pisador.



Figura 2.3. Principales defectos en las piezas rectangulares embutidas (arrugas y fisuras).

Para resumir el proceso (ver figura 2.4) se consideran tres etapas del embutido. Inicialmente, en la figura 2.4a, el punzón y el pisador se mueven verticalmente sin entrar en contacto con la lámina, tomando en cuenta que en la última etapa se transformará la lámina en una superficie rectangular. Después de un pequeño avance del punzón, el pisador se tiene que adelantar para sujetar la lámina como se ilustra en la figura 2.4b. Simultáneamente las porciones exteriores de la lámina, que constituyen los flancos en la lámina, se mueven radialmente hacia el centro de la lámina. Estos flancos decrecen en longitud circunferencialmente y en correspondencia aumentan su longitud radial hasta alcanzar el radio del dado. Los flancos son doblados conforme pasan por el radio del dado y posteriormente forman parte de la pared del recipiente. Durante el embutido, el material que entra en contacto con la cara del punzón permanece sin cambios. Las áreas que formarán parte de las paredes del recipiente cambian de la forma trapezoidal a rectangular conforme pasan por el radio del dado y a partir de este punto no habrá más flujo de material, figura 2.4c.

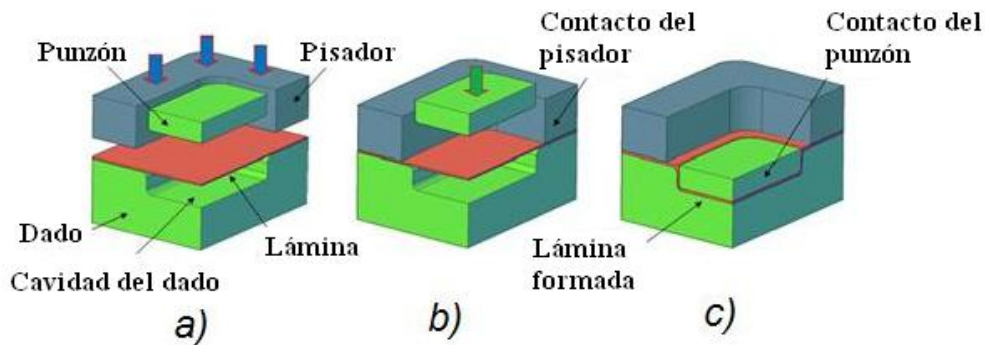


Figura 2.4. Etapas del proceso de embutido: a) movimiento del punzón y pisador, b) contacto del pisador con la lámina y desplazamiento del punzón y c) contacto del punzón sobre la lámina.

2.1.2 Estado de esfuerzos en la pieza

Las condiciones de esfuerzo y deformación durante la operación de formado pueden variar a lo largo de la lámina metálica. Durante la operación del embutido profundo se presenta un doblado y desdoblado de la lámina al momento de pasar por el radio de esquina del dado. En el instante en que la lámina es formada se presenta una curvatura de la lámina (debido al paso sobre el radio del dado), haciendo que en la superficie media del plano de la lámina los esfuerzos que se presentan sean de diferente forma: en el lado exterior de la curvatura de la lámina se presentan esfuerzos a tensión y sobre el lado interior de la curvatura se presentan esfuerzos a compresión, como se muestra en la figura 2.5

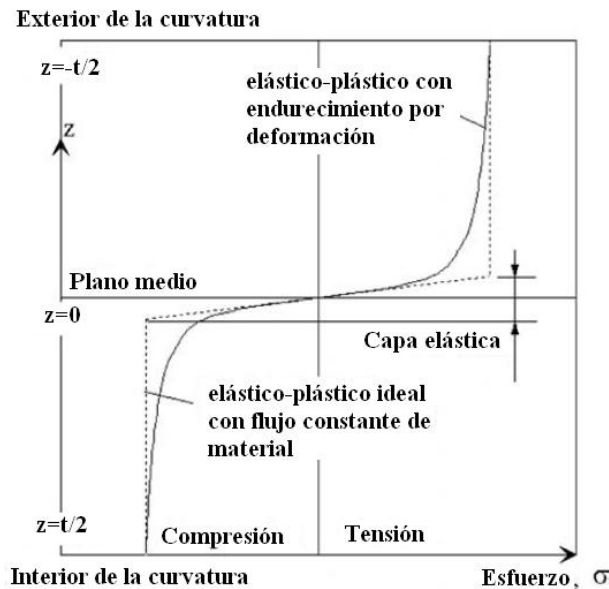


Figura 2.5. Distribución de esfuerzos sobre el espesor de la curvatura de la lámina en condición de carga [26].

Los esfuerzos a compresión aumentan con el incremento de la distancia del plano medio de la curva. Los esfuerzos más altos a compresión se presentan en la superficie interior de la curvatura, mientras que en la superficie exterior de la curvatura, la distribución de esfuerzos es la misma; sin embargo, los esfuerzos son de tensión. En el plano medio de la lámina los esfuerzos que se presentan son bajos, debido a que existe una delgada capa de material que permanece en estado elástico, mientras que las capas superior e inferior se deforman plásticamente. Por ejemplo: en la parte media exterior de la lámina se presenta un alargamiento axial de las fibras del material y sobre la parte media interior de la lámina se presenta la compresión. La capa elástica de la lámina no mantiene esta forma (por ejemplo: el ángulo α_0 , figura 2.6) cuando se retira la fuerza de doblado; en lugar de esto, se enderezará un parte del material (a este fenómeno se le llama springback). Después de retirar la carga de doblado, la geometría final de la curva estará caracterizada por el ángulo α_1 , siendo menor que α_0 . Para los ángulos de doblado α_0 y α_1 , la geometría de la curva está caracterizada por el radio de curvatura R_0 y R_1 .

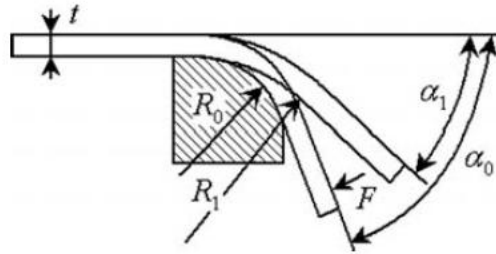


Figura 2.6. Lámina sometida a doblado en el radio de esquina del dado [26].

El estado de esfuerzos que prevalece durante el embutido se muestra en la figura 2.7. La base se encuentra en tensión biaxial equilibrada; la pared lateral en tensión por deformación plana, porque el punzón no permite la contracción circunferencial; el material en la transición entre la pared y el flanco está sometido a flexión y contraflexión (enderezamiento), y el flanco se encuentra en tensión radial y compresión circunferencial, pues la circunferencia de la pieza conformada se reduce mientras es forzada a adquirir el diámetro menor de la abertura de la matriz. Los esfuerzos circunferenciales de compresión causan que la pieza se engrose, y el claro punzón-dado sea usualmente 10% mayor que el espesor de la lámina, lo que permite alojar este engrosamiento sin necesidad de comprimir la pared. La compresión también puede conducir al arrugamiento [26].

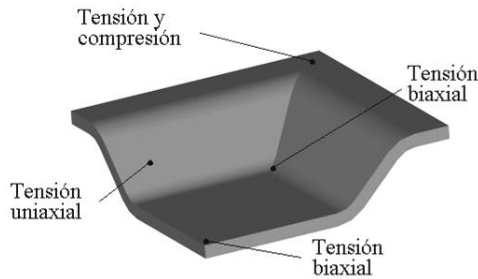


Figura 2.7. Tipos de esfuerzos presentes en el embutido de una lámina rectangular.

La pared ya formada de la copa está sujeta principalmente a esfuerzos de tensión, como se muestra en el elemento de la figura 2.7. El punzón transmite la fuerza de embutido, hacia las paredes de la copa y el flanco que está siendo embutido hacia la cavidad del dado. El embutido de partes con forma rectangular, involucra un embutido "verdadero" sólo en las esquinas; en las paredes laterales el material experimenta más correctamente un doblado. Es decir algunas partes de la lámina requerirán de un trabajo en frío muy severo y otras simplemente de un doblado. Los esfuerzos en las esquinas del material son de compresión causando un movimiento de la lámina hacia el radio del dado y son de tensión en la porción de la lámina que ha pasado ya por el radio del dado.

2.1.3 Efecto de las variables del proceso de embutido

Los valores óptimos de los parámetros de proceso y su combinación conllevan a una alta calidad de las partes. Entre las principales variables del proceso se incluyen: formabilidad de la lámina, radio del punzón y dado, claro entre el punzón y dado, velocidad de embutido, lubricación, fuerza del pisador, entre otras.

a) Formabilidad de la lámina

La formabilidad es la propiedad de la lámina metálica para ser estampada o formada sin desarrollar defectos. La formabilidad no es fácilmente cuantificable debido a que depende de la interacción de varios factores, tales como las propiedades del material, ductilidad, material del dado, geometría, lubricación, etc., los cuales contribuyen a las posibles fallas del estampado en diferentes grados de interdependencia. No hay una prueba simple que pueda describir o cuantificar la formabilidad de todos los tipos de herramientas de estampado.

b) Efecto del radio de punzón y dado

Los radios pequeños en el punzón y en el dado imponen una severa deformación por flexión, incrementando la fuerza de embutido, aunque esto no afecta la resistencia de la pared. Para solucionar este problema se recurre a incrementar el radio del punzón y dado. En el caso del radio del punzón para una determinada operación de embutido, la fuerza del punzón necesaria para mover la lámina dentro del dado decrece conforme aumenta el radio del dado. Un radio mayor del punzón permite un mejor flujo de material hacia la cavidad del dado y retrasa la aparición de la fractura. Mientras que un radio pequeño del punzón reduce la formabilidad de la pieza, se restringe el flujo del material, ocasionando un incremento de tensión desarrollando una fractura en la lámina. Por otro lado si se tiene un radio grande del dado sin soporte entre el dado y el pisador, ocasiona un fruncido (arrugamiento entre el punzón y la pared del dado).

c) Efecto del claro entre el punzón y el dado

La selección del claro entre punzón y dado depende de los requerimientos de la parte embutida y del material de la lámina. Debido a que el espesor de la lámina decrece y después crece gradualmente conforme se embute sobre el radio del dado, la dimensión del claro por lado debe ser un 7% a un 15% mayor que el espesor t de la materia prima [27]. Esto ayuda a prevenir el pulido de las paredes laterales y el punzonado de la base de la pieza. Según la información contenida en [28], en el embutido de partes cilíndricas de metal conforme el espesor de la materia prima decrece el claro debe aumentarse. También en [28] se indica que el claro entre el punzón y el dado para una parte rectangular, en las paredes laterales y los extremos, es casi el mismo o un poco menor que para una parte circular. El claro en las esquinas puede ser 50% mayor al espesor de la materia prima, para evitar el adelgazamiento de la pared en estas áreas y para aumentar la embutibilidad.

d) Herramientas y equipo

La selección correcta de una máquina para un determinado proceso depende de ciertas características como: el tiempo para terminar una operación, la precisión de las piezas finales y características de carga-energía de la máquina. También existen variables del

proceso que son importantes considerarlas dentro de los análisis teóricos y experimentales como: diseño y geometría del herramental, acabado de las piezas finales, rigidez de las herramientas para que no presenten un desgaste prematuro y las propiedades mecánicas y térmicas bajo diversas condiciones de uso.

e) Efecto de la velocidad de embutido

Las condiciones ideales para poder llevar a cabo una embutición con una velocidad adecuada de la prensa son: (a) empleo de un metal con calidad para la embutición; (b) lubricación adecuada; (c) herramientas precisas de carburo; (d) presión del pisador cuidadosamente controlada y (e) mantenimiento adecuado a las prensas para obtener un alto nivel de exactitud. Cualquier condición distinta a la ideal requerirá de una reducción en la velocidad de la prensa.

La velocidad del punzón en las prensas hidráulicas es relativamente constante en toda la carrera del punzón. En las prensas mecánicas la velocidad del punzón corresponde a la mitad de la carrera del punzón, debido a que la velocidad cambia de una forma característica en toda la carrera del punzón, desde una velocidad máxima hasta cero. El único ajuste que puede hacerse es reducir la velocidad del volante o emplear una prensa con una carrera más corta que opere al mismo número de golpes por minuto. Esto reducirá proporcionalmente la máxima velocidad del punzón.

El embutido de acero inoxidable y las aleaciones resistentes al calor, requiere de una selección más cuidadosa de la velocidad embutido. Esto debido a que estos materiales tienen diferentes propiedades mecánicas comparadas con un acero al carbono. Una velocidad excesiva de la prensa causa roturas y adelgazamiento excesivo de la pared debido a que se incrementa la resistencia a la deformación del material. En la tabla 2.1 se muestran las velocidades de embutido típicas para diferentes materiales [29].

Material	Velocidad de embutido	
	m/min	ft/min
Aluminio	45.7-53.3	150-175
Latón	53.3-61	175-200
Cobre	38.1-45.7	125-150
Acero	5.5-15.2	18-50
Acero inoxidable	9.1-12.2	30-40
Zinc	38.1-45.7	125-150

Tabla 2.1. Velocidades típicas de embutido para diferentes materiales.

f) Espesor

El espesor es uno de los principales parámetros de la calidad de una pieza embutida. Si el espesor está cambiando durante las etapas del embutido esto puede causar una ruptura repentina en la pieza. Generalmente la distribución de espesor debe ser uniforme en la pieza embutida. Pero como el proceso tiene diferentes etapas y como las variables a controlar son impredecibles, el espesor puede variar un poco. Por ejemplo, la variación de espesor en los radios donde pasa el punzón y en la pared de la pieza, generalmente es mínima, es decir, no hay adelgazamiento considerable. En los flancos de la lámina se presenta un engrosamiento. La existencia de variación de espesor en las etapas del

embutido puede causar concentración de esfuerzos induciendo la presencia de defectos en la lámina tales como arrugas, fisuras y/o fracturas.

g) Variables del material

Para un material dado es importante considerar la historia de su procesamiento previo a la operación de embutido. Dicha historia afecta las propiedades mecánicas del material, por lo que se debe considerar: la composición química y la microestructura del material, estados de esfuerzos al que se sometió el material previo a su procesamiento en el embutido, y la formabilidad del material en varias direcciones (anisotropía). Estas variables deben ser cuantificables para poder definir si un material es apto o no para utilizarlo en el proceso.

h) Fuerza del punzón

Por la variación del volumen del metal y la resistencia al flujo de metal, la fuerza del punzón se incrementa rápidamente, pasando a través de un máximo, y gradualmente disminuye a cero en los lados cercanos al flanco. La máxima presión de carga y la longitud de carrera requerida para embutir la copa dependen del tamaño de la lámina a embutir. La fuerza requerida para embutir la lámina en la posición intermedia tiene un mínimo de tres componentes:

- La fuerza requerida para doblar y desdoblar al metal que esta fluyendo dentro de la cavidad del dado.
- La fuerza requerida para vencer la fricción del metal pasando a través del pisador y sobre el radio del dado.
- La fuerza requerida para la compresión circunferencial y radial del metal en el flanco.

Con este conjunto de fuerzas se logra obtener una fuerza resultante que llega a ser la fuerza de punzón requerida para formar la lámina.

i) Fuerza de pisador

La magnitud de la fuerza del pisador en las etapas iniciales del embutido juega un papel importante en el espesor de la parte embutida. Debido a ello, se puede proponer una fuerza constante de pisador que induce grandes deformaciones en las etapas iniciales del embutido. Si el valor de fuerza del pisador es bajo, originará que en el comienzo de la operación de embutido la lámina no se retenga en su lugar haciendo que la pieza final aparezcan arrugas. Por otro lado, si la fuerza de pisador es alta esta va a provocar que se restrinja el flujo de material desde el inicio del proceso, provocando que el material comience a adelgazarse y posteriormente a la aparición de grietas o fracturas. Si se puede controlar el valor de la fuerza del pisador en un valor óptimo, se podría restringir la tendencia a la formación de arrugas permitiendo el flujo libre del material en la cavidad del dado. Por tal motivo, es necesario mantener un equilibrio de esta fuerza de pisador para que no existan defectos en la pieza.

j) Anisotropía

Una variable de gran importancia en el embutido es el valor de anisotropía (r) del material. Este parámetro r se define a partir de pruebas de tensión a la lámina e indica si una hoja metálica se puede embutir profundamente. La anisotropía se define en términos de la deformación real que sufre la probeta bajo tensión ($r = \varepsilon_w / \varepsilon_t$). Existen dos tipos de materiales anisotrópicos definidos a partir del valor de r donde el valor puede ser mayor a 1 o menor. Si el valor de anisotropía es mayor a 1, el material tiende a contraerse en dirección al ancho que en la dirección del grosor. Esto es favorable en el embutido profundo debido a que la lámina resiste el adelgazamiento. De otra forma, si el valor de anisotropía es menor a 1 el material tiene una baja capacidad de ser formado debido a que el grosor en la lámina cambia constantemente.

k) Fricción

En los procesos de formado, la deformación de la lámina es afectada por la lubricación y fricción entre la pieza de trabajo y el herramental. La fricción puede alterar significativamente la deformación a lo largo del producto. La presencia de un lubricante efectivo en las interfaces de contacto incrementa la formabilidad y calidad del producto y reduce el uso de herramientas adicionales. Sin embargo, las condiciones de carga y la inestabilidad plástica pueden conducir a la fractura, dependiendo de las condiciones de lubricación.

Existen tres tipos básicos de lubricación que gobiernan las condiciones de fricción en el formado de metal [30]:

- a) Condiciones secas, donde no se aplica lubricante en la interface. En este caso solo las capas de óxido de los materiales que interactúan entran en contacto. La fricción llega a ser elevada de tal modo que esta situación solo es deseable en algunos casos, como por ejemplo en el rolado en caliente y extrusión de aleaciones de aluminio.
- b) Condiciones hidrodinámicas en donde se coloca una pequeña capa de lubricante entre el dado y la lámina. En este caso las condiciones de fricción son gobernadas por la viscosidad del lubricante y por la velocidad relativa entre el dado y la lámina.
- c) Incrementar la temperatura entre las interfaces de trabajo, pero este proceso no es muy confiable.

Como consecuencia de esto, en la práctica es común usar una lubricación empírica. En algunas aplicaciones de formado de metal el factor de lubricación es importante por lo cual es necesario determinarlo. A este factor de lubricación se le conoce como factor de fricción y se representa mediante la siguiente fórmula:

$$F = \mu p \quad (2.1)$$

donde F es la fuerza de fricción cortante, μ es el factor de fricción y p es el esfuerzo compresivo de la interface de las piezas. Por lo general el valor de fricción varía de 0 a 1. Esta fricción se presenta en la interfaz del punzón-lámina, lámina-dado y pisador-lámina. La fricción que se presenta sobre el punzón es importante debido a que transfiere la fuerza de embutido de la pieza al punzón.

l) Temperatura en el formado de metal

En el proceso de formado de metal, la deformación plástica y la fricción contribuyen a la generación de calor. Aproximadamente del 90 a 95% de la energía mecánica involucrada en el proceso es transformada en calor. Una parte de este calor permanece en el material deformado, otra parte fluye hacia las herramientas, mientras que otra parte se puede conducir a la sección no deformada del material. Las temperaturas desarrolladas en el proceso influyen en las condiciones de lubricación, vida de las herramientas y propiedades del producto final, así como también determinan la velocidad máxima de deformación que puede ser usada para producir piezas sin un daño excesivo del herramental. Por lo tanto, la temperatura generada durante la deformación plástica influye enormemente en el proceso de formado metálico.

2.2 Altura permisible del embutido rectangular

Para determinar la altura máxima permisible a la cual se puede embutir una pieza rectangular, se propone una formulación geométrica usando el concepto del diámetro equivalente y las ecuaciones para el embutido circular.

2.2.1 Concepto de diámetro equivalente

Con la finalidad de emplear la teoría ya existente para el embutido de formas circulares en el desarrollo de las formas rectangulares, se introduce el concepto llamado “**diámetro equivalente**”, siendo éste el diámetro de la lámina circular cuya área es igual al área de la lámina o silueta rectangular, figura 2.8:

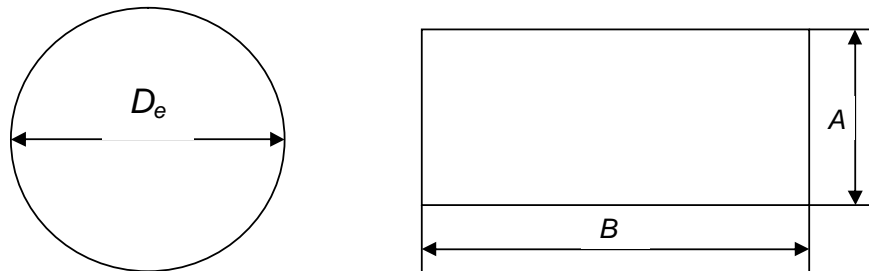


Figura 2.8. Lámina circular y lámina rectangular. (Nomenclatura: D_e : diámetro de la lámina circular, A y B : ancho y largo de la lámina rectangular respectivamente).

Área del blanco circular:

$$A_C = \frac{\pi D_e^2}{4} \quad (2.2)$$

Área del blanco rectangular:

$$A_R = AB \quad (2.3)$$

Igualando ambas áreas $A_C = A_R$ se obtiene el diámetro equivalente “ D_e ”:

$$D_e = 2\sqrt{\frac{AB}{\pi}} \quad (2.4)$$

El concepto de diámetro equivalente y la teoría para el embutido cilíndrico, se emplean a continuación para deducir una expresión para el cálculo de la altura permisible de embutido de una parte rectangular en una sola operación.

La altura máxima de embutido h para una copa cilíndrica (ver figura 2.9) con un diámetro medio de la copa d , es [31]:

$$h = \frac{(D^2 - d^2)}{4d} \quad (2.5)$$

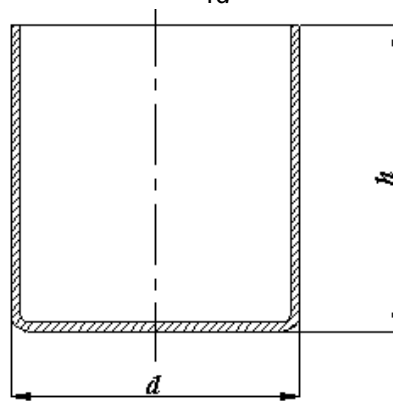


Figura 2.9. Parámetros geométricos de una parte cilíndrica embutida.

Por otro lado, considerando el concepto de relación de embutido “DR” para el embutido cilíndrico e incorporando el diámetro equivalente, se deduce la siguiente expresión:

$$\frac{D}{d} = \frac{D_e}{d_e} \quad (2.6)$$

donde:

D_e = diámetro equivalente de la lámina rectangular

d_e = diámetro equivalente del punzón rectangular.

Considerando que el máximo porcentaje de reducción $100(1 - d/D)$ que se obtiene en la práctica para una sola operación de embutido, es de 50% bajo condiciones óptimas del herramental y metal involucrado [31], entonces:

$$100\left(1 - \frac{d}{D}\right) = 100\left(1 - \frac{d_e}{D_e}\right) = 50\% \quad (2.7)$$

Resolviendo para d_e :

$$d_e = 0.5D_e = \sqrt{\frac{AB}{\pi}} \quad (2.8)$$

Sustituyendo d_e en la ecuación (2.5), se obtiene la expresión para la altura permisible de la copa cilíndrica en función del diámetro equivalente:

$$(h_{perm})_C = \left[\frac{D_e^2 - (0.5D_e)^2}{4(0.5D_e)} \right] = \frac{3}{8}D_e = \frac{3}{4}\sqrt{\frac{AB}{\pi}} \quad (2.9)$$

Por otra parte considerando que durante el proceso de embutido se cambia la forma no el volumen del material, es decir, es un proceso a volumen constante, y además el espesor de la lámina se mantiene constante en relación a la lámina inicial, entonces el área del recipiente circular es el mismo que el área del recipiente rectangular. Así se definen las siguientes expresiones de área para los dos recipientes:

Área de la copa cilíndrica:

$$A_{CC} = \pi d_e (h_{perm})_C + \frac{\pi d_e^2}{4} \quad (2.10)$$

Área del recipiente rectangular, ver figura 2.10:

$$A_{RR} = ab + (2a + 2b)(h_{perm})_R \quad (2.11)$$

donde: $(h_{perm})_C$ y $(h_{perm})_R$ son la altura permisible de la copa cilíndrica y el recipiente rectangular respectivamente.

