

Universidad Autónoma de San Luis Potosí

Facultad de Ingeniería



Centro de Investigación y Estudios de Posgrado

Maestría en Ingeniería Mecánica

Opción en Mecatrónica y Sistemas Mecánicos



**“ANÁLISIS Y DISEÑO DE UN  
MECANISMO PARA LA  
RECONFIGURACIÓN DE UN ROBOT  
PARALELO TIPO DELTA”**

Tesis que para obtener el título de:

**Maestro en Ingeniería Mecánica**

Presenta:

**Ing. José Alberto Lomelí Rodríguez**

Asesores:

**Dr. Mauro Eduardo Maya Méndez**

**Dr. Eduardo Castillo Castañeda**

Octubre, 2011

Universidad Autónoma de San Luis Potosí

Facultad de Ingeniería



Centro de Investigación y Estudios de Posgrado  
Maestría en Ingeniería Mecánica  
Opción en Mecatrónica y Sistemas Mecánicos



“ANÁLISIS DE Y DISEÑO DE UN MECANISMO PARA LA  
RECONFIGURACIÓN DE UN ROBOT PARALELO TIPO DELTA”

Presenta:

---

Ing. José Alberto Lomelí Rodríguez

Comité:

---

Dr. Mauro Eduardo Maya Méndez

---

Dr. Eduardo Castillo Castañeda

---

Dr. Emilio Jorge González Galván

---

Dr. Gilberto Mejía Rodríguez

---

# AGRADECIMIENTOS

Estos últimos años han representado para mí, unos de los más importantes e intensos de mi vida. Sin embargo, he tenido la gran suerte de conocer y trabajar con muchas personas que, en gran medida, me han ayudado a superar una etapa más de mi vida. Esta etapa culmina hoy con la presente tesis de maestría. A todas aquellas personas que han influido de manera positiva en mi vida les estaré eternamente agradecido.

Agradezco a Dios por la salud recibida, y con ello la oportunidad de lograr esta meta tan deseada.

A mis padres José Luis Lomelí Martínez y María del Rosario Rodríguez Flores, por su incondicional amor y apoyo a lo largo de todas las etapas de mi vida, pues sin ningún interés más que mi propio bienestar, nunca han escatimado para facilitarme las herramientas que me han ayudado a salir adelante. Su impecable ejemplo ha sido mi constante guía.

A mis hermanos Luis Gerardo y Liliana Lomelí Rodríguez, por el apoyo siempre brindado a lo largo de mi vida. Sus consejos han permitido tomar siempre las mejores decisiones para ir por el camino correcto.

A mis asesores Mauro Eduardo Maya Méndez y Eduardo Castillo Castañeda, quienes confiaron en mí para la realización de este trabajo. Les agradezco que siempre me hayan facilitado los medios para realizar mis actividades y su guía ha significado un aporte invaluable para realizar este trabajo.

A mis amigos y compañeros, quienes siempre me han brindado una palabra de aliento cuando más la he necesitado. Su compañía me ha ayudado a convertir este sueño en realidad.

Finalmente, quiero agradecer al Concejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACyT), por haber financiado mis estudios de maestría otorgándome una beca, a la Universidad Autónoma de San Luis Potosí y al Posgrado de Ingeniería Mecánica por el apoyo otorgado.

---

# RESUMEN

La presente tesis de maestría aborda las etapas del análisis y del diseño de un mecanismo que permita reconfigurar a un robot paralelo tipo Delta existente. El cambio de configuración se pretende obtener al hacer variar uno de los parámetros del robot (longitud de los eslabones).

En términos generales, los robots manipuladores paralelos presentan significativas ventajas en términos de la rigidez de su estructura, la capacidad de carga y la velocidad de operación en comparación con sus similares seriales, sin embargo, su mayor deficiencia radica en el reducido espacio de trabajo con el que cuentan. Por lo anterior, resulta interesante estudiar la manera de variar (tanto en forma como en volumen) su espacio de trabajo a través del cambio en la configuración de su estructura.

Como parte de las aportaciones principales generadas a partir de este trabajo de investigación, se proponen métodos para realizar los estudios de la variación de la forma y el volumen del espacio de trabajo y de la capacidad de carga al robot paralelo tipo Delta, que resultan, de hacer variar su configuración. Con base en los resultados de los análisis anteriores, se hace una propuesta de diseño para el mecanismo de reconfiguración, el cual será construido con el objetivo de formar parte del material didáctico y de prácticas del laboratorio. Además, el robot paralelo tipo Delta reconfigurable podrá ser utilizado como plataforma para futuros estudios relacionados con la temática.

Se analizó la variación de la forma y el volumen del espacio de trabajo resultante de hacer variar cada parámetro del robot por separado. Para ello se generaron algoritmos que permiten visualizar de manera gráfica y cuantificar (en volumen) el espacio de trabajo del robot. El resultado de este análisis permite seleccionar cuál parámetro del robot es el más pertinente para reconfigurar.

El estudio de la variación en la capacidad de carga como consecuencia de la reconfiguración del robot es un complemento del análisis previo. A través de éste se conoce el cambio en magnitud del peso que puede ser manipulado por el robot dentro de su espacio de trabajo para cada configuración.

Dichos estudios conducen a la concepción de un mecanismo que le permite al robot cambiar de configuración con el objetivo de adaptarse de la mejor manera a condiciones de espacio de trabajo y de capacidad de carga variantes en el tiempo.

---

# CONTENIDO

RESUMEN .....	iii
INTRODUCCIÓN .....	1
<b>1. ROBOTS PARALELOS RECONFIGURABLES .....</b>	<b>6</b>
1.1 Estado del Arte .....	6
1.1.1 Características de los Manipuladores Clásicos .....	7
1.1.2 Robots Paralelos .....	8
1.1.3 Historia de los Robots Paralelos .....	9
1.1.4 Robot Paralelo Tipo Delta .....	12
1.1.5 Robots Paralelos Reconfigurables .....	13
1.2 Modelo Geométrico del Sistema .....	18
1.2.1 Modelo Cinemático Directo .....	20
1.2.2 Modelo Cinemático Inverso .....	21
1.3 Espacio de Trabajo .....	22
1.3.1 Método para la Obtención del Espacio de Trabajo .....	23
1.4 Reconfiguración del Robot Paralelo Tipo Delta .....	24
<b>2. ANÁLISIS DE LA VARIACIÓN DEL ESPACIO DE TRABAJO .....</b>	<b>26</b>
2.1 Robot Paralelo Tipo Delta Parallax LKF-2040 .....	26
2.2 Espacio de Trabajo del Robot Parallax LKF-2040 .....	28
2.3 Variación del Espacio de Trabajo .....	29
2.3.1 Reconfiguración de la Plataforma Fija (R) .....	29
2.3.2 Reconfiguración del Eslabón Actuado (L1) .....	32
2.3.3 Reconfiguración del Paralelogramo (L2) .....	35
2.4 Análisis de Resultados .....	38
<b>3 ANÁLISIS DE LA VARIACIÓN DE LA CAPACIDAD DE CARGA .....</b>	<b>43</b>
3.1 Cálculo de la Capacidad de Carga Estática .....	43
3.2 Espacio de Carga .....	49
3.2.1 Reconfiguración del Espacio de Carga .....	50

3.3 Espacio de Carga Limitado .....	55
3.3.1 Reconfiguración del Espacio de Carga Limitado .....	56
4 DISEÑO DEL MECANISMO PARA LA RECONFIGURACIÓN .....	64
4.1 Requisitos de Diseño .....	64
4.2 Propuestas de Diseño .....	65
4.2.1 Criterios de selección .....	69
4.3 Selección de los Elementos del Mecanismo .....	71
4.4 Análisis de Deformación .....	77
4.5 Diseño Final del Mecanismo para la Reconfiguración .....	83
CONCLUSIONES .....	86
TRABAJO FUTURO .....	88
BIBLIOGRAFÍA .....	89

---

# INTRODUCCIÓN

A partir de la década de los setentas, muchos de los procesos industriales, médicos y de servicios se han ido automatizando mediante la introducción de tecnología robótica en los mismos. Lo anterior como resultado de la constante evolución en la variedad de productos y bienes manufacturados aunado a la siempre creciente necesidad de aumentar la eficiencia de los métodos de producción. Ello ha generando un aumento en el interés por el estudio, desarrollo y fabricación de robots manipuladores.

En particular, existe un gran esfuerzo dirigido hacia el desarrollo de nuevos robots que presenten mejores características en términos de la velocidad de operación, la capacidad de carga útil, las propiedades dinámicas, la precisión y la repetibilidad.

A partir de los avances realizados en los sistemas de control, algoritmos y sensores, los cuales no se discutirán aquí, los investigadores han tomado diferentes rutas de investigación para apuntar a los objetivos anteriores. Una línea de investigación consiste en considerar la posibilidad de diseñar robots con nuevas arquitecturas cinemáticas.

Es un hecho que la mayoría de los manipuladores robóticos usados en la actualidad son del tipo serial, esto se debe en gran medida a que su estructura cinemática es simple y abierta. Para este tipo de arquitectura, cada eslabón es del tipo binario, lo que quiere decir que están unidos solamente a otros dos eslabones, con excepción del efector final y la base que están unidos a un solo eslabón. Sin embargo, a pesar de que su estructura antropomórfica lleva a ecuaciones cinemáticas sencillas, esta estructura tiene algunos inconvenientes como:

- En muchos de los manipuladores seriales solo un motor se encuentra fijo; los demás se encuentran en movimiento al ubicarse en las uniones de los eslabones, lo que representa una parte sustancial de la carga inercial del robot.
- Debido al tipo de arquitectura serial, los eslabones se encuentran en una condición de cantiléver, provocando una flexión elástica bastante alta, lo que genera imprecisión en el posicionamiento del efector final además de efectos secundarios dinámicos indeseados.

Actualmente muchas aplicaciones robóticas requieren de condiciones de alta rigidez con altas capacidades de carga, por lo que introducir cadenas cinemáticas de lazo cerrado en manipuladores robóticos, o incluso construir manipuladores de arquitectura paralela, son posibilidades que han sido consideradas. Los manipuladores robóticos paralelos se caracterizan por el hecho de que el efector final se encuentra unido a la base por medio de varias cadenas cinemáticas generando una estructura de lazo cerrado. Se espera que los manipuladores paralelos presenten las siguientes características:

- Al mantener los motores fijos a la base, se tiene una mayor cantidad de potencia disponible, esto incrementa considerablemente la capacidad de carga útil y la velocidad de operación.
- Al eliminar las transmisiones de potencia entre sus juntas, la precisión se incrementa, al mismo tiempo que se reducen los costos de producción.

El aumento en años recientes en el uso de robots paralelos, ha provocado que muchos investigadores tomen a estas plataformas como objeto de numerosos estudios. Dichos estudios han impulsado el surgimiento de nuevas configuraciones (entre las cuales destacan el robot Delta presentado por Clavel [52], el robot Tricept patentado por K. N. Neumann [53] y la plataforma de Gough [1]) que permiten adaptar a los robots paralelos a una amplia gama de nuevas aplicaciones como son el corte, desbaste y taladrado de piezas metálicas, entre otras.

Tareas específicas como el empaquetado de productos a gran velocidad ubicaron al robot paralelo tipo Delta como un referente para el uso industrial, convirtiéndolo en unos de los robots de estructura paralela más utilizados actualmente. Sin embargo, la principal desventaja de los manipuladores paralelos radica en el reducido espacio de trabajo con que cuentan. Por tal motivo, existe un interés por la investigación concerniente al espacio de trabajo de estos manipuladores. Dentro de la bibliografía se encuentran varios estudios relacionados con el cambio del espacio de trabajo de los manipuladores paralelos a través de reconfigurar la longitud o posición de sus eslabones. Esta nueva gama de robots capaces de adaptarse a diferentes condiciones de trabajo variables son conocidos como *robots paralelos reconfigurables*. Sin embargo, no se reporta en la literatura ningún prototipo de robot paralelo tipo Delta con la capacidad de reconfigurarse.

Los motivos anteriores sugieren la propuesta de estudiar la conveniencia y los medios para reconfigurar un robot paralelo tipo Delta. En particular se trataría de generar un mecanismo que le permita a este robot cambiar la longitud de sus eslabones o la ubicación de los mismos de manera que se pueda tener como resultado un aumento-disminución en el volumen de su espacio de trabajo. Lo anterior, con el objetivo de adaptarse de la mejor manera a condiciones de trabajo o de capacidades de carga variantes en el tiempo.

La motivación de este trabajo de tesis radica en generar los métodos que permitan conocer y visualizar de manera gráfica la variación en el volumen y la forma del espacio de trabajo y de la capacidad de carga de un robot paralelo tipo Delta al cambiar de configuración. Como complemento a los análisis anteriores, se genera el diseño de un mecanismo que le otorga al robot Delta la capacidad de reconfigurarse.



## OBJETIVOS DE LA TESIS

El objetivo principal de la presente tesis de maestría se enfoca en el diseño de un prototipo de un mecanismo que permita la reconfiguración de un robot paralelo tipo Delta.

En la búsqueda de este objetivo se plantean tres partes principales: la primera radica en la determinación de los posibles medios de reconfiguración del robot, el análisis de su impacto en el espacio de trabajo del mismo y la selección del parámetro a reconfigurar. La segunda parte se enfoca al análisis de la variación de la capacidad de carga para el parámetro de reconfiguración seleccionado. Finalmente, en la tercera parte se propone el diseño del mecanismo encargado de la reconfiguración y la construcción de un prototipo funcional del mismo.

Los objetivos particulares generados directamente del trabajo de investigación se pueden resumir de la siguiente forma:

- Análisis de la variación del espacio de trabajo del robot al cambiar de configuración.
- Análisis de la variación en la capacidad de carga del robot al cambiar de configuración.
- Diseño de un mecanismo que permita la reconfiguración de un robot paralelo tipo Delta.
- Análisis de concentración de esfuerzos y deformaciones para los elementos que forman parte del diseño final del mecanismo
- Generación de planos y dibujos de taller para la futura construcción de un prototipo funcional del mecanismo de reconfiguración.

## CONTRIBUCIONES

Los objetivos planteados fueron cubiertos en su totalidad y entre las contribuciones generadas a partir del trabajo de investigación se encuentran las siguientes:

- Diseño del prototipo de un nuevo robot paralelo basado en la plataforma Delta, el cual puede cambiar de configuración para adaptarse a diferentes tipos de tareas según se requiera.
- Propuesta de un algoritmo a través del cual se puede visualizar de manera gráfica la forma del espacio de trabajo para cualquier configuración del robot.

- Propuesta de un algoritmo a través del cual se puede conocer la capacidad de carga estática en cualquier punto que forme parte del espacio de trabajo para cualquier configuración del robot.
- Se introduce el concepto de “Espacio de Carga”, el cual permite ver de forma gráfica (a través de una escala de colores) la variación de la capacidad de carga para una sección de corte realizado al espacio de trabajo.

Parte de este trabajo de tesis derivó en la siguiente publicación:

- **Alberto Lomelí**, Mauro Maya, Eduardo Castillo, Emilio González y Antonio Cárdenas, “Análisis de la variación del espacio de trabajo para un robot paralelo tipo Delta reconfigurable”. XIII Congreso Mexicano de Robótica. Matehuala, San Luis Potosí, México, Octubre de 2011.

## ESTRUCTURA DE LA TESIS

La presente tesis de maestría está organizada en 4 capítulos. En el capítulo 1, se describen las bases teóricas que sustentan el presente trabajo. Este capítulo describe la historia del surgimiento de los robots paralelos y se presentan los trabajos relacionados con la temática de los robots paralelos reconfigurables. También presenta la estructura del modelado de un robot paralelo tipo Delta, así como las posibles formas de reconfiguración para dicho robot.

El capítulo 2 aborda el problema de la obtención del espacio de trabajo (ET). Se presenta un método para visualizar, a través de una nube de puntos, la forma de las fronteras del ET y para conocer su volumen. Se analiza la variación (en forma y volumen) del ET que resulta de hacer variar uno a uno los parámetros del robot y finalmente se elige el parámetro más pertinente para obtener la reconfiguración deseada.

En el capítulo 3 se propone un método para el cálculo de la capacidad de carga estática: se realiza un barrido de todo el espacio de trabajo para conocer la magnitud de la máxima carga que se puede manipular en cualquier punto dentro del mismo. A fin de visualizar de manera gráfica la distribución de la capacidad de carga para cada reconfiguración, se introduce el término de *espacio de carga*, el cual ayuda a visualizar los puntos donde se concentra la máxima y mínima capacidad de carga para cada reconfiguración.

El capítulo 4 presenta la propuesta de diseño del mecanismo de reconfiguración. Se hace la selección de los componentes que forman parte del mecanismo con base en los cálculos requeridos. Se realiza un análisis de deformación y concentración de esfuerzos por medio del método del elemento finito para analizar el máximo error inducido en el efector final

por efecto de la deformación existente en el mecanismo como resultado de manipular la carga máxima útil.

Finalmente, se enumeran las contribuciones generadas del trabajo de investigación y, a partir del conocimiento y la experiencia adquirida, se plantean algunos problemas abiertos que pueden ser temas de investigación en el futuro.

## ROBOTS PARALELOS RECONFIGURABLES

### 1.1 ESTADO DEL ARTE

Un cuerpo rígido se puede mover de varias maneras en el espacio, a través de movimientos de traslación o de rotación; estos movimientos son conocidos como grados de libertad (GDL o DOF por sus siglas en inglés). Para un cuerpo rígido se dice que los grados de libertad no son más de 6 (los tres movimientos de traslación a lo largo de un sistema de ejes ortogonal y las tres rotaciones alrededor de dichos ejes). La posición y la orientación del cuerpo rígido se pueden describir por coordenadas generalizadas que consisten de las coordenadas que definen su posición y los ángulos que definen su orientación con respecto a un marco de referencia.

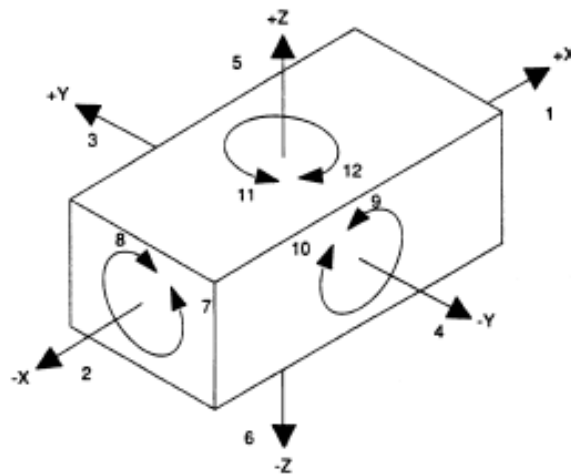


Figura 1. Grados de libertad para un cuerpo en el espacio

En la figura 1 se puede observar la representación de un cuerpo rígido en el espacio a través de un prisma rectangular. Este cuerpo está colocado dentro de un marco de referencia cartesiano (X, Y, Z) con origen dentro del cuerpo. Los seis grados de libertad del cuerpo

corresponden con los 3 de desplazamiento a lo largo de los ejes (X, Y, Z) más las tres rotaciones alrededor de esos mismos ejes. La figura muestra la ubicación y orientación de los ejes coordenados por medio de los números 1-6, mientras que las rotaciones alrededor de esos mismos ejes corresponden a los números 7-12.

Cuando se puede controlar uno o más de los diferentes grados de libertad de un cuerpo (asimilable a un cuerpo rígido) por medio de un sistema mecánico y este cuerpo es capaz de manipular objetos, se denomina a dicho sistema robot manipulador y al cuerpo “end-effector” o actuador final.

### 1.1.1 CARACTERÍSTICAS DE LOS MANIPULADORES CLÁSICOS

Generalmente los manipuladores robóticos presentan características antropomórficas, muy parecidas a un brazo humano. Este tipo de manipuladores están constituidos por una sucesión de cuerpos rígidos (eslabones), cada uno de ellos acoplado a su antecesor y a su sucesor por una junta de uno o más grados de libertad (por ejemplo, permitiendo la rotación del eslabón alrededor de un eje o la traslación del mismo). Esta arquitectura es llamada robot serial (Figura 2).

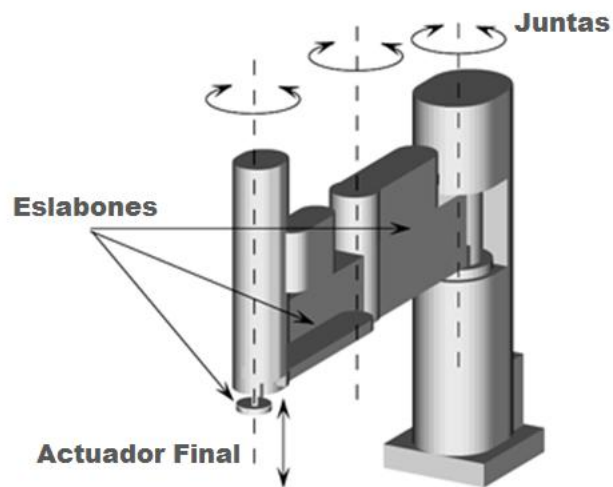


Fig. 2. Robot de arquitectura serial Scara de 4 grados de libertad.

Otras características propias de los robots seriales son la baja capacidad de carga manipulable en relación a su masa total y la poca precisión de posicionamiento. Esto se

debe en gran medida a que cada eslabón del robot serial debe soportar el peso de sus sucesores además del peso de la carga. Por lo anterior, los eslabones están sujetos a elevadas fuerzas que les provocan deformaciones de flexión. Para mantener esas flexiones dentro de límites aceptables es necesario diseñar eslabones más rígidos y esto generalmente lleva a un aumento en el peso de los mismos. La precisión del posicionamiento depende directamente de la magnitud de dichas deformaciones.

### 1.1.2 ROBOTS PARALELOS

A fin de presentar otros tipos de arquitecturas mecánicas para robots, se definirán algunos conceptos que permitan hacer una distinción clara entre los elementos que caracterizan a los robots.

Para cada eslabón de un manipulador, el *grado de conexión* es el número de cuerpos rígidos unidos a dicho eslabón por medio de una junta.

Cadenas cinemáticas simples: se pueden definir como aquellas en las que cada uno de sus eslabones posee un grado de conexión igual o menor a 2.

Cadenas cinemáticas de lazo cerrado: Se obtienen cuando todos sus eslabones poseen un grado de conexión igual o mayor a 2.

Los manipuladores seriales se pueden definir como cadenas cinemáticas simples para las cuales todos los grados de conexión para sus miembros son 2, excepto por dos de ellos, la base y el actuador final que en cuyo caso es de 1. Este tipo de cadenas son también llamadas de lazo abierto.

Varios de los problemas presentes en manipuladores seriales pueden resolverse mecánicamente al distribuir la carga usando más de una cadena cinemática que forme un lazo cerrado, el cual soportaría una fracción de la carga total.

De aquí se puede definir un robot paralelo como un robot compuesto por un efector con  $n$  grados de libertad y de una base fija, unidos entre sí por al menos dos cadenas cinemáticas que forman un lazo cerrado (también llamadas *piernas*), las cuales son actuadas de forma independiente. El movimiento del efector final se lleva a cabo a través de  $n$  actuadores simples.

Los robots paralelos, también conocidos como *hexápodos* o *máquinas cinemáticas paralelas*, son mecanismos de lazo cerrado que presentan un muy buen desempeño en términos de precisión, rigidez y habilidad para manipular grandes cargas en relación a su masa total (por ejemplo para los robots de la marca Fanuc, la serie F-200iB que es de

arquitectura paralela tiene una relación carga/masa total de 0.52, en comparación con la serie M-410iB de arquitectura serial para la que esta misma relación es de 0.08). Han sido utilizados en un gran número de aplicaciones que van desde astronómicas a simuladores de vuelos, y se han ido incrementando de manera popular en la industria de máquinas herramientas.

### 1.1.3 HISTORIA DE LOS ROBOTS PARALELOS

En 1947 Gough, quien trabajaba para la empresa llantera Dunlop Tires, estableció los principios básicos de un mecanismo de estructura cinemática de lazo cerrado [1], eso le permitió variar el posicionamiento y la orientación de una de las llantas de la compañía con respecto a una plataforma móvil (que simulaba el camino), con la finalidad de evaluar el desgaste presente en la llanta después de un tiempo de trabajo.



Fig. 3. El último prototipo de la plataforma de Gough usado en la compañía Dunlop Tires.

En la figura 3 se muestra la plataforma creada por Gough. Para esta arquitectura, el elemento móvil es una plataforma hexagonal en la que sus vértices están conectados a un eslabón por medio de una junta esférica. Un actuador lineal permite variar la longitud total del eslabón. El mecanismo es una estructura cinemática de lazo cerrado actuada por seis actuadores lineales. Construyó un prototipo de su máquina en 1955 el cual estuvo en servicio hasta el año 2000.

Como se menciona en el documento de I. A. Bonev [2], aunque la plataforma de Gough fue el primer diseño de un prototipo funcional de robot paralelo, los hexápodos ya eran bien conocidos anteriormente. Sistemas de este tipo son conocidos bajo el nombre de MAST (Multi Axial Simulation Table), con una disposición ortogonal de sus piernas. Son sumamente populares entre la comunidad de vibraciones, debido a que permiten realizar ensayos cíclicos multi-axiales y cuasi-estáticos para partes estructurales a gran escala, como sistemas de columnas, muros y puentes. La Fig. 4 muestra una MAST desarrollada en el departamento de ingeniería civil de la Universidad de Minnesota [3].

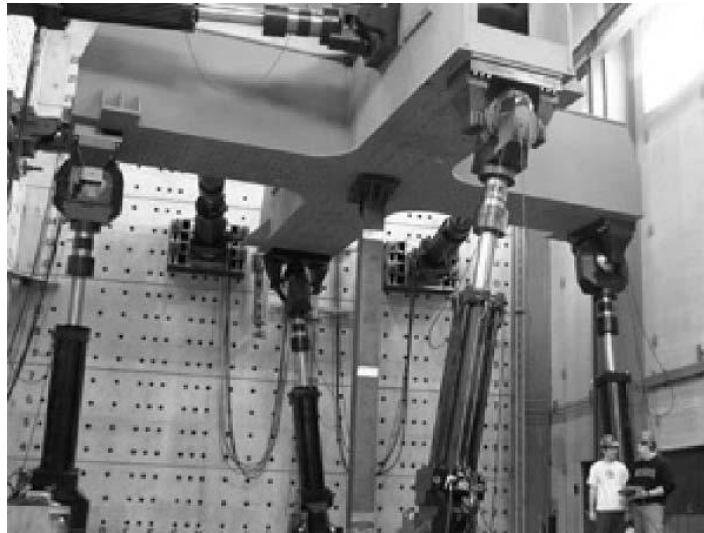


Fig. 4. MAST desarrollada en la Universidad de Minnesota para simulaciones de terremotos.

Sin embargo, el uso industrial a una mayor escala de este tipo de mecanismos empezó cuando se construyó el primer simulador de vuelos. Durante los años 60's, con el desarrollo de la industria aeronáutica, factores como el incremento en el costo del entrenamiento de los pilotos, aunado a la necesidad de probar nuevos equipos sin la necesidad de estar en el aire, llevaron a los investigadores a buscar mecanismos con varios grados de libertad que pudieran simular plataformas para cargas pesadas con alta dinámica. La Fig. 5 muestra los primeros simuladores de este tipo.



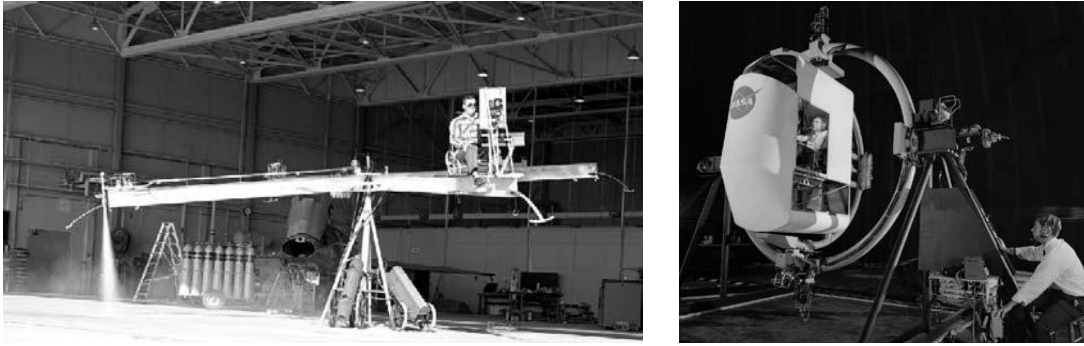


Fig. 5. Primeros simuladores de vuelo

En 1965, Stewart en [4] sugiere que los simuladores de vuelo deben ser ajustados dentro del mecanismo mostrado en la figura 6. Para esta estructura, el elemento en movimiento es una plataforma triangular (usada como cabina) cuyos vértices están cada uno conectados por medio de rótulas a otro mecanismo formado por dos pistones hidráulicos colocados también de forma triangular.

