



**Universidad Autónoma de San Luis
Potosí**
Facultad de Ingeniería



Modelado del motor de inducción incluyendo el efecto de excentricidad

TESIS

Que para obtener el grado de:

Maestro en Ingeniería en Sistemas Eléctricos de Potencia

Presenta:

Ing. Jorge Luis Soto Murrieta

Asesores:

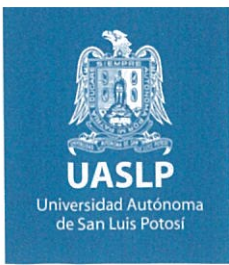
Dr. Ciro Alberto Núñez Gutiérrez

Dra. Nancy Visairo Cruz

San Luis Potosí, México

Enero 2020

©2020 – JORGE LUIS SOTO MURRIETA
ALL RIGHTS RESERVED.



FACULTAD DE INGENIERÍA

5 de diciembre de 2019

**ING. JORGE LUIS SOTO MURRIETA
P R E S E N T E**

En atención a su solicitud de Temario, presentada por los **Dres. Ciro Alberto Núñez Gutiérrez y Nancy Visairo Cruz**, Asesor y Co-asesor de la Tesis que desarrollará Usted, con el objeto de obtener el Grado de **Maestro en Sistemas Eléctricos de Potencia**, me es grato comunicarle que en la Sesión del H. Consejo Técnico Consultivo celebrada el día 5 de diciembre del presente año, fue aprobado el Temario propuesto:

TEMARIO:

“Modelado del motor de inducción incluyendo el efecto de excentricidad”

Introducción.

1. Revisión del estado del arte del modelado del motor de inducción.
2. Método para el cálculo de las inductancias.
3. Modelado de ecuaciones dinámicas del motor de inducción.
4. Modelado del efecto de fallas en los rodamientos.

Conclusiones.

Referencias.

“MODOS ET CUNCTARUM RERUM MENSURAS AUDEBO”

ATENTAMENTE

**M. I. JORGE ALBERTO PÉREZ GONZÁLEZ
DIRECTOR**



UNIVERSIDAD AUTONOMA
DE SAN LUIS POTOSI
FACULTAD DE INGENIERIA
DIRECCION

www.uaslp.mx

Copia. Archivo
*etn.

Av. Manuel Nava 8
Zona Universitaria • CP 78290
San Luis Potosí, S.L.P.
tel. (444) 826 2330 al 39
fax (444) 826 2336

“2019, aniversario 160 de la fundación del Instituto Científico y Literario de San Luis Potosí”

Índice general

INTRODUCCIÓN	1
1. REVISIÓN DEL ESTADO DEL ARTE DEL MODELADO DEL MOTOR DE INDUCCIÓN	13
1.1. Introducción	13
1.2. Modelado del motor de inducción	14
2. MÉTODO PARA EL CÁLCULO DE LAS INDUCTANCIAS	19
2.1. Introducción	19
2.2. Distribución de la fuerza magnetomotriz por unidad de corriente en el entrehierro del motor de inducción	20
2.3. Deducción de las ecuaciones de inductancias del motor, partiendo del flujo en el entrehierro	23
2.3.1. Resultado del cálculo de inductancias del motor de inducción a partir del flujo en el entrehierro	24
2.4. Método de acoplamiento de inductancias	27
2.4.1. Distribuciones armónicas complejas en el conductor	27
2.4.2. Inductancias de acoplamiento estator-estator	28
2.4.3. Inductancias de acoplamiento estator-rotor	31
2.4.4. Inductancias de acoplamiento rotor-rotor	35
3. MODELADO DE ECUACIONES DINÁMICAS DEL MOTOR DE INDUCCIÓN	39
3.1. Introducción	39
3.2. Modelo del motor de inducción	40
3.3. Efecto de la inclinación de las barras del rotor	46
3.4. Resultado del modelado del motor de inducción (Condición sin Falla)	49
3.5. Modelado de la excentricidad del entrehierro	53
3.5.1. Excentricidad estática	56
3.5.2. Excentricidad dinámica	62
3.5.3. Excentricidad combinada	69
4. MODELADO DEL EFECTO DE FALLAS EN LOS RODAMIENTOS	71
4.1. Introducción	71
4.2. Falla en los rodamientos	72
4.2.1. Modelado del motor de inducción con falla en los rodamientos	73
4.2.2. Modelado del entrehierro con falla en el rodamiento del motor	76
4.3. Resultados de la simulación de falla en los rodamientos del motor de inducción	77

CONCLUSIONES	81
REFERENCIAS	83
ANEXO A. SOLUCIÓN DEL MODELO MATEMÁTICO DEL MOTOR DE INDUCCIÓN.	91
ANEXO B. CÓDIGO EN MATLAB PARA LA SIMULACIÓN DINÁMICA DEL MOTOR DE INDUCCIÓN	95
B.1. Código en Matlab	95
B.1.1. Código principal	96
B.1.2. Datos de la simulación	97
B.1.3. Información que describe las características físicas del motor estudiado	98
B.1.4. Creación de la función del entrehierro	99
B.1.5. Creación de la función de devanados del estator	100
B.1.6. Creación de la función de devanados del rotor	101
B.1.7. Cálculo de las inductancias del motor	102
B.1.8. Creación de las matrices de resistencia del estator y el rotor	105
B.1.9. Código que resuelva el modelo matemático del motor de inducción	106
B.1.10. Funciones auxiliares del código	108
ANEXO C. ESQUEMAS DE DIAGNÓSTICO DE FALLA EN LOS RODAMIENTOS DEL MOTOR DE INDUCCIÓN.	111
C.1. Método estadístico adaptativo de tiempo-frecuencia	112
C.2. Transformada Hilbert-Huang usada para la detección de fallas en rodamientos	114
C.3. Análisis por aplicación del Radio del Vector Corriente o vector de Park	114
C.4. Transformada rápida de Fourier Clásica (FFT)	116
C.5. Potencia instantánea con FFT	117
C.6. Bi-espectro o espectro de tercer orden	118

Índice de figuras

1.	Rotor jaula de ardilla	4
2.	Motor de inducción con sensores para análisis de vibración	5
3.	Comparación de métodos mecánicos y eléctricos	6
4.	Partes de un motor de inducción: 1. Eje o flecha, 2. Rodamiento, 3. Rotor, 4. Estator	7
5.	Componentes de un rodamiento: 1. Pista interna, 2. Pista externa, 3. Jaula, 4. Bola	8
6.	Fallas en componentes de motores	9
2.1.	Geometría del motor para la definición de función de devanados.	21
2.2.	Función de devanados de la fase A del motor de estudio.	25
2.3.	(a) Inductancias propias e (b) inductancias mutuas entre las fases A, B y C del estator, con entrehierro uniforme.	26
2.4.	Inductancias entre las fases del estator y el primer lazo del rotor.	26
2.5.	Representación en 3D de las inductancias entre los lazos del rotor.	27
2.6.	Modelo del rotor de jaula de ardilla del motor de inducción	32
2.7.	Flujo del r -ésimo circuito del rotor (ABCD)	35
3.1.	Circuitos equivalentes del rotor de jaula de ardilla y del estator	41
3.2.	Inductancia mutua de una fase del estator-rotor sin tomar en cuenta la inclinación de las barras del rotor	47
3.3.	Inductancia mutua de una fase del estator-rotor con una inclinación de las barras del rotor igual a $2\pi/24$ [rads]	47
3.4.	Inductancia mutua de una fase del estator-rotor con una inclinación de las barras del rotor igual a $2\pi/36$ [rads]	48
3.5.	Torque electromagnético del modelado numérico del motor durante el arranque, sin carga. Sin cruzamiento de barras.	48
3.6.	Torque electromagnético del modelado numérico del motor durante el arranque, sin carga. Con cruzamiento de barras igual a $2\pi/36$ [rads].	48
3.7.	Distribución del bobinado de la Fase A, del motor de ejemplo	49
3.8.	Función de devanados de la fase A.	50
3.9.	Inductancias propias y mutuas del estator del motor con entrehierro uniforme.	50
3.10.	Inductancia mutua entre la fase A del estator y el primer lazo del rotor y su derivada con respecto al ángulo θ . Las barras del rotor tienen una inclinación de $2\pi/48$	51
3.11.	Representación en tres dimensiones de la matriz L_{rr}	51
3.12.	Arranque del motor analizado. En $t=0.6$ [s] el motor es cargado con una carga igual al torque nominal.	52
3.13.	Torque electromagnético desarrollado por el motor analizado.	52
3.14.	Corrientes de fase durante las mismas condiciones transitorias.	52

3.15.	La suma de las corrientes de fase del estator es igual a cero en conexión estrella. . . .	53
3.16.	Corriente de un lazo del rotor.	53
3.17.	Función de devanados de la fase A.	55
3.18.	Excentricidad estática.	56
3.19.	Excentricidad estática a diferentes posiciones del rotor.	57
3.20.	Función inversa del entrehierro para diferentes grados de excentricidad estática	58
3.21.	Inductancias propias y mutuas del estator de un motor con una excentricidad estática, EE = 0.9	59
3.22.	Inductancia mutua entre las fases del estator y el primer lazo del rotor, para una excentricidad estática, EE = 0.9	60
3.23.	Contenido de la matriz L_{rr} para dos posiciones diferentes del rotor: (a) $\theta = 0^\circ$ y (b) $\theta = 90^\circ$ con una excentricidad estática, EE = 0.9	60
3.24.	Resultados de la simulación dinámica del motor con una excentricidad estática de 0.9 .	61
3.25.	Excentricidad dinámica.	63
3.26.	Excentricidad dinámica a diferentes posiciones del rotor.	63
3.27.	Función inversa del entrehierro para excentricidad dinámica del 50 % a diferentes posiciones del rotor	64
3.28.	Inductancias propias y mutuas de las fases del estator para una excentricidad dinámica de 0.9	65
3.29.	Inductancia mutua entre la fase A del estator y los lazos 1, 15 y 30 del rotor, para una excentricidad dinámica, ED = 0.9	65
3.30.	Contenido de la matriz L_{Ar} , para una excentricidad dinámica, ED = 0.9	66
3.31.	Contenido de la matriz L_{rr} , para una excentricidad dinámica, ED = 0.9	67
3.32.	Inductancias propias y mutuas con una excentricidad dinámica, ED = 0.9	67
3.33.	Resultados de la simulación dinámica del motor con una excentricidad dinámica de 0.9.	68
3.34.	Excentricidad combinada.	69
3.35.	Excentricidad combinada a diferentes posiciones del rotor.	70
4.1.	Partes del rodamiento.	72
4.2.	Falla puntual en la pista externa.	74
4.3.	Falla puntual en la pista interna.	75
4.4.	Función del entrehierro para una posición arbitraria de la falla en $\phi = 0$, como función de la posición del rotor θ_r	77
4.5.	Inductancia de la fase A del estator e inductancia entre la fase A del estator y el primer lazo del rotor y su derivada, con el motor sin falla.	77
4.6.	(a) Inductancia propia de la fase A del estator, (b) Inductancia entre la fase A del estator y el primer lazo del rotor y su derivada, considerando una falla en la pista externa del rodamiento.	78
4.7.	Resultados de la simulación del motor para condiciones normales y con falla en la pista externa del rodamiento, así como el análisis de Fourier de las mismas.	79
B.1.	Diagrama de bloques que describe los pasos para la solución del modelo matemático del motor de inducción	96
C.1.	Diagrama de bloques del método adaptativo de tiempo-frecuencia.	113
C.2.	Diagrama de bloques del método Hilbert-Huang.	115

C.3.	Diagrama de bloques que describe los pasos del método de la Transformada Rápida de Fourier	116
C.4.	Diagrama de bloques que describe los pasos del método Bi-Espectro o Espectro de Tercer Orden	118

Agradecimientos

Siempre, el combinar el trabajo, el estudio y la atención a la familia no es cosa fácil. Sin embargo, cuando existe deseo, disponibilidad y ganas de hacer las cosas se logran los objetivos.

Resultado de este pensamiento es la presente tesis que fue posible gracias a la beca y a las facilidades otorgada por Schweitzer Engineering Laboratories, S.A. de C.V. (SEL) y al trabajo realizado por cada uno de los docentes de la Maestría Profesionalizante en Sistemas Eléctricos de Potencia de la Universidad Autónoma de San Luis Potosí (UASLP). A todos ellos mi agradecimiento infinito para la culminación de este peldaño en mi carrera que se me había quedado inconcluso.

Realmente es complicado hacer una lista de agradecimientos, ya que son muchas las personas con las que estoy agradecido. Sin embargo, quiero empezar por agradecer el constante e incondicional apoyo y orientación que me prestaron mis directores la Dra. Nancy Visairo Cruz y el Dr. Ciro Alberto Núñez Gutiérrez, por la parte de SEL quiero agradecer al M.I. David Sánchez Escobedo, a quien todos los que hemos cursado la maestría en esta modalidad le debemos la gestión realizada con la UASLP para lograr esta vinculación tan exitosa. Mucho de lo realizado en esta tesis ha sido producto de intensas y emocionantes discusiones con mis compañeros de trabajo y de estudios, los ya maestros José Ramón Lemus Rosas y Emanuel Rosas Hernández, a los dos, muchas gracias por compartir conmigo su tiempo, su aprendizaje e inteligencia.

Los agradecimientos nunca estarían completos sin agradecer a la familia, así que muchas gracias a mi familia: mi esposa Lupita y mis hijos Alejandra, Nicole y Jorge por todo su soporte e incondicional apoyo en esta gran aventura; a todos los que de alguna manera contribuyeron a que esta tesis tuviera lugar.

¡INFINITAS GRACIAS A TODOS!

Introducción

GENERALIDADES

Desde su invención, las máquinas eléctricas de inducción han sido utilizadas ampliamente en la industria como convertidores de energía eléctrica a energía mecánica, tan es así, que el 90 % de la energía consumida en la industria es destinada al abastecimiento de motores eléctricos. Esta gran utilización se debe, principalmente, a su simplicidad, robustez, confiabilidad y bajos costos de adquisición y mantenimiento. Estos costos reducidos de mantenimiento se logran gracias a que en su construcción no existe una conexión “física” entre el estator y el rotor, ya que su funcionamiento se basa en el principio de inducción, lo que reduce considerablemente el desgaste por fricción en la mayoría de las partes que lo componen, reduciéndose estos problemas de fricción a componentes específicos del motor como lo son los rodamientos [1].

Aunque la máquina de inducción puede operar como motor o como generador, este último modo de operación, se ha visto relegado en cuanto a su frecuencia de uso en la actualidad, debido a que su capacidad para suministrar energía a una carga es limitada y en su lugar, se ha preferido el uso de las máquinas síncronas. Sin embargo, el uso como motor, se extiende desde motores monofásicos para uso doméstico, hasta motores trifásicos de gran capacidad empleados en la más amplia variedad y tipo de industrias, así como en una amplia gama y diversidad de procesos productivos. En nuestros días, prácticamente no se podría encontrar un proceso productivo, por muy pequeño o especializado que éste sea, que no necesite de por lo menos, un motor de inducción.

Un motor de inducción de corriente alterna consta de dos partes principales, rotor y estator. El estator es una porción externa fija y el rotor es la parte giratoria interna. En todos los motores eléctricos se emplea una rotación de campo magnético para hacer girar los rotores. Esta rotación del campo magnético se crea mediante la combinación de los devanados del estator y el voltaje aplicado en sus terminales. En los motores de inducción trifásicos, la rotación del campo magnético se produce naturalmente en el estator debido a la naturaleza de los voltajes de entrada (voltaje alterno), mientras que en los motores de inducción monofásicos se necesitan componentes eléctricos adicionales para crear este campo giratorio [2, 3].

En otras palabras, el rotor gira gracias a la acción de dos campos magnéticos que se forman dentro del motor. Se producirá un campo magnético en el devanado del estator debido a la naturaleza del suministro que tiene de corriente alterna que se moverá a través de los devanados del estator en el caso de los motores de inducción trifásicos, y el resultado será un campo magnético que gira en el entrehierro. Este campo magnético giratorio en el entrehierro inducirá una fuerza electromotriz (FEM) en el rotor. La FEM inducida en el rotor creará una corriente que se moverá a través del rotor para crear otro campo magnético. La interacción entre los dos campos electromagnéticos producirá una fuerza de torsión, también llamada par, luego el motor girará en la dirección del par resultante [3, 4].

Estos motores pueden ser clasificados en dos tipos principales basado en sus rotores: rotor devanado y rotor de jaula de ardilla. Los primeros se caracterizan por tener un conjunto de devanados trifásicos en el rotor y a los que se puede tener acceso para conectar circuitos externos o tomar mediciones. El segundo grupo está construido con lo que se denomina rotor de jaula de ardilla, que es un rotor formado por barras de aluminio o cobre dispuestas dentro de ranuras y cortocircuitadas en los extremos por anillos, motivo por el cual recibe el nombre de jaula de ardilla. Este tipo de motor es menos complejo que el de rotor devanado, resultando, además, ser más económico y robusto, por lo que su uso se ha extendido a la mayoría de las aplicaciones [5].

Al igual que todas las máquinas rotatorias, los motores de inducción están expuestos a una gran diversidad de anomalías como estrés y calentamiento por efectos mecánicos, lo que demanda una máxima atención. Usualmente en la industria, la atención a esta clase de problemas debe ser mayor, debido a los costos por paros de procesos.

Existen motores de inducción que funcionan en todos los niveles de voltaje inmersos en estos procesos productivos y que son parte estratégica y fundamental de estos procesos, por tal razón, el encontrar soluciones que minimicen la estadística de falla es mandatorio. En la mayoría de los casos estos motores son altamente confiables y en algunos casos extremadamente caros, forzando a las compañías a operar sin un respaldo.

EL MOTOR DE INDUCCIÓN DE ROTOR DEVANADO

El motor de inducción de rotor bobinado o motor de inducción de anillos deslizantes, como también se lo denomina, tiene el mismo diseño del estator que el motor de inducción de jaula de ardilla, donde la única diferencia es el diseño del rotor. En este tipo de motores, el rotor tiene un conjunto de devanados que no están cortocircuitados, como es el caso en el tipo de jaula de ardilla. Los devanados del rotor terminan en un conjunto de anillos deslizantes. Estos anillos deslizantes o colectores pueden ser útiles

cuando se agrega resistencia externa adicional para mejorar el torque de arranque [4, 6, 7].

Dado que el deslizamiento es directamente proporcional a la resistencia del rotor, agregar más resistencia al rotor del motor a través de los anillos deslizantes aumentará el deslizamiento. Sin embargo, el deslizamiento es la causa principal del par de extracción; por lo tanto, se producirá un mayor par de extracción a menor velocidad. Una cierta resistencia alta puede producir un alto par de extracción a una velocidad casi nula y a una corriente reducida de arranque. La resistencia del rotor será inversamente proporcional a la velocidad. A medida que la velocidad aumenta, la resistencia disminuirá hasta que el rotor alcance una cierta velocidad a la cual se desconectará la resistencia externa. En esta etapa, el motor funciona como un motor de inducción estándar [4].

La principal desventaja de los motores de anillo deslizante es el mantenimiento requerido para mantener en buen estado a los anillos deslizantes y conjuntos de escobillas, mientras que en el caso de la jaula de ardilla este tipo de mantenimiento regular no es necesario. Otra desventaja es el costo, cuesta más que el motor de inducción con rotor de jaula [4].

MOTOR DE INDUCCIÓN DE JAULA DE ARDILLA

En los motores de jaula de ardilla, los conductores del rotor están diseñados y fabricados para ser barras que pasan a través de las ranuras. Las barras están conectadas a anillos de baja resistencia llamados anillos terminales. La corriente de arranque en el motor de inducción de rotor de jaula es alta y puede alcanzar cerca de 5 veces la corriente de funcionamiento con un bajo factor de potencia. Una de sus ventajas es que requiere muy poco mantenimiento. El par de arranque no es muy bueno, pero el par de funcionamiento es aceptable [2, 4]. La Figura 1 muestra un rotor de jaula de ardilla, en la que se pueden ver los conductores insertados en el cuerpo del rotor (con su inclinación característica) que conectan los dos anillos terminales.

El método más usado para el análisis de estado estacionario de los motores de inducción es el método de circuito equivalente. Este método se basa en el circuito equivalente por fase del motor de inducción, a partir de este circuito equivalente, la corriente en el estator y la corriente de rotor referida al estator se pueden calcular utilizando técnicas simples de análisis de circuitos. Una vez que las corrientes están disponibles, también se puede calcular la potencia.

El funcionamiento básico de una máquina de inducción se puede ilustrar así: un campo magnético giratorio del estator induce corrientes en los conductores del rotor; estas corrientes producen un nuevo campo magnético, llamado campo magnético del rotor. Los dos campos magnéticos interactúan para producir un torque que hace que el rotor gire, pero con una velocidad más lenta que la velocidad angular del flujo del estator, ω_s . La diferencia en las dos velocidades se llama deslizamiento, s . Con esto se pueden resumir los principales requisitos para el movimiento del motor de inducción [8]:



Figura 1: Rotor jaula de ardilla

- Campo magnético giratorio en el espacio de aire producido por el estator.
- Corrientes axiales que fluyen en las barras del rotor.

MÉTODOS DE DIAGNÓSTICO

Ya que la industria siempre trata de incrementar la confiabilidad de sus procesos productivos, el mantenimiento predictivo juega un papel fundamental en alcanzar esta alta disponibilidad y confiabilidad de los equipos que intervienen en dichos procesos. El mantenimiento predictivo para un motor, es aquel que midiendo variables características del motor, como la corriente del estator o las vibraciones de la máquina, es capaz de predecir el estado de sus componentes principales.

Muchas técnicas predictivas han sido aplicadas a estos motores para reducir el número de salidas no programadas. Las técnicas más comunes aplicadas al diagnóstico de fallas en motores de inducción son:

- Análisis de vibración.
- Análisis acústico (detección de ruidos y frecuencias).
- Oscilaciones de velocidad.
- Descargas parciales.

Los análisis basados en conceptos mecánicos han sido estudiados y usados durante ya hace mucho tiempo en la industria, en [5] se enumeran varios estudios basados en conceptos mecánicos. Por ejemplo, el análisis de vibraciones es una técnica que posee una mayor aplicación actualmente; sin embargo, presenta ciertos inconvenientes en su aplicación, principalmente cuando la cantidad de motores a analizar es excesiva o cuando los motores se emplean en aplicaciones especiales, o en condiciones ambientales donde sería difícil instalar los sensores de vibración, como sería el caso de un motor que fuera utilizado para mover material a altas temperaturas ya que se dificulta el acceso para instalar los sensores. La Figura 2, muestra un motor que está siendo analizado por un operador. Como se observa, la instalación de los sensores no representa un mayor problema, ya que el acceso al motor es prácticamente sin esfuerzo, sin embargo, no todas las instalaciones tienen esta ventaja.



Figura 2: Motor de inducción con sensores para análisis de vibración

Investigaciones recientes se han orientado hacia la búsqueda de técnicas alternativas, entre las que destacan aquellas que obtienen información a partir de las señales de voltaje y corriente de las que se alimenta el motor y con base en la manipulación de estas señales se extrae información que ayuda a identificar si el motor presenta alguna falla o no y qué tipo de falla es. Estas técnicas son denominadas Análisis de Firmas Eléctricas o ESA por sus siglas en inglés (acrónimo de Electrical Signature Analysis) y tienen la característica de no ser invasivas a la instalación. Entre ellas destacan MCSA (Motor Current Signature Analysis [1]), EPVA (Extended Park's Vector Approach [9, 10]) e IPSA (Instantaneous Power Signature Analysis [11]). En la Figura 3 se muestra la técnica más recomendada para cada clase de problema específico en una determinada parte del conjunto carga-motor, aunque se puede decir que estas técnicas son complementarias.

La historia del diagnóstico de fallas y la protección es tan antigua como las máquinas mismas. Los fabricantes y usuarios de máquinas eléctricas inicialmente se basaron en simples protecciones tales como sobrecorriente, sobrevoltaje, falla a tierra, etc. para garantizar seguridad y confiabilidad de la operación. Sin embargo, como las tareas realizadas por estas máquinas se han vuelto cada vez más complejas, la

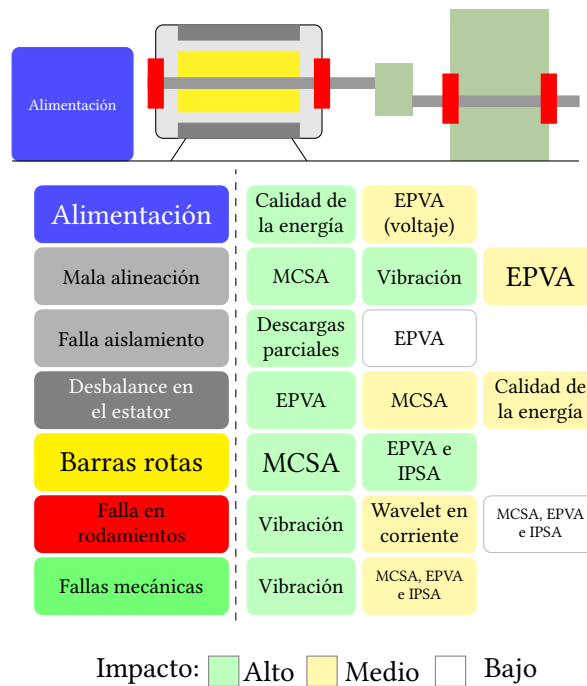


Figura 3: Comparación de métodos mecánicos y eléctricos

industria moderna está cada vez más interesada en adoptar nuevas técnicas de supervisión, en línea o fuera de línea, para evaluar las condiciones de operación de las máquinas eléctricas.

Existen 3 niveles de diagnóstico de fallas: detección, aislamiento e identificación de fallas.

- Detección: tomar una decisión binaria (si hay o no fallas presentes).
- Aislamiento: localización de la falla.
- Identificación: estimar el tamaño, tipo o naturaleza de la falla.

Una técnica ideal de diagnóstico de fallas, debería tener las siguientes características:

- Detectar las fallas en su inicio con precisión.
- Indicar las posibles razones de la falla.
- Funcionar sin interrumpir el funcionamiento normal, es decir, diagnóstico continuo en línea.

Solo un sistema con las características mencionadas anteriormente puede reducir de manera eficiente las salidas de operación no programadas.

Las principales anomalías de las máquinas eléctricas se pueden clasificar como:

- Fallas entre espiras que dan como resultado la apertura o el cortocircuito de uno o más de un estator devanado de fase.
- Barras del rotor rotas o anillos terminales del rotor agrietados.
- Irregularidades estáticas y/o dinámicas en el entrehierro.
- Eje flexionado o deformado (similar a la excentricidad dinámica), que puede dar lugar a un roce entre el rotor y el estator, causando daños graves al rotor, núcleo del estator y devanados.
- El devanado del campo del rotor en corto ocasiona sobrecalentamiento, lo que podría flexionar el rotor.
- Fallas en los rodamientos o en la transmisión.

De los tipos de fallas anteriores, las relacionadas con la excentricidad son las más frecuentes; así que exigen atención especial. Estas fallas producen uno o más de los síntomas como se indica a continuación:

- Espacio de aire desequilibrado, tensiones y corrientes de línea.
- Aumento de las pulsaciones de par.
- Disminución del par promedio.
- Mayores pérdidas y reducción de la eficiencia.
- Calentamiento excesivo.

En la Figura 4 se muestran los componentes principales de un motor de inducción, que son los más propensos a sufrir alguna falla.

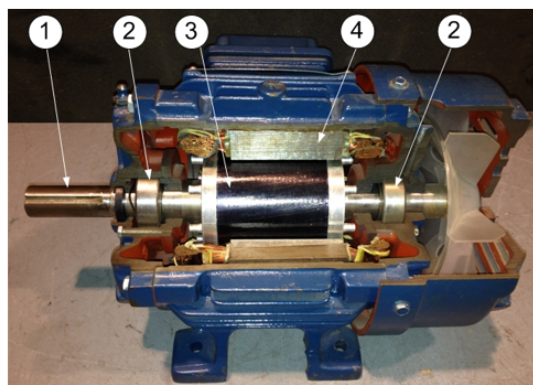


Figura 4: Partes de un motor de inducción: 1. Eje o flecha, 2. Rodamiento, 3. Rotor, 4. Estator

FALLAS COMUNES EN MOTORES DE INDUCCIÓN TRIFÁSICOS

La siguiente es una descripción de las fallas más comunes que se pueden presentar durante la vida de un motor eléctrico y que pueden ser evitadas con un correcto método de diagnóstico y/o monitoreo:

- Fallas en rodamientos: Pueden ser causadas por lubricación incorrecta, estrés mecánico, ensamble incorrecto, mala alineación, etc. Estas fallas pueden presentarse en la pista interna o en la pista externa del rodamiento, así como en la carcasa, las bolas y/o rodillos. La Figura 5 muestra estos componentes.

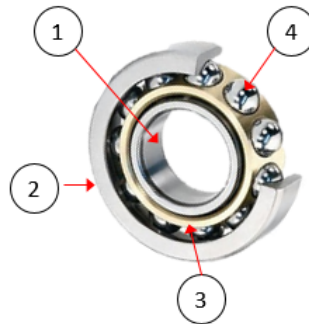


Figura 5: Componentes de un rodamiento: 1. Pista interna, 2. Pista externa, 3. Jaula, 4. Bola

- Fallas en el devanado del estator: normalmente son una consecuencia del sobrecalentamiento, contaminación, errores de dimensionamiento, etc., posiblemente causado por cortos en espiras (misma fase), fase a fase, fase a tierra, etc. Estas fallas causan desbalances en el estator, así como también desbalances en el contenido de armónicas. También pueden ocurrir problemas mecánicos en el estator, aunque estos son menos frecuentes.
- Fallas en el rotor: Usualmente son causadas por barras rotas o por anillos terminales rotos, mala alineación o desbalance.

De todas las fallas que afectan a los motores de inducción, las más frecuentes son las producidas en sus rodamientos, como consecuencia del movimiento permanente y las cargas dinámicas a las que están sometidos estos componentes.

Debido a los esfuerzos permanentes a los que están sometidos los rodamientos, son los componentes de mayor índice de falla en el motor. Las estadísticas varían de acuerdo a los autores, pero la distribución de las fallas es en general la mostrada en la Figura 6.

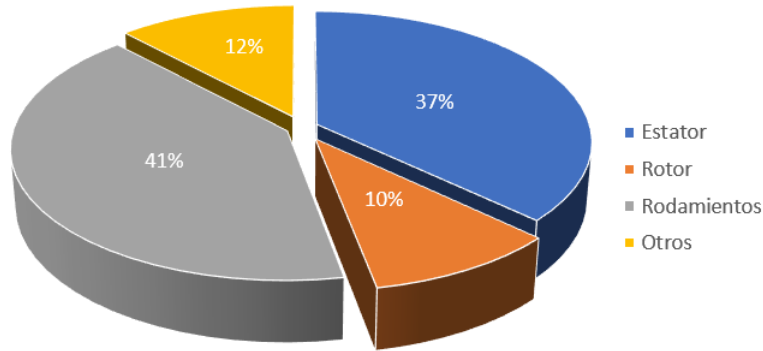


Figura 6: Fallas en componentes de motores

Cualquier tipo de falla en los rodamientos del motor eléctrico puede producir un fenómeno similar al producido por las fallas que se relacionan con la excentricidad en el motor de inducción.

MÉTODOS DE DIAGNÓSTICO DE FALLAS

Hasta el día de hoy se han desarrollado métodos de diagnóstico que tienen como fin el detectar señales relacionadas con las fallas antes descritas. Estos métodos de identificación de fallas pueden involucrar diferentes tipos de campos de la ciencia y la tecnología y se pueden describir como:

- Monitoreo del campo electromagnético con bobinas de búsqueda, estas bobinas se instalan en las ranuras del estator o enrolladas alrededor de los ejes del motor (diagnóstico relacionado con el flujo axial).
- Mediciones de temperatura del rodamiento y del bobinado del estator.
- Reconocimiento infrarrojo.
- Monitoreo de emisiones de radiofrecuencia (RF).
- Control de ruido, vibración del núcleo y de los rodamientos.
- Análisis químico, como análisis de aceite de rodamiento, de gas de monóxido de carbono debido a la degradación del aislamiento eléctrico para circuito eléctrico cerrado refrigerado por aire en motores con intercambiadores de calor refrigerados por agua.
- Mediciones de ruido acústico.
- Análisis de firma de corriente del motor (MCSA).

- Técnicas basadas en IA (Inteligencia Artificial).

OBJETIVOS DE ESTA TESIS

Atendiendo a la necesidad de contar con un modelo del motor de inducción que permita simular los efectos que tienen las diferentes fallas en los rodamientos del motor de inducción en las corrientes que éste consume, para posteriormente estudiar las diferentes técnicas de diagnóstico de fallas, esta tesis plantea los siguientes objetivos:

OBJETIVO GENERAL

Modelar el comportamiento de un motor de inducción bajo condiciones de excentricidad.

OBJETIVOS ESPECÍFICOS

Derivado de lo descrito como objetivo general, se presentan los siguientes objetivos específicos:

1. Estudiar y desarrollar el modelo matemático del motor de inducción sin falla.
2. Estudiar el fenómeno de excentricidad en los motores de inducción, sea ésta estática o dinámica y desarrollar el modelo matemático.
3. Desarrollar un modelo matemático de fallas en rodamientos que permita, posteriormente, el estudio de los métodos de evaluación de fallas en los rodamientos del motor de inducción.

ORGANIZACIÓN DE LA TESIS

En el Capítulo 1 se presenta el estado del arte referente al modelado de la excentricidad del motor de inducción.

En el Capítulo 2 se desarrolla el método matemático para el cálculo de las inductancias del motor de inducción. Se presentan dos formas diferentes para calcular dichas inductancias.

El Capítulo 3 presenta el desarrollo del modelado del motor de inducción trifásico basado en el cálculo de las inductancias dependientes de la posición del rotor. Primero se construye el modelado del motor sin falla y posteriormente se introduce el efecto de la excentricidad del entrehierro.

En el Capítulo 4 se plantea el modelado de la falla en el rodamiento y se muestran los resultados obtenidos.

Finalmente se presentan las conclusiones del trabajo.

1

Revisión del estado del arte del modelado del motor de inducción

1.1. INTRODUCCIÓN

Cada vez es más frecuente el uso de computadoras digitales con gran capacidad de cálculo en el control y monitoreo de los procesos productivos y con ello, la posibilidad del monitoreo de las condiciones de trabajo de una de sus partes fundamentales, el motor de inducción. Esto permite incluir nuevas funciones encaminadas a reducir los costos mejorando las estrategias de diagnósticos de fallas de estos motores, de tal manera que permita reducir la frecuencia de los mantenimientos programados basados en el tiempo de funcionamiento.