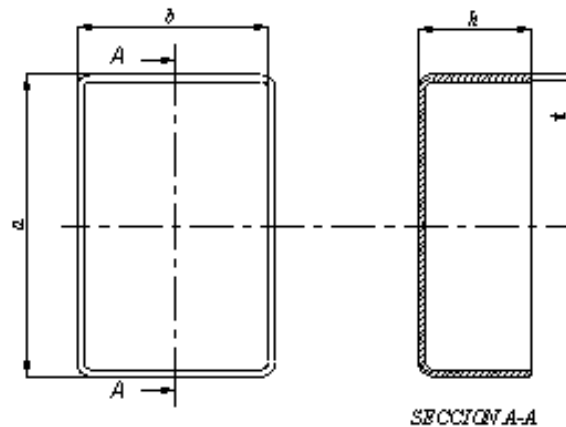


Figura 2.10. Parámetros geométricos de una parte rectangular: h (altura de la pieza), a (largo), b (ancho), t (espesor).

Igualando ambas áreas y despejando la altura permisible para el recipiente rectangular, $(h_{perm})_R$, se obtiene:

$$(h_{perm})_R = \frac{\pi d_e (h_{perm})_C + \frac{\pi d_e^2}{4} - ab}{2(a + b)} \quad (2.12)$$

Substituyendo los valores de $(h_{perm})_C$ y d_e , se obtiene la siguiente expresión:

$$(h_{perm})_R = \frac{AB - ab}{2(a + b)} \quad (2.13)$$

Esta ecuación representa la altura permisible del embutido rectangular. Cabe mencionar que esta ecuación es válida cuando el espesor de la lámina, t , es muy pequeño en relación a las dimensiones de la pieza, satisfaciendo lo siguiente: $e \ll a$ y $e \ll b$.

2.2.2 Alturas de embutido propuestas en literatura para el embutido rectangular

Dentro de la revisión de la literatura se encontró que existen tres diferentes formulaciones para obtener la altura permisible en el embutido rectangular. Estas expresiones se describen a continuación:

a) Lange [31]

Lange [31] propone que para obtener la altura de embutido se puede aplicar las expresiones para una copa cilíndrica, pero tomando los diámetros equivalentes del punzón y la lámina. De esta manera, se obtiene la siguiente formulación pero aplicada al embutido rectangular:

$$h_{perm} = \frac{AB - ab}{2\sqrt{\pi ab}} \quad (2.14)$$

Comparando la ecuación (2.14) con la desarrollada por medio del diámetro equivalente (2.13) se observa que tienen en común el numerador pero el denominador es diferente.

b) Smith-Bakerjian [28]

Smith-Bakerjian [28] consideran que la altura máxima de embutido depende del radio del punzón. Consideran que la altura permisible de embutido es seis veces el radio de esquina del punzón:

$$h_{perm} / r_p \leq 6 \quad (2.15)$$

c) SME [32]

La ecuación propuesta por SME [32] considera los mismos parámetros que Lange [31] la diferencia está en el denominador de la expresión (2.14). SME agrega la suma del producto de ' π ' por el espesor de la lámina, de acuerdo a lo siguiente:

$$h_{perm} = \frac{AB - ab}{2\sqrt{\pi ab + \pi e}} \quad (2.16)$$

En total se tienen cuatro expresiones distintas para determinar la altura permisible del embutido de piezas rectangulares. Sin embargo la pregunta que resulta es ¿Cuál de estas ecuaciones es recomendable utilizar? ó ¿Cuál de estas ecuaciones es la más precisa? Para poder responder a estas preguntas las cuatro ecuaciones serán evaluadas mediante

simulación numérica MEF y mediante resultados experimentales de piezas industriales. Con esto se pretende identificar cual de las ecuaciones se acerca más a la realidad.

2.3 Conclusiones

Todas las variables o parámetros del proceso, herramental y selección adecuada de material tienen impacto en el formado de la lámina. Si no se selecciona bien alguna variable se obtiene productos de mala calidad. La altura permisible de embutido es un parámetro de gran importancia ya que permite determinar la máxima altura de embutido que puede soportar una lámina sin que presente algún defecto. En este capítulo se desarrolló una expresión para el cálculo de la altura de embutido rectangular, así como también se identificaron tres expresiones más propuestas en la literatura para el cálculo de esta altura de embutido. Dichas expresiones serán analizadas y evaluadas, en los capítulos posteriores, con base en simulaciones numérica y experimental para determinar su grado de precisión.

Capítulo 3

Análisis por elemento finito del proceso de embutido rectangular

En este capítulo se presenta el desarrollo de un modelo de elemento finito para una operación de embutido profundo. Este modelo permite simular diferentes condiciones mediante la variación de parámetros del proceso, geometría y altura de embutido. El propósito de este modelo MEF es poder predecir con una buena aproximación el embutido de piezas. El capítulo está estructurado en dos partes: a) la primera consiste en describir las características principales del modelado por MEF utilizando el software LS-DYNA®, b) la segunda parte muestra un caso de estudio, tomado de la literatura, utilizado para realizar la calibración del modelo MEF propuesto.

3.1 Método de elemento finito

El método de elemento finito (MEF) es un método numérico para resolver problemas de ingeniería y otras ramas afines. Los problemas típicos en las áreas de ingeniería incluyen análisis estáticos y dinámicos, de esfuerzo y deflexión, vibraciones libres y forzadas, transferencia de calor, etc. Este método permite resolver problemas donde no es posible obtener una solución matemática exacta, por lo que se recurre a una solución numérica. Debido a que el método del elemento finito es una técnica numérica los errores son inevitables. Dichos errores pueden ser:

- Errores computacionales: estos errores se deben al redondeo debido a los cálculos de punto flotante de la computadora y de las formulaciones de integración numérica que se utilizan.
- Errores de conversión discreta: la geometría y distribución del desplazamiento de una estructura real varía. El uso de un número finito de elementos para modelar la estructura introduce errores al aproximar la geometría.

Estos errores se pueden disminuir aumentando o disminuyendo la cantidad de elementos que dividen a la estructura, así como controlando la forma de estos elementos. Por ejemplo, la discretización se puede hacer mediante la división de pequeños elementos en forma de cuadrilátero, triángulo, hexágonos y pentágonos.

En el caso del proceso de formado de metal esta técnica MEF ha sido implementada en los últimos años para realizar análisis que permitan reducir las pruebas experimentales, algunos trabajos de investigación que han hecho uso del MEF en aplicaciones del formado de metales se describen a continuación. En [33] se presentó un modelo de embutido rectangular MEF que predice las curvas de carga y el comportamiento del flujo del material durante el proceso, validando su modelo teórico con resultados experimentales. Posteriormente realizan una modificación a su código para analizar los parámetros del proceso y determinar su efecto en el proceso, esto con el objetivo de verificar si los resultados de la simulación concuerdan con lo experimental [34]. Posteriormente en [35] se presenta un modelo en tres dimensiones del proceso de

embutido. En este trabajo se introduce un algoritmo para hacer más eficiente la solución al problema y requerir menos costo computacional. Posteriores trabajos como el presentado en [36] se han enfocado en analizar el efecto de parámetros del proceso, como la fuerza del pisador, en la calidad del producto; es decir variando la fuerza del pisador observar qué defectos ocurren. En [37] también se analiza la fuerza del pisador para piezas rectangulares pero con un material como el aluminio. Dentro de estos trabajos solo se realizan simulaciones y pocos análisis teóricos. Sin embargo, en [38] se hace una aportación al análisis teórico del embutido rectangular utilizando el concepto del círculo equivalente, similarmente también se usa la fuerza del pisador pero en este caso como constante. Por último, una aportación interesante es la que se presentó en [39], en donde se realiza un análisis teórico para predecir donde y cuando aparece alguna fractura en el embutido rectangular.

De la revisión anterior, se propone la metodología a utilizar para el análisis del embutido por elemento finito, la cual se describe en las siguientes secciones.

3.1.1 Proceso de solución del elemento finito

Como se mencionó anteriormente el método de los elementos finitos se utiliza en diferentes aplicaciones de la ingeniería, siendo una de ellas el análisis estructural. Dentro del análisis estructural existen dos formas de analizar los problemas: análisis lineal y análisis no lineal. El análisis lineal ya sea estático o dinámico consiste en analizar el diseño de un elemento mecánico o alguna estructura compleja con el objetivo de hacer un uso eficiente del material y a su vez este material exhiba un comportamiento lineal dentro de sus propiedades mecánicas. Por otro lado el análisis no lineal se utiliza en aplicaciones más complejas como en la ingeniería de procesos de manufactura (conformado de metales), industria de componentes de plástico (juntas de goma, soportes de caucho-metal), entre otras. Una de las diferencias entre el análisis lineal y no lineal, es que en el primero se busca garantizar la seguridad de un componente mecánico mientras que en el análisis no lineal se busca modelar una estructura lo más cercano posible al comportamiento real.

Análisis lineal

A continuación se presenta el proceso de solución del elemento finito mediante un análisis lineal de un problema unidimensional. Para comenzar se utiliza un elemento lineal como el de la figura 3.1.



Figura 3.1. Elemento lineal.

Este elemento lineal se puede considerar como una barra sujeta a una carga ya sea a tensión o compresión, con un área transversal constante A , longitud l y un módulo elástico E . El elemento lineal tiene dos nodos y cada nodo tiene solamente un grado de libertad. Este elemento puede modelarse como un resorte lineal con un índice de elasticidad, dado por la ecuación:

$$k_e = \frac{AE}{l} \quad (3.1)$$

El elemento lineal se puede representar como un resorte con una rigidez de resorte k_e el cual tiene dos nodos. Si cada nodo está sujeto a carga axial $f_{i,e}$ y $f_{j,e}$, dando como resultado los desplazamientos de u_i y u_j como se muestra en la figura 3.2.

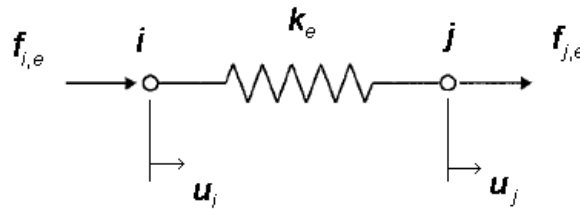


Figura 3.2. Elemento de resorte simple.

Suponiendo que todas las fuerzas f y desplazamientos u están dirigidos hacia la derecha y son positivos, las fuerzas de cada nodo pueden escribirse como:

$$\begin{aligned} f_{i,e} &= k_e(u_i - u_j) = k_e u_i - k_e u_j \\ f_{j,e} &= k_e(u_j - u_i) = -k_e u_i + k_e u_j \end{aligned} \quad (3.2)$$

Las dos ecuaciones de (3.2) se expresan en forma matricial como:

$$\begin{Bmatrix} f_{i,e} \\ f_{j,e} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} k_e & -k_e \\ -k_e & k_e \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_i \\ u_j \end{Bmatrix} \quad (3.3)$$

Ahora si se considera un sistema de resortes como el que se muestra en la figura 3.3a, en esta figura se han numerado los nodos y los elementos así como las fuerzas que se aplican a cada nodo (estas fuerzas son las fuerzas totales externas en cada nodo F_1, F_2 , y F_3). Este sistema de resortes está conformado por dos elementos (k_1 y k_2) el cual se puede representar como dos resortes individuales en un diagrama de cuerpo libre por separado, en este diagrama se identifican las fuerzas internas de cada resorte en forma individual como se observa en la figura 3.3b.

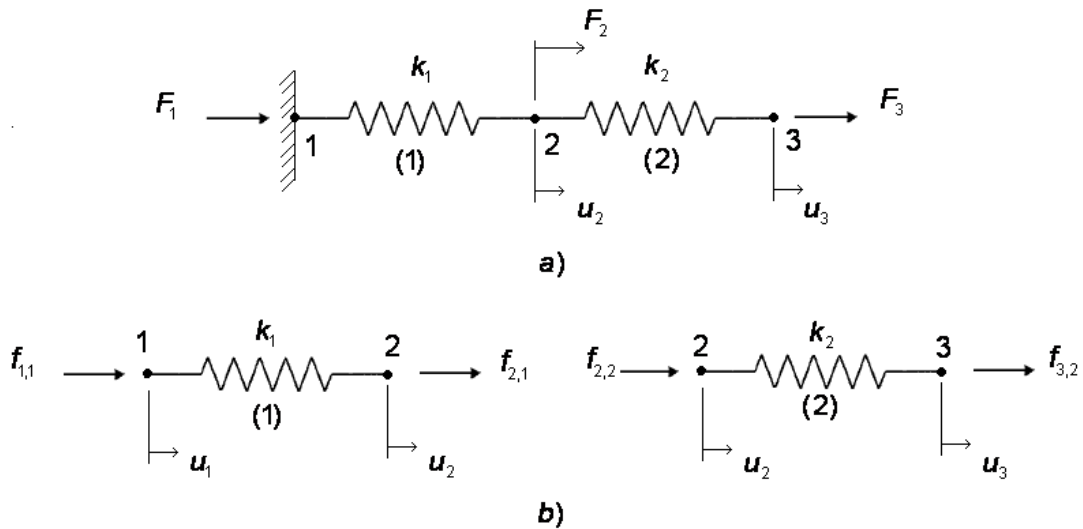


Figura 3.3. Sistema de resortes de dos elementos. a) Modelo del sistema; b) diagramas de cuerpo libre por separado.

Al usar la ecuación (3.3) para cada resorte se tiene:

Elemento 1:

$$\begin{Bmatrix} f_{1,1} \\ f_{2,1} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} k_1 & -k_1 \\ -k_1 & k_1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{Bmatrix} \quad (3.4)$$

Elemento 2:

$$\begin{Bmatrix} f_{2,2} \\ f_{3,2} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} k_2 & -k_2 \\ -k_2 & k_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_2 \\ u_3 \end{Bmatrix} \quad (3.5)$$

La fuerza total en cada nodo es la fuerza externa $F_1 = f_{1,1}$, $F_2 = f_{2,1} + f_{2,2}$ y $F_3 = f_{3,2}$. Combinando las dos matrices en términos de las fuerzas externas se tiene que:

$$\begin{Bmatrix} f_{1,1} \\ f_{2,1} + f_{2,2} \\ f_{3,2} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F_1 \\ F_2 \\ F_3 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} k_1 & -k_1 & 0 \\ -k_1 & (k_1 + k_2) & -k_2 \\ 0 & -k_2 & k_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{Bmatrix} \quad (3.6)$$

Si se conoce el desplazamiento de un nodo, entonces la fuerza en el será desconocida. En la figura 3.3a, el desplazamiento del nodo 1 en la pared es cero, de modo que F_1 es la fuerza de reacción desconocida. Si no se conoce el desplazamiento de un nodo, entonces se conoce la fuerza. Por ejemplo, en la figura 3.3a, los desplazamientos en los nodos 2 y 3 son desconocidos, y las fuerzas F_2 y F_3 son especificadas.

De esta manera, el procedimiento general para resolver un problema de elemento finito es el siguiente:

1. Discretización del dominio (estructura) en elementos finitos.
2. Derivar las ecuaciones para cada uno de los elementos de la malla y colocarlos de la forma: $[K^e]\{u^e\} = \{F^e\}$ (Matriz elemental).
3. Ensamblar todas las ecuaciones originadas del paso anterior para tener una ecuación global.
4. Aplicar las condiciones de frontera tales como restricciones, cargas, flujo de calor, etc.
5. Solución de las ecuaciones ensambladas.
6. Postprocesamiento y análisis de los resultados.

De los pasos anteriores la formulación de la matriz elemental en donde se busca obtener los desplazamientos de una estructura es la siguiente:

$$[K]\{u\} = \{F\} \quad (3.7)$$

donde:

$\{u\}$: vector de desplazamientos nodales desconocidos

$[K]$: matriz de rigidez

$\{F\}$: vector de cargas aplicadas

Esta formulación servirá para describir el análisis no lineal que se describe en la siguiente sección.

Análisis no lineal

Un análisis no lineal se caracteriza por desarrollar grandes desplazamientos al aplicar una carga, tal es el caso del proceso de embutido profundo donde el punzón aplica una carga a la pieza de trabajo deformándola plásticamente y haciendo que la pieza no regrese a su forma original.

Dentro de las principales características que definen a un análisis no lineal están las siguientes [40]:

- Comportamiento no lineal del material. Los materiales que no cumplen con la ley de Hooke, sus relaciones de esfuerzo-deformación son no lineales.
- Geometría no lineal. Esta se presenta cuando las fuerzas o cargas aplicadas producen grandes desplazamientos, rotaciones, deformaciones o una combinación de éstas, de forma que las relaciones fuerza y desplazamiento son no lineales.
- Contacto. Al entrar en contacto las herramientas se presenta el efecto de la fricción, el cual se modela mediante leyes o modelos de fricción no lineales.

Además, un análisis no lineal se caracteriza por ser más complicado de resolver, esto debido a que las ecuaciones que describen la solución deben incorporar condiciones que no son completamente conocidas hasta que la solución es conocida, como por ejemplo: condición de carga y estados de esfuerzo. La solución no puede ser obtenida de un simple paso de análisis. Se deben tomar varios pasos, actualizar la solución tentativa y después de cada paso repetir hasta que el criterio de convergencia este satisfecho.

Para resolver este tipo de análisis no lineales se hace uso de la ecuación (3.7) haciendo una modificación para aplicarla al análisis no lineal. Cabe mencionar que cuando el valor

de $\{u\}$, o sus derivadas, son lo suficientemente significativas como para llegar a modificar la rigidez del sistema $[K]$, entonces el sistema es no lineal. Asumiendo que las cargas externas están descritas como una función de tiempo, las condiciones de equilibrio de un cuerpo sujeto a una carga se pueden expresar mediante la siguiente expresión:

$$R^t - F^t = 0 \quad (3.8)$$

Donde el vector R^t incluye las fuerzas externas aplicadas en puntos nodales en un tiempo t y el vector F^t incluye las fuerzas nodales que corresponden a los esfuerzos del elemento en la configuración actual. De esta forma para R^t se tienen los siguientes términos:

$$R^t = R_B + R_S + R_C \quad (3.9)$$

Donde el vector R_B representa el efecto de las fuerzas de cuerpo del elemento, R_S representa el vector de fuerzas de superficie y R_C son las cargas nodales concentradas. El último término de la expresión F^t representa el efecto de los esfuerzos iniciales σ_i , del elemento:

$$F^t = \int [B_i]^t \{\sigma_i\} dv \quad (3.10)$$

dv es el diferencial de volumen y $[B_i]^t$ representa a las deformaciones virtuales.

Considerando la solución a una respuesta no lineal, se observa que el equilibrio (ecuación (3.8)) se satisface a través de un historial completo de la aplicación de las cargas; por ejemplo: la variable t debe tomar un valor desde cero hasta un tiempo máximo deseado, además si el análisis no lineal incluye condiciones de geometría no lineal, condiciones de material no lineal o fenómenos de tiempo dependientes, las relaciones de equilibrio (ecuación(3.8)) se deben resolver para todo el rango de tiempo. Para resolver un análisis no lineal se usa una solución incremental paso a paso, en donde en cada paso de análisis se lleva a cabo un problema estático donde la solución es independiente del tiempo. Para llevar a cabo una solución incremental paso a paso es necesario asumir que la solución para el tiempo t es conocida y que para la solución de tiempo $t + \Delta t$ es necesario obtener un valor, siendo Δt el incremento de tiempo. De esta forma, considerando la expresión (3.8) y añadiendo incrementos de tiempo $t + \Delta t$ se tiene:

$$R^{t+\Delta t} - F^{t+\Delta t} = 0 \quad (3.11)$$

donde el superíndice del lado izquierdo de R indica "un tiempo $t + \Delta t$ " (se asume que $R^{t+\Delta t}$ es independiente de las deformaciones). Conociendo la solución a un tiempo t , se obtiene lo siguiente:

$$F^{t+\Delta t} = F^t + F \quad (3.12)$$

Donde F es el incremento de las fuerzas nodales correspondiente a los incrementos de los desplazamientos y esfuerzos del elemento desde un tiempo t hasta $t + \Delta t$. El vector F puede calcularse a partir de la matriz de rigidez K^t la cual corresponde a las condiciones de geometría y material del sistema en un tiempo t :

$$F = K^t U \quad (3.13)$$

donde U es un vector incremental de desplazamientos nodales. Substituyendo las ecuaciones (3.13) y (3.12) en la ecuación (3.11) se obtiene:

$$K^t U = R^{t+\Delta t} - F^t \quad (3.14)$$

Resolviendo para U se calcula una aproximación para los desplazamientos a un tiempo $t + \Delta t$,

$$U^{t+\Delta t} = U^t + U \quad (3.15)$$

Los desplazamientos exactos al tiempo $t + \Delta t$ son los que corresponden a las cargas aplicadas $R^{t+\Delta t}$. Teniendo evaluado una aproximación de los desplazamientos correspondientes al tiempo $t + \Delta t$, se puede resolver para una aproximación a los esfuerzos y a los correspondientes puntos de fuerza nodales a un tiempo $t + \Delta t$, y entonces se procede a los siguientes pasos de análisis. Sin embargo, debido a la suposición en (3.13), tal solución está sujeta a errores significantes y dependiendo del tiempo o los tamaños de paso de carga, sería inestable. La iteración más ampliamente utilizada en el elemento finito es la del método de Newton-Raphson.

En el caso del software LS-DYNA®, los incrementos de tiempo se calculan en base a pequeños intervalos de tiempo para la solución (Δt). Estos intervalos de tiempo determinan la precisión de la solución final y para calcularlos LS-DYNA® verifica todos los elementos. Por razones de estabilidad utiliza un factor de escala de 0.9 (default) para decrementos de pasos de tiempo:

$$\Delta t = 0.9 \frac{l}{c} \quad (3.16)$$

donde l es la longitud mínima del elemento de malla y c es la velocidad del sonido. Las características principales de l y c es que dependen de la densidad del material (ρ), modulo de elasticidad (E) y coeficiente de Poisson (ν), de acuerdo a las siguientes relaciones:

$$l = \frac{A}{\max(L_1, L_2, L_3, L_4)}$$

$$c = \sqrt{\frac{E}{\rho(1-\nu^2)}} \quad (3.17)$$

donde A es el área del elemento y $L_1, L_2, L_3,$ y L_4 indican la longitud del elemento. Para calcular cada incremento de tiempo el software actualiza el valor de A y la longitud máxima de los lados del elemento cuadrado en cada paso de tiempo, esto para recalcular el siguiente incremento de tiempo. De esta forma el programa es como calcula los incrementos de tiempo automáticamente haciendo uso de las características del elemento y las propiedades del material [41]. Estos incrementos de tiempo son almacenados en un archivo de resultados con sus respectivos valores de esfuerzo, deformación, cargas, desplazamiento, etc.

3.1.2 Método de Newton-Raphson

El algoritmo de Newton-Raphson es un método iterativo para la resolución incremental de cualquier tipo de problema no lineal y las ecuaciones son las siguientes [41]:

$$K^t U = R^{t+\Delta t} - F^t \quad (3.18)$$

$$U^{t+\Delta t} = U^t + U \quad (3.19)$$

donde:

K^t es la matriz de rigidez equivalente a $\int [B_i]^t [D_i] [B_i] dv$

$R^{t+\Delta t}$: es el vector de fuerza total aplicado en el paso de tiempo $t + \Delta t$

F^t : vector de fuerzas interiores calculado a partir de las tensiones elementales en el paso t , correspondientes a la configuración $\int [B_i]^t \{\sigma_i\} dv$

U^t : el vector de desplazamiento

Las cantidades K^t y F^t son evaluadas en base a los valores dados por U^t . Este método es válido cuando se realiza un análisis tal como plasticidad en donde es necesario que el proceso de solución realice algunos pasos intermedios para estar en equilibrio. Como se observa en la figura 3.4, para resolver un problema no lineal es necesario realizar varias iteraciones hasta que la solución del problema converge. El algoritmo general para resolver esto es:

1. Asumir que el paso previo de solución es el primer paso de tiempo $U^0 = \{0\}$
2. Calcular el valor de la matriz de rigidez K^t y el vector de fuerzas interiores F^t de la configuración U^t .
3. Calcular U .
4. Sumar los desplazamientos U a U^t para obtener la siguiente aproximación $U^{t+\Delta t}$.
5. Repetir los pasos 2 a 4 hasta que la convergencia sea obtenida.

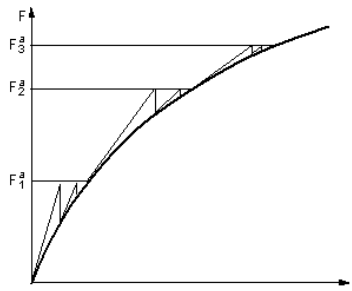


Figura 3.4. Procedimiento de solución del método de Newton Raphson.