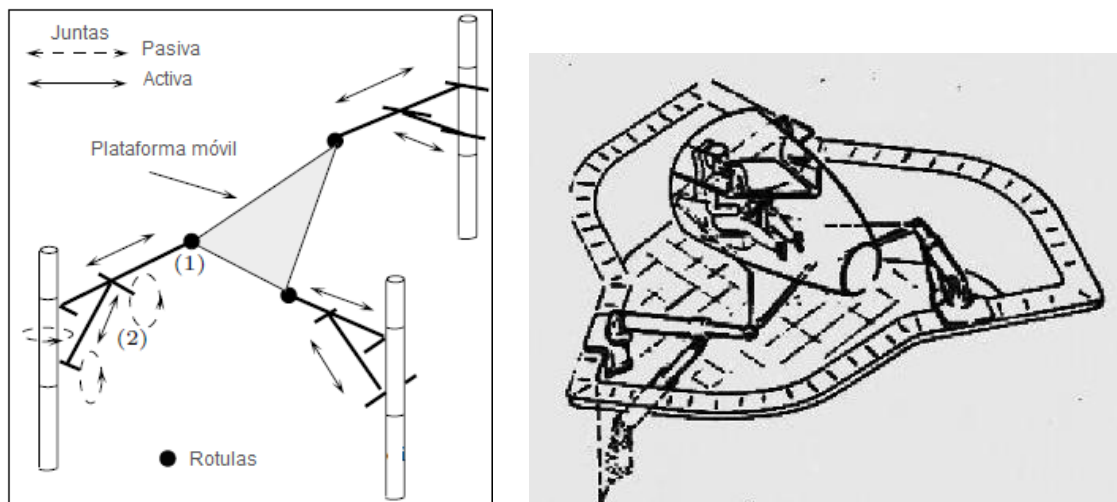


Fig. 6. Plataforma Stewart. El movimiento de la plataforma móvil se obtiene al modificar la longitud de los 6 pistones hidráulicos.

Sin embargo los robots paralelos son también considerados para otras aplicaciones diferentes a los simuladores de vuelo y de la evaluación de neumáticos. De acuerdo con Ilian Bonev [2], Willard L. V. Pollard estableció el diseño de un robot paralelo para una línea de pintura por aspersión automatizada, sin embargo nunca se construyó el prototipo.

Su hijo, Willard L. V. Pollard Jr. presentó, en octubre de 1934, una patente que fue emitida en junio de 1942, donde se describe la invención de su padre.

#### 1.1.4 ROBOT PARALELO TIPO DELTA

A principios de los años ochenta Reymond Clavel (profesor de EPFL, Escuela Politécnica Federal de Lausana Suiza), tuvo la idea de usar paralelogramos para construir un robot paralelos de tres grados de libertad traslacionales y un grado de libertad rotacional. Reymond Clavel llamó a su creación el robot Delta (figura 7), sin sospechar que al curso del siglo, se habría establecido como uno de los más exitosos diseños de robots paralelos.

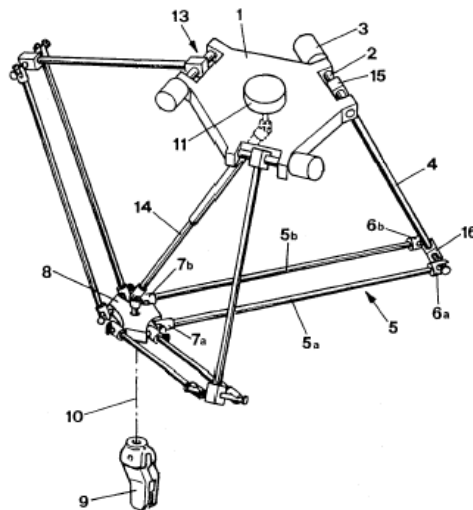


Fig. 7. Esquema del robot paralelo Delta de Clavel

La idea básica detrás del diseño del robot Delta es el uso de paralelogramos, los cuales permiten que el *eslabón de salida* (eslabón sucesor al paralelogramo, para este caso, es la plataforma móvil o número 8) conserve una orientación fija con respecto al *eslabón de entrada* (eslabón anterior al paralelogramo, para este caso, el eslabón actuado o número 4). En el esquema mostrado en la figura 7, se puede visualizar el uso de los tres paralelogramos (número 5) que restringen completamente la orientación de la plataforma móvil o eslabón de salida, la cual permanece con solo tres grados de libertad puramente traslacionales. Los eslabones de entrada (o actuados) de los tres paralelogramos están montados sobre palancas rotatorias por medio de juntas de revoluta. Las juntas de revoluta de las palancas rotatorias pueden ser actuadas de dos formas distintas: por medio de motores rotativos o bien, por

medio de actuadores lineales. Las uniones entre los eslabones de entrada y los paralelogramos son mediante juntas esféricas, de igual forma que las uniones entre los paralelogramos y la plataforma móvil. Finalmente, se utiliza un cuarto eslabón para transmitir el movimiento rotacional desde la base hacia el efector final montado en la plataforma móvil.

#### 1.1.5 ROBOTS PARALELOS RECONFIGURABLES

Se puede definir a los robots reconfigurables como una nueva clase de robots diseñados con base en una familia de piezas específicas las cuales permiten realizar cambios rápidos en la estructura del robot. Los robots reconfigurables se diseñan con el objetivo de cambiar su configuración de acuerdo a cambios en los requerimientos de la aplicación que se encuentren realizando. La reconfiguración puede estar relacionada con cambios en la funcionalidad del robot o con cambios en la dimensión de sus componentes mecánicos (eslabones).

Los robots reconfigurables surgen a partir de la introducción del concepto de *robot modular*. Se define a un robot modular como un sistema robótico para el cual sus juntas y eslabones son designados como componentes individuales o módulos, y que al reconfigurar dichos módulos se obtienen diferentes robots capaces de adaptarse a una diversidad de tareas requeridas.

Los primeros estudios fueron realizados sobre plataformas seriales, dando como resultado varios prototipos de robots reconfigurables del tipo serial. En [5] se describen el diseño y los problemas cinemáticos para un nuevo robot serial modular desarrollado para tareas de ensamble. Para este robot, todos sus componentes como lo son las juntas y los eslabones fueron diseñados como componentes individuales o módulos. El diseño mecánico de los módulos se realizó utilizando el principio de bloques de construcción (para este caso todos los módulos incluyendo los eslabones y juntas se diseñaron como unidades cúbicas). Estos componentes se conectan mediante interfaces mecánicas y electrónicas estandarizadas, lo que permite conectar cada módulo en diferente posición u orientación, según se requiera. La reconfiguración se realiza fuera de línea, debido a que es necesario realizar cambios en la posición y orientación de los módulos así como realizar las conexiones mecánicas y electrónicas necesarias.

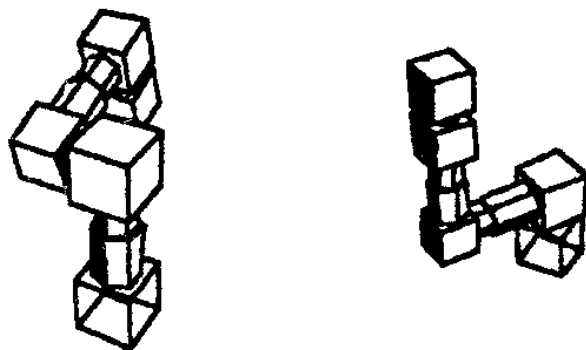


Fig. 8. Dos diferentes configuraciones para un robot serial reconfigurable

Aplicando el concepto de modularidad a los robots de arquitectura paralela, Fengfen Xi et al presentan en [6], un método para el diseño y análisis de los robots paralelos reconfigurables. Dentro de su trabajo proponen tres tipos de reconfiguración, los cuales son, geométrica, topológica y grupal. En la reconfiguración geométrica únicamente las dimensiones geométricas del robot paralelo son variadas de acuerdo a los requerimientos de la tarea. La reconfiguración topológica es el segundo nivel de reconfiguración, donde la estructura del robot se puede cambiar de manera que se obtienen diferentes grados de libertad bajo diferentes configuraciones, como ejemplo se puede mencionar el caso de un robot paralelo formado por 6 piernas (hexápodo) de 6 GDL, al desconectar de forma manual o automática una de las piernas del robot, se obtiene un nuevo robot ahora de 5 GDL. El más alto nivel de reconfiguración es la de grupo donde varios robots paralelos modulares son agrupados o separados (de forma manual o automática) para realizar varias operaciones, un ejemplo es alinear lado a lado dos robots paralelos de tres piernas que al unirse forman un hexápodo con nuevas características. El método presentado en [6] es para los dos últimos tipos de reconfiguración dando como resultado dos prototipos de robots paralelos reconfigurables.

En [7] y [8] se propone un método para el diseño y análisis cinemático de robots paralelos reconfigurables. El objetivo de estos documentos se centra en los problemas de selección de configuraciones, análisis cinemático y visualización del espacio de trabajo basado en una representación local del marco de la fórmula del producto de los exponenciales (POE), para una clase de robot paralelo de tres piernas. También son dados ejemplos computacionales para demostrar la efectividad de los algoritmos propuestos. La reconfiguración se realiza utilizando nuevamente el concepto de modularidad, donde es necesario cambiar la posición u orientación de cada módulo a fin de obtener diferentes configuraciones robóticas.

Julia Borrás et al presentan en [9] una plataforma paralela reconfigurable de 5-GDL 5-SPU (esférica, prismática, universal), basada en la plataforma de Gough, cuyos apoyos de las

piernas pueden ser reconfigurados de manera independiente, estática o dinámicamente, para adaptar la geometría de la plataforma a tareas particulares. Esto permite adaptar la geometría de la plataforma a tareas particulares sin incrementar la complejidad de su control. Las configuraciones aceptadas permiten reducir el riesgo de colisiones entre las piernas, o incluso mejorar la rigidez de la plataforma en una región de su espacio de configuración.

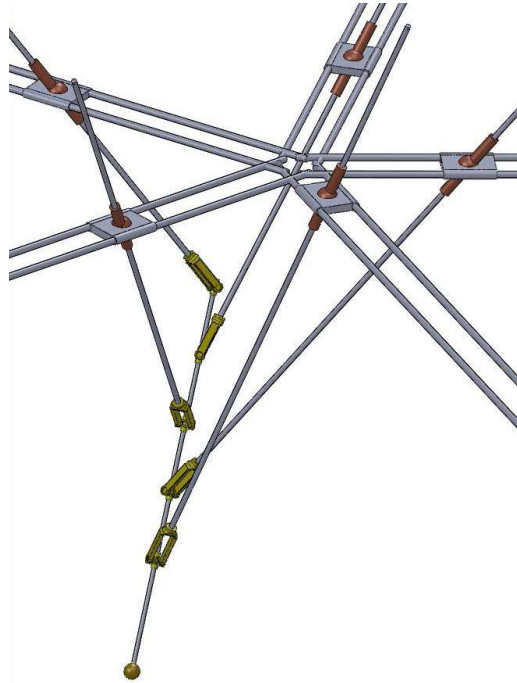


Fig. 9. Imagen de la propuesta de plataforma paralela reconfigurable por Julia Borrás et al.

En la figura 9 se muestra la propuesta de diseño de un mecanismo paralelo reconfigurable, el cual está formado por 5 cadenas cinemáticas (piernas) que forman un lazo cerrado. Las cinco piernas se unen al efector final de manera colineal. La distancia de los apoyos es variada a partir del centro de la base fija de manera independiente, lo que le permite a esta manipulador adaptarse a un mayor número tareas particulares variantes en el tiempo.

En [10] Cornel Brisan presenta aspectos concernientes al modelado y simulación de robots paralelos reconfigurables enfocados al desarrollo de máquinas herramientas. Basado en una plataforma Stewart, propone 3 modelos de robots paralelos reconfigurables de 4, 5 y 6 GDL respectivamente, de los cuales ya se han realizado prototipos. La reconfiguración de sus prototipos se realiza utilizando el concepto de modularidad. En este trabajo se parte de un robot paralelo de tres piernas y tres GDL, al cual se le pueden añadir nuevos módulos para formar nuevas cadenas cinemáticas y obtener robots con un mayor número de grados de libertad.

Finalmente, gran parte del desarrollo teórico antes mencionado, se puede ver culminado en trabajos como [11], el cual propone el diseño conceptual de un prototipo para una máquina herramienta paralela reconfigurable (PRMT por sus siglas en inglés) basada tanto en la aplicación como en la filosofía de la reconfiguración. Enfocada para el reacondicionamiento de moldes y matrices, la estructura está influenciada por las especificaciones para reparar y reacondicionar los moldes y matrices además del proceso de manufactura involucrado. La arquitectura de esta máquina herramienta reconfigurable se muestra en la figura 10, y se compone de tres columnas verticales (las cuales sirven como base fija), tres brazos o eslabones, tres bloques cuadrados, una barra circular y un hexápodo (donde se coloca la herramienta de trabajo). Cada columna se conecta a un solo eslabón o brazo a través de una junta de revoluto y una junta prismática, el otro extremo de los brazos se conecta a uno de los cubos por medio de una junta de revoluto, formando tres subestructuras idénticas. Estas tres subestructuras son conectadas entre sí por medio de una barra circular la cual está fija a los tres bloques. Las juntas prismáticas están actuadas por medio de actuadores lineales, permitiendo que los brazos se deslicen hacia arriba o debajo de la estructura vertical. La junta de revoluto que conecta el brazo a la estructura vertical en la unidad maestra (estructura de en medio) es actuada por un motor, esto causa la rotación de los tres brazos de forma simultánea. El brazo central se conecta a un hexápodo por medio de una junta de revoluto. El hexápodo soporta la herramienta de trabajo y adquiere la orientación proporcionada por el brazo. El mecanismo formado por la barra circular y los tres bloques incrementa la rigidez de toda la estructura. La reconfiguración se puede realizar durante el tiempo de trabajo. El prototipo se planea modelar para analizar su desempeño y posteriormente construir.

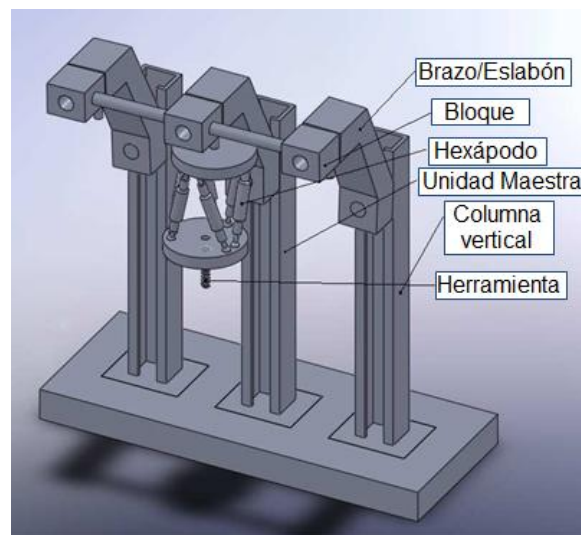


Fig. 10. Diseño conceptual de la máquina herramienta paralela reconfigurable propuesta en [12].

Por último en [12], se presenta un manipulador cinemático paralelo reconfigurable basado en la plataforma Gantry-Tau el cual se usa para una amplia variedad de tareas como el esmerilado, desbaste y corte, enfocado a la manufactura flexible en líneas de baja producción. Un aspecto adicional de este manipulador es la modularidad, la cual fue estudiada en términos de posibilidades de montaje y reconfiguración mecánica del efector final. Para la validación experimental se construyeron dos prototipos a escala completa.

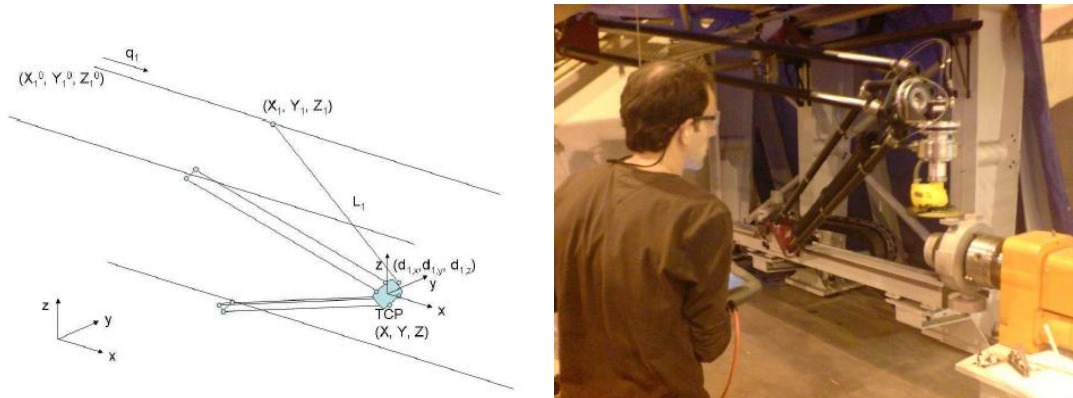


Fig. 11. Manipulador cinemático paralelo reconfigurable.

En la figura 11 se muestra un prototipo horizontal de un manipulador paralelo reconfigurable. La longitud de las piernas puede ser cambiada fácilmente al reemplazar los eslabones. Además, los actuadores (lineales) se pueden mover para modificar el espacio de trabajo del robot. De esta forma se obtiene, de manera sencilla, una reconfiguración del manipulador. Parte de esta reconfiguración se lleva a cabo en reposo (reconfiguración estática) y parte de ella puede llevarse a cabo con el robot en movimiento (reconfiguración dinámica), dependiendo del parámetro que se desee reconfigurar.

A pesar de que ya existen varias propuestas para reconfigurar a manipuladores paralelos con el fin de adaptarlos a condiciones de trabajo variables, no se reporta dentro de la literatura ningún trabajo relacionado con la reconfiguración de un robot Delta. En consecuencia, no existen los análisis relacionados con la visualización y cuantificación de su espacio de trabajo y su capacidad de carga al cambiar de configuración. Por tal motivo, resulta interesante generar los métodos que permitan percibir y cuantificar estos cambios y realizar una propuesta de diseño para un mecanismo de reconfiguración para robots Deltas, con base en los resultados obtenidos.

## 1.2 MODELO GEOMÉTRICO DEL SISTEMA

Como se puede apreciar en la figura 7, el robot Delta consiste de una plataforma móvil unida a una base fija, también llamada plataforma fija, por medio de tres cadenas cinemáticas. Se asume que las tres cadenas cinemáticas del robot Delta son idénticas. En la figura 12 se muestra una vista superior de un robot Delta. En esta figura se aprecia la plataforma fija (con forma de triángulo equilátero) horizontal y la proyección de cada una de las tres cadenas cinemáticas del robot sobre el plano horizontal. Los eslabones actuados o de entrada están conectados con la plataforma fija mediante una junta rotatoria y giran sobre planos verticales cuya proyección sobre el plano horizontal coincide con las rectas dirigidas que parten del centro de la plataforma fija y pasan por los vértices de la misma.  $F_0 = [O_0 X_0 Y_0 Z_0]$  es el marco de referencia global del sistema, donde  $O_0$ , es el centro de la plataforma fija y  $X_0 Y_0 Z_0$  forman un sistema de coordenadas ortogonales de mano derecha como se muestra en esta figura.

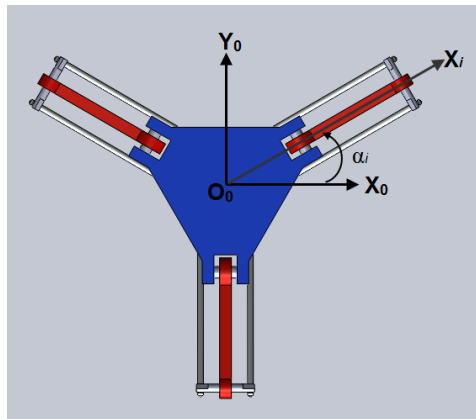


Fig. 12. Vista superior de un robot Delta.

Los parámetros geométricos del Robot Delta están dados por:  $R$  (radio de la plataforma fija),  $r$  (radio de la plataforma móvil),  $L_1$  (longitud del eslabón de entrada o actuado),  $L_2$  (longitud del paralelogramo),  $\alpha_i$  (ángulo de los radios de la plataforma fija con respecto al eje  $X_0$  del marco de referencia asociado a la plataforma fija –c.f. fig. 12-) y  $\theta_{ij}$  (ángulos de desplazamiento de las juntas actuadas y pasivas), donde  $i, j = 1, 2, 3$ . El subíndice  $i$  se refiere a cada una de las piernas del robot, mientras que el subíndice  $j$  hace referencia a cada uno de los ángulos existentes entre los eslabones que forman cada pierna. Juntos estos valores definen la configuración de cada cadena cinemática y, por tanto, del robot Delta.



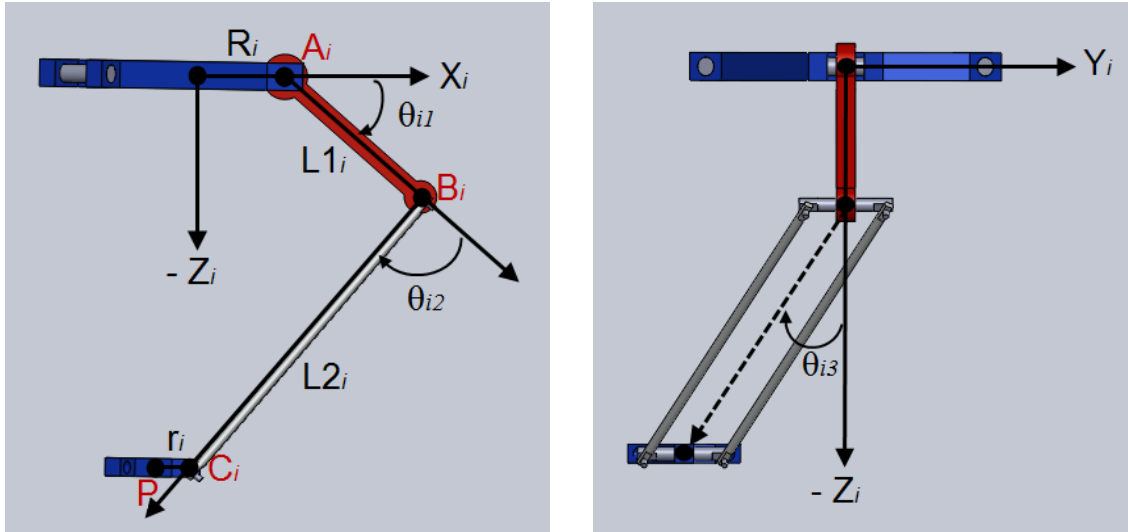


Fig. 13. Vistas laterales y parámetros geométricos del robot paralelo tipo Delta

$F_i = [O_i \ X_i \ Y_i \ Z_i]$  son marcos de referencia locales con origen en  $O_i$  en el centro de la plataforma fija y  $X_i \ Y_i \ Z_i$  forman un sistema de coordenadas ortogonales de mano derecha como se muestra en la figura 13 (los ejes  $X_i$  coinciden con la línea  $O_i A_i$  y los ejes  $Z_i$  son verticales hacia arriba). Los ejes  $X_i$  se muestran separados  $\alpha_i$  grados entre si.

Sea  $P$  el punto correspondiente al centro de la plataforma móvil del robot. Durante la manipulación, este punto coincidirá con un punto cualquiera dentro del espacio de trabajo del robot Delta. En el marco de referencia  $F_0$  el punto  $P$  tiene coordenadas  $X_p \ Y_p \ Z_p$ . Con estas consideraciones el modelo geométrico del robot se puede expresar de la siguiente manera:

Para ubicar en el espacio el punto de unión entre el paralelogramo y la plataforma móvil el cual esta denotado como  $C_i = [C_x \ C_y \ C_z]$ :

$$C_{Xi} = \cos \alpha_i (R + L_1 \cos \theta_{i1} + L_2 \cos \theta_{i3} \cos(\theta_{i1} + \theta_{i2})) - L_2 \sin \alpha_i \sin \theta_{i3} \quad (1)$$

$$C_{Yi} = \sin \alpha_i (R + L_1 \cos \theta_{i1} + L_2 \cos \theta_{i3} \cos(\theta_{i1} + \theta_{i2})) + L_2 \cos \alpha_i \sin \theta_{i3} \quad (2)$$

$$C_{Zi} = -L_1 \sin \theta_{i1} + L_2 \cos \theta_{i3} \sin(\theta_{i1} + \theta_{i2}) \quad (3)$$

Donde  $\alpha_i$  son los ángulos mencionados anteriormente y tienen los siguientes valores:

$$\alpha_i = \left[ \frac{\pi}{6} \quad \frac{5\pi}{6} \quad \frac{3\pi}{2} \right]$$

Para:  $i = 1, 2, 3$  y  $[C_{Xi} C_{Yi} C_{Zi}]$  son las coordenadas del punto  $C_i$ .

Con el fin de eliminar las variables pasivas de las juntas se elevan al cuadrado y se suman las ecuaciones anteriores, para obtener una cuarta ecuación:

$$[(R + L_1 \cos \theta_{i1}) \cos \alpha_i - C_{Xi}]^2 + [(R + L_1 \cos \theta_{i1}) \sin \alpha_i - C_{Yi}]^2 + [-L_1 \sin \theta_{i1} - Z_{Zi}]^2 - L_2^2 = 0 \quad (4)$$

La cual es la ecuación de una esfera con centro en el punto de unión del eslabón de entrada con el paralelogramo denotado por  $B_i$ , y con radio igual a  $L_2$ .

Como el punto de interés está dado por  $P = [X_p Y_p Z_p]$ , y se encuentra ubicado en el centro de la plataforma móvil, se debe de realizar la siguiente suma:

$$X_p = C_{Xi} - r \cos \alpha_i \quad (5)$$

$$Y_p = C_{Yi} - r \sin \alpha_i \quad (6)$$

$$Z_p = C_{Zi} \quad (7)$$

Utilizando (5)-(7) en (4) se tiene:

$$[(R + L_1 \cos \theta_{i1} - r) \cos \alpha_i - X_p]^2 + [(R + L_1 \cos \theta_{i1} - r) \sin \alpha_i - Y_p]^2 + [-L_1 \sin \theta_{i1} - Z_p]^2 - L_2^2 = 0 \quad (8)$$

### 1.2.1 MODELO CINEMÁTICO DIRECTO

El problema de la cinemática directa consiste en determinar la posición del efector final del robot (en este caso el centro de la plataforma móvil) en el marco de referencia  $F_0$  conociendo los ángulos  $\theta_{ij}$  (ángulos de los eslabones actuados). La cinemática directa se define por medio de (8), donde las incógnitas son la posición del punto  $P = [X_p Y_p Z_p]$  para un conjunto de ángulos dados  $\theta_{ij}$ , para  $i = 1, 2, 3$ .

La ecuación (8) puede plantearse de la siguiente manera:

$$(X_i - X_p)^2 + (Y_i - Y_p)^2 + (Z_i - Z_p)^2 = L_2^2 \quad (9)$$

Donde:

$$X_i = (R + L_1 \cos \theta_{i1} - r) \cos \alpha_i \quad (10)$$

$$Y_i = (R + L_1 \cos \theta_{i1} - r) \sin \alpha_i \quad (11)$$

$$Z_i = -L_1 \sin \theta_{i1} \quad (12)$$

La solución a este sistema de ecuaciones se puede representar mediante un punto definido por la intersección de estas tres esferas. En general hay dos posibles soluciones lo cual significa que, para una longitud dada de la cadena cinemática, la plataforma móvil puede tener dos posibles configuraciones con respecto a la plataforma fija.

### 1.2.2 MODELO CINEMÁTICO INVERSO

El problema de la cinemática inversa consiste en determinar los ángulos  $\theta_{il}$  (ángulos de los eslabones actuados) dada la posición del efector final del robot Delta. La cinemática inversa también se puede definir mediante la ecuación (8), donde las incógnitas ahora son los ángulos de las  $\theta_{il}$ , para una posición del punto  $P = [X_p \ Y_p \ Z_p]$ , para  $i = 1, 2, 3$ .