Para poder llegar a definir un esquema de diagnóstico de fallas que pueda ser implementado de forma real, es necesario conocer y evaluar estos esquemas. Si esta evaluación se tratara de realizar de forma física, el consumo de tiempo y recursos sería considerable, por tal motivo se propone definir un modelo matemático que describa al motor de inducción, que permita generar las señales necesarias para la evaluación de estos esquemas. Este prototipo virtual basado en un modelo numérico de un sistema debe servir como una herramienta para generar una gran cantidad de datos que reemplacen la dependencia de experimentos costosos y con frecuencia difíciles de realizar. Sin embargo, el modelo debe ser

lo suficientemente preciso como para sustituir los experimentos. El nivel de abstracción y los detalles considerados durante el desarrollo del modelo dependen del propósito para el cual se deben generar los datos simulados.

1.2. MODELADO DEL MOTOR DE INDUCCIÓN

Existen diferentes modelos matemáticos que permiten analizar una máquina de inducción. En general, estos métodos pueden dividirse en modelos estáticos y modelos dinámicos. Los modelos estáticos permiten el análisis de las características estáticas de los motores de inducción. Uno de ellos es el circuito equivalente monofásico del motor de inducción. Por su parte, los modelos dinámicos son utilizados para producir variaciones en el tiempo de las corrientes, el par electromagnético desarrollado y la velocidad del rotor, como salidas. Estos modelos permiten el análisis de máquinas de inducción en modo transitorio[1].

En lo que respecta a los modelos estáticos, además del circuito equivalente del motor, se han realizado trabajos en los cuales se analiza el comportamiento de la máquina en condiciones ideales, es decir, considerando únicamente el estado estacionario. Por ejemplo en [12] se realizó un estudio del motor de inducción en el cual se desarrollaron ecuaciones en coordenadas abc que permiten conocer el comportamiento de la máquina en condiciones de corto circuito, devanados no simétricos y cargas pulsantes. Además, a menudo se emplea un modelo basado en la teoría del campo rotativo [13, 14], que permite el análisis de las características estáticas del motor de inducción para cualquier sistema de suministro de energía y cualquier configuración de devanado del estator. Otro modelo, que se basa en la teoría del vector espacial, permite el análisis del campo magnético en el entrehierro en cualquier configuración asimétrica de los devanados del estator [15]. El método introducido en [16] es una combinación de la teoría del campo rotativo y la teoría de componentes simétricos; sin embargo, solo se pueden analizar motores de inducción conectados en estrella.

En modelos dinámicos, el modelo más ampliamente utilizado que permite el análisis de motores de inducción simétricos, es el conocido como modelo $d-q$ [17]. Este modelo requiere muy poca capacidad de cálculo, pero tiene ciertas desventajas. Se basa en la suposición de que los devanados son sinusoidales y están distribuidos en el rotor y el estator, por lo que es imposible analizar directamente el funcionamiento del motor con una distribución arbitraria de los devanados lo que resulta en que todos los armónicos de la distribución espacial de los bobinados y barras se desprecian, al igual que las variaciones del entrehierro [17]. Los efectos de la discretización de los bobinados, ranuras del estator y rotor y el cruzamiento de barras pueden incluirse solamente como coeficientes que afectan la amplitud de las componentes fundamentales [18]. Sin embargo, es posible aplicar este modelo para el análisis

de modos asimétricos, con solo realizar cambios apropiados en los parámetros de modelado, también se puede utilizar para analizar el funcionamiento de la máquina con una barra del rotor rota, fallas de excentricidad de rotor estáticas y dinámicas [19]. En algunas otras propuestas se realiza una extensión del modelo $d-q$ para el análisis de la máquina en condiciones asimétricas, tales como fallas en el estator [20] y excentricidad del entrehierro [21]. Sin embargo, estos modelos no permiten analizar cómo interactúan dichas asimetrías con los componentes armónicos de la distribución espacial de barras y bobinados. Los resultados obtenidos de esta manera, además, muestran desviaciones significativas de los experimentales, lo que impide que sea un modelo útil para utilizarlo como generador de señales para el diagnóstico de fallas.

Por otra parte, los modelos obtenidos mediante elementos finitos [22–27] están basados en restricciones mínimas, pero requieren un significativo esfuerzo de cálculo, especialmente cuando existen asimetrías en el motor. Mediante estos modelos es posible analizar tanto la discretización de bobinados y barras [22], como las variaciones del entrehierro debidas a las ranuras y la excentricidad [23, 24]. También existen extensiones de estos modelos que permiten analizar el efecto del cruzamiento de las barras [25–27]. Otra característica importante de estos modelos es que permiten incluir en el análisis las características magnéticas de la laminación utilizada.

En el trabajo presentado en [28] se describe el cálculo de las inductancias por medio de la teoría general de máquinas y elemento finito empleando el potencial vectorial magnético como resultado de la solución, aplicando el método a una máquina de imanes permanentes para el cálculo del par. En [29] se realiza una comparación entre el cálculo de las inductancias y el par electromagnético para una máquina de reluctancia, por medio del método de elemento finito y el método de función de devanado, concluyendo que a pesar de la similitud de los resultados obtenidos con ambas técnicas, el elemento finito demanda un esfuerzo computacional considerable comparado con el método de la función del devanado, razón por la cual, este último se prefiere sobre el primero para el cálculo de las inductancias del motor.

Entre el modelo $d-q$ y los modelos basados en elementos finitos existen otras propuestas que permiten evaluar a la máquina incluyendo los efectos de distintas irregularidades o en condiciones asimétricas, con un esfuerzo de cálculo considerablemente menor que el necesario mediante elementos finitos [30]. Entre estos últimos modelos se pueden citar los basados en circuitos multiacoplados ([31–47]), circuitos magnéticos equivalentes [48–50] o combinaciones de ellos [51].

El modelo basado en la teoría de circuitos eléctricos multiacoplados es un poco más antiguo, pero permite el análisis del motor teniendo en cuenta todos los armónicos espaciales de Fuerza Magneto-Motriz (FMM) en la máquina. Este modelo también está destinado principalmente para el análisis de

motores con devanados simétricos en el estator y el rotor [52].

Posteriormente en [33], se trabajó en lograr un modelo que permite el análisis de la máquina general con m circuitos en el estator (no devanados) y n barras del rotor, que permite el análisis dinámico de los regímenes transitorios de la máquina de inducción con cualquier configuración de devanados en el estator y el rotor, como con cualquier perfil de entrehierro. Este trabajo se basa en un modelo de circuitos de acoplamiento múltiple, pero con una clara diferencia que consiste en el uso de la teoría de la función de devanado que permite tomar en cuenta todos los armónicos espaciales de las FMM en la máquina simultáneamente. Esto significa que se podría tomar en consideración la distribución exacta del devanado y la distribución exacta de la FMM por pasos. Para este modelo que está basado principalmente en la función de devanado, los parámetros de la máquina se calculan directamente de su geometría y considera la variación de las inductancias mutuas entre estator y rotor. De acuerdo a su análisis, las simulaciones obtenidas muestran resultados aceptables comparados con modelos en el marco de referencia *dq0*.

También en [32] se presenta un modelo del motor de inducción (MI) basado en circuitos mutuamente acoplados y un método para el cálculo de las inductancias mutuas, conocido como “Winding Function Approach” (WFA). Mediante este modelo, todos los armónicos de la distribución de los bobinados son tenidos en cuenta, sin ninguna restricción respecto a la simetría de los bobinados del estator y las barras del rotor. Por este motivo, este modelo tiene aplicación en el análisis de máquinas asimétricas o en condiciones de falla [33, 36, 37, 39]. En [43] se propone un nuevo método para el cálculo de las inductancias, similar al WFA, pero que permite modelar la excentricidad en el entrehierro y ha sido utilizado en el análisis de la excentricidad dinámica de una máquina síncrona. A este método se lo conoce como “Modified Winding Function Approach” (MWFA) y se ha aplicado en el análisis de excentricidad estática, dinámica o combinada en el MI [44–46].

Los modelos descritos anteriormente, basados en la teoría de circuitos multiacoplados, permiten evaluar distintos tipos de irregularidades, aunque asumen uniformidad a lo largo del eje axial del motor. Esto es, sin que se considere el cruzamiento de los bobinados y barras y suponiendo un entrehierro uniforme a lo largo del eje axial. El efecto que produce el cruzamiento de las barras es de interés, cuando se analizan estrategias de estimación de posición debido a que puede enmascarar el efecto de otras irregularidades tales como la distribución de las barras y las ranuras del rotor. Por otro lado, la excentricidad del entrehierro puede presentarse como no-uniforme a lo largo del eje axial. Por ejemplo, cuando ésta se produce por el daño en uno de los rodamientos del motor o una tapa desalineada, puede existir una excentricidad elevada en un extremo mientras que en el otro ser despreciable. Todo esto se describe a detalle en la tesis doctoral [53].

Se han desarrollado otros modelos para considerar efectos como la saturación y el efecto de barra profunda [54]. En [55] se utiliza el modelo anterior para simular el motor de inducción de jaula de ardilla en condiciones de desbalance de tensiones del estator y barras rotas y se extienden para hacer un análisis espectral de las frecuencias que aparecen en este tipo de fallas.

La excentricidad es un desajuste entre la posición del estator y el rotor en las máquinas eléctricas rotatorias, el cual se presenta incluso en máquinas nuevas, debido a las tolerancias de manufactura. Este fenómeno afecta la distribución del entrehierro y por ende las interacciones electromagnéticas entre estator y rotor [53].

Gran parte de los estudios acerca de excentricidad en máquinas rotatorias se han centrado en el monitoreo para prevenir el roce entre estator y rotor, limitándose prácticamente a diagnosticar el grado de excentricidad presente en la máquina, mientras que, otros se han enfocado al análisis en estado estacionario y su impacto en el proceso de conversión de energía, siendo muy pocos los estudios que analizan sus efectos en condiciones transitorias. El modelado de este problema de la máquina de inducción, se ha basado principalmente en la teoría de la función de devanado. En [56] se establece una técnica para el cálculo de las FMM en máquinas eléctricas con presencia de excentricidad del rotor, de manera particular en turbogeneradores. El método fue basado en la distribución espacial en dos dimensiones del campo magnético en el entrehierro.

2

Método para el cálculo de las inductancias

2.1. INTRODUCCIÓN

En este capítulo se presenta el desarrollo matemático para el cálculo de las inductancias de magnetización que son usadas para el modelado del motor de inducción bajo la teoría de los circuitos múltiplemente acoplados. Este método es conocido como Aproximación de Función de Devanados ("Winding Function Approach", WFA)[53]. Para lograr esto, en primer lugar se obtiene la distribución de la fuerza magnetomotriz del entrehierro en función de la distribución geométrica de los devanados. A partir de lo anterior, se deducen las ecuaciones para el cálculo de las inductancias a partir del flujo en el entrehierro enlazado por las bobinas. Cabe mencionar que existen otros métodos para el cálculo de dichas inductancias, como el reportado en [53], basado en la energía del campo magnético en el entrehierro, y en el que se comprueba que las expresiones son idénticas.

Se presenta, también, el método de acoplamiento de inductancias, que posibilita el análisis de la máquina de inducción independientemente de la velocidad del misma.

2.2. DISTRIBUCIÓN DE LA FUERZA MAGNETOMOTRIZ POR UNIDAD DE CORRIENTE EN EL ENTREHIERRO DEL MOTOR DE INDUCCIÓN

La teoría de función de devanados, al contrario del modelo clásico $d-q$, puede tomar en cuenta todos los armónicos espaciales de fuerza magnetomotriz de los devanados de la máquina de inducción con un entrehierro pequeño y uniforme. Considere la forma más simple del devanado de una fase del estator, la cual es una sola bobina concentrada con N vueltas. Las posiciones de esta bobina a lo largo de la circunferencia del estator son descritas por ángulos mecánicos θ_1 y θ_2 , por ejemplo, el paso de la bobina puede ser descrito como la diferencia angular, en radianes mecánicos, entre estos dos ángulos $\alpha = \theta_2 - \theta_1$, como se observa en la Figura 2.1. Si se asume un entrehierro uniforme y pequeño, despreciando los efectos de las ranuras del estator y el rotor y asumiendo una permeancia infinita en el hierro y adoptando un conductor puntual, se puede escribir la ley de Ampere de una forma común:

$$\oint_C \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = \int_S \mathbf{J} \cdot d\mathbf{S} \quad (2.1)$$

misma que se puede escribir de una forma más sencilla como:

$$H(\theta) \cdot g - H(0) \cdot g = \eta(\theta) \cdot i \quad (2.2)$$

donde $H(\theta)$ es la componente radial de la intensidad del campo magnético en el entrehierro en la posición descrita por el ángulo θ , g es la longitud del entrehierro, i es la corriente en la bobina y $\eta(\theta)$ es la función del devanado. La suposición de que el entrehierro es pequeño, implica que el radio del rotor es significativamente mayor a dicha longitud. En la ecuación (2.1), C es el contorno a-b-c-d y S es el área abarcada dentro de ese contorno, como se muestra en la Figura 2.1. De la Figura 2.1 se observa que un cambio continuo en la posición de θ del lado b del lazo cerrado C , la función de devanado puede ser definida como:

$$\eta(\theta) = \begin{cases} N & \theta_1 < \theta \leq \theta_2 \\ 0 & \text{para cualquier otro } \theta \end{cases} \quad (2.3)$$

Si todos los conductores encerrados por la trayectoria conducen la misma corriente i , la ecuación (2.1) se puede escribir como:

$$\oint_{abcd} \mathbf{H}(\phi, \theta_r) \cdot d\mathbf{l} = \eta(\phi, \theta_r) i \quad (2.4)$$

La función $\eta(\phi, \theta_r)$ representa el número de espiras del devanado encerradas por la trayectoria $abcd$. Esta distribución permite considerar la geometría de los bobinados a lo largo del eje axial agregando el eje z en la integral de la intensidad del campo magnético. Esta consideración queda fuera del alcance de este trabajo, sin poner en riesgo la validez de los resultados de este estudio, tal como se menciona

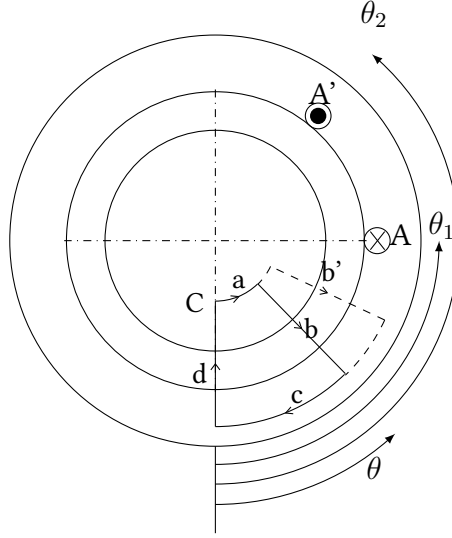


Figura 2.1: Geometría del motor para la definición de función de devanados.

en [57] al eliminar este eje en el estudio, ya que se considera que el sistema permanece sin cambio en la dirección axial.

En términos de la fuerza magnetomotriz la ecuación (2.4) puede escribirse de la siguiente manera:

$$F_{ab}(0, \theta_r) + F_{cd}(\phi, \theta_r) = \eta(\phi, \theta_r)i \quad (2.5)$$

Dividiendo la ecuación anterior por la función del entrehierro $g(\phi, \theta_r)$, que representa la distancia del entrehierro en cualquier punto, e integrando esto con respecto al ángulo del estator desde 0 a 2π , se tiene:

$$\int_0^{2\pi} \frac{F_{ab}(0, \theta_r)}{g(\phi, \theta_r)} d\phi + \int_0^{2\pi} \frac{F_{cd}(\phi, \theta_r)}{g(\phi, \theta_r)} d\phi = \int_0^{2\pi} \frac{\eta(\phi, \theta_r)i}{g(\phi, \theta_r)} d\phi \quad (2.6)$$

Si se utiliza la ley de Gauss para campos magnéticos, se obtiene una expresión para $F_{ab}(0, \theta_r)$:

$$\oint_S \mathbf{B} \cdot d\mathbf{s} = 0 \quad (2.7)$$

En la que \mathbf{B} es la densidad de flujo magnético y S es una superficie cerrada cualquiera. Considerando a S como una superficie cerrada cilíndrica de radio r , localizada entre las superficies del rotor y el estator, la ecuación (2.7) se puede escribir como:

$$\int_0^{2\pi} \mu_0 r H(\phi, \theta_r) d\phi = 0 \quad (2.8)$$

Se puede definir H como

$$H(\phi, \theta_r) = \frac{F(\phi, \theta_r)}{g(\phi, \theta_r)} \quad (2.9)$$

entonces

$$\mu_0 r \int_0^{2\pi} \frac{F(\phi, \theta_r)}{g(\phi, \theta_r)} d\phi = 0 \quad (2.10)$$

Derivado de lo anterior, se observa que el segundo término en la ecuación (2.6) es nulo, por lo que ahora, esta misma ecuación se puede escribir como:

$$\int_0^{2\pi} \frac{F_{ab}(0, \theta_r)}{g(\phi, \theta_r)} d\phi = \int_0^{2\pi} \frac{\eta(\phi, \theta_r)}{g(\phi, \theta_r)} i d\phi \quad (2.11)$$

El término $g^{-1}(\phi, \theta_r)$ equivale al valor medio de la inversa de la función del entrehierro y está definido por la siguiente ecuación:

$$\langle g^{-1}(\phi, \theta_r) \rangle = \frac{1}{2\pi L} \int_0^{2\pi} g^{-1}(\phi, \theta_r) d\phi \quad (2.12)$$

Despejando F_{ab} de la ecuación (2.11), se obtiene:

$$F_{ab}(0, \theta_r) = \frac{1}{2\pi L \langle g^{-1}(\phi, \theta_r) \rangle} \int_0^{2\pi} \eta(\phi, \theta_r) g^{-1}(\phi, \theta_r) i d\phi \quad (2.13)$$

Reemplazando esta ecuación en la ecuación (2.5) y despejando el término F_{cd} , se obtiene:

$$F_{cd}(\phi, \theta_r) = \eta(\phi, \theta_r) i - \frac{1}{2\pi L \langle g^{-1}(\phi, \theta_r) \rangle} \int_0^{2\pi} \eta(\phi, \theta_r) g^{-1}(\phi, \theta_r) i d\phi \quad (2.14)$$

Si la ecuación anterior es dividida por i , se obtiene la siguiente expresión, que representa la distribución de la fuerza magnetomotriz por unidad de corriente:

$$N(\phi, \theta_r) = \frac{F_{cd}(\phi, \theta_r)}{i}$$

$$N(\phi, \theta_r) = \eta(\phi, \theta_r) - \frac{1}{2\pi L \langle g^{-1}(\phi, \theta_r) \rangle} \int_0^{2\pi} \eta(\phi, \theta_r) g^{-1}(\phi, \theta_r) d\phi \quad (2.15)$$

Esta función permite considerar la distribución geométrica no uniforme de los devanados y es posible considerar los efectos de la excentricidad del rotor gracias a la función del entrehierro $g(\phi, \theta_r)$, misma que no posee ninguna restricción sobre la uniformidad axial del rotor. Esta característica será utilizada para poder modelar el efecto que tienen las diferentes fallas en los rodamientos del motor sobre las corrientes que éste consume.

2.3. DEDUCCIÓN DE LAS ECUACIONES DE INDUCTANCIAS DEL MOTOR, PARTIENDO DEL FLUJO EN EL ENTREHIERRO

En la sección anterior se definió una expresión que representa la fuerza magnetomotriz por unidad de corriente de cualquier devanado en un motor de inducción, basado en la teoría de la función de devanados. Esta expresión, representa la FMM en el entrehierro producida por la corriente que circula por una bobina.

Si se analiza el efecto que tiene la corriente al circular por el devanado de la fase A del motor, se tiene la siguiente expresión:

$$F_A(\phi, \theta_r) = N_A(\phi, \theta_r)i_A \quad (2.16)$$

Donde:

N_A es una función que describe la distribución física del devanado de la fase A en el estator.

Así que un diferencial de flujo a través de un diferencial de área $r \cdot d\phi$ en el entrehierro, puede ser escrito como:

$$d\Phi = \mu_0 F_A(\phi, \theta_r) g^{-1}(\phi, \theta_r) r d\phi \quad (2.17)$$

Sustituyendo la ecuación (2.16) en (2.17) e integrando el diferencial de flujo en el espacio ocupado por una espira del estator de la fase B , se llega a:

$$\Phi_B = \mu_0 r \int_{\phi_1}^{\phi_2} N_A(\phi, \theta_r) i_A g^{-1}(\phi, \theta_r) d\phi \quad (2.18)$$

Para obtener el flujo total enlazado por esta bobina de la fase B , λ_B , es necesario multiplicar Φ_B por el número de espiras del devanado. Sabiendo que $n_B(\phi, \theta_r)$ es igual al número de espiras del devanado en la región comprendida de ϕ_1 a ϕ_2 y cero en cualquier otro punto (como se definió en la ecuación (2.3)), el flujo total se obtiene multiplicando la ecuación (2.17) por $n_B(\phi, \theta_r)$ e integrando desde 0 hasta 2π

$$\lambda_B = \mu_0 r \int_0^{2\pi} n_B(\phi, \theta_r) N_A(\phi, \theta_r) g^{-1}(\phi, \theta_r) i_A d\phi \quad (2.19)$$

Ya que la inductancia mutua L_{BA} de la bobina B debida a la corriente i_A en la bobina A , está definida por:

$$L_{BA} = \frac{\lambda_B}{i_A} \quad (2.20)$$

Al sustituir la ecuación (2.19) en la ecuación (2.20), se obtiene:

$$L_{BA}(\theta_r) = \mu_0 r \int_0^{2\pi} n_B(\phi, \theta_r) N_A(\phi, \theta_r) g^{-1}(\phi, \theta_r) d\phi \quad (2.21)$$

De aquí, se intuye que es posible calcular las inductancias propias y mutuas de los devanados del estator y los lazos del motor usando las ecuaciones (2.15) y (2.21), tomando en cuenta el efecto de la excentricidad del rotor, sin suponer que existe uniformidad en el entrehierro del motor.

En [53] se demuestra que $L_{BA} = L_{AB}$, por lo que en esta tesis se acepta como válida esta igualdad, reduciendo considerablemente la carga computacional para el cálculo de las inductancias propias del rotor y el estator, así como las mutuas entre ambos.

Una forma más general de la ecuación (2.21), se presenta a continuación y está reportada en [57]:

$$L_{mn}(\theta_r) = \mu_0 r L \int_0^{2\pi} n_m(\phi, \theta_r) N_n(\phi, \theta_r) g^{-1}(\phi, \theta_r) d\phi \quad (2.22)$$

Donde:

$L_{mn}(\theta_r)$	es la inductancia de la fase n respecto a la fase m , pudiendo éstas ser del estator, del rotor, o una del rotor y la otra del estator, indistintamente
μ_0	es la permeabilidad del vacío $4\pi \times 10^{-7} [\frac{H}{m}]$
r	es el radio medio entre el estator y el rotor
$n_m(\phi, \theta_r)$	es la función de distribución de devanados
$N_m(\phi, \theta_r)$	es la función de distribución de devanados modificada
$g^{-1}(\phi, \theta_r)$	es la inversa de la función del entrehierro
ϕ	es la posición angular medida en un marco de referencia estacionario
θ_r	es la posición angular del rotor dependiente del tiempo

2.3.1. RESULTADO DEL CÁLCULO DE INDUCTANCIAS DEL MOTOR DE INDUCCIÓN A PARTIR DEL FLUJO EN EL ENTREHIERRO

Como se definió en la sección anterior, para poder calcular las inductancia del motor de inducción es necesario crear una función que defina la distribución de los devanados del estator para cada una de las fases y una más para la definición de cada uno los lazos del rotor formados por dos barras y dos segmentos de los anillos que conectan a estas barras. Para ejemplificar el cálculo de las inductancias de un motor de inducción se tomará como ejemplo el siguiente:

11 kW, 400 V, conexión en Y, 50 Hz, $p = 2$,

El número de ranuras del estator es $S = 36$ y el motor tiene $R = 30$ barras de rotor. El devanado de una fase del estator consta de 12 bobinas, 3 bobinas por polo con 9 vueltas en cada bobina, es decir, $N = 108$ vueltas en serie por polo por fase. El paso de la bobina se acorta, es decir, $\gamma = (7/9)\tau$.

El esquema de devanado de la fase A bajo un par de polos es: 1-8'-2-9'-3-10'.

Los parámetros adicionales de la máquina son:

R_{fase}	0.296	$[\Omega]$	$D_{int\ estator}$	146.36	$[mm]$
g_0	0.4	$[mm]$	l_{axial}	172.42	$[mm]$
$L_{\sigma s}$	2.92	$[mH]$	R_b	64.5	$[\mu\Omega]$
R_{ers}	1.55	$[\mu\Omega]$	L_b	400	$[nH]$
L_{ers}	5.73	$[nH]$	J	0.3	$[kg \cdot m^2]$

La Figura 2.2 muestra la función de devanados de la fase A del motor utilizado como ejemplo. Se observa como la cantidad de vueltas por cada una de las ranuras se van sumando en cada ranura a lo largo de la distribución del estator, que esté representado en radianes, para formar el devanado de esta fase. Las otras dos fases se distribuyen en las ranuras del estator de forma similar para completar el devanado.

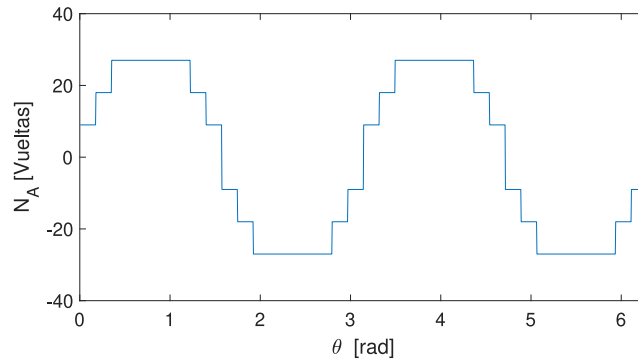
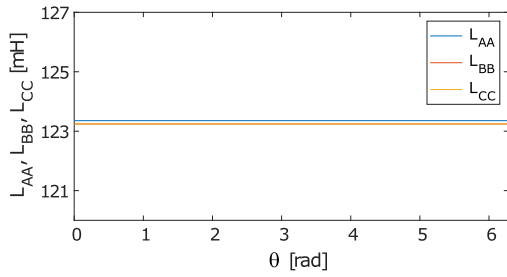
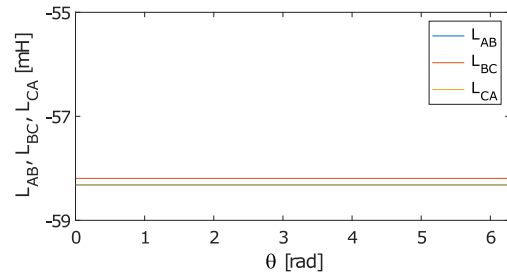


Figura 2.2: Función de devanados de la fase A del motor de estudio.

Una vez definida la función de devanados de las fases del motor, se procede a calcular las inductancias propias y mutuas de las fases del devanado. La Figura 2.3a, presenta las inductancias propias de las fases A, B y C del motor, mientras que las inductancias mutuas son presentadas en la Figura 2.3b.



(a) Inductancias propias de las fases A, B y C



(b) Inductancias mutuas entre las fases A, B y C

Figura 2.3: (a) Inductancias propias e (b) inductancias mutuas entre las fases A, B y C del estator, con entrehierro uniforme.

Las inductancias entre el estator y el rotor son función de la posición del rotor, por lo que estas varían a medida que el rotor se mueve. La Figura 2.4 muestra las inductancias entre las fases del estator y el primer lazo del rotor.

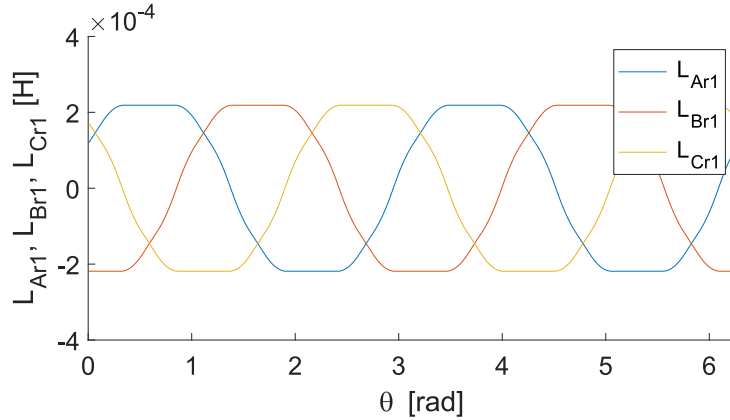


Figura 2.4: Inductancias entre las fases del estator y el primer lazo del rotor.

Las inductancias del rotor se muestran en la Figura 2.5. En esta Figura se muestra una representación en 3D de estas inductancias lo que hace sentido con la naturaleza de las mismas.

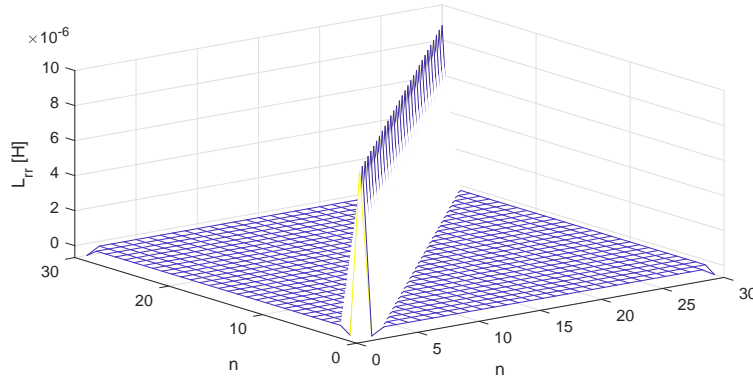


Figura 2.5: Representación en 3D de las inductancias entre los lazos del rotor.

En el Capítulo 3, se define el conjunto de ecuaciones que describen el funcionamiento del motor de inducción incluyendo la parte mecánica que define el torque y la velocidad del mismo.

2.4. MÉTODO DE ACOPLAMIENTO DE INDUCTANCIAS

El cálculo del acoplamiento de inductancias está basado en las siguientes consideraciones:

- Un devanado es un conjunto de bobinas conectadas en serie.
- Los voltajes aplicados en el estator son senoidales.
- La longitud radial del entrehierro es pequeña, comparada con el diámetro del mismo.
- La saturación es ignorada o incluida usando factores empíricos
- Un número de onda armónica, k , puede ser definido de una manera normal para el armónico v -ésimo de la siguiente manera:

$$k = \frac{2pv}{d} \quad v = \dots 1, 2, 3, 4 \dots \quad (2.23)$$

Donde d es el diámetro medio de la máquina, lo que permite la linearización en las coordenadas x, y, z .

2.4.1. DISTRIBUCIONES ARMÓNICAS COMPLEJAS EN EL CONDUCTOR

Si la n -ésima bobina del m -ésimo devanado del estator tiene las ranuras de sus lados centrados en $y = y_n$ y $y = y_n + \alpha_n$ en el sistemas de coordenadas del estator, entonces su distribución puede ser

descrita usando una función de Dirac (δ), de la siguiente manera, como se describe en [58]

$$c_{mn}(y) = N_n \{ \delta(y_n) - \delta(y_n + \alpha_n) \} \quad (2.24)$$

La distribución completa del conductor del m -ésimo devanado es obtenida sumando las contribuciones, como las de la ecuación anterior, de cada una de las bobinas en el m -ésimo devanado:

$$c_m(y) = \sum_{n=1}^M c_{mn}(y) = \sum_{n=1}^M N_n \{ \delta(y_n) - \delta(y_n + \alpha_n) \} \quad (2.25)$$

donde se asume que existen M bobinas en el m -ésimo devanado. Esta distribución de conductor puede ser resuelta en una serie compleja de Fourier:

$$c_m(y) = \sum_{v_k=-\infty}^{+\infty} \bar{C}_m^k e^{-jk y} \quad (2.26)$$

Donde:

$$\bar{C}_m^k = \frac{1}{2\tau} \int_{-\tau}^{\tau} c_m(y) e^{jk y} dy \quad (2.27)$$

Sustituyendo la ecuación (2.25) en la ecuación (2.27) y simplificando, se obtiene la siguiente expresión que demuestra que la distribución armónica compleja del conductor puede ser obtenida por la suma de las aportaciones de cada una de las bobinas.

$$\bar{C}_m^k = \frac{-j}{\tau} \sum_{n=1}^M N_n \operatorname{sen} \left(\frac{k\alpha_n}{2} \right) e^{jk(y_n + \frac{\alpha_n}{2})} \quad (2.28)$$

2.4.2. INDUCTANCIAS DE ACOPLAMIENTO ESTATOR-ESTATOR

Las distribuciones de densidad del conductor del devanado del estator, se definen de tal forma que se crea una sección trifásica equilibrada [13, 59]. Esta técnica permite que los devanados sean separados de la fuerza magnetomotriz que producen en el estator.

$$\begin{aligned}
C_1 &= \sum_{k=-\infty}^{\infty} \bar{N}_n^k e^{-jk y} \\
C_2 &= \sum_{k=-\infty}^{\infty} e^{j\frac{2\pi v}{3}} \bar{N}_n^k e^{-jk y} \\
C_3 &= \sum_{k=-\infty}^{\infty} e^{-j\frac{2\pi v}{3}} \bar{N}_n^k e^{-jk y} \\
\bar{N}_n^k &= \frac{1}{\pi d} \sum_{s=1}^{N_{slot}} N_s e^{jk y_s}
\end{aligned} \tag{2.29}$$

Donde:

C_x es la distribución de la densidad del conductor para el devanado

n es el número de devanado del estator.

s es el número de ranura del devanado del estator.

y_s es la posición de la s -ésima ranura alrededor del entrehierro desde el punto de referencia.

N_s es el número de vueltas en la s -ésima ranura.

Como se aprecia en las ecuaciones anteriores, existe un desplazamiento de $\frac{2\pi}{3}$ entre cada uno de los devanados del sistema trifásico previamente descrito. Se asume que la primera fase es la referencia para las otras dos.