Este método garantiza la convergencia si y solo si la solución de cualquier iteración $\{U_i\}$ esta cerca de la solución exacta. El criterio de convergencia detiene la solución cuando el valor de la fuerza de desequilibrio $R^{t+\Delta t} - F^t = \{R_{n,i}\}$ o residuo, es menor a un determinado error admisible. Este error admisible es igual a:

$$\|R^{t+\Delta t} - F^t\| < 0.001 \cdot \|R^{t+\Delta t}\| \quad (3.20)$$

El desplazamiento total acumulado al final de cada paso n es:

$$\{u^n\} = \{u^{n-1}\} + \sum \{\Delta u_i\} \quad (3.21)$$

3.1.3 Software LS-DYNA

Debido a que un análisis no lineal es complejo de resolverlo manualmente, se requiere de la ayuda de un software especializado. Por tal motivo se recurre a encontrar un software que reúna las siguientes características para crear un modelo de simulación del proceso de embutido:

- Resolver problemas en el área de formado de metal.
- Realizar análisis no lineal de estructuras complejas.
- Llevar a cabo análisis de grandes deformaciones.
- Tener elementos que permitan modelar los desplazamientos, rotación y traslación de los nodos de la lámina.
- Poseer modelos que permitan modelar plasticidad y anisotropía de la lámina metálica.
- Análisis del espesor de las piezas.
- Permitir modelar el contacto entre las herramientas.

El software que se utilizó para realizar el modelado por elemento finito es LS-DYNA®, el cual es un software de elemento finito usado para modelar y analizar deformaciones y respuesta dinámica de estructuras. Sus principales características son:

- a) Utiliza varios procedimientos de elemento finito y tiempos de integración para predecir el comportamiento de algún objeto.
- b) Tiene la capacidad de resolver problemas estructurales y de transferencia de calor.
- c) Tiene elementos Solid y Shell, recomendados para el formado de metal, para realizar el mallado de piezas.
- d) Resuelve problemas explícitos tales como: formado de metal, pruebas de impacto, contacto entre superficies, grandes deformaciones y múltiples no-linealidades.
- e) Debido a que la solución es explícita, ésta depende del tiempo, por lo que la solución se obtiene en determinados intervalos de tiempo hasta llegar a completar la solución. Esta característica demanda muchos recursos computacionales para llegar a la solución, cuyo grado de convergencia depende del número de intervalos en que se halla dividido el tiempo total.

Con estas características encontradas en el software se realiza el modelo de simulación con las características descritas en las siguientes secciones.

3.1.4 Algoritmo de solución

LS-DYNA® emplea el método de “Newton-Raphson” para resolver problemas no lineales. En esta aproximación, la carga es dividida en incrementos de carga los cuales pueden ser aplicados en pasos de carga. La figura 3.5 muestra el uso del método de “Newton-Raphson” el cual realiza iteraciones en un análisis no lineal.

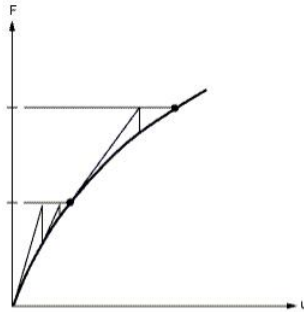


Figura 3.5. Aproximación del método de Newton-Raphson.

Antes de cada solución, el algoritmo evalúa el vector de carga, que es la diferencia entre las fuerzas restauradoras y las cargas aplicadas. El programa entonces realiza una solución lineal, usando el vector de cargas y verifica la convergencia. Si el criterio de convergencia no se satisface entonces el vector de cargas es re-calculado, la matriz de rigidez es actualizada y se obtiene una solución. Este procedimiento iterativo continúa hasta que la solución converge.

3.1.5 Modelo geométrico

Para realizar el análisis por el MEF del proceso de embutido, es necesario establecer correctamente la geometría de las herramientas en un modelo sólido CAD. Dicho modelo puede hacerse en algún programa CAD. En el caso del presente trabajo, se utilizó el software CATIA®, para posteriormente importarlo al software LS-DYNA®. Las herramientas que se modelaron fueron el punzón, pisador, lámina y dado con características de superficies o modelado sin espesor (figura 3.6).

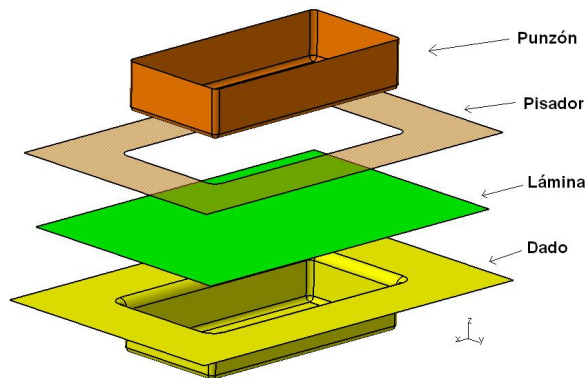


Figura 3.6. Herramientas del embutido rectangular dibujadas en CATIA®.

3.1.6 Tipo de elemento

Por lo general los elementos finitos se pueden dividir en las siguientes categorías: elementos de línea, elementos de superficie, elementos sólidos y elementos de propósito específico. De todos estos elementos disponibles es necesario seleccionar uno que reúna las siguientes características:

- El elemento debe soportar grandes desplazamientos.
- El elemento debe modelar una estructura (lámina) en el que el grosor es más pequeño comparado con las otras dimensiones.

Dentro de la librería de LS-DYNA® existe una gran cantidad de elementos, sin embargo para el caso del análisis de embutido se recomienda [41] el uso de elementos del tipo concha o cascarón (a este tipo de elemento en el idioma inglés se le conoce como Shell) o elementos sólidos (en el idioma inglés Solid). Para el caso de estudio en esta tesis se seleccionó el elemento Shell en lugar del elemento Solid debido a lo siguiente:

- El elemento Shell está diseñado para modelar estructuras delgadas o estructuras de pared delgada en la cual la dimensión del grosor es muy pequeño en comparación con las otras dimensiones.
- El elemento Shell se usa para mallar áreas, no volúmenes. Por lo cual no tiene un grosor geométrico. Esta opción facilita el cálculo de las simulaciones reduciendo el tiempo computacional (se tienen componentes con menos nodos) para la solución, en comparación con el elemento Solid que requiere más recursos computacionales para resolver el problema.
- Para realizar el mallado con un elemento Shell es necesario que la geometría de las herramientas se lleve a cabo mediante superficies, es decir, por áreas planas (sin espesor).

Dentro de las características teóricas [40] del elemento Shell destaca que la geometría del elemento se define por su espesor y su superficie media, que es una superficie curva en el espacio. La carga que se le aplica a un elemento Shell se distribuye a través del elemento por la combinación de una acción de membrana (no presenta rigidez a flexión y torsión) y flexión. Un Shell delgado puede ser muy fuerte si la acción de la membrana domina; en la misma forma que un alambre puede distribuir cargas a tensión pero solo pequeñas cargas a flexión, el elemento Shell puede distribuir cargas en el elemento por solo la acción de la membrana. Esta acción de membrana se caracteriza por desarrollar esfuerzos normales y en algunos casos esfuerzos tangenciales. Un Shell no está completamente libre de esfuerzos flexionantes. Estos aparecen en puntos cercanos de cargas, líneas de carga, refuerzos, coyunturas, cambios de curvatura y soportes. En resumen, cualquier concentración de carga o geometría discontinua se puede esperar que produzca esfuerzos de flexión, a menudo mucho mayor que los esfuerzos de membrana (cargas constantes de tensión o compresión provocadas por cargas actuando en el plano de los elementos Shell), pero usualmente localizados en una capa límite cerca de la carga o discontinuidad.

En el apéndice A se incluye un análisis comparativo del desempeño en la simulación MEF del proceso de embutido usando diferentes tipos de elementos (Solid y Shell), aplicados a un caso de estudio. Con los resultados de dicho análisis se confirma que el elemento Shell es el más adecuado para problemas de formado de metal, y prueba de ello es que la

mayoría de los trabajos reportados en la literatura utilizan este elemento. En el caso de LS-DYNA® el elemento seleccionado es el Shell 163.

Algunas de las características del elemento Shell 163 son: tiene seis grados de libertad en cada nodo, tres desplazamientos traslacionales en x, y, z y tres deformaciones de rotación en los ejes x, y, z [41]. La figura 3.7 muestra el plano medio del elemento Shell y los grados de libertad en los nodos.

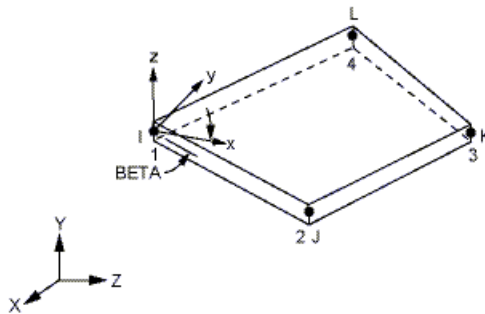


Figura 3.7. Elemento Shell 163 de LS-DYNA®.

3.1.7 Modelo constitutivo

Por modelo constitutivo se refiere al tipo de ecuaciones constitutivas que representarán al material. Para definir el modelo constitutivo se recurre a dos modelos diferentes. El primer modelo corresponde a la lámina, el cual debe proporcionar la deformación de la lámina. El segundo modelo corresponde a las herramientas como el punzón, el pisador y el dado. En el caso del modelo para las herramientas, se asume que son cuerpos rígidos y no van sufrir ninguna deformación. A continuación se presentan las características de cada uno de los modelos utilizados.

a) Modelo constitutivo de la lámina.

El material considerado en el presente trabajo para el proceso de embutido es un acero al bajo carbono AISI 1015 cuyas propiedades mecánicas se muestran en la tabla 3.1.

Módulo de Young	206 GPa
Esfuerzo último a tensión	317 MPa
Esfuerzo de cedencia	125 MPa
Densidad	7800 kg/m ³
Exponente de endurecimiento (<i>n</i>)	0.21
Constante de endurecimiento (<i>K</i>)	529.5 MPa
Anisotropía: R_0	2.53
R_{45}	1.84
R_{90}	2.72

Tabla 3.1. Propiedades mecánicas del acero 1015.

Para modelar el comportamiento de la lámina, el modelo constitutivo debe cumplir con los siguientes requerimientos:

- Permitir trabajar con un elemento tipo Shell.
- Capaz de introducir parámetros del material tales como: anisotropía (R), coeficiente de endurecimiento (K), exponente de endurecimiento (n).
- Desarrollar el modelo constitutivo para un material como el acero 1015.
- Permitir definir la falla del material.

De los modelos disponibles que se encuentran en la librería de LS-DYNA® y que cumplen con las características antes mencionadas se selecciona el modelo de Barlat que a continuación se describe:

El modelo de Barlat y Lian [43] considera el comportamiento del material como anisotrópico además que permite modelar láminas con anisotropía bajo condiciones de esfuerzo plano por lo cual permite el uso de los parámetros de Lankford [41]. La expresión correspondiente al modelo de Barlat y Lian es:

$$2(\sigma_y)^m = a|K_1 + K_2|^m + a|K_1 - K_2|^m + c|2K_2|^m \quad (3.22)$$

Donde σ_y es el esfuerzo de cedencia, a y c son las constantes de anisotropía del material, m es el exponente de Barlat y K_1 , K_2 se definen como:

$$K_1 = \frac{\sigma_{xx} + h\sigma_{yy}}{2} \quad (3.23)$$

$$K_2 = \sqrt{\left(\frac{\sigma_{xx} + h\sigma_{yy}}{2}\right)^2 + p^2\tau_{xy}^2} \quad (3.24)$$

Donde h y p son las constantes anisotrópicas del material, h se obtiene mediante la siguiente relación:

$$h = \sqrt{\frac{R_0}{1+R_0} \frac{1+R_{90}}{R_{90}}} \quad (3.25)$$

y la constante p se obtiene implícitamente en el transcurso de la solución.

Finalmente para modelar el comportamiento del material en la región elástica se usa la relación lineal $\Delta\sigma = E\Delta\varepsilon$ cuando el nivel de esfuerzos en el material es menor al esfuerzo de cedencia. Si el nivel de esfuerzos es mayor al esfuerzo de cedencia entonces se hace uso de la relación $\Delta\sigma = K(\Delta\varepsilon_0 + \Delta\varepsilon_p)^n$ donde ε_0 es la deformación inicial, ε_p es la deformación plástica y n es el exponente de endurecimiento. Para la definición de este modelo en LS-DYNA® se deben proporcionar los datos presentados en la tabla 3.1.

b) Modelo constitutivo de las herramientas

Debido a que existen tres herramientas a modelar: punzón, pisador, dado, es necesario aplicar un modelo que describa las propiedades mecánicas de las herramientas. En el análisis lo que interesa es modelar la deformación de la lámina, por tal motivo los demás elementos: punzón, pisador, dado, son modelados como cuerpos rígidos. El modelar las herramientas como cuerpos rígidos es recomendable para operaciones de formado de lámina. Las deformaciones de estos elementos rígidos durante la simulación son

ignoradas y no se almacenan variables de esfuerzo y deformación. Esto origina que el tiempo de procesamiento de la solución se reduzca considerablemente. Las únicas variables de material que se definen para las herramientas consideradas como cuerpos rígidos son: densidad del material, Módulo de Young y el coeficiente de Poisson.

3.1.8 Simetría del modelo

Con el propósito de disminuir el costo computacional y mejorar la precisión de los resultados, se aplicó el principio de simetría a cada una de las piezas analizadas tomando solo la mitad de las piezas rectangulares como se muestra en la figura 3.8.

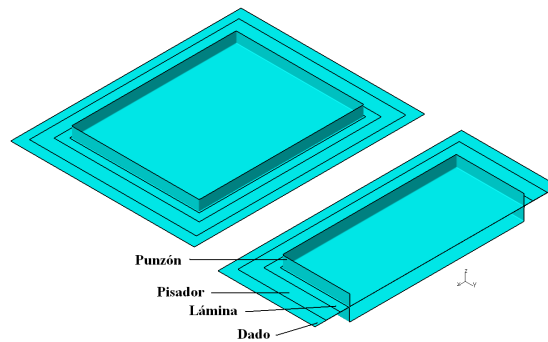


Figura 3.8. Simetría de las herramientas utilizadas en la simulación.

3.1.9 Mallado de las piezas

Una vez definido la simetría de la pieza se procede a realizar el mallado de la pieza. En promedio se utilizó un tamaño de malla de 4 mm, esto dependiendo las dimensiones de las diferentes piezas que se utilizaran en la simulación. La figura 3.9 muestra las piezas después realizar el mallado.

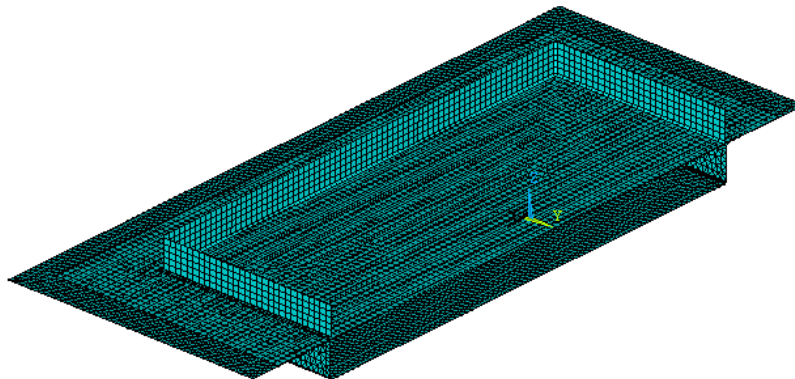


Figura 3.9. Mallado de las piezas.

Para llegar a un tamaño óptimo de la malla, se realizó un análisis de sensibilidad y/o convergencia. En el análisis se comenzó con un tamaño burdo de la malla de todos los componentes, del cual se obtenían esfuerzos altos comparados al esfuerzo último del material. Posteriormente se redujo gradualmente el tamaño de la malla, y se comparaban

los resultados de esfuerzos en la lámina con los resultados de la simulación anterior. De esta manera se redujo la malla hasta un tamaño en donde la solución entre ambas simulaciones no variaba entre 1 y 3 %. Con este tamaño de malla, se tiene un incremento de tiempo (paso) aproximado de $3.79e-5$ s, con un número total de 10 000 pasos.

3.1.10 Restricciones

La tabla 3.2 muestra las condiciones de frontera aplicadas a la lámina y herramientas durante el proceso de embutido. En el caso de las herramientas como el punzón y pisador se imponen restricciones de desplazamiento y rotación en las direcciones X e Y (solo estas herramientas se mueven en la dirección de Z). A la lámina no se le aplica ninguna restricción de desplazamiento o rotación por ser la pieza de análisis sobre la cual se aplica la fuerza de embutido. En cuanto a las restricciones de rotación, en la lámina no es necesario definir las porque los movimientos de la lámina quedan limitados por las herramientas. Finalmente el dado queda restringido en desplazamiento y rotación debido a que esta herramienta solo sirve para que la lámina entre en la cavidad del dado.

Componente	Desplazamiento			Rotación		
	x	y	z	θ_x	θ_y	θ_z
Punzón	✓	✓	×	✓	✓	×
Pisador	✓	✓	×	✓	✓	×
Lámina	×	×	×	×	×	×
Dado	✓	✓	✓	✓	✓	✓

Tabla 3.2. Restricciones impuestas a las herramientas.

3.1.11 Modelo de contacto

Debido a que el proceso de embutido requiere que exista contacto entre las herramientas, es necesario definir un contacto entre el punzón y la lámina debido a que la lámina deberá presentar una deformación. Dentro del software existen tres tipos diferentes de contacto:

- Superficie simple (ASSC): Este tipo de contacto se establece cuando una superficie de un cuerpo entra en contacto con si misma o con la superficie de otro cuerpo. Este tipo de contacto es eficiente para problemas de cuerpos que presentan auto-contacto o problemas que involucran grandes deformaciones donde las áreas de contacto son desconocidas.
- Nodo a superficie (NTS): El contacto se presenta cuando un nodo de la superficie de un cuerpo entra en contacto con la superficie de otro cuerpo. Este tipo de contacto se usa comúnmente para contacto entre dos superficies y cuando una pequeña superficie entra en contacto con una superficie más grande. Se utiliza en procesos donde se producen grandes deformaciones, deslizamientos y diferentes tipos de malla entre los elementos a analizar.
- Superficie a superficie (STS): El contacto se establece cuando la superficie de un cuerpo penetra a la superficie de otro cuerpo. Este tipo de contacto es usado para cuerpos que tienen grandes áreas de contacto y para cuerpos que experimentan grandes cantidades de deslizamiento con fricción como un bloque que se desliza sobre un plano.

Mediante estos tres diferentes tipos de contacto se selecciona el del tipo de “contacto superficie a nodo (NTS)”. Este tipo de contacto es recomendable en procesos donde ocurren grandes deformaciones y desplazamientos como en el proceso de embutido profundo.

3.1.12 Modelo de fricción

Las herramientas como el punzón y el dado son consideradas como cuerpos rígidos los cuales entran en contacto con la lámina en la operación de formado. Debido a que existe un contacto entre las herramientas y la pieza de trabajo se origina fricción entre estas piezas por lo cual es necesario considerar el aspecto de fricción en el formado de metal. Para llevar a cabo esta consideración se recurre a usar el modelo básico de fricción de Coulomb el cual se define como la relación entre la fuerza de fricción y la fuerza normal entre las superficies de contacto:

$$\mu = \frac{F}{F_N} = \frac{\tau_i A}{pA} = \frac{\tau_i}{\sigma_n} \quad (3.26)$$

donde:

τ_i : esfuerzo cortante

σ_n : es el esfuerzo normal

Esta expresión (3.26) se puede expresar de la siguiente forma:

$$\tau = \mu \sigma_n \quad (3.27)$$

donde el coeficiente de fricción μ representa un valor numérico que varía de 0 a 1 como se muestra a continuación [30]:

- $\mu=0.015$ a 0.15 , en formado en frío de aceros, aleaciones de aluminio y cobre, usando como lubricante jabón de fosfato o aceite.
- $\mu=0.2$ a 0.4 , en formado en caliente de aceros, cobre y aleaciones de aluminio con lubricantes como grafito-agua o grafito-aceite.
- $\mu=0.1$ a 0.3 , en formado en caliente de titanio y aleaciones a altas temperaturas.
- $\mu=0.7$ a 1.0 , cuando no se usa lubricante. Esto se usa en procesos como rolado en caliente de láminas.

De acuerdo a estos valores se tomó el rango de 0.015 a 0.15 que corresponde al formado en frío de aceros, y en particular se tomó el valor de 0.144 utilizado en la literatura [46].

3.1.13 Asignación de cargas

La aplicación de carga se realiza directamente sobre el cuerpo rígido. En el caso de la fuerza de pisador, ésta se aplica directamente al pisador y tiene un valor constante. El valor de la fuerza del pisador se calculó en base a la siguiente expresión [20] para embutido cilíndrico pero utilizando el concepto de diámetro equivalente:

$$F = \left(\left[(\beta_{actual} - 1)^2 + \frac{d_e}{200 \cdot s} \right] \frac{R_m}{400} \right) (D_e^2 - (d_e + 2w + 2r_M)^2) \frac{\pi}{4} \quad (3.28)$$

donde:

F: fuerza del pisador (N)

β_{actual} : relación de embutido (D/d)

d_e : diámetro del punzón equivalente (mm)

s: espesor de la lámina (mm)

R_m : esfuerzo último a tensión (MPa).

D_e = diámetro inicial de la lámina equivalente (mm)

w = claro entre el dado y el punzón (mm)

r_M = radio de curvatura del dado (mm)

En el caso del punzón se le aplica un desplazamiento y un tiempo determinado de carrera.

3.1.14 Solución y análisis de resultados

a) Criterio de falla

Para realizar el análisis de falla de un sólido en tres dimensiones, se debe convertir el estado de esfuerzos tridimensional a un valor equivalente que represente el estado de esfuerzos. Los tres criterios de falla más comúnmente utilizados son: Criterio de Tresca, Criterio de Mohr-Coulomb, Criterio de Von Mises. De estos tres criterios el más utilizado para el caso de falla de metales con comportamiento isotrópico es el Criterio de Von Mises [44]:

$$\sigma_e = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + (\sigma_y - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_x)^2 + 6(\tau_{xy}^2 + \tau_{yz}^2 + \tau_{zx}^2)} \quad (3.29)$$

donde:

$\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$: son los esfuerzos normales en las direcciones x, y y z.

$\tau_{xy}, \tau_{yz}, \tau_{zx}$: son los esfuerzos cortantes en las direcciones x, y y z.

En el caso de la simulación del proceso de embutido de lámina, se consideró el uso del criterio de Hill [12]. Este criterio es utilizado para materiales con un comportamiento anisotrópico. La formulación para el criterio de falla mediante la formulación de Hill es:

$$\sigma_e = \sqrt{F(\sigma_y - \sigma_z)^2 + G(\sigma_z - \sigma_x)^2 + H(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 2L\tau_{yz}^2 + 2M\tau_{xz}^2 + 2N\tau_{xy}^2} \quad (3.30)$$

donde: F, G, H, L, M y N son constantes que describen el comportamiento de anisotropía y se obtienen a partir de pruebas experimentales (tabla 3.3). Estas constantes de plasticidad son útiles para el cálculo del esfuerzo efectivo de Hill para un material anisotrópico.

<i>F</i>	0.2632
<i>G</i>	0.2832
<i>H</i>	0.7168
<i>L</i>	1.5
<i>M</i>	1.5
<i>N</i>	1.2794

Tabla 3.3. Parámetros de plasticidad.