Despejando los ángulos  $\theta_{Ij}$ , de (8) se tiene:

$$\tan \frac{\theta_{i1}}{2} = \frac{-2Z_{pi} \pm \sqrt{4Z_{pi}^2 + 4R_1^2 - S_i^2 + Q_i^2 \left(1 - \frac{R_1^2}{L_1^2}\right) + Q_i \left(\frac{-2R_1 S_i}{L_1} - 4R_1\right)}}{-2R_1 - Q_i \left(\frac{R_1}{L_1} - 1\right) - S_i} \quad (13)$$

donde:

$$R_1 = R - r \quad (14)$$

$$Q_i = 2X_{pi} \cos \alpha_i + 2Y_{pi} \sin \alpha_i \quad (15)$$

$$S_i = \frac{1}{L_1} (-X_{pi}^2 - Y_{pi}^2 - Z_{pi}^2 + L_2^2 - L_1^2 - R_1^2) \quad (16)$$

existe solución si y solo si:

$$4Z_{pi}^2 + 4R_1^2 - S_i^2 + Q_i^2 \left(1 - \frac{R_1^2}{L_1^2}\right) + Q_i \left(\frac{-2R_1 S_i}{L_1} - 4R_1\right) \geq 0 \quad (17)$$

### 1.3 ESPACIO DE TRABAJO

El espacio de trabajo es una de las principales características que identifican a un manipulador. Conocer el máximo alcance (en X, Y y Z), es uno de los principales aspectos al momento de seleccionar un manipulador para realizar una tarea.

El espacio de trabajo del robot Delta está definido como la región de un espacio cartesiano de tres dimensiones (solamente traslación) que puede ser alcanzada por el órgano terminal del robot (centro de la plataforma móvil). Las únicas restricciones tomadas en cuenta son las procedentes de las diferentes cadenas cinemáticas dadas por la ecuación (17).

Los movimientos de los robots paralelos pueden ser restringidos por diferentes factores: los límites mecánicos de las articulaciones pasivas, la auto-colisión entre los movimientos del robot, las limitaciones debidas a los actuadores y los diferentes tipos de singularidades que pueden dividir el espacio de trabajo en componentes separados.

En general, los robots paralelos conducen a ecuaciones complejas, por lo que determinar su espacio de trabajo es una tarea no trivial. Sin embargo, la solución de este problema es de suma importancia dado que de ella dependen el diseño del mismo robot y la planeación de sus trayectorias. Por lo anterior, es de vital importancia desarrollar herramientas eficaces que permitan determinar tanto la forma como el volumen de su espacio de trabajo.

### 1.3.1 MÉTODO PARA LA OBTENCIÓN DEL ESPACIO DE TRABAJO

De entre los diferentes métodos para el cálculo del espacio de trabajo, Castillo explica en [13] un método que consiste en aplicar el modelo cinemático inverso en el cual, si para un punto en cuestión ( $P = [X_p \ Y_p \ Z_p]$ ) se obtiene una solución real de la cinemática inversa del robot Delta, se acepta a ese punto como parte del espacio de trabajo del manipulador. Éste método es llamado *espacio de trabajo por barrido de coordenadas*.

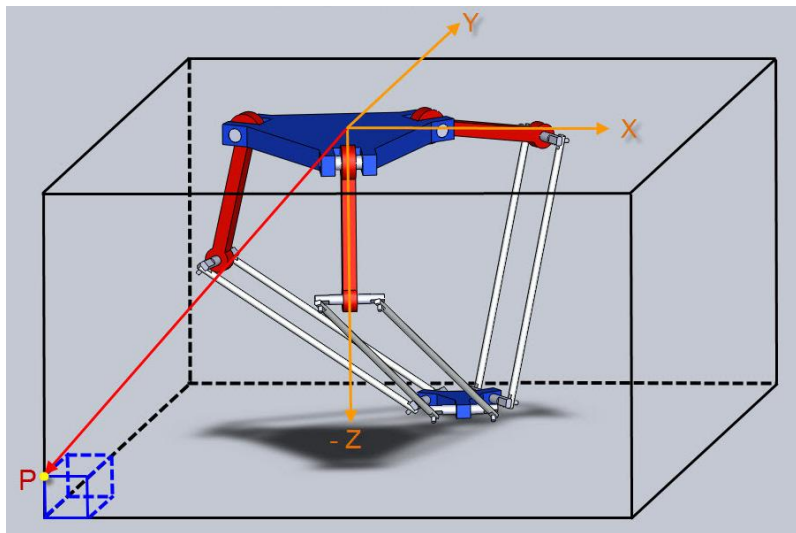


Fig. 16. Esquema utilizado para el cálculo del espacio de trabajo

Para determinar el espacio de trabajo por barrido de coordenadas primeramente se define un polígono (prisma rectangular) suficientemente grande para contener el robot Delta y su espacio de trabajo (figura 16). En seguida se realiza un barrido de coordenadas ya sea de manera lineal o radial, siendo el barrido lineal el más sencillo. Para empezar el cálculo se deben definir las dimensiones del polígono, esto se hace en base al máximo alcance que puede realizar cada una de las cadenas cinemáticas del robot suponiendo que trabajan de manera independiente. Para el caso de nuestro manipulador, el máximo alcance se da cuando los eslabones L1 y L2 se encuentra alineados, obteniendo como resultado una longitud máxima de 600 mm en cualquier dirección (X, Y o -Z). De tal forma que las dimensiones mínimas del polígono deberán ser de 1200 mm de ancho, 1200 mm de largo y 600 mm de alto.

Dentro de dicho polígono se sitúa al manipulador, haciendo coincidir el sistema de coordenadas del centro de la plataforma fija del manipulador con el centro de una de las caras del prisma rectangular. De esta manera, puede haber un desplazamiento de 600 mm

tanto en el sentido negativo como positivo para X y Y. El desplazamiento en el eje Z es de 600 mm, el cual siempre será negativo. De esta manera se puede conocer la ubicación de cada una de las aristas del prisma con respecto al sistema de coordenadas de referencia.

El barrido de coordenadas se realiza al recorrer de manera lineal al prisma. Para ello se divide al prisma inicial en pequeños cubos de dimensiones conocidas (en nuestro estudio se dividió el prisma propuesto en cubos de 1 mm por lado, generando un total de  $8.64 \times 10^8$  cubos). De este modo, también se puede conocer la ubicación de cada arista de estos cubos.

Al recorrer de manera lineal cada una de las aristas de los cubos, se resuelve el modelo cinemático inverso para cada ubicación con respecto al sistema de referencia. Si se obtiene como resultado una solución real (es decir, sin números imaginarios), se acepta ese punto como parte del espacio de trabajo del manipulador. Se puede asignar a cada punto contenido dentro del prisma inicial, un valor de volumen, esto a partir que se conoce cuál es el volumen inicial del prisma y también se conoce el total de puntos que resultaron de la división del prisma en pequeños cubos. El volumen del espacio de trabajo se obtiene al realizar una sumatoria del número de puntos que fueron aceptados como parte del espacio de trabajo.

#### 1.4 RECONFIGURACIÓN DEL ROBOT PARALELO TIPO DELTA

Como ya se planteó con anterioridad, en este trabajo se estudia la posibilidad de reconfigurar a un robot paralelo tipo Delta modificando alguno de sus parámetros geométricos. Al reconfigurar al robot se espera obtener un cambio tanto en la forma y volumen del espacio de trabajo, así como en la capacidad de carga del manipulador. La posibilidad de que un robot sea capaz de reconfigurarse repercute en una mejor adaptación del manipulador a cada una de las tareas en las que se le emplee. Esto le otorga una mayor flexibilidad en cuanto a la cantidad y variedad de aplicaciones en las que se puede utilizar con respecto a su similar no reconfigurable.

En nuestro estudio se propone una reconfiguración del tipo geométrica, la cual se llevará a cabo al cambiar la longitud de un mismo eslabón en las tres cadenas cinemáticas del manipulador. De manera que se analizarán tres diferentes reconfiguraciones: reconfiguración de la plataforma fija, reconfiguración del eslabón de entrada y reconfiguración del paralelogramo.

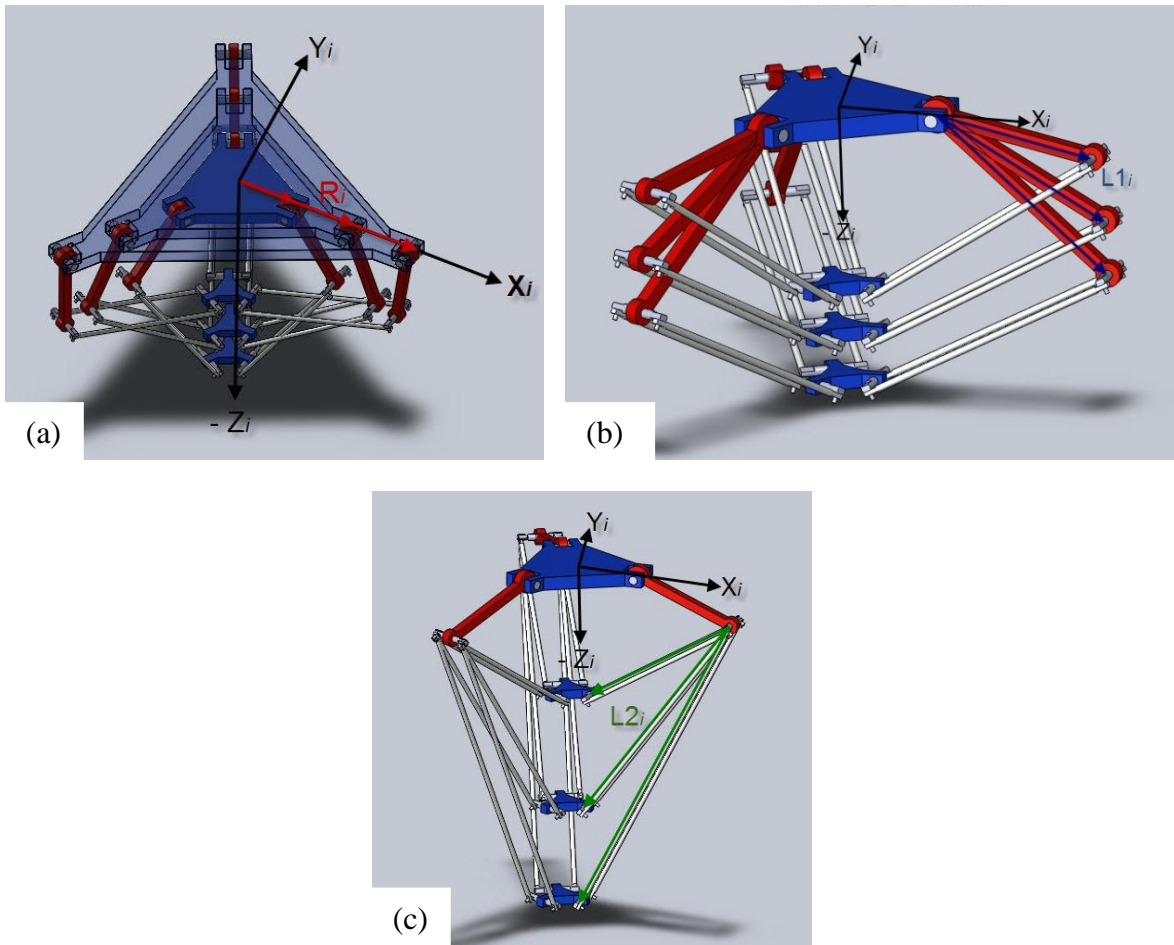


Fig. 15. Esquemas de las reconfiguraciones propuestas

La figura 15 muestra los esquemas de las reconfiguraciones propuestas, en primer lugar (a), se observa el cambio en la longitud de los apoyos con respecto al centro de la plataforma fija, el cual está dado por el parámetro geométrico  $R$ . En segundo lugar (b), se presenta el cambio en la longitud del eslabón actuado, el cual está dado por el parámetro geométrico  $L1$  y por último se observa el cambio en la longitud del paralelogramo, con parámetro geométrico  $L2$  (c). En el siguiente capítulo se analiza el impacto de cada uno de estos parámetros en el espacio de trabajo del robot.

### ANÁLISIS DE LA VARIACIÓN DEL ESPACIO DE TRABAJO

Como se ha comentado anteriormente, la motivación para reconfigurar un manipulador es dotarlo de una mayor flexibilidad para adaptarse a diferentes tareas. Dentro de los impactos principales de la reconfiguración se encuentra la modificación de su espacio de trabajo, es decir, el permitirle alcanzar diferentes conjuntos de puntos del espacio cartesiano. El que un manipulador cuente con una amplia variedad de espacios de trabajo significa que, para una tarea asignada, se puede seleccionar el espacio de trabajo más apropiado, posicionando al manipulador como una herramienta muy versátil. Por tal motivo, un punto básico para el estudio es conocer el cambio, tanto en forma como en volumen del espacio de trabajo del manipulador al ser reconfigurado. La reconfiguración que se está considerando en este trabajo es geométrica, es decir, basada en la variación de alguno de los parámetros del robot (longitud de los eslabones). Por lo anterior, se analizará la variación del espacio de trabajo con respecto a los parámetros del robot.

Para este análisis se tomará como referencia el manipulador Delta Parallax LKF-2040, sin que esto implique pérdida de generalidad. Este modelo de manipulador es tomado como referencia para este estudio ya que es el manipulador con el que se cuenta físicamente.

#### 2.1 ROBOT PARALELO TIPO DELTA PARALLIX LKF-2040

Basado en el robot paralelo tipo Delta de Clavel, Eduardo Castillo et al generan en [13] el diseño, la construcción y el control de una plataforma paralela de tres grados de libertad. Este diseño ha evolucionado hasta convertirse en lo que hoy se conoce como el robot Parallax LKF-2040, el cual ya se comercializa actualmente y tiene como finalidad aplicaciones dentro del ámbito académico.



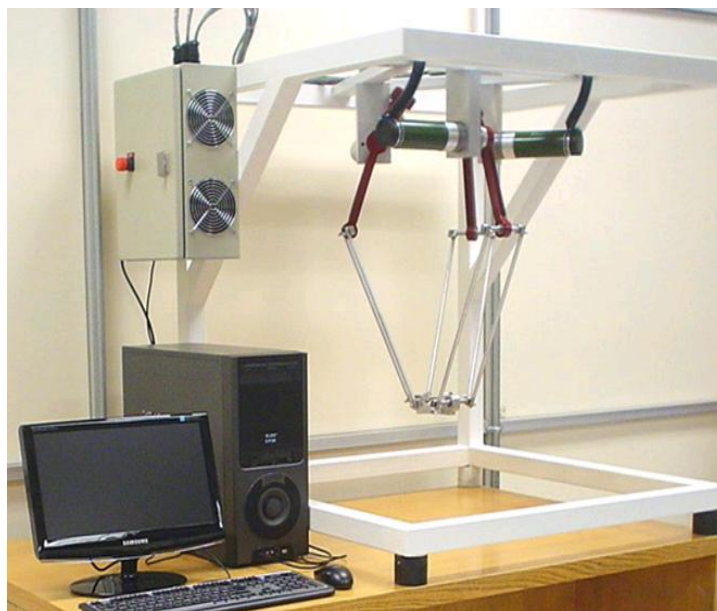


Fig. 11. Robot paralelo tipo Delta Parallax LKF-2040

Como se puede apreciar en la figura 11, el robot Parallax LKF-2040 conserva todos los rasgos distintivos del robot Delta de Clavel, pese a una pequeña modificación: las juntas esféricas se cambiaron por juntas de tipo universal. En este robot la base fija está integrada a la estructura metálica que soporta los apoyos del robot. Sobre estos apoyos están montados los servomotores que accionan los eslabones de entrada.

Algunas especificaciones técnicas del robot paralelo tipo Delta Parallax LKF-2040 se reportan en la siguiente tabla:

Tabla 1. Especificaciones técnicas del robot paralelo Parallax LKF-2040

Actuadores de CD: Servo motor Maxon RE	Potencia	90 Watts
	Voltaje	24 VCD
	Corriente	3.36 A
	Velocidad	6910 RPM
	Torque	93.3 N*mm
	Reductor planetario Maxon GP32A	Relación de reducción: 14:1
	Encoder Incremental CUI Inc	100 PPR
Estructura	Construida en perfil cuadrado de acero de 50 mm de lado y 2 mm de espesor	900x900x900 mm

Sistema mecánico articulado	Plataforma Fija	Radio de la plataforma fija: 150 mm
	Plataforma móvil en aluminio	Radio de la plataforma móvil: 50 mm
	Eslabones de entrada en aluminio	Longitud: 200 mm
	Paralelogramos en tubo de aluminio	Longitud: 400 mm

## 2.2 ESPACIO DE TRABAJO DEL ROBOT PARALLIX LKF-2040

Para el estudio, el método usado para calcular tanto la forma como el volumen del espacio de trabajo está dado a través de la aplicación del modelo cinemático inverso del robot Delta, que fue definido en la ecuación (17). Si para un punto en cuestión existe una solución válida del modelo cinemático inverso, este punto se acepta como parte del espacio de trabajo alcanzable por el robot.

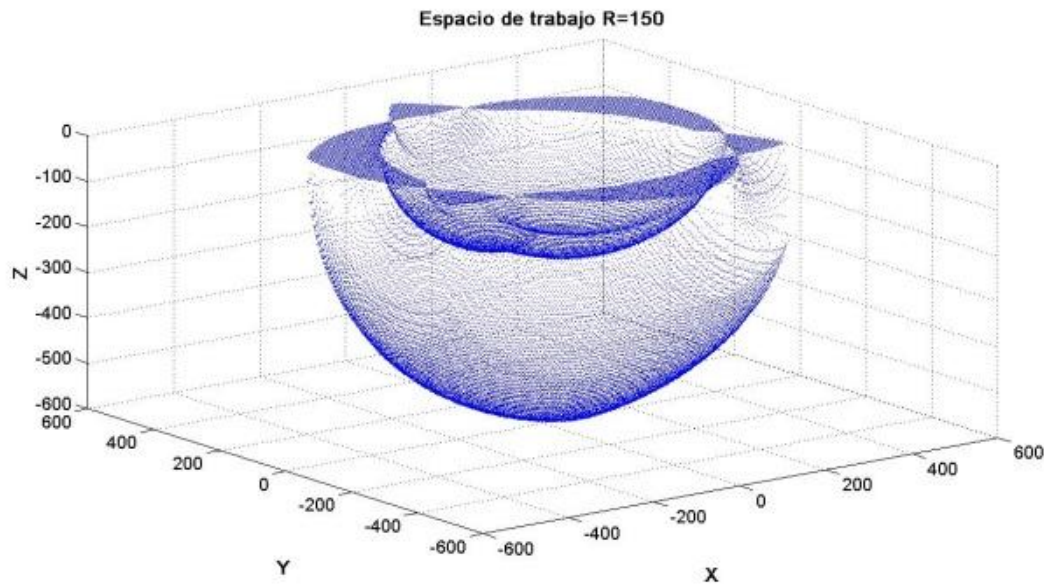


Fig. 14. Espacio de trabajo del robot Parallax LKF-2040

La figura 14 muestra la forma de los límites del espacio de trabajo del robot Parallax LKF-2040. Esta fue generada con un algoritmo programado en MatLab<sup>TM</sup>. En dicho algoritmo se hace un barrido de puntos uniformemente distribuidos dentro de un prisma rectangular de dimensiones suficientemente grandes para asegurar que el espacio de trabajo del robot está completamente contenido dentro de dicho prisma. Durante este barrido se determinan los puntos que satisfacen la ecuación (17) y que por tanto forman el espacio de trabajo. A cada punto del barrido se le asigna una unidad de volumen (un cubo de lado igual a la distancia entre dos puntos sucesivos del barrido); la suma de estos volúmenes permite obtener un aproximado del volumen del espacio de trabajo. Para generar la figura 14 se utilizó una distancia entre puntos sucesivos del barrido de 1 mm. Por cuestiones de claridad y simplicidad de la figura, se graficaron únicamente los puntos pertenecientes a las superficies que determinan el espacio de trabajo.

## 2.3 VARIACIÓN DEL ESPACIO DE TRABAJO

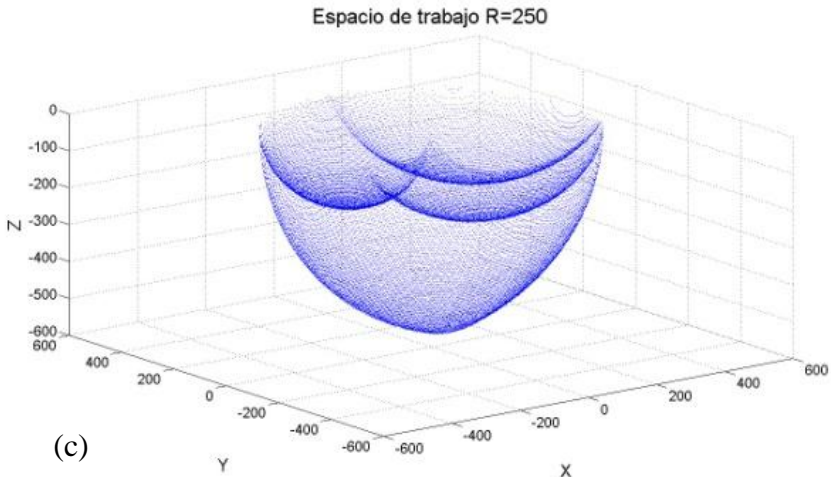
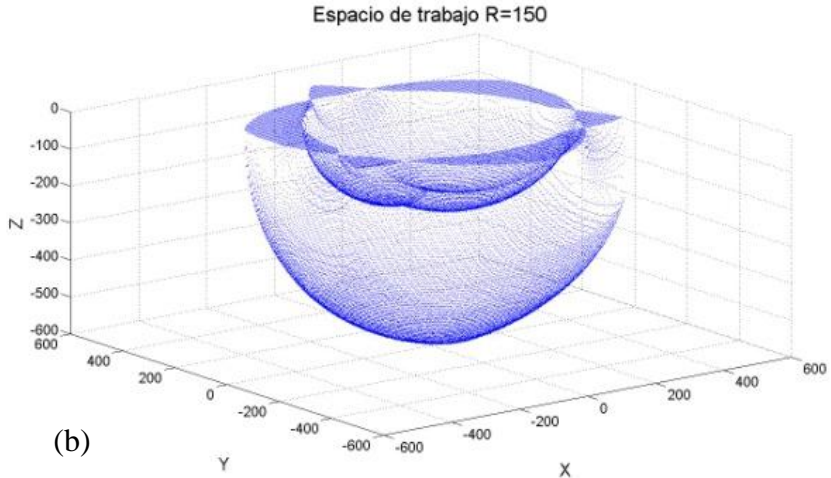
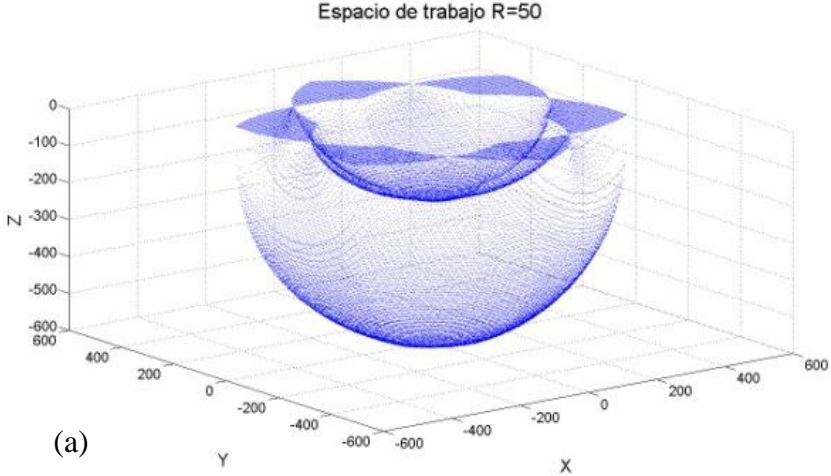
En la sección 1.4 del Capítulo 1 (*Reconfiguración del Robot Delta*) se explicaron las propuestas para realizar la reconfiguración para el estudio de la variación del espacio de trabajo. Se analizarán tres posibles reconfiguraciones: variación del radio de la plataforma fija, variación de la longitud del eslabón de entrada y variación de la longitud del paralelogramo.

Para cada una de las reconfiguraciones a analizar se programó un código en MatLab<sup>TM</sup>, el cual, como ya se explicó, hace un barrido de puntos uniformemente distribuidos dentro de un prisma en el que está contenido el manipulador. Es necesario mencionar que, para cada reconfiguración, únicamente se hace variar el valor del eslabón en cuestión, manteniendo los demás su valor original. Si al aplicar el modelo cinemático inverso se obtiene para un punto  $P_i$  una solución real, ese punto se acepta como parte del espacio de trabajo. La información de las coordenadas de cada punto que conforma el espacio de trabajo es guardada en una matriz, la cual puede ser graficada. Como resultado se obtiene una nube de puntos que forman el espacio de trabajo. Con el fin de tener una mejor visualización del espacio de trabajo, se grafican únicamente los puntos de las superficies que lo delimitan.

### 2.3.1 RECONFIGURACIÓN DE LA PLATAFORMA FIJA (R)

Para la reconfiguración basada en la variación del parámetro de la plataforma fija (R), se hace variar su valor desde 0 mm hasta 500 mm, en incrementos de 10 mm. Así, se obtiene

un total de 51 reconfiguraciones, de las cuales se muestran 5 en la figura 17. En esta figura se puede apreciar el cambio en la forma y el volumen del espacio de trabajo.



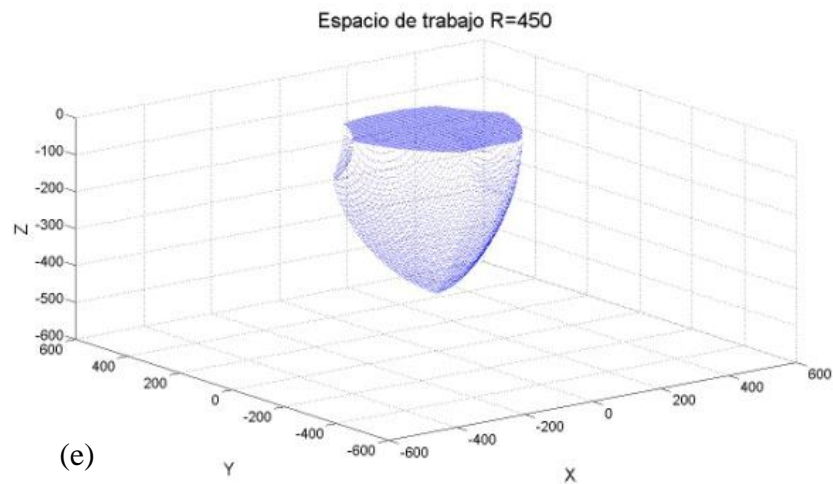
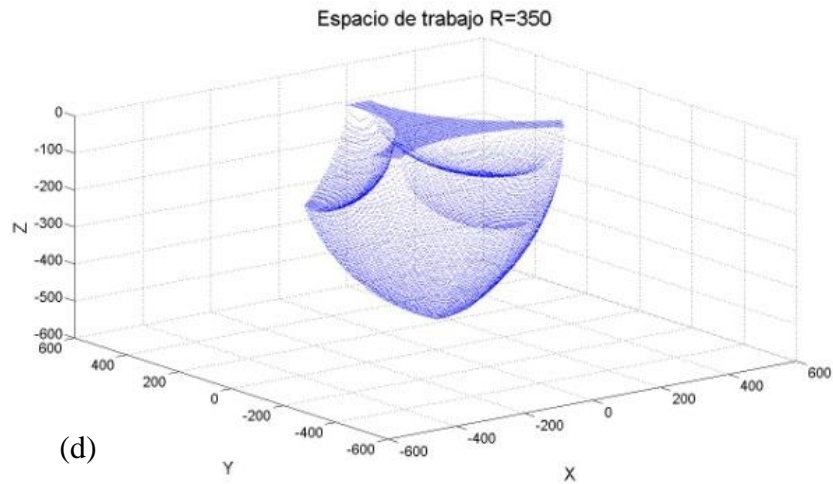


Fig. 17. Variación del espacio de trabajo con respecto a R

Espacio de trabajo para R=50 mm (a), 150 mm (b), 250 mm (c), 350 mm (d) y 450 mm (e).

Como se puede apreciar en el conjunto de imágenes de la figura 17, a partir de la dimensión de R=50, al aumentar el valor de R, disminuye el volumen y las dimensiones máximas del espacio de trabajo.