Al asumir que la corriente que fluye en el m -ésimo devanado del estator es de la forma:

$$\begin{aligned}
i_m &= \hat{I}_m \cos(\omega t + \phi_m) \\
&= \text{Re} \left\{ \sqrt{2} \bar{I}_m e^{j\omega t} \right\}
\end{aligned} \tag{2.30}$$

La distribución de la densidad de corriente en la superficie del estator para el m -ésimo devanado, se expresa como:

$$\begin{aligned}
J_m(y, t) &= i_m(t) C_m(y) \\
&= i_m(t) \sum_{k=-\infty}^{\infty} \bar{N}_m^k e^{jk y} \\
&= \text{Re} \left\{ \sqrt{2} \sum_{k=-\infty}^{\infty} \bar{I}_m \bar{N}_m^k e^{j(\omega t - k y)} \right\}
\end{aligned} \tag{2.31}$$

La derivada del flujo con respecto a y puede ser expresada en términos de la densidad de corriente de

la siguiente manera (ignorando los efectos de la permeancia de la ranura):

$$\frac{db}{dy} = \frac{\mu_0 J_m}{g} \quad (2.32)$$

Mientras que la densidad de flujo es de la forma:

$$b_m(y, t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \overline{B}_m^k e^{jky} \quad (2.33)$$

Al calcular la derivada de la ecuación anterior con respecto a y y resolviendo para \overline{B}_m^k en las ecuaciones (2.31) y (2.32), se obtiene la siguiente expresión para la amplitud de la densidad de flujo:

$$\overline{B}_m^k = \frac{J_m \mu_0}{gk} i_m(t) \overline{N}_m^k \quad (2.34)$$

La ecuación anterior describe un conjunto de ondas rotatorias de densidad de flujo. Cada una gira en el entrehierro a una velocidad igual a $\frac{\omega}{\nu_p}$ [rad/s].

Cada elemento dy en la superficie del estator será enlazado por el siguiente flujo:

$$d\phi = w b_m(y, t) dy \quad (2.35)$$

Donde w es la longitud axial del motor. La ecuación anterior puede ser re-acomodada como:

$$\frac{d\phi}{dy} w b_m(y, t) \quad (2.36)$$

De esta forma, el flujo que enlaza el elemento es:

$$\begin{aligned} \phi(y, t) &= \sum_{k=-\infty}^{\infty} \frac{-\mu_0 w}{gk^2} i_m(t) \overline{N}_m^k e^{-jky} \\ &= \sum_{k=-\infty}^{\infty} \overline{\phi}_m^k \end{aligned} \quad (2.37)$$

Para encontrar el valor del total de enlaces de flujo del n -ésimo devanado del estator, es necesario integrar el producto de la distribución del conductor del n -ésimo devanado y el enlace de flujo del m -ésimo devanado sobre la superficie de la máquina, $\pi \cdot d$. El total de enlaces de flujo está dado por:

$$\psi_{m,n}(t) = \int_0^{\pi d} \sum_{k=-\infty}^{\infty} \sum_{l=-\infty}^{\infty} \overline{\phi}_m^k \overline{N}_m^l e^{-j(k+l)y} dy \quad (2.38)$$

$\psi_{m,n}(t) = 0$ a menos que $l = -k$. Así que el total de los enlaces de flujo entre dos devanados del estator

son:

$$\begin{aligned}\psi_{m,n}(y, t) &= \pi d \sum_{k=-\infty}^{\infty} \bar{\phi}_m^k \bar{N}_m^{k*} \\ &= \sum_{k=-\infty}^{\infty} \frac{-\mu_0 w \pi d}{g k^2} i_m(t) \bar{N}_m^k \bar{N}_n^{k*}\end{aligned}\quad (2.39)$$

donde el término \bar{N}_m^{k*} , expresa el conjugado del número complejo.

Estos enlaces de flujo mutuos producen una fuerza electromotriz progresiva y las inductancias de acoplamiento mutuas y propias entre el m -ésimo y n -ésimo devanado del estator, de tal forma que:

$$\psi_{m,n}(t) = -M_{m,n} \dot{i}_t \quad (2.40)$$

Partiendo de las dos ecuaciones anteriores, una expresión para definir la inductancia de acoplamiento mutua entre dos devanados del estator, está dada por:

$$\begin{aligned}M_{m,n} &= \sum_{k=-\infty}^{\infty} \frac{\mu_0 w \pi d}{g k^2} \bar{N}_m^k \bar{N}_n^{k*} \\ M_{m,n} &= \frac{\mu_0 w \pi d}{g} \sum_{k=-\infty}^{\infty} \frac{1}{k^2} \bar{N}_m^k \bar{N}_n^{k*}\end{aligned}\quad (2.41)$$

Si solamente se considera la onda armónica de valor positivo, k , para el cálculo de las inductancias mutuas o propias entre los devanados del estator, la ecuación (2.40) puede ser expresada como:

$$M_{m,n} = \frac{2\mu_0 w \pi d}{g} \sum_{k=1}^{\infty} \text{Re} \left[\frac{1}{k^2} \bar{N}_m^k \bar{N}_n^{k*} \right] \quad (2.42)$$

La ecuación anterior define la forma de calcular las inductancias propias y mutuas de los devanados del estator del motor de inducción.

2.4.3. INDUCTANCIAS DE ACOPLAMIENTO ESTATOR-ROTOR

Las inductancias mutuas entre el rotor y el estator dependen del número de onda, k , que corresponde con el número de armónica, v , así que las inductancias mutuas entre el rotor y el estator son determinadas en una base de señales armónicas.

La Figura 2.6 describe el modelo con el que se derivan las ecuaciones para definir estas inductancias.

Este modelo representa al rotor como una serie de circuitos cerrados creados por barras adyacentes en el rotor y los anillos terminales del rotor.

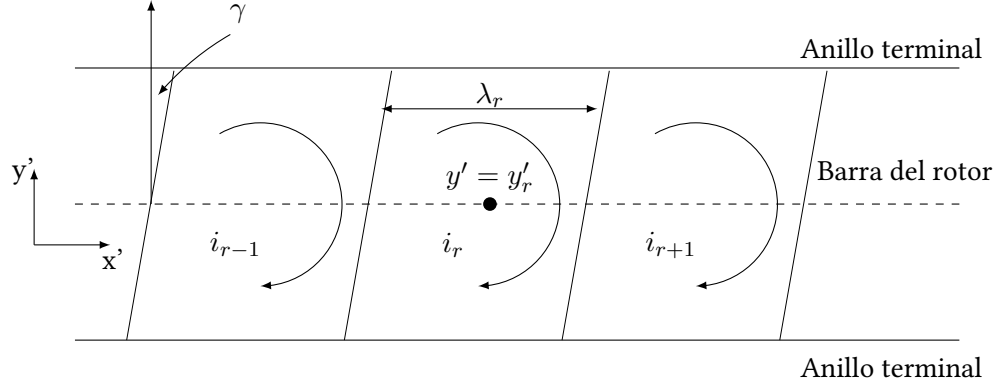


Figura 2.6: Modelo del rotor de jaula de ardilla del motor de inducción

Es necesario realizar una transformación de coordenadas para expresar el flujo producido por el m -ésimo devanado del estator en coordenadas del rotor. Así, un punto y en la coordenada del estator puede ser expresado en coordenadas del rotor como:

$$y = y' + y_m \quad (2.43)$$

Donde: $y_m = \frac{d}{2}\omega_r t$

con d como el diámetro medio de la máquina.

El devanado m del estator produce un campo en el entrehierro que viajará a su alrededor creando los enlaces con el rotor. Este campo puede ser expresado en coordenadas del rotor de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} m(y', t) &= \sum_{k=-\infty}^{\infty} \bar{B}_m^k e^{-jk(y'+y_m)} \\ &= \sum_{k=-\infty}^{\infty} \bar{B}_m^k e^{-jk y'} e^{-jk y_m} \end{aligned} \quad (2.44)$$

Si se supone que hay un elemento en la superficie del rotor que está ocupando el área $dx' \cdot dy'$, entonces el enlace de flujo de este elemento es:

$$d\phi = b_m(y', t) dx' dy' \quad (2.45)$$

Para una máquina con un longitud axial w , el flujo total resulta en:

$$d\phi = \int_{-\frac{w}{2}}^{\frac{w}{2}} b_m(y', t) dx' dy' \quad (2.46)$$

En un punto x' en el rotor, $y' = y'_r + x' \text{sen}(\gamma)$. γ se define como el ángulo de inclinación de las barras del rotor, para este modelo, como se muestra en la Figura 2.6. Así el v -ésimo flujo debido a la componente armónica es:

$$\begin{aligned} d\phi^k &= \int_{-\frac{w}{2}}^{\frac{w}{2}} \bar{B}_m^k e^{-jky'} dx' e^{-jky_m} dy' \\ &= \left[\int_{-\frac{w}{2}}^{\frac{w}{2}} \bar{B}_m^k e^{-jkx' \text{sen}\gamma} dx' \right] e^{-jky'_r} e^{-jky_m} dy' \end{aligned} \quad (2.47)$$

Al resolver la integral que se encuentra dentro de corchetes de la ecuación anterior, se determina el factor armónico de inclinación:

$$\begin{aligned} \int_{-\frac{w}{2}}^{\frac{w}{2}} \bar{B}_m^k e^{-jkx' \text{sen}\gamma} dx' &= \bar{B}_m^k \int_{-\frac{w}{2}}^{\frac{w}{2}} e^{-jkx' \text{sen}\gamma} dx' \\ &= \bar{B}_m^k w \frac{\text{sen}\left(\frac{wk \text{sen}\gamma}{2}\right)}{\frac{wk \text{sen}\gamma}{2}} \\ &= w \bar{B}_m^k k_{sk}^k \end{aligned} \quad (2.48)$$

Donde k_{sk}^k es el factor v -ésimo debido a la inclinación de las barras del rotor y está definido por:

$$k_{sk}^k = \frac{\text{sen}\left(\frac{wk \text{sen}\gamma}{2}\right)}{\frac{wk \text{sen}\gamma}{2}} \quad (2.49)$$

Así el v -ésimo armónico de enlace de flujo del elemento del rotor es:

$$d\phi^k = w \bar{B}_m^k k_{sk}^k e^{-jky'_r} e^{-jky_m} dy' \quad (2.50)$$

Los enlaces de flujo totales entre el m -ésimo devanado del estator y el circuito de referencia del rotor, puede ser determinado integrando los enlaces de flujo sobre la superficie $dx' \cdot dy'$ sobre el ancho total

del circuito de referencia del rotor λ_r .

$$\begin{aligned}
\psi_{m,r}^k &= w \bar{B}_m^k k_{sk}^k e^{-jky_m} \int_{y'_r - \frac{\lambda_r}{2}}^{y'_r + \frac{\lambda_r}{2}} e^{-jky'} dy' \\
&= w \bar{B}_m^k k_{sk}^k \lambda_r e^{-jky'_r} \frac{\text{sen}\left(\frac{k\lambda_r}{2}\right)}{\frac{k\lambda_r}{2}} e^{-jky_m} \\
&= w \bar{B}_m^k k_{sk}^k \lambda_r e^{-jky'_r} k_p^k e^{-jky_m}
\end{aligned} \tag{2.51}$$

Donde k_p^k es el v -ésimo factor armónico del paso:

$$k_p^k = \frac{\text{sen}\left(\frac{k\lambda_r}{2}\right)}{\frac{k\lambda_r}{2}} \tag{2.52}$$

Los enlaces de flujo totales debidos al v -ésimo armónico es:

$$\psi_{m,r}^k = w \lambda_r \bar{B}_m^k k_{sk}^k k_p^k \tag{2.53}$$

Estos enlaces de flujo entre el m -ésimo devanado del estator y el circuito de referencia del rotor también puede ser expresado en términos de inductancias mutuas como:

$$\psi_{m,r}^k = -M_{m,r}^k(y) i_m(t) \tag{2.54}$$

Basado en las dos últimas ecuaciones se puede obtener una expresión para calcular las inductancias mutuas entre el m -ésimo devanado del estator y el circuito de referencia del rotor. Esta función es una función de y_m , la cual, a su vez, es una función del tiempo que se refleja en el término e^{-jky_m} . Así, la inductancia mutua es una función del tiempo la cual se refleja en la posición instantánea del rotor:

$$M_{m,r}^k = \frac{-jw\lambda_r\mu_0}{gk} \bar{N}_m^k k_{sk}^k k_p^k e^{-jky_m} e^{-jky'_r} \tag{2.55}$$

En esta última ecuación los valores de $+v$ y $-v$ de k deberían ser incluidos en la suma para obtener el k -ésimo armónico instantáneo de la inductancia mutua entre el m -ésimo devanado del estator y el circuito de referencia del rotor. Sin embargo, si solo se toman en cuenta los valores positivos de k , entonces el k -ésimo armónico de inductancia muta entre el m -ésimo devanado del estator y el circuito de referencia del rotor, r , está definido por:

$$M_{m,r}^k = \frac{2w\lambda_r\mu_0}{gk} k_{sk}^k k_p^k I_m \bar{N}_m^k e^{-jky_m} e^{-jky'_r} \tag{2.56}$$

Esta ecuación puede ser acomodada para que su codificación en un lenguaje de programación sea más

fácil:

$$M_{m,r}^r = \frac{2w\lambda_r\mu_0}{gk} k_{sk}^k k_p^k |\bar{N}_m^k e^{-jky_r'}| \text{sen}(ky_m + \alpha)$$

$$\alpha = \tan^{-1} \left[\frac{\text{Im}(\bar{N}_m^k e^{-jky_r'})}{-\text{Re}(\bar{N}_m^k e^{-jky_r'})} \right] \quad (2.57)$$

2.4.4. INDUCTANCIAS DE ACOPLAMIENTO ROTOR-ROTOR

El rotor es modelado como una serie de circuitos creados entre las barras adyacentes cortocircuitadas por el segmento del anillo de terminación del rotor. La Figura 2.6 muestra el modelo usado para derivar las inductancias propias y mutuas de las barras del rotor. Las corrientes del rotor i_r^k dependen del número de armónica k .

Al hacer circular una corriente i_r^k en el circuito del rotor r , se producirá un flujo que cruza el entrehierro a través del circuito r del rotor y regresa por los otros circuitos aledaños. De esta manera el k -ésimo armónico de inductancia propia del r -ésimo circuito del rotor y la k -ésima inductancia mutua entre el r -ésimo circuito del rotor y el resto, puede ser definido. Al determinar las inductancia del rotor el angulamiento de las barras no tiene efecto.

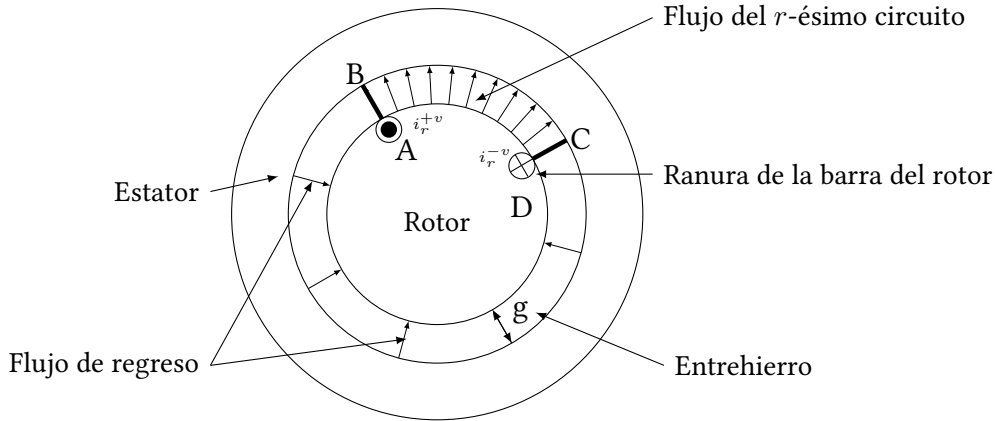


Figura 2.7: Flujo del r -ésimo circuito del rotor (ABCD)

Cuando esta corriente i_r^k circula por el r -ésimo circuito del rotor, se produce un flujo que cruza el entrehierro en la sección AB , como se muestra en la Figura 2.7, y que regresa por la sección CD . Al aplicar la ley de Ampere al r -ésimo circuito del rotor [8, 60], este flujo se define como:

$$\sum_{ABCD} B \cdot dl = \mu_0 I \quad (2.58)$$

$$\begin{aligned}
B_{AB}^k g + B_{CD}^k g &= -\mu_0 i_r^k \\
B_{AB}^k g - B_{CD}^k g &= -\mu_0 i_r^k \\
B_{AB}^k - B_{CD}^k &= \frac{-\mu_0 i_r^k}{g}
\end{aligned} \tag{2.59}$$

De la conservación del flujo

$$B_{AB}^k w \lambda_r + B_{DC}^k (\pi d - \lambda_r) w = 0 \tag{2.60}$$

$$B_{AB}^k = -B_{DC}^k \frac{(\pi d - \lambda_r)}{\lambda_r} \tag{2.61}$$

Donde λ_r es el ancho del circuito del rotor.

Sustituyendo el valor de B_{AB}^k obtenido de la ecuación anterior en la ecuación (2.59), se obtiene:

$$\begin{aligned}
-B_{DC}^k \frac{(\pi d - \lambda_r)}{\lambda_r} - B_{DC}^k &= \frac{-\mu_0 i_r^k}{g} \\
B_{DC}^k \frac{\pi d}{\lambda_r} &= \frac{\mu_0 i_r^k}{g}
\end{aligned} \tag{2.62}$$

$$B_{DC}^k = \frac{\mu_0 i_r^k \lambda_r}{g \pi d} \tag{2.63}$$

Sustituyendo este valor en la ecuación (2.61) para obtener B_{AB}^k :

$$\begin{aligned}
B_{AB}^k &= -\frac{\mu_0 i_r^k \lambda_r}{g \pi d} \frac{(\pi d - \lambda_r)}{\lambda_r} \\
&= -\frac{\mu_0 i_r^k (\pi d - \lambda_r)}{g \pi d}
\end{aligned} \tag{2.64}$$

Los enlaces de flujo del r -ésimo circuito del rotor están definidos por:

$$\begin{aligned}
\psi_{rr}^k &= B_{AB}^k w \lambda_r \\
&= -\frac{\mu_0 i_r^k w \lambda_r (\pi d - \lambda_r)}{g \pi d}
\end{aligned} \tag{2.65}$$

Así, la inductancia propia de la v -ésima armónica del r -ésimo circuito del rotor está definido como:

$$\begin{aligned}
L_{rr}^k &= -\frac{\psi_{rr}^k}{i_r^k} = \frac{\mu_0 w \lambda_r (\pi d - \lambda_r)}{g \pi d} \\
&= \frac{\mu_0 w \lambda_r}{g} \left(1 - \frac{\lambda_r}{\pi d}\right)
\end{aligned} \tag{2.66}$$

Por otra parte, el flujo mutuo entre el r -ésimo y el s -ésimo circuito del rotor, está definido por:

$$\psi_{rs}^k = B_{DC}^k w \lambda_r = \frac{\mu_0 i_r^k w \lambda_r}{g} \left(\frac{\lambda_r}{\pi d} \right) \quad (2.67)$$

De esta forma, la inductancia mutua del v -ésimo armónico entre el r -ésimo y el s -ésimo circuito del rotor se define como:

$$\begin{aligned} M_{rs}^k &= - \frac{\psi_{rs}^k}{i_r^k} \\ &= - \frac{\mu_0 w \lambda_r}{g} \frac{\lambda_r}{\pi d} \end{aligned} \quad (2.68)$$

Estas inductancias propias y mutas reflejan solo las inductancias debidas al acoplamiento del entrehierro entre el rotor y el estator, únicamente; las inductancias externas (inductancias de dispersión) y las resistencias deberán ser tomadas en cuenta al momento de modelar por completo el motor de inducción.

3

Modelado de ecuaciones dinámicas del motor de inducción

3.1. INTRODUCCIÓN

En el modelo convencional d - q del motor de inducción se considera que los bobinados del estator están distribuidos senoidalmente y la jaula de ardilla puede modelarse como un conjunto trifásico de bobinados distribuidos también, de forma senoidal. Esto implica que los armónicos de la distribución de los bobinados se desprecian en el análisis del motor. Un modelo basado en la geometría del MI, sin restricciones en su simetría, es más conveniente para el análisis y simulación en condiciones de asimetría o más relevante aún, en condiciones de falla [53].

En [31] se presenta un modelo del motor de inducción usando la teoría de circuitos multiacoplados y un método para el cálculo de las inductancias conocido como Aproximación de Función de Devanados ("Winding Function Approach", WFA)[53].

Una descripción detallada del procedimiento necesario para implementarlo y resultados de simulación se presentaron en [33]. Por medio de este modelo, todos los armónicos de la distribución espacial de los bobinados son tomados en cuenta, sin restricción sobre la simetría de los bobinados del estator y

las barras del rotor. Por tal motivo, este modelo se ha utilizado para analizar máquinas con bobinados asimétricos o en condiciones de falla. La obtención del modelo convencional $d-q$ partiendo del modelo de circuitos múltiplemente acoplados se presenta en [35].

En [33],[36–40], la WFA se utiliza para analizar fallas en el MI tales como cortocircuito, apertura o conexión anormal de los circuitos del estator y también barras o anillos rotos en el rotor. El análisis del efecto de la excentricidad estática y dinámica usando este modelo se presentó en [41, 42]. Sin embargo, los autores de estos trabajos calculan las inductancias usando las ecuaciones presentadas en [33], las cuales no toman en cuenta los efectos de la variación del entrehierro. Como resultado de este análisis, la inductancia mutua entre las fases del estator y los lazos del rotor (L_{sr}) son diferentes de las inductancias mutuas entre los lazos del rotor y las fases del estator (L_{rs}), siendo difícil encontrar una interpretación física para esta asimetría. En [43] se propone una modificación al método para el cálculo de las inductancias, considerando la excentricidad del entrehierro, para el análisis de la excentricidad dinámica en la máquina síncrona. Este método fue llamado "Modified Winding Function Approach" (MWFA), y se ha aplicado en [44–46] al análisis de excentricidad estática, dinámica y combinada en el motor de inducción[53].

En este capítulo se desarrollan las ecuaciones para el cálculo de las inductancias de la máquina considerando la no uniformidad del entrehierro.

Estas ecuaciones son obtenidas usando consideraciones del flujo enlazado por los bobinados. Dichas ecuaciones se aplican al análisis del efecto de la excentricidad estática, dinámica y combinada en el entrehierro.

3.2. MODELO DEL MOTOR DE INDUCCIÓN

Con el objetivo de simular las condiciones de falla en los rodamientos del motor de inducción y con ello obtener las corrientes que este consume, se propone utilizar un modelo basado en la teoría de los circuitos múltiplemente acoplados [31]. Gracias a este modelo, es posible tomar en cuenta todos los armónicos de la distribución espacial de los bobinados sin tener ninguna restricción en la simetría de dichos bobinados. Para esto, es necesario tomar en cuenta la siguientes consideraciones:

- las barras del rotor están aisladas del núcleo.
- las barras o bobinados pueden tener cruzamiento a lo largo del eje axial del motor.
- los efectos de las corrientes parásitas pueden despreciarse.

- el entrehierro puede ser no uniforme en la dirección radial y axial (esta no uniformidad del entrehierro se utiliza para simular la falla en el rodamiento del motor).
- los efectos de la saturación pueden ser despreciados.
- la permeabilidad del entrehierro es infinita comparada con la del aire.

Para el desarrollo de las ecuaciones que definen el modelo matemático del motor se considera un motor con m circuitos en el estator y n barras en el rotor. La jaula del rotor se modela como n mallas idénticas e igualmente espaciadas constituidas por dos barras consecutivas y dos segmentos de anillos que conectan estas barras, más una malla formada por uno de los anillos ubicado en el extremo del rotor, como se muestra en la Figura 3.1. En esta figura se observa que las barras del rotor están representadas, por su resistencia, R_b , y su inductancia de dispersión, L_b . De igual forma, los anillos se representan por su resistencia, R_e , y la inductancia de dispersión, L_e , que corresponde a cada segmento que une dos barras consecutivas.

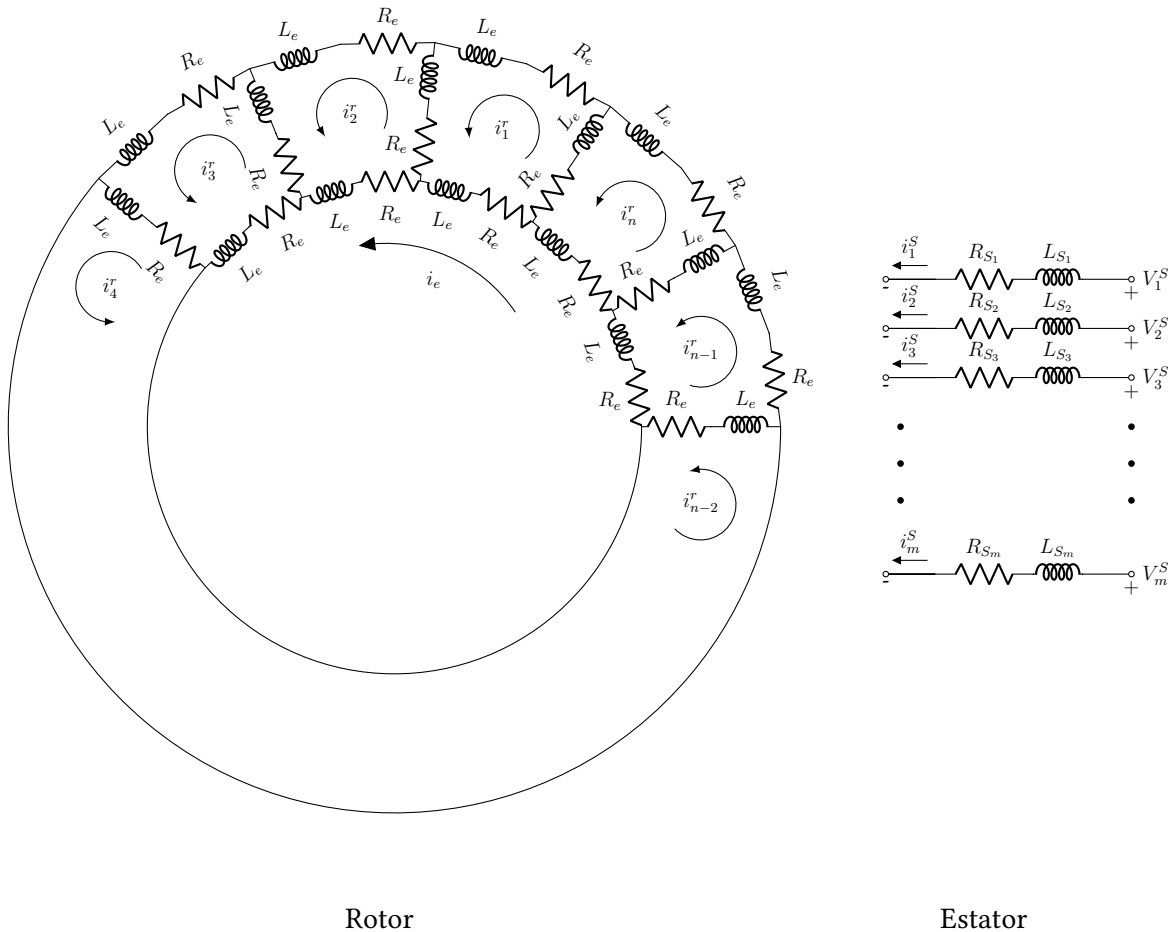


Figura 3.1: Circuitos equivalentes del rotor de jaula de ardilla y del estator

Cada una de las mallas del rotor está acoplada magnéticamente con las demás y con los circuitos del estator. Los m circuitos del estator, formados por una o más bobinas, están acoplados magnéticamente entre sí y con las mallas del rotor. De esta manera existirán inductancias propias para cada uno de los m circuitos del estator, así como para las n mallas del rotor. Y debido a los acoplamientos entre rotor-estator existirán, también, inductancias mutuas entre los m circuitos del estator y las n mallas del rotor. Ya que estos circuitos pueden ser conectados ya sea en serie o paralelo para formar las fases del motor y con esto poder simular un motor con bobinados en serie, paralelo ó una combinación serie-paralelo, por cada una de las fases.

Las ecuaciones de tensión de los circuitos del estator y del rotor pueden ser escritas en forma matricial:

$$\mathbf{V}_s = \mathbf{R}_s \mathbf{I}_s + \frac{d\lambda_s}{dt} \quad (3.1)$$

$$\mathbf{V}_r = \mathbf{R}_r \mathbf{I}_r + \frac{d\lambda_r}{dt} \quad (3.2)$$

Donde:

$$\mathbf{V}_s = \left[V_1^s \quad V_2^s \quad \dots \quad V_m^s \right]^T \quad (3.3)$$

$$\mathbf{V}_r = \left[0 \quad 0 \quad \dots \quad 0_n \quad 0_e \right]^T \quad (3.4)$$

$$\mathbf{I}_s = \left[i_1^s \quad i_2^s \quad \dots \quad i_m^s \right]^T \quad (3.5)$$

$$\mathbf{I}_r = \left[i_1^r \quad i_2^r \quad \dots \quad i_n^r \quad i_e^r \right]^T \quad (3.6)$$

Mientras que la matriz que describe los enlaces de flujo entre el estator y el rotor están dados por las siguientes ecuaciones:

$$\lambda_s = \mathbf{L}_{ss} \mathbf{I}_s + \mathbf{L}_{sr} \mathbf{I}_r \quad (3.7)$$

$$\lambda_r = \mathbf{L}_{rs} \mathbf{I}_s + \mathbf{L}_{rr} \mathbf{I}_r \quad (3.8)$$

La matriz \mathbf{L}_{ss} es una matriz cuadrada de orden m (número de circuitos del estator) y se forma con las inductancias propias y mutuas de los devanados del estator.

\mathbf{L}_{rr} es una matriz cuadrada de orden $(n+1)$, compuesta por las inductancias mutuas y propias del rotor. n corresponde con el número de circuitos del rotor, que es igual al número de barras del mismo. El renglón y columna adicionales en esta matriz, son usados para tomar en cuenta el efecto de los anillos que conectan las barras del rotor.

\mathbf{L}_{sr} es una matriz de $m \times (n + 1)$ compuesta por las inductancias mutuas entre los circuitos del estator y los circuitos del rotor. De igual forma la matriz \mathbf{L}_{rs} es una matriz de $(n + 1) \times m$ compuesta por las inductancias mutuas de rotor a estator. Cabe hacer mención que $\mathbf{L}_{sr} = \mathbf{L}_{rs}^T$.

$$\mathbf{L}_{ss} = \begin{bmatrix} L_{s11} & L_{s12} & \cdots & L_{s1m} \\ L_{s21} & L_{s22} & \cdots & L_{s2m} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ L_{sm1} & L_{sm2} & \cdots & L_{smm} \end{bmatrix} \quad (3.9)$$

Los elementos de la diagonal principal $L_{s_{ii}}$ representan las inductancias propias del i -ésimo circuito del estator y se componen de sumar la inductancia de magnetización a la de dispersión. El resto de elementos fuera de la diagonal principal de la matriz, los elementos $L_{s_{ij}}$ representan la inductancia mutua entre los elementos i y j de los circuitos del estator. De forma natural se entiende y puede ser demostrado que $L_{s_{ij}} = L_{s_{ji}}$.

Por otra parte, la matriz L_{rr} de dimensión $(n+1) \times (n+1)$ se conforma de:

$$L_{rr} = \begin{bmatrix} L_{mr_1} + 2(L_b + L_e) & L_{r_1 r_2} - L_b & L_{r_1 r_3} & \cdots & L_{r_1 r_{n-1}} & L_{r_1 r_n} - L_b & -L_e \\ L_{r_2 r_1} - L_b & L_{mr_2} + 2(L_b + L_e) & L_{r_2 r_3} - L_b & \cdots & L_{r_2 r_{n-1}} & L_{r_2 r_n} & -L_e \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ L_{r_{n-1} r_1} & L_{r_{n-1} r_2} & L_{r_{n-1} r_3} & \cdots & L_{mr_{n-1}} + 2(L_b + L_e) & L_{r_{n-1} r_n} - L_b & -L_e \\ L_{r_n r_1} - L_b & L_{r_n r_2} & L_{r_n r_3} & \cdots & L_{r_n r_{n-1}} - L_b & L_{mr_n} + 2(L_b + L_e) & -L_e \\ -L_e & -L_e & -L_e & \cdots & -L_e & -L_e & nL_e \end{bmatrix} \quad (3.10)$$

En este caso L_{mr_i} es la inductancia de magnetización del i -ésimo lazo del rotor y $L_{r_i r_j} = L_{r_j r_i}$ son las inductancias mutuas entre los i -ésimos y los j -ésimos lazos del rotor, mientras que L_b es la inductancia de dispersión de las barras del rotor y L_e es la inductancia de dispersión del segmento del anillo que une dos barras consecutivas del rotor.

La matriz L_{sr} está compuesta por:

$$\mathbf{L}_{sr} = \begin{bmatrix} L_{s_1r_1} & L_{s_1r_2} & \cdots & L_{s_1r_n} & L_{s_1e} \\ L_{s_2r_1} & L_{s_2r_2} & \cdots & L_{s_2r_n} & L_{s_2e} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ L_{s_mr_1} & L_{s_mr_2} & \cdots & L_{s_mr_n} & L_{s_me} \end{bmatrix} = \mathbf{L}_{rs}^T \quad (3.11)$$

En la matriz anterior $L_{s_i r_j}$ es la inductancia mutua entre el i -ésimo circuito del estator y el j -ésimo lazo del rotor y $L_{s_i e}$ es la inductancia mutua entre el i -ésimo circuito del estator y el lazo correspondiente al anillo de cortocircuito. En el caso de que los anillos de cortocircuito se encuentren sanos, estos es, que no tengan ninguna falla, las inductancias mutuas entre los circuitos del estator y el lazo correspondiente al anillo, $L_{s_i e}$, son iguales a cero.

Por otra parte la matriz de resistencia del estator, \mathbf{R}_s , es una matriz diagonal de orden m , está formada de la siguiente forma:

$$\mathbf{R}_s = \begin{bmatrix} R_{s_1} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & R_{s_2} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \vdots & R_{s_m} \end{bmatrix} \quad (3.12)$$

Con R_{s_i} es la resistencia del i -ésimo circuito del estator.

La matriz de resistencia del rotor, \mathbf{R}_r , de dimensión $(n + 1) \times (n + 1)$, está definida como:

$$\mathbf{R}_r = \begin{bmatrix} 2(R_b + R_e) & -R_b & 0 & \cdots & 0 & -R_b & -R_e \\ -R_b & 2(R_b + R_e) & -R_b & \cdots & 0 & 0 & -R_e \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \vdots & 2(R_b + R_e) & -R_b & -R_e \\ -R_b & 0 & 0 & \vdots & -R_b & 2(R_b + R_e) & -R_e \\ -R_e & -R_e & -R_e & \cdots & -R_e & -R_e & nR_e \end{bmatrix} \quad (3.13)$$

Aquí R_b es la resistencia de la barra del rotor y R_e es la resistencia del segmento del anillo que une dos barras consecutivas en el rotor.