Para determinar el criterio de falla se determinan dos cantidades: σ_f que es el esfuerzo de falla del material en una prueba de tensión uniaxial, y el esfuerzo efectivo σ_e (ecuación (3.30)), para así obtener la siguiente relación:

$$Falla = \frac{\sigma_f}{\sigma_e} \quad (3.31)$$

Esta relación indica que si el valor *Falla* es mayor a 1 la pieza no falla, mientras que si es menor a 1 la pieza ya falló. Este criterio se implementó en la simulación MEF llevada a cabo en LS-DYNA® de acuerdo a la siguiente expresión:

$$Falla = \frac{\sigma_{UTS}}{\sqrt{F(\sigma_y - \sigma_z)^2 + G(\sigma_z - \sigma_x)^2 + H(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 2L\tau_{yz}^2 + 2M\tau_{xz}^2 + 2N\tau_{xy}^2}} \quad (3.32)$$

donde σ_{UTS} es el esfuerzo último a la tensión del material. Cabe hacer mención que para mostrar los resultados gráficos obtenidos en LS-DYNA®, se convierte el valor de *Falla*, calculado con la expresión (3.32), en una presentación booleana utilizando las siguientes correspondencias: si la pieza falla el color mostrado es rojo y el valor es “1”, si la pieza no falla el color es azul y el valor “0”. En el apéndice B se encuentra el código implementado en la simulación para calcular el esfuerzo de Hill, así como también el código para mostrar visualmente donde aparece la falla en la pieza.

b) Altura máxima obtenida por simulación

Una de las implementaciones que se realizaron en la simulación MEF fue obtener la altura máxima de embutido antes de que el material falle. Para realizar esta implementación se recurre a leer el archivo de resultados del software en cada incremento de tiempo como se describió en la ecuación (3.16), sección 3.1.1. Cabe mencionar que el software LS-DYNA® utiliza y almacena aproximadamente 10 000 pasos de tiempo en su archivo de resultados, pero por default en el análisis de resultados solo muestra 100 pasos del total almacenado.

Para obtener el valor de la altura máxima obtenida por simulación se recurre a usar los 100 pasos que el software proporciona, aunque se puede usar una mayor cantidad de pasos. Los resultados de usar una mayor o menor cantidad de pasos son los mismos la diferencia radica principalmente en el tiempo de procesamiento. Por tal motivo se recurre a usar los 100 pasos que el software proporciona debido a que es más práctico y cuesta menos tiempo de análisis [41].

Para desarrollar lo anteriormente expuesto se desarrolló un código de programación (subrutina) la cual calcula el valor de altura máxima de embutido de una pieza sin presentar falla, ecuación (3.32). Para llevar a cabo la subrutina es necesario leer el archivo de pasos de tiempo así como el esfuerzo máximo de Hill que se presenta en cada intervalo de tiempo. Al terminar con la lectura de todos los pasos de tiempo y esfuerzo de Hill se adaptan los valores de tiempo en forma de altura de embutido para obtener una gráfica que represente la altura de embutido versus esfuerzo de Hill.

Los siguientes pasos describen de manera general el procedimiento utilizado:

1. Se prepara la pieza y se define una determinada altura de embutido, prediciendo que la pieza presentará una falla y posteriormente se lleva a cabo la solución.
2. Después se introduce un código de programación (subrutina) el cual calculará el esfuerzo de Hill para cada intervalo o incremento de altura de embutido, iniciando desde cero hasta el máximo valor de altura.
3. Con el cálculo del esfuerzo de Hill a partir de la altura de embutido la rutina realiza una gráfica la cual muestra los resultados de la siguiente manera: cuando el esfuerzo de Hill es menor o igual al esfuerzo último del material entonces la rutina realiza una grafica indicando la máxima altura de embutido que puede soportar la pieza con su respectivo esfuerzo.
4. Al final se obtiene la gráfica de altura de embutido contra esfuerzo de Hill indicando el historial de esfuerzo que se presenta en la lámina a diferentes alturas de embutido.

El objetivo de implementar esta subrutina en el software es:

- Obtener un valor numérico de altura máxima a la cual la pieza se puede embutir sin representar defectos, esto obtenido a través de simulación.
- Este valor numérico de altura máxima permitirá comparar las expresiones teóricas para el cálculo de la altura máxima de embutido, determinando la precisión de cada una de éstas.

El código de esta implementación de la subrutina se presenta en el apéndice C.

3.1.15 Metodología de solución

Como resumen, en la figura 3.10 se presenta un diagrama con los pasos propuestos para el análisis y simulación MEF del embutido rectangular.

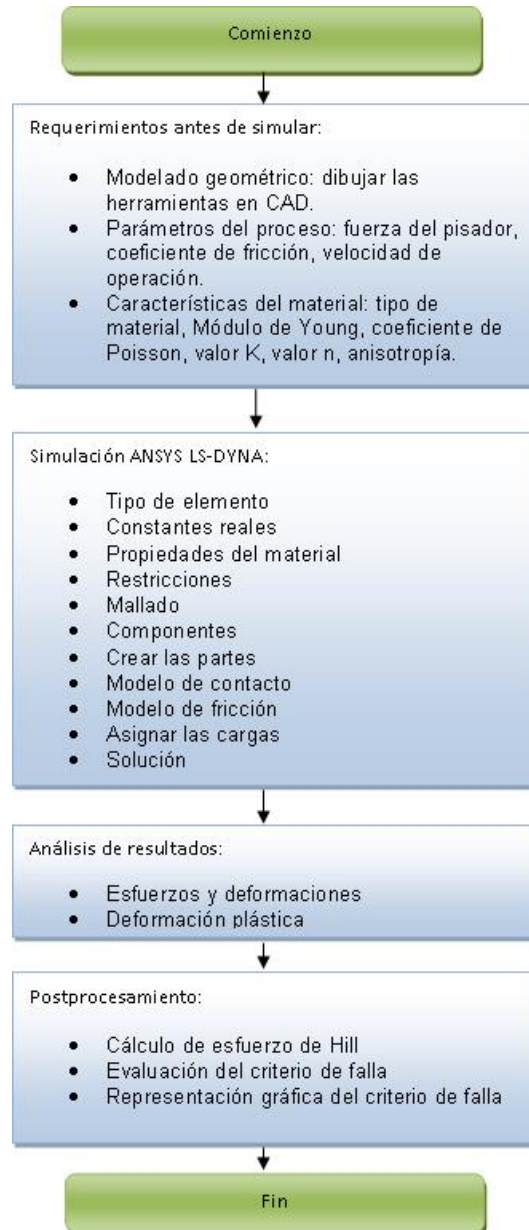


Figura 3.10. Pasos generales para realizar la simulación MEF.

3.2 Calibración del modelo

Para verificar la validez del procedimiento propuesto para el análisis MEF del proceso de embutido, es necesario realizar una calibración del modelo. Para ello se toma como caso de estudio un ejemplo de la literatura, relacionado a un embutido cuadrado. En el apéndice D se presenta el código de programación completo del análisis MEF del modelo de calibración.

El ejemplo se tomó de [45] y corresponde a un análisis de falla en un embutido cuadrado figura 3.11 el cual utiliza para la simulación numérica dos modelos para el comportamiento del material: isotrópico y anisotrópico elasto-plástico realizando el análisis en el software ABAQUS®. La lámina se modela como un material con características de endurecimiento dadas por el modelo de Swift [46]: $\sigma = K(\epsilon_0 + \epsilon_p)^n$.

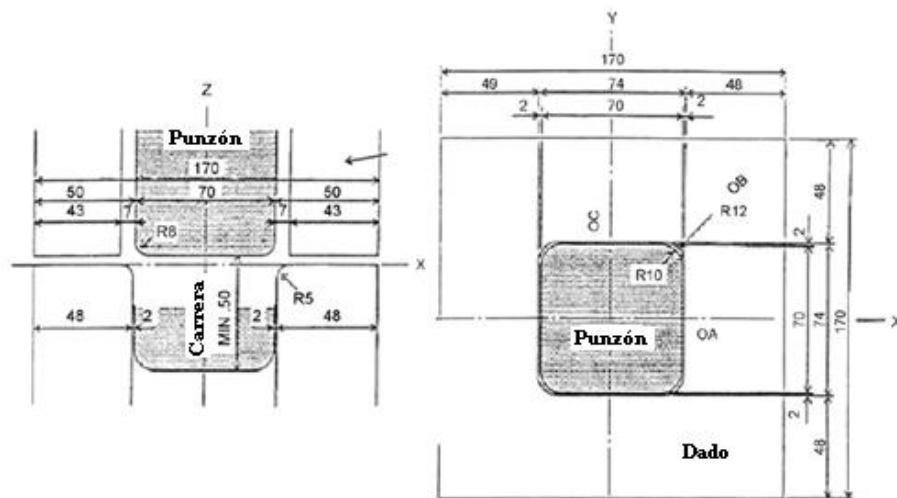


Figura 3.11. Dimensiones de las herramientas para el embutido cuadrado (Makinouchi [48])

Para poder verificar la validez del modelo de simulación propuesta en esta tesis, se procedió simular el ejemplo anterior de acuerdo a lo siguiente datos [46]:

- Geometría CAD. Se realizaron los modelos geométricos de las piezas y herramientas de acuerdo a la figura 3.11.
- Parámetros del proceso:
 - Valor de la fuerza del pisador 19.6 KN.
 - Dimensiones iniciales de la lámina: 150mm x 150 mm x 0.78 mm.
 - Carrera del punzón 40 mm.
 - Coefficiente de fricción de Coulomb 0.144.
 - Malla del tipo cuadrilátero con un tamaño de 2 mm.
 - Las herramientas (punzón, matriz y pisador) fueron consideradas como cuerpos rígidos.
- Características del material. El material es un acero con las propiedades mecánicas presentadas en la tabla 3.4.
- Los parámetros de plasticidad se muestran en la tabla 3.5

- e. Modelado del material. Para propósitos de comparación el modelo del material se hace igual que en la referencia [46], $\sigma = K(\varepsilon_0 + \varepsilon_p)^n$.

Módulo de Young (GPa):	E=206 Gpa
Coefficiente de Poisson:	$\nu=0.3$
Densidad (kg/m ³):	$\rho = 7800$
Constante de endurecimiento(MPa):	$K=567.29$
Exponente de endurecimiento:	$n=0.2637$
Deformación elástica:	$\varepsilon_0 = 0.007127$

Tabla 3.4. Propiedades del material (acero)

Esfuerzo de cedencia σ_Y (MPa)	164.1
C (MPa)	2513.1
a,b	21.3, 1.7
Q (MPa)	477.1
F	0.283
G	0.358
H	0.642
L=M=N	0.12888

Tabla 3.5. Parámetros de plasticidad.

3.2.1 Análisis de resultados

Deformación plástica

Se llevaron a cabo tres simulaciones en LS-DYNA® para comparar los resultados obtenidos contra los que se presentan en el artículo [45]. Las figura 3.12, figura 3.14 y figura 3.16 muestran la distribución de la deformación plástica en la pieza de trabajo para diferentes carreras del punzón, estos resultados son obtenidos de [46]. Por otra parte, las figura 3.13, figura 3.15 y figura 3.17 muestran los correspondientes resultados obtenidos en LS-DYNA®.

Para el primer caso, una carrera de punzón de 21.67 mm, los resultados que se obtienen en [45] muestran que la máxima deformación equivalente plástica se presenta en las esquinas de la pieza de trabajo. Observando la figura 3.13 efectivamente la máxima deformación ocurre en la esquina. Los resultados muestran una diferencia de aproximadamente un 7% entre ambos modelos.

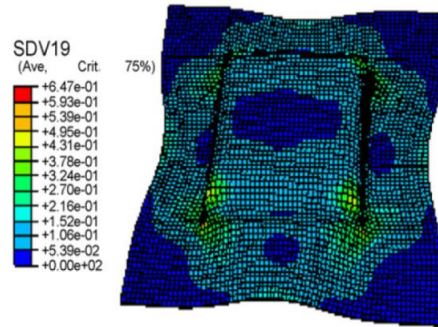


Figura 3.12. Deformación plástica equivalente, altura de embutido de 21.67 mm.

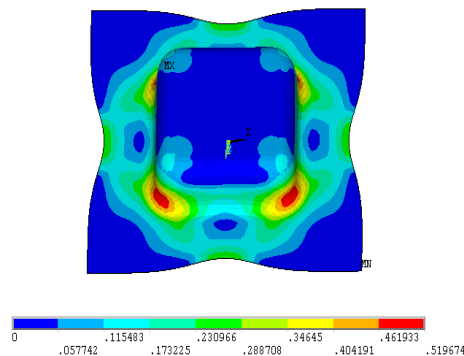


Figura 3.13. Deformación plástica equivalente, altura de embutido de 21.67 mm.

En la figura 3.14 y figura 3.15 se presenta el análisis pero ahora con una altura de embutido de 29.98 mm. En este caso las regiones de mayor deformación plástica son en las esquinas. En comparación con la altura de 21.67 mm, la deformación máxima que se presenta a una altura de 29.98 mm aumenta de 0.647 a 0.669 para el modelo de ABAQUS®; mientras que en el modelo de LS-DYNA® el valor máximo aumenta de 0.519 a 0.699. En base a estos resultados la diferencia existente entre ambos modelos es de aproximadamente un 9%.

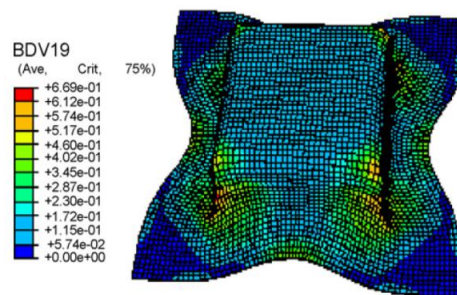


Figura 3.14. Deformación plástica equivalente, altura de embutido de 29.98 mm.

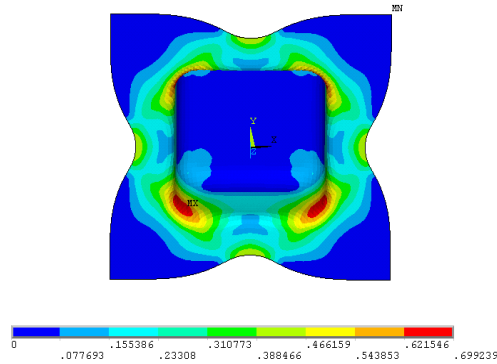


Figura 3.15. Deformación plástica equivalente, altura de embutido de 29.98 mm.

Para el último caso, donde la altura de embutido es de 38.33 mm (figura 3.16 y figura 3.17), se calcula una diferencia de aproximadamente un 8% entre los resultados de ambos modelos.

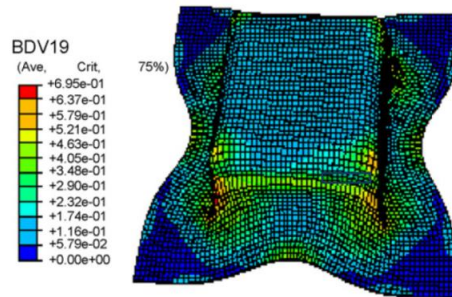


Figura 3.16. Deformación plástica equivalente, altura de embutido de 38.33 mm.

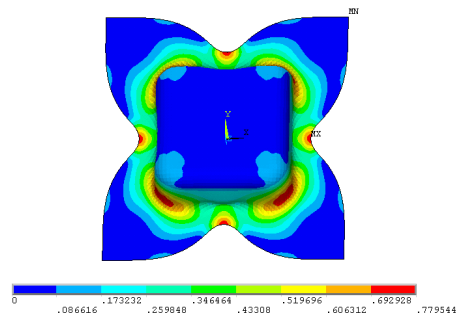


Figura 3.17. Deformación plástica equivalente, altura de embutido de 38.33 mm.

Con estas evaluaciones de modelos se puede concluir que en general el modelo realizado en LS-DYNA® presenta un promedio de 8% de diferencia en relación al modelo reportado en [45]. Este porcentaje de diferencia se considera aceptable ya que los valores de deformación plástica entre ambos modelos de ABAQUS® y LS-DYNA® tienen valores parecidos de deformación además de que ambos modelos muestran zonas similares de deformación. El 8% de diferencia entre ambos modelos se podría reducir ya que en [45] algunos datos del proceso no son reportados, tales como la velocidad de formado y el tipo de malla que se utilizó. Estas dos variables fueron propuestas en base a la literatura consultada.

Reducción de la lámina

Este apartado se refiere a la reducción o contracción de la lámina después de ser embutida. En la figura 3.18 se muestra un cuarto de la lámina inicial identificado por los lados 0-A-B-C. Después de embutirse la lámina, ésta se contrae a la forma dada por el contorno azul de la figura 3.18. El objetivo es entonces comparar los valores DX, DY y DD que se obtienen en pruebas experimentales realizadas por distintos investigadores, Makinouchi [46], Zhang [47] y Khelifa [48]. La tabla 3.6 muestra los valores de contracción de la lámina obtenidos por estos tres diferentes investigadores y uno último obtenido en este trabajo mediante LS-DYNA®. Los resultados muestran una diferencia de aproximadamente 3.7 % en la dirección DX y una diferencia de 6.5% en la dirección DD, en comparación con los valores experimentales.

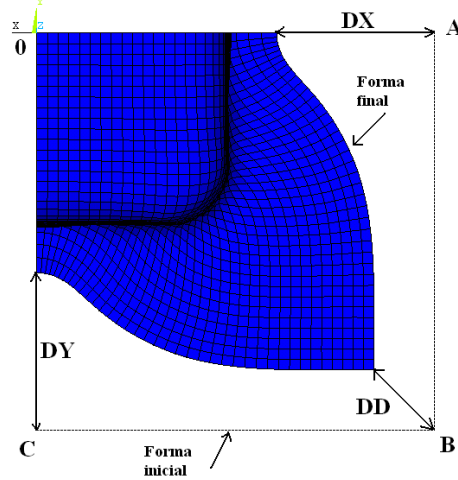


Figura 3.18. Imagen de un cuarto de la pieza embutida. Muestra la forma inicial y la forma final de la lámina.

	DX (mm)	DY (mm)	DD (mm)
Experimental (Makinouchi et)	27.95	-	15.00
Zhang (Zhang et al.)	28.37	-	15.51
CoupledVumat	28.10	26.10	13.50
LS-DYNA	29	-	16

Tabla 3.6. Valores de reducción de la lámina.

Distribución de espesor

Una de las comparaciones que se hacen en [45] es el porcentaje de adelgazamiento que se presenta en la lámina después de ser formada. Para ello es necesario obtener dos perfiles de espesor de la lámina. El primero fue el de la dirección OA (dirección de rolado a 0°) y el segundo fue el de la dirección OB (dirección de rolado a 45°), como se muestra en la figura 3.19. Con estos dos perfiles de espesor se determina el perfil de adelgazamiento que se presenta a lo largo de las líneas y se comparan los resultados que se obtienen en LS-DYNA® con los obtenidos por otros investigadores: [47], [48] y [49].

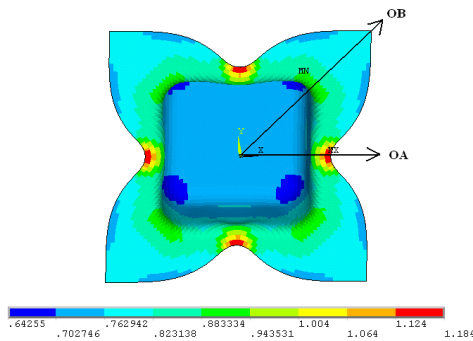


Figura 3.19. Distribución de espesor a lo largo de la pieza de trabajo.

Las figura 3.20 y figura 3.21 muestran el porcentaje de adelgazamiento de la lámina que se presenta a lo largo del perfil OA y OB al final del formado de la lámina. Comparando los resultados obtenidos por LS-DYNA® contra los cuatro restantes se observa que las líneas tienden a aproximarse aceptablemente.

En la figura 3.20 se observa que la línea amarilla (simulación LS-DYNA®) tiene una buena aproximación con respecto a la línea continua amarilla del modelo experimental. Esta gráfica indica que a lo largo de la dirección de OA, a partir de 0 a 30 mm de distancia se mantiene el adelgazamiento de la lámina. Pero a partir de 42 mm la lámina empieza a engrosarse. Esto se observa claramente en la figura 3.19 en donde el grosor de la lámina en la base de la pieza tiene un valor aproximado de 0.75 mm, después se reduce a 0.73 mm y finalmente se engrosa hasta un valor de 1.18 mm.

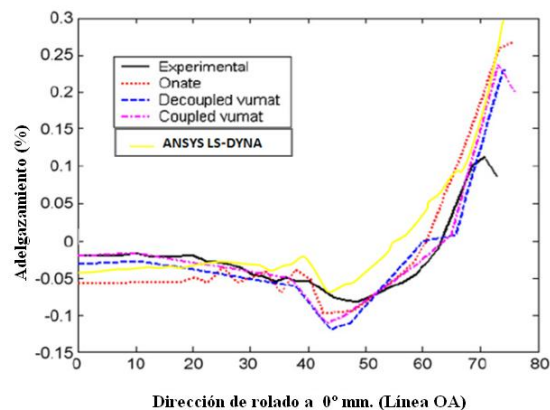


Figura 3.20. Porcentaje de adelgazamiento de la lámina a lo largo de la dirección OA.

En la figura 3.21 se muestra el comportamiento de la línea amarilla obtenida por la simulación de LS-DYNA® es similar al modelo experimental [47]. Aquí se observa que el espesor fluctúa de un valor original, decrece en la esquina superior de la pieza, llega a su punto máximo en la esquina inferior y finalmente vuelve reducirse casi al espesor de 0.78 mm en la esquina de la lámina en la dirección OB.

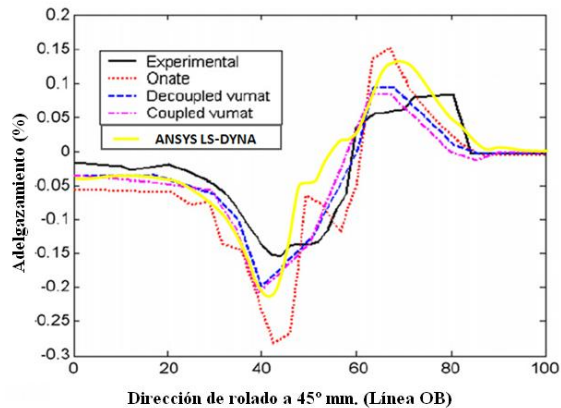


Figura 3.21. Porcentaje de adelgazamiento de la lámina a lo largo de la dirección OB.

Por lo anterior, se concluye que el modelo de MEF propuesto en LS-DYNA® para el análisis del embutido rectangular es válido y puede ser utilizado para realizar el análisis y simulación MEF de este proceso.

3.3 Conclusiones

En este capítulo se desarrollaron los conceptos básicos y los pasos de solución involucrados para realizar un análisis MEF. Se desarrolló y propuso un modelo MEF para el análisis y simulación del embutido rectangular. Como parte del desarrollo se llevó a cabo una calibración del modelo con base en la información e un caso de estudio obtenido de la literatura. Los resultados que se obtuvieron en la calibración del modelo mostraron un porcentaje de diferencia del 8%, lo cual se considera aceptable, además de que esta diferencia se podría disminuir si se contara con toda la información necesaria. De esta manera se concluye que la herramienta de calibración es apta para continuar con posteriores análisis de simulación del proceso de embutido.

Capítulo 4

Análisis y discusión de casos de estudio

En este capítulo se muestran los resultados obtenidos del análisis de la altura permisible en el embutido de piezas rectangulares, utilizando métodos teóricos, numéricos (MEF) y experimentales. El objetivo de estos tres análisis es identificar la expresión teórica que predice con mayor precisión la altura permisible en el embutido rectangular, reduciendo o eliminando el uso de los métodos experimentales o “a prueba y error” en las etapas de diseño y fabricación, garantizando así la reducción de partes defectuosas.

4.1 Aspectos generales del proceso de fabricación

Con el propósito de evaluar las expresiones teóricas para el cálculo de la altura de embutido de piezas rectangulares, se seleccionaron 20 piezas rectangulares de un proceso de fabricación de una empresa metal-mecánica de la región. De estas piezas se obtuvieron sus parámetros geométricos característicos y el material de la lámina. La forma básica de estas partes, así como la identificación y nomenclatura de cada parámetro se muestran en la figura 4.1. La tabla 4.1 muestra los valores de cada uno de los parámetros geométricos de este conjunto de 20 piezas. Las letras mayúsculas ‘A’ y ‘B’ que aparecen en esta tabla 4.1 corresponden a las dimensiones iniciales de la lámina (largo y ancho inicial) antes de ser embutidas. Cabe hacer mención que la relación b/a representa el grado de irregularidad de la forma rectangular, valores cercanos a la unidad indican formas rectangulares próximas al cuadrado (más regular), mientras que valores menores indican una forma rectangular más alargada (más irregular). El material de la lámina es un acero al bajo carbono AISI 1015 cuyas propiedades mecánicas se muestran en la tabla 4.2.