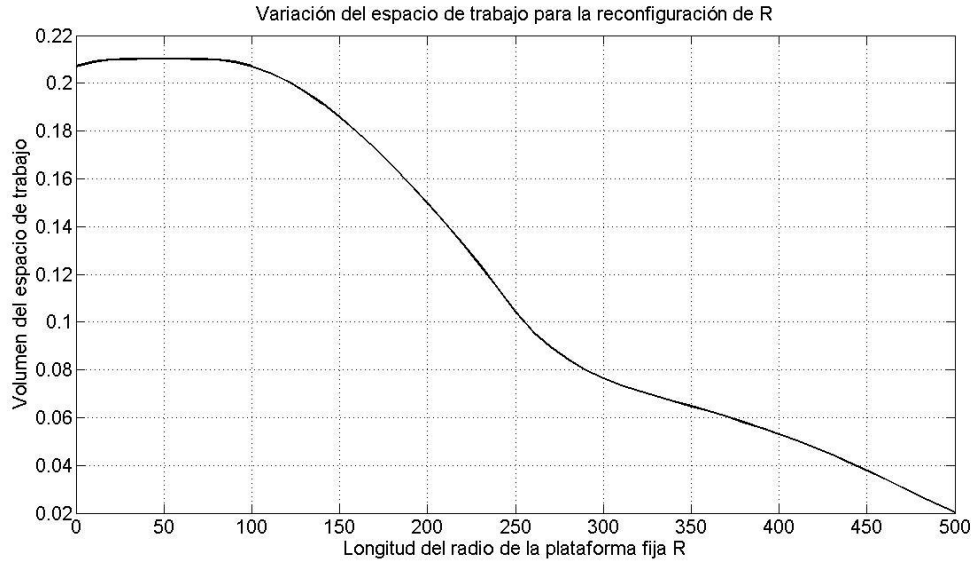


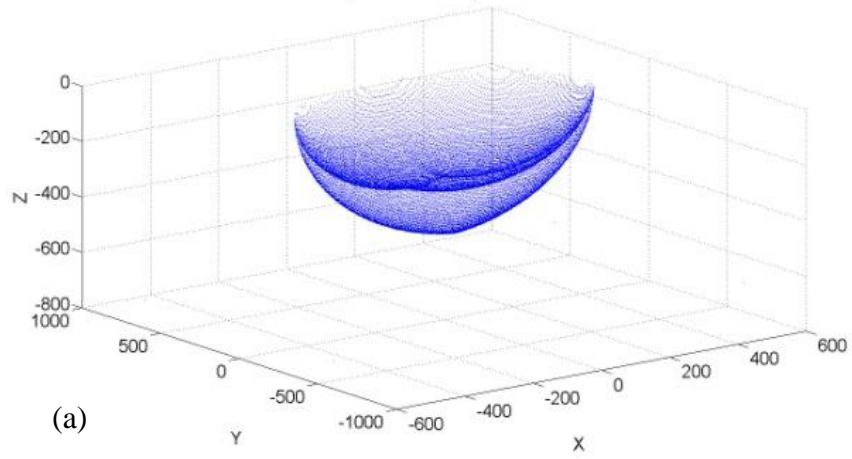
Fig. 18. Variación del volumen del espacio de trabajo con respecto a R.

En la figura 18 se puede ver que el máximo espacio de trabajo se obtiene al igualar los valores de R y r (igualar la medida de los radios de las plataformas fija y móvil). Sin embargo, en la reconfiguración de R=50, que es la que genera el mayor volumen del espacio de trabajo, se puede apreciar que en el centro hay un hueco. Este conjunto de puntos no forma parte del espacio de trabajo; sin embargo, en la reconfiguración de R=450 ese hueco desaparece y el conjunto de puntos que antes era inalcanzable forma ahora parte del espacio de trabajo (aunque el volumen y las dimensiones del espacio de trabajo disminuyen). Esto indica que las limitaciones del espacio de trabajo para un determinado valor de R, pueden ser superadas al reconfigurar al manipulador.

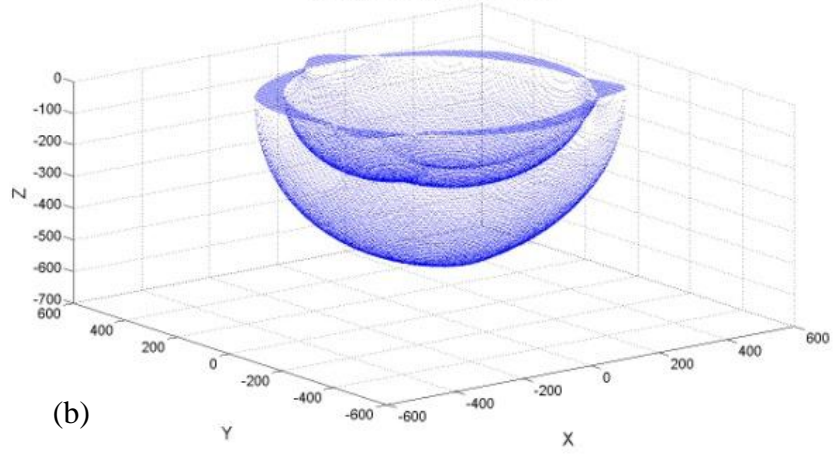
### 2.3.2 RECONFIGURACIÓN DEL ESLABÓN ACTUADO (L1)

Para la reconfiguración basada en la variación del parámetro del eslabón actuado (L1), se hace variar su dimensión desde 100 mm hasta 300 mm, en incrementos de 10 mm. Así, se obtiene un total de 21 reconfiguraciones. En la figura 18 se muestran 5 de las 21 reconfiguraciones obtenidas. En estas figuras se puede apreciar el cambio en la forma y el volumen del espacio de trabajo.

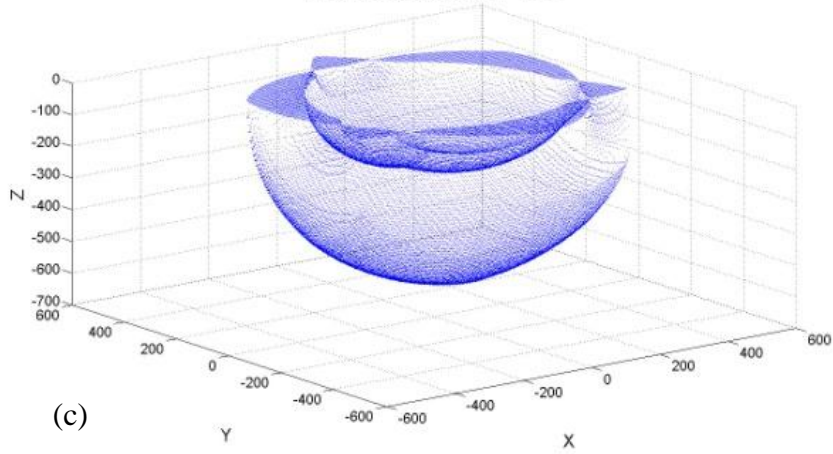
Espacio de trabajo L1=100



Espacio de trabajo L1=150



Espacio de trabajo L1=200



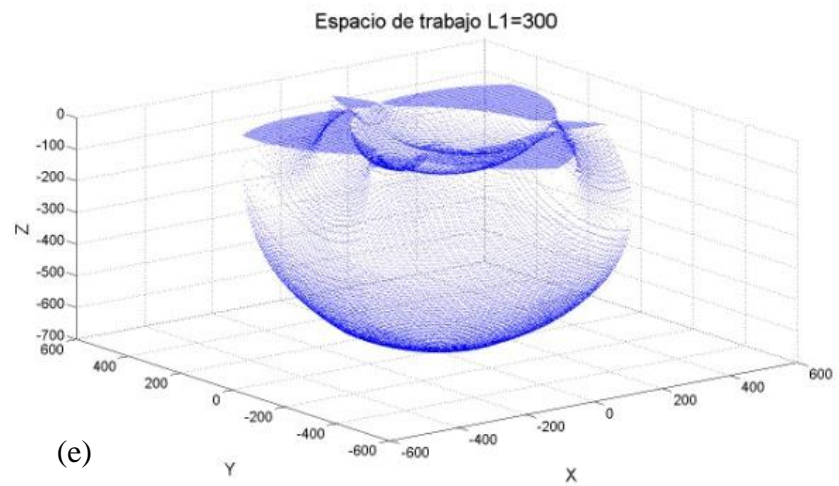
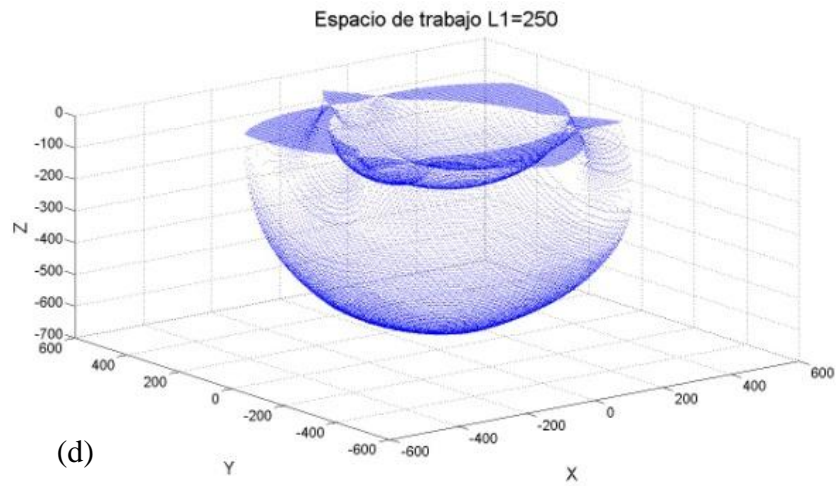


Fig. 19. Variación del espacio de trabajo con respecto a L1.

Espacio de trabajo para L1=100 mm (a), 150 mm (b), 200 mm (c), 250 mm (d) y 300 mm (e).



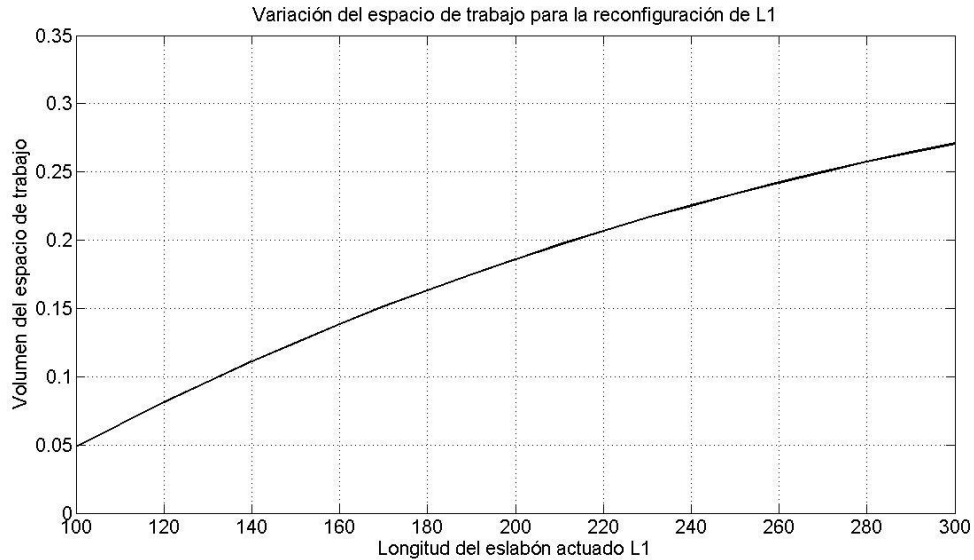


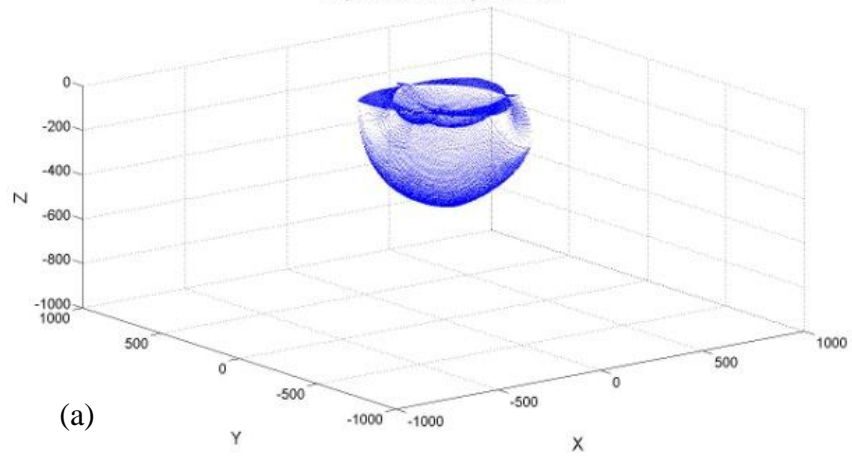
Fig. 20. Variación del volumen del espacio de trabajo con respecto a L1.

Como se puede apreciar en la figura 20, al aumentar el valor de L1 aumenta el espacio de trabajo (en volumen y dimensiones máximas). En la figura correspondiente a la reconfiguración de L1=100, se puede apreciar un hueco en el centro, el cual disminuye conforme se aumenta el valor de L1. Esto indica que, para un mayor valor de L1, se tienen menos limitaciones en cuanto a los puntos que puede acceder el manipulador. Sin embargo, se puede apreciar que el máximo desplazamiento sobre el plano X-Y prácticamente no varía, pues el crecimiento del espacio de trabajo se da principalmente sobre el eje Z y hacia el hueco en el centro de la figura.

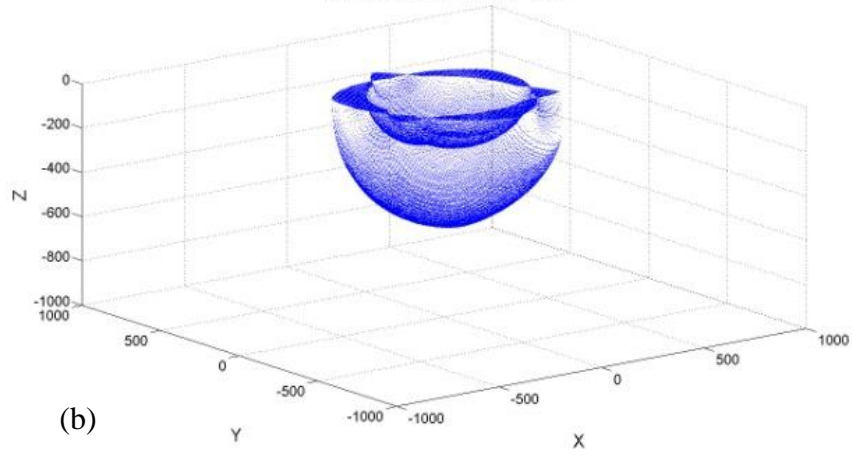
### 2.3.3 RECONFIGURACIÓN DEL PARALELOGRAMO (L2)

Para la reconfiguración basada en el cambio de dimensión del paralelogramo (L2), se hace variar su valor desde 200 mm hasta 800 mm, en incrementos de 20 mm para obtener un total de 31 reconfiguraciones. De las reconfiguraciones obtenidas se muestran 5 en la figura 19. En esta figura se puede apreciar el cambio en la forma y el volumen del espacio de trabajo.

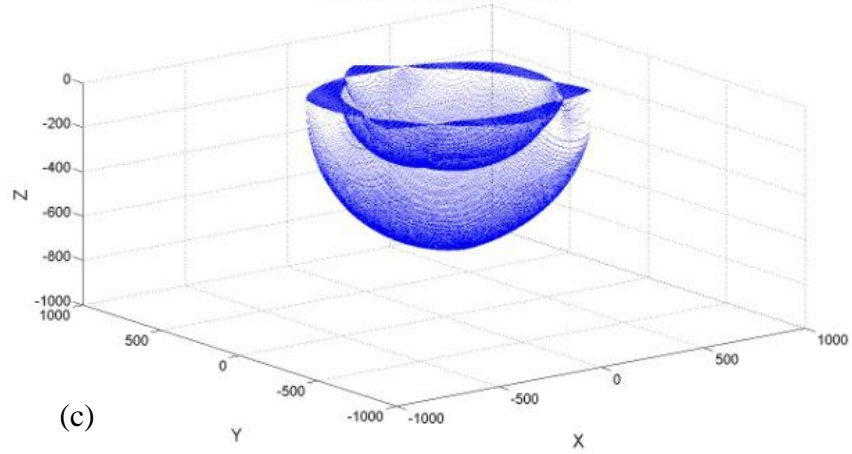
Espacio de trabajo L2=300



Espacio de trabajo L2=400



Espacio de trabajo L2=500



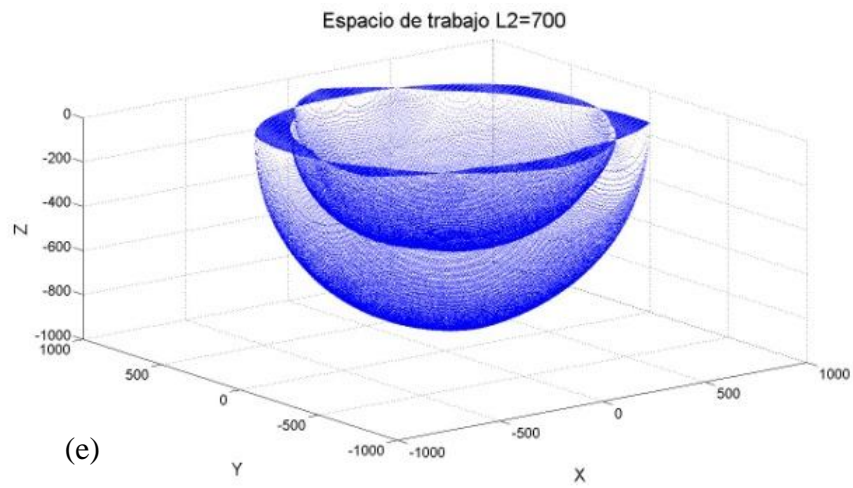
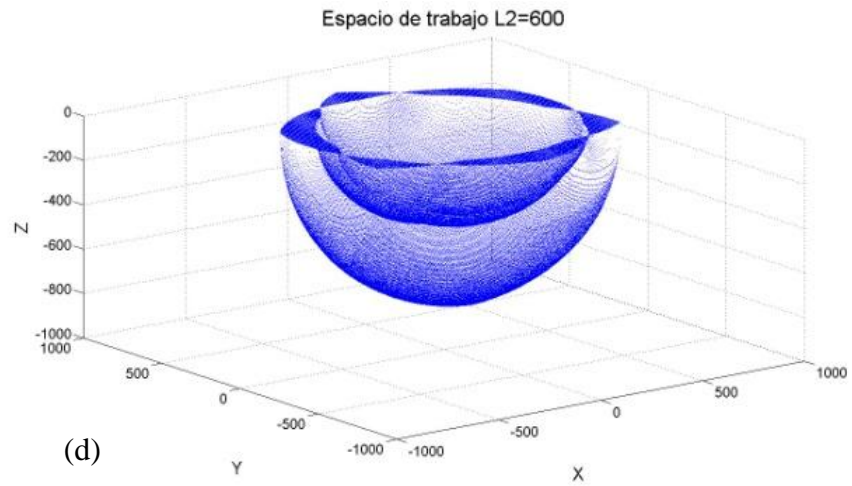


Fig. 21. Variación del espacio de trabajo con respecto a L2.

Espacio de trabajo para L2=300 mm (a), 400 mm (b), 500 mm (c), 600 mm (d) y 700 mm (e).

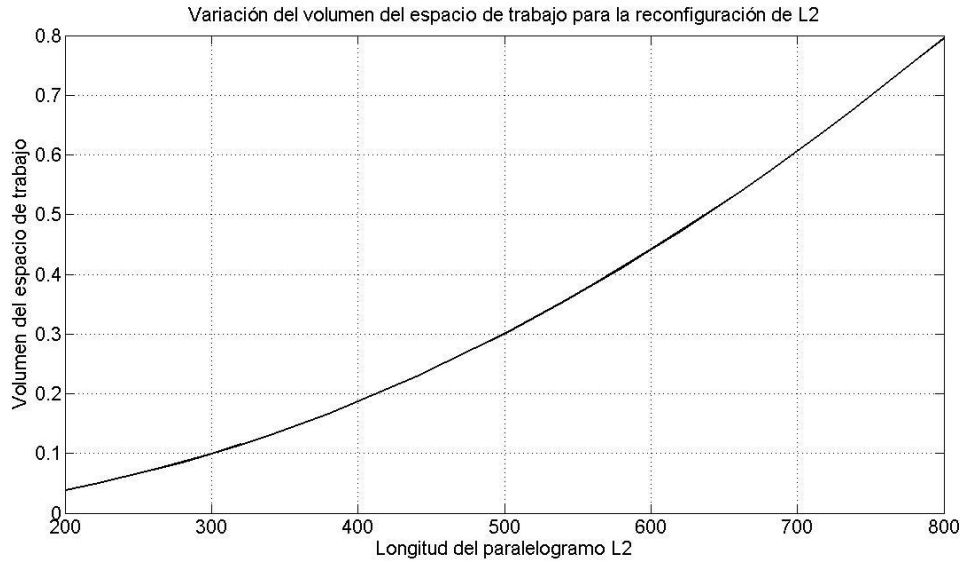


Fig. 22. Variación del volumen del espacio de trabajo con respecto a L2.

Como se puede apreciar en la figura 22, al aumentar el valor de L2, aumenta de manera casi lineal el espacio de trabajo. Para el conjunto de imágenes de la figura 21, para la imagen correspondiente a la reconfiguración de L2=300, se puede apreciar un hueco en el centro, el cual aumenta conforme se aumenta el valor de L2. Esto indica que, si bien el espacio de trabajo cambia, existe un conjunto de puntos a los que el manipulador nunca va a poder acceder. Sin embargo, si se obtiene un incremento en el máximo desplazamiento a lo largo de los ejes X, Y, y Z.

## 2.4 ANÁLISIS DE RESULTADOS

Con el fin de visualizar de una manera más clara los cambios en el espacio de trabajo del manipulador por efecto de la reconfiguración de cada uno de los eslabones, se generan las siguientes gráficas que muestran la variación del volumen y de los máximos alcances a lo largo de los ejes X, Y y Z.

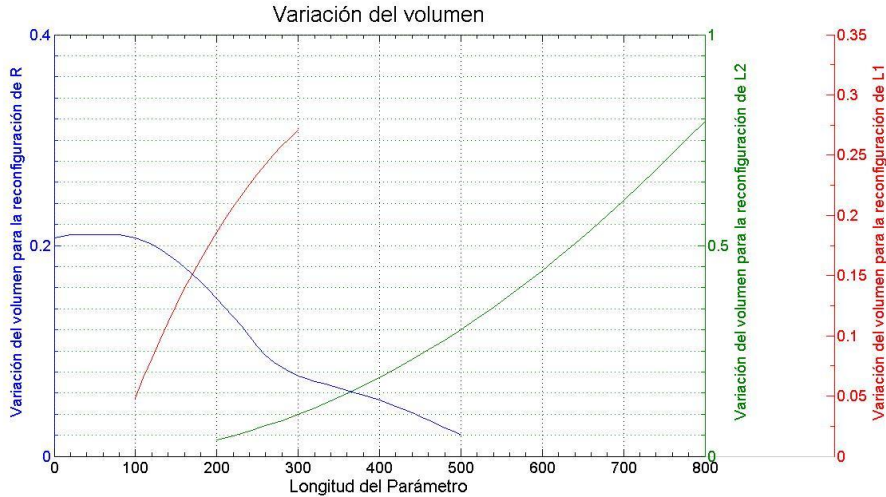


Fig. 23. Cambio en el volumen del espacio de trabajo durante las reconfiguraciones de R, L1 y L2

En la figura 23 se muestra el cambio en el volumen del espacio de trabajo para la reconfiguración de cada uno de los eslabones del manipulador. El eje horizontal muestra la longitud del parámetro (eslabón R, L1 o L2) en mm. En los ejes verticales se muestran los cambios en el volumen del espacio de trabajo en  $m^3$ ; de color azul el cambio en el volumen para la reconfiguración de R, de color verde el cambio en el volumen para la reconfiguración de L2 y en color rojo el cambio en el volumen para la reconfiguración de L1.

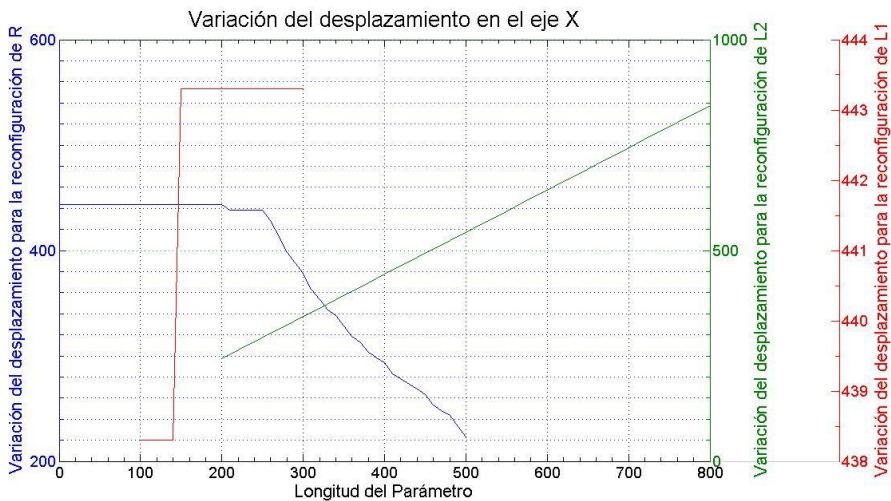


Fig. 24. Cambio en el máximo alcance a lo largo del eje X durante las reconfiguraciones de R, L1 y L2

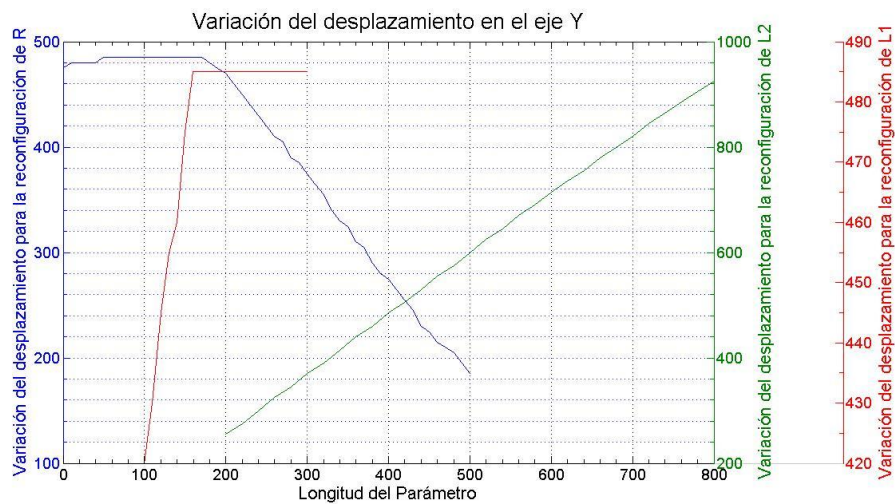


Fig. 25. Cambio en el máximo alcance a lo largo del eje Y durante las reconfiguraciones de R, L1 y L2

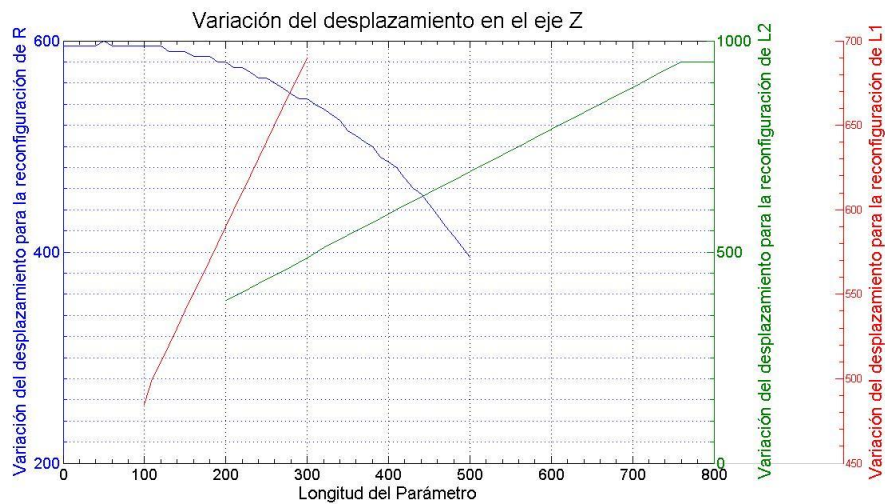


Fig. 26. Cambio en el máximo alcance a lo largo del eje Z durante las reconfiguraciones de R, L1 y L2

Las figuras 24, 25 y 26 muestran el cambio en el máximo alcance a lo largo de los ejes X, Y y Z respectivamente. En el eje horizontal se muestra la longitud del parámetro (eslabón R, L1 o L2) en mm. Los ejes verticales muestran el cambio en el alcance a lo largo del eje

X, Y y Z también en mm; de color azul se grafica la variación correspondiente a la reconfiguración de R, de color verde la variación correspondiente a la reconfiguración de L2 y de color rojo se grafica la reconfiguración correspondiente a la reconfiguración de L1.