En condiciones normales de operación los anillos de cortocircuito están completos. Bajo estas cir-

cunstancias la corriente por el anillo de cortocircuito es nula y la ecuación correspondiente a este lazo puede eliminarse del modelo. Al aplicar la ley de las tensiones de Kirchhoff para el anillo externo del circuito mostrado en la Figura 3.1.

$$\sum_{j=1}^n \left[L_e \frac{di_j^r}{dt} + R_e i_j^r \right] = 0 \quad (3.14)$$

y para el anillo interno,

$$nL_e \frac{di_e}{dt} + nR_e i_e - \sum_{j=1}^n \left[L_e \frac{di_j^r}{dt} + R_e i_j^r \right] = 0 \quad (3.15)$$

Sustituyendo 3.14 en 3.15 se tiene:

$$nL_e \frac{di_e}{dt} + nR_e i_e = 0 \quad (3.16)$$

De aquí se observa que la corriente para el lazo del anillo es igual a cero, esto para la condición inicial nula. Así se concluye que para condiciones de simetría en el motor, solo existen n ecuaciones asociadas a los lazos del rotor.

Las ecuaciones que describen la parte mecánica del motor son:

$$\frac{d\omega}{dt} = \frac{T_e - T_l}{J_{rl}} \quad (3.17)$$

$$\frac{d\theta_r}{dt} = \omega \quad (3.18)$$

Donde θ_r es la posición del rotor, ω es la velocidad angular y el término J_{rl} se utiliza para expresar la inercia del rotor (r) y la carga (l). T_l es el par de carga y T_e es el par electromagnético, que puede ser obtenido de la siguiente expresión:

$$T_e = \left[\frac{\partial W_{co}}{\partial \theta_r} \right]_{(I_s, I_r \text{ constantes})} \quad (3.19)$$

El término W_{co} es llamado coenergía magnética y puede definirse como la energía almacenada en los circuitos magnéticos y se expresa como:

$$W_{co} = \frac{1}{2} \mathbf{I}_s^T \mathbf{L}_{ss} \mathbf{I}_s + \frac{1}{2} \mathbf{I}_s^T \mathbf{L}_{sr} \mathbf{I}_r + \frac{1}{2} \mathbf{I}_r^T \mathbf{L}_{rs} \mathbf{I}_s + \frac{1}{2} \mathbf{I}_r^T \mathbf{L}_{rr} \mathbf{I}_r \quad (3.20)$$

El cálculo adecuado de las inductancias que forman el modelo de los circuitos múltiplemente acoplados, es esencial para la correcta simulación y posterior análisis de los motores de inducción.

3.3. EFECTO DE LA INCLINACIÓN DE LAS BARRAS DEL ROTOR

En la mayoría de las máquinas de inducción, sean estas de rotor devanado o rotor de jaula de ardilla, las barras del rotor (o las ranuras en un motor de rotor devanado) generalmente están inclinadas un paso de ranura del estator. De esta manera, se obtienen máquinas con un funcionamiento más estable en cuanto a su rotación, menos ruidosas, con un par más uniforme, reduciendo considerablemente la caída del par que puede causar el "rodaje" del motor. Por otro lado, la inclinación de las barras del rotor también tiene efectos negativos, como el desarrollo de un menor par electromagnético en todo el rango de velocidad debido a la reactancia adicional. Además, como una de las consecuencias negativas de la inclinación de las barras es la aparición de las llamadas corrientes interbarras, o corrientes que deben cerrarse entre dos barras a través de la laminación del núcleo magnético del rotor. Sin embargo, los efectos positivos de la inclinación son más significativos que los negativos, y la inclinación se aplica a la gran mayoría de las máquinas de inducción. Cabe señalar que la inclinación tiene efectos solo en la inductancia mutua entre los devanados del estator y el rotor.

Si la inclinación de las barras del rotor es tomada en cuenta en la simulación de las inductancias entre el estator y el rotor, la ecuación 2.22 puede ser escrita de la siguiente manera

$$L_{ij}(\theta) = \frac{\mu_0 r L}{g_0} \int_0^{2\pi} N_i(\theta) N_j(\theta) d\phi \quad (3.21)$$

donde los índices i y j son relacionados al i -ésimo devanado del estator y al j -ésimo devanado del rotor. La validez de la ecuación 3.21, es solamente cuando el rotor se considera sin inclinación en sus barras. Cuando en la simulación se tome en cuenta la inclinación de las barras del rotor, éstas inductancias pueden ser escritas como sigue:

$$L_{ij}(\theta) = l \cdot L'_{ij}(\theta) \quad (3.22)$$

donde $L'_{ij}(\theta)$ es la inductancia mutua entre el devanado del estator y un lazo del rotor, por unidad de longitud, en el caso de barras del rotor sin inclinación. Cuando las barras del rotor son inclinadas uniformemente, la inductancia mutua entre el devanado i del estator y el lazo j del estator se define por unidad de longitud como:

$$L_{ij_inclinado}(\theta, \xi) = L'_{ij}(\theta \pm \xi \frac{\gamma}{l}) \quad (3.23)$$

donde ξ representa la longitud a lo largo del eje axial del rotor, $\xi \in (-l/2, l/2)$ y γ es el ángulo mecánico de inclinación en radianes.

En el caso de inclinación de las barras del rotor, la inductancia mutua total se encuentra cuando se

integra a lo largo del eje axial del rotor.

$$L_{ij_inclinado}(\theta) = \int_{-\frac{l}{2}}^{\frac{l}{2}} L'_{ij_inclinado}(\theta, \xi) d\xi \quad (3.24)$$

De esta manera se puede ver cómo la inductancia mutua total entre el devanado del estator y el lazo del rotor, obtenido por el método descrito anteriormente termina siendo una función de una sola variable.

La inductancia mutua entre una fase del estator y un lazo del rotor, así como su derivada con respecto a la posición angular (necesario para el cálculo del torque) para tres diferentes casos de inclinación de las barras del rotor se muestran en la siguientes Figuras, 3.2, 3.3 y 3.4.

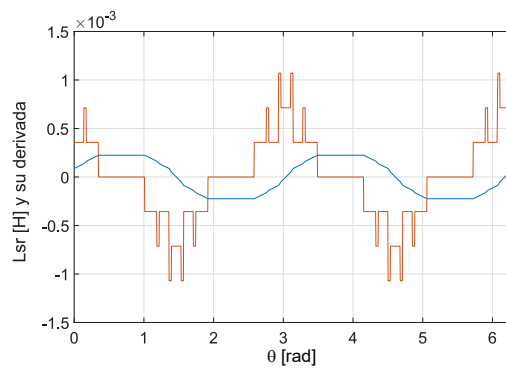


Figura 3.2: Inductancia mutua de una fase del estator-rotor sin tomar en cuenta la inclinación de las barras del rotor

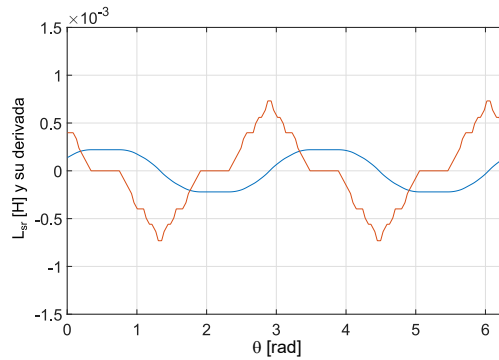


Figura 3.3: Inductancia mutua de una fase del estator-rotor con una inclinación de las barras del rotor igual a $2\pi/24$ [rads]

Como una forma de ilustrar la mejora significativa que se tiene en el modelo tomando en cuenta la inclinación de las barras del rotor, las Figuras 3.5 y 3.6 muestran los resultados del Torque desarrollado

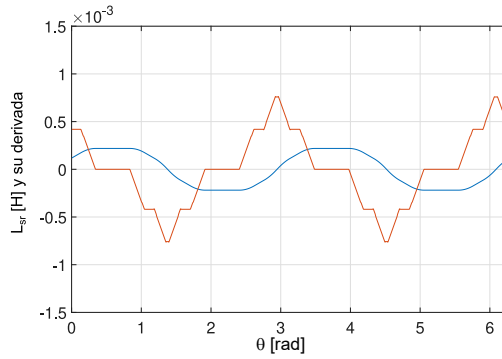


Figura 3.4: Inductancia mutua de una fase del estator-rotor con una inclinación de las barras del rotor igual a $2\pi/36$ [rads]

obtenido del modelo numérico. Los altos picos anormales en el par electromagnético de la Figura 3.5 son resultado de las discontinuidades en la derivada de la inductancia mutua, como se observa en la Figura 3.2. Debido a los altos picos irrealmente derivados de la forma de onda de la derivada de la inductancia mutua y, en consecuencia, los altos picos en el par electromagnético, el tiempo de aceleración del motor sin cruzamiento en las barras del rotor es significativamente más corto que en el caso del motor con las barras inclinadas en el rotor.

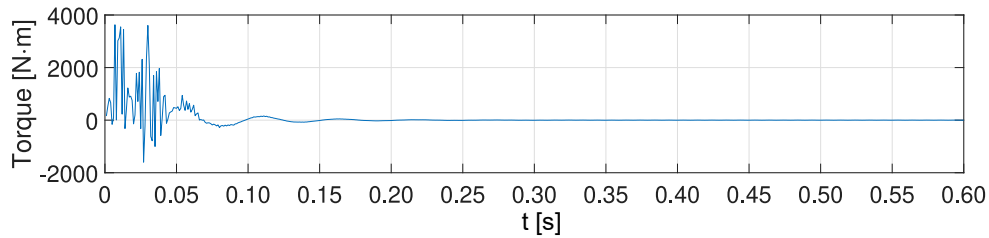


Figura 3.5: Torque electromagnético del modelado numérico del motor durante el arranque, sin carga. Sin cruzamiento de barras.

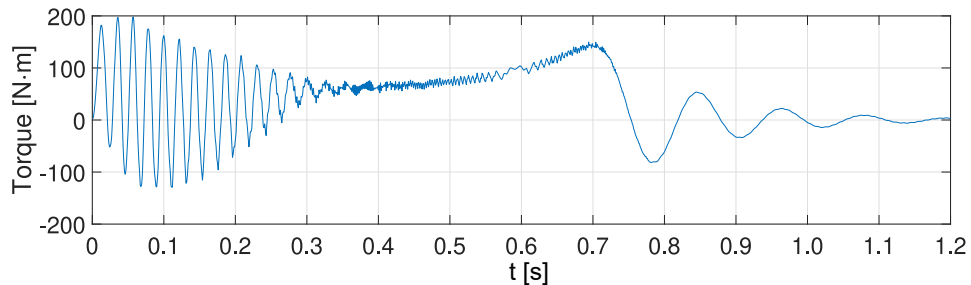


Figura 3.6: Torque electromagnético del modelado numérico del motor durante el arranque, sin carga. Con cruzamiento de barras igual a $2\pi/36$ [rads].

3.4. RESULTADO DEL MODELADO DEL MOTOR DE INDUCCIÓN (CONDICIÓN SIN FALLA)

Para ilustrar el uso y la potencia del modelo de circuito de acoplamiento múltiple descrito junto con el enfoque de la función de devanados, se analiza un motor de inducción con los siguientes datos de la placa de identificación:

$$11 \text{ kW}, 400 \text{ V}, \text{ conexión en } Y, 50 \text{ Hz}, p = 4, \cos \theta = 0.7, \eta = 0.9$$

El número de ranuras del estator es $S = 48$ y el motor tiene $R = 30$ barras de rotor. El devanado de una fase del estator consta de 16 bobinas, 2 bobinas por polo con 6 vueltas en cada bobina, es decir, $N = 96$ vueltas en serie por polo por fase. El paso de la bobina se acorta, es decir, $\gamma = (5/6)\tau$.

El esquema de devanado de fase bajo un par de polos es: 1-6'-2-7'-13-8'-12-7'.

Los parámetros adicionales de la máquina son:

$$R_{fase} = 0.222 \Omega, D_{interno\ estator} = 204.38 \text{ mm}, g_0 = 0.4 \text{ mm}, l_{axial} = 201 \text{ mm}, L_{\sigma s} = 2.162 \text{ mH}, R_b = 77.4 \mu\Omega, R_{ers} = 4.57 \mu\Omega, L_b = 445 \text{ nH}, L_{ers} = 12 \text{ nH}, J = 0.24 \text{ kg} \cdot \text{m}^2.$$

La Figura 3.7 presenta la distribución del bobinado de la fase A del motor del ejemplo, esta distribución debe ser conocida para crear la función de devanados estator, la cual se muestra en la Figura 3.8, ésta es usada para crear la función de devanados modificada y con estas funciones y los datos de las dimensiones del motor es posible obtener las inductancias del motor.

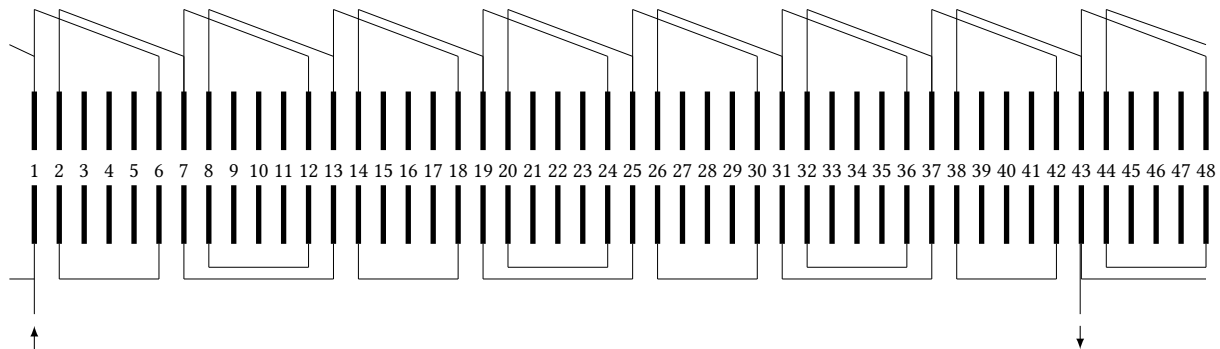


Figura 3.7: Distribución del bobinado de la Fase A, del motor de ejemplo

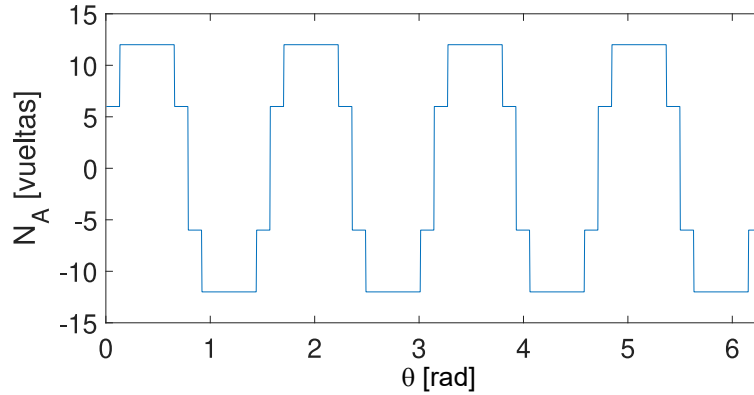
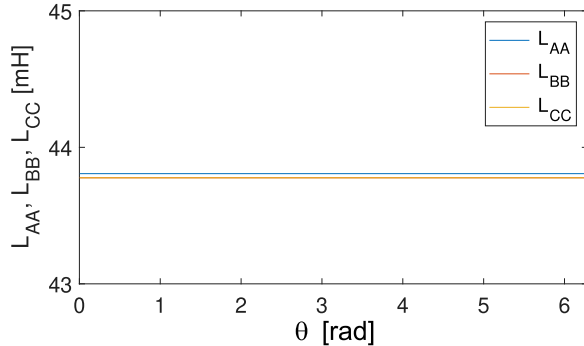


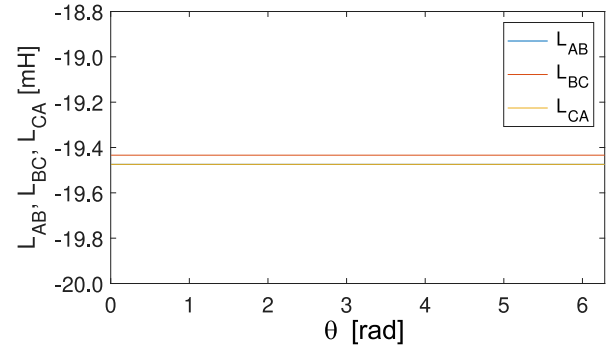
Figura 3.8: Función de devanados de la fase A.

En esta sección se muestran los resultados del comportamiento del motor al arranque y después de alcanzar su estado estable. La simulación se realiza suponiendo un entrehierro uniforme, sin falla.

En el caso que el entrehierro se considere constante, solamente las inductancias mutuas entre el estator y el rotor serán funciones de la posición del rotor. Las inductancias propias y mutuas del estator y propias y mutuas del rotor son constantes, no así las inductancias mutuas y propias entre el estator y el rotor que son función de la posición del rotor.



(a) Inductancias propias de las fases A, B y C.



(b) Inductancias mutuas entre las fases A, B y C.

Figura 3.9: Inductancias propias y mutuas del estator del motor con entrehierro uniforme.

La inductancia mutua entre la fase del estator y un lazo del rotor, así como su derivada con respecto a la posición angular que se requieren para el cálculo del par electromagnético, se muestra en la Figura 3.10 para el caso de inclinación de la barra del rotor igual al ancho de una ranura del estator $2\pi/48$.

La Figura 3.11 muestra el contenido de la matriz de inductancia del rotor en presentación tridimensional (3D). De tal manera que esta forma, en 3D, puede asociarse fácilmente con la definición de esta matriz.

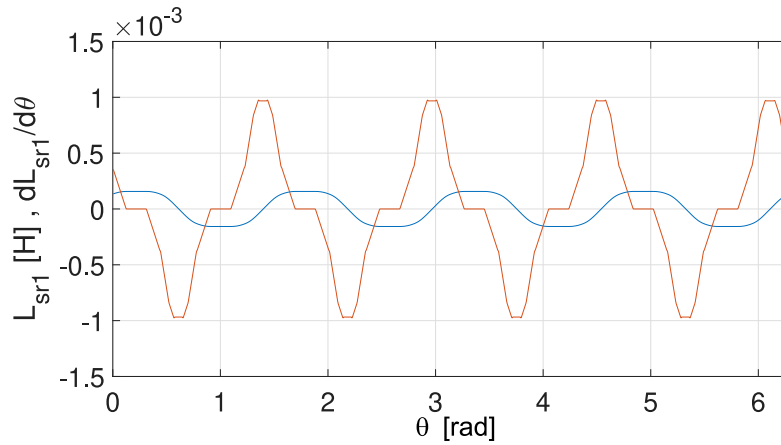


Figura 3.10: Inductancia mutua entre la fase A del estator y el primer lazo del rotor y su derivada con respecto al ángulo θ . Las barras del rotor tienen una inclinación de $2\pi/48$.

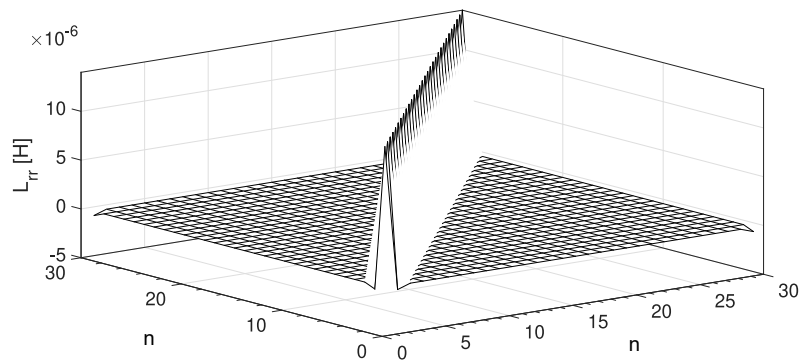


Figura 3.11: Representación en tres dimensiones de la matriz L_{rr} .

De las ecuaciones definidas en la sección 3.2, en el Capítulo 2 y usando las consideraciones que se describen en la sección 3.5, es posible calcular las inductancias propias y mutuas correspondientes al estator-estator, estator-rotor y rotor-rotor para cada una de las condiciones de excentricidad, así como las inductancias para el motor en condiciones normales, esto es, sin excentricidad en el entrehierro. Obviamente para poder incluir estas consideraciones es necesario tomar en cuenta una función capaz de definir la distancia del entrehierro para cada una de las suposiciones que se mencionan en la siguiente sección (3.5).

A continuación se muestran los resultados de la simulación dinámica del motor descrito previamente en condiciones de excentricidad normal (sin variación en la distancia del entrehierro), además a los 600 [ms] de la simulación se le adiciona una carga nominal.

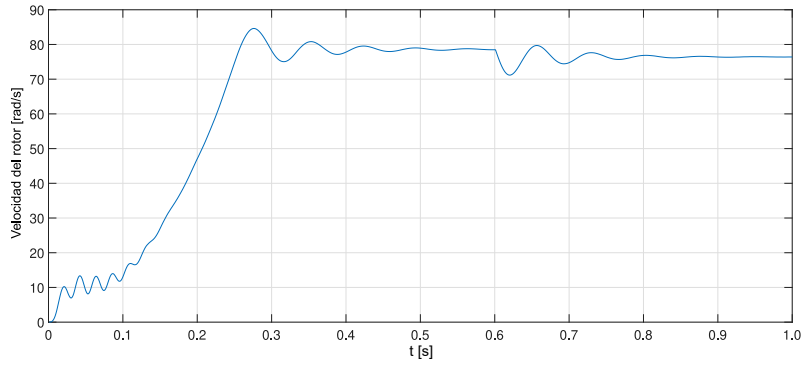


Figura 3.12: Arranque del motor analizado. En $t=0.6$ [s] el motor es cargado con una carga igual al torque nominal.

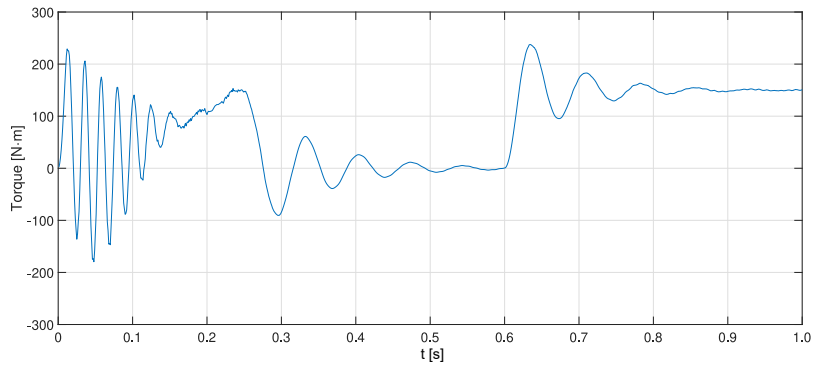


Figura 3.13: Torque electromagnético desarrollado por el motor analizado.

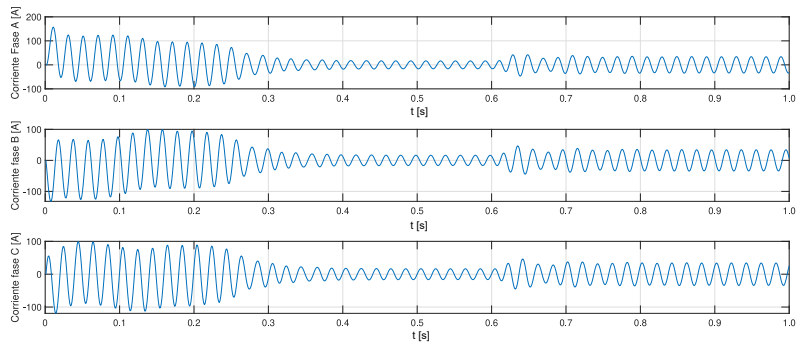


Figura 3.14: Corrientes de fase durante las mismas condiciones transitorias.

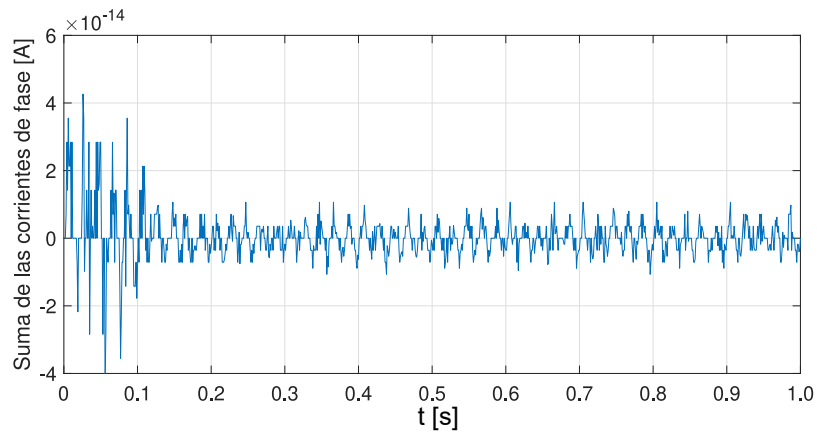


Figura 3.15: La suma de las corrientes de fase del estator es igual a cero en conexión estrella.

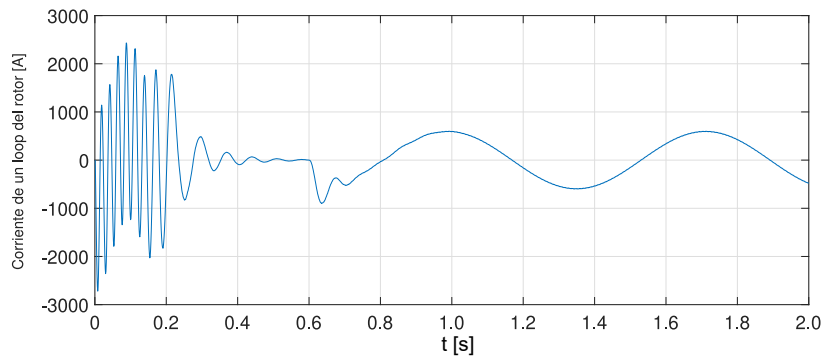


Figura 3.16: Corriente de un lazo del rotor.

3.5. MODELADO DE LA EXCENTRICIDAD DEL ENTREHIERRO

Cuando los ejes del rotor, estator y rotación del motor coinciden, la distribución del entrehierro es uniforme; de otra forma, se presenta una no uniformidad llamada excentricidad, dicho de otra manera, la excentricidad de la máquina es la condición de espacio de aire desigual que existe entre el estator y el rotor. Estas excentricidades en las máquinas eléctricas engloban varios tipos de fallos provocados, precisamente, por no estar perfectamente alineados los centros de rotor y estator, también cuando uno de los dos elementos constitutivos, estator o rotor, no presenta una perfecta redondez.

Se suele decir que una máquina eléctrica rotativa no tiene un entrehierro uniforme, sí la distancia entre cualquier punto del rotor al estator no es la misma, ya sea al girar o en reposo.

Por norma general, la inmensa mayoría de las máquinas eléctricas de pequeña a mediana potencia que se están fabricando al día de hoy, poseen un entrehierro de tamaño muy reducido, normalmente

inferior a un milímetro, por lo que se hace de vital importancia conseguir una perfecta alineación de los centros de rotor y estator. Aunado a esto, se debe verificar la perfecta redondez, y la exactitud de sus posiciones relativas durante el giro. Cualquiera de las causas anteriores provocará una deformación en el rotor, comúnmente denominada como excentricidad.

Las fallas relacionadas con la excentricidad constituyen una parte considerable de las fallas relacionadas con los motores de inducción, de hecho, es la segunda causa de fallos en el rotor, después de la rotura de barras y agrietamiento de los anillos de cortocircuito.

Además, hay que añadir que efectos tan comunes como el desgaste de los cojinetes, la presencia elevada de vibraciones, provocadas por la propia excentricidad o por otras causas, provocan un incremento en las posibilidades de que el entrehierro deformado produzca daños tanto en rotor como estator. Por ejemplo, produciendo desgastes en los núcleos magnéticos de rotor, estator ó ambos.

Hay dos tipos básicos de excentricidad del entrehierro: la excentricidad estática y la excentricidad dinámica. En la realidad, estos dos tipos de excentricidades tienden a coexistir dando paso a que se presenten las llamadas excentricidad mixta y axial que son una combinación de ambas.

Para motores de gran capacidad se establecen rigurosos criterios de diseño para mantener un valor mínimo de excentricidad, sin embargo, no es posible asegurar que una vez instalado el motor no se presente esta falla.

Un valor aceptable de excentricidad es del 10 %. Durante el proceso de manufactura se deben asegurar valores mucho menores a esto para reducir al mínimo el ruido y las vibraciones.

Con lo anterior en mente y aunado al cálculo de las inductancias, es necesario definir una ecuación que describa al entrehierro, sea éste con o sin falla. El uso de esta ecuación en conjunto con las descritas previamente para el cálculo de las inductancias, permite el modelado del motor de inducción para casi cualquier consideración que se tenga en su funcionamiento.

La función que representa de una manera completa el comportamiento del entrehierro es:

$$g(\theta, \theta_r) = g_0(1 - e_s \cos\theta - e_d \cos(\theta - \theta_r)) \quad (3.25)$$

La ecuación 3.25 representa la distribución del entrehierro a lo largo de la periferia del estator. En ésta se pueden incluir los efectos de no uniformidad causados por la presencia de excentricidad del rotor. En esta ecuación θ es un ángulo arbitrario referido al estator, θ_r es el ángulo de posición del rotor respecto a una referencia fija en el estator, g_0 es el entrehierro mínimo en condiciones uniformes, e_s es el grado

de excentricidad estática y e_d es el grado de excentricidad dinámica.

El grado de excentricidad (e_s o e_d) puede tomar cualquier valor entre 0 y 1 donde 0 significa que no existe esta excentricidad y 1 es una excentricidad máxima, en el caso de excentricidad estática si $e_s=1$ significa que existe contacto entre el estator y el rotor.

Para mostrar el efecto que tiene la excentricidad sobre el funcionamiento del motor de inducción se analiza un motor los siguientes datos de la placa de identificación:

$$P = 15 \text{ kW}, V = 415 \text{ V}, \text{ conexión en } \Delta, 50 \text{ Hz}, p = 2 \text{ pares de polos}$$

El número de ranuras del estator es $S = 48$ y el motor tiene $R = 40$ barras de rotor. El devanado de una fase del estator consta de 8 bobinas, 4 bobinas por polo con 28 vueltas en cada bobina.

El esquema de devanado de la fase A es: 1-16'-2-15'-3-14'-4-13'-25-40'-26-39'-27-38'-28-37'.

Los parámetros adicionales de la máquina son:

$R_{fase} = 1.75 \Omega$, $r = 0.082 \text{ mm}$, $g_0 = 0.8 \text{ mm}$, $l = 0.11 \text{ m}$, $R_b = 30 \mu\Omega$, $R_{ers} = 2 \mu\Omega$, $L_b = 10 \text{ nH}$, $L_{ers} = 2 \text{ nH}$, $J = 0.0754 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$, $\gamma = 2\pi/48$ (ángulo de inclinación de las barras del rotor).

La Figura 3.17 presenta la distribución de devanados de la fase A del motor del ejemplo.

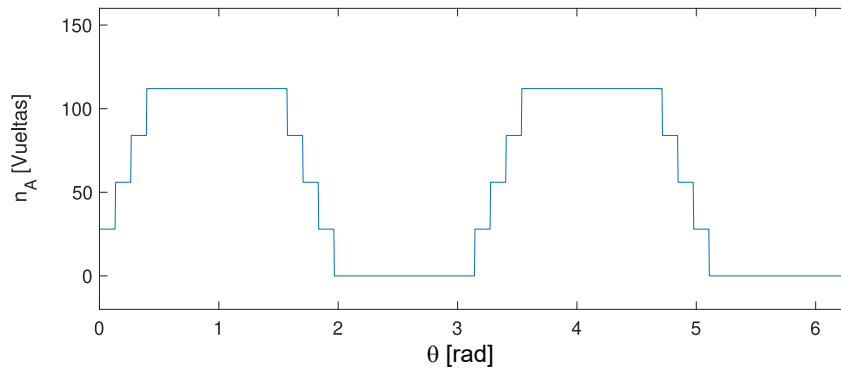


Figura 3.17: Función de devanados de la fase A.

3.5.1. EXCENRICIDAD ESTÁTICA

La excentricidad estática se puede producir por deformaciones del estator o desplazamientos del eje del rotor con respecto al eje del estator. Por este motivo, el entrehierro es no uniforme pero permanece constante independientemente de la posición del rotor como se observa en la Figura 3.18. En este caso el centro geométrico del rotor coincide con el centro de rotación y se encuentra desplazado del centro geométrico del estator.

Existe un nivel inherente de excentricidad estática incluso en máquinas de nueva fabricación debido al método de fabricación, principalmente por el incremento en las tolerancias de fabricación entre los centros del diámetro interno del estator y los rodamientos. Un incremento puede ser causado por un incorrecto posicionamiento del núcleo del estator, mal centrado de los rodamientos posteriores a una reparación o por la ovalidad del estator. Otra causa de este tipo de excentricidad es debida a una mala alineación del eje del rotor con la carga o por el desgaste de los rodamientos.

Partiendo de la ecuación 3.25, es posible simular el efecto de la excentricidad estática, es suficiente hacer $e_d=0$ y colocar el valor adecuado de excentricidad estática e_s para poder simular este efecto. En la Figura 3.18 se observa como el centro de rotación y el centro del rotor permanecen unidos y desplazados del centro del estator, con lo que se produce la excentricidad estática. Mientras que en la Figura 3.19 se observa como se mantienen los agrupamientos de estos centros a diferentes posiciones del rotor.

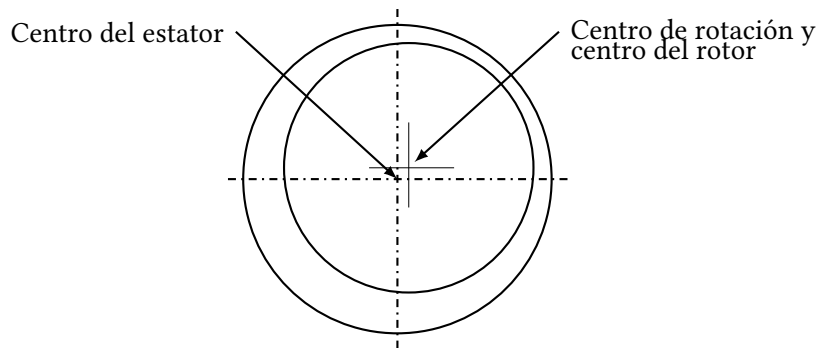
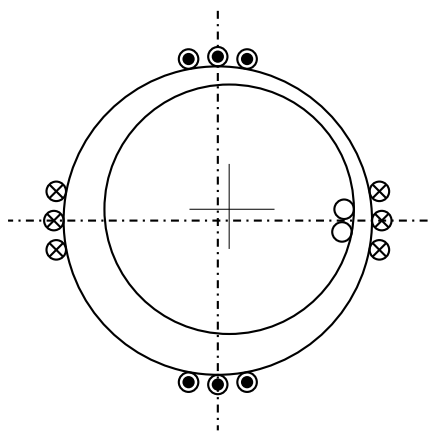


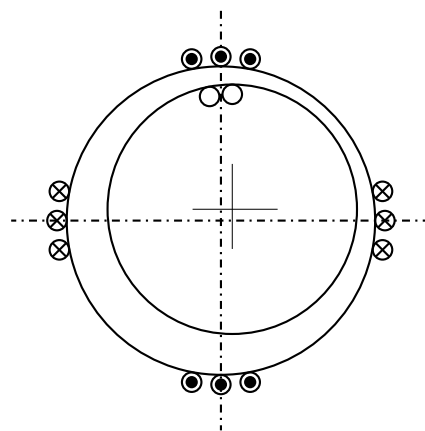
Figura 3.18: Excentricidad estática.