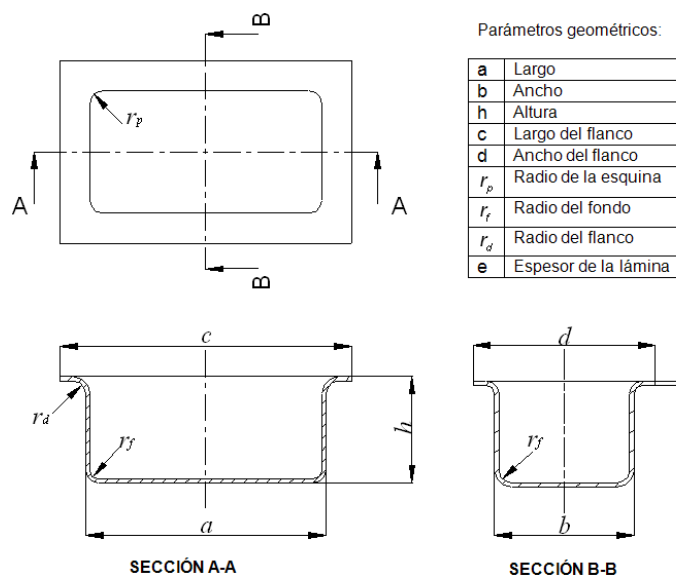


Figura 4.1. Parámetros geométricos de una pieza rectangular.

No.	Datos								
	A	a	B	b	h	e	r_p	r_f	b/a
1	769.6	742.4	563.7	537.3	14.2	0.813	6.6	3.0	0.72
2	819.2	756.9	235.0	183.9	37.0	0.660	7.9	6.3	0.24
3	796.3	756.9	219.1	183.9	16.8	0.660	7.9	6.3	0.24
4	901.7	755.9	723.9	586.7	38.1	0.813	9.4	3.1	0.78
5	901.7	755.9	723.9	586.7	38.1	0.813	4.1	15.7	0.78
6	808.6	735.1	597.3	543.0	16.0	0.680	5.0	3.0	0.74
7	830	761.0	609.6	545.6	11.0	0.813	8.9	3.2	0.72
8	866.7	741.7	371.4	291.6	15.0	0.660	8.9	4.6	0.39
9	780	760.0	565.6	545.6	11.0	0.813	8.9	3.2	0.72
10	838.2	742.4	635.0	536.4	14.2	0.813	6.6	3.0	0.72
11	834.2	755.9	665.0	586.7	38.1	0.813	4.1	3.0	0.78
12	872.5	760.5	795.0	615.7	36.6	0.810	11.2	8.6	0.81
13	731.6	701.4	104.0	75.0	19.6	0.730	11.6	6.3	0.11
14	890.3	685.5	757.0	595.5	36.6	0.813	5.1	9.5	0.87
15	890.3	760.5	725.0	567.9	36.6	0.813	4.1	8.6	0.75
16	824.7	789.3	503.8	468.4	25.4	0.737	11.1	6.3	0.59
17	780	761.0	564.6	545.6	11.0	0.813	8.9	3.2	0.72
18	895	792.0	275.0	127.6	29.4	0.760	11.9	5.4	0.16
19	804.9	662.3	760.0	614.2	36.2	0.762	10.2	4.8	0.93
20	789.9	650.5	760.0	614.2	36.2	0.762	10.2	4.8	0.94

Tabla 4.1. Conjunto de piezas con sus respectivos parámetros geométricos.

Módulo de Young	206 GPa
Esfuerzo último a tensión	317 MPa
Esfuerzo de cedencia	125 MPa
Densidad	7800 kg/m ³
Exponente de endurecimiento (n)	0.21
Constante de endurecimiento (k)	529.5 MPa
Anisotropía: R_0	2.53
R_{45}	1.84
R_{90}	2.72

Tabla 4.2. Propiedades mecánicas del acero 1015.

Con la información geométrica de las piezas, se realizó su modelo CAD para ser utilizado en la simulación MEF del proceso.

4.2 Ecuaciones para el cálculo de la altura permisible de embutido

Las expresiones teóricas para el cálculo de la altura permisible (máxima) de embutido de piezas rectangulares fueron presentadas en el capítulo 2, y se resumen a continuación:

1. Ecuación mediante diámetro equivalente:

$$(h_{perm})_R = \frac{AB - ab}{2(a + b)} \quad (4.1)$$

2. Ecuación de Lange [31]:

$$h_{perm} = \frac{AB - ab}{2\sqrt{\pi ab}} \quad (4.2)$$

3. Ecuación de Smith [28]:

$$h_{perm} / r_p \leq 6 \quad (4.3)$$

4. Ecuación de SME [32]:

$$h_{perm} = \frac{AB - ab}{2\sqrt{\pi ab + \pi e}} \quad (4.4)$$

Cabe hacer mención que la ecuación (4.1) ha sido desarrollada en este trabajo de tesis utilizando el concepto de diámetro equivalente, mientras que las tres restantes ecuaciones se han obtenido de la literatura.

4.3 Modelo MEF de simulación

La simulación del proceso de embutido de las 20 piezas rectangulares se llevó a cabo considerando una fuerza de pisador constante para cada una de las piezas. El valor de la fuerza del pisador se calculó en base a la expresión disponible en la literatura [20] (ver sección 1.5.2 de esta tesis) para embutido cilíndrico pero utilizando el concepto de diámetro equivalente. El coeficiente de fricción de Coulomb es de $\mu=0.144$, el cual corresponde a las condiciones de materiales y lubricación del proceso industrial. En relación al modelo MEF, el tamaño del elemento es variable entre 2 a 4 mm dependiendo la pieza, obteniéndose entre 7 000 y 15 000 elementos en las diferentes láminas a embutir. En el caso del herramental como el punzón, pisador y dado, estos fueron considerados como cuerpos rígidos en el análisis.

Debido a que el material muestra un comportamiento anisotrópico, se recurre a usar el modelo de Barlat, el cual se encuentra disponible para su uso en LS-DYNA® y que fue descrito en detalle en el capítulo 3 (sección 3.1.7). Otro de los parámetros importantes a obtener son las constantes F , G , H , L , M y N , que también describen el comportamiento de anisotropía, las cuales son obtenidas a partir de pruebas experimentales (tabla 4.3).

<i>F</i>	0.2632
<i>G</i>	0.2832
<i>H</i>	0.7168
<i>L</i>	1.5
<i>M</i>	1.5
<i>N</i>	1.2794

Tabla 4.3. Parámetros de plasticidad.

Para validar la simulación MEF, se seleccionaron cuatro piezas del total de 20 piezas. Dos piezas que presentan fallas (F) y dos piezas que no presentan fallas (NF). Dichas fallas son fisuras que se presentan al final del proceso. Las piezas seleccionadas son: 2, 3, 5 y 11, de acuerdo a la tabla 4.1. Para cada una de estas piezas se siguió el siguiente procedimiento de análisis:

1. Se realiza la simulación MEF de la pieza con el valor de la altura de embutido en el proceso industrial.
2. Se comparan los resultados de la simulación contra los del proceso industrial (experimentación), verificando que coincidan en cuanto a la falla (fractura o ruptura del material) de la pieza.
3. Se realiza el cálculo de la altura permisible utilizando cada una de las expresiones teóricas.
4. Se realiza la simulación del embutido para cada una de las alturas obtenidas de las expresiones teóricas, y se comparan con los resultados de la experimentación.
5. Se implementa una subrutina en el software MEF para determinar la altura a la cual la pieza se puede embutir sin presentar algún defecto (fractura del material de acuerdo al criterio de falla de Hill, ver capítulo 3, sección 3.1.14).

Utilizando esta metodología de validación, se realizó el análisis de la altura de embutido de las cuatro piezas seleccionadas. En el apéndice E se presenta el código de programación del análisis MEF en LS-DYNA® utilizado para el análisis de la altura de embutido. La tabla 4.4 muestra cada uno de los valores de la altura de embutido obtenido mediante las diferentes expresiones teóricas. La primera columna indica el número de pieza. La segunda columna indica la altura de embutido a la que fue llevada la pieza en la experimentación y la última columna indica si en esta experimentación presentó o no defectos. Las columnas 3 a 6 indican los valores numéricos obtenidos de las ecuaciones teóricas.

No.	Altura máxima (mm)					Presenta defectos
	H	Ec. (4.1)	Ec. (4.2)	Ec. (4.3)	Ec. (4.4)	
2	37.0	28.3	40.3	47.4	40.2	SI
3	16.8	18.7	26.7	47.4	26.6	NO
5	38.1	77.9	88.6	24.6	88.5	NO
11	38.1	41.4	47.1	24.6	47.1	SI

Tabla 4.4. Diferentes alturas analizadas en la simulación.

4.3.1 Análisis de la pieza 2

La pieza 2 en el proceso industrial se embutió a una altura de 37 mm, dando como resultado que la pieza presentara defectos. Al llevar a cabo la simulación MEF con la altura de 37 mm se observó que la pieza presenta fallas. La figura 4.2a muestra la distribución de esfuerzo de Hill en la lámina, teniendo valores superiores al esfuerzo último del material (317 MPa). La figura 4.2b muestra el criterio de falla de Hill, en donde se puede apreciar que la lámina presenta fracturas en las zonas de color rojo, lugar donde el esfuerzo último del material ha sido sobrepasado. En esta figura 4.2b se observa que la falla ocurre principalmente en la esquina de la pieza. Por otro lado, al llevar a cabo la simulación con una altura de 28.3 mm propuesta por la ecuación (4.1), se observa que los esfuerzos máximos (357 MPa) son un poco superiores al esfuerzo último del material, ver figura 4.2c. La falla del material se inicia en la esquina como se puede apreciar en la figura 4.2d, donde se observa un pequeño punto rojo. Al observar que la pieza falla antes de los 28.3 mm de altura de embutido, las otras alturas propuestas por el resto de las ecuaciones (las cuales son mayores a los 37 mm) ya no son simuladas debido a que la falla es evidente. Cabe mencionar que para llevar a cabo la solución de esta pieza se emplearon 10 730 pasos de tiempo explícitos.

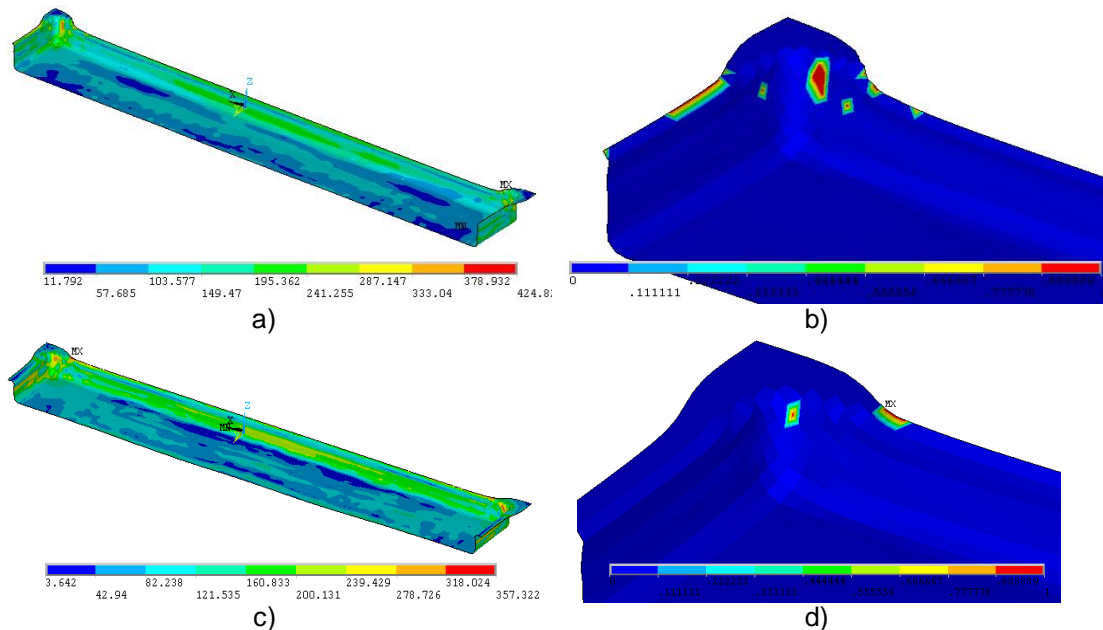


Figura 4.2. Pieza 2: a) esfuerzos a 37 mm, b) falla a 37 mm, c) esfuerzos a 28.3 mm, d) falla a 28.3 mm.

Para determinar con precisión a que valor de la altura de embutido la pieza comienza a fallar, se realizó una subrutina en el software LS-DYNA®, la cual evalúa el criterio de falla para cada paso o incremento de altura. La figura 4.3 muestra la gráfica del esfuerzo de Hill versus la altura de embutido. Cabe hacer mención que esta gráfica es una representación simplificada del total de pasos utilizados (10 730 pasos). Al final de la simulación MEF, la subrutina indicó que para una altura de 19.174 mm la pieza no desarrolla ningún tipo de defecto y que es seguro el embutido a esta altura, además se realizó una verificación de la simulación con un mallado más fino obteniendo como

resultado que la altura de embutido propuesta por MEF es de 19.897 mm lo cual indica una diferencia de 3.6%.

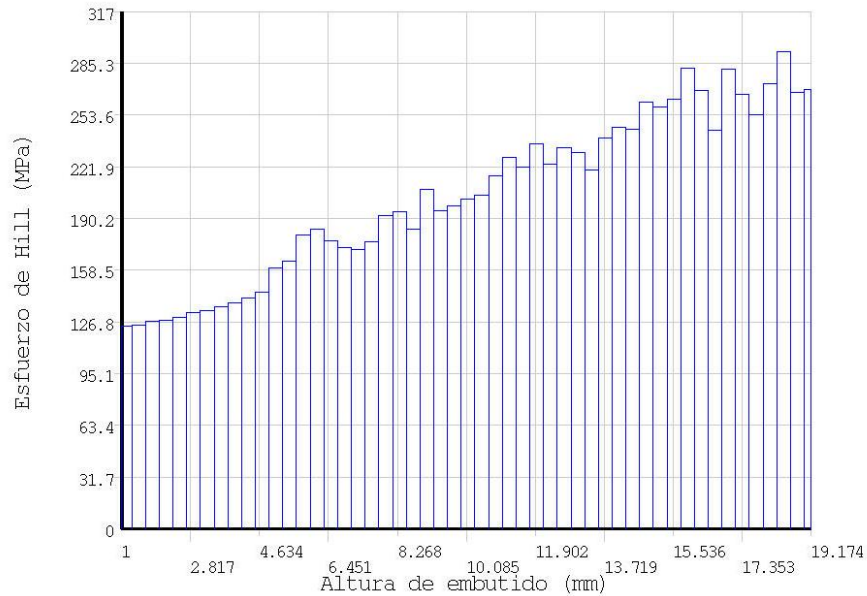


Figura 4.3. Gráfica esfuerzo de Hill versus altura de embutido para la pieza 2.

4.3.2 Análisis de pieza 3

La pieza 3 en el proceso industrial se embutió a una altura de 16.8 mm, dando como resultado que la pieza no presentara defectos. Al llevar a cabo la simulación MEF con la altura propuesta de 16.8 mm, la simulación (figura 4.4a) muestra una distribución de esfuerzos de Hill inferior al esfuerzo último del material (317 MPa) el cual indica que la pieza no presenta defectos. En el caso de la ecuación (4.1) la cual propone embutir la lámina a una altura de 18.7 mm se observa que la distribución de esfuerzos en la pieza ha sobrepasado el esfuerzo último del material con un valor de 332 MPa (figura 4.4b) resultando que en la pieza se presenta una ligera falla como se muestra en la figura 4.4c. Finalmente, con el valor de altura propuesto por la ecuación (4.2) de 26.7 mm la falla de la pieza es muy evidente como se muestra en la figura 4.4d, donde la falla se presenta principalmente en las esquinas de la pieza indicando que la pieza no resiste tal altura de embutido. Para todos estos casos de análisis de altura propuesta se obtuvieron aproximadamente 4 820 pasos de tiempo para la solución del problema.

Debido a que los resultados muestran que la pieza presenta defectos a una altura inferior de embutido de 18.7 mm, el valor de altura de la ecuación (4.3) de 47.4 mm ya no es simulada debido a que la falla será muy evidente.

Como último caso de análisis se requiere determinar con precisión el valor de altura de embutido en donde comienza la falla. El procedimiento fue obtener un valor numérico de altura de embutido propuesto por la subrutina y posteriormente realizar un mallado fino de la pieza. El resultado obtenido fue de 3.4% de variación de la altura de embutido propuesta por la subrutina. El valor final de altura máxima es de 17.325 mm, para la cual la pieza no desarrolla ningún tipo de defecto y el embutido es seguro (figura 4.5).

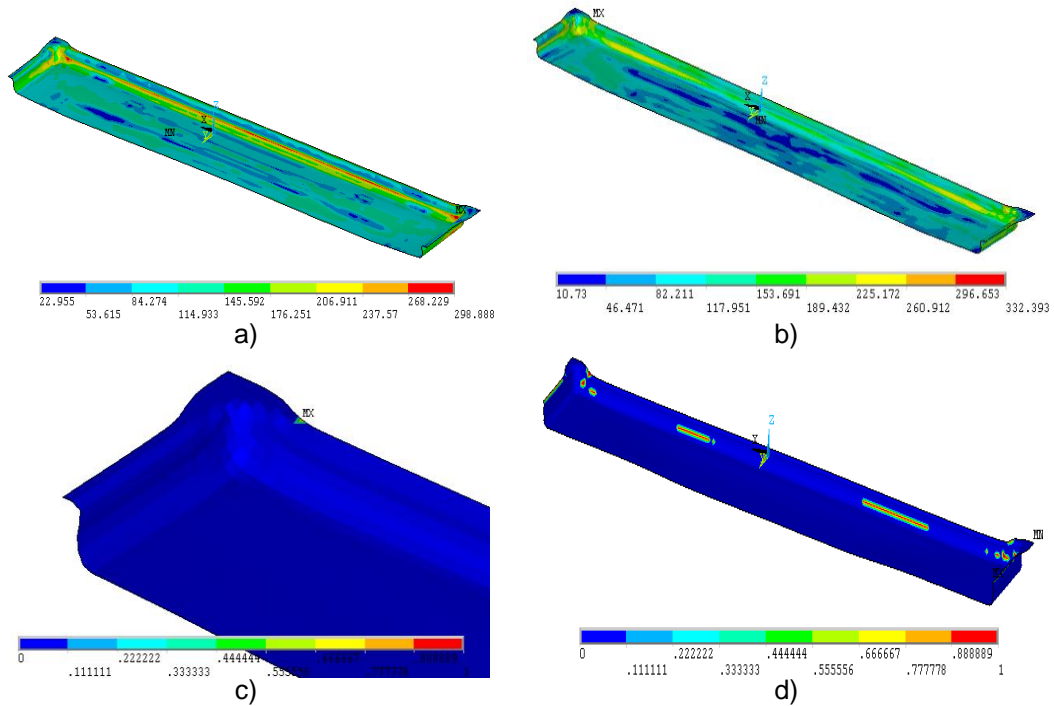


Figura 4.4. Pieza 3: a) esfuerzos a 16.8 mm, b) esfuerzos a 18.7 mm, c) falla a 18.7 mm, d) falla a 26.7 mm.

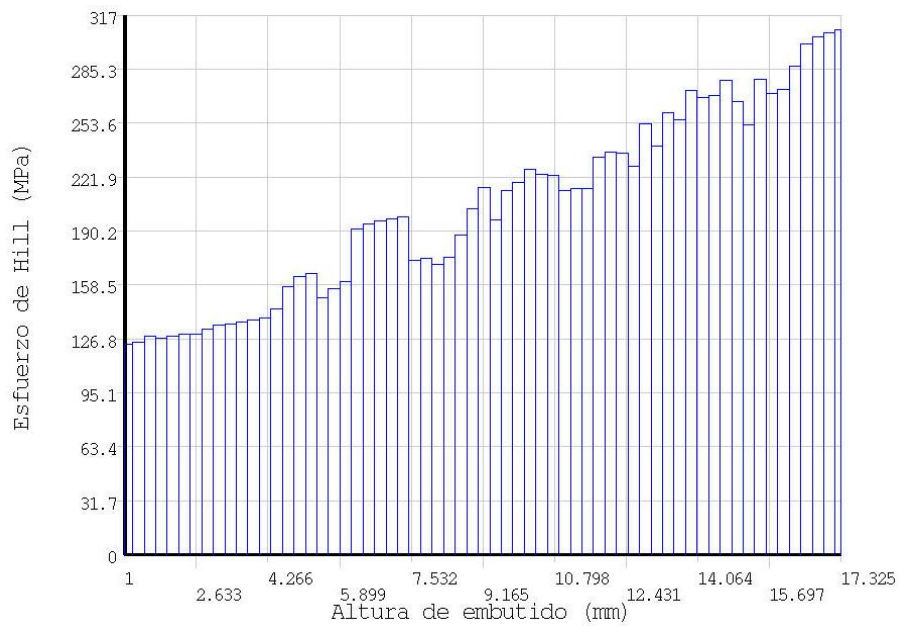


Figura 4.5. Gráfica esfuerzo de Hill versus altura de embutido para la pieza 3.

4.3.3 Análisis de pieza 5

La pieza 5 fue embutida en el proceso industrial a una altura de 38.1 mm obteniendo una pieza sin defectos. Al realizar la simulación MEF con el valor de altura sugerido por el proceso industrial de 38.1 mm se obtiene que la pieza no presenta defectos. En la figura 4.6a se muestra la distribución de esfuerzos de Hill (271 MPa) en la lámina obtenido al embutir la lámina a una altura de 38.1 mm. En el caso de la ecuación (4.1) la cual sugiere un valor de altura de embutido de 77.9 mm, la simulación muestra como resultado que la distribución de esfuerzos en la pieza (386 MPa) es mayor comparado al esfuerzo último del material (317 MPa), ver figura 4.6b. Debido a que el estado de esfuerzos de la pieza 5 es elevado esto conlleva a una aparición de fallas en la pieza como se muestra en la figura 4.6c. Por otro lado al comparar el valor de altura propuesto por las ecuaciones (4.3) y (4.4) estos indican un valor de 88.6 y 88.5 mm respectivamente. Estos valores son mayores en comparación con el de la ecuación (4.1) de 77.9 mm. Para este caso solo se llevo a cabo la simulación de la lámina con su respectivo estado de esfuerzos como se muestra en la figura 4.6d, dando como resultado un valor de esfuerzo de Hill de 578 MPa el cual indica que la pieza presentará fallas.

Finalmente la ecuación (4.3) propone una altura de embutido de 24.6 mm el cual es un valor inferior comparado con el valor de altura del proceso industrial que es de 38 mm. A esta altura de embutido como se mostro al inicio del análisis de la pieza 5 se mostro que no se presentan defectos en la pieza, por lo cual se concluye que a la altura de 24.6 mm la pieza no fallará, pero todavía puede ser embutida a una profundidad mayor. Los pasos de tiempo para obtener la solución fueron de 12 180.

Para determinar de manera precisa la altura máxima de embutido, se utilizo la subrutina mencionada anteriormente. Los resultados muestran que la altura máxima antes de la falla es 47.321 mm, y realizando un mallado fino de la pieza se obtiene un valor de 47.501 mm. Estos dos últimos valores de altura muestran un 0.4% de diferencia, lo cual indica que el embutido de la pieza a una altura inferior de 47 mm es segura (no presentará defectos). La figura 4.7 muestra la gráfica de esfuerzo de Hill versus altura de embutido para la pieza 5.