De acuerdo con imágenes que muestran la forma del espacio de trabajo obtenidas a partir de las simulaciones, y de las gráficas que muestran la variación del volumen y de los máximos alcances a lo largo de los ejes X, Y y Z se puede concluir lo siguiente:

- Las tres reconfiguraciones (R, L1 y L2) generan un cambio tanto en forma como en volumen del espacio de trabajo.
- Tanto la configuración de R como la de L1, permiten alcanzar puntos que en un principio no eran parte del espacio de trabajo al reconfigurar el manipulador, lo que ayuda a superar limitaciones propias del diseño inicial del manipulador.
- Las reconfiguraciones de R y L2, generan un cambio en el máximo alcance a lo largo de los ejes X, Y y Z, a diferencia de la reconfiguración de L1 que solamente presenta cambios a lo largo del eje Z.
- Si bien las reconfiguraciones de L1 y L2 generan un cambio tanto en la forma como en el volumen del espacio de trabajo del manipulador, también generan un aumento considerable en el tamaño del manipulador, pues al aumentar la longitud de un eslabón aumenta la longitud de toda la cadena cinemática.

Para seleccionar el eslabón que es más pertinente a reconfigurar se deben definir los parámetros del espacio de trabajo que se desea que cambien conforme se reconfigura cada eslabón. Hay que recordar que la idea general es que el espacio de trabajo varíe de manera que pueda adaptarse a diferentes tareas. En otras palabras, se desea que los puntos que conforman el espacio de trabajo puedan ser diferentes conforma se reconfigura el robot. Este objetivo general puede expresarse en las características particulares que se mencionan a continuación:

- Cambio en la forma del espacio de trabajo al cambiar de configuración.
- Cambio en el volumen del espacio de trabajo.
- Cambio la posición o ubicación del espacio de trabajo.
- Cambio en los máximos alcances del órgano terminal a lo largo de los ejes X, Y y Z.

Además se debe tomar en cuenta los siguientes requisitos de diseño del mecanismo de reconfiguración:

- El mecanismo de reconfiguración deberá ser lo más sencillo posible. Esto facilitará su construcción y mantenimiento.
- La reconfiguración debe poder ser realizada durante el tiempo de trabajo (reconfiguración dinámica). Este es el caso más general (incluye la reconfiguración estática) y permite la mayor flexibilidad del robot.
- La reconfiguración se debe lograr a través del uso de un solo actuador. Esto está ligado a la optimización de recursos ya que desde cierto punto de vista, la reconfiguración implica la adición de un grado de libertad extra al robot, y este grado de libertad extra estaría siendo accionado por un solo actuador como sería de esperarse (en contraste, el tener un grado de libertad que implica la utilización de varios actuadores puede asimilarse a una mala utilización de recursos).
- La reconfiguración no debe modificar el volumen que ocupa el manipulador. De lo contrario, la reconfiguración sería asimilable a modificar el tamaño del robot (es decir, sustituir el robot por otro de dimensiones diferentes) y a requerir una modificación en su instalación.

A partir de los objetivos y requerimientos anteriores se descartan las reconfiguraciones de los eslabones L1 y L2 debido a que no se vislumbra el diseño de un mecanismo sencillo que sea capaz de reconfigurar de manera simultánea a tres eslabones durante el ciclo de trabajo. El mecanismo de reconfiguración necesitaría de más de un actuador para lograr el cambio en la configuración. Además, al incrementar la longitud de cualquiera de estos dos eslabones se obtiene como resultado un incremento sustancial en el volumen que ocupa el manipulador.

Por otro lado, el cambio en la longitud del valor de R está dado mediante la reconfiguración de un solo eslabón, por lo tanto, se prevé un diseño más simple para el mecanismo de reconfiguración. La reconfiguración podría ser realizada durante el ciclo de trabajo sin interferir en las trayectorias de los demás eslabones. Solo un actuador sería necesario para dar movimiento al mecanismo de reconfiguración. Además, reconfigurar el radio de la plataforma fija no genera un aumento en el volumen que ocupa el manipulador.

A partir de los resultados obtenidos del análisis realizado a la variación del espacio de trabajo, se muestra que la reconfiguración de R genera un cambio en todos los parámetros de interés que se marcaron anteriormente. Estos cambios del espacio de trabajo, pueden ser manipulados para obtener una mayor flexibilidad del manipulador.

**De acuerdo a lo expuesto anteriormente se opta por considerar a R como el parámetro más conveniente a reconfigurar.**



### ANÁLISIS DE LA VARIACIÓN DE LA CAPACIDAD DE CARGA

De acuerdo con los resultados obtenidos en el capítulo anterior, se ha decidido reconfigurar el diámetro de la plataforma fija (R). Dado que la reconfiguración de manipuladores hace variar la capacidad de carga, un estudio complementario de gran interés para este trabajo es la relación de las reconfiguraciones con la capacidad de carga del manipulador. Este estudio servirá de base para estudios posteriores que puedan llevar, por ejemplo, a determinar trayectorias de mínimo consumo de energía (utilizando la máxima capacidad de carga) para la realización de la tarea.

El hecho de que la capacidad de carga del manipulador varíe al cambiar de una reconfiguración a otra, proporciona flexibilidad al manipulador en el sentido de que se puede adaptar a diferentes condiciones de carga. Esto podría por ejemplo, ampliar el tipo y la variedad de productos con los que puede trabajar el manipulador.

Hay que hacer notar que para este estudio se considera al robot como un manipulador de uso general y debido a esta condición puede ser usado para diferentes propósitos. Por lo anterior no se cuenta los que limita la posibilidad de realizar el cálculo de la capacidad de carga dinámica. De esta manera, en este estudio se considera únicamente la capacidad de carga estática. Para ello se realizará un barrido de todo el espacio de trabajo para cada reconfiguración para determinar la capacidad de carga en cada punto  $P_i$  perteneciente a dicho espacio de trabajo.

#### 3.1 CÁLCULO DE LA CAPACIDAD DE CARGA ESTÁTICA

El procedimiento para analizar la capacidad de carga estática del manipulador involucra los resultados del análisis de variación del espacio de trabajo obtenidos en el capítulo anterior. En particular se utilizan los puntos obtenidos para cada espacio de trabajo así como la cinemática inversa del manipulador. Al conocer la ubicación del conjunto de puntos que forman el espacio de trabajo con respecto al sistema de coordenadas de referencia, es posible conocer la posición en el espacio de las juntas de los eslabones, y de esta forma ubicar la posición y orientación para cada eslabón (figura 27).

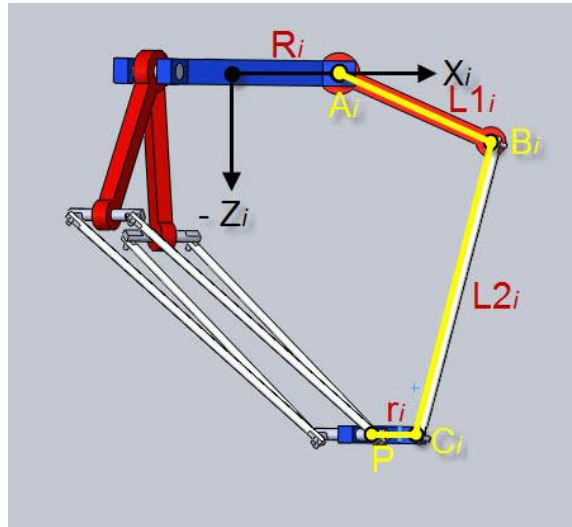


Fig. 27. Esquema para el cálculo de la capacidad de carga

En la sección 1.2 del capítulo 1, se definió el modelo geométrico del sistema en base a dos marcos de referencia.  $F_0 = [O_0 \ X_0 \ Y_0 \ Z_0]$  se definió como el marco de referencia global del sistema y  $F_i = [O_i \ X_i \ Y_i \ Z_i]$  como marcos de referencia locales. El cálculo de la capacidad de carga estática del robot se hará en base a estos marcos.

De la figura 27 se tiene que:

Con base en el marco de referencia local, se traza el vector  $\mathbf{A}_i$  a partir del origen hacia el punto  $A_i$  y tiene componentes:

$$\mathbf{A}_i = [R \ 0 \ 0] \quad (18)$$

Con base en el marco de referencia local, se traza un vector  $\mathbf{B}_i$  partir del punto  $A_i$  hacia el punto  $B_i$  con componentes:

$$\mathbf{B}_i = [L_1 \cos \theta_{1i} \ 0 \ -L_1 \sin \theta_{1i}] \quad (19)$$

La ubicación del punto  $\mathbf{P}$  es conocida, pues es el punto que se está analizando.

$$\mathbf{P} = [X_p \ Y_p \ Z_p] \quad (20)$$

Sin embargo las coordenadas del punto P se encuentra en base al marco de referencia global. Para este análisis, es necesario conocer las coordenadas de este punto en base a los marcos de referencia locales.

La ecuación que relaciona el marco de referencia global con los marcos de referencia locales es la siguiente:

$$\begin{bmatrix} X_{p_i} \\ Y_{p_i} \\ Z_{p_i} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \alpha_i & -\sin \alpha_i & 0 \\ \sin \alpha_i & \cos \alpha_i & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_p \\ Y_p \\ Z_p \end{bmatrix} \quad (21)$$

Donde  $\alpha_i$  son los ángulos de los radios de la plataforma fija con respecto al eje  $X_0$  del marco de referencia asociado a la plataforma fija (c.f. fig. 12, capítulo 1, sección 1.2) y tiene los siguientes valores:

$$\alpha_i = \left[ \frac{\pi}{6} \quad \frac{5\pi}{6} \quad \frac{3\pi}{2} \right]$$

Con base en el marco de referencia local, se traza un vector  $\mathbf{r}_i$  a partir del punto P hacia el punto  $C_i$  con componentes:

$$\mathbf{r}_i = [r \quad 0 \quad 0] \quad (22)$$

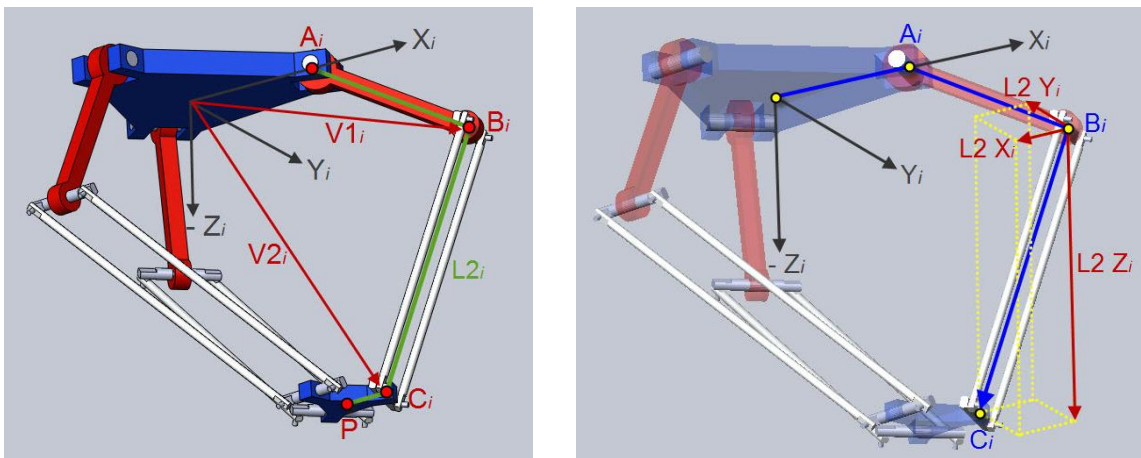


Fig. 28. Vectores  $\mathbf{V1}$ ,  $\mathbf{V2}$  y  $\mathbf{L2}$ , así como los vectores unitarios en dirección de  $\mathbf{L2}$ .

En la figura 28 se muestran los vectores  $\mathbf{V1}$  y  $\mathbf{V2}$ , los cuales son la suma de  $\mathbf{A}_i + \mathbf{B}_i$  y  $\mathbf{P} + \mathbf{r}_i$  respectivamente y son necesarios para conocer la posición y orientación del eslabón  $L2$ .  $\mathbf{L2}$  es el vector trazado a partir del punto  $B_i$  hacia el punto  $C_i$  y sus componentes se pueden conocer a través de la siguiente suma vectorial.

$$\mathbf{L2} = \mathbf{V2} - \mathbf{V1} \quad (23)$$

Se pueden conocer las componentes del vector  $\mathbf{aL2}$ , el cual es el vector unitario en dirección de  $\mathbf{L2}$ . Hay que recordar que la magnitud de  $\mathbf{L2}$  debe de ser igual a 400 mm.

$$|\mathbf{L2}_i| = \sqrt{(\mathbf{L2}_{xi})^2 + (\mathbf{L2}_{yi})^2 + (\mathbf{L2}_{zi})^2} = 400 \text{ mm}$$

$$\mathbf{aL2}_{xi} = \frac{\mathbf{L2}_{xi}}{|\mathbf{L2}_i|}, \quad \mathbf{aL2}_{yi} = \frac{\mathbf{L2}_{yi}}{|\mathbf{L2}_i|} \quad \text{y} \quad \mathbf{aL2}_{zi} = \frac{\mathbf{L2}_{zi}}{|\mathbf{L2}_i|} \quad (24)$$

Para obtener la carga que cada pierna del robot es capaz de soportar para la posición del punto  $P_i$ , se utiliza la ecuación de momento de una fuerza con respecto a un punto:

$$\mathbf{M}_o = \mathbf{r} \times \mathbf{F} \quad (25)$$

donde:

$$\mathbf{r} = x\mathbf{i} + y\mathbf{j} + z\mathbf{k} \quad (26)$$

$$\mathbf{F} = F_x\mathbf{i} + F_y\mathbf{j} + F_z\mathbf{k} \quad (27)$$

$$\mathbf{M}_o = M_x\mathbf{i} + M_y\mathbf{j} + M_z\mathbf{k} \quad (28)$$

A partir de las ecuaciones (26), (27) y (28) se deduce que:

$$M_x = y * F_z - z * F_y, \quad M_y = z * F_x - x * F_z \quad \text{y} \quad M_z = x * F_y - y * F_x \quad (29)$$

Si se considera al eslabón  $L2$  como un elemento rígido, la fuerza  $\mathbf{F}$  se transmite a partir del efector final de la plataforma móvil a través de este eslabón hasta el punto  $B_i$ , de tal manera que la fuerza  $\mathbf{F}$  tiene el sentido y dirección del vector  $\mathbf{L2}$ .

$$F_x \mathbf{i} = \mathbf{aL2}_{xi} * F, F_y \mathbf{j} = \mathbf{aL2}_{yi} * F \text{ y } F_z \mathbf{k} = \mathbf{aL2}_{zi} * F \quad (30)$$

donde:

$$F = |\mathbf{F}|$$

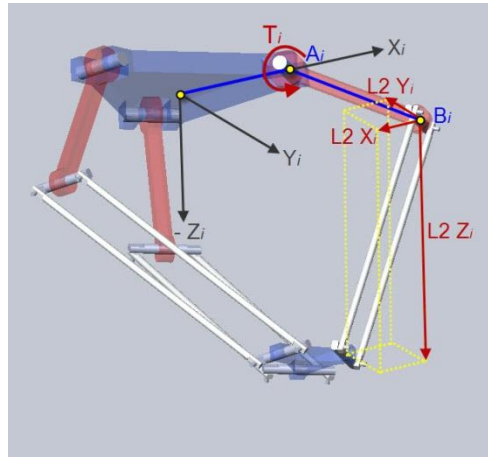


Fig. 29. Componentes unitarias del vector L2 ejerciendo un momento alrededor del punto  $A_i$ .

La figura 29 muestra el esquema utilizado para el cálculo de la capacidad de carga estática. Para este estudio, se conoce la capacidad de torque máximo constante proporcionado por los servomotores que actúan las piernas del robot, y se desea conocer la carga máxima puede soportar el órgano terminal del manipulador para un punto cualquiera del espacio de trabajo por acción de las tres piernas. Se puede observar que para cada pierna del manipulador, el momento de torsión  $T_i$  en el eslabón L1 es el proporcionado por el servomotor y actúa alrededor del eje  $Y_i$ . De esta manera se puede considerar al eslabón L1 como una viga pivotada en un extremo y con una fuerza  $F$  en el otro. El problema radica en conocer la fuerza máxima  $F$  que proporcione una condición de equilibrio estático si se conoce el torque  $T_i$ .

El servomotor cuenta con una caja de engranes planetarios que proporciona una relación de transformación de 14:1, por lo que se obtiene un torque máximo constante a la salida de 1306 N\*mm.

Retomando el conjunto de ecuaciones (29) se tiene que para cada marco de referencia local:

$$M_{x_i} = y_i * F_{z_i} - z_i * F_{y_i} = 0 \quad (31)$$

$$M_{y_i} = z_i * F_{x_i} - x_i * F_{z_i} = 1306 \quad (32)$$

$$M_{z_i} = x_i * F_{y_i} - y_i * F_{x_i} = 0 \quad (33)$$

Sustituyendo (30) en (32):

$$1306 = (z_i \mathbf{k} \cdot \mathbf{aL2}_{xi} - x_i \mathbf{i} \cdot \mathbf{aL2}_{zi}) * F_{im} \quad (34)$$

Tomando en cuenta que para la ecuación (34) se considera la condición de torque máximo proporcionado por el servomotor, se puede decir que  $F_{1m}$ ,  $F_{2m}$  y  $F_{3m}$  es el conjunto de fuerzas máximas que puede ejercer cada pierna del manipulador respectivamente, para la ubicación del punto P. Para el cálculo de la capacidad de carga estática es necesario que el conjunto de fuerzas  $F_{1m}$ ,  $F_{2m}$  y  $F_{3m}$  cumplan con la condición de equilibrio estático que se muestra en la ecuación (35).

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ W \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{aL2}_{x1} & \mathbf{aL2}_{x2} & \mathbf{aL2}_{x3} \\ \mathbf{aL2}_{y1} & \mathbf{aL2}_{y2} & \mathbf{aL2}_{y3} \\ \mathbf{aL2}_{z1} & \mathbf{aL2}_{z2} & \mathbf{aL2}_{z3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F_{1m} \\ F_{2m} \\ F_{3m} \end{bmatrix} \quad (35)$$

Sin embargo, las tres fuerzas obtenidas a través de la ecuación (34) no cumplen con la condición de equilibrio estático de la ecuación (35). Para obtener la condición de equilibrio estático se genera un sistema de ecuaciones proponiendo un peso unitario, donde las variables conocidas son los vectores unitarios L2 de las tres piernas y las incógnitas son las fuerzas  $F_1$   $F_2$   $F_3$ .

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{aL2}_{x1} & \mathbf{aL2}_{x2} & \mathbf{aL2}_{x3} \\ \mathbf{aL2}_{y1} & \mathbf{aL2}_{y2} & \mathbf{aL2}_{y3} \\ \mathbf{aL2}_{z1} & \mathbf{aL2}_{z2} & \mathbf{aL2}_{z3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F1 \\ F2 \\ F3 \end{bmatrix} \quad (36)$$

Existe una relación entre la fuerza máxima que el actuador es capaz de soportar y la fuerza necesaria para mantener la condición de equilibrio estático. El conjunto de fuerzas  $F_1'$   $F_2'$   $F_3'$  que es máximo y que también satisface el sistema de ecuaciones de equilibrio estático se obtiene al aumentar proporcionalmente las tres fuerzas  $F_1$ ,  $F_2$  y  $F_3$  hasta que una de ellas sea igual a su respectiva del conjunto de fuerzas máximas.

El valor de la carga máxima que el manipulador puede soportar para la posición  $P_i$  se obtiene mediante la siguiente ecuación:

$$W_{max} = \sum_{i=1}^3 F'_i \cdot aL2_{zi} \quad (37)$$

Como es de esperarse, el valor de la carga máxima para cada reconfiguración de la plataforma fija se ubica en el punto más bajo del espacio de trabajo, esto ocurre cuando para cada una de las cadenas cinemáticas los eslabones L1 y L2 se encuentran alineados. Matemáticamente para este punto se puede alcanzar una capacidad de carga infinita. Sin embargo para propósitos prácticos es necesario proponer un valor límite, para nuestro estudio se propone un valor de carga máxima de 80 N (por ser mayor que la capacidad de carga para el resto de los puntos del espacio de trabajo y no representar una carga que pueda implicar alguna deformación significativa en los eslabones).

### 3.2 ESPACIO DE CARGA

Como resultado del cálculo de la capacidad de carga estática se obtiene un vector que guarda la información de la carga máxima para cada posición del espacio de trabajo, sin embargo, dentro de la literatura no se reporta de un método para presentar de forma gráfica estos resultados.

Se introduce el término de *espacio de carga*, como el área producto de un corte realizado al espacio de trabajo del manipulador, para el cual se puede visualizar de forma gráfica la capacidad de carga estática existente en los puntos que pertenecen a esta sección (figura 30).

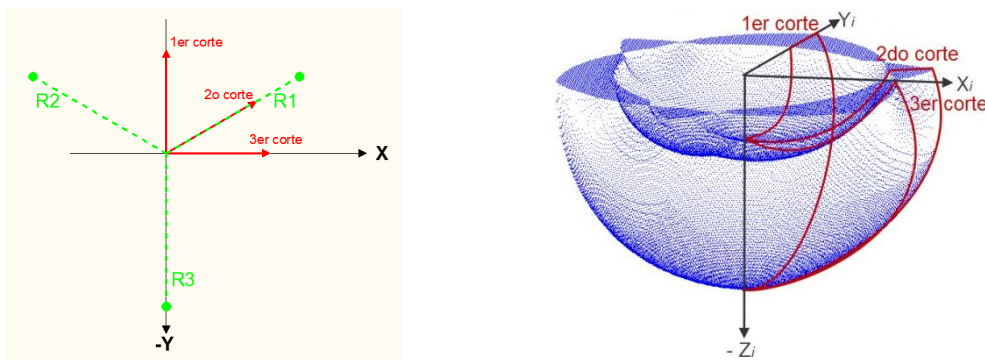


Fig. 30. Cortes realizados al espacio de trabajo para presentar el espacio de carga ( $0^\circ$ ,  $30^\circ$  y  $90^\circ$ )

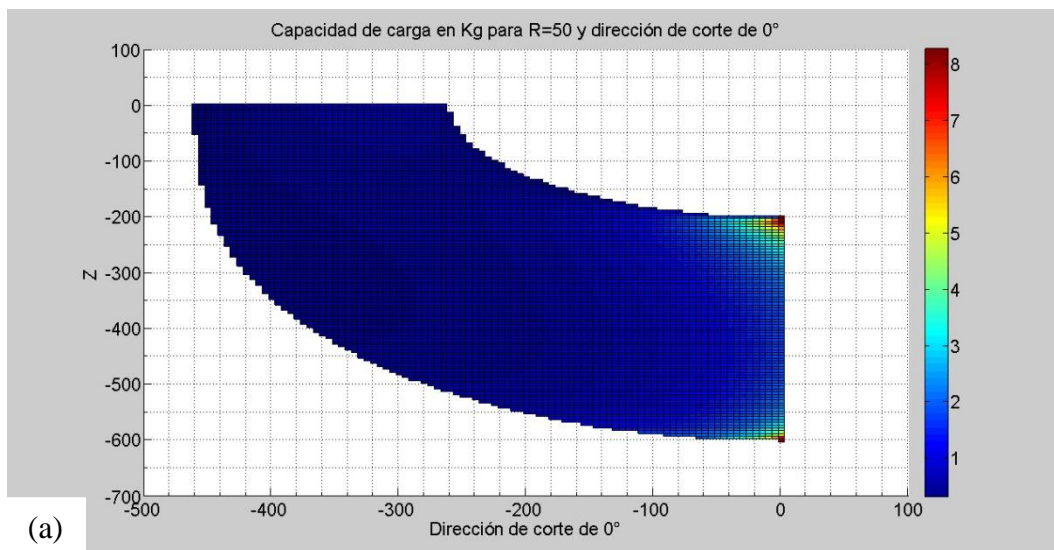
Dada la simetría en la ubicación de las cadenas cinemáticas del robot paralelo tipo Delta, se podría imaginar al eje Z como un eje de rotación para un corte realizado al espacio de trabajo. Se realizan tres cortes con respecto al sistema de referencia global a  $0^\circ$ ,  $30^\circ$  y  $90^\circ$ , aceptando los resultados como iguales para las otras dos piernas figura (30).

### 3.2.1 RECONFIGURACIÓN DEL ESPACIO DE CARGA

Se genera un algoritmo que permite graficar, en escalas de colores, la capacidad de carga estática para cada sección del espacio de carga. Se asigna el color azul oscuro a la capacidad de carga más baja y el color rojo a la capacidad de carga más alta. De esta forma se puede visualizar de manera clara la distribución de la capacidad de carga estática para un plano formado por la dirección de corte y el eje Z.

A continuación se presentan los tres cortes realizados para tres diferentes reconfiguraciones:

Reconfiguración donde  $R=r$ , esto es  $R=50$  mm:





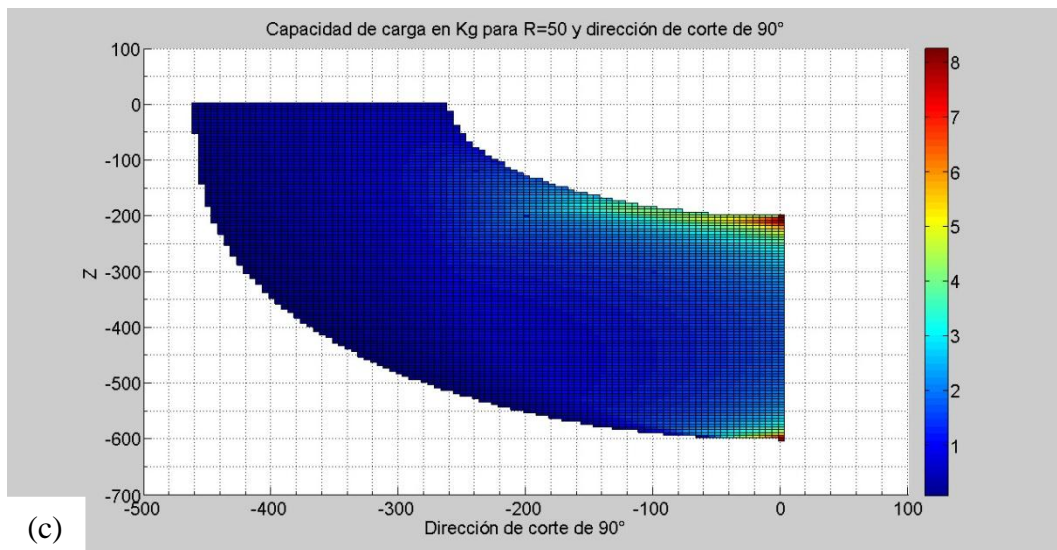
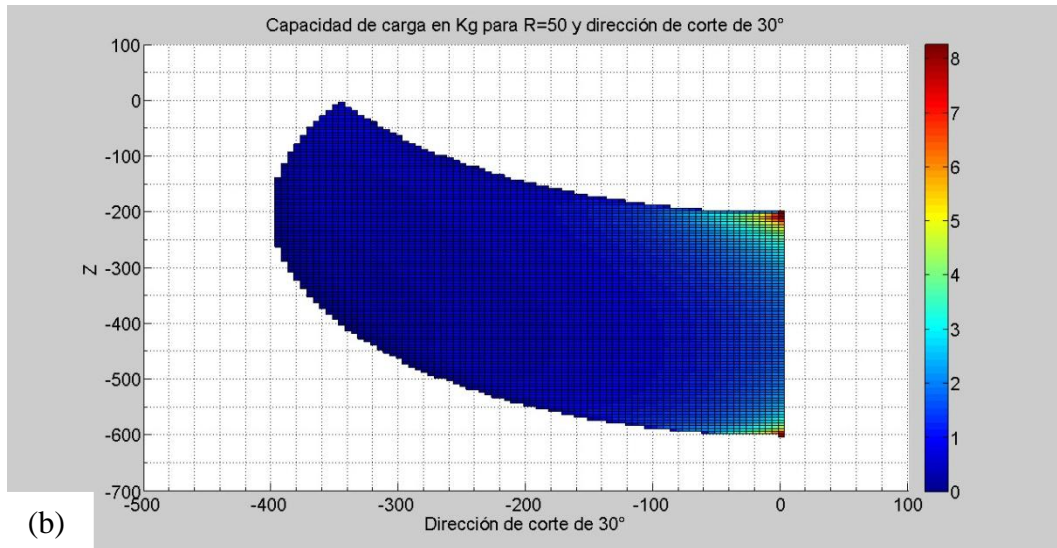
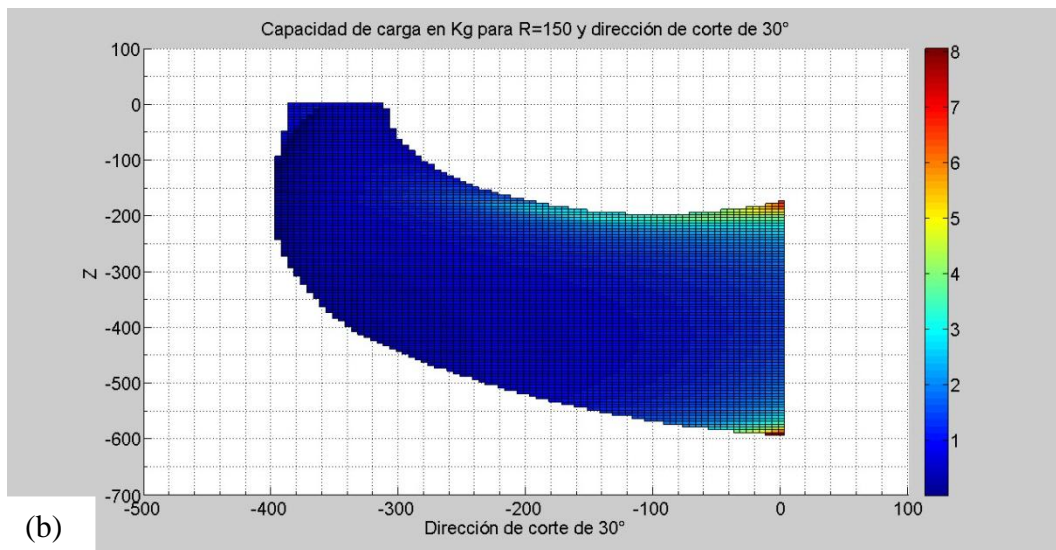
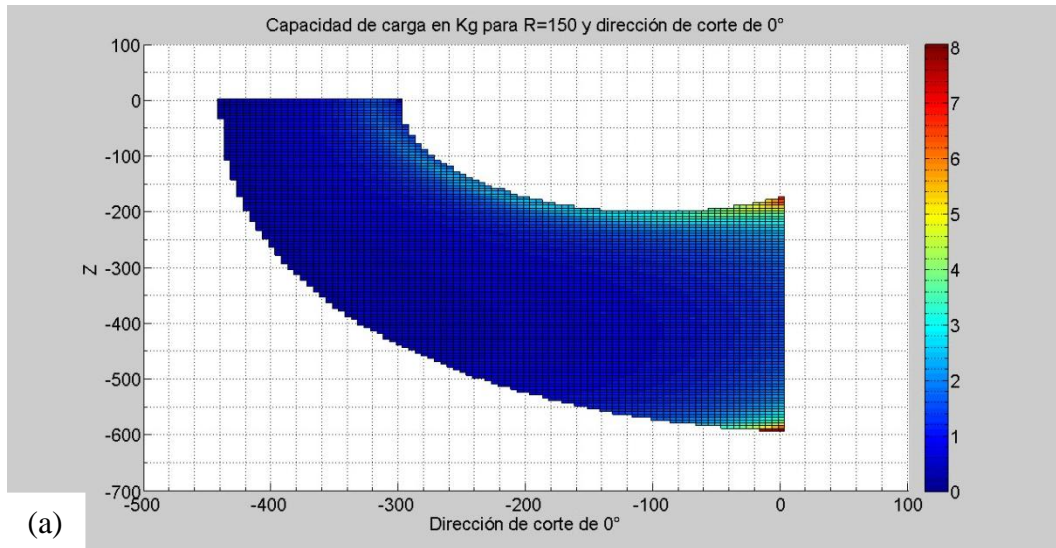


Fig. 31. Espacio de carga para R=50 mm cortes a 0° (a), 30° (b) y 90° (c).