Al momento de realizar el cálculo de inductancias propias y mutuas del estator y rotor, se debe tomar en cuenta el efecto que la excentricidad produce en las mismas.

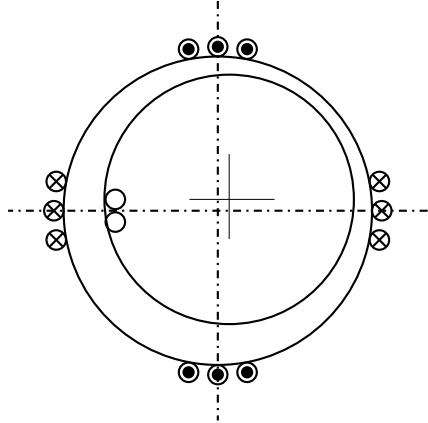
En el caso de la excentricidad estática, las inductancias propias y mutuas de los bobinados del estator son constantes debido a que éstos no experimentan variación del entrehierro cuando el rotor gira, mientras que las inductancias mutuas entre el estator y el rotor, al igual que en el caso sin excentricidad, son función de la posición del rotor debido a que los lazos experimentan una variación periódica del



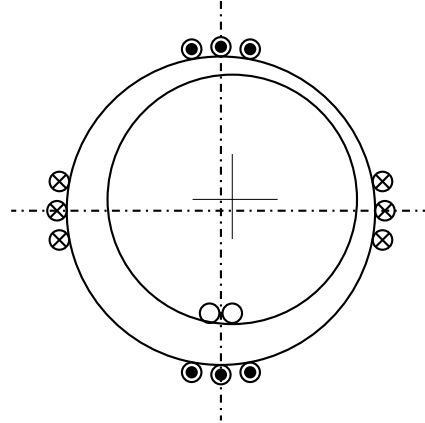
(a) Excentricidad estática, $\theta_r=0^\circ$.



(b) Excentricidad estática, $\theta_r=90^\circ$.



(c) Excentricidad estática, $\theta_r=180^\circ$.



(d) Excentricidad estática, $\theta_r=270^\circ$.

Figura 3.19: Excentricidad estática a diferentes posiciones del rotor.

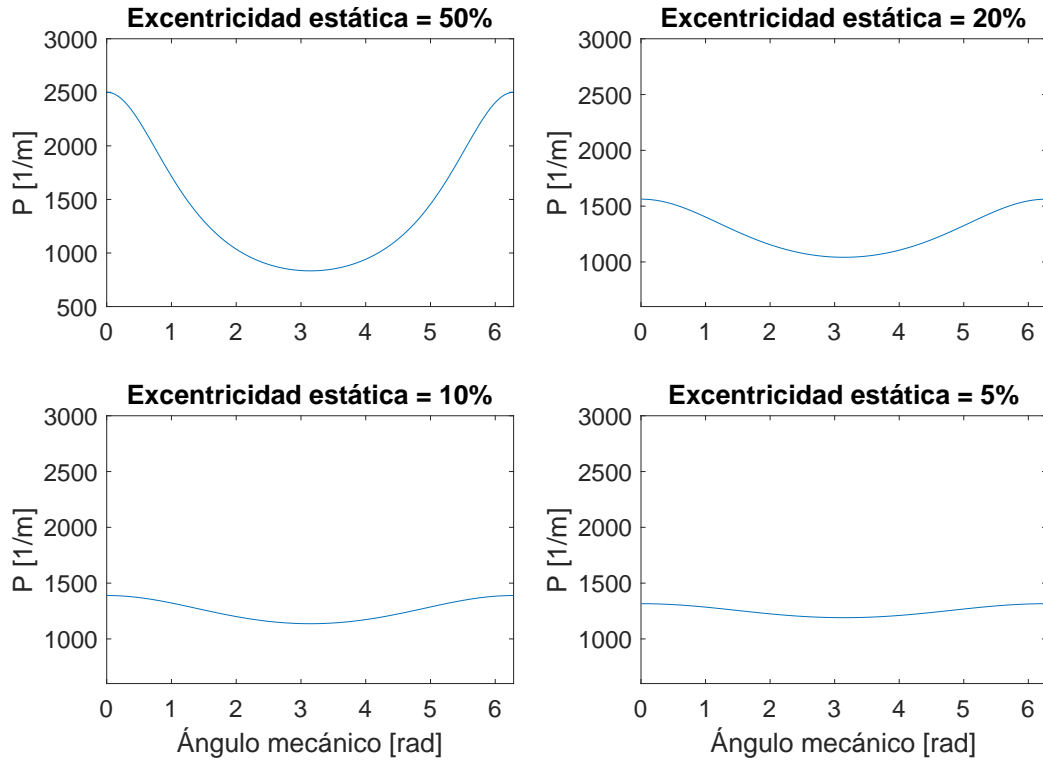


Figura 3.20: Función inversa del entrehierro para diferentes grados de excentricidad estática

entrehierro cuando el rotor gira.

En la Figura 3.20 se muestra a modo de ejemplo el valor de la función inversa del entrehierro para diferentes grados de excentricidad estática, como 50 %, 20 %, 15 % y 5 %. La mayoría de la literatura coincide en graficar la función inversa del entrehierro ya que este valor es utilizado para el cálculo de las diferentes inductancias del motor.

CÁLCULO DE LAS INDUCTANCIAS DEL ESTATOR BAJO CONDICIONES DE EXCENTRICIDAD ESTÁTICA (L_{ss})

Debido a que, en presencia de excentricidad estática, el entrehierro no es función de la posición del rotor, las inductancias propias y mutuas de las fases del estator no varían con la posición del rotor. Sin embargo dichas inductancias experimentan un cambio en su magnitud en presencia de excentricidad estática en función del nivel de excentricidad y de la dirección del desplazamiento. La Figura 3.21a muestra las inductancias propias de las fases A, B y C donde se puede ver que las inductancias no varían con la posición del rotor. La Figura 3.21b muestra las inductancias mutuas entre las fases del estator donde se puede ver que las mismas poseen diferentes magnitudes pero no varían con la posición del rotor.

Las siguientes figuras muestran las inductancias del estator calculadas bajo estas consideraciones

para el motor que se describe en el apartado de la sección 3.5.

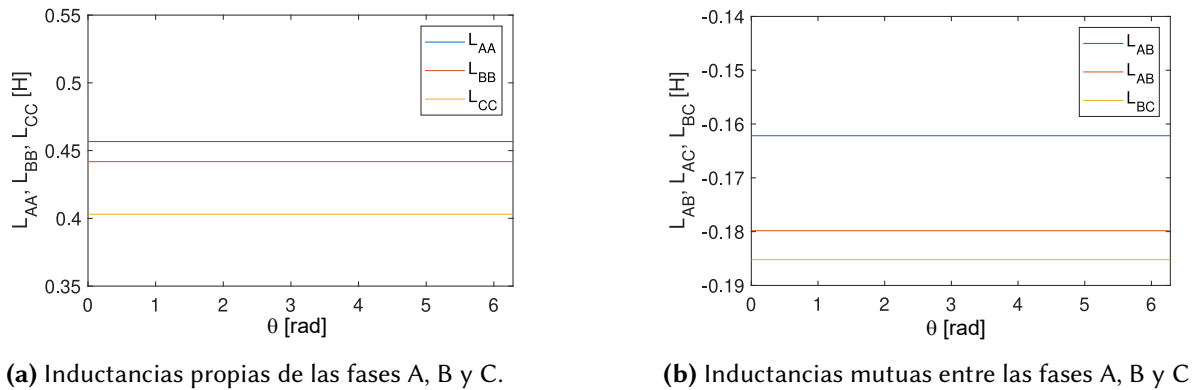


Figura 3.21: Inductancias propias y mutuas del estator de un motor con una excentricidad estática, $EE = 0.9$

CÁLCULO DE LAS INDUCTANCIAS DEL ESTATOR-ROTOR BAJO CONDICIONES DE EXCENTRICIDAD ESTÁTICA

En este caso la inductancia mutua entre una de las fases del estator y un lazo del rotor es función de la posición del rotor, como lo es cuando el motor presenta entrehierro uniforme. Debido a que la imagen de la inversa del entrehierro no cambia con la rotación del rotor, solo es necesario calcular la función de la inductancia mutua entre la primera fase del estator y el primer lazo del rotor; las inductancias restantes pueden ser calculadas basándose en el desplazamiento mecánico que existe entre cada uno de los lazos del rotor, de esta manera la primera curva (que representa la inductancia entre la fase 1 del estator y el primer lazo del rotor) es calculada y las siguientes serán iguales solo desplazadas un ángulo igual a $\frac{2\pi}{R}$, donde R es igual al número de barras del rotor. Para este caso es necesario resolver la ecuación 2.22.

La Figura 3.22 muestra las inductancias entre las fases A, B y C del estator y el primer lazo del rotor. Como puede verse en la figura, la inductancia mutua aumenta considerablemente cuando el lazo del rotor pasa por la región de mínimo entrehierro. Todos los lazos del rotor experimentan la misma variación del entrehierro en función de la posición del rotor y por tal motivo las inductancias mutuas poseen la misma forma en función de la posición del rotor diferenciándose solamente en el desplazamiento producido por la ubicación geométrica de cada barra.

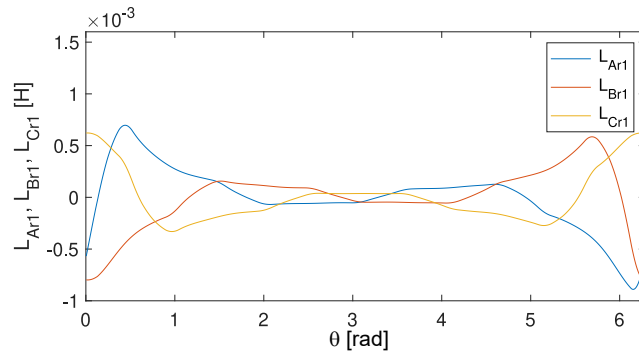
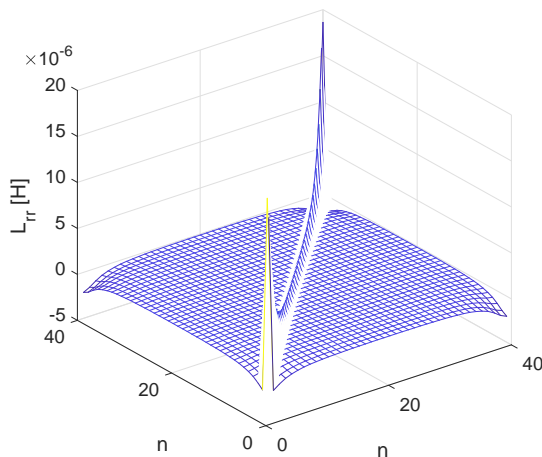


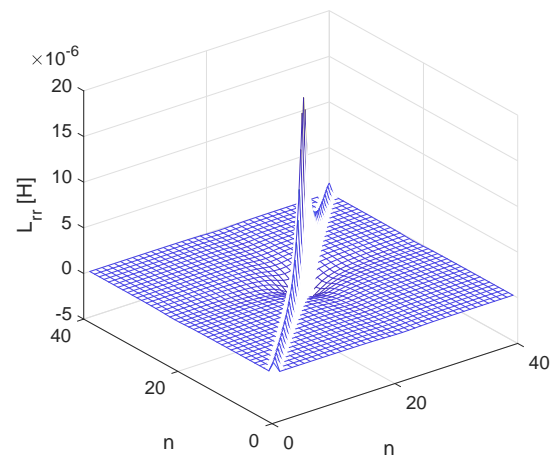
Figura 3.22: Inductancia mutua entre las fases del estator y el primer lazo del rotor, para una excentricidad estática, $EE = 0.9$

CÁLCULO DE LAS INDUCTANCIAS DEL ROTOR BAJO CONDICIONES DE EXCENTRICIDAD ESTÁTICA (L_{rr})

Los lazos del rotor experimentan una variación del entrehierro en función de la posición del rotor y por tal motivo tanto las inductancias propias como las mutuas son función de la posición del rotor. La Figura 3.23a y la Figura 3.23b presentan las inductancias de los lazos del rotor para 2 diferentes posiciones del ángulo $\theta = 0^\circ$ y $\theta = 90^\circ$ respectivamente. En las figuras se puede apreciar que las inductancias no varían de la misma manera, sino que dependen de la ubicación relativa entre los lazos del rotor.



(a)

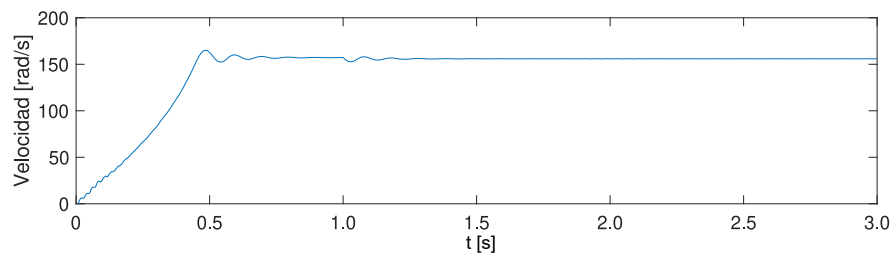


(b)

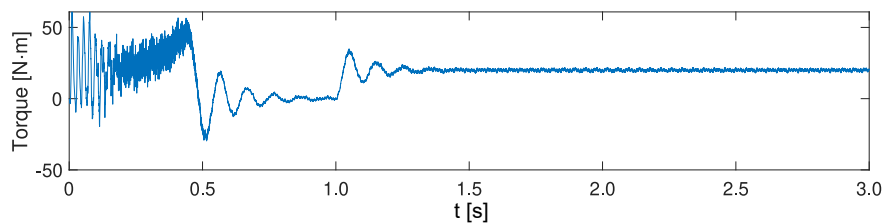
Figura 3.23: Contenido de la matriz L_{rr} para dos posiciones diferentes del rotor: (a) $\theta = 0^\circ$ y (b) $\theta = 90^\circ$ con una excentricidad estática, $EE = 0.9$

RESULTADOS DE LA SIMULACIÓN DEL MOTOR BAJO CONDICIONES DE EXCENTRICIDAD ESTÁTICA

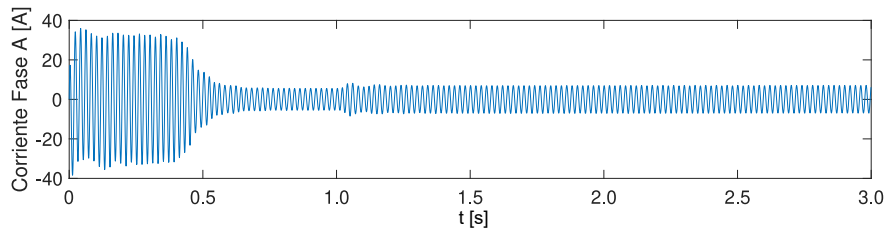
Las Figuras 3.24a, 3.24b, 3.24c y 3.24d, presentan la velocidad del rotor, el torque electromagnético, la corriente de la fase A y la corriente del lazo 1 del rotor, respectivamente, como resultado de la simulación del motor. En esta simulación se agregó una carga de 50 N·m al motor una vez en condiciones estables, en el segundo 1 para mostrar su comportamiento.



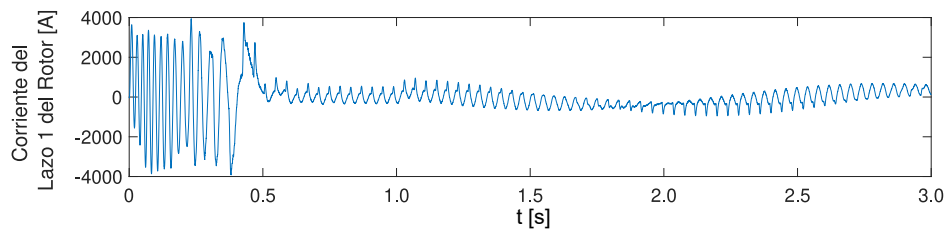
(a) Velocidad del rotor.



(b) Torque Electromagnético.



(c) Corriente de la fase A.



(d) Corriente del primer lazo del rotor.

Figura 3.24: Resultados de la simulación dinámica del motor con una excentricidad estática de 0.9

3.5.2. EXCENRICIDAD DINÁMICA

La excentricidad dinámica aparece cuando el eje de rotación del rotor se mueve alrededor del eje del estator, por lo que la posición del entrehierro mínimo se mueve con la posición del rotor, como se puede apreciar en la Figura 3.25.

La excentricidad dinámica en una máquina nueva depende básicamente de las mediciones o lecturas de la circunferencia del rotor (run-out) obtenidas de un medidor micrométrico, el cual indica la uniformidad del mismo. Un valor típico para máquinas de gran capacidad (aprox. 2 MW) es 0.05 mm.

Un incremento en la excentricidad dinámica puede ser producido por la deformación del rotor debida al sobrecalentamiento, tolerancias de fabricación, manufactura incorrecta de las partes mecánicas, desgaste y falla de rodamientos, velocidad crítica de giro del rotor especialmente donde las flechas de las máquinas son de grandes dimensiones, deflexión de la flecha, e incluso a altos niveles de excentricidad estática por la distribución no uniforme de campo magnético.

Al igual que para la excentricidad estática, usando la ecuación 3.25, es posible simular el efecto de la excentricidad dinámica, al hacer $e_s=0$ y colocar el valor adecuado de excentricidad dinámica e_d para poder simular este efecto.

En caso de excentricidad dinámica, las inductancias propias y mutuas de los bobinados del estator son función de la posición del rotor. Esto se debe a que los bobinados experimentan una variación periódica del entrehierro cuando el motor gira Figura 3.26.

En presencia de excentricidad dinámica los lazos del rotor no experimentan variación del entrehierro en función de la posición del rotor. Por tal motivo, las inductancias propias y mutuas de los lazos del rotor son constantes e independientes de la posición de rotor. Sin embargo la magnitud de las inductancias de estos lazos se ve afectada por el grado de excentricidad dinámica y su ubicación geométrica relativa a la dirección de desplazamiento del rotor.

La Figura 3.27 muestra la función inversa del entrehierro para una excentricidad dinámica del 50 % a diferentes posiciones del rotor. Ya que bajo este tipo de excentricidad el centro del rotor se desplaza del centro del estator a medida que el rotor gira, el entrehierro experimenta variación en su distancia media conforme es el giro del rotor, así como se aprecia en la figura.

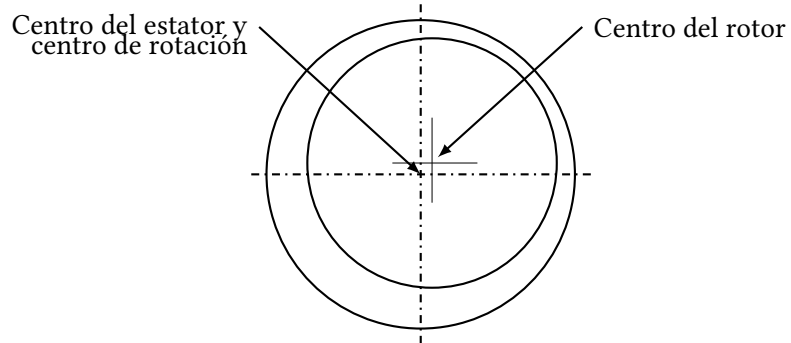


Figura 3.25: Excentricidad dinámica.

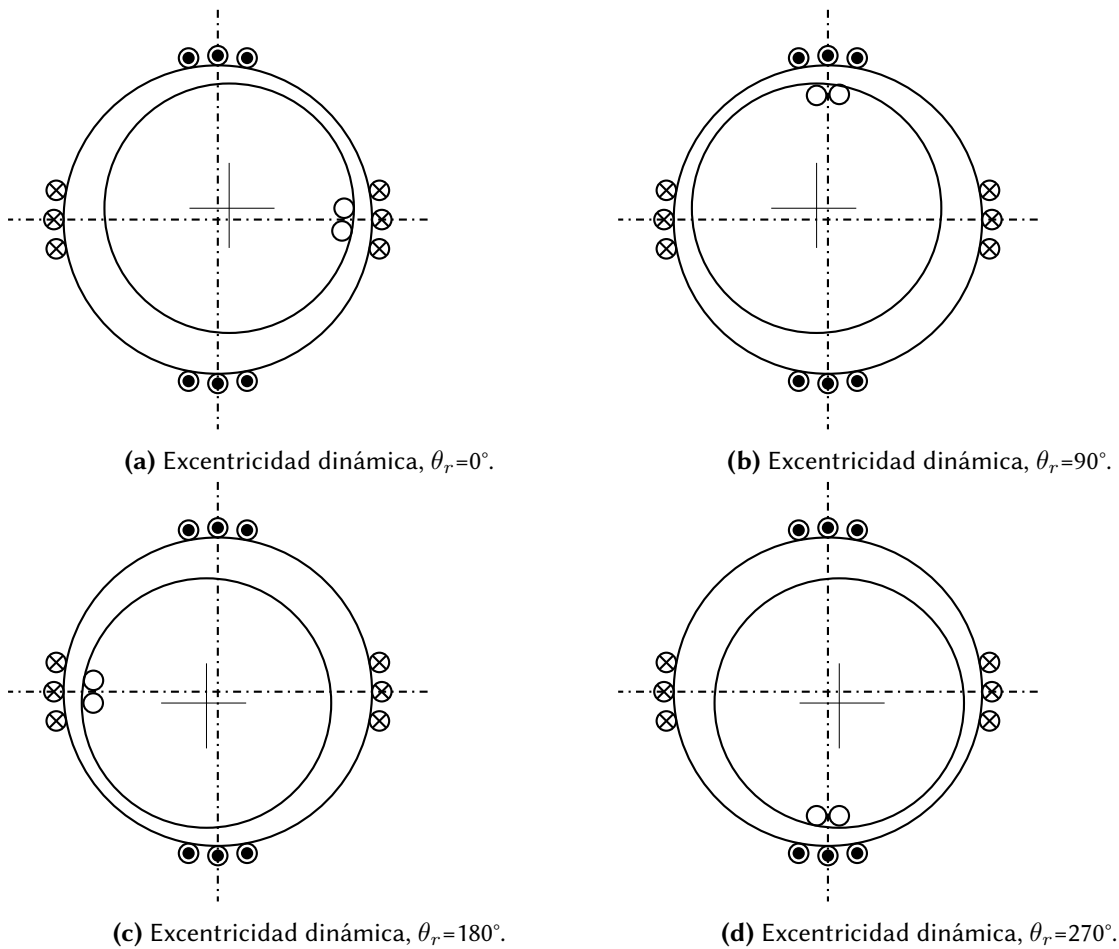


Figura 3.26: Excentricidad dinámica a diferentes posiciones del rotor.

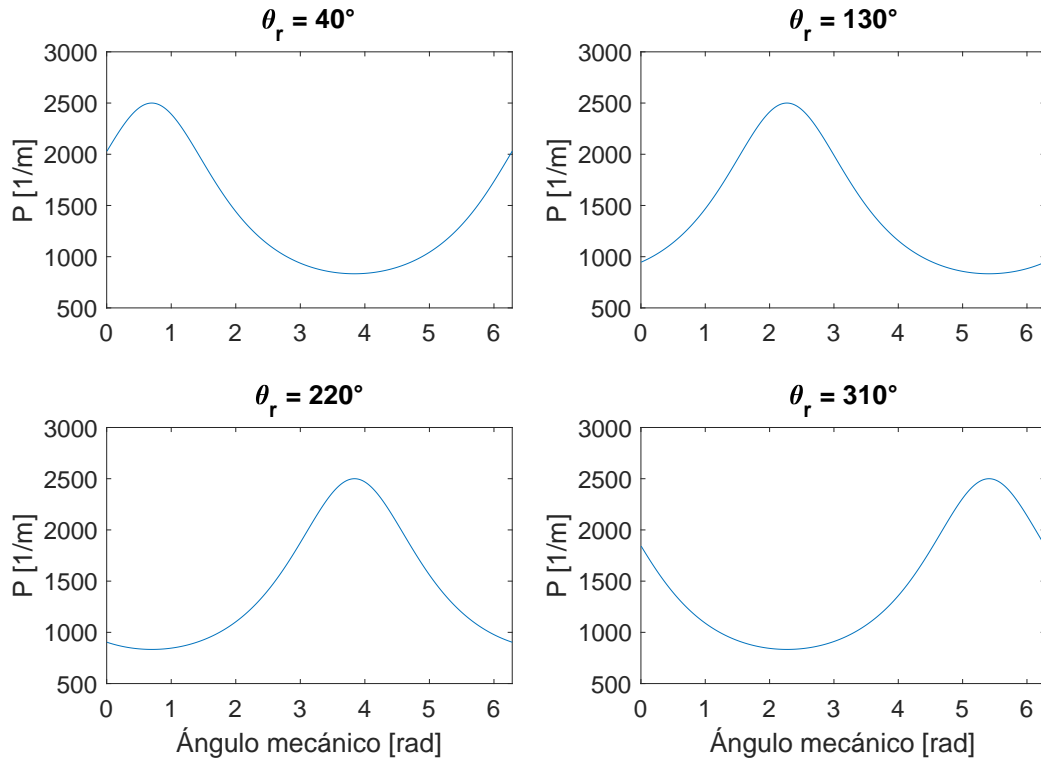


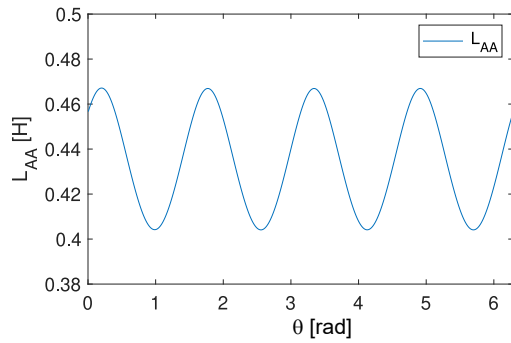
Figura 3.27: Función inversa del entrehierro para excentricidad dinámica del 50 % a diferentes posiciones del rotor

CÁLCULO DE LAS INDUCTANCIAS DEL ESTATOR BAJO CONDICIONES DE EXCENTRICIDAD DINÁMICA L_{ss}

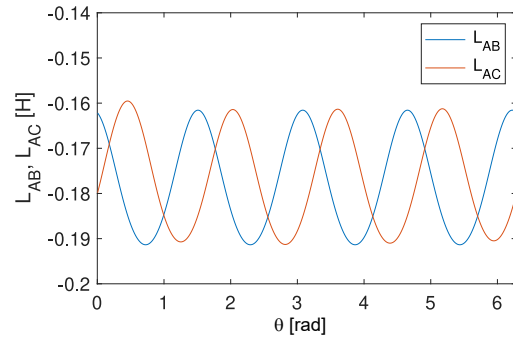
Las inductancias propias y mutuas de las fases del estator son funciones de la posición del rotor y este hecho debe tenerse en cuenta durante el cálculo del par electromecánico. Para una configuración conocida de devanados del estator, es necesario calcular la integral 2.22 para cada posición del rotor durante una revolución del rotor. El valor de la función del entrehierro es diferente para diferentes posiciones del rotor, por lo tanto, se espera que se tenga una función de bobinados variable de las fases del estator al cambiar la posición del rotor.

Es evidente que las inductancias propias y mutuas son funciones de la posición del rotor y sus valores medios son significativamente más altos en comparación con el caso de entrehierro uniforme. Además, es obvio que las inductancias mutuas entre las diferentes fases del estator son diferentes.

Estas variaciones presentadas en las inductancias de las fases y dependientes de la posición del rotor se hacen evidentes en las Figuras 3.28a y 3.28b.



(a) Inductancia propia de la fase A del estator



(b) Inductancias mutuas de las fases A-B y A-C con una excentricidad dinámica, ED = 0.9

Figura 3.28: Inductancias propias y mutuas de las fases del estator para una excentricidad dinámica de 0.9

CÁLCULO DE LAS INDUCTANCIAS DEL ESTATOR-ROTOR BAJO CONDICIONES DE EXCENTRICIDAD DINÁMICA L_{sr}

Esta matriz es de la misma naturaleza que en el caso de la excentricidad estática. La principal diferencia radica en el hecho de que la función del entrehierro se mueve con el rotor y este hecho debe considerarse durante el cálculo de la integral 2.22. Por lo tanto, en el proceso de la simulación dinámica del funcionamiento del motor de inducción, se deben conocer las inductancias entre las fases del estator y los lazos del rotor, esto es, inductancia entre la fase A del estator y el primer lazo del rotor, estator fase A y segundo lazo del rotor, ... , estator fase A y lazo n del rotor.

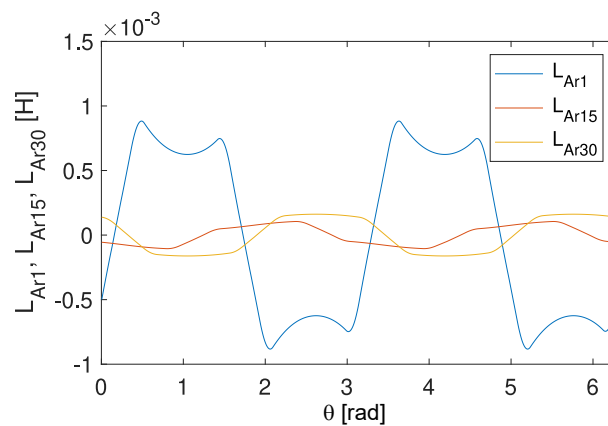


Figura 3.29: Inductancia mutua entre la fase A del estator y los lazos 1, 15 y 30 del rotor, para una excentricidad dinámica, ED = 0.9

La Figura 3.29 muestra las inductancias mutuas entre la fase A del estator y los lazos 1, 15 y 30 del rotor para una excentricidad dinámica, ED=0.9, mientras que la Figura 3.30 muestra el contenido de la

matriz L_{Ar} en una representación tridimensional.

Se puede ver en los resultados obtenidos que la inductancia mutua entre la fase A y un primer lazo del rotor, ubicado en la región de entrehierro mínimo, posee mayor amplitud que los lazos restantes. Mientras que la inductancia mutua correspondiente al lazo 30, ubicado en la región de entrehierro máximo, posee una menor amplitud en relación con los lazos restantes.

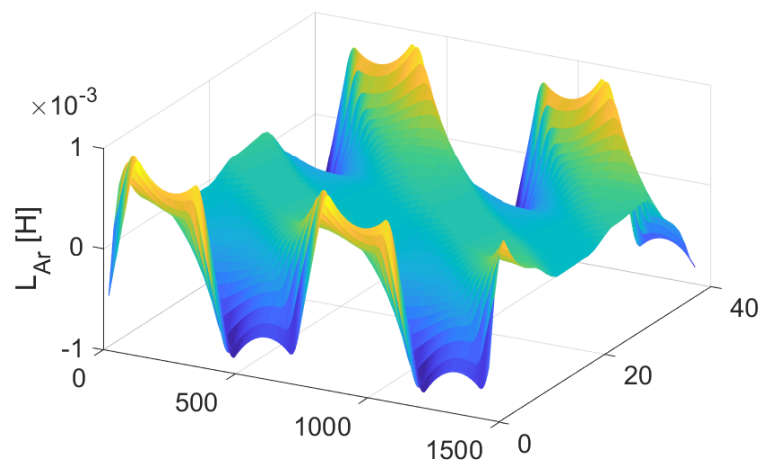


Figura 3.30: Contenido de la matriz L_{Ar} , para una excentricidad dinámica, ED = 0.9

CÁLCULO DE LAS INDUCTANCIAS DEL ROTOR BAJO CONDICIONES DE EXCENTRICIDAD DINÁMICA L_{rr}

En presencia de excentricidad dinámica, los lazos del rotor no experimentan variación del entrehierro en función de la posición del rotor. Por tal motivo, las inductancias propias y mutuas de los lazos del rotor son constantes e independientes de la posición del rotor. Sin embargo, la magnitud de las inductancias de estos lazos se ve afectada por el grado de excentricidad dinámica y su ubicación geométrica relativa a la dirección de desplazamiento del rotor. En la Figura 3.31 se muestra el contenido de la matriz L_{rr} en forma tridimensional y una excentricidad dinámica, ED=0.9.

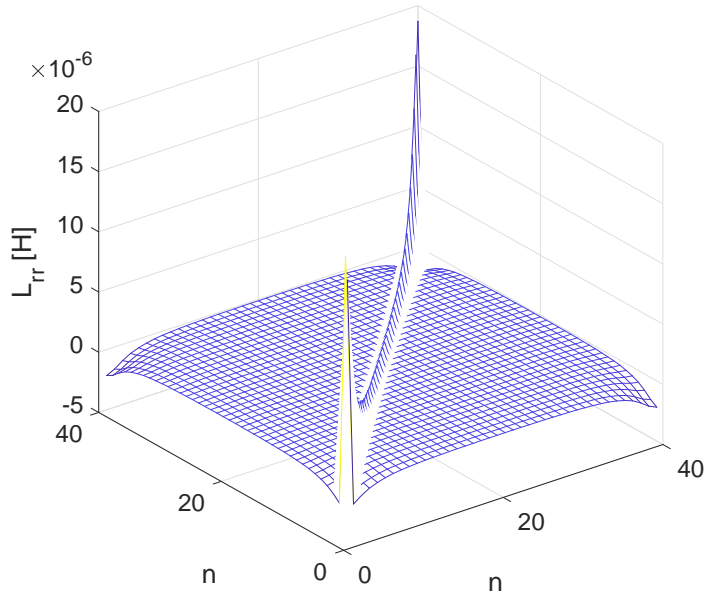
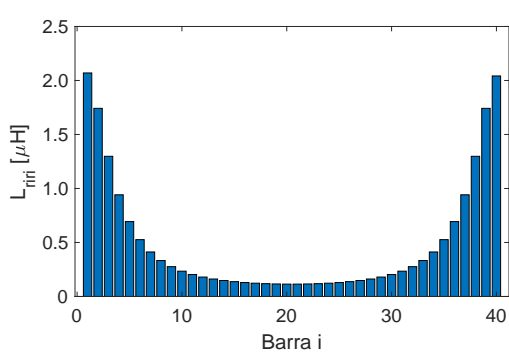
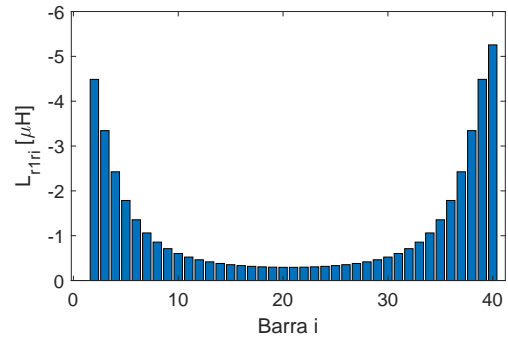


Figura 3.31: Contenido de la matriz L_{rr} , para una excentricidad dinámica, $ED = 0.9$



(a) Inductancias propias de los lazos del rotor.