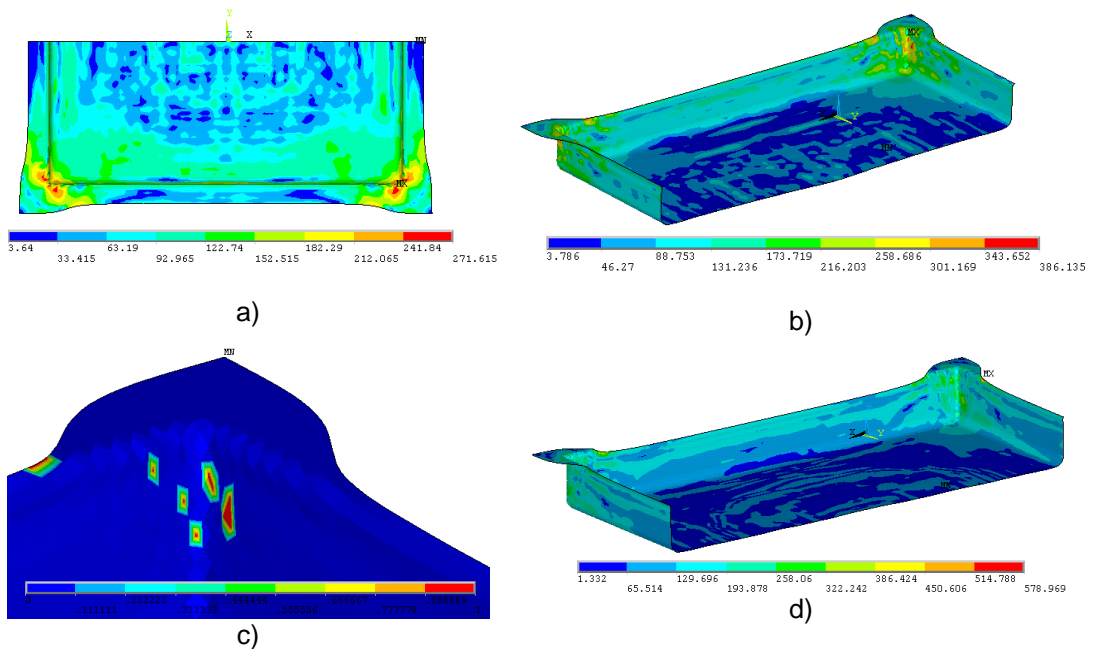


Figura 4.6. Pieza 5: a) esfuerzos a 38.1 mm, b) esfuerzos a 77.9 mm, c) falla a 77.9 mm, d) esfuerzos a 88.6 mm.

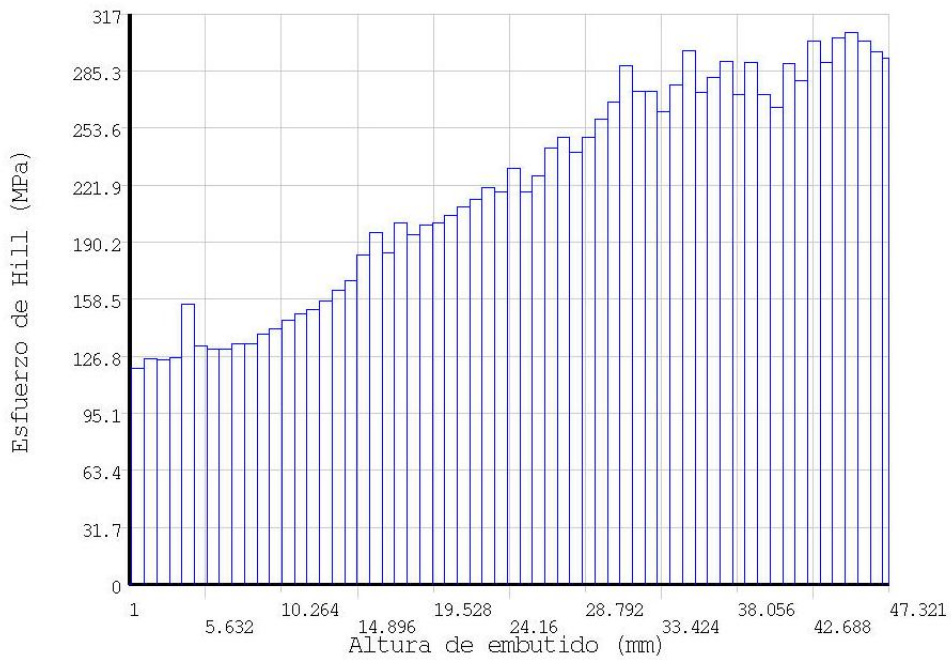


Figura 4.7. Gráfica esfuerzo de Hill versus altura de embutido para la pieza 5.

4.3.4 Análisis de pieza 11

La pieza 11 se embutió en el proceso industrial a una altura de 38.1 mm mostrando al final de la operación que la pieza presenta defectos. La simulación MEF para este valor de altura (38.1 mm) mostró que la pieza presenta un valor de esfuerzo de Hill máximo en la pieza de 371 MPa (figura 4.8a), originando que la pieza presente defectos como se muestra en la figura 4.8c. De acuerdo a los resultados obtenidos mediante el embutido en el proceso industrial y en la simulación MEF, para la altura de embutido sugerida por las ecuaciones (4.1), (4.2) y (4.4) con un valor de altura de embutido de 41.4, 47.1 y 47.1 mm respectivamente, estos valores de altura indican que se presentara alguna falla en la pieza. Por tal motivo se evaluaron valores de altura menores a 38.1 mm para determinar el comienzo de la falla. Los pasos de tiempo para obtener la solución en este análisis de pieza fueron de 10 009 pasos. En el caso de la ecuación (4.3) que propone una altura de embutido de 24.6 mm se llevo a cabo mediante la simulación indicando que el nivel de esfuerzos se presenta en la pieza se encuentra casi en el límite de la falla con un valor de 316 MPa como se muestra en la figura 4.8c.

Finalmente, para determinar con precisión la altura de embutido máxima antes de que ocurra la falla, se utilizó la subrutina desarrollada y se realizó un mallado fino de la pieza con el objetivo de verificar que la altura propuesta no mostrara demasiada variación. Los resultados obtenidos fueron una altura máxima de embutido de 22.74 mm antes de que la pieza presente defectos y un 7.5 % de diferencia con un mallado fino, como se observa en la figura 4.9.

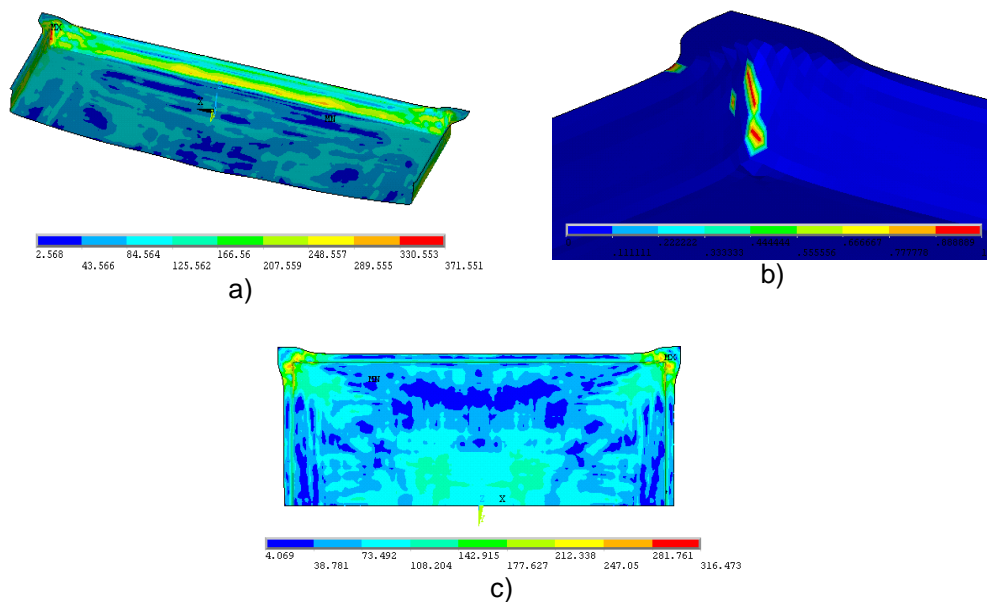


Figura 4.8. Pieza 11: a) esfuerzos a 38 mm, b) falla a 38 mm, c) esfuerzos a 24.6 mm.

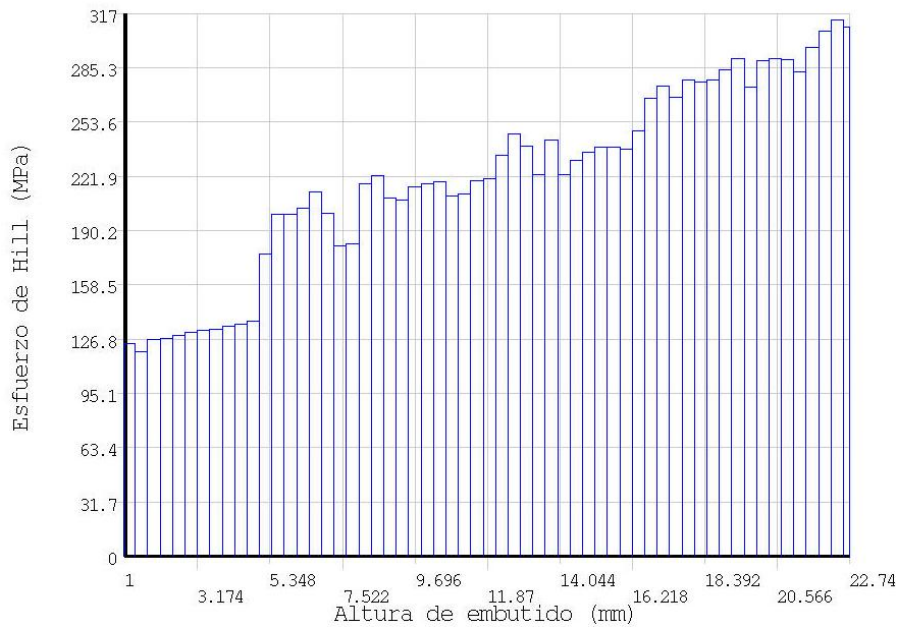


Figura 4.9. Gráfica esfuerzo de Hill versus altura de embutido para la pieza 11.

4.4 Análisis del conjunto de piezas

Después de analizar y validar la simulación MEF se procede a realizar el análisis de las 20 piezas industriales seleccionadas (tabla 4.1). Para cada una de estas piezas se determinó la altura permisible utilizando cada una de las expresiones teóricas, así como la altura a la cual la pieza falla de acuerdo a la simulación MEF. Adicionalmente para cada pieza se registra el valor de altura de embutido en el proceso industrial.

Los resultados del análisis de la altura de embutido de las 20 piezas seleccionadas se presentan en la tabla 4.5 la cual está dividida en seis columnas. La primera columna indica el número de pieza embutida. La segunda columna indica la relación largo/ancho de la pieza embutida, 'b/a'. La tercera columna muestra los valores numéricos de altura obtenidos a través de la subrutina implementada en la simulación, en la cual la pieza se puede embutir sin presentar falla. La cuarta columna indica la 'altura (experimental)' a la que fue embutida la lámina en el proceso industrial y debajo de este valor se encuentra el valor numérico del esfuerzo de Hill obtenido en la simulación. La quinta columna muestra los diferentes valores de 'altura teórica' de acuerdo a las cuatro ecuaciones existentes, debajo de cada valor se muestra el valor del esfuerzo máximo alcanzado en cada una de las piezas de acuerdo a la simulación MEF. Si este valor de esfuerzo es menor que 317 MPa la pieza no deberá presentar fallas, en caso contrario, la pieza mostrará defectos. En la sexta columna se muestra si la pieza presenta falla (F) o no (NF) en el proceso industrial. Cabe hacer mención que en la tabla 4.5 algunos de los esfuerzos para las alturas teóricas no aparecen debido a que la falla es evidente para ese valor de altura.

Pieza No.	b/a	Altura (MEF) mm	Altura (experimental) mm Esfuerzo de Hill (MPa)	Alturas propuestas (teórica) mm				Presenta falla
				Ec. (4.1)	Ec. (4.2)	Ec. (4.3)	Ec. (4.4)	
				Esfuerzo de Hill (MPa)				
1	0.72	12.8	14.2	13.6	15.6	39.6	15.6	F
			364.6	318.8	362.5	--	362.5	
2	0.24	19.2	37.0	28.3	40.3	47.4	40.3	F
			424.8	357.3	--	--	--	
3	0.24	17.3	16.8	18.7	26.7	47.4	26.6	NF
			298.9	332.4	476.8	--	476.8	
4	0.78	38.4	38.1	77.9	88.6	56.4	88.5	NF
			293.3	397.3	--	371.9	--	
5	0.78	47.3	38.1	77.9	88.6	24.6	88.5	NF
			299.1	386.1	579.0	--	579.0	
6	0.74	19.7	16.0	32.8	37.4	30.0	37.4	NF
			282.5	416.3	--	371.7	--	
7	0.72	20.4	11.0	34.7	39.7	53.4	39.7	NF
			224.3	384.9	--	--	--	
8	0.39	26.0	15.0	51.1	64.1	53.3	64.0	NF
			249.0	399.0	--	430.0	--	
9	0.72	10.5	11.0	10.2	11.6	53.4	11.6	F
			321.1	306.9	339.3	--	339.3	
10	0.72	25.2	14.2	52.4	59.9	39.6	59.8	NF
			231.9	382.0	--	345.2	--	
11	0.78	22.7	38.1	41.4	47.1	24.6	47.1	F
			371.6	368.5	392.5	316.5	392.5	
12	0.81	37.5	36.6	81.9	92.9	67.1	92.8	NF
			292.8	--	--	481.7	--	
13	0.11	15.5	19.6	15.1	28.9	69.6	28.8	F
			391.3	273.3	--	--	--	
14	0.87	39.2	36.6	103.7	117.3	30.6	117.2	NF
			286.0	--	--	279.0	--	
15	0.75	40.2	36.6	80.4	91.7	24.6	91.6	NF
			300.1	397.8	--	258.8	--	
16	0.59	17.9	25.4	18.2	21.2	66.6	21.2	F
			442.6	325.8	423.2	--	423.2	
17	0.72	10.6	11.0	9.6	11.0	53.4	11.0	F
			330.4	283.6	--	--	--	
18	0.16	29.6	29.4	78.9	128.7	71.2	128.5	NF
			311.0	--	--	--	--	
19	0.93	39.3	36.2	80.3	90.6	61.0	90.5	NF
			303.0	--	--	386.0	--	
20	0.94	36.5	36.2	79.4	89.6	61.0	89.5	NF
			314.0	--	--	--	--	

F – Falla, NF – No falla

Tabla 4.5. Resultados del análisis del conjunto de 20 piezas embutidas a diferentes alturas.

4.5 Discusión de resultados

El conjunto de 20 piezas industriales analizadas se dividió en dos grupos: un grupo de piezas que presentaron falla en el proceso industrial (7 piezas) y un grupo de piezas que no presentaron fallas en el proceso industrial (13 piezas).

4.5.1 Piezas con falla

Para el primer conjunto de 7 piezas que presentaron falla, la tabla 4.6 muestra los resultados y la figura 4.10 los valores de manera gráfica. De estos resultados se observa lo siguiente:

- La ecuación del diámetro equivalente (4.1) en 6 de los 7 casos tiene un valor de altura de embutido inferior al del proceso industrial, solo en un caso presenta un valor de altura mayor al de la altura experimental.
- La ecuación de Lange (4.2) y la ecuación del SME (4.4), en 5 de los 7 casos predice una altura mayor al valor de altura del proceso industrial, y en solo 2 casos la altura que predice es igual o inferior al valor de la altura experimental.
- La ecuación de Smith (4.3) en 6 casos el valor de la altura de embutido está por arriba del valor de altura experimental, es decir, solo en un caso la altura estimada está por debajo del valor que se obtiene en la práctica.
- Finalmente, el valor de altura máxima de embutido de acuerdo a la simulación MEF, en los 7 casos asigna un valor de altura inferior al de la falla en el proceso experimental, y en 5 casos es aproximadamente igual el valor de altura con la ecuación del diámetro equivalente.

De estas observaciones se puede concluir que la simulación MEF es congruente en todos los casos con las pruebas experimentales. También se puede decir que la ecuación (4.1) es la que predice con mayor precisión la altura de embutido.

Pieza	b/a	Altura (MEF)	Altura (experimental)	Alturas propuestas (teórica) mm				Presenta falla
		mm	mm	Ec. (4.1)	Ec. (4.2)	Ec. (4.3)	Ec. (4.4)	
1	0.72	12.8	14.2	13.6	15.6	39.6	15.6	F
2	0.24	19.2	37.0	28.3	40.3	47.4	40.3	F
9	0.72	10.5	11.0	10.2	11.6	53.4	11.6	F
11	0.78	22.7	38.1	41.4	47.1	24.6	47.1	F
13	0.11	15.5	19.6	15.1	28.9	69.6	28.8	F
16	0.59	17.9	25.4	18.2	21.2	66.6	21.2	F
17	0.72	10.6	11.0	9.6	11.0	53.4	11.0	F

Tabla 4.6. Conjunto de piezas que presentan falla con sus respectivos valores de altura.

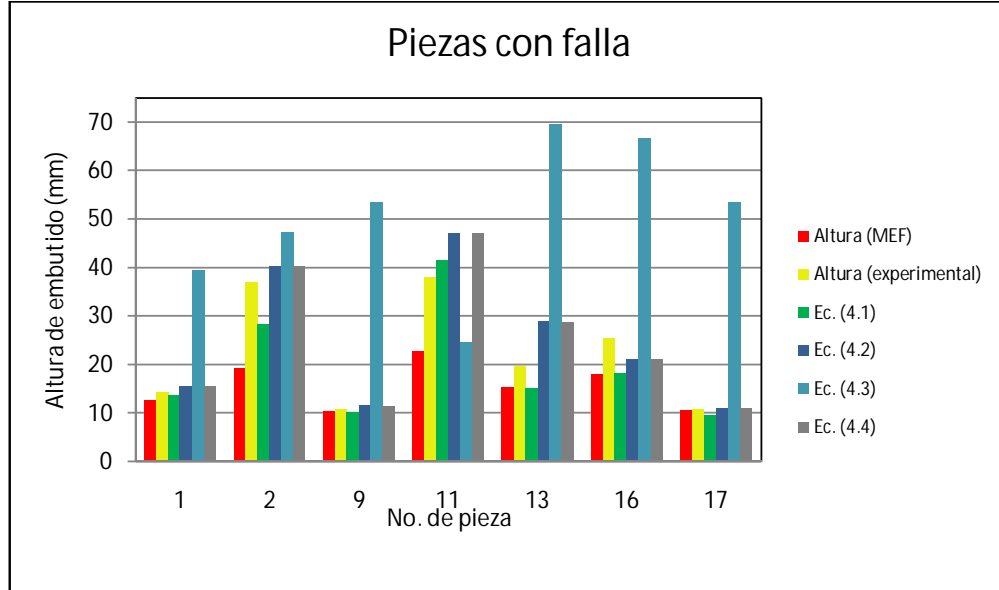


Figura 4.10. Valor de altura de embutido propuesto por las diferentes ecuaciones (que presentan falla).

4.5.2 Piezas sin falla

Los resultados del segundo conjunto de 13 piezas que no presentaron falla en el proceso industrial se muestran en la tabla 4.7, y se grafican en la figura 4.11. De estos resultados se observa lo siguiente:

- Los valores de altura propuestos por la ecuación del diámetro equivalente (4.1) muestran (figura 4.11) que el valor de altura se mantiene en valores medios en comparación con las otras expresiones.
- En la mayoría de los casos, la ecuación de Lange (4.2) y la ecuación del SME (4.4) proponen valores de altura mayores en comparación con las ecuaciones (4.1) y (4.3).
- La ecuación de Smith (4.3) presenta valores de altura muy variantes, por ejemplo: en algunos casos predice una altura muy inferior comparado al de la experimentación, mientras que en otros casos predice valores por encima de la experimentación.
- El valor que propone la simulación MEF en todos los casos está muy cercano y ligeramente superior al valor de la experimentación.

De estos resultados se observa que la simulación MEF es congruente en todos los casos con los valores experimentales. Sin embargo, en el caso de las ecuaciones teóricas no se puede apreciar fácilmente que expresión resulta más precisa, por lo que se procederá a evaluar de manera cuantitativa el error de predicción.

Pieza	b/a	Altura (MEF)	Altura (experimental)	Alturas propuestas (teórica) mm				Presenta falla
		mm	mm	Ec. (4.1)	Ec. (4.2)	Ec. (4.3)	Ec. (4.4)	
3	0.24	17.3	16.8	18.7	26.7	47.4	26.6	NF
4	0.78	38.4	38.1	77.9	88.6	56.4	88.5	NF
5	0.78	47.3	38.1	77.9	88.6	24.6	88.5	NF
6	0.74	19.7	16.0	32.8	37.4	30.0	37.4	NF
7	0.72	20.4	11.0	34.7	39.7	53.4	39.7	NF
8	0.39	26.0	15.0	51.1	64.1	53.3	64.0	NF
10	0.72	25.2	14.2	52.4	59.9	39.6	59.8	NF
12	0.81	37.5	36.6	81.9	92.9	67.1	92.8	NF
14	0.87	39.2	36.6	103.7	117.3	30.6	117.2	NF
15	0.75	40.2	36.6	80.4	91.7	24.6	91.6	NF
18	0.16	29.6	29.4	78.9	128.7	71.2	128.5	NF
19	0.93	39.3	36.2	80.3	90.6	61.0	90.5	NF
20	0.94	36.5	36.2	79.4	89.6	61.0	89.5	NF

Tabla 4.7. Conjunto de piezas que presentan falla con sus respectivos valores de altura.

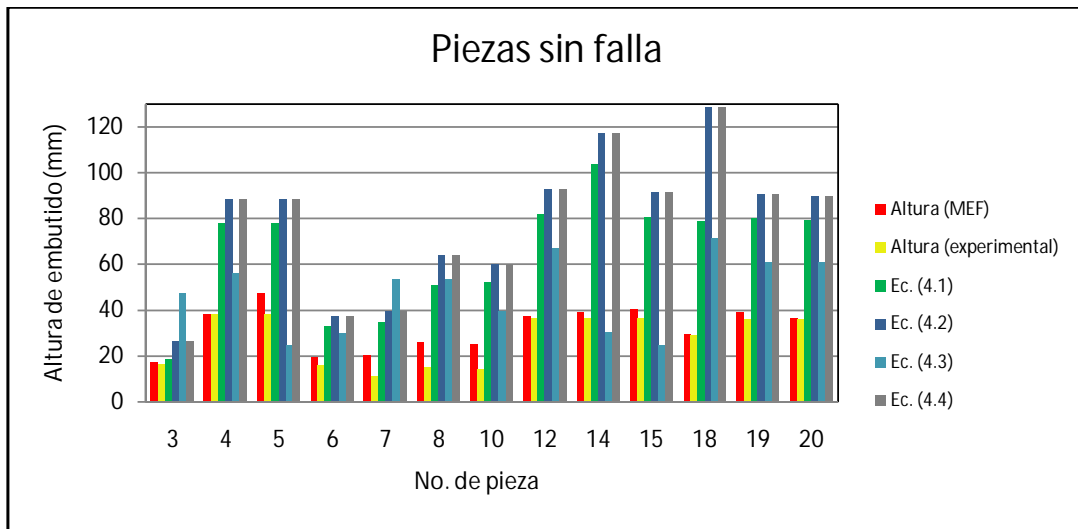


Figura 4.11. Valor de altura de embutido propuesto por las diferentes ecuaciones (piezas que presentan falla).

4.5.3 Error de predicción

Con el propósito de cuantificar el error de predicción de cada una de las expresiones teóricas para el cálculo de la altura permisible en el embutido rectangular, se introduce la siguiente definición de error:

$$E = \frac{h_i - h}{h} \times 100 \quad (4.5)$$

en donde E es el error de predicción (%), h es el valor "verdadero" de la altura permisible de embutido obtenido a través de la simulación MEF (mm), h_i es la altura permisible de acuerdo a las distintas expresiones teóricas i (donde $i = \text{ec.}(4.1), \text{ec. (4.2), ec. (4.3), ec. (4.4)}$), (mm). Debido a que la simulación MEF en todos los casos fue congruente con la experimentación, el valor verdadero de la altura de embutido se estableció como el valor de la simulación MEF.

Los resultados del error de predicción para cada una de las ecuaciones teóricas y para cada una de las piezas, se muestran en la tabla 4.8.

No.	b/a	H_MEF (mm)	Error de predicción (E)			
			Ec. (4.1)	Ec. (4.2)	Ec. (4.3)	Ec. (4.4)
1	0.72	12.8	6.8	22.0	209.7	21.9
2	0.24	19.2	47.8	110.3	147.2	109.9
3	0.24	17.3	8.2	54.0	173.6	53.7
4	0.78	38.4	103.0	131.0	47.0	130.7
5	0.78	47.3	64.7	87.3	-48.0	87.1
6	0.74	19.7	66.8	90.4	52.6	90.2
7	0.72	20.4	70.4	95.0	162.0	94.7
8	0.39	26.0	96.3	146.0	104.9	145.7
9	0.72	10.5	-3.2	10.8	409.3	10.6
10	0.72	25.2	107.7	137.4	56.9	137.2
11	0.78	22.7	82.2	107.2	8.2	107.0
12	0.81	37.5	118.6	148.0	79.0	147.7
13	0.11	15.5	-2.2	86.9	350.3	86.3
14	0.87	39.2	164.7	199.4	-21.9	199.1
15	0.75	40.2	100.2	128.3	-38.7	128.0
16	0.59	17.9	1.4	18.3	271.1	18.2
17	0.72	10.6	-9.0	4.1	404.2	4.0
18	0.16	29.6	166.5	335.0	140.5	334.1
19	0.93	39.3	104.4	130.9	55.3	130.6
20	0.94	36.5	117.4	145.4	67.0	145.2
Promedio:			70.6	109.4	131.5	109.1

Tabla 4.8. Error de predicción de la altura de embutido del conjunto de 20 piezas.