Reconfiguración donde R=150 mm:



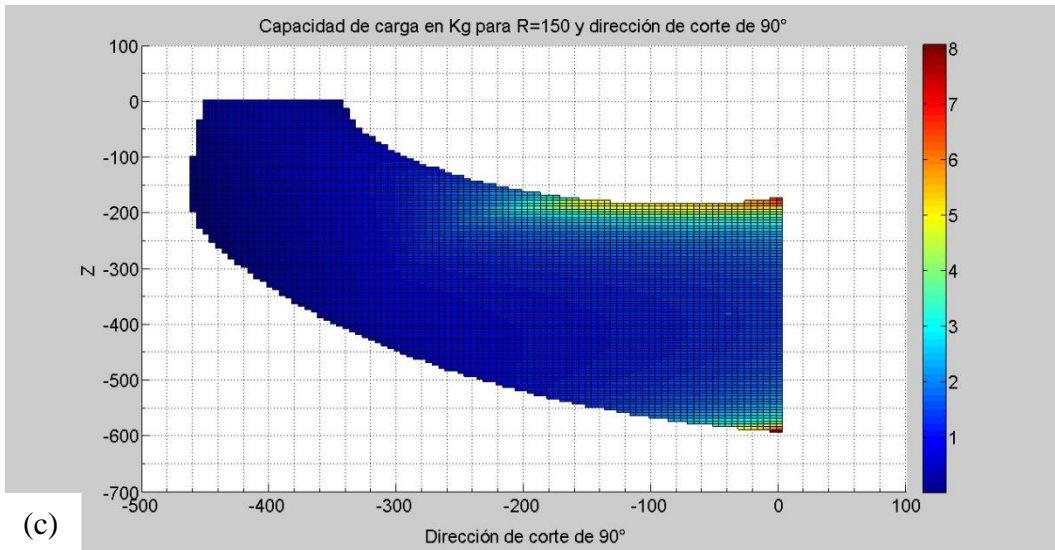
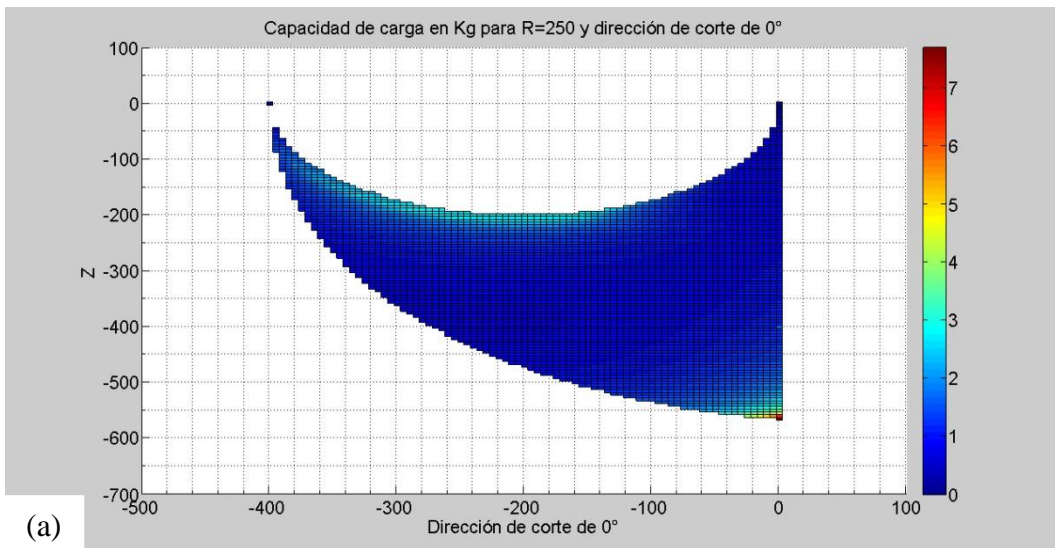


Fig. 32. Espacio de carga para R=150 mm cortes a 0° (a), 30° (b) y 90° (c).

Reconfiguración donde R=250 mm:



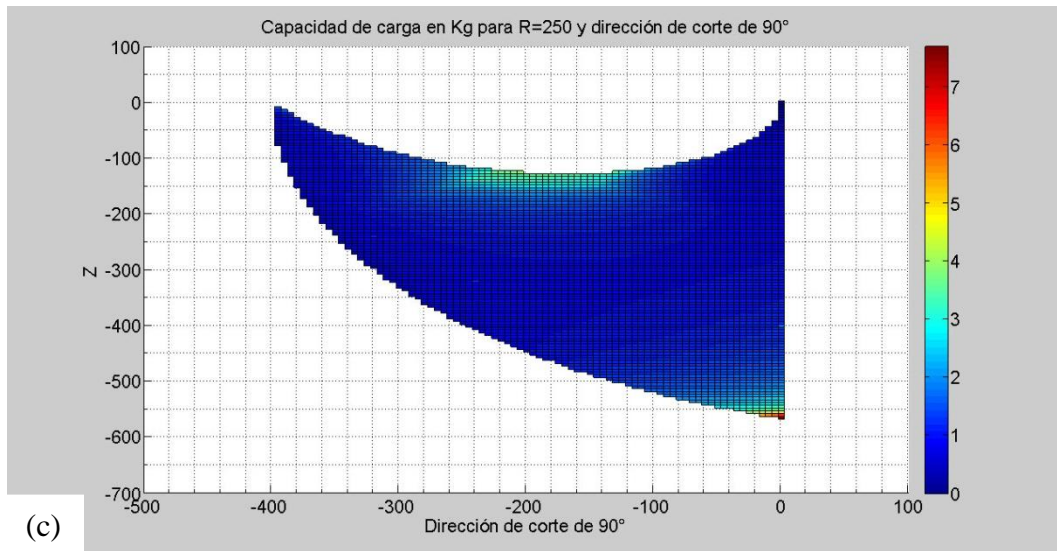
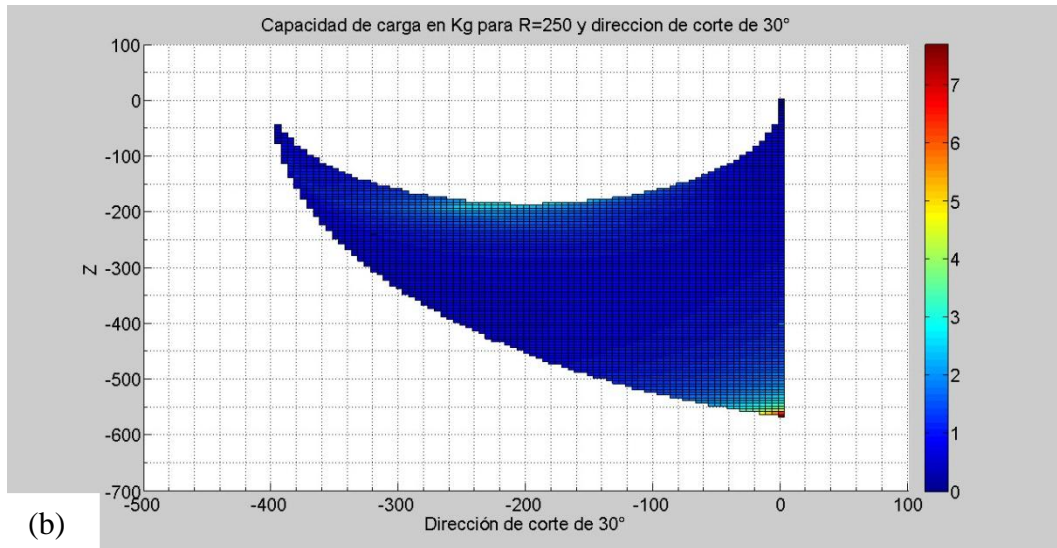


Fig. 33. Espacio de carga para R=250 mm cortes a 0° (a), 30° (b) y 90° (c).

Las figuras obtenidas a partir del concepto de espacio de carga, muestran un área producto de un corte realizado en diferentes direcciones (0°, 30° y 90° respecto al eje  $X_0$  del marco

de referencia global) al espacio de trabajo del robot. El área de corte muestra una distribución de colores que representan la capacidad de carga estática del robot para los puntos pertenecientes al espacio de trabajo. A la derecha se aprecia la escala de colores que ayuda a interpretar la figura, la cual, va desde 0 kg (azul oscuro) hasta 8 kg (rojo). En el eje horizontal se grafica el desplazamiento del robot a lo largo de la dirección de corte y en el eje vertical se grafica el desplazamiento del robot a lo largo del eje vertical (Z). Es conveniente recordar que, en general, la capacidad de carga estática del robot es diferente de la capacidad de carga dinámica del robot.

De las figuras 31-33 se puede resaltar lo siguiente:

- La máxima capacidad de carga se obtiene en el punto más bajo del espacio de carga, lo cual ya se esperaba pues en este punto los eslabones L1 y L2 de cada pierna del robot se encuentran alineados. Esto implica que no es necesario torque alguno del motor para mantener esa posición del órgano terminal del robot, independientemente de cualquiera que sea la carga que se está manipulando.
- La mínima capacidad de carga se obtiene en los puntos más alejados del espacio de trabajo, pues en estos puntos los eslabones L1 y L2 pueden alcanzar una posición casi horizontal y el torque de los motores no se aprovecha en levantar la carga sino más bien en conservar la posición de equilibrio.
- Para todas las reconfiguraciones la mínima capacidad de carga tiende a cero.
- Para una misma reconfiguración, el área resultado de una dirección de corte varía con respecto a las demás.
- Para una misma reconfiguración, los puntos de carga intermedia para una dirección de corte no se encuentran en la misma posición que para las demás.
- Conforme el valor de R aumenta, los puntos de carga intermedia se alejan del centro del espacio de carga.

### 3.3 ESPACIO DE CARGA LIMITADO

Para aplicaciones futuras, es deseable que para cualquier reconfiguración el manipulador tenga una capacidad mínima de carga diferente de cero. Esto representaría tener un peso máximo que se pueda manipular a lo largo de todo el espacio de trabajo. Una solución es limitar el espacio de trabajo de manera que los puntos con capacidad de carga nula no formen parte de éste.

Se propone limitar el espacio de trabajo a un cilindro, (que es la limitación estándar del espacio de trabajo para los manipuladores comerciales de su tipo, figura 34). Además, esto

permitiría una comparación más directa entre reconfiguraciones, pues se puede ubicar con más precisión la variación de la capacidad de carga para un mismo espacio de trabajo.

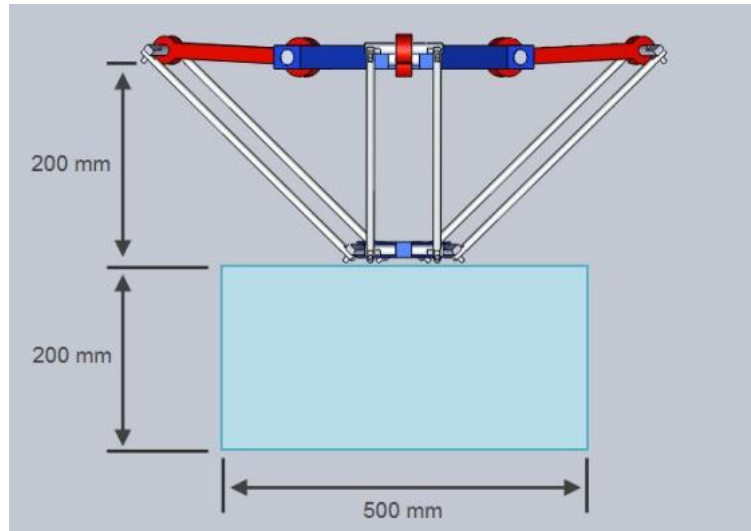


Fig. 34. Forma y dimensiones del espacio de trabajo limitado

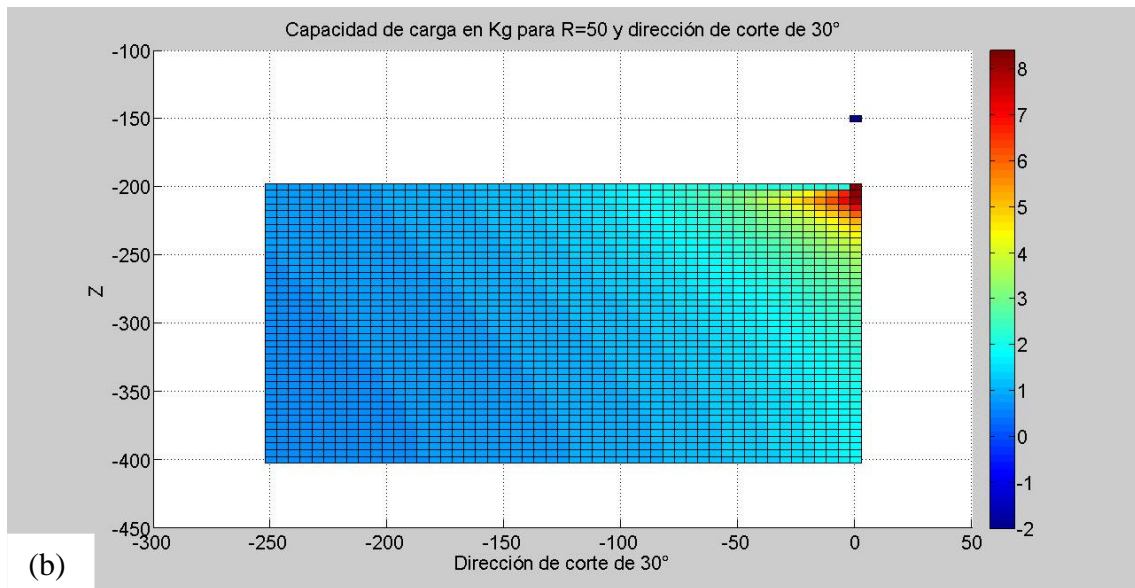
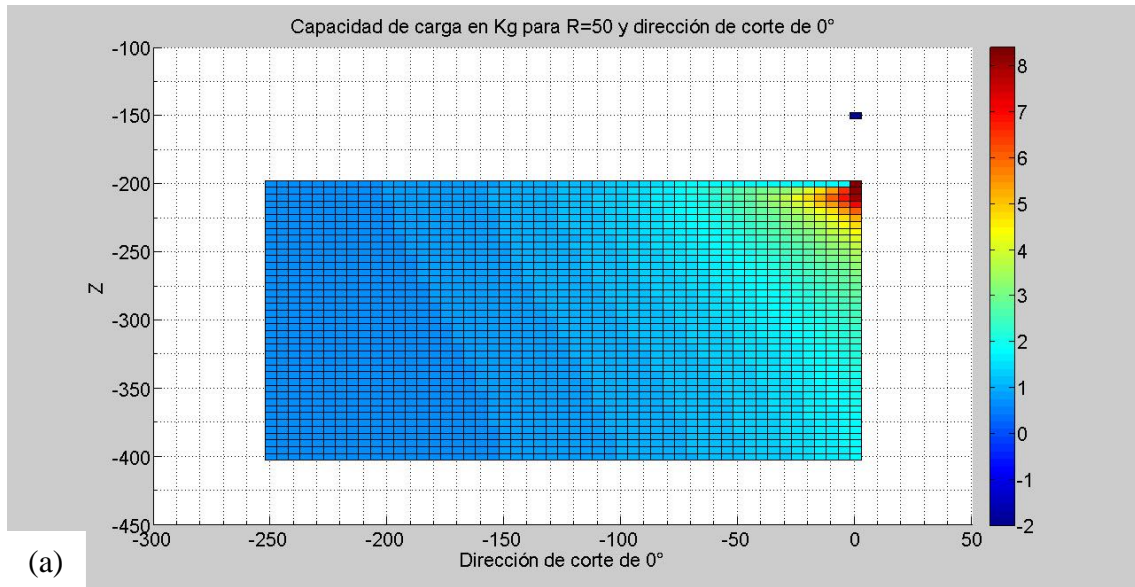
En la figura 34 se puede apreciar la forma y dimensiones del nuevo espacio de trabajo propuesto. Es importante señalar que la idea de limitar el espacio de trabajo es simplemente para mostrar la capacidad de carga útil garantizada que el manipulador podría soportar dentro de todo su espacio de trabajo.

### 3.3.1 RECONFIGURACIÓN DEL ESPACIO DE CARGA LIMITADO

Es necesario hacer la observación de que no todas las reconfiguraciones de R son capaces de alcanzar todos los puntos del nuevo espacio de trabajo. Para realizar una comparación entre la capacidad de carga máxima y mínima, y su ubicación entre reconfiguraciones, solo se tomarán en cuenta aquellas reconfiguraciones que cumplan con el nuevo espacio de trabajo.

Las reconfiguraciones que cumplen con el espacio de trabajo limitado están comprendidas entre los valores de  $R=50$  mm hasta  $R=250$  mm. A continuación se presentan los tres cortes realizados para tres diferentes reconfiguraciones:

Reconfiguración donde  $R=r$ , esto es  $R=50$  mm:



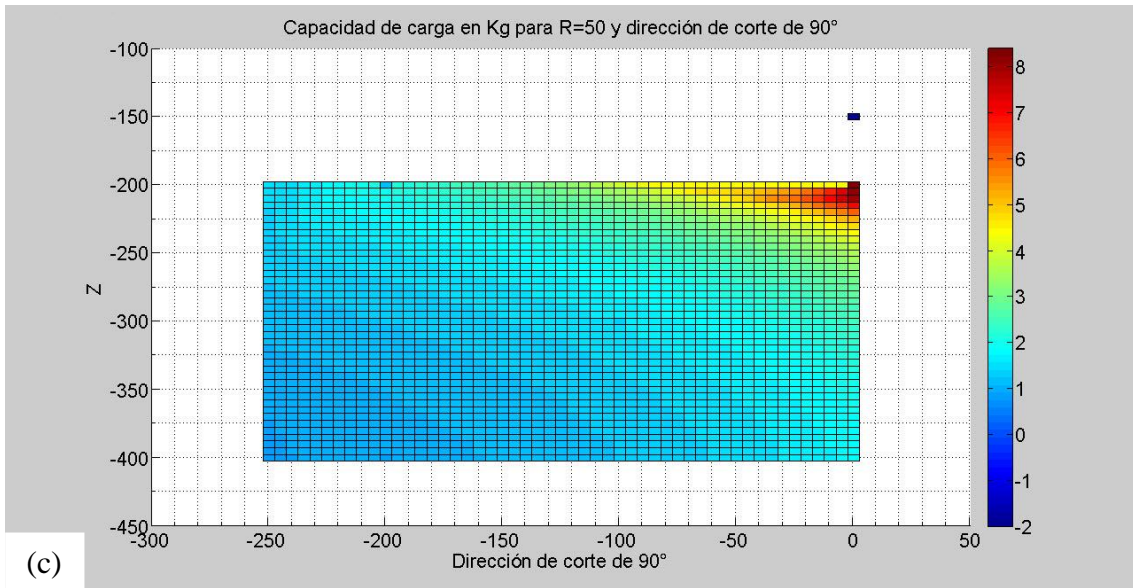
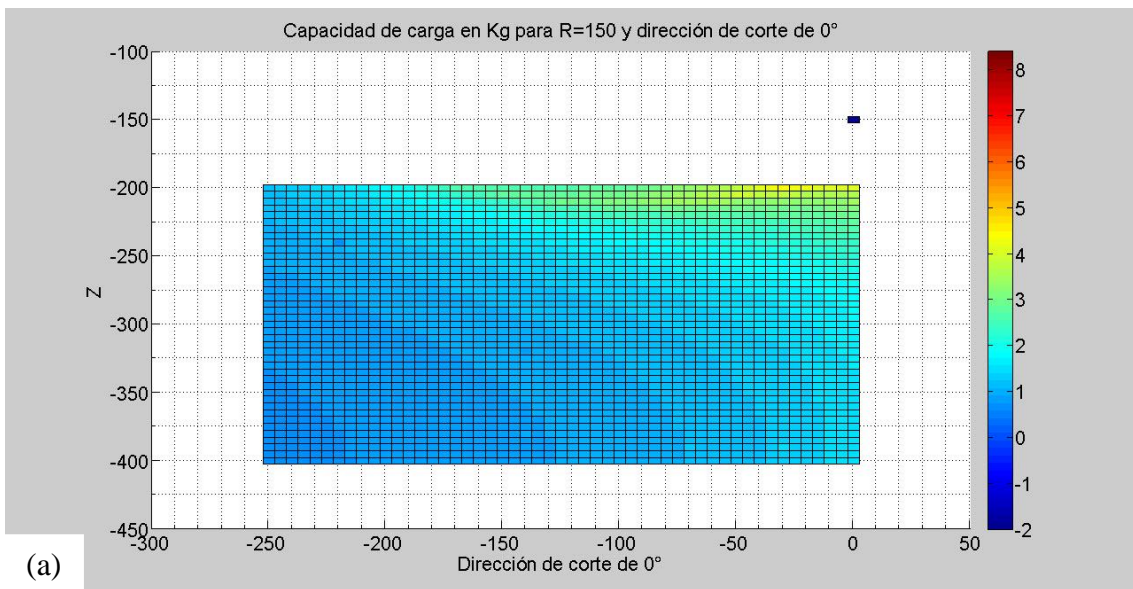


Fig. 35. Espacio de carga limitado para R=50 mm cortes a 0° (a), 30° (b) y 90° (c).

Reconfiguración donde R=150 mm:





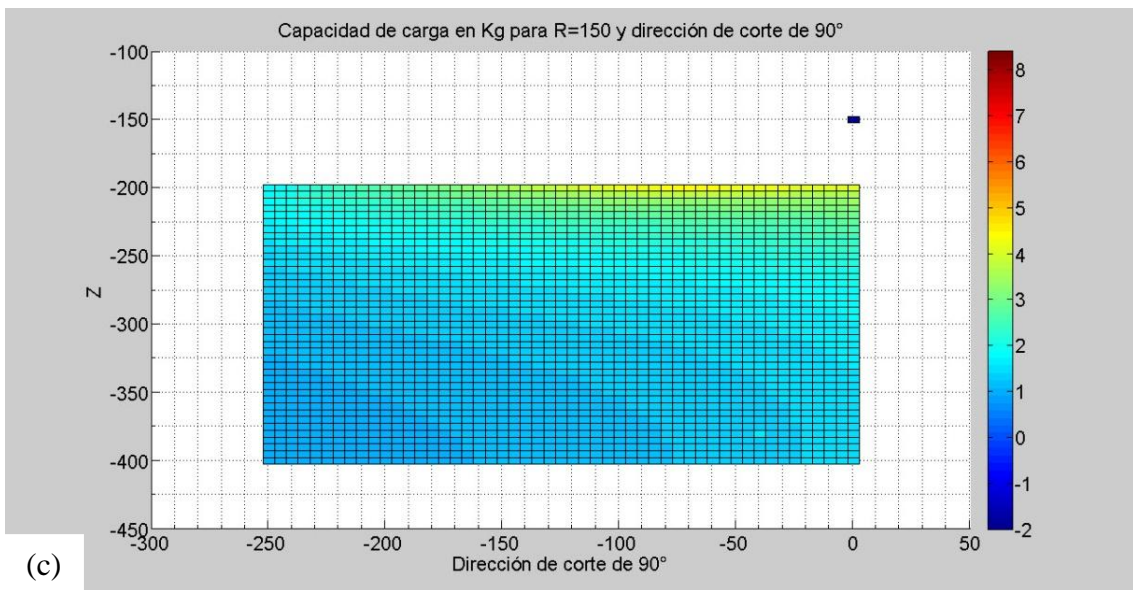
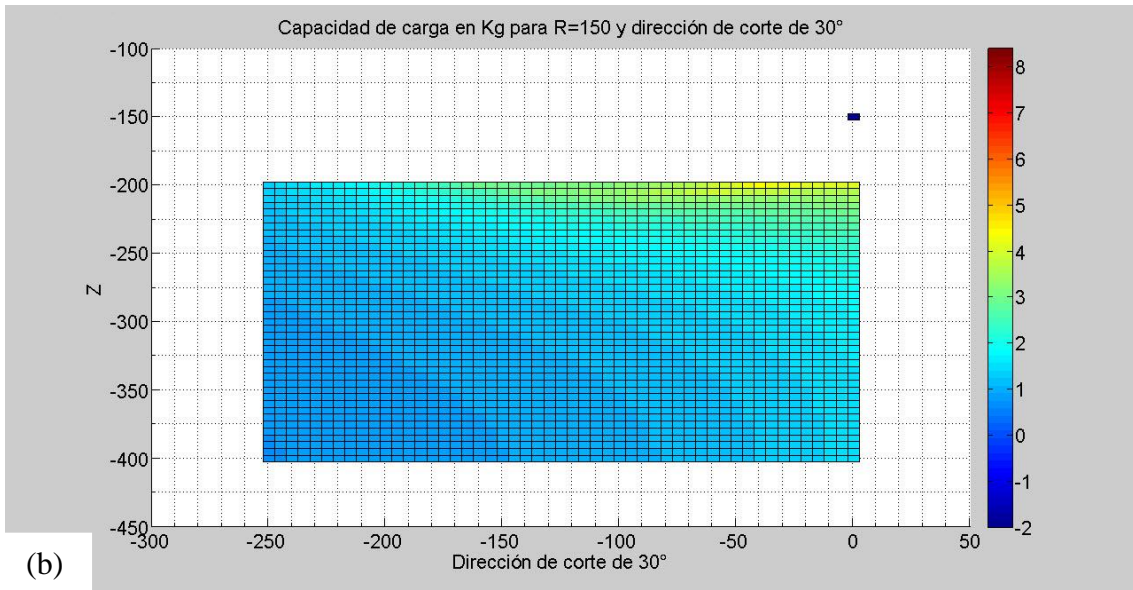
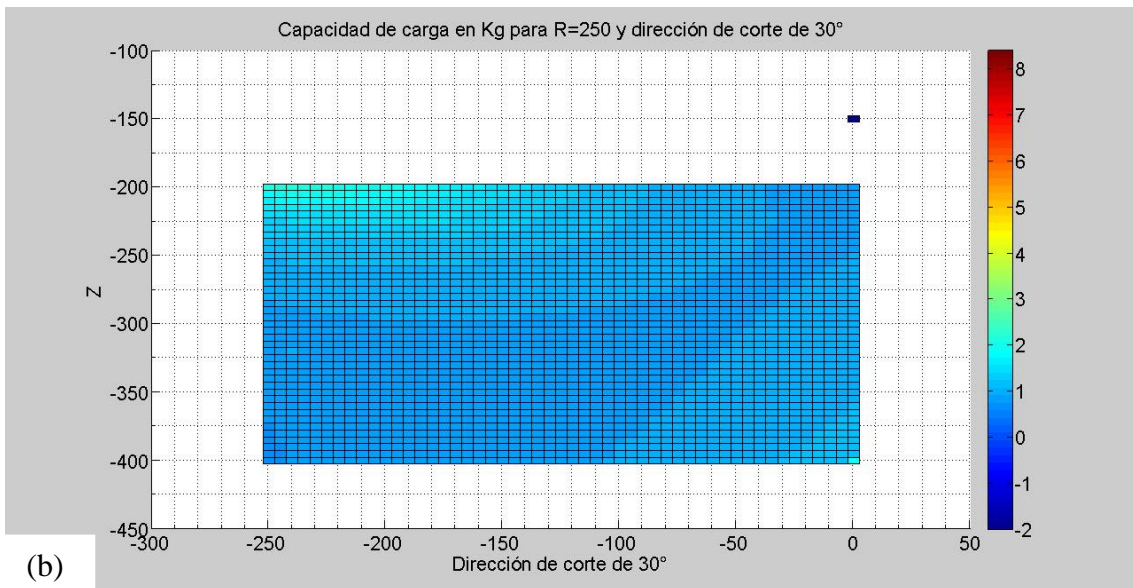
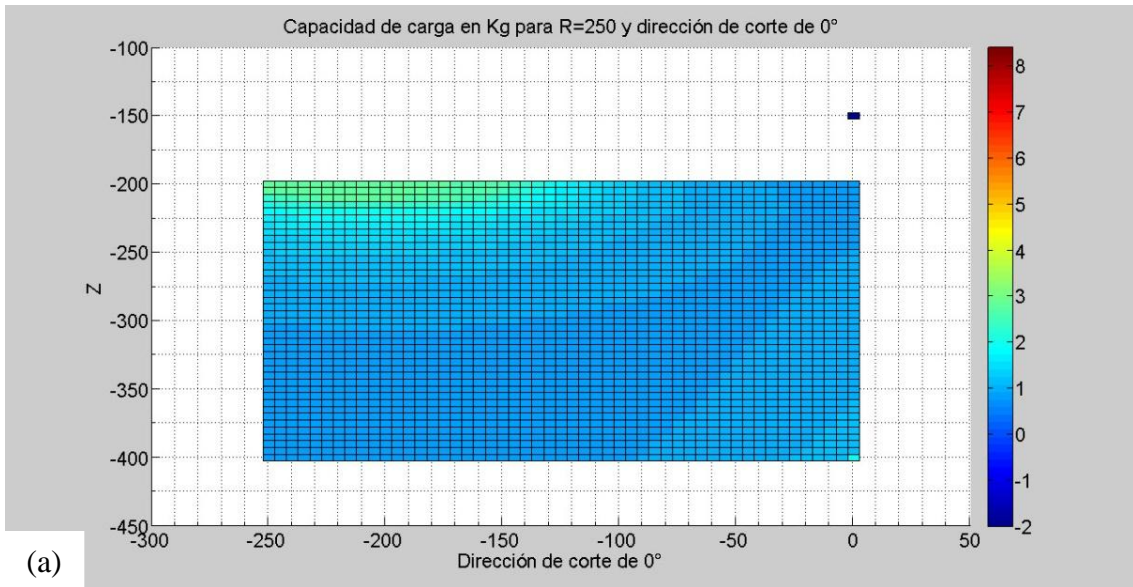


Fig. 36. Espacio de carga limitado para R=150 mm cortes a 0° (a), 30° (b) y 90° (c).