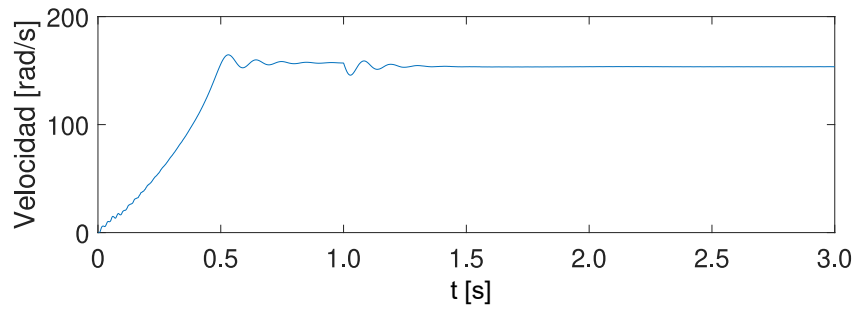


(b) Inductancias mutuas entre el lazo 1 del rotor y los lazos 2-40.

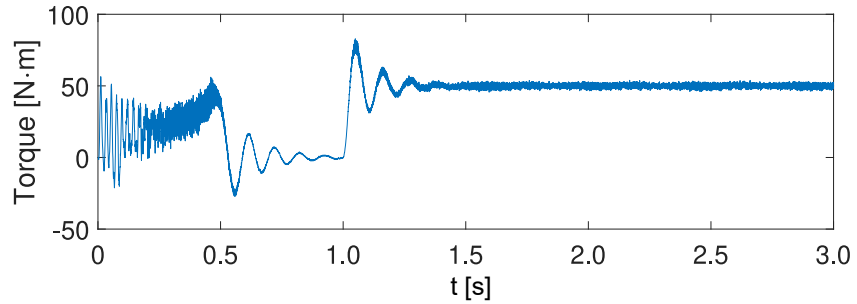
Figura 3.32: Inductancias propias y mutuas con una excentricidad dinámica, $ED = 0.9$

RESULTADOS DE LA SIMULACIÓN DEL MOTOR BAJO CONDICIONES DE EXCENTRICIDAD DINÁMICA

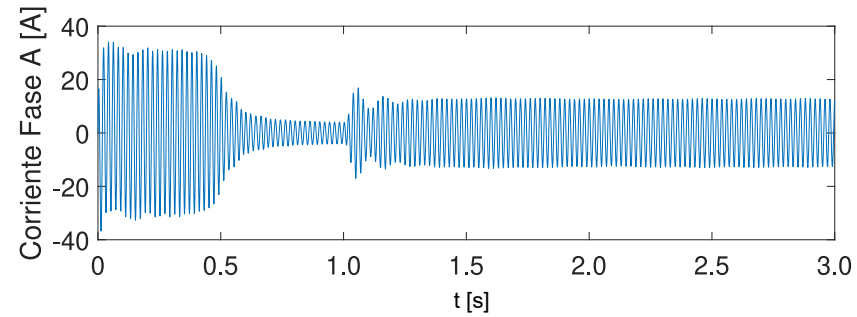
Las Figuras 3.33a, 3.33b, 3.33c y 3.33d, presentan la velocidad del rotor, el torque electromagnético, la corriente de la fase A y la corriente del lazo 1 del rotor, respectivamente, como resultado de la simulación del motor. En esta simulación se agregó una carga de $50 \text{ N}\cdot\text{m}$ al motor una vez en condiciones estables, en el segundo 1 para observar su comportamiento.



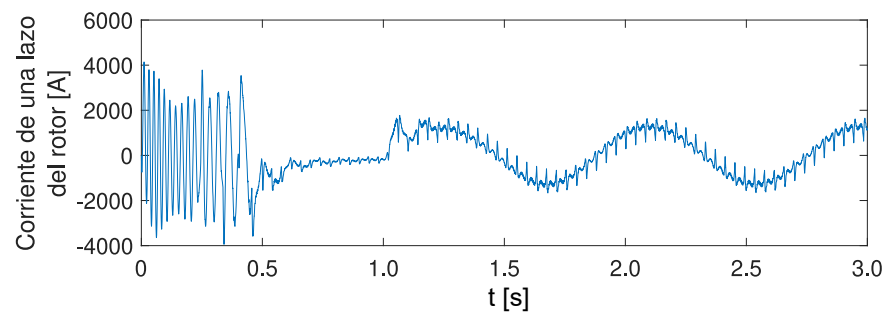
(a) Velocidad del rotor.



(b) Torque Electromagnético.



(c) Corriente de la fase A.



(d) Corriente del primer lazo del rotor.

Figura 3.33: Resultados de la simulación dinámica del motor con una excentricidad dinámica de 0.9.

3.5.3. EXCENTRICIDAD COMBINADA

La excentricidad combinada ocurre cuando el centro geométrico del rotor no coincide con el centro de rotación del mismo y tampoco coinciden éstos con el centro geométrico del estator, produciéndose de esta manera una componente de excentricidad estática y otra dinámica, Figura 3.34.

Esto significa que la longitud del entrehierro cambia dependiendo del nivel de excentricidad de la falla y de la distribución espacial de la nonuniformidad del entrehierro.

Se puede afirmar que las excentricidad estática y la dinámica, son simples formas de la excentricidad combinada.

En caso de excentricidad combinada tanto las inductancias propias y mutuas entre los bobinados del estator como las propias y mutuas entre los lazos del rotor son función de la posición del rotor como puede verse en la Figura 3.35.

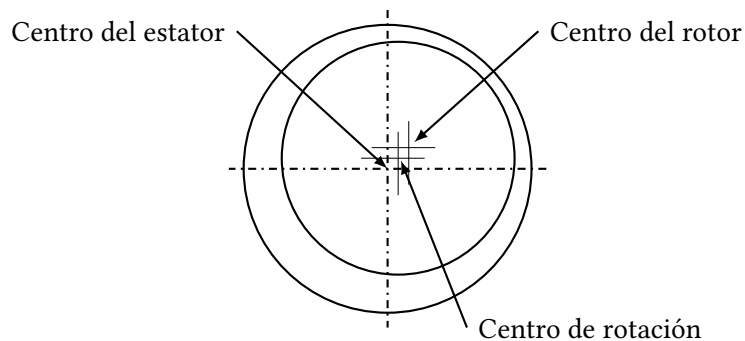
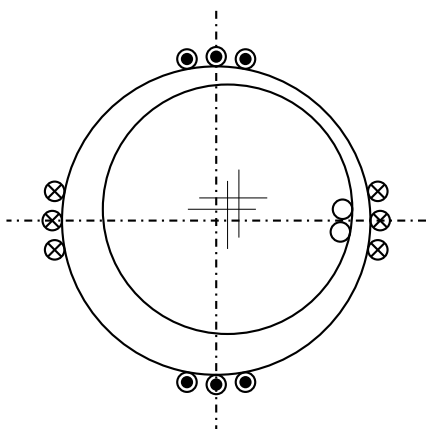
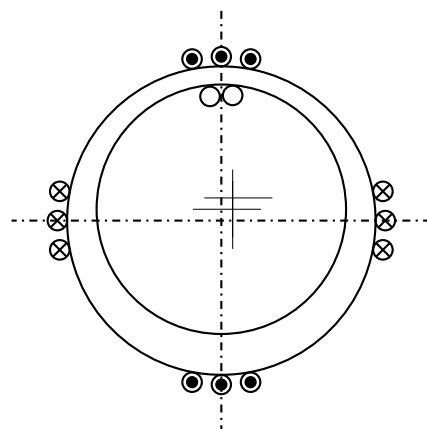


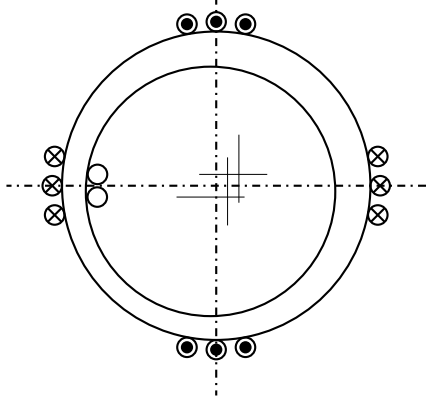
Figura 3.34: Excentricidad combinada.



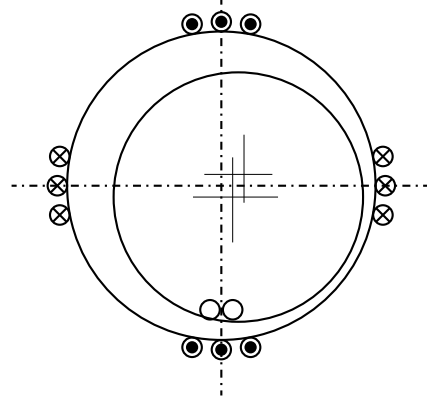
(a) Excentricidad combinada, $\theta_r=0^\circ$.



(b) Excentricidad combinada, $\theta_r=90^\circ$.



(c) Excentricidad combinada, $\theta_r=180^\circ$.



(d) Excentricidad combinada, $\theta_r=270^\circ$.

Figura 3.35: Excentricidad combinada a diferentes posiciones del rotor.

4

Modelado del efecto de fallas en los rodamientos

4.1. INTRODUCCIÓN

Como ya se ha mencionado previamente, los motores de inducción pueden sufrir diferentes tipos de fallas como resultado de su operación. Entre las fallas que pueden afectar los motores de inducción, las que ocurren en los rodamientos son las más frecuentes y constituyen más del 40 % del total de fallas. El objetivo principal de estudiar estos tipos de fallas es el desarrollo de estrategias para la temprana detección de las mismas. En este sentido, el uso de modelos matemáticos constituye una herramienta alternativa para analizar los efectos de las fallas en las máquinas.

En [61] se presenta un modelo estadístico que describe la respuesta del motor a una excitación debido a un defecto de un solo punto en el rodamiento del motor que utiliza información de la vibración mecánica del motor. El modelo muestra resultados similares a los obtenidos en [62], en lo que los efectos de un defecto del rodamiento en un solo punto se modela mediante un tren de pulsos combinados con un modelo de excentricidad estática. Finalmente, un modelo analítico es presentado en [63], et al. para obtener las expresiones para las corrientes del motor en presencia de fallas en los rodamientos. En ese trabajo los autores consideran las fallas de rodamientos según [62].

4.2. FALLA EN LOS RODAMIENTOS

Las fallas en los rodamientos se pueden clasificar de diferentes manera. Una de estas formas consiste en considerar el tamaño del área afectada por la falla. De acuerdo con tales criterios de clasificación, las fallas generalizadas son aquellas que afectan un área significativa de los componentes de los rodamientos dañados. Por otro lado, los daños de un solo punto son aquellos confinados a un área específica de algunos componentes del rodamiento, mientras que el área restante permanece sin daños [61].

Desde la perspectiva de las estrategias de diagnóstico, los defectos de un solo punto presentan la particularidad de generar alteraciones periódicas en las variables motoras a una frecuencia específica y predecible. Como se describe en [64], la frecuencia asociada a cada componente del sistema de rodamientos se puede obtener considerando la geometría del rodamiento, así como la velocidad relativa entre la falla y la traslación de los elementos giratorios del rodamiento. Por lo tanto, las ecuaciones que describen la frecuencia asociada a cada componente del rodamiento, se puede expresar como:

Falla en la pista externa:

$$f_{fpe} = \frac{n}{2} f_r \left[1 - \frac{D_b \cdot \cos(\beta)}{D_C} \right] \quad (4.1)$$

Falla en la pista interna:

$$f_{fpi} = \frac{n}{2} f_r \left[1 + \frac{D_b \cdot \cos(\beta)}{D_C} \right] \quad (4.2)$$

Falla en la caja del rodamiento:

$$f_{fc} = \frac{1}{2} f_r \left[1 - \frac{D_b \cdot \cos(\beta)}{D_C} \right] \quad (4.3)$$

Donde,

- n : Número de balines del rodamiento
- D_b : Diámetro de los balines del rodamiento
- D_C : Diámetro medio de la caja
- β : Ángulo de contacto
- f_r : Velocidad del rotor [Hz]

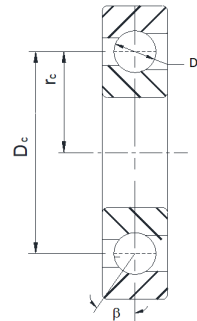


Figura 4.1: Partes del rodamiento.

En este trabajo se propone un modelo para evaluar el comportamiento de un motor de inducción con una falla en la pista externa del rodamiento. Sin embargo, el modelo puede ser modificado para analizar fallas tanto en la pista interna como en la caja del rodamiento. En ambos casos, los efectos de la falla en el área de carga del rodamiento para cada ciclo del motor debe ser considerado e incluido en el modelo como se propone en [65].

4.2.1. MODELADO DEL MOTOR DE INDUCCIÓN CON FALLA EN LOS RODAMIENTOS

En general, el comportamiento de un motor de inducción puede ser descrito por un modelo matemático que combina los sistemas eléctricos y mecánicos, como se describió previamente en el Capítulo 3 en conjunto con uso de las ecuaciones descritas en el Capítulo 2 que describe el método para calcular las inductancias del motor de inducción.

Una vez que estos parámetros han sido definidos, las fallas en los rodamientos son incluidas en el modelo del motor. El efecto de estas fallas consiste en un fenómeno de excentricidad estática producido cada vez que el elemento rotatorio del rodamiento entre en contacto con el punto de falla.

Para satisfacer estos requerimientos es necesario definir una función del entrehierro que sea capaz de simular este efecto. En este trabajo esta ecuación toma la forma:

$$g_e(\phi, \theta, t) = g_0 [1 - e_0 \cdot \cos(\phi + \psi(t)) \cdot \mathbb{F}(\theta_r)] \quad (4.4)$$

Donde,

g_0 : Valor medio del entrehierro de un motor sin falla

e_0 : Excentricidad relativa

$\mathbb{F}(\theta_r)$: Es una función que habilita la excentricidad, la cual se describirá más adelante

$\psi(t)$: Es una función que determina la posición angular de la falla respecto a un marco de referencia estacionario.

Asumiendo que ω_d es la frecuencia angular respecto al marco de referencia estacionario, entonces $\psi(t)$ puede ser definida como sigue:

$$\psi(t) = \omega_d t \quad (4.5)$$

De la ecuación 4.5, es posible distinguir tres diferentes casos de falla en los rodamientos:

FALLA EN LA PISTA EXTERNA

En este caso en particular y debido al hecho de que la pista externa del rodamiento está acoplada a la carcasa de la máquina, el desplazamiento de la velocidad del rodamiento con respecto al de la máquina es nulo, $\omega_d = 0$, por lo tanto $\psi(t) = 0$.

Bajo estas condiciones, la ecuación 4.4 puede ser escrita como:

$$g_e(\phi, \theta_r) = g_0 [1 - e_0 \cdot \cos(\phi) \cdot \mathbb{F}(\theta_r)] \quad (4.6)$$

La Figura 4.2 muestra un rodamiento con una falla puntual en la pista externa.

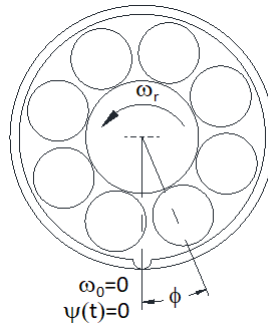


Figura 4.2: Falla puntual en la pista externa.

FALLA EN LA PISTA INTERNA

En la mayoría de los motores eléctricos, las pistas internas de los rodamientos están integradas o conectadas directamente con el eje del motor. En consecuencia, una falla en la pista interna del rodamiento rota a la velocidad del rotor. Así, si $\omega_d = \omega_r$, entonces $\psi(t) = \omega_r t$. También es posible reescribir $\psi(t)$ para un cambio en las variables, de esta manera:

$$\theta_r = \omega_r t \quad (4.7)$$

y por lo tanto

$$\psi(t) = \theta_r \quad (4.8)$$

Reemplazando la ecuación 4.8 en la ecuación 4.4, se obtiene la siguiente ecuación que describe la variación del entrehierro para una falla en la pista interna del rodamiento:

$$g_e(\phi, \theta_r) = g_0 [1 - e_0 \cdot \cos(\phi + \theta_r) \cdot \mathbb{F}(\theta_r)] \quad (4.9)$$

La Figura 4.3 muestra un rodamiento con una falla puntual en la pista interna.

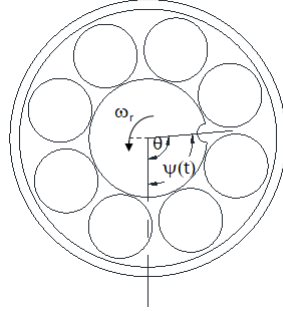


Figura 4.3: Falla puntual en la pista interna.

FALLA EN LA CAJA

Para fallas en la caja del rodamiento $\omega_d = 0.5\omega_r$. Entonces, usando la ecuación 4.8 se puede escribir la función que describe el entrehierro para una falla en la caja del rodamiento, de la siguiente manera:

$$g_e(\phi, \theta_r) = g_0 \left[1 - e_0 \cdot \cos\left(\phi + \frac{\theta_r}{2}\right) \cdot \mathbb{F}(\theta_r) \right] \quad (4.10)$$

Con la intención que el modelo represente el comportamiento del sistema real del motor, la excentricidad estática debe ser producida cada vez que el elemento rotatorio cruce o toque el punto donde está la falla, bajo consideración. Durante el tiempo restante la función del entrehierro deberá tener el valor del valor medio del entrehierro del motor sin falla (g_0). Este comportamiento es simulado usando una función periódica que se define como $\mathbb{F}(\theta_r)$, cuya amplitud en t está definida por:

$$t = \frac{k}{f_F} \forall k \rightarrow \text{entero} \quad (4.11)$$

Donde f_F es la frecuencia de la falla asociada a cada elemento del rodamiento, como se describió previamente en los apartados anteriores que describen las ecuaciones 4.1, 4.2 y 4.3, y en los momentos en que no se toque la falla esta ecuación deberá tener un valor igual a cero ya que se elimina su efecto de excentricidad.

Este objetivo es cubierto con una función trapezoidal que es descrita por la siguiente expresión de series infinitas:

$$\mathbb{F}(t) = \frac{A}{T_F} (d_1 + d_2) + \frac{A \cdot T_F}{\pi^2 (d_1 + d_2)} S_g(t) \quad (4.12)$$

Donde,

$$S_g(t) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} [\cos(n\omega_F d_1) - \cos(n\omega_F d_2)] \cos(n\omega_F t) \quad (4.13)$$

Además,

$T_F = \frac{2\pi}{\omega_F} = \frac{1}{f_F}$ es el periodo de la falla obtenido de las ecuaciones 4.1 a la 4.3

A es la amplitud de la función

d_1 es la mitad del ancho de la parte superior del trapecio

d_2 es la mitad del ancho de la parte inferior del trapecio

En adición, la ecuación 4.13 puede ser reescrita usando la ecuación 4.7, dando como resultado:

$$S_g(t) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} [\cos(n\omega_F d_1) - \cos(n\omega_F d_2)] \cos(n \frac{\omega_F}{\omega_r} \theta_r) \quad (4.14)$$

De esta manera, la ecuación 4.12 puede ser escrita como una función de la posición del rotor, quedando:

$$\mathbb{F}(\theta_r) = \frac{A}{T_F}(d_1 + d_2) + \frac{A \cdot T_F}{\pi^2(d_1 + d_2)} S_g(\theta_r) \quad (4.15)$$

Con estas consideraciones las ecuaciones 4.14 y 4.15 describen una función trapezoidal con las características establecidas previamente.

4.2.2. MODELADO DEL ENTREHIERRO CON FALLA EN EL RODAMIENTO DEL MOTOR

Para la condición de falla del motor de inducción usado en esta tesis, se utilizó un rodamiento modelo 6007 de la marca SKF. Además, la tabla 4.2.2 presenta los parámetros de la función del entrehierro para simular la falla puntual en la pista externa del mismo.

A	d_1	d_2	n
1	$5x10^{-4}$	$A/8000$	80

Por otra parte, la excentricidad producida por una falla, considerando una perforación de 1.2 [mm] de diámetro en la pista externa del rodamiento, es de $e_0 = 0.1015$.

La Figura 4.4 presenta la función del entrehierro capaz de simular esta condición.

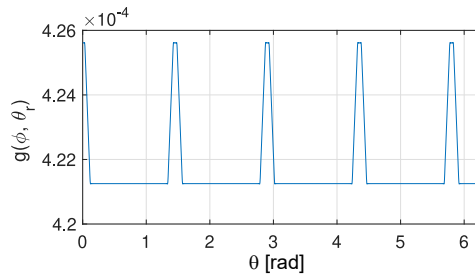
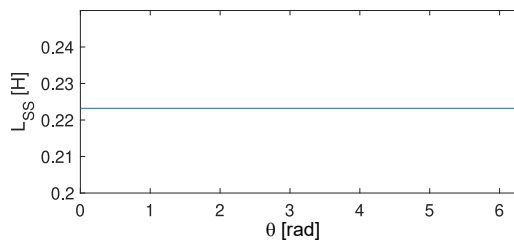


Figura 4.4: Función del entrehierro para una posición arbitraria de la falla en $\phi = 0$, como función de la posición del rotor θ_r .

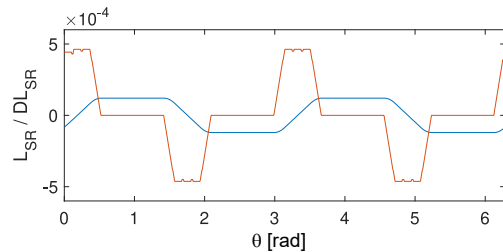
4.3. RESULTADOS DE LA SIMULACIÓN DE FALLA EN LOS RODAMIENTOS DEL MOTOR DE INDUCCIÓN

Una vez definida la función del entrehierro que toma en cuenta la falla en los rodamientos, el siguiente paso es calcular nuevamente las inductancias del motor para tomar en cuenta este efecto.

La Figura 4.5a muestra las inductancia mutua de la fase A del estator para una condición sin falla, así como la inductancia entre la fase A del estator y el primer lazo del rotor es mostrada en la Figura 4.5b, para la misma condición.



(a) Inductancia propia de la fase A del estator.

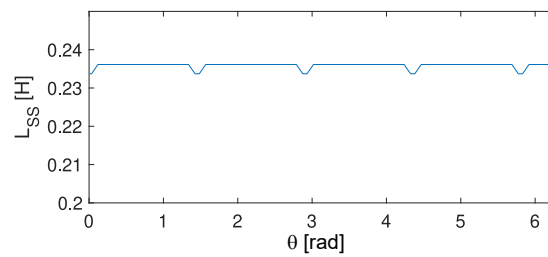


(b) Inductancia entre la fase A del estator y el primer lazo del rotor y su derivada

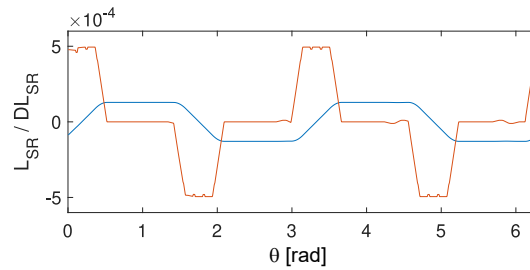
Figura 4.5: Inductancia de la fase A del estator e inductancia entre la fase A del estator y el primer lazo del rotor y su derivada, con el motor sin falla.

La Figura 4.6a muestra las inductancia mutua de la fase A del estator para una condición con falla en el rodamiento, así como la inductancia entre la fase A del estator y el primer lazo del rotor es mostrada en la Figura 4.6b, para la misma condición.

En estas figuras se pueden observar las variaciones en las inductancias inducidas por la falla en el rodamiento, principalmente en la inductancia mutua de la fase A del estator, donde el efecto es más notorio (Figura 4.6a). Si bien en la inductancia entre el estator y el rotor esta deformación producida por la falla en el rodamiento no es apreciada en la gráfica, la derivada de la función de esta inductancia devela esta anomalía (Figura 4.6b).



(a) Inductancia propia de la fase A del estator.



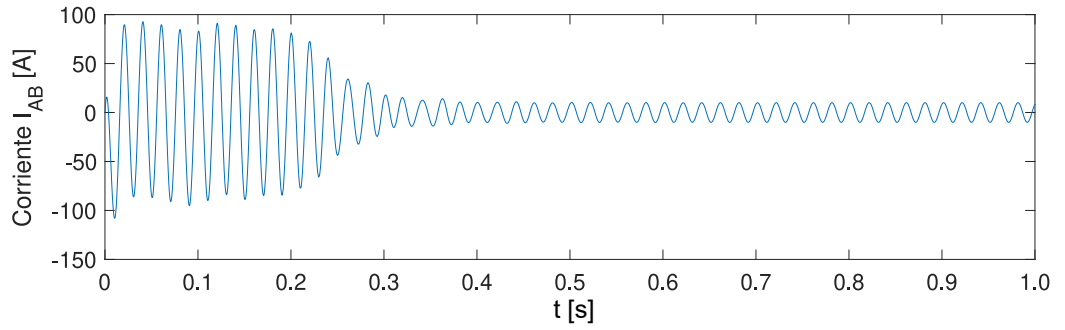
(b) Inductancia entre la fase A del estator y el primer lazo del rotor y su derivada

Figura 4.6: (a) Inductancia propia de la fase A del estator, (b) Inductancia entre la fase A del estator y el primer lazo del rotor y su derivada, considerando una falla en la pista externa del rodamiento.

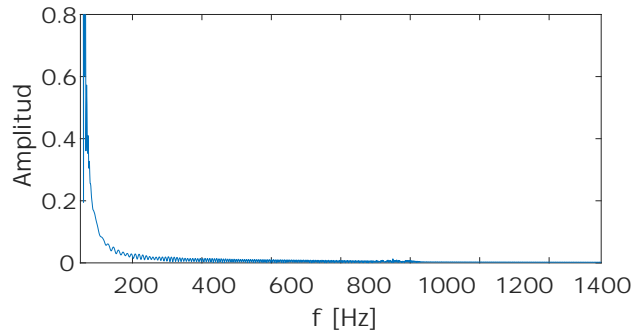
Una vez calculadas las inductancias del estator, rotor y las inductancias entre los bobinados del estator y los lazos del rotor, el siguiente paso es realizar la simulación dinámica del motor de inducción.

La Figura 4.7a presenta las corrientes del motor en condiciones sin falla, mientras que la Figura 4.7c presenta la corriente para la condición de falla en la pista externa del entrehierro. Ambas figuras son con el motor sin carga.

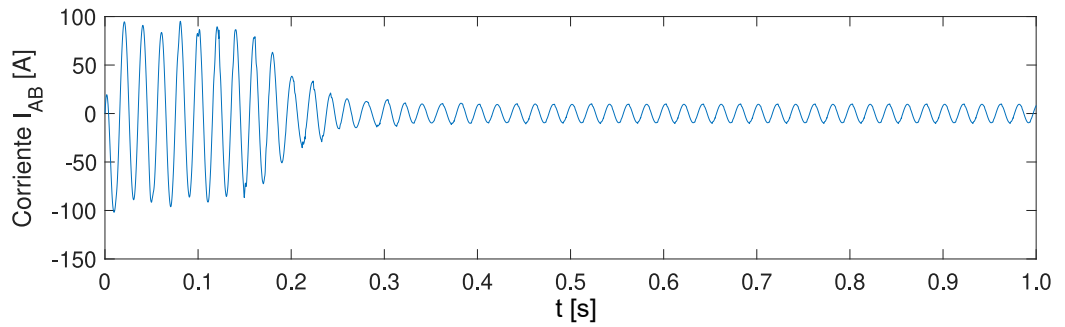
Los métodos basados en el análisis de Fourier tienen mayor contribución en el diagnóstico de fallas en rodamientos. Se han introducido algunos métodos para determinar el impacto en los armónicos y su



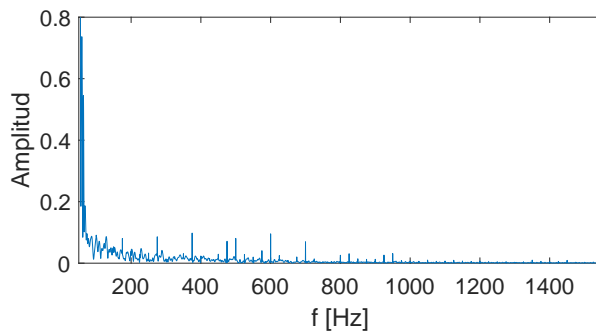
(a) Corriente de la primera fase del motor en condiciones normales.



(b) Fourier de la señal anterior



(c) Corriente de la primera fase del motor con falla en la pista externa del rodamiento.



(d) Fourier de la señal anterior

Figura 4.7: Resultados de la simulación del motor para condiciones normales y con falla en la pista externa del rodamiento, así como el análisis de Fourier de las mismas.

impacto en el espectro de frecuencia de la corriente. Estos métodos no requieren de los parámetros del rodamiento del motor y se basan en la eliminación de ruido. Diferentes tipos de falla del rodamiento y la carga misma, influyen en los armónicos de la búsqueda de fallas. Se ha demostrado que la amplitud de los armónicos disminuye por el incremento de la carga debido al efecto amortiguador de esta.

De esta manera se recomienda que el diagnóstico de la falla se haga con el motor sin carga debido a las modificaciones presentadas por el efecto de la carga.

La Figura 4.7b muestra el análisis de Fourier para el caso de la corriente de la fase A del motor de estudio, sin falla. Mientras que la Figura 4.7d muestra el análisis de Fourier para el caso de la corriente de la fase A del mismo motor pero con falla en la pista externa del rodamiento del motor.

Como puede observarse en la figura, en este caso, aparecen componentes armónicos relacionados con la falla en los rodamientos del motor.

Se dejará para un trabajo futuro, definir un método de identificación de falla en los rodamientos del motor de inducción, utilizando las corrientes del estator.

Conclusiones

Este trabajo de tesis presenta el modelado del motor de inducción tomando en cuenta el efecto de la excentricidad tanto estática como dinámica, así como también, presenta el estudio de las fallas en los rodamientos y cómo este fenómeno se incorpora al modelo previamente descrito.

Para el modelado de las ecuaciones dinámicas del motor de inducción se utilizó la teoría de los circuitos múltiplemente acoplados y se desarrollaron las ecuaciones para el cálculo de las inductancias que requiere este modelado. Aunque se exploró otro método de simulación se eligió el descrito previamente ya que éste permite considerar todos los armónicos debido a la distribución espacial de bobinas del estator así como de las barras del rotor, así como las irregularidades del entrehierro. De esta manera es posible considerar no uniformidades en los devanados del estator, cruzamiento de barras del rotor y sobretodo permite considerar un entrehierro no uniforme que permite expandir el análisis a diferentes tipos de fallas del motor de inducción.

Se obtuvieron las expresiones para el cálculo de las inductancias en presencia de excentricidad estática o dinámica del entrehierro del motor.

Se pudo observar que modelando diferentes variaciones en el entrehierro permite simular el efecto que tiene sobre éste una falla puntual en uno de los rodamientos del motor de inducción, lo que ocasiona variaciones en las inductancias propias y mutuas de los devanados del estator y los lazos del rotor. Esta información puede ser obtenida de los análisis que se realicen sobre las corrientes del estator con el fin de poder determinar fallas incipientes o permanentes en dichos componentes, que como ya se dijo, representan el mayor porcentaje de las fallas de un motor de inducción.

Basado en el modelo descrito en este trabajo se puede extender el análisis a fallas en los devanados del estator, incluyendo cortos circuitos, circuitos abiertos, así como problemas en las barras del rotor, por ejemplo barras rotas, problemas de excentricidad en el eje axial del rotor, así como también, se puede afinar más el modelado de la fallas en los rodamientos para incluir fallas en la pista externa, pista interna o en la caja que contiene los balines del rodamiento.

Además se puede utilizar este modelo con el fin de realizar un estudio a profundidad encaminado a definir las estrategias de diagnóstico de fallas en los rodamientos (u otro tipo de fallas) utilizando variables eléctricas, como es el caso de las corrientes del estator, esto con el fin de, en un futuro poder implementar estas estrategias de diagnóstico en un equipo que tenga la capacidad de procesamiento y muestreo avanzadas, como es el caso de los equipos SEL-3555 Real-Time Automation Controller (RTAC), esta idea será aterrizada en trabajos futuros.

Como una continuación de este trabajo se pueden construir prototipos experimentales que permitan (inclusive a nivel de inductancias) validar el modelo aquí descrito. De igual manera se podrán utilizar estos prototipos experimentales para extender el estudio a desarrollar un algoritmo de diagnóstico de fallas incipientes del motor de inducción basado en las corrientes de alimentación, que pueda ser programado en un equipo como el SEL-3555, como ya se dijo previamente.

Referencias

- [1] M. E. H. Benbouzid, "A review of induction motors signature analysis as a medium for faults detection," *IEEE transactions on industrial electronics*, vol. 47, no. 5, pp. 984–993, 2000.
- [2] A. H. Bonnett and T. Albers, "Squirrel cage rotor options for ac induction motors," in *Pulp and Paper Industry Technical Conference, 2000. Conference Record of 2000 Annual*. IEEE, 2000, pp. 54–67.
- [3] P. Bimbhra, *Electrical machinery*. Khanna, 1986.
- [4] M. Anwani, *Basic Electrical Engineering*. Danpat Rai, 2009.
- [5] M. Negrea, "Fault diagnostics of electrical ac machine," *Helsinki University of Technology, Laboratory of Electromechanics*.
- [6] R. Parekh, "Ac induction motor fundamentals," *Microchip Technology Inc*, 2003.
- [7] A. E. Fitzgerald, C. Kingsley, S. D. Umans, and B. James, *Electric machinery*. McGraw-Hill New York, 2003, vol. 5.
- [8] P. Cochran, *Polyphase Induction Motors, Analysis: Design, and Application*. CRC Press, 1989.
- [9] M. W. Abitha and V. Rajini, "Park's vector approach for online fault diagnosis of induction motor," in *Information Communication and Embedded Systems (ICICES), 2013 International Conference on*. IEEE, 2013, pp. 1123–1129.
- [10] A. M. Cardoso and E. S. Saraiva, "Computer-aided detection of airgap eccentricity in operating three-phase induction motors by park's vector approach," *IEEE Transactions on Industry Applications*, vol. 29, no. 5, pp. 897–901, 1993.
- [11] S. F. Legowski, A. S. Ula, and A. M. Trzynadlowski, "Instantaneous power as a medium for the signature analysis of induction motors," *IEEE Transactions on Industry Applications*, vol. 32, no. 4, pp. 904–909, 1996.