De los resultados del error de predicción presentados en la tabla 4.8, se observa que la expresión teórica que predice con mayor precisión la altura de embutido permisible o máxima es la ecuación (4.1), propuesta en este trabajo de tesis. El porcentaje de error promedio de esta ecuación es de 70.6 %, siendo este valor un poco elevado, sin embargo es menor que el obtenido por las otras expresiones (109.4%, 131.5% y 109.1%). También se puede observar que la ecuación (4.1) tiene valores de error más uniformes, es decir no están fluctuando demasiado, como es el caso de la ecuación (4.3) en donde los valores de error tienen demasiada fluctuación. En esta ecuación (4.3) los valores de altura en ocasiones son muy altos en comparación con las otras ecuaciones y esto se debe principalmente a que solo toma en cuenta el radio del punzón. Las ecuaciones que tienen valores semejantes son (4.2) y (4.4) pero aun así sus valores son altos en comparación con la ecuación (4.1). Por tal motivo la ecuación que tiene mayor precisión es la desarrollada por el concepto de diámetro equivalente.

Cabe hacer mención que la ecuación (4.1) propuesta solo toma en cuenta aspectos geométricos de la pieza mediante el uso del concepto de diámetro equivalente y el principio de conservación de volumen. También es importante mencionar que las otras ecuaciones también incluyen solo aspectos geométricos de la pieza. El porcentaje de error pudiera disminuir si se toman en cuenta otros aspectos como fricción, geometría de herramientas tales como radios de punzón y dado, entre otras. El involucrar otros parámetros en la ecuación (4.1) forma parte del trabajo futuro para reducir el error de predicción.

4.6 Conclusiones

Se presentó un análisis teórico, numérico y experimental de la altura permisible en el embutido rectangular. Diversas expresiones teóricas para calcular la altura permisible han sido evaluadas con el objeto de determinar el grado de precisión que tiene cada una de ellas. Los resultados han mostrado que la expresión que predice con mayor precisión la altura permisible en el embutido rectangular es la ecuación (4.1), la cual está basada en el concepto de diámetro equivalente y el principio de conservación de volumen. Estos resultados han sido validados mediante simulación numérica MEF y pruebas experimentales.

Conclusiones

Con el desarrollo del presente trabajo de tesis se llegó a las siguientes conclusiones, las cuales resumen a continuación:

a) Embutido rectangular

Actualmente el análisis teórico del embutido de formas rectangulares no está totalmente desarrollado, por lo que se utilizan métodos experimentales a prueba y error que elevan los costos de desarrollo de este tipo de piezas. Por esta razón en el presente trabajo de tesis se propuso contribuir al análisis del proceso de embutido profundo de piezas rectangulares. En particular el trabajo se enfocó al análisis de la altura máxima o permisible de embutido de piezas rectangulares.

Como parte del análisis de esta tesis, se logró desarrollar una nueva expresión teórica para calcular la altura máxima de embutido de piezas rectangulares. Esta nueva expresión considera aspectos puramente geométricos de la pieza y de la lámina, y se obtuvo a partir del uso del concepto de diámetro equivalente y del principio de conservación de volumen, en las ecuaciones para el embutido cilíndrico. De la revisión bibliográfica se identificaron tres ecuaciones distintas para el cálculo de la altura permisible de embutido de piezas rectangulares. Dichas ecuaciones también se basan en aspectos puramente geométricos tanto de la lámina como de la pieza final. Sin embargo, la nueva expresión propuesta difiere con respecto a estas expresiones de la literatura en que utiliza también el principio de conservación de volumen.

b) Simulación MEF del embutido rectangular

Para poder comparar y evaluar el grado de precisión de las expresiones teóricas para determinar la altura permisible en el embutido rectangular, se procedió a realizar simulaciones del proceso de embutido utilizando el método del elemento finito (MEF). Actualmente existe software especializado que permite realizar análisis MEF de infinidad de fenómenos físicos. En el caso particular de este trabajo se utilizó el software LS-DYNA®, en el cual se desarrolló la metodología de simulación del proceso de embutido rectangular. Dicha herramienta desarrollada fue probada y calibrada mediante casos de estudio reportados en la literatura y mediante análisis teóricos y experimentales de piezas industriales. La metodología y códigos de programación de esta herramienta han sido incluidos en los apéndices de esta tesis.

Adicionalmente, se observó que en el proceso de fabricación de embutido profundo la principal causa de defectos que se presentan en las piezas tales como arrugas y fracturas del material, se deben principalmente al control de los parámetros del proceso. También es importante la correcta definición de las propiedades del material así como de las ecuaciones constitutivas que definen el comportamiento del material. Debido a lo anterior, en la herramienta de simulación se toman en cuenta los parámetros del proceso y propiedades del material, como parte fundamental del análisis.

c) Criterio de falla

Para poder identificar el punto en el cual el material sufre una fractura o falla, se analizaron los distintos criterios de falla utilizados en la literatura. De esta manera se propuso un criterio de falla con base en el criterio de Hill para materiales anisotrópicos. Este criterio propuesto se implementó en la herramienta de simulación MEF de tal manera que automáticamente se puede identificar la altura de embutido a la cual el material empieza a fracturarse. Cabe hacer mención que el criterio de falla desarrollado solo toma en cuenta la fractura del material y defectos como arrugas no son considerados.

d) Altura permisible de embutido rectangular

Finalmente se seleccionó un conjunto de 20 piezas rectangulares embutidas en un proceso industrial con el propósito de determinar su altura permisible de embutido utilizando las distintas expresiones teóricas, la simulación MEF y los datos experimentales del proceso industrial. Los resultados de la simulación MEF en todos los casos fueron congruentes con los resultados experimentales.

En el caso de las expresiones teóricas para el cálculo de la altura máxima de embutido, se determinó el error de predicción para cada una de ellas. Los resultados mostraron que la nueva ecuación propuesta tiene un error promedio de precisión de 70%, mientras que las otras expresiones reportadas en la literatura tienen errores de predicción mayores al 90%. Por lo tanto, se concluye que la nueva expresión propuesta para el cálculo de la altura permisible de piezas rectangulares, la cual está basada en el concepto de diámetro equivalente y el principio de conservación de volumen, tiene mayor precisión que las disponibles actualmente en la literatura y por lo tanto se recomienda su uso en el cálculo del embutido rectangular.

Contribuciones

Las principales contribuciones logradas con el desarrollo del presente trabajo se resumen a continuación:

- a) Un nuevo análisis del proceso de embutido profundo de piezas rectangulares, logrando obtener una nueva expresión teórica para calcular la altura máxima de embutido de piezas rectangulares.
- b) Una metodología de simulación MEF (LS-DYNA®) del proceso de embutido profundo, la cual permite incorporar variables importantes como parámetros del proceso, características del material, condiciones de lubricación, geometría del herramienta.
- c) Una subrutina MEF (LS-DYNA®) para determinar la altura máxima de embutido antes que la pieza presente algún defecto (fractura).
- d) Un análisis comparativo teórico-simulación-experimental para evaluar las distintas expresiones teóricas para el cálculo de la altura de embutido.
- e) Identificación de la ecuación teórica que predice con mayor precisión la altura permisible de embutido de piezas rectangulares.

Finalmente se considera que con el desarrollo de este trabajo de tesis se contribuye significativamente al desarrollo de los procesos de formado de metal, en particular al desarrollo del proceso de embutido de formas rectangulares.

Trabajo futuro

Este trabajo de tesis servirá como punto de partida para trabajos futuros los cuales pueden ser de acuerdo los siguientes puntos:

- a) Con el propósito de reducir el error de predicción de la nueva expresión de altura permisible de embutido, se propone como trabajo futuro la incorporación de más parámetros en dicha expresión. Dentro de estos parámetros se encuentran parámetros geométricos, del material y del proceso.
- b) Realizar modificaciones al criterio de falla aplicándolo a diferentes tipos de material tales como aluminio, acero inoxidable, etc.
- c) Desarrollar una expresión teórica que permita calcular el valor de la fuerza del pisador para el embutido de piezas rectangulares.
- d) Verificar y/o adaptar una expresión teórica para el cálculo de la altura permisible de otras piezas irregulares (ovaladas, semicirculares, triangulares, etc.).
- e) Desarrollar un método para determinar la aparición de arrugas antes de la fractura del material, e implementarlo conjuntamente para predecir la altura de embutido libre de defectos (fracturas y/o arrugas).
- f) Una de las aportaciones importantes para la herramienta de simulación sería introducir diferentes criterios de falla de material así como diferentes formas geométricas del herramental con el objetivo de contar con una herramienta de simulación más robusta.

Con estas aportaciones, en especial el de obtener una expresión teórica más precisa, se contribuiría significativamente en el análisis teórico de la altura permisible del embutido rectangular.

Bibliografía

- [1] M. Khelifa, M. Oudjene, 2008, "*Numerical damage prediction in deep drawing of sheet metals*", Journal of materials processing technology, Vol. 200, 71-76.
- [2] Suchy, I., 2006, "*Handbook of die design*", Mc Graw Hill.
- [3] Daxin E, Takaji Mizuno, Zhiguo Li, 2008, "*Stress analysis of rectangular cup drawing*", Journal of materials processing technology, Vol. 205, 469-476.
- [4] T. Kuwabara, K. Akiyama. and Y. Nakayama, 1993, "*Square shell drawing characteristics of Al Alloy Sheet A5182-0*", Journal of materials processing technology, Vol. 38, 737-749.
- [5] Doolan, M.C., Kalyanasundaram, S., Hodgson, P., and Cardew, H.M., 2001, "*Identifying variation in sheet metal stamping*", Journal of Materials Processing Technology, Vol. 115, 142-146.
- [6] Grote Antonsson, 2009, Handbook of Mechanical Engineering, Springer.
- [7] Miguel Cervera Ruiz, 2001, Resistencia de materiales, Ediciones UPC.
- [8] Prakash M. Dixit, 2008, Modeling of metal forming and Machining Processes, Springer.
- [9] Lankford, W.I.; Snyder, S.C.; Bauscher, J.A., 1950, "*New criteria for predicting the press performance of deep-drawing sheets*", Trans. ASM. 42, 1196-1232.
- [10] Von Mises, R. V., 1928, "*Mechanics of plastic deformation of crystals 592*", Z. Ang. Math. Mech. 161-185.
- [11] Olszak, W.; Urbanowski, W., 1956, "*The orthotropy and the non-homogeneity in the theory of plasticity*", Pol. Arch. Mech. Stos. 8, 85-110.
- [12] Hill, R., 1948, "*A theory of the yielding and plastic flow of anisotropic metals*", Proc. Roy. Soc. London A. 193, 281-297.
- [13] Hosford, W. F, 1979, "*On yield loci of anisotropic cubic metals*", In: Proc. 7th North American Metalworking Conf. (NMRC), SME, Dearborn, 191-197.
- [14] Barlat, F.; Richmond, O, 1987, "*Prediction of tricomponent plane stress yield surfaces and associated flow and failure behavior of strongly textured FCC polycrystalline sheets*", Mat. Sci. Eng. 91, 15-29.
- [15] Barlat, F.; Lian, J, 1989, "*Plastic behavior and stretchability of sheet metals (Part I): A yield function for orthotropic sheet under plane stress conditions*", Int. J. Plasticity 5, 51-56.
- [16] DIN 8582: Manufacturing methods, forming, classification, subdivision, Beuth Verlag, Berlin, 1971.
- [17] John A. Shey, 2002, Procesos de manufactura, McGraw-Hill.
- [18] J. Beddoes, M. J. Bibby, 2003, Principles of Metal Manufacturing Processes, Elsevier.
- [19] Mikell P. Groover, 1997, Fundamentals of Modern Manufacturing, John Wiley & Sons, Inc.
- [20] Heinz Tschaetsch, 2006, Metal Forming Practise, processes-Machines-Tools, Springer.
- [21] Z. Marciniak, 2002, Mechanics of metal forming, Butterworth-Heinemann.
- [22] Schuler, 1998, Metal forming handbook, Springer.
- [23] John G. Lenard, 2002, Metal forming science and practice, Elsevier.
- [24] Henry S. Valberg, 2010, Applied Metal Forming, Norwegian University of Science and Technology, Cambridge University Press.
- [25] Die design handbook, American Society of Tool and Manufacturing Engineers, McGraw Hill 1965.

- [26] Ronald A. Kohser, 2008, *Materials and processes in manufacturing*, John Wiley & Sons, Inc.
- [27] ASM Handbook, 1993, *Metalworking: Sheet forming*.
- [28] Smith, D. A., Bakerjian, R., 1990, "Die Design Handbook", Third Edition. Society of Manufacturing Engineers. U.S.A.
- [29] ASM Metals Handbook, 2006, *Metalworking*.
- [30] Shiro Kobayashi, 1989, *Metal forming and the Finite-Element Method*, Oxford University Press, Inc.
- [31] K. Lange, (ed.), 1985, *Handbook of Metal Forming*, Mc. Graw Hill.
- [32] Society of Manufacturing Engineers (SME), 1998, *Tool and Manufacturing Engineers Handbook, Vol. 2: Forming*, U.S.A.
- [33] A.G. Mamalis, D.E. Manolakos, A.K. Baldoukas, 1996, "On the finite-element modelling of the deep-drawing of square sections of coated steels", *J. Mater. Process. Technol.* 58, 153-159.
- [34] A.G. Mamalis, D.E. Manolakos, A.K. Baldoukas, 1997, "Simulation of sheet metal forming using explicit finite element techniques: effect of material and forming characteristics, Part 2. Deep-drawing of square cups", *J. Mater. Process. Technol.* 72, 110-116.
- [35] L.F. Menezesa, C. Teodosiu, 2000, "Three-dimensional numerical simulation of the deep-drawing process using solid finite elements", *J. Mater. Process. Technol.* 97, 100-106.
- [36] J.P. Fan, C.Y. Tang, C.P. Tsui, L.C. Chan, T.C. Lee, 2006, "3D finite element simulation of deep drawing with damage development", *International Journal of Machine Tools and Manufacture* 46, 1035-1044.
- [37] Halil Ibrahim Demirci, Cemal Esner, Mustafa Yasar, 2008, "Effect of the blank holder force on drawing of aluminum alloy square cup: Theoretical and experimental investigation", *J. Mater. Process. Technol.* 206, 152-160.
- [38] Daxin E, Takaji Mizuno, Zhiguo Li, 2008, "Stress analysis of rectangular cup drawing", *J. Mater. Process. Technol.* 205, 469-476.
- [39] M. Khelifa, M. Oudjene, 2008, "Numerical damage prediction in deep drawing of Sheet metals", *J. Mater. Process. Technol.* 200, 71-76.
- [40] Robert D. Cook, 1995, *Finite Element modeling for stress analysis*, John Wiley & Sons, Inc.
- [41] Theory Reference for ANSYS, Release 11.0, January 2007.
- [42] G.R. Liu and S. S. Quek, 2003, *The Finite Element Method a practical course*, Butterworth-Heinemann.
- [43] F. Barlat and J. Lian, 1989, "Plastic Behavior and Stretchability of Sheet Metals. Part I: A Yield Function for Orthotropic Sheets Under Plane Stress Conditions". *Int. Journal of Plasticity*, Vol. 5, 51-66.
- [44] M. Asghar Bhatti, 2005, *Fundamental Finite Element Analysis and Applications*, John Wiley & Sons.
- [45] M. Khelifa, M. Oudjene, 2007, "Numerical damage prediction in deep-drawing of sheet metals", Elsevier.
- [46] Makinouchi, A., Nakamachi, E., Onate, E., Wagoner, R.H(Eds), 1993. "Proceedings of the Numisheet 1993", Second International Conference on Numerical Simulation of 3D Sheet Metal Forming Process.
- [47] Zhang, H. W., Xu, W.L., Onate, E., Di, S.L., Thomson, P.F., 2002. "Quadratic programming method in numerical simulation of metal forming process", *Comput. Methods Appl. Mech. Engr.* 191, 5555-5578.
- [48] M. Khelifa, 2004, "Simulation numérique de l'endommagement en formage des structures minces", PhD thesis, Université de Technologie de Troyes, France.

- [49] Onate, E., Kleiber, M., 1988. "*Plastic and viscoplastic flow of void containing metal-applications to axisymmetric sheet forming problems*", Int. J. Num. Method Eng. 25, 237-251.

Apéndices

A. Análisis comparativo entre el elemento cascarón (Shell) y Sólido (Solid)

Con el objeto de comparar el desempeño de los elementos Solid y Shell se realizan simulaciones para comparar las diferencias que existen entre un análisis bidimensional con elementos Shell y un análisis tridimensional con elementos Solid. La principal característica que define a estos elementos es que el elemento Shell está diseñado para modelar estructuras delgadas o estructuras de pared delgada en la cual la dimensión del grosor es muy pequeño en comparación con las otras dimensiones. Por el contrario, el elemento Solid también puede ser usado para modelar estructuras delgadas pero implica que el análisis utilice una mayor cantidad de recursos computacionales y un largo tiempo de solución.

Para llevar a cabo la comparación entre ambos elementos se recurre al ejemplo de calibración de la sección 3.2. En este ejemplo se definen las características principales de un embutido cuadrado tal como geometría de las herramientas, parámetros del proceso y características del material. Los resultados que se comparan entre ambos elementos son el estado de esfuerzos que se presentan en la lámina y el tiempo que tarda en realizar la solución. En la siguiente sección se presenta los resultados obtenidos utilizando elementos Shell y posteriormente se muestran los resultados por medio del elemento Solid.

a) Elemento Shell 163

Para realizar la simulación se dibujaron las herramientas (punzón, pisador, lámina y dado) con características de superficies o modelado sin espesor (figura A.1).

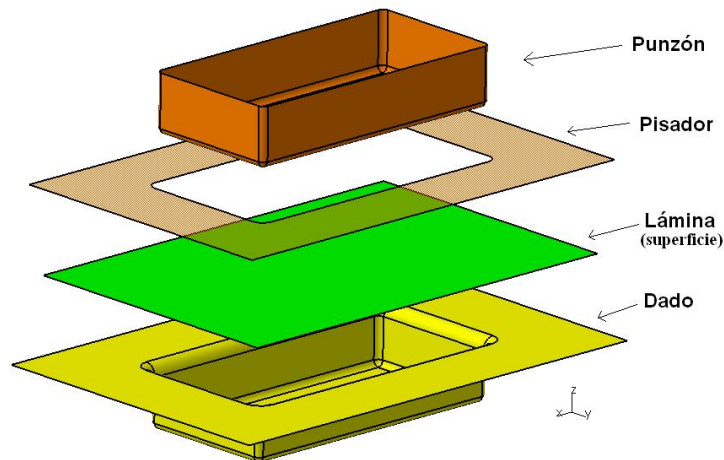


Figura A.1. Herramientas dibujadas como superficies.

Se realizó la simulación a una altura de embutido de 21.67 mm dando como resultado que el esfuerzo máximo de Von Mises es de 466.944 MPa como se muestra en la figura A.2. El tiempo para resolver el problema fue de 10 minutos.

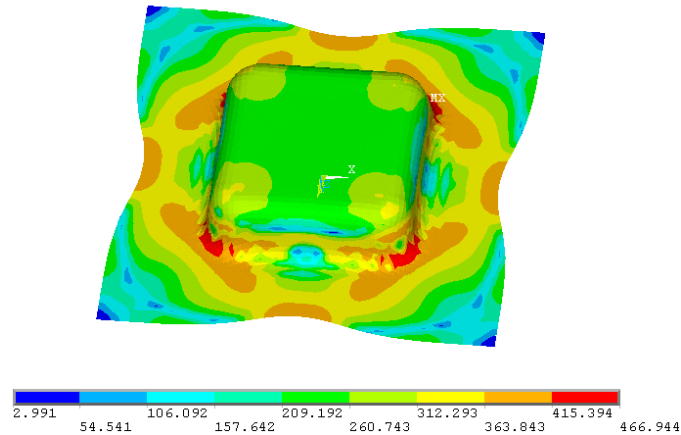


Figura A.2. Distribución de esfuerzos en la lámina con elementos Shell.

b) Elemento Solid 164

Las herramientas (punzón, pisador y dado) se dibujaron con características de superficies y la lámina se modeló como un elemento solido (figura A.3).

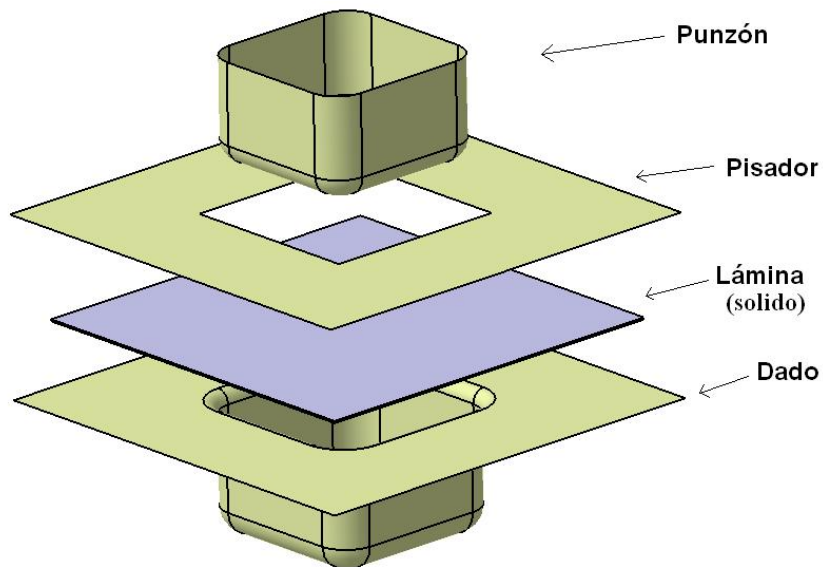


Figura A.3. Herramientas como el punzón, pisador y dado dibujadas como superficies y la lámina dibujada como solido.

Los resultados obtenidos con un elemento Solid a una altura de embutido de 21.67 mm son: esfuerzo máximo de Von Mises de 456.72 MPa como se muestra en la figura A.4. Finalmente el tiempo de solución fue de 34 minutos.

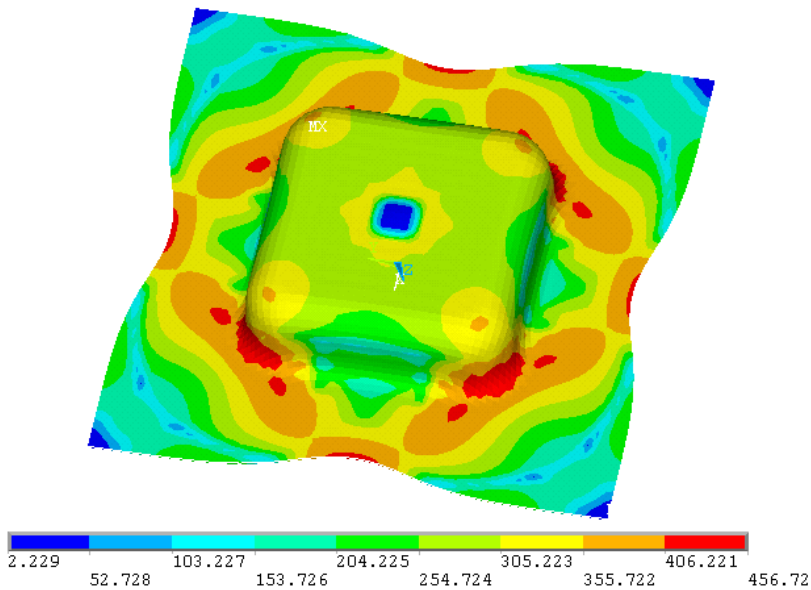


Figura A.4. a) Distribución de esfuerzos en la lámina con elementos Solid.