Reconfiguración donde  $R=250$  mm:



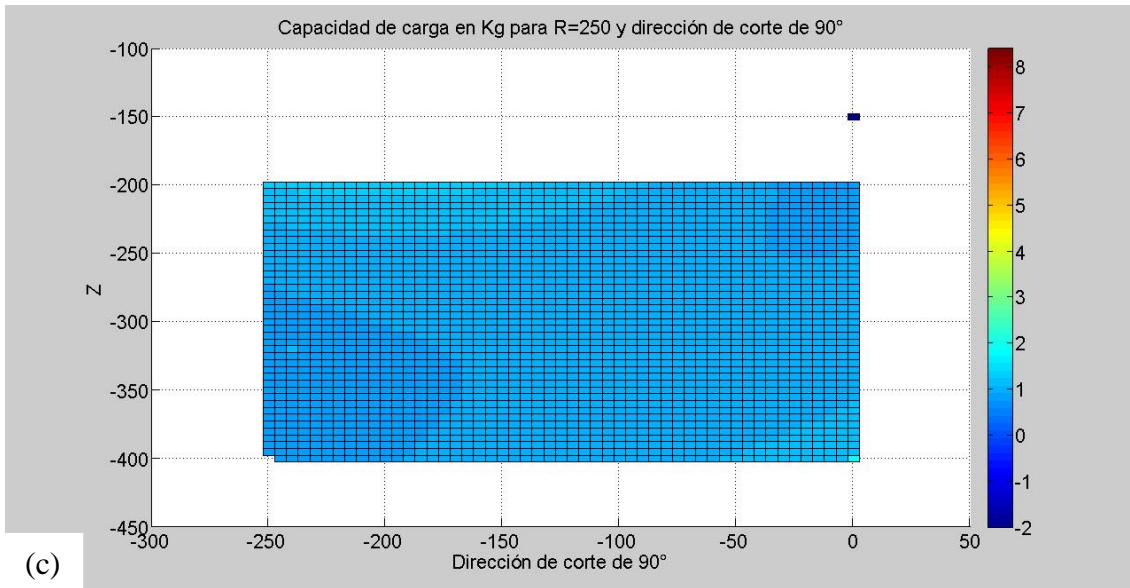
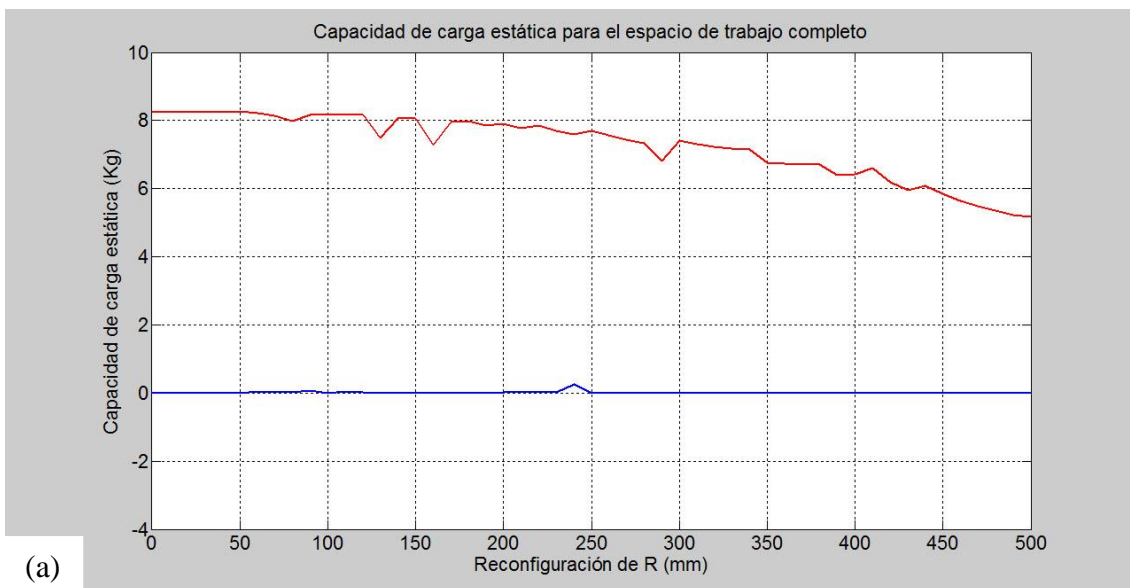
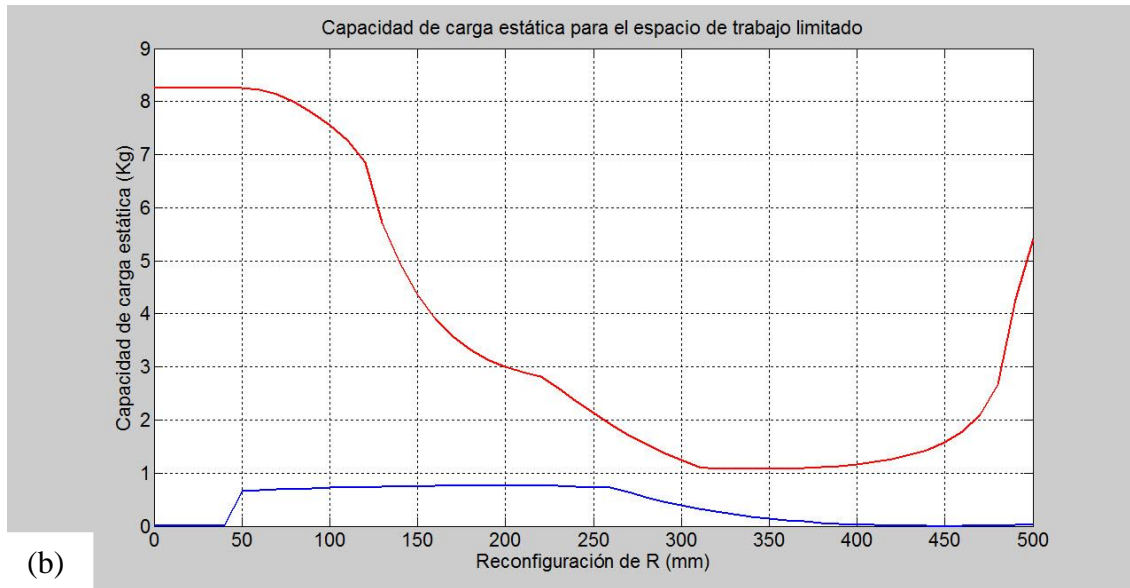


Fig. 37. Espacio de carga limitado para R=250 mm cortes a 0° (a), 30° (b) y 90° (c).

A fin de conocer los valores de capacidad de carga máxima y mínima para cada reconfiguración, se graficaron los resultados obtenidos de la simulación de la capacidad de carga tanto para el espacio de carga inicial, como para el espacio de carga limitado.





(b)

Fig. 38. Capacidad de carga estática para el espacio de trabajo completo (a) y para el espacio de trabajo limitado (b).

De las figuras obtenidas de la simulación de la capacidad de carga para el espacio de trabajo limitado (figuras 35-38) se puede observar que:

- La máxima capacidad de carga ya no se encuentra en el punto más bajo del espacio de carga, ahora su ubicación varía dependiendo de la reconfiguración de R. Sin embargo, siempre aparece en la parte superior del espacio de trabajo.
- Para un mismo punto del espacio de trabajo, la capacidad de carga es distinta dependiendo de la reconfiguración de R. Esto quiere decir que, para un punto cualquiera  $P_i$ , existe una reconfiguración de R que tiene una capacidad de carga máxima (mayor capacidad de carga con respecto a las demás reconfiguraciones de R).
- Con respecto al diseño original, la mínima capacidad de carga aún se encuentra en los puntos más alejados del espacio de trabajo, sin embargo ahora ya es diferente a cero.
- Para una misma reconfiguración, se tiene una distribución similar de la capacidad de carga para las diferentes direcciones de corte.
- Conforme el valor de R aumenta, los puntos de carga intermedia se alejan del centro del espacio de carga.
- De la figura 38 se corrobora que, al limitar el espacio de trabajo, la capacidad de carga mínima es diferente de cero, pudiendo manipular una carga constante a lo

largo de todo el espacio de trabajo. Para la limitación propuesta del espacio de trabajo, la máxima carga garantizada oscila entre los 600 y 900 g dependiendo de la reconfiguración.

## DISEÑO DEL MECANISMO PARA LA RECONFIGURACIÓN

Como comentado anteriormente, uno de los objetivos principales de este trabajo es generar el diseño de un mecanismo que permita reconfigurar un robot paralelo tipo Delta existente (en este caso se trata del modelo Parallax LKF 2040 fabricado por el IPN).

En este capítulo se presenta el diseño de ese mecanismo, el cual está basado en los resultados de los análisis realizados en los capítulos previos.

A partir del análisis de la variación del espacio de trabajo, se seleccionó el radio de la plataforma fija ( $R$ ) como el parámetro más pertinente para realizar la reconfiguración.

El peso máximo y mínimo que se espera manipular a lo largo de todo el espacio de trabajo fue establecido a través del cálculo de la variación de la capacidad de carga.

Estos datos establecen dos de los principios básicos para la concepción del diseño mecánico del manipulador. Sin embargo, con el objetivo de generar el diseño de un mecanismo que pueda servir como plataforma de futuros estudios, se establecieron varios requisitos de diseño (lista de exigencias), que deben ser cumplidos para pensar en la futura construcción del prototipo.

### 4.1 REQUISITOS DE DISEÑO

- Se deberá diseñar un mecanismo capaz de modificar la longitud del radio de la plataforma fija ( $R$ ), para reconfigurar un robot paralelo tipo Delta.
- La reconfiguración deberá ser realizada incluso cuando el robot se encuentre en movimiento (reconfiguración dinámica o durante el ciclo de trabajo).
- El mecanismo deberá ser lo suficientemente rígido como para no afectar de manera significativa la precisión con la que ya cuenta el robot Parallax LKF-2040.
- Para cualquier reconfiguración la dimensión de  $R$  deberá ser la misma para cada una de las piernas del robot.
- El mecanismo de reconfiguración deberá ser actuado por un solo servomotor, el cual se desea que sea igual a los servomotores usados en el actuado de cada una de las cadenas cinemáticas del robot.

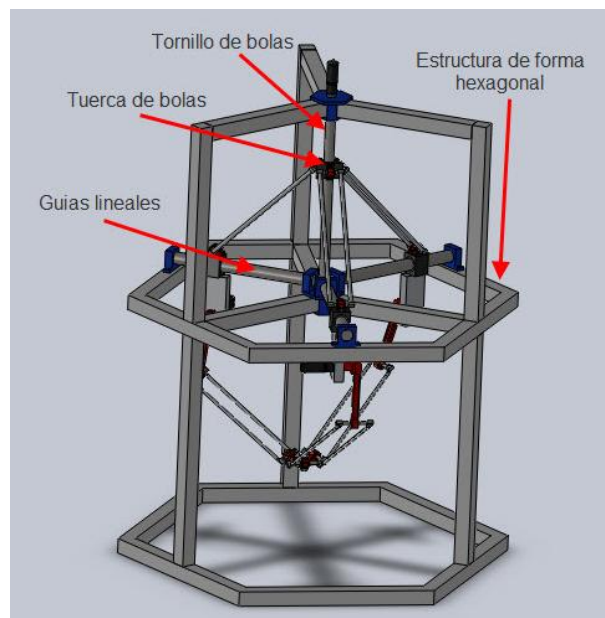
- El mecanismo deberá de ser capaz de cubrir la mayoría de las reconfiguraciones de R antes analizadas.

## 4.2 PROPUESTAS DE DISEÑO

Para atacar la problemática referente al diseño del mecanismo encargado de la reconfiguración, se proponen dos prototipos diferentes, los cuales en principio cumplen con la lista de exigencias.

A continuación se presentan los dos diferentes mecanismos acompañados de una descripción de su funcionamiento.

- Primera propuesta para el mecanismo de reconfiguración, sistema hexagonal con tornillo de avance vertical (figura 39):



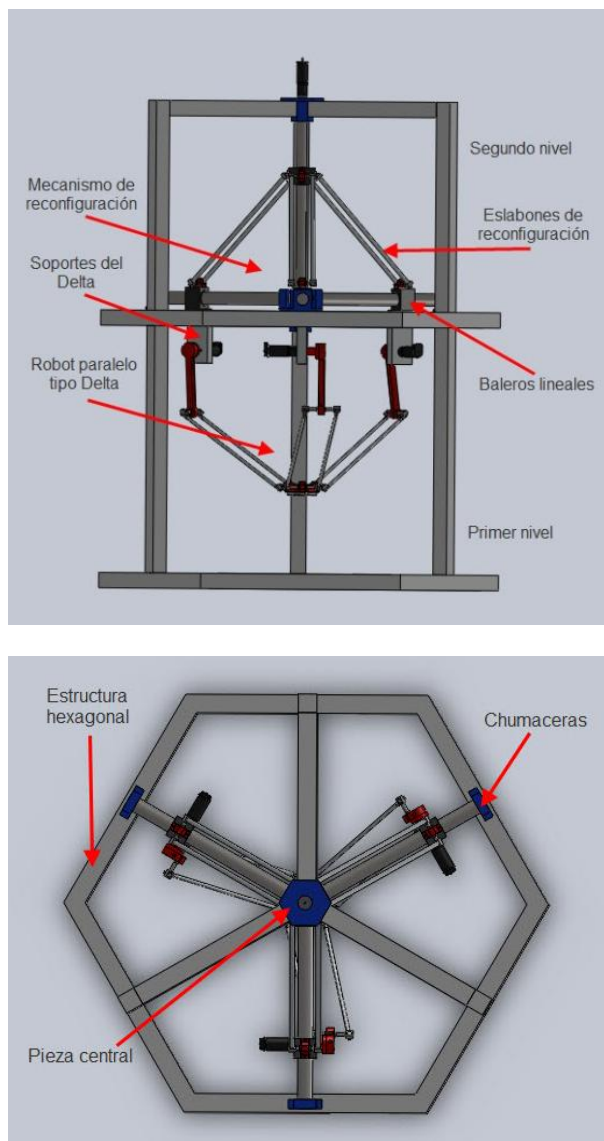


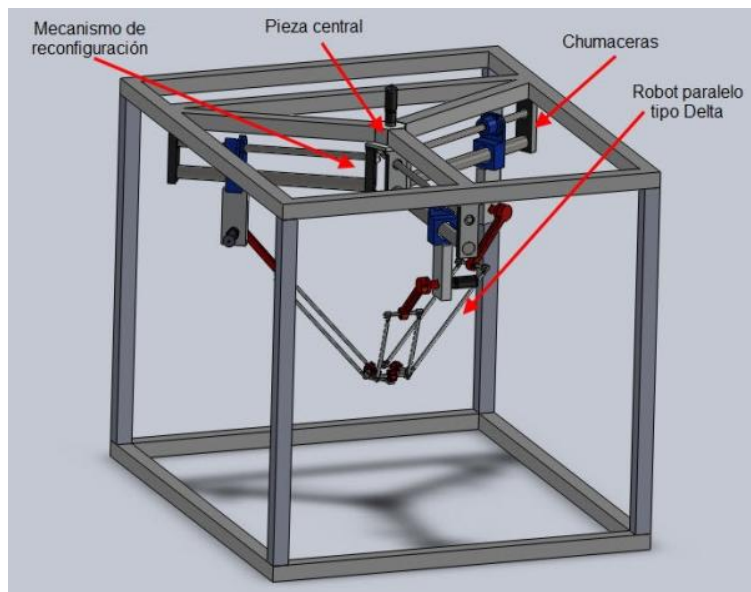
Fig. 39. Mecanismo de reconfiguración: Sistema Hexagonal con tornillos de avance vertical

La primera propuesta para el mecanismo de reconfiguración está basada en una estructura de perfil cuadrado de acero ensamblada de forma hexagonal dividida en dos niveles. En el primer nivel se encuentra el robot paralelo tipo Delta y en el segundo nivel el mecanismo de reconfiguración. La unión entre el mecanismo de reconfiguración y el robot Delta se ubica entre los soportes del Delta y la caja de los baleros lineales. Estas tres uniones forman la plataforma fija y el radio de la plataforma fija ( $R$ ) es la distancia entre el centro del mecanismo y el punto de unión entre el Delta y el mecanismo de reconfiguración. El movimiento del mecanismo de reconfiguración lo proporciona un servomotor ubicado en la parte superior de la estructura unido a la pieza central superior. Un par de piezas centrales



sostienen un tornillo de bolas el cual puede girar sobre su propio eje. El tornillo de bolas está acoplado al servomotor. La tuerca de bolas sube o baja de forma lineal dependiendo del sentido en el que gire el tornillo de bolas. El movimiento vertical de la tuerca de bolas se transforma en movimiento horizontal hacia los baleros lineales mediante los eslabones de reconfiguración. Los baleros lineales se deslizan a lo largo de las guías lineales para obtener el movimiento que genera el cambio en la longitud del radio de la plataforma fija (R), de esta manera se obtiene la reconfiguración del robot Delta. Las guías lineales no giran y están soportadas mediante un juego de chumaceras.

- Segunda propuesta para el mecanismo de reconfiguración, Sistema de engranes cónicos con tornillos de avance horizontal (figura 40):



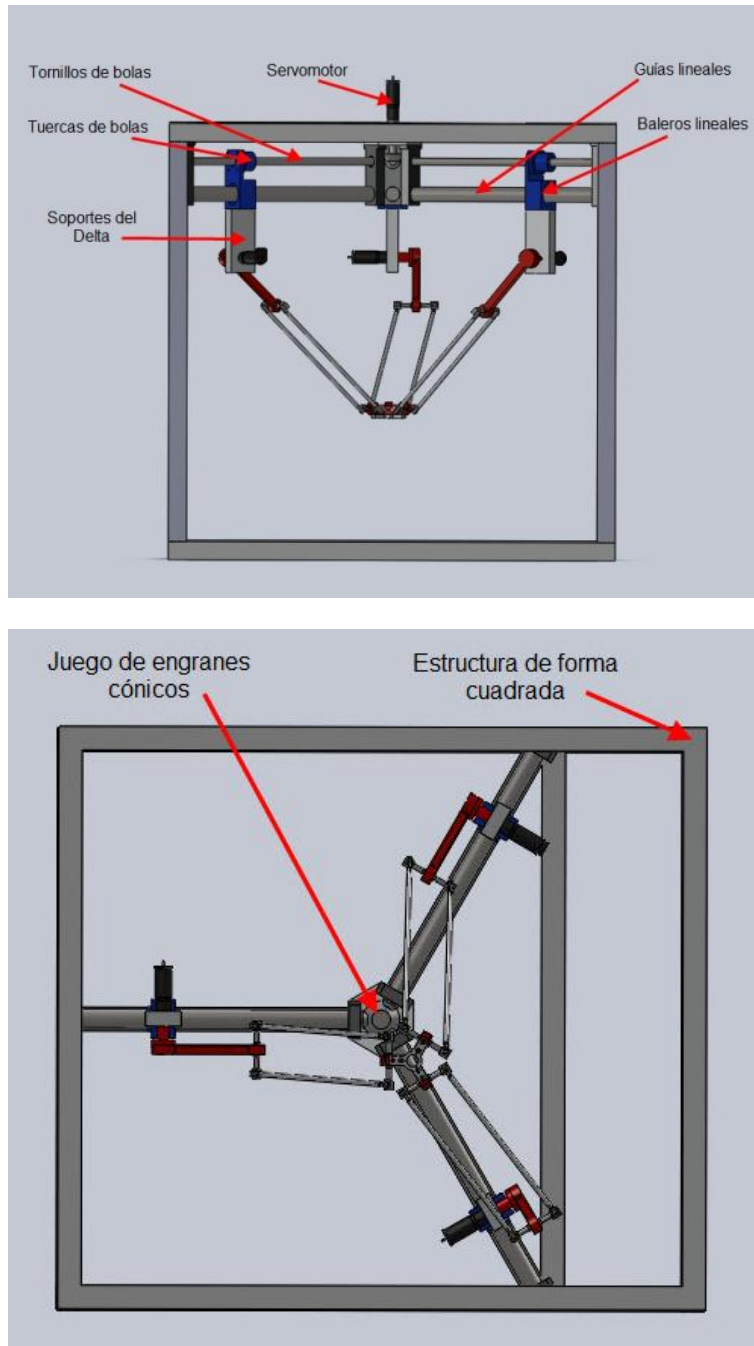


Fig. 40. Mecanismo de reconfiguración: Sistema de engranes cónicos con tornillos de avance horizontal

La segunda propuesta para el mecanismo de reconfiguración está basada en una estructura de perfil cuadrado de acero ensamblada en forma de un cubo. Dentro de la estructura se encuentra el mecanismo de reconfiguración así como el robot paralelo tipo Delta. La unión entre el mecanismo de reconfiguración y el robot Delta se ubica entre los soportes del Delta

y la caja de los baleros lineales. Estas tres uniones forman la plataforma fija y el radio de la plataforma fija (R) es la distancia entre el centro del mecanismo y el punto de unión entre el Delta y el mecanismo de reconfiguración. El movimiento del mecanismo de reconfiguración lo proporciona un servomotor ubicado en la parte superior de la estructura unido a la pieza central. Un conjunto de engranes cónicos transmiten el movimiento de torsión a un ángulo de  $90^\circ$  entre el servomotor y tres tornillos de bolas, los cuales están soportados mediante un juego de chumaceras. Cada tornillo de bolas está acoplado a un engrane cónico y puede girar sobre su propio eje. Una tuerca de bolas se mueve horizontalmente a lo largo de cada tornillo de bolas acortando o aumentando su distancia con respecto del centro del mecanismo dependiendo del sentido de giro del tornillo de bolas. Una placa une de forma rígida la tuerca de bolas con su respectivo balero lineal, de esta forma se genera la variación en la longitud del radio de la plataforma fija (R) y se logra la reconfiguración del robot Delta. Las guías lineales no giran y están soportadas mediante el mismo juego de chumaceras que los tornillos de bolas.

#### 4.2.1 CRITERIOS DE SELECCIÓN

Con la finalidad de seleccionar la mejor propuesta de diseño, es necesario realizar una comparación directa entre las dos propuestas de mecanismos de reconfiguración, para lo cual se proponen una lista de criterios de selección. Cada criterio de selección representa un punto crítico que el diseñador y su equipo proponen para resaltar las debilidades y fortalezas de cada una de las propuestas de diseño. Para cada propuesta se emite una calificación del 1 al 10 (1 si no cumple con el criterio de selección, 10 y lo cumple a la totalidad). Finalmente son sumados todos los criterios de selección y se obtiene la calificación final, la propuesta que tenga una mayor calificación será elegida como la mejor.

A continuación se presenta la tabla de criterios de selección:

Tabla 2. Criterios de Selección

Criterio de Selección	Sistema hexagonal con tornillo de avance vertical	Sistema de engranes cónicos con tornillos de avance horizontal
Simplicidad en el diseño	8	10
Piezas móviles	9	9
Precisión	8	10
Facilidad para la calibración	8	9
Puntos de singularidad	6	10
Precio total del mecanismo de reconfiguración	10	8
Simplicidad en el control	7	10
Menor aumento en el tamaño total del manipulador	6	10
Calificación total	62	86

A partir de la tabla de criterios de selección se escoge a la propuesta de reconfiguración de los engranes cónicos con tornillos de avance lineal como la mejor. Los puntos más críticos para su selección fueron los siguientes:

- El diseño es más simple y rígido en principio; la transmisión de movimiento se realiza de forma más directa y no aumenta el tamaño final del manipulador.
- Se considera que tiene una mayor precisión pues los elementos involucrados en la transmisión de movimiento generan menos error por efecto de juego mecánico.
- No introduce puntos singulares a diferencia del mecanismo hexagonal, donde se prevé posibles problemas cuando los eslabones de reconfiguración alcanzan un ángulo de  $90^\circ$  y  $0^\circ$  con respecto del tornillo de bolas.
- El futuro control del sistema de reconfiguración conduce a relaciones de movimiento más sencillas (relación lineal entre el giro del motor y el valor de R) y precisas.

En general, la propuesta seleccionada se aprecia más robusta, el mecanismo más sencillo y la relación entre giro del servomotor y el avance de la tuerca de bolas es más directa. Sin embargo, la forma de estructura hexagonal parece presentar una mejor propuesta en términos de rigidez, visualización del manipulador y ensamble de los componentes. Por tal motivo, se opta por adaptar esta estructura al mecanismo de reconfiguración de engranes cónicos con tornillos de avance lineal.