- [12] S. Levine, "An analysis of the induction motor," *Electrical Engineering*, vol. 54, no. 5, pp. 526–529, 1935.
- [13] S. Williamson, "Power-factor improvement in cage-rotor induction motors," in *IEE Proceedings B (Electric Power Applications)*, vol. 130, no. 2. IET, 1983, pp. 121–129.
- [14] S. Williamson and E. Laithwaite, "Generalised harmonic analysis for the steady-state performance of sinusoidally-excited cage induction motors," in *IEE Proceedings B-Electric Power Applications*, vol. 132, no. 3. IET, 1985, pp. 157–163.
- [15] J. Stepina, "Fundamental equations of the space vector analysis of electrical machines," *Acta technica csav*, vol. 13, pp. 184–198, 1968.
- [16] J. Alwash and S. Ikhwan, "Generalised approach to the analysis of asymmetrical three-phase induction motors," *IEE Proceedings-Electric Power Applications*, vol. 142, no. 2, pp. 87–96, 1995.
- [17] C. K. Paul, W. Oleg, and S. Scott, "Analysis of electric machinery," *IEEE Power Eng. Soc*, vol. 15, no. 3, 1995.
- [18] T. Lipo, "Introduction to ac machine machine design, vol. 1," *University of Wisconsin Power Electronics Research Center, Madison*, 1996.
- [19] J. Penman and A. Stavrou, "Broken rotor bars: their effect on the transient performance of induction machines," *IEE Proceedings-Electric Power Applications*, vol. 143, no. 6, pp. 449–457, 1996.
- [20] R. M. Tallam, T. G. Habetler, and R. G. Harley, "Transient model for induction machines with stator winding turn faults," *IEEE Transactions on Industry Applications*, vol. 38, no. 3, pp. 632–637, 2002.
- [21] A. Stavrou and J. Penman, "Modelling dynamic eccentricity in smooth air-gap induction machines," in *Electric Machines and Drives Conference, 2001. IEMDC 2001. IEEE International*. IEEE, 2001, pp. 864–871.
- [22] M. DeBortoli, S. Salon, D. Burow, and C. Slavik, "Effects of rotor eccentricity and parallel windings on induction machine behavior: A study using finite element analysis," *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 29, no. 2, pp. 1676–1682, 1993.
- [23] W. T. Thomson and A. Barbour, "On-line current monitoring and application of a finite element method to predict the level of static airgap eccentricity in three-phase induction motors," *IEEE Transactions on Energy Conversion*, vol. 13, no. 4, pp. 347–357, 1998.

- [24] M. Harir, A. Bendiabdellah, A. Chaouch, and N. Benouzza, "Modelling of induction motor including skew effect using mwfa for performance improvement," *World Academy of Science, Engineering and Technology, International Journal of Electrical, Computer, Energetic, Electronic and Communication Engineering*, vol. 7, no. 12, pp. 1737–1743, 2013.
- [25] S. Williamson, T. J. Flack, and A. F. Volschenk, "Representation of skew in time-stepped two-dimensional finite-element models of electrical machines," *IEEE Transactions on Industry Applications*, vol. 31, no. 5, pp. 1009–1015, 1995.
- [26] S. Williamson and C. I. McClay, "The effect of axial variations in saturation due to skew on induction motor equivalent-circuit parameters," in *Industry Applications Conference, 1997. Thirty-Second IAS Annual Meeting, IAS'97., Conference Record of the 1997 IEEE*, vol. 1. IEEE, 1997, pp. 120–127.
- [27] C. I. McClay and S. Williamson, "The variation of cage motor losses with skew," *IEEE Transactions on Industry Applications*, vol. 36, no. 6, pp. 1563–1570, 2000.
- [28] L. Chang, "An improved fe inductance calculation for electrical machines," *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 32, no. 4, pp. 3237–3245, 1996.
- [29] T. Lubin, T. Hamiti, H. Razik, and A. Rezzoug, "Comparison between finite-element analysis and winding function theory for inductances and torque calculation of a synchronous reluctance machine," *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 43, no. 8, pp. 3406–3410, 2007.
- [30] S. Nandi, "Slot permeance effects on rotor slot harmonics in induction machines," in *Electric Machines and Drives Conference, 2003. IEMDC'03. IEEE International*, vol. 3. IEEE, 2003, pp. 1633–1639.
- [31] H. A. Toliyat, T. A. Lipo, and J. C. White, "Analysis of a concentrated winding induction machine for adjustable speed drive applications. i. motor analysis," *IEEE Transactions on Energy conversion*, vol. 6, no. 4, pp. 679–683, 1991.
- [32] H. A. Toliyat and T. A. Lipo, "Analysis of concentrated winding induction machines for adjustable speed drive applications-experimental results," *IEEE Transactions on Energy Conversion*, vol. 9, no. 4, pp. 695–700, 1994.
- [33] X. Luo, Y. Liao, H. A. Toliyat, A. El-Antably, and T. A. Lipo, "Multiple coupled circuit modeling of induction machines," *IEEE Transactions on industry applications*, vol. 31, no. 2, pp. 311–318, 1995.
- [34] H. A. Toliyat, L. Xu, and T. A. Lipo, "A five-phase reluctance motor with high specific torque," *IEEE Transactions on Industry Applications*, vol. 28, no. 3, pp. 659–667, 1992.

- [35] A. R. Munoz and T. A. Lipo, "Complex vector model of the squirrel-cage induction machine including instantaneous rotor bar currents," *IEEE transactions on industry applications*, vol. 35, no. 6, pp. 1332–1340, 1999.
- [36] H. A. Toliyat and T. A. Lipo, "Transient analysis of cage induction machines under stator, rotor bar and end ring faults," *IEEE Transactions on Energy Conversion*, vol. 10, no. 2, pp. 241–247, 1995.
- [37] S. J. Manolas and J. Tegopoulos, "Analysis of squirrel cage induction motors with broken bars and rings," *IEEE Transactions on Energy Conversion*, vol. 14, no. 4, pp. 1300–1305, 1999.
- [38] J. Milimonfared, H. M. Kelk, S. Nandi, A. Minassians, and H. A. Toliyat, "A novel approach for broken-rotor-bar detection in cage induction motors," *IEEE Transactions on Industry Applications*, vol. 35, no. 5, pp. 1000–1006, 1999.
- [39] G. M. Joksimovic and J. Penman, "The detection of inter-turn short circuits in the stator windings of operating motors," *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 47, no. 5, pp. 1078–1084, 2000.
- [40] S. Nandi and H. A. Toliyat, "Novel frequency-domain-based technique to detect stator interturn faults in induction machines using stator-induced voltages after switch-off," *IEEE Transactions on Industry Applications*, vol. 38, no. 1, pp. 101–109, 2002.
- [41] H. A. Toliyat, M. S. Arefeen, and A. G. Parlos, "A method for dynamic simulation of air-gap eccentricity in induction machines," *IEEE transactions on industry applications*, vol. 32, no. 4, pp. 910–918, 1996.
- [42] G. M. Joksimovic, M. D. Durovic, J. Penman, and N. Arthur, "Dynamic simulation of dynamic eccentricity in induction machines-finding function approach," *IEEE Transactions on Energy Conversion*, vol. 15, no. 2, pp. 143–148, 2000.
- [43] N. Al-Nuaim and H. Toliyat, "A novel method for modeling dynamic air-gap eccentricity in synchronous machines based on modified winding function theory," *IEEE Transactions on energy conversion*, vol. 13, no. 2, pp. 156–162, 1998.
- [44] S. Nandi, H. A. Toliyat, and A. G. Parlos, "Performance analysis of a single phase induction motor under eccentric conditions," in *Industry Applications Conference, 1997. Thirty-Second IAS Annual Meeting, IAS'97., Conference Record of the 1997 IEEE*, vol. 1. IEEE, 1997, pp. 174–181.
- [45] S. Nandi, S. Ahmed, and H. A. Toliyat, "Detection of rotor slot and other eccentricity related harmonics in a three phase induction motor with different rotor cages," *IEEE Transactions on Energy Conversion*, vol. 16, no. 3, pp. 253–260, 2001.

- [46] S. Nandi, R. M. Bharadwaj, and H. A. Toliyat, "Performance analysis of a three-phase induction motor under mixed eccentricity condition," *IEEE Transactions on Energy Conversion*, vol. 17, no. 3, pp. 392–399, 2002.
- [47] J. Gojko, D. Momir, and O. Aleksandar, "Skew and linear rise of mmf across slot modelling-winding function approach," *IEEE Transactions on Energy Conversion*, vol. 14, no. 3, pp. 315–320, 1999.
- [48] V. Ostovic, "A novel method for evaluation of transient states in saturated electric machines," *IEEE Transactions on Industry Applications*, vol. 25, no. 1, pp. 96–100, 1989.
- [49] T. M. Wolbank, B. Hadivogl, and R. Woehrschimmel, "Modulation of the transient reactances of inverter fed induction motors by rotor fixed saliencies," in *Industrial Electronics, 2000. ISIE 2000. Proceedings of the 2000 IEEE International Symposium on*, vol. 1. IEEE, 2000, pp. 207–212.
- [50] A. Bellini, F. Filippetti, G. Franceschini, and C. Tassoni, "Closed-loop control impact on the diagnosis of induction motors faults," *IEEE transactions on Industry Applications*, vol. 36, no. 5, pp. 1318–1329, 2000.
- [51] H. Meshgin-Kelk, J. Milimonfared, and H. A. Toliyat, "A comprehensive method for the calculation of inductance coefficients of cage induction machines," *IEEE Transactions on Energy Conversion*, vol. 18, no. 2, pp. 187–193, 2003.
- [52] H. Fudeh and C. Ong, "Modeling and analysis of induction machines containing space harmonics part i: Modeling and transformation," *IEEE transactions on power apparatus and systems*, no. 8, pp. 2608–2615, 1983.
- [53] G. Bossio, "Modelado de las irregularidades del motor de inducción: Aplicaciones en la estimación de posición y el diagnóstico de fallas," Ph.D. dissertation, PhD thesis, Departamento de Electrotecnia, Universidad Nacional de la Plata Facultad de Ingeniería, 2004.
- [54] A. C. Smith, R. C. Healey, and S. Williamson, "A transient induction motor model including saturation and deep bar effect," *IEEE Transactions on Energy Conversion*, vol. 11, no. 1, pp. 8–15, 1996.
- [55] B. Liang, B. S. Payne, A. D. Ball, and S. D. Iwnicki, "Simulation and fault detection of three-phase induction motors," *Mathematics and computers in simulation*, vol. 61, no. 1, pp. 1–15, 2002.
- [56] T. Bratoljic and P. Vrkljan, "Magnetic forces created by rotor eccentricity in electrical machines," *Brown Boveri Rev*, vol. 54, no. 9, pp. 580–591, 1967.
- [57] A. Castellino, C. De Angelo, and G. Bossio, "A model for single-point bearings defects in electric motors," *IFAC Proceedings Volumes*, vol. 45, no. 20, pp. 1370–1375, 2012.

- [58] S. Williamson and K. Mirzoian, "Analysis of cage induction motors with stator winding faults," *IEEE transactions on power apparatus and systems*, no. 7, pp. 1838–1842, 1985.
- [59] J. Apsley and S. Williamson, "Analysis of multiphase induction machines with winding faults," *IEEE Transactions on industry applications*, vol. 42, no. 2, pp. 465–472, 2006.
- [60] R. . E. Association, *The handbook of electrical engineering*. Research & Education Assoc., 1996.
- [61] J. R. Stack, T. G. Habetler, and R. G. Harley, "Fault classification and fault signature production for rolling element bearings in electric machines," *IEEE Transactions on Industry Applications*, vol. 40, no. 3, pp. 735–739, 2004.
- [62] P. McFadden and J. Smith, "Model for the vibration produced by a single point defect in a rolling element bearing," *Journal of sound and vibration*, vol. 96, no. 1, pp. 69–82, 1984.
- [63] M. Blodt, P. Granjon, B. Raison, and G. Rostaing, "Models for bearing damage detection in induction motors using stator current monitoring," *IEEE transactions on industrial electronics*, vol. 55, no. 4, pp. 1813–1822, 2008.
- [64] L. Eren, A. Karahoca, and M. Devaney, "Neural network based motor bearing fault detection," in *Proceedings of the 21st IEEE Instrumentation and Measurement Technology Conference (IEEE Cat. No. 04CH37510)*, vol. 3. IEEE, 2004, pp. 1657–1660.
- [65] T. Harris and M. Kotzalas, "Essential concepts of bearing technology. rolling bearing analysis2007."
- [66] N. M. Al Sayari, "Dynamic analysis of cage rotor induction motor using harmonic field analysis and coupling inductances method," Ph.D. dissertation, University of Manchester, 2011.
- [67] C. Mishra, A. Samantaray, and G. Chakraborty, "Ball bearing defect models: A study of simulated and experimental fault signatures," *Journal of Sound and Vibration*, vol. 400, pp. 86–112, 2017.
- [68] B. Yazici and G. B. Kliman, "An adaptive statistical time-frequency method for detection of broken bars and bearing faults in motors using stator current," *IEEE Transactions on Industry Applications*, vol. 35, no. 2, pp. 442–452, 1999.
- [69] M. E. H. Benbouzid, "A review of induction motors signature analysis as a medium for faults detection," *IEEE transactions on industrial electronics*, vol. 47, no. 5, pp. 984–993, 2000.
- [70] E. Elbouchikhi, V. Choqueuse, Y. Amirat, M. E. H. Benbouzid, and S. Turri, "An efficient hilbert–huang transform-based bearing faults detection in induction machines," *IEEE Transactions on Energy Conversion*, vol. 32, no. 2, pp. 401–413, 2017.

- [71] A. M. Cardoso, S. Cruz, and D. Fonseca, "Inter-turn stator winding fault diagnosis in three-phase induction motors, by park's vector approach," *IEEE Transactions on Energy Conversion*, vol. 14, no. 3, pp. 595–598, 1999.
- [72] J. Faiz, G. Joksimović, and V. Ghorbanian, *Fault diagnosis of induction motors*. Institution of Engineering & Technology, 2017.
- [73] J. R. Stack, T. G. Habetler, and R. G. Harley, "Fault-signature modeling and detection of inner-race bearing faults," *IEEE Transactions on Industry Applications*, vol. 42, no. 1, pp. 61–68, 2006.



Solución del modelo matemático del motor de inducción.

La mayoría de los modelos matemáticos que describen el funcionamiento del motor de inducción son directamente aplicables al caso en el que el devanado del estator de la máquina de inducción tiene conexión en estrella y es alimentado a través de un voltaje simétrico trifásico (o multifásico). En este caso, es implícitamente cierto que la suma de las corrientes del estator es cero en cualquier momento. La entrada del modelo son los voltajes de fase.

El modelo desarrollado en esta tesis, funciona para analizar máquinas de inducción generales, con m circuitos de fases en el estator y n barras del rotor sin restricciones en términos de distribuciones y número de bobinados del estator, simetría o asimetría de las máquinas y sin limitaciones en la distancia del entrehierro, pudiendo ser ésta, simétrica o no. Para lograr esto, es necesario realizar algunas modificaciones en el modelo como el hecho de que la primera ley de Kirchhoff podría definirse explícitamente. Esto se hace de forma original en [33]. Al mismo tiempo, la entrada del modelo son los voltajes de línea a línea.

El sistema de ecuaciones que describe la máquina de inducción trifásica:

$$\begin{bmatrix} U_a \\ U_b \\ U_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_a & 0 & 0 \\ 0 & R_b & 0 \\ 0 & 0 & R_c \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_a \\ I_b \\ I_c \end{bmatrix} + \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \Psi_a \\ \Psi_b \\ \Psi_c \end{bmatrix} \quad (\text{A.1})$$

$$\begin{bmatrix} \Psi_a \\ \Psi_b \\ \Psi_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{aa} & L_{ab} & L_{ac} \\ L_{ba} & L_{bb} & L_{bc} \\ L_{ca} & L_{cb} & L_{cc} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_a \\ I_b \\ I_c \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} L_{ar} \\ L_{br} \\ L_{cr} \end{bmatrix} [I_r] \quad (\text{A.2})$$

Donde L_{ar} , L_{br} y L_{cr} son vectores de $(1 \times n)$. Restando cada uno de los renglones en las ecuaciones A.1 y A.2, se obtiene:

$$\begin{bmatrix} U_a - U_b \\ U_b - U_c \\ U_c - U_a \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_a & -R_b & 0 \\ 0 & R_b & -R_c \\ -R_a & 0 & R_c \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_a - I_b \\ I_b - I_c \\ I_c - I_a \end{bmatrix} + \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \Psi_a - \Psi_b \\ \Psi_b - \Psi_c \\ \Psi_c - \Psi_a \end{bmatrix} \quad (\text{A.3})$$

$$\begin{bmatrix} \Psi_a - \Psi_b \\ \Psi_b - \Psi_c \\ \Psi_c - \Psi_a \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{aa} - L_{ba} & L_{ab} - L_{bb} & L_{ac} - L_{bc} \\ L_{ba} - L_{ca} & L_{bb} - L_{cb} & L_{bc} - L_{cc} \\ L_{ca} - L_{aa} & L_{cb} - L_{ab} & L_{cc} - L_{ac} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_a - I_b \\ I_b - I_c \\ I_c - I_a \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} L_{ar} - L_{br} \\ L_{br} - L_{cr} \\ L_{cr} - L_{ar} \end{bmatrix} [I_r] \quad (\text{A.4})$$

Es claro ver que se han creado nuevas variables y al mismo tiempo, voltajes de línea a línea son los voltajes de entrada del modelo, así que sustituyendo las variables, las ecuaciones A.3 y A.4 pueden ser escritas como:

$$\begin{bmatrix} U_{12} \\ U_{23} \\ U_{31} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_1 & -R_2 & 0 \\ 0 & R_2 & -R_3 \\ -R_1 & 0 & R_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{bmatrix} + \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \Psi_1 \\ \Psi_2 \\ \Psi_3 \end{bmatrix} \quad (\text{A.5})$$

$$\begin{bmatrix} \Psi_1 \\ \Psi_2 \\ \Psi_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{11} & L_{12} & L_{13} \\ L_{21} & L_{22} & L_{23} \\ L_{31} & L_{32} & L_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} L_{1r} \\ L_{2r} \\ L_{3r} \end{bmatrix} [I_r] \quad (\text{A.6})$$

Aunque los voltajes de fase sean balanceados o no, aunque los devanados sean simétricos o no, la suma de las corrientes de fase (es al mismo tiempo las corrientes de línea de una conexión Y) es cero en cualquier instante. En otras palabras, solo dos corrientes son independientes, por lo tanto la ecuación

A.6 debe ser escrita como:

$$\begin{bmatrix} \Psi_1 \\ \Psi_2 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{11} & L_{12} & L_{13} \\ L_{21} & L_{22} & L_{23} \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} L_{1r} \\ L_{2r} \\ 0 \end{bmatrix} [I_r] \quad (\text{A.7})$$

Es obvio que el tercer rengón explícitamente define la condición de que la suma de las corrientes de fase es igual a cero en cualquier instante. Además, como ya se mencionó, los voltajes de línea, son la entrada al sistema. Ya que el rotor es un rotor de jaula de ardilla, sus devanados son cortocircuitados, estas modificaciones en el lado del estator no implican ninguna modificación en el lado del rotor. Si las ecuaciones A.5 y A.7 son escritas como:

$$[U_{sl}] = [R_{s \text{ mod}}][I_s] + \frac{d\Psi_s}{dt} \quad (\text{A.8})$$

$$[\Psi_{s \text{ mod}}] = [L_{ss \text{ mod}}][I_s] + [L_{sr \text{ mod}}][I_r] \quad (\text{A.9})$$

Donde el subíndice *mod* es para hacer mención a una matriz modificada (el resultado después de haber restado los renglones), entonces se puede definir un proceso numérico iterativo para la integración del sistema de ecuaciones, como sigue:

1. Capturar todos los parámetros del motor, y calcular las matrices $[R_{s \text{ mod}}]$, $[R_r]$, así como las matrices de inductancias del estator $[L_{ss \text{ mod}}]$, del rotor $[R_{rr}]$ y las inductancias de los enlaces rotor-estator $[L_{sr \text{ mod}}]$ así como sus derivadas.
2. Definir condiciones iniciales, por ejemplo $\theta(0)$, $\omega(0)$.
3. Inicializar k definiendo el paso de integración $\Delta[s]$
4. Definir los voltajes de fase en $t = 0$ si $k = 1$, de otra forma $t = k \cdot \Delta$.
5. Interpolar para encontrar los valores que tomarán las matrices de inductancias y sus derivadas basándose en el valor de $\theta(k)$.
6. Calcular los enlaces de flujo, corrientes, torque, velocidad y posición angular de acuerdo al siguiente procedimiento iterativo:

$$[\Psi_s]_{k+1} = [\Psi_s]_k + \Delta \cdot [[U_s]_k - [R_{s \text{ mod}}][I_s]_k]$$

$$[\Psi_r]_{k+1} = [\Psi_r]_k - \Delta \cdot [R_r][I_r]_k$$

modificar $[\Psi_s]_{k+1}$ para hacer $[\Psi_{s \text{ mod}}]_{k+1}$

$$[K]_k = [L_{sr}]_k^T [L_{ss \text{ mod}}]^{-1} [L_{sr \text{ mod}}]_k - [L_{rr}]$$

$$[L]_k = [L_{sr}]_k^T [L_{ss \text{ mod}}]^{-1} [\Psi_{s \text{ mod}}]_k - [\Psi_r]_{k+1}$$

$$[I_s]_{k+1} = [L_{ss \text{ mod}}]^{-1} [[\Psi_{s \text{ mod}}]_{k+1} - [L_{sr \text{ mod}}]_k [K]_k^{-1} [L]_k]$$

$$[I_r]_{k+1} = [K]_k^{-1} [L]_k$$

$$Te_k = [I_s]_{k+1} [M]_k [I_r]_{k+1}$$

$$\omega_{k+1} = \omega_k + \frac{\Delta}{J} (Te_k - T_{load})$$

$$\theta_{k+1} = \theta_k + \Delta \cdot \omega_{k+1}$$

$$\text{Con } M = \begin{bmatrix} DL_{ss} & DL_{sr} \\ DL_{rs} & DL_{rr} \end{bmatrix}$$

7. Regresar al paso 5, para cargar nuevos valores para las matrices de inductancias y sus derivadas con el nuevo valor de θ y así hasta concluir con el periodo de tiempo definido para la simulación.

En el caso de un motor conectado en Δ , no es necesario hacer modificaciones al sistema original de ecuaciones, excepto para las definiciones de las corrientes de línea a partir de las corrientes de fase:

$$I_a = I_{ab} - I_{ca} \quad (\text{A.10})$$

$$I_b = I_{bc} - I_{ab} \quad (\text{A.11})$$

$$I_c = I_{ca} - I_{bc} \quad (\text{A.12})$$

Como es sabido, la suma de las corrientes de fase de los devanados del estator en una conexión Δ es cero en caso de un motor simétrico y con un sistema de voltajes balanceados, mientras que en el caso de cualquier desbalance, esto ya no se cumple. Los voltajes de fase del estator son de línea a línea, por lo tanto no es necesaria ninguna modificación. Por otro lado, no importa si los voltajes son balanceados o no, la condición de que la suma de las corrientes de línea sea cero siempre se cumple (A.10 - A.12).

B

Código en MATLAB para la simulación dinámica del motor de inducción

B.1. CÓDIGO EN MATLAB

Para poder desarrollar el modelo matemático del motor de inducción descrito en este trabajo de investigación, se decidió utilizar el lenguaje de programación Matlab, debido a su facilidad de trabajar con matrices y que además, en varias bibliografías se ha reportado el uso de este programa para crear código que compute las funciones del devanado del estator, para posteriormente calcular las inductancias necesarias para la simulación dinámica del motor de inducción.

El código permite alta flexibilidad al momento de realizar cualquier cambio en la configuración del motor, ya que basta modificar un archivo con los datos de entrada del motor para realizar su simulación. De igual manera es bastante sencillo simular una condición diferente de excentricidad en un motor, ya sea esta estática o dinámica, así como también, el mismo motor sin falla, solo cambiando un par de parámetros.

Los resultados obtenidos de la simulación quedan guardados en el entorno de programación por lo que son accesibles, sin complicaciones, para su graficación y posterior análisis o uso.

La Figura B.1, representa en forma de bloques los diferentes archivos necesarios para llevar a cabo la simulación.

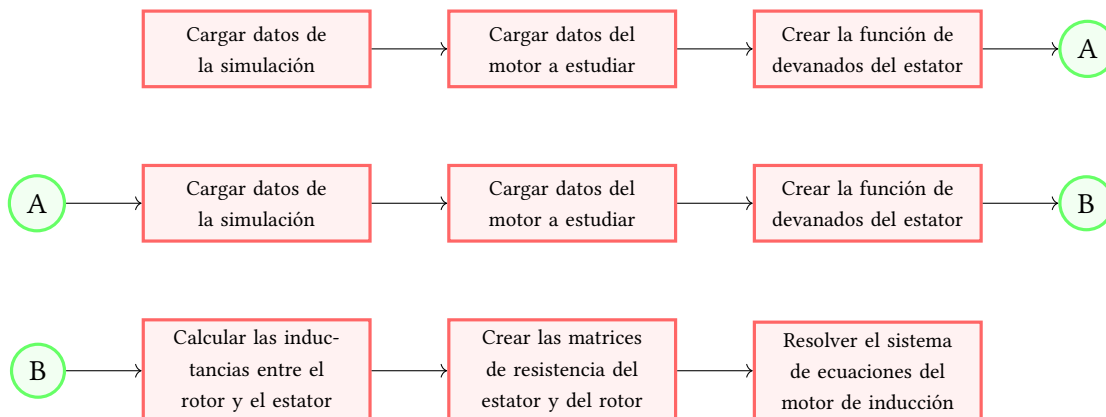


Figura B.1: Diagrama de bloques que describe los pasos para la solución del modelo matemático del motor de inducción

En los apartados siguientes se muestra y describe el código empleado para este trabajo.

B.1.1. CÓDIGO PRINCIPAL

Esta parte del código controla de forma general el flujo del programa para la solución del modelo matemático del motor de inducción. Desde aquí se llaman la funciones principales descritas en la Figura B.1, que son las encargadas de preparar las funciones necesarias y realizar los cálculos para la simulación.

Para utilizar otro motor basta con crear un archivo como el que se muestra en el apartado de la sección B.1.3, con los datos correspondientes del nuevo motor.

```

1 %Control de flujo principal para el cálculo de las inductancias del motor
2
3 clc
4 clear all
5
6 %Carga los datos generales de la simulación
7 Datos_Simulacion
8
9 %Carga los datos del Motor
  
```

```

10 %Fault Diagnosis of Induction Motor Capítulo 5 página 223 Example 5.1.
11 Datos_Motor_6
12
13 %Función del entrehierro
14 Funcion_Entrehierro
15
16 %Función de devanados del Estator
17 Funcion_Devanados_Estator
18
19 %Función de devanados del Rotor
20 Funcion_Devanados_Rotor
21
22 %Cálculo de las inductancias
23 Inductancias_Estator_Estator
24 Inductancias_Rotor_Rotor
25 Inductancias_Rotor_Estator
26
27 %Si se quiere usar sin cruzamiento comentar estos dos renglones
28 alfar=alfar*2*pi/(muestras-1);
29 cruzar_barras_2
30
31 %Creación de las matrices de resistencias del estator y el rotor
32 Creacion_Rs
33
34 %Se ejecuta la simulación
35 Simulacion_7

```

B.1.2. DATOS DE LA SIMULACIÓN

En esta parte del código se capturan los datos necesarios para realizar la simulación, como son el número de muestras que se tendrán en el intervalo de 0 a 2π , el valor de μ_0 (no se debe cambiar), la discretización de las muestras y se define un vector que se utiliza como auxiliar en el resto del programa.

De igual forma se define el grado de excentricidad. Si $E_e = 0$ y $E_d = 0$ se simula el motor sin falla. Si $E_e \geq 0$ y $E_d = 0$ se simulará motor con excentricidad estática. De igual manera si $E_d \geq 0$ y $E_e = 0$ se simulará motor con excentricidad dinámica.

Por último se definen los datos para la simulación; tiempo inicial [T_{ini}], tiempo final [T_{fin}] y el paso de integración [Dt].

```

1 %Datos generales para obtener las inductancias del motor
2
3 muestras=1440;           %Total de muestras en 2*pi
4 mu0=0.0000012566;      %Valor de mu0
5 dx=2*pi/(muestras-1);  %Discretización de las muestras
6 dtheta=0:dx:2*pi;      %Vector auxiliar de integración
7

```

```

8 % Grado de excentricidad
9 Ee=0.0;           %Excentricidad Estática
10 Ed=0.0;          %Excentricidad Dinámica
11
12 %Datos para la simulación
13 Tini=0;           %Tiempo inicial
14 Tfin=3;           %Tiempo final
15 Dt=1e-3;          %Paso de simulación

```

B.1.3. INFORMACIÓN QUE DESCRIBE LAS CARACTERÍSTICAS FÍSICAS DEL MOTOR ESTUDIADO

En este apartado se describen las variables que permiten describir el motor bajo estudio, desde el voltaje de alimentación, la frecuencia, el tipo de conexión, así como la información de la distribución del devanado del estator.

```

1 % Datos de entrada del motor
2 % Fault Diagnosis of Induction Motor
3 % Capítulo 5 página 223 Example 5.1
4
5 Vfn=400;           %Voltaje de alimentación [V]
6 f=50;              %Frecuencia del sistema [Hz]
7 connection='Y';    %Conexión del motor
8
9 g0=0.40/1000;      %Distancia de entrehierro [m]
10 raes=(146.36/1000)/2; %Radio del estator [m]
11 raer=(146.36/1000)/2; %Radio del rotor [m]
12 loes=172.42/1000; %Longitud del estator [m]
13
14 nuVu=9;            %Número de vueltas por cada bobina del estator
15 nura=36;            %Número de ranuras del estator
16 nuba=30;           %Numero de barras del rotor
17
18 Rsta=0.296;        %Resistencia de los devanados del estator
19 Rb=64.5e-6;        %Resistencia de las barras del rotor
20 Lb=400e-9;         %Inductancia de las barras del rotor
21
22 %Ancho de la ranura del estator en muestras
23 anchran=(muestras/nura)-1;
24
25 J=0.3;             %Momento de inercia del motor
26 p=2;               %Pares de polos
27
28 alfar=muestras/nura; %Inclinación de las barras del rotor
29
30 %Distribución de bobinas del estator para cada fase
31 %El renglón impar es la ranura de inicio y el renglón impar es la ranura
32 %final de cada bobina.
33 %Renglones 1 y 2 Fase A
34 %Renglones 3 y 4 Fase B

```

```

35 %Renglones 5 y 6 Fase C
36 dibobi=[01 02 03 10 11 12 19 20 21 28 29 30;
37          08 09 10 17 18 19 26 27 28 35 36 01;
38          07 08 09 16 17 18 25 26 27 34 35 36;
39          14 15 16 23 24 25 32 33 34 05 06 07;
40          13 14 15 22 23 24 31 32 33 04 05 06;
41          20 21 22 29 30 31 02 03 04 11 12 12];
42 %Signos de las bobinas de los devanados del estator.
43 %Signo positivo, la bobina está enrollada hacia adelante
44 %Signo negativo, la bobina está enrollada hacia atrás
45 dibosi=['+' '+' '+' '-' '-' '-' '+' '+' '+' '-' '-' '-';
46         '+' '+' '+' '-' '-' '-' '+' '+' '+' '-' '-' '-';
47         '+' '+' '+' '-' '-' '-' '+' '+' '+' '-' '-' '-'];

```

B.1.4. CREACIÓN DE LA FUNCIÓN DEL ENTREHIERRO

Esta sección está dedicada a crear la función del entrehierro utilizada para calcular las inductancias del motor. Esta parte está diseñada para trabajar con cualquier tipo de excentricidad, sea esta estática, dinámica o con el motor sin falla, dependiendo de los valores de E_e y E_d como se explicó en la sección B.1.2.

```

1 % Cálculo de la función del entrehierro
2
3 P1=zeros(1,muestras);
4 if Ee>0 && Ed==0
5     %Excentricidad estática
6     rho=Ee;
7     mEx='Estatica';
8 elseif Ee==0 && Ed>0
9     %Excentricidad dinámica
10    rho=Ed;
11    mEx='Dinamica';
12 else
13    %Motor normal
14    mEx='Normal';
15 end
16 switch mEx
17     case 'Estatica'
18         k=0;
19         for teta=dtheta
20             k=k+1;
21             g(k)=g0*(1-Ee*cos(teta));
22         end
23         P1=1./g;
24     case 'Dinamica'
25         r=0;
26         for phi=dtheta
27             r=r+1;
28             k=0;

```

```

29         for teta=dtheta
30             k=k+1;
31             g(r,k)=circshift(g0*(1-Ed*cos(phi-teta)),r-1);
32         end
33         P1(r,:)=1./g(r,:);
34         plot(P1(r,:))
35     end
36     case 'Normal'
37         P1=1./g0;
38 end

```

B.1.5. CREACIÓN DE LA FUNCIÓN DE DEVANADOS DEL ESTATOR

La función de devanados, así como la función de devanados modificada es creada en esta parte del código. Si bien el código está preparado para un motor trifásico, en caso de ser requerido, este código puede modificarse fácilmente para cualquier número de fases.

```

1  % Aquí se calcula la función de devanados del estator del motor
2
3  [r,c]=size(dibobi);
4  %Definición de función de devanados para cada bobina
5  n=zeros(3,c,muestras);
6  %Definición de función de devanados modificada para cada bobina
7  N=zeros(3,c,muestras);
8  %Definición de función de devanados del estator
9  ns=zeros(3,muestras);
10 %Definición de función de devanados modificada para el estator
11 Ns=zeros(3,muestras);
12 anchranest=0;
13
14 for F=1:1
15     mF=F+F-1;
16     mSum=zeros(1,muestras);
17     mSum2=zeros(1,muestras);
18     for mBob=1:c
19         mAux=zeros(1,muestras);
20         mAux2=zeros(1,muestras);
21         mI=anchran*(dibobi(mF,mBob)-1)+dibobi(mF,mBob);
22         mIa=mI+(anchranest-1);
23         mE=anchran*(dibobi(mF+1,mBob)-1)+dibobi(mF+1,mBob)-1;
24         mEb=mE-anchranest+1;
25         mS=dibosi(1,mBob);
26         if mS == '-'
27             nuBu=-1*nuVu;
28         else
29             nuBu=nuVu;
30         end
31         if mI<mE
32             j=0;
33             for i=round(mI):round(mE)

```



```

34         j=j+1;
35         if i<=mIa
36             n(F,mBob,i)=(nuBu/(anchranest-1))*(j-1);
37         elseif (i>mIa) && (i<=mEb)
38             n(F,mBob,i)=nuBu;
39         else
40             n(F,mBob,i)=nuBu-(nuBu/(anchranest-1))*(i-mEb-1);
41         end
42     end
43 else
44     for i=round(mI):muestras
45         n(F,mBob,i)=nuBu;
46     end
47     for i=1:round(mE)
48         n(F,mBob,i)=nuBu;
49     end
50 end
51 mAux(1,:)=n(F,mBob,1:muestras);
52 mSum(1,:)=mSum(1,:)+mAux;
53 end
54 ns(F,:)=mSum(1,:);
55 end
56 Ns(1,:)=ns(1,:)-mean(P1.*ns(1,:))/mean(P1);
57 ns(2,:)=circshift(ns(1,:),(120/p)*muestras/360);
58 Ns(2,:)=ns(2,:)-mean(P1.*ns(2,:))/mean(P1);
59 ns(3,:)=circshift(ns(2,:),(120/p)*muestras/360);
60 Ns(3,:)=ns(3,:)-mean(P1.*ns(3,:))/mean(P1);

```

B.1.6. CREACIÓN DE LA FUNCIÓN DE DEVANADOS DEL ROTOR

Al igual que en la sección anterior, en esta parte se crea la función de devanados del rotor, así como la función del rotor modificada.

```

1  % Aquí se calcula la función de devanados del rotor del motor
2
3  %Definición de función de devanados del rotor
4  nr=zeros(nuba,muestras);
5  %Definición de función modificada de devanados del rotor
6  Nr=zeros(nuba,muestras);
7
8  anchranrot=2*pi/nuba;
9  i=1;
10 for j=1:nuba
11     for teta=dtheta
12         mI=(j-1)*anchranrot;
13         mE=j*anchranrot;
14         if((teta>=mI)&&(teta<(mE)))
15             nr(j,i)=1;
16         else
17             nr(j,i)=0;

```

```

18     end
19     i=i+1;
20 end
21 i=1;
22 end
23
24 for j=1:nuba
25     k=0;
26     for teta=dtheta
27         k=k+1;
28         Nr(j,k)=nr(j,k)-mean(P1.*nr(j,:))/mean(P1);
29     end
30 end

```

B.1.7. CÁLCULO DE LAS INDUCTANCIAS DEL MOTOR

Como ya se mencionó en el Capítulo 2, el cálculo de las inductancias del motor es fundamental para la simulación del motor de inducción.