Como se puede observar la diferencia de resultados entre ambos modelos de simulación (elemento Solid y Shell) es de aproximadamente un 2.3 % de diferencia en el nivel de estado de esfuerzos en la lámina. En cuanto al tiempo de solución, se presentó una diferencia significativa de 24 min, este tiempo de solución es crítico debido a que si se realizan análisis de embutido con diferente geometría, parámetros de proceso o material se requerirá de mayor tiempo para resolver en comparación con un elemento Shell que es más rápido de resolver. Otro de las ventajas significativas de usar un elemento Shell es que proporciona la variación del grosor de la lámina de forma automática. Para el caso del elemento Solid la distribución del grosor de la lámina se tendría que realizar manualmente lo que requerirá de más tiempo invertido para llevar a cabo un análisis de variación de espesor.

De esta forma se recomienda el uso de un elemento Shell para el proceso de embutido profundo de acuerdo a los resultados obtenidos en este análisis y por los propuestos en la diferente literatura consultada.

B. Representación gráfica del criterio de falla

La siguiente subrutina calcula el criterio de falla de Hill el cual se representa gráficamente e indica cuando la pieza presenta defectos. Para realizar el criterio de falla de Hill es necesario primero obtener el valor del esfuerzo de Hill para finalmente calcular el criterio de falla. El listado de la subrutina se muestra a continuación.

```

!-----
!           La siguiente rutina calcula el valor de esfuerzo de HILL
!-----
!*
NSEL,S,S,EQV,,, ,0           !Seleccionar todos los nodos de la lamina
NPLOT
!*
*GET,numnod,NODE,0,COUNT     !Almacena el # de nodos en la variable numnod
*GET,minnod,NODE,0,NUM,MIN   !Almacena el # de nodo mínimo en la variable minnod
*GET,maxnod,NODE,0,NUM,MAX   !Almacena el # de nodo máximo en la variable minnod
*GET,NNUMMAX,NODE,,NUM,MAX   ! Obtener el nodo máximo y almacenarlo en la variable
NNUMMAX
*del,NMASK                   ! Borrar el array NMASK, si es que existe
*del,NARRAY                  ! Borrar el array NARRAY, si es que existe
*dim,NMASK,array,NNUMMAX    ! Definir un array con el nombre de NMASK
*dim,NARRAY,array,NNUMMAX,8 ! Definir un array con el nombre de NARRAY para mantener
!los resultados
*vget,NMASK(1),node,1,nsel   ! Obtener el estado de los nodos seleccionados
! 1 = seleccionado
! 0 = indefinido, -1 = no seleccionado
*vmask,NMASK(1)             ! Usar el array NMASK para trabajar sobre el. Si NMASK(i) < 0.0,
!no realizarlo sobre "i"
*vget,NARRAY(1,1),node,1,s,x ! Obtener el esfuerzo X para los nodos si es seleccionado
*vmask,NMASK(1)             ! Reactivar masking para la siguiente operación. *VMASK solo
!trabaja por comando
*vget,NARRAY(1,2),node,1,s,y ! Obtener el esfuerzo Y para los nodos
*vmask,NMASK(1)
*vget,NARRAY(1,3),node,1,s,z ! Obtener el esfuerzo Z para los nodos
*vmask,NMASK(1)
*vget,NARRAY(1,4),node,1,s,xy ! Obtener el esfuerzo xy para los nodos
*vmask,NMASK(1)
*vget,NARRAY(1,5),node,1,s,yz ! Obtener el esfuerzo yz para los nodos
*vmask,NMASK(1)
*vget,NARRAY(1,6),node,1,s,xz ! Obtener el esfuerzo xz para los nodos
*vmask,NMASK(1)
*vget,NARRAY(1,7),node,1,S,EQV ! Obtener el esfuerzo VM para los nodos

!-----Definición de constantes de plasticidad-----
F=0.2635
G=0.2832
H=0.7168
L=1.5
M=1.5
N=1.2794
!
!-----PRIMER CALCULO-----
*DIM,F1,ARRAY,NNUMMAX       !Definir un array con el nombre de F1
*VOPER,F1(1),NARRAY(1,2),SUB,NARRAY(1,3) !Operación de resta F1=(SY-SZ)
*DIM,F2,ARRAY,NNUMMAX
*VOPER,F2(1),F1(1),mult,F1(1) !Operación de potencia F2=F1^2
*DIM,F3,ARRAY,NNUMMAX
*VOPER,F3(1),F2(1),mult,F   !Operación de constante F3=F*F2

```

```

!-----Segundo calculo-----
*DIM,G1,ARRAY,NNUMMAX
*VOPER,G1(1),NARRAY(1,3),SUB,NARRAY(1,1)      !Operación de resta G1=(SZ-SX)
*DIM,G2,ARRAY,NNUMMAX
*VOPER,G2(1),G1(1),mult,G1(1)                  !Operación de potencia G2=G2^2
*DIM,G3,ARRAY,NNUMMAX
*VOPER,G3(1),G2(1),mult,G                       !Operación de constante G3=G*G2
!-----TERCER CALCULO-----
*DIM,H1,ARRAY,NNUMMAX
*VOPER,H1(1),NARRAY(1,1),SUB,NARRAY(1,2)      !Operación de resta H1=(SX-SY)
*DIM,H2,ARRAY,NNUMMAX
*VOPER,H2(1),H1(1),mult,H1(1)                  !Operación de potencia H2=H1^2
*DIM,H3,ARRAY,NNUMMAX
*VOPER,H3(1),H2(1),mult,H                       !Operación de constante H3=H*H2
!-----CUARTO CALCULO-----
*DIM,L1,ARRAY,NNUMMAX
*VOPER,L1(1),NARRAY(1,5),MULT,NARRAY(1,5)     !Operación de potencia L1=(SYZ)^2
*DIM,L3,ARRAY,NNUMMAX
*VOPER,L3(1),L1(1),MULT,2                       !Operación de constante L3=2*L1
*DIM,L2,ARRAY,NNUMMAX
*VOPER,L2(1),L3(1),mult,L                       !Operación de otra constante L2=L*L3
!-----QUINTO CALCULO-----
*DIM,M1,ARRAY,NNUMMAX
*VOPER,M1(1),NARRAY(1,6),MULT,NARRAY(1,6)     !Operación de potencia M1=(SXZ)^2
*DIM,M3,ARRAY,NNUMMAX
*VOPER,M3(1),M1(1),MULT,2                       !Operación de constante M3=2*M1
*DIM,M2,ARRAY,NNUMMAX
*VOPER,M2(1),M3(1),mult,M                       !Operación de otra constante M2=M*M3
!-----SEXTO CALCULO-----
*DIM,N1,ARRAY,NNUMMAX
*VOPER,N1(1),NARRAY(1,4),MULT,NARRAY(1,4)     !Operación de POTENCIA N1=(SXY)^2
*DIM,N3,ARRAY,NNUMMAX
*VOPER,N3(1),N1(1),MULT,2                       !Operación de constante N3=2*N1
*DIM,N2,ARRAY,NNUMMAX
*VOPER,N2(1),N3(1),mult,N                       !Operación de otra constante N2=N*N3
!-----Sumar los 6 cálculos-----
*DIM,A1,ARRAY,NNUMMAX
*VOPER,A1(1),F3(1),ADD,G3(1)
*DIM,A2,ARRAY,NNUMMAX
*VOPER,A2(1),A1(1),ADD,H3(1)
*DIM,A3,ARRAY,NNUMMAX
*VOPER,A3(1),A2(1),ADD,L2(1)
*DIM,A4,ARRAY,NNUMMAX
*VOPER,A4(1),A3(1),ADD,M2(1)
*DIM,A5,ARRAY,NNUMMAX
*VOPER,A5(1),A4(1),ADD,N2(1)
!-----OBTENER LA RAIZ DE TODA LA SUMATORIA-----
*DIM,B1,ARRAY,NNUMMAX,2
*VFUN,B1(1),PWR,A5(1,1),0.5                    !Operación de potencia B1=A5(1)^0.5
!-----
!
!
!Notas:      El vector B1 contiene los valores de esfuerzo de Hill
!-----

```

```

!-----
!-----Subrutina para mostrar visualmente el criterio de falla-----
!-----
!*****
CED=317                                !Esfuerzo último del material
*DIM,FS,ARRAY,NNUMMAX,2                !Crear un array con el nombre FS desde [1,NUMMAX]=CED
*VOPER,FS(1,1),CED,DIV,B1(1,1)        !Dividir el FS/CED para obtener cantidades de 0 a 1 o +
*DO,I,minnod,maxnod                   !Ciclo para calcular cuando es cero o 1
    fsn=FS(I)
    *IF,fsn,GT,1,THEN
        FS(I)=0                        !Si es cero: la pieza no falla
    *ENDIF
    *IF,fsn,LT,1,THEN
        FS(I)=1                        !Si es uno: la pieza falla
    *ENDIF
*ENDDO
!-----FIN DE LA RUTINA mostrar visualmente el criterio de falla-----
!-----

```


C. Altura máxima de embutido obtenido a través de simulación

A continuación se presenta el código de programación implementado para obtener un valor numérico de altura máxima al cual la pieza se puede embutir sin sufrir una fractura.

```
!-----  
!ESTA SUBROUTINA CALCULA LA ALTURA MAXIMA QUE RESISTE LA LAMINA EN UNA SOLA  
OPERACION.  
!-----  
*msg,ui,  
Inicio de la rutina.....  
paso=anom-1  
*DO,r,1,paso  
fi=ANMAR(r)  
fo=ANMAR(r+1)  
*if,fo,GE,UTS,AND,fi,LT,UTS,THEN  
    *elseif,amaxi,LT,UTS,then  
        amaxi=fi  
        apaso=r-1  
*endif  
*ENDDO  
ka=(timo/anom)*apaso*VEL  
!*****  
*del,abkol  
*DIM,abkol,ARRAY,anom,1  
*do,j,1,apaso  
abkol(j,1)=ANMAR(j)  
*enddo  
*del,abkolx  
*DIM,abkolx,ARRAY,apaso,1  
*do,jy,1,apaso  
abkolx(jy,1)=(timo/anom)*jy*VEL  
*enddo  
!*****  
*VOPER,G43(1,1),0,ADD,abkol(1,1)  
*vplot,abkolx(1,1),G43(1,1)  
maxejex=ka  
maxejey=UTS  
/AXLAB,X,Altura de embutido (mm)  
/AXLAB,Y,Esfuerzo de Hill (MPa)  
*msg,ui,amaxi,apaso,ka  
El esfuerzo de Hill mayor es de=%G,En el paso:%G,ALTURA MAXIMA DE EMBUTIDO:%G  
  
!-----FIN DE LA RUTINA para calcular el valor de la altura máxima de embutido---  
!-----
```

D. Código de programación del modelo de calibración MEF

Para verificar la validez del modelo propuesto para el análisis MEF del proceso de embutido, es necesario realizar una calibración del modelo. Para ello se desarrolló el siguiente código el cual tuvo como objeto comparar los resultados que se obtienen en LS-DYNA contra los del artículo [46].

```
!inicio*****
/FILNAME,pro1,0
/CWD,'D:\Work ansys\AAABanco de pruebas\Resultados2'
/TITLE,PR1
SAVE
!Importar modelo_____
~CAT5IN,'Ensamble quarter','CATProduct','C:/Quarter of Cuadrado CATIA',SURFACES,0
/NOPR
/GO
!Acomodar las piezas_____
/USER, 1
/REPLO
/DIST,1,0.924021086472,1
/REP,FAST
/DIST,1,0.924021086472,1
/REP,FAST
/DIST,1,0.924021086472,1
/REP,FAST
/DIST,1,0.924021086472,1
/REP,FAST
/DIST,1,0.924021086472,1
/REP,FAST
/DIST,1,0.924021086472,1
/REP,FAST
/FOC, 1, -22.8514610723 , -33.8842809309 , -240.991602200
/REPLO
!listo
!preferencias_____
!*
/NOPR
/PMETH,OFF,0
KEYW,PR_SET,1
KEYW,PR_STRUC,1
KEYW,PR_THERM,0
KEYW,PR_FLUID,0
KEYW,PR_ELMAG,0
KEYW,MAGNOD,0
KEYW,MAGEDG,0
KEYW,MAGHFE,0
KEYW,MAGELC,0
KEYW,PR_MULTI,0
KEYW,PR_CFD,0
KEYW, LSDYNA,1
/GO
!*
/COM,
/COM,Preferences for GUI filtering have been set to display:
/COM, Structural with LS-DYNA Explicit
!*
```

```

!Preprocesador
!*
ET,1,SHELL163
!*
*SET,_RC_SET,1,
R,1
RMODIF,1,1,5/6,3,0.78,0.78,0.78,0.78,
!*
!
!
!*
EDMP,RIGI,1,4,7
MP,DENS,1,7.58e-6
MP,EX,1,200000
MP,NUXY,1,0.3
*CSET,1,2, 1,2,
MPCOPY, ,1,2
TBCOPY,ALL,1,2
!*
*CSET,1,2, 1,4,
MPCOPY, ,1,4
TBCOPY,ALL,1,4
!*
EDMP,RIGI,2,4,7
MPDE,DENS,2
MP,DENS,2,7.58E-006
MPDE,EX,2
MP,EX,2,200000
MPDE,NUXY,2
MP,NUXY,2,0.3
EDMP,RIGI,4,7,7
MPDE,DENS,4
MP,DENS,4,7.58E-006
MPDE,EX,4
MP,EX,4,200000
MPDE,NUXY,4
MP,NUXY,4,0.3
MP,DENS,3,7.8e-6
MP,EX,3,206000
MP,NUXY,3,0.3
TB,PLAW,3,,2,
TBDAT,1,567.29
TBDAT,2,0.2637
TBDAT,3,
TBDAT,4,
TBDAT,5,164.1
TBDAT,6,0
!listo
!Mallado
TYPE, 1
MAT, 1
REAL, 1
ESYS, 0
SECNUM,
!*
FLST,2,7,5,ORDE,2
FITEM,2,14
FITEM,2,-20
AESIZE,P51X,2, !*****
MSHAPE,1,2D
MSHKEY,0

```

```

!*
FLST,5,7,5,ORDE,2
FITEM,5,14
FITEM,5,-20
CM,_Y,AREA
ASEL, , , ,P51X
CM,_Y1,AREA
CHKMSH,'AREA'
CMSEL,S,_Y
!*
AMESH,_Y1
!*
CMDELE,_Y
CMDELE,_Y1
CMDELE,_Y2
!*
TYPE, 1
MAT, 2
REAL, 1
ESYS, 0
SECNUM,
!*
FLST,2,1,5,ORDE,1
FITEM,2,2
AESIZE,P51X,2, !*****
MSHAPE,0,2D
!*
CM,_Y,AREA
ASEL, , , , 2
CM,_Y1,AREA
CHKMSH,'AREA'
CMSEL,S,_Y
!*
AMESH,_Y1
!*
CMDELE,_Y
CMDELE,_Y1
CMDELE,_Y2
!*
TYPE, 1
MAT, 3
REAL, 1
ESYS, 0
SECNUM,
!*
FLST,2,1,5,ORDE,1
FITEM,2,1
AESIZE,P51X,2, !*****
CM,_Y,AREA
ASEL, , , , 1
CM,_Y1,AREA
CHKMSH,'AREA'
CMSEL,S,_Y
!*
AMESH,_Y1
!*
CMDELE,_Y
CMDELE,_Y1
CMDELE,_Y2

```

```

!*
TYPE, 1
MAT, 4
REAL, 1
ESYS, 0
SECNUM,
!*
FLST,2,11,5,ORDE,2
FITEM,2,3
FITEM,2,-13
AESIZE,P51X,2, !*****
MSHAPE,1,2D
!*
FLST,5,11,5,ORDE,2
FITEM,5,3
FITEM,5,-13
CM,_Y,AREA
ASEL, , , ,P51X
CM,_Y1,AREA
CHKMSH,'AREA'
CMSEL,S,_Y
!*
AMESH,_Y1
!*
CMDELE,_Y
CMDELE,_Y1
CMDELE,_Y2
!*
/UI,MESH,OFF
!Fin del mallado
!Simetria_____
!*
EDPART,CREATE
NSEL,S,LOC,X,0
DSYM,SYMM,X
NSEL,S,LOC,Y,0
DSYM,SYMM,Y
!lista la simetria
!sigue definir contactos y cargas_____
ESEL,S,MAT,,2
/REPLO
NSLE,S
/REPLO
/REPLO
CM,Pisador,NODE
ALLSEL,ALL
/REPLO
!*
EDCGEN,FSTS, 1, 3,0.0E-01,0.144E-00,0,0,0, , , , ,0,10000000,0,0
!*
EDCGEN,FSTS,PISADOR, 3,0.0E-01,0.144E-00,0,0,0, , , , ,0,10000000,0,0
!*
EDCGEN,FSTS, 4, 3,0.0E-01,0.144E-00,0,0,0, , , , ,0,10000000,0,0
!Definir parámetros_____
*DIM,Fuerza,ARRAY,2,1,1, , ,
!*
*DIM,Desplazamiento,ARRAY,2,1,1, , ,
!*
*DIM,Tiempo,ARRAY,2,1,1, , ,

```

```

!*
*SET, TIEMPO(2,1,1) , 0.067
*SET, DESPLAZAMIENTO(1,1,1) , 0
*SET, DESPLAZAMIENTO(2,1,1) , -38.33
*SET, FUERZA(1,1,1) , -19600
*SET, FUERZA(2,1,1) , -19600
!Definir vectores de fuerza
EDLOAD,ADD,RBFZ,0,2, TIEMPO, FUERZA, 0, , , ,
EDLOAD,ADD,RBUZ,0, 1, TIEMPO, DESPLAZAMIENTO, 0, , , ,
!Definir tiempo de sol'n
FINISH
/SOL
TIME,0.067,
!Sigue la solucion
!*
EDCONTACT,0.1,0,2,0,1,1,1,4,0
EDSP,OFF,'',',1,
!*
/STATUS,SOLU
SOLVE
!Postprocesamiento
FINISH
/POST1
SET,FIRST
ESEL,S,MAT,,3
EPLOT
ESEL,S,MAT,,3
/FOC, 1, -26.6582575269 , -28.2367788422 , -239.679288782
/REPLO
/DIST,1,0.924021086472,1
/REP,FAST
/DIST,1,0.924021086472,1
/REP,FAST
/DIST,1,0.924021086472,1
/REP,FAST
/DIST,1,0.924021086472,1
/REP,FAST
/DIST,1,1.08222638492,1
/REP,FAST
!*
PLNS,S,EQV
ANDATA,0.5, ,0,0,0,1,0,1
!*
!FIN del programa
!*

```



```

!*
*SET,_RC_SET,1,
R,1
RMODIF,1,1,5/6,3,0.736,0.736,0.736,0.736,
!*
!MAterial_____
!*
EDMP,RIGI,1,4,7
MP,DENS,1,7.58e-6
MP,EX,1,209000
MP,NUXY,1,0.3
*CSET,1,2,    1,2,
MPCOPY,    ,1,2
TBCOPY,ALL,1,2
!*
*CSET,1,2,    1,4,
MPCOPY,    ,1,4
TBCOPY,ALL,1,4
!*
EDMP,RIGI,2,4,7
MPDE,DENS,2
MP,DENS,2,7.58E-006
MPDE,EX,2
MP,EX,2,209000
MPDE,NUXY,2
MP,NUXY,2,0.3
EDMP,RIGI,4,7,7
MPDE,DENS,4
MP,DENS,4,7.58E-006
MPDE,EX,4
MP,EX,4,209000
MPDE,NUXY,4
MP,NUXY,4,0.3
MPDE,DENS,3
MP,DENS,3,7.8E-006
MPDE,EX,3
MP,EX,3,2.06E+005
MPDE,NUXY,3
MP,NUXY,3,0.28
TBDE,PLAW,3
TB,PLAW,3,,3,
TBDAT,1,1
TBDAT,2,529.5
TBDAT,3,125
TBDAT,4,6
TBDAT,5,2.53
TBDAT,6,1.84
TBDAT,7,2.72
TBDAT,8,0
!listo
!MAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAALLLLLLLLLLLLLLLLLLLLLLAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAA
FLST,2,11,5,ORDE,2
FITEM,2,20
FITEM,2,-30
AESIZE,P51X,4,    !*****
MSHAPE,0,2D
MSHKEY,0

```



```

!*
FLST,5,11,5,ORDE,2
FITEM,5,20
FITEM,5,-30
CM,_Y,AREA
ASEL, , , ,P51X
CM,_Y1,AREA
CHKMSH,'AREA'
CMSEL,S,_Y
!*
AMESH,_Y1
!*
CMDELE,_Y
CMDELE,_Y1
CMDELE,_Y2
!*
TYPE, 1
MAT, 2
REAL, 1
ESYS, 0
SECNUM,
!*
FLST,2,1,5,ORDE,1
FITEM,2,19
AESIZE,P51X,4, !*****
CM,_Y,AREA
ASEL, , , , 19
CM,_Y1,AREA
CHKMSH,'AREA'
CMSEL,S,_Y
!*
AMESH,_Y1
!*
CMDELE,_Y
CMDELE,_Y1
CMDELE,_Y2
!*
TYPE, 1
MAT, 3
REAL, 1
ESYS, 0
SECNUM,
!*
FLST,2,1,5,ORDE,1
FITEM,2,18
AESIZE,P51X,3.5, !*****
CM,_Y,AREA
ASEL, , , , 18
CM,_Y1,AREA
CHKMSH,'AREA'
CMSEL,S,_Y
!*
AMESH,_Y1
!*
CMDELE,_Y
CMDELE,_Y1
CMDELE,_Y2

```

```

!*
TYPE, 1
MAT, 4
REAL, 1
ESYS, 0
SECNUM,
!*
FLST,2,17,5,ORDE,2
FITEM,2,1
FITEM,2,-17
AESIZE,P51X,4, !*****
MSHAPE,1,2D
!*
FLST,5,17,5,ORDE,2
FITEM,5,1
FITEM,5,-17
CM,_Y,AREA
ASEL, , , ,P51X
CM,_Y1,AREA
CHKMSH,'AREA'
CMSEL,S,_Y
!*
AMESH,_Y1
!*
CMDELE,_Y
CMDELE,_Y1
CMDELE,_Y2
!*
!fin
!Simetria_____
!*
EDPART,CREATE
!esta bien, ahora si la simetria_____
!NSEL,S,LOC,X,0
!DSYM,SYMM,X
NSEL,S,LOC,Y,0
DSYM,SYMM,Y
!lista la simetria
!sigue definir contactos y cargas_____
ESEL,S,MAT,,2
/REPLO
NSLE,S
/REPLO
/REPLO
/REPLO
CM,Pisador,NODE
ALLSEL,ALL
/REPLO
!*
EDCGEN,FSTS, 1, 3,0.0E-01,0.144E-00,0,0,0, , , , ,0,10000000,0,0
!*
EDCGEN,FSTS,PISADOR, 3,0.0E-01,0.144E-00,0,0,0, , , , ,0,10000000,0,0
!*
EDCGEN,FSTS, 4, 3,0.0E-01,0.144E-00,0,0,0, , , , ,0,10000000,0,0
!Definir parametros_____
*DIM,Fuerza,ARRAY,2,1,1, , ,
!*
*DIM,Desplazamiento,ARRAY,2,1,1, , ,
!*
*DIM,Tiempo,ARRAY,2,1,1, , ,

```

```

!*
H=11
*SET,TIEMPO(2,1,1) , 0.049
*SET,DESPLAZAMIENTO(1,1,1) , 0
*SET,DESPLAZAMIENTO(2,1,1) , -H
*SET,FUERZA(1,1,1) , -35000
*SET,FUERZA(2,1,1) , -35000
!Definir vectores de fuerza
EDLOAD,ADD,RBFZ,0,2,TIEMPO,FUERZA, 0, , , ,
EDLOAD,ADD,RBUZ,0, 1, TIEMPO,DESPLAZAMIENTO, 0, , , ,
!Definir tiempo de soln
FINISH
/SOL
TIME,0.049,
!Sigue la solucion
!*
EDCONTACT,0.1,0,2,0,1,1,1,4,0
EDSP,OFF,'','','1,
!*
/STATUS,SOLU
SOLVE
!Postprocesamiento
FINISH
/POST1
SET,FIRST
ESEL,S,MAT,,3
EPLIT
ESEL,S,MAT,,3
/FOC, 1, -26.6582575269 , -28.2367788422 , -239.679288782
/REPLO
/DIST,1,0.924021086472,1
/REP,FAST
/DIST,1,0.924021086472,1
/REP,FAST
/DIST,1,0.924021086472,1
/REP,FAST
/DIST,1,0.924021086472,1
/REP,FAST
/DIST,1,1.08222638492,1
/REP,FAST
!*
PLNS,S,EQV
ANDATA,0.5, ,0,0,1,0,1
!*
!FIN del programa
!*

```