En los siguientes apartados describen el código para calcular las inductancias entre las bobinas del estator, Sección B.1.7, inductancias entre las barras del rotor, Sección B.1.7 y las inductancias entre los devanados del estator y las barras del rotor, Sección B.1.7

INDUCTANCIAS ESTATOR-ESTATOR

```

1  % Aqui se calcula las Inductancias el Estator
2
3  Lss=zeros(3,3,muestras);
4  for i=1:3
5      for j=1:3
6          switch mEx
7              case {'Estatica', 'Normal'}
8                  k=0;
9                  for theta=dtheta
10                     k=k+1;
11                     Lss(i,j,k)=mu0*raes*loes*trapz(dtheta,P1.*Ns(i,:).*ns(j,:));
12                 end
13             case 'Dinamica'
14                 k=0;
15                 for theta=dtheta
16                     k=k+1;
17                     P2=circshift(P1(1,:),k-1);
18                     Ns(i,:)=ns(i,:)-mean(P2.*ns(i,:))/mean(P2);
19                     Lss(i,j,k)=mu0*raes*loes*trapz(dtheta,P2.*Ns(i,:).*ns(j,:));
20                 end
21             end
22     end
23 end
24

```

```

25 [mR, mC, mM]=size(Lss);
26 A=zeros(1,mM);
27 B=zeros(1,mM+1);
28 for i=1:mR
29     for j=1:mC
30         A(1,:)=Lss(i,j,:);
31         B(1,1:mM)=A(1,:);
32         B(1,mM+1)=interp1(A(1,:),mM+1,'pchip','extrap');
33         pLss(i,j,:)=B(1,:);
34     end
35 end
36
37 % Cálculo de la derivada de las inductancias del estator
38 DLss=diff(pLss,1,3)./dx;

```

INDUCTANCIAS ROTOR-ROTOR

```

1 % Aqui se calcula las Inductancias del Rotor
2
3 Lrr=zeros(nuba,nuba, muestras);
4 nLrr=zeros(nuba,nuba);
5 switch mEx
6     case 'Estatica'
7         for i=1:nuba
8             for j=1:nuba
9                 if i==j
10                    k=0;
11                    for theta=dtheta
12                        k=k+1;
13                        Lrr(i,j,k)=2*pi*mu0*raes*loes*mean(P1.*circshift
14                            (nr(i,:),k)).*(1-(mean(P1.*circshift(nr(i,:),k))
15                                /mean(P1)));
16                    end
17                else
18                    k=0;
19                    for theta=dtheta
20                        k=k+1;
21                        Lrr(i,j,k)=-2*pi*mu0*raes*loes*mean(P1.*circshift
22                            (nr(i,:),k)).*mean(P1.*circshift(nr(j,:),k))
23                                /mean(P1));
24                    end
25                end
26            end
27        end
28    case 'Dinamica'
29        for i=1:nuba
30            for j=1:nuba
31                if i==j
32                    k=0;
33                    for theta=dtheta
34                        k=k+1;
35                        Lrr(i,j,k)=2*pi*mu0*raes*loes*mean(P1(1,:).*
36                            circshift(nr(i,:),k)).*(1-(mean(P1(1,:).*

```

```

37         circshift(nr(i,:),k)/mean(P1(1,:)));
38     end
39     else
40         k=0;
41         for theta=dtheta
42             k=k+1;
43             Lrr(i,j,k)=-2*pi*mu0*raes*loes*mean(P1(1,:).
44                 circshift(nr(i,:),k)).*mean(P1(1,:).
45                 circshift(nr(j,:),k))/mean(P1(1,:));
46         end
47     end
48 end
49 end
50 case 'Normal'
51     Lself=mu0*raes*loes*2*pi*(nuba-1)/(g0*nuba^2);
52     Lmutu=-mu0*raes*loes*2*pi/(g0*nuba^2);
53     [~,mM]=size(dtheta);
54     for k=1:mM
55         for i=1:nuba
56             for j=1:nuba
57                 if i==j
58                     Lrr(i,j,k)=Lself+(2*(Lb+Le));
59                 elseif i==j-1
60                     Lrr(i,j,k)=Lmutu-Lb;
61                 elseif i==j+1
62                     Lrr(i,j,k)=Lmutu-Lb;
63                 else
64                     Lrr(i,j,k)=Lmutu;
65                 end
66             end
67         end
68         Lrr(1,nuba,k)=Lmutu-Lb;
69         Lrr(nuba,1,k)=Lmutu-Lb;
70     end
71 end
72
73 [mR, mC, mM]=size(Lrr);
74 A=zeros(1,mM);
75 B=zeros(1,mM+1);
76 for i=1:mR
77     for j=1:mC
78         A(1,:)=Lrr(i,j,:);
79         B(1,1:mM)=A(1,:);
80         B(1,mM+1)=A(1,1);
81         pLrr(i,j,:)=B(1,:);
82     end
83 end
84 % Cálculo de la derivada de las inductancias del rotor
85 DLrr=diff(pLrr,1,3)./dx;

```

INDUCTANCIAS ROTOR-ESTATOR

```
1  % Aqui se calcula la Inductancias entre el Rotor y el Estator
2
3  switch mEx
4      case {'Estatica', 'Normal'}
5          for i=1:3
6              for j=1:nuba
7                  k=0;
8                  for theta=dtheta
9                      k=k+1;
10                     Lsr(i,j,k)=mu0*raes*loes*trapz(dtheta,Ns(i,:). *
11                                     circshift(Nr(j,:),k).*P1);
12                     end
13                 end
14             end
15         case 'Dinamica'
16             for i=1:3
17                 for j=1:nuba
18                     k=0;
19                     for theta=dtheta
20                         k=k+1;
21                         P2=circshift(P1(1,:),k);
22                         Ns(i,:)=ns(i,:)-mean(P2.*ns(i,:))/mean(P2);
23                         Lsr(i,j,k)=mu0*raes*loes*trapz(dtheta,P2.*Ns(i,:). *
24                                     circshift(nr(j,:),k));
25                     end
26                 end
27             end
28         end
29
30     [mR, mC, mM]=size(Lsr);
31     A=zeros(1,mM);
32     B=zeros(1,mM+1);
33     for i=1:mR
34         for j=1:mC
35             A(1,:)=Lsr(i,j,:);
36             B(1,1:mM)=A(1,:);
37             B(1,mM+1)= A(1,1);
38             pLsr(i,j,:)=B(1,:);
39         end
40     end
41
42     % Cálculo de la derivada de las inductancias entre el rotor y el estator
43     DLsr=diff(pLsr,1,3)./dx;
```

B.1.8. CREACIÓN DE LAS MATRICES DE RESISTENCIA DEL ESTATOR Y EL ROTOR

Para completar el modelado del motor, son necesarias las matrices de resistencias del estator y el rotor, mismas que son calculadas con el código descrito en esta sección.

```

1  %Creación de la matriz de resistencias del estator
2
3  Rs=zeros(3,3);
4  for i=1:3
5      Rs(i,i)=Rsta;
6  end
7
8  %Creación de la matriz de resistencias del rotor
9  Rr=zeros(nuba,nuba);
10 for i=1:nuba
11     for j=1:nuba
12         if j==i+1 || j==nuba
13             Rr(i,j)=-Rb;
14             Rr(j,i)=-Rb;
15         end
16         if j==i
17             Rr(i,j)=2*(Rb+Re);
18         end
19     end
20 end
21 Rr(1,nuba)=-Rb;
22 Rr(nuba,1)=-Rb;

```

B.1.9. CÓDIGO QUE RESUELTE EL MODELO MATEMÁTICO DEL MOTOR DE INDUCCIÓN

Una vez creadas las matrices necesarias para describir el motor de inducción, es necesario resolver el sistema de ecuaciones que se forma con las mismas, tal como se describió en el Capítulo ??.

```

1  %Simulación hecha como en el libro Fault diagnosis of Induction Motor
2
3  [mF, mB, mM]=size(Lsr);
4  N=(Tfin-Tini)/Dt;
5  theta(1)=0;
6  W(1)=0;
7  TL(1:600)=0;
8  TL(601:Tfin/Dt)=0;
9  w=2*pi*f;
10 Rsmod=cambiaMat(Rs);
11 fis(1:mF,1)=0;
12 fir(1:mB,1)=0;
13 Is(1:mF,1)=0;
14 Ir(1:mB,1)=0;
15 mInt=0;
16
17 for k=1:N
18     if k==1
19         t=0;
20     else
21         t=t+Dt;
22     end

```

```

23
24 Vs(1,k)=sqrt(2)*(Vfn/sqrt(3))*sin(w*t);
25 Vs(2,k)=sqrt(2)*(Vfn/sqrt(3))*sin(w*t-2*pi/3);
26 Vs(3,k)=sqrt(2)*(Vfn/sqrt(3))*sin(w*t+2*pi/3);
27 Us(1,k)=Vs(1,k)-Vs(2,k);
28 Us(2,k)=Vs(2,k)-Vs(3,k);
29 Us(3,k)=Vs(3,k)-Vs(1,k);
30
31 mInt=(theta(k)*((mM-1)/(2*pi))+1;
32
33 LSR=mInterp(Lsr,mInt);
34 DLSR=mInterp(DLsr,mInt);
35 LSS=mInterp(Lss,mInt);
36 DLSS=mInterp(DLss,mInt);
37 LRR=mInterp(Lrr,mInt);
38 DLRR=mInterp(DLrr,mInt);
39 DLRS=permute(DLSR,[2 1 3]);
40
41 mMsmod=cambiaMat(LSR);
42 Msmod=[mMsmod(1,:); mMsmod(2,:);zeros(1,mB)];
43
44 mMssmod=cambiaMat(LSS);
45 Mssmod=[mMssmod(1,:); mMssmod(2,:);ones(1,mF)];
46
47 fis(:,k+1)=fis(:,k)+Dt*(Us(:,k)-Rsmod*Is(:,k));
48 fir(:,k+1)=fir(:,k)-Dt*Rr*Ir(:,k);
49
50 mfismod(:,k+1)=cambiaMat(fis(:,k+1));
51 fismod(:,k+1)=[mfismod(1,k+1);mfismod(2,k+1);0];
52
53 K=LSR'*pinv(Mssmod)*Msmod-LRR;
54 L=LSR'*pinv(Mssmod)*fismod(:,k+1)-fir(:,k+1);
55 Is(:,k+1)=pinv(Mssmod)*(fismod(:,k+1)-Msmod*pinv(K)*L);
56 Ir(:,k+1)=pinv(K)*L;
57
58 Te(k)=0.5*(Is(:,k+1)'+DLSS*Is(:,k+1)+Is(:,k+1)'+DLSR*Ir(:,k+1)+
59 Ir(:,k+1)'+DLRS*Is(:,k+1)+Ir(:,k+1)'+DLRR*Ir(:,k+1));
60
61 W(k+1)=(W(k)+Dt*(Te(k)-TL(k))./J);
62 theta(k+1)=theta(k)+Dt*W(k+1);
63 theta(k+1)=mod(theta(k+1),2*pi+dx);
64 end

```

Una vez resuelto el sistema de ecuaciones del motor de inducción, como resultado de este código, se podrán utilizar las corrientes del estator, matriz **Is**, las corrientes del rotor, matriz **Ir**, el torque desarrollado por el rotor, vector **Te**, la velocidad del rotor, vector **W**. De igual manera la posición del rotor es guardada en el vector **theta**.

Cada una de estas variables está disponible para graficar y su posterior análisis.

B.1.10. FUNCIONES AUXILIARES DEL CÓDIGO

En este apartado se describen las funciones *CambiarMat* y *Cruzar_barras_2* utilizadas para el funcionamiento del código.

```
1 function [ mMatx ] = cambiaMat( mMat )
2 %Cambia una matriz restando sus elementos
3
4 [mX,mY,mZ]=size(mMat);
5 if mZ==1
6     for i=1:mX-1
7         mMatx(i,:)=mMat(i,:)-mMat(i+1,:);
8     end
9     mMatx(mX,:)=mMat(mX,:)-mMat(1,:);
10 else
11     for i=1:mX-1
12         mMatx(i,,:,)=mMat(i,,:,)-mMat(i+1,,:,);
13     end
14     mMatx(mX,,:,)=mMat(mX,,:,)-mMat(1,,:,);
15 end
16 end
```

```
1 % Cálculo de las inductancias tomando en cuenta el cruzamiento de las barras
2 % del rotor
3
4 clear A
5 [mF, mB, mM]=size(Lsr);
6
7 Dl=(2*pi/mM)*loes/alfar;
8 mN=round(loes/Dl);
9 mLsr=Lsr./loes;
10
11 for i=1:mF
12     for j=1:mB
13         A(1,:)=mLsr(i,j,:);
14         for psi=1:mN
15             aLsr1sk(:,psi)=circshift(A(1,:),-psi);
16         end
17         Lsrsk(i,j,:)=trapz((-loes/2)+loes/mN:loes/mN:loes/2,aLsr1sk,2);
18     end
19 end
20
21 %Calculo de la derivada
22 [mR, mC, mM]=size(Lsrsk);
23 A=zeros(1,mM);
24 B=zeros(1,mM+1);
25 for i=1:mR
26     for j=1:mC
27         A(1,:)=Lsrsk(i,j,:);
28         B(1,1:mM)=A(1,:);
29         B(1,mM+1)= A(1,1);
```



```
30         pLsr(i,j,:)=B(1,:);
31     end
32 end
33
34 DLsr=diff(pLsr,1,3)./dx;
35 Lsr=Lsrsk;
36 mDLsr(:, :)=DLsr(1,1,:);
```



Esquemas de diagnóstico de falla en los rodamientos del motor de inducción.

Actualmente están reportadas en la literatura una gran variedad de métodos para detectar las fallas en los rodamientos de los motores de inducción.

El principal problema al que se enfrentan estos métodos es que la cantidad de información disponible en las corrientes del estator es directamente proporcional al tamaño de la falla.

Los métodos reportados en la literatura son muy variados y van desde el análisis estadístico de frecuencias, Transformada Rápida de Fourier (FFT), hasta el uso de wavelets y transformadas de Park para las corrientes, entre otros. En [5] se presenta un trabajo que enumera trabajos relacionados con estos temas.

La mayoría de las máquinas eléctricas usan cojinetes de bola o elementos rodantes para su funcionamiento. Cada uno de estos rodamientos consta de dos anillos, uno interior y el otro exterior. Un conjunto de bolas o elementos rodantes colocados en pistas giran dentro de estos anillos. Incluso en condiciones normales de funcionamiento con carga equilibrada y buena alineación, pueden producirse fallas por fatiga.

Estas fallas pueden conducir a un aumento de los niveles de vibración y ruido de la máquina cuando está funcionando. Cuando el tiempo de uso hace que piezas pequeñas se suelten del rodamiento, puede ocurrir descamación o desprendimiento del material que compone los rodamientos.

Además de las tensiones internas de funcionamiento normales, causadas por la vibración, la excentricidad inherente y las corrientes de los cojinetes debido a las unidades de estado sólido asociadas al motor, los rodamientos pueden estropearse por muchas otras causas externas, tales como:

- Contaminación y corrosión causadas por picaduras y la acción de disminución de la dureza del material debido a partículas diminutas abrasivas o a la acción corrosiva del agua, ácido, etc.
- Lubricación incorrecta; que incluye tanto la lubricación excesiva como la insuficiente, que provoca calentamiento y abrasión.
- Instalación incorrecta del rodamiento. Al forzar indebidamente el rodamiento en el eje o en la carcasa (debido a una desalineación) se forman muescas en los canales lo que trae consigo una especie de brincamiento.

Aunque casi el 40-45 % de todas las fallas del motor están relacionadas con los rodamientos, se ha informado muy poco en la literatura sobre la detección de fallas relacionadas con los rodamientos.

Las fallas en los cojinetes o rodamientos, pueden manifestarse como fallas de asimetría del rotor, que generalmente están cubiertas por categoría de fallas relacionadas con excentricidad.

A continuación se describen algunos de estos métodos reportados en la literatura cuya finalidad es detectar las fallas en los rodamientos o cojinetes del motor de inducción trifásico y que usan señales eléctricas para su detección.

C.1. MÉTODO ESTADÍSTICO ADAPTATIVO DE TIEMPO-FRECUENCIA

En [68] se informa sobre un método de detección de fallas del tipo tiempo-frecuencia, estadístico y adaptativo para fallas en rodamientos y barras rotas en el estator. Los experimentos se llevaron a cabo en rodamientos defectuosos con arañazos en las pistas exteriores y bolas de rodamiento, así como también, defectos de la jaula. Se afirma que todas las mediciones defectuosas se clasificaron correctamente como defectuosas, sin embargo, el procedimiento de detección, requirió una capacitación extensa para la extracción de características.

La idea clave es transformar la corriente del motor en un espectro de tiempo-frecuencia para capturar la variación de tiempo de las componentes de frecuencia y analizar el espectro estadísticamente para distinguir las condiciones de falla de las condiciones normales de operación del motor. Dado que cada motor tiene una geometría distinta, se propone adaptar un enfoque supervisado en el que el algoritmo está entrenado para reconocer las condiciones de funcionamiento normales del motor antes de la real detección de fallas.

El método consta de cuatro etapas: preprocesamiento, entrenamiento, prueba y postprocesamiento. En la etapa de preprocesamiento, los datos analógicos están sujetos a procedimientos típicos de acondicionamiento de señales. Durante la etapa de entrenamiento del algoritmo, el espectro de tiempo-frecuencia de la corriente se calcula y las características relevantes para las condiciones de falla se extraen utilizando el torque y la estimación de la velocidad mecánica. A continuación, el espacio de características se segmenta en las condiciones de funcionamiento normales del motor y se determina un conjunto de representantes y umbrales para cada modo de funcionamiento normal. La segmentación se realiza mediante segmentación estadística o estimación del par. Una vez que el algoritmo está entrenado para todas las condiciones de operación normales, comienza la etapa de prueba. En esta etapa, el espectro de tiempo-frecuencia del motor se adquiere periódicamente y las características relevantes a las condiciones de falla se extraen. A continuación, se calcula la distancia entre la función de prueba y el representante de cada condición de funcionamiento normal. Si la función de prueba está más allá del umbral de todas las condiciones de operación normales, se etiqueta como una señal de falla potencial. Durante la etapa de postprocesamiento, la prueba se repite varias veces para mejorar la precisión de la decisión final. La Figura C.1, muestra el diagrama de bloques de este método.

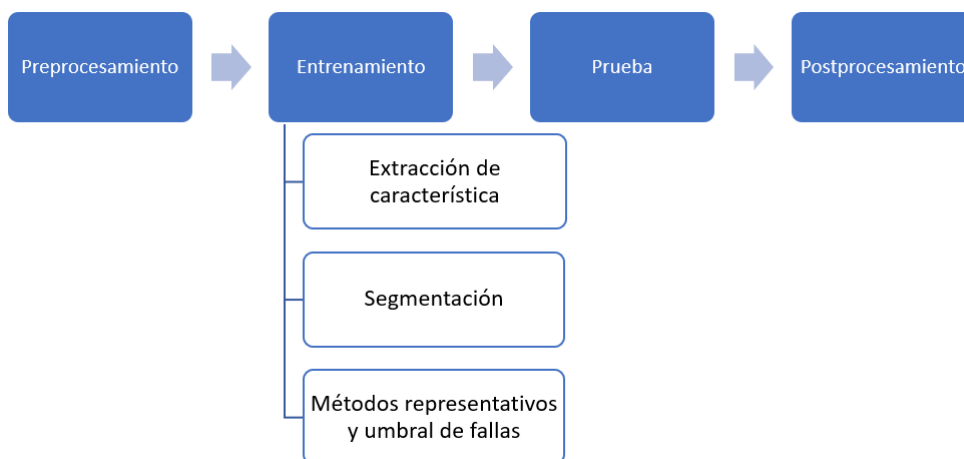


Figura C.1: Diagrama de bloques del método adaptativo de tiempo-frecuencia.

En este estudio se demostró que el espectro de frecuencia de tiempo revela las propiedades relevantes para la detección de fallas mejor que el espectro de Fourier en el dominio de la frecuencia. Además se concluye que las señales de los motores defectuosos están a varios cientos de desviaciones estándar de los modos de funcionamiento normales, lo que indica la potencia del enfoque estadístico propuesto.

Este método es matemáticamente general y poderoso, por lo que puede utilizarse para detectar cualquier falla que pueda aparecer en la corriente del motor.

C.2. TRANSFORMADA HILBERT-HUANG USADA PARA LA DETECCIÓN DE FALLAS EN RODAMIENTOS

Este método propone procesar las corrientes del estator usando la transformada de Hilbert-Huang basado en dos pasos: descomposición en modo empírico y transformación de Hilbert.

La descomposición en modo empírico se usa para determinar un conjunto de señales que representan un modo de oscilación simple llamadas funciones de modo intrínseco (FMI). Se supone que estos FMI son señales mono-componentes y pueden procesarse utilizando la técnica de demodulación. Posteriormente, la transformada de Hilbert se utiliza para calcular la amplitud instantánea (AI) y la frecuencia instantánea (FI) de estas FMI [70].

El análisis de la AI y de la FI permite identificar la firma de falla que se puede utilizar para un diagnóstico más preciso. La gravedad de la falla se evalúa en función de la energía de las FMI y la varianza de la AI y la FI de cada FMI. La Figura C.2 presenta el diagrama de bloques para este método.

C.3. ANÁLISIS POR APLICACIÓN DEL RADIO DEL VECTOR CORRIENTE O VECTOR DE PARK

Este método consiste en el análisis del módulo del vector de corriente o vector de Park, que es el vector que se obtiene de proyectar los tres vectores que representan las corrientes del estator sobre dos ejes, denominados i_D e i_Q respectivamente, que están en cuadratura entre sí. Con esto se obtiene un efecto equivalente al de los tres vectores originales.

En condiciones ideales el vector de Park posee un módulo de valor constante a medida que transita

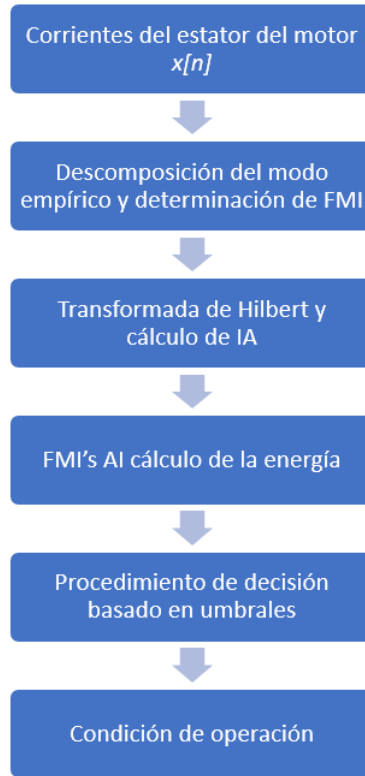


Figura C.2: Diagrama de bloques del método Hilbert-Huang.

el entrehierro de la máquina, tal como se expresa en la siguiente ecuación:

$$|i_D + ji_Q|^2 = \frac{3}{2} \cdot i_f^2 \quad (C.1)$$

Si se presenta una falla en alguno de los rodamientos de la máquina, en el espectro de corrientes aparecen componentes a ambos lados de la componente fundamental.

De este modo, la expresión de cada corriente de fase se modifica y el módulo del vector corriente (Vector de Park) queda expresado de la siguiente manera:

$$\begin{aligned}
 |i_D + ji_Q|^2 = \frac{3}{2} (i_f^2 + i_{dl}^2 + i_{dr}^2) + 3 \cdot i_f \cdot i_{dl} \cdot \cos(\omega_n t - \alpha + \beta_l) \\
 + 3 \cdot i_f \cdot i_{dr} \cdot \cos(\omega_n t + \alpha - \beta_r) \\
 + 3 \cdot i_{dr} \cdot i_{dl} \cdot \cos(2 \cdot \omega_n t - \beta_r + \beta_l)
 \end{aligned} \quad (C.2)$$

Donde:

- i_f Valor pico de la componente fundamental de la corriente de alimentación [A]
- i_{dl} Valor pico de la componente fundamental de la corriente de frecuencia inferior a la fundamental [A]
- i_{dr} Valor pico de la componente fundamental de la corriente de frecuencia superior a la fundamental [A]
- ω_n Frecuencia de las componentes i_{dl} o i_{dr} según corresponda [rad/s]
- α Ángulo inicial de la corriente de alimentación [grados]
- β_l Ángulo inicial de la corriente i_{dl} [grados]
- β_r Ángulo inicial de la corriente i_{dr} [grados]

De la fórmula anterior, se puede ver que la presencia de fallas producirá en el espectro del Módulo del Vector corriente, componentes adicionales en aquellas frecuencias que corresponden a las fallas. Así será posible detectar la presencia de estas fallas por inspección de dicho espectro en frecuencias [71].

C.4. TRANSFORMADA RÁPIDA DE FOURIER CLÁSICA (FFT)

Este método funciona con el siguiente proceso:

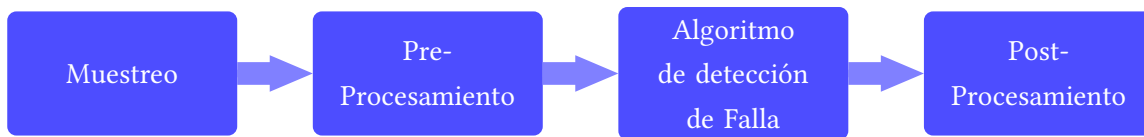


Figura C.3: Diagrama de bloques que describe los pasos del método de la Transformada Rápida de Fourier

Muestreo: El propósito es muestrear las señales de corriente del estator. Esto se hace removiendo la componente de excitación de la frecuencia de la línea a través de un filtro pasa-bajas y muestreando la señal resultante. Este proceso continúa sobre un periodo de muestreo que es suficiente para poder desarrollar la FFT.

Pre-procesamiento: Esta etapa convierte la señal muestreada al dominio de la frecuencia usando el algoritmo de la FFT. El espectro generado incluye solo la información de la magnitud de la información de cada componente de frecuencia. El ruido de la señal que está presente en el espectro calculado se reduce promediando un número predeterminado de espectros generados. Esto se puede lograr utilizando los espectros calculados a partir de múltiples sectores predefinidos (o ventanas) de un solo conjunto de muestras grande.

Algoritmo de detección de fallas: Con el fin reducir la gran cantidad de información espectral a un nivel utilizable, se eliminan aquellos componentes que no proporcionan información de falla útil. Como el deslizamiento no es constante durante el funcionamiento normal, algunos de estos componentes son bandas en el espectro donde el ancho está determinado por la variación máxima en el deslizamiento del motor.

Pos-procesamiento: Ya que una falla no es un evento aislado, sino que continúa degradando el motor, el pos-procesamiento diagnostica los componentes de frecuencia y luego los clasifica para cada falla específica.

De forma general este método presenta la oportunidad de mejorar en la medida que se logren disminuir las distorsiones de la forma de onda del espectro del ruido.

C.5. POTENCIA INSTANTÁNEA CON FFT

En este método la potencia instantánea es usada en lugar de las corrientes del estator para la detección de las fallas.

Se ha demostrado que la cantidad de información que es posible extraer de la potencia instantánea, que es el producto de la corriente por el voltaje, es más alta que la que se extrae de solamente la corriente. De hecho, además de los componentes fundamentales y los dos componentes clásicos de banda lateral, el espectro de potencia instantánea contiene un componente adicional directamente en la frecuencia de modulación.

$$p(t) = p_0(t) + \frac{MV_{LL}I_L}{2} \left\{ \cos[(2\omega + \omega_{osc})t - \varphi - \frac{\pi}{6}] + \cos[(2\omega - \omega_{osc})t - \varphi - \frac{\pi}{6}] + 2\cos(\varphi + \frac{\pi}{6})\cos(\omega_{osc}t) \right\} \quad (C.3)$$

Donde:

p	Potencia instantánea modulada
p_0	Potencia instantánea
M	Índice de modulación
V_{LL}	Valor RMS del voltaje de línea a línea
I_L	Corriente de línea
ω	Frecuencia de la fuente en radianes
φ	Ángulo de la carga del motor
ω_{osc}	Frecuencia de oscilación en radianes

Todas las armónicas de falla son trasladadas a la banda de frecuencia de 0-100Hz. Esto constituye una gran ventaja, ya que el dominio de armónicos de falla está bien delimitado. Sin embargo, los espectros de potencia todavía son ruidosos, por lo que la potencia instantánea con FFT, no aporta mejoras importantes.

C.6. BI-ESPECTRO O ESPECTRO DE TERCER ORDEN

Este método surge de la estadística de orden superior. El bi-espectro se define en términos de la transformada de Fourier bidimensional de la secuencia de momento de tercer orden de un proceso.

Se reportan varios resultados satisfactorios en el empleo de este método. Estos resultados experimentales indican que la magnitud del bi-espectro de la componente dominante, causada por la rotación del motor, incrementa conforme aumenta la severidad de la falla.

Estos resultados indican que este método es capaz de proveer información esencial y adecuada para el monitoreo de la condición de los motores de inducción. En la Figura C.4, se muestra el diagrama de bloques de los pasos del método Bi-Espectro o Espectro de Tercer Orden.

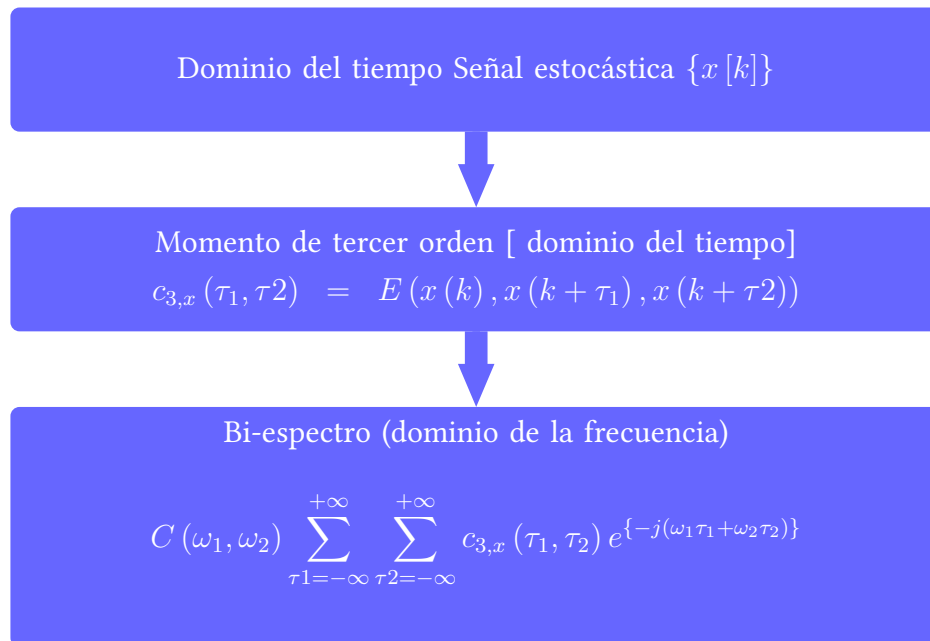


Figura C.4: Diagrama de bloques que describe los pasos del método Bi-Espectro o Espectro de Tercer Orden



UASLP
Universidad Autónoma
de San Luis Potosí



FACULTAD DE
INGENIERÍA

TESIS presentada a la Facultad de Ingeniería de la Universidad Autónoma de San Luis Potosí para obtener el grado de Maestro en Ingeniería en Sistemas Eléctricos de Potencia.

Jorge Luis Soto Murrieta
jsoto_murrieta@alumnos.uaslp.edu.mx
Enero, 2020