### 4.3 SELECCIÓN DE LOS ELEMENTOS DEL MECANISMO

Para la selección de los elementos del mecanismo de reconfiguración, se consultaron tanto catálogos comerciales como proveedores locales y cercanos a la región. Algunos de los elementos fueron seleccionados tomando en cuenta las medidas comerciales en que se encuentran disponibles. La mínima reconfiguración de R que permite el mecanismo es de 85 mm, la máxima reconfiguración es de 500 mm.

La estructura será construida de perfil cuadrado de acero, de 50 mm de lado y 2 mm de espesor.

Se seleccionaron tornillos de bolas de 25 mm de diámetro y 10 mm de paso. El actuador será un servomotor Maxon RE acoplado a un reductor planetario Maxon GP32A. Ambos son de iguales características a los que se usan para el movimiento de cada una de las cadenas cinemáticas del robot, sin embargo debe asegurarse que el torque que proporciona sea capaz de mover el mecanismo. Con este fin se hacen las siguientes consideraciones:

- Condición de carga máxima (80 N) dada por la máxima capacidad de carga del robot.
- El torque requerido no debe ser mayor al máximo entregado por el servomotor (1306 N\*mm)

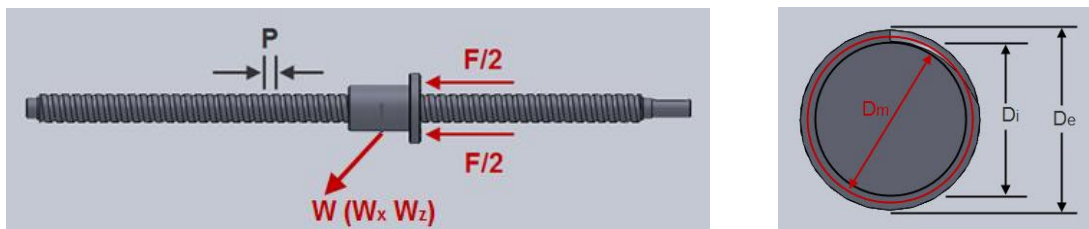


Fig. 41. Esquema para cálculo del torque del servomotor.

La figura 41 muestra el esquema de las fuerzas y las constantes geométricas involucradas para el cálculo del torque del motor necesario para desplazar la carga máxima propuesta (80 N). El tornillo de bolas tiene un diámetro medio  $D_m$  y un paso  $P$ ; soporta una carga axial  $F$ . La expresión matemática del par de torsión que se necesita para mover esa carga está propuesta en [49] y viene dada por la ecuación (38).

$$T_q = \frac{F * D_m}{2} * \left( \frac{\mu_k * \pi * D_m + P}{\pi * D_m - \mu_k * P} \right) \quad (38)$$

Donde  $T_q$  es el par de torsión necesario para mover la carga,  $F$  es la fuerza axial que se desea mover,  $W$  es el peso máximo propuesto,  $\mu_k$  es el coeficiente de fricción estático entre la tuerca de bolas y el tornillo de bolas [49] (página 598),  $D_m$  es el diámetro medio del tornillo de bolas y  $P$  es el paso de la rosca del tornillo de bolas.  $D_e$  y  $D_i$  son el diámetro de cresta y de raíz del tornillo de bolas respectivamente.

$$W_x = 62 \text{ N}$$

$$W_y = 50 \text{ N}$$

$$\mu_k = 0.14$$

$$F = W_x + (W_y * \mu_k) = 69 \text{ N} \quad (39)$$

$$D_e = 25 \text{ mm}$$

$$D_i = 21.84 \text{ mm}$$

$$D_m = \frac{D_e + D_i}{2} = 23.42 \text{ mm} \quad (40)$$

$$P = 10 \text{ mm}$$

A partir de la fórmula se obtiene que, para mover cada apoyo del mecanismo de reconfiguración, se necesita un torque igual a:

$$T_q = 227.3 \text{ Nmm}$$

Y para reconfigurar el robot se necesita:

$$T_T = 227.3 * 3 = 681.8 \text{ N * mm} < 1306 \text{ N * mm} \quad (41)$$

Las guías lineales, son de acero cromado de 20 mm de diámetro. Los baleros seleccionados son del catálogo de SKF, numero de pieza 61903, balero rígido de bolas de una hilera,

dimensiones: diámetro exterior 30 mm, diámetro interior 17 mm, espesor 7 mm.  
Considerando lo siguiente:

- Torque máximo del servomotor (1306 N\*mm)
- Condición de carga máxima (80 N)
- Análisis de tres posiciones: reconfiguración mínima, máxima y punto intermedio.

Hay que hacer notar que, para cada posición de reconfiguración, el valor de la componente vertical de la carga máxima varía. Para el cálculo de baleros rígidos de bolas únicamente se considera la carga en sentido vertical.

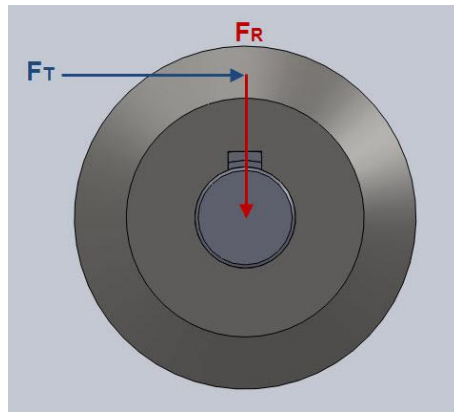


Fig. 42. Esquema de cargas en el engrane.

Para el cálculo de los baleros es necesario conocer las fuerzas presentes en los engranes cónicos. En la figura 42 muestra la vista frontal de uno de los engranes cónicos usados en el mecanismo de reconfiguración, las fuerzas presentes en el engrane son:  $F_T$  que es la fuerza tangencial y  $F_R$  que es la fuerza radial.

Para el cálculo de las reacciones en los apoyos se generan dos diagramas distintos:

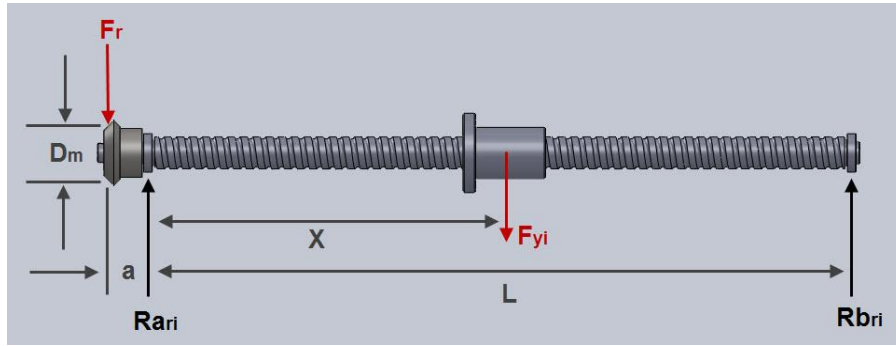


Fig. 43. Esquema para calcular la capacidad de carga dinámica para los baleros, fuerzas radiales y sus puntos de aplicación.

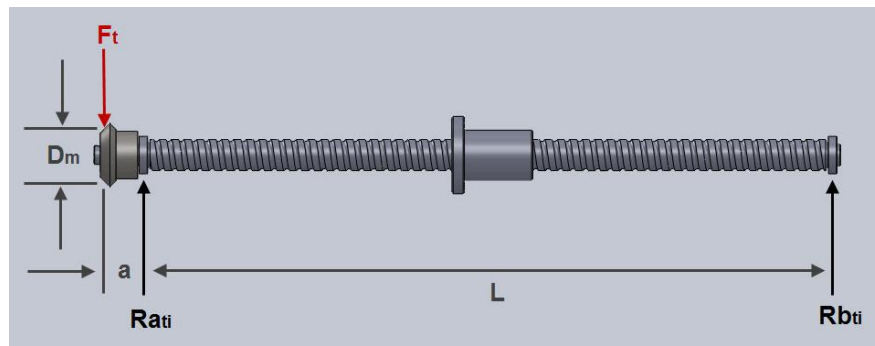


Fig. 44. Esquema para calcular la capacidad de carga dinámica para los baleros, fuerzas tangenciales y sus puntos de aplicación.

Las figuras 43 y 44 muestran los dos esquemas necesarios para el cálculo de los baleros. Se muestran dos condiciones diferentes de cargas. El esquema de la figura 43 muestra las reacciones en los apoyos  $R_{ar}$  y  $R_{br}$  del tornillo de bolas debidas a la fuerza radial  $F_R$  y a la componente vertical de la carga máxima propuesta  $F_y$ . El esquema de la figura 44 muestra las reacciones en los apoyos del tornillo de bolas  $R_{at}$  y  $R_{bt}$  debido a la fuerza tangencial  $F_T$ . El cálculo de los baleros se realizará en base a la resultante obtenida de las reacciones radiales y tangenciales de cada apoyo.

Para cada pierna del robot se tiene que  $D_m$  es el diámetro medio del engrane cónico,  $a$  es la distancia desde el apoyo izquierdo del tornillo de bolas hasta el punto de aplicación de la fuerza radial,  $L$  es la distancia entre los apoyos del tornillo de bolas,  $X$  es la distancia medida a partir del apoyo izquierdo del tornillo de bolas hasta la posición de la fuerza  $F_y$ ,  $T_i$  es el torque máximo proporcionado por el motor,  $W$  es el peso máximo propuesto,  $\alpha$  es el ángulo de contacto de los engranes cónicos ( $20^\circ$ ) y  $\beta$  es el ángulo de hélice de los engranes cónicos ( $0^\circ$ ).



$$D_m = 43 \text{ mm}$$

$$a = 35 \text{ mm}$$

$$L = 547 \text{ mm}$$

$$X_i = 25 \text{ mm}, \quad 190 \text{ mm}, \quad 440 \text{ mm}$$

$$T_q = 1306 \text{ Nmm}$$

$$W = 80 \text{ N}$$

$$F_{yi} = 79 \text{ N}, \quad 74 \text{ N}, \quad 50 \text{ N}$$

$$F_t = \frac{2M_t}{D_m} = 61 \text{ N} \quad (42)$$

$$F_r = \frac{F_t \tan \alpha}{\cos \beta} = 22 \text{ N} \quad (43)$$

donde:  $\alpha = 20^\circ$  y  $\beta = 0^\circ$

Resolviendo la viga se tiene:

$$Ra_t = 65 \text{ N}$$

$$Rb_t = 4 \text{ N}$$

$$Ra_{ri} = 76.8 \text{ N}, \quad 55 \text{ N}, \quad 27.6 \text{ N}$$

$$Rb_{ri} = 24.2 \text{ N}, \quad 41 \text{ N}, \quad 44.4 \text{ N}$$

$$Ra_i = \sqrt{Ra_t^2 + Ra_{ri}^2} = 100.6 \text{ N}, \quad 85.1 \text{ N}, \quad 70.6 \text{ N} \quad (44)$$

$$Rb_i = \sqrt{Rb_t^2 + Rb_{ri}^2} = 24.5 \text{ N}, \quad 41.2 \text{ N}, \quad 44.6 \text{ N} \quad (45)$$

Para el cálculo de la capacidad de carga dinámica hay que proponer un número de horas de trabajo diarias. Con base en [50] se propone: máquinas para trabajar con alta fiabilidad de funcionamiento durante cortos periodos o intermitente. Y dado que se propone el mecanismo diseñado como una plataforma para uso experimental dentro de un laboratorio, se propone un uso equivalente a 12000 horas anuales (que cubre ampliamente el uso

máximo esperado para el mecanismo). Se calcula cada balero en base a la reacción máxima ( $Ra$  y  $Rb$ ) obtenida para cada apoyo respectivamente.

La expresión matemática que permite conocer la carga dinámica presente en el balero está dada por la ecuación (46), donde  $L_h$  es el número de horas de uso anual del mecanismo,  $n$  es la velocidad de rotación del mecanismo,  $Ca$  y  $Cb$  son los valores de carga dinámica presente en cada uno de los baleros respectivamente y  $Ra$  y  $Rb$  son los valores resultantes de la reacción radial y tangencial de cada apoyo respectivamente.

$$L_h = \frac{10^6}{60n} \left( \frac{Ca,b}{Ra,b} \right)^3 \quad (46)$$

$$L_h = 12000 \text{ horas}$$

$$n = 494 \text{ rpm}$$

$$C_A = 712.8 \text{ N}$$

$$C_B = 316 \text{ N}$$

Una vez que se obtienen los requerimientos de los baleros para el mecanismo, se comparan con los datos que proporciona el fabricante, los cuales no deben de ser sobrepasados y, como se observa, al comparar la carga dinámica obtenida  $Ca$  y  $Cb$  para cada balero contra la carga dinámica máxima permisible del balero  $C_{balero}$ , la capacidad de carga dinámica del balero supera las necesidades de diseño. Del mismo modo, la velocidad de rotación para los baleros de nuestro mecanismo  $n$  es de 494 rpm que resulta ser menos a la máxima velocidad de rotación permisible del balero  $N_{maxbalero}$  que es de 32000 rpm.

$$C_{balero} = 462\,000 \text{ N}$$

$$N_{maxbalero} = 32000 \text{ rpm}$$

Por último, todas las piezas restantes son maquinadas en aluminio, para las chumaceras y conexiones se propone un calibre de 10 mm de espesor. Se realizará un cálculo de deformaciones en las chumaceras, guías lineales y tornillos de bolas. Si alguna deformación resultante es demasiado grande para representar un error significativo en la precisión del robot, se propondrá un cambio en el diseño.

#### 4.4 ANÁLISIS DE DEFORMACIÓN

Es necesario conocer la magnitud de la deformación del mecanismo de reconfiguración, pues con base en esta deformación, se puede conocer el error total en el posicionamiento del efector final del robot.

Se realizó un análisis por medio del Método del Elemento Finito (MEF) para el caso de carga máxima (80 N), tomando como referencia uno de los tres apoyos que reconfiguran la longitud del radio de la plataforma fija; el mismo análisis aplica para los otros dos.

El diagrama es el siguiente:

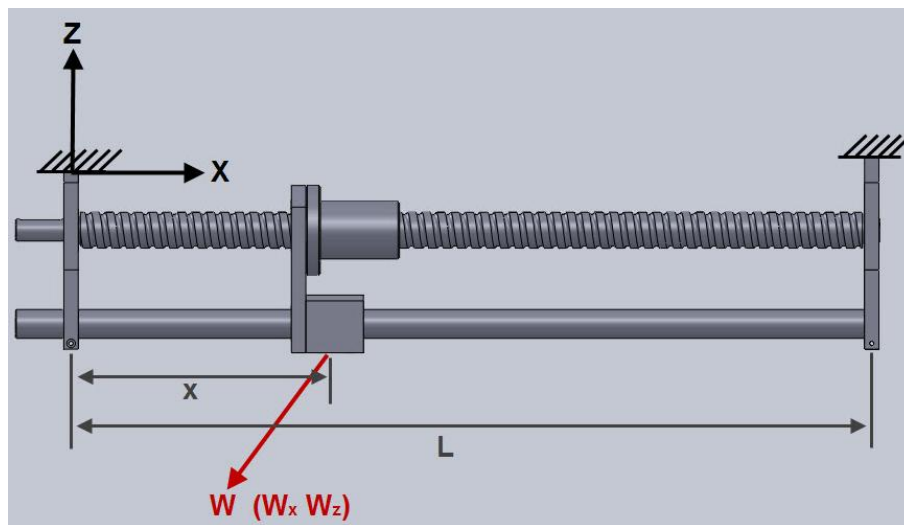


Fig. 45. Diagrama para el análisis de deformaciones.

La figura 45 muestra el ensamble del mecanismo de reconfiguración de una de las piernas del robot. El mecanismo está compuesto por el tornillo de bolas, la guía lineal, chumaceras, tuerca de bolas, balero lineal y una pieza metálica que une la tuerca de bolas con el balero lineal.

Para el análisis se realizaron las siguientes consideraciones:

- Condición de carga máxima (80 N)
- Análisis de las tres reconfiguraciones más representativas: Reconfiguración mínima, máxima e intermedia (85 mm, 250 mm y 500 mm).

El análisis de MEF se realizó utilizando el programa Ansys V11. Se modelaron todos los componentes del mecanismo utilizando el elemento BEAM 4, se trata de un elemento lineal que permite 6 grados de libertad en cada nodo. Para caracterizarlo, hay que introducir las propiedades mecánicas de cada componente del mecanismo de reconfiguración como son: dimensiones del área de la sección transversal, momentos de inercia del área de la sección transversal y material del elemento (acero o aluminio en nuestro caso).

A continuación se muestran las tres configuraciones analizadas:

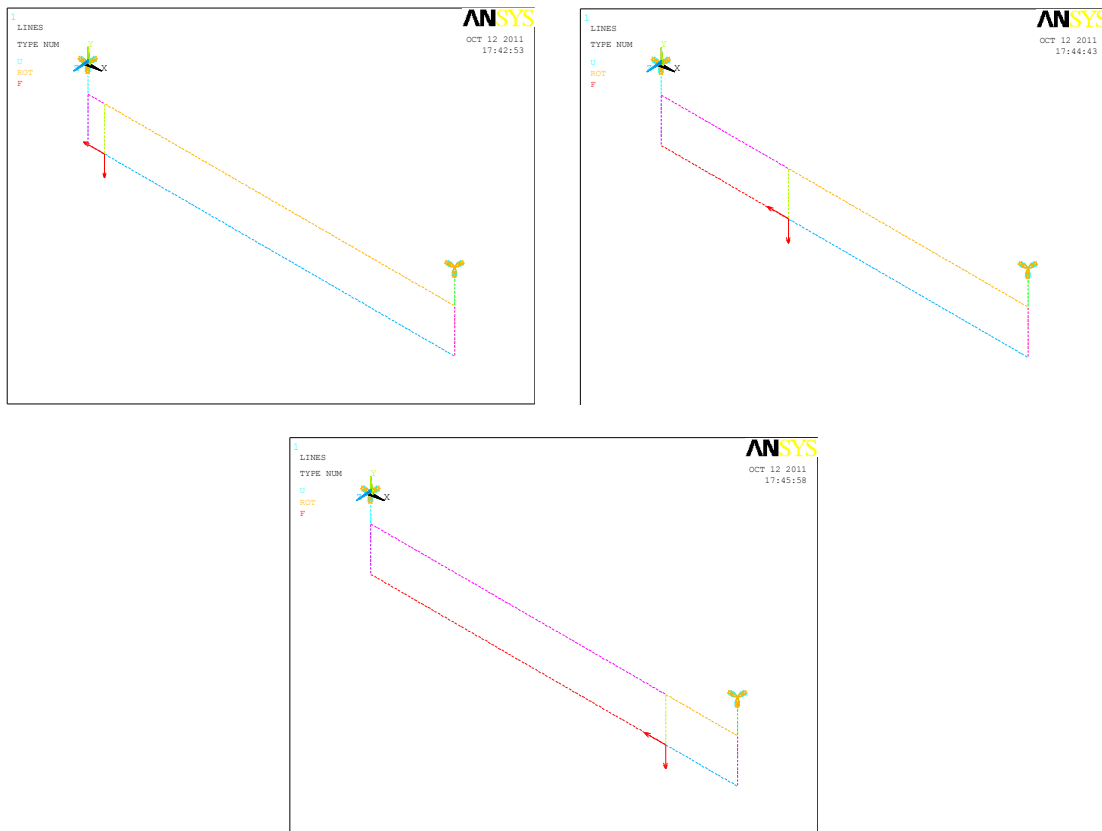


Fig. 46. Esquema en Ansys del mecanismo de reconfiguración para las tres posiciones propuestas.

Como se puede apreciar en el conjunto de imágenes de la figura 46, se restringieron todos los grados de libertad en los apoyos y todas las uniones entre componentes se modelaron como uniones rígidas. El software genera elementos con las dimensiones capturadas para cada componente del mecanismo (sección de área transversal). El área transversal de la guía lineal y el tornillo de bolas se modelaron de forma cuadrada, las dimensiones obtenidas para los lados del área del cuadrado generan los mismos momentos de inercia que

el área circular original, por lo que el cambio resulta ser transparente para el análisis de deformaciones. A continuación se muestran los resultados obtenidos:

Imágenes de deformación:

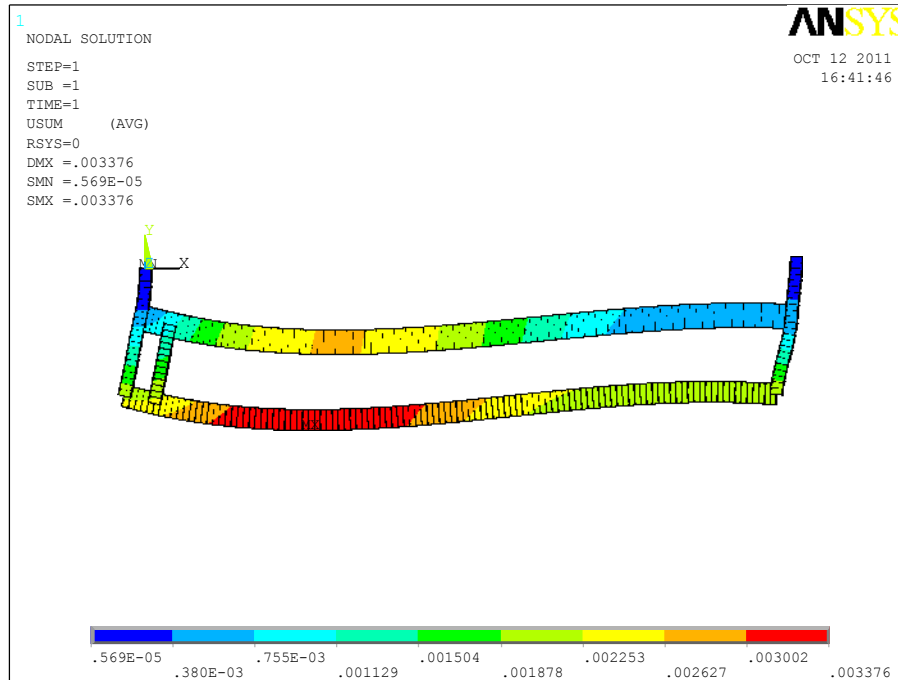


Fig. 47. Vector de desplazamiento combinado para la reconfiguración de 85 mm.

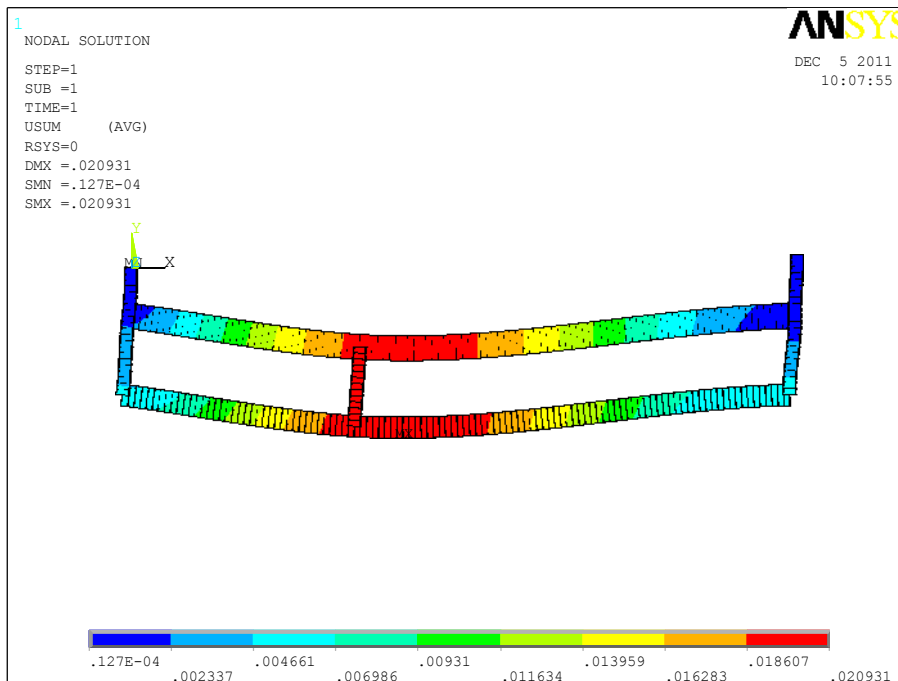


Fig. 48. Vector de desplazamiento combinado para la reconfiguración de 250 mm.

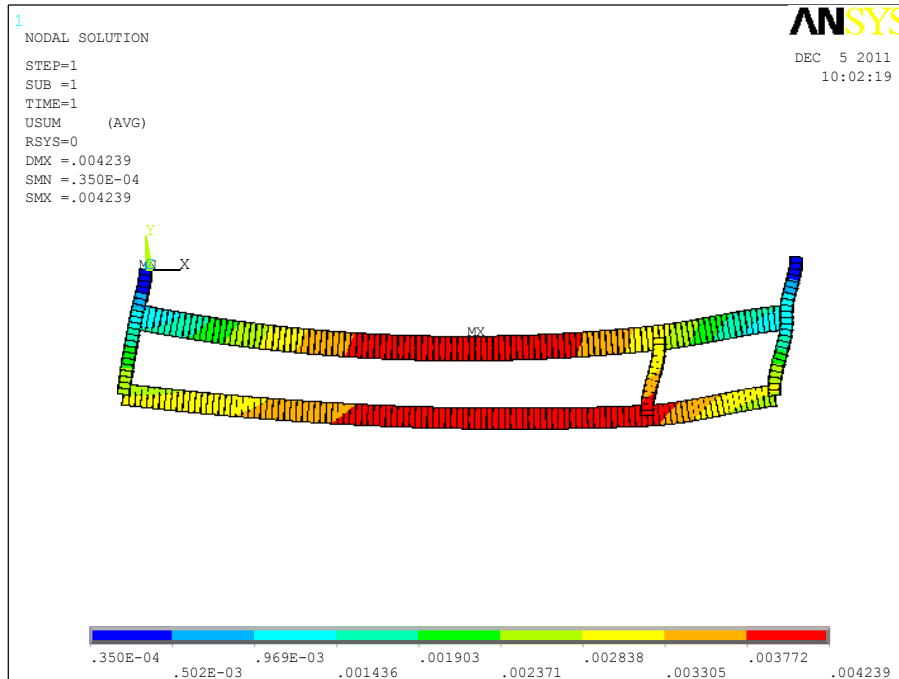


Fig. 49. Vector de desplazamiento combinado para la reconfiguración de 500 mm.

A partir de los resultados obtenidos del análisis de deformación (figuras 47-49) se puede esperar que, para una condición de carga crítica, el mecanismo de reconfiguración inducirá un error máximo por deformación al efector final del robot de 0.02 mm. Este error se encuentra dentro de un rango bastante aceptable para el diseño propuesto.

A continuación se presentan los resultados correspondientes al análisis de concentración de esfuerzo, utilizando como criterio de evaluación el esfuerzo de Von Mises.

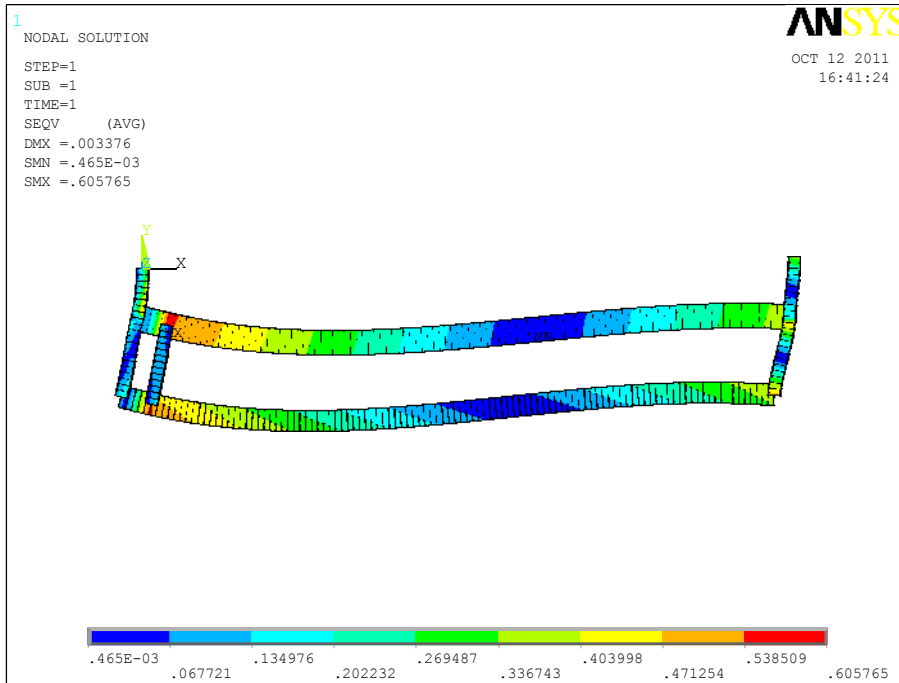


Fig. 50. Esfuerzos de Von Mises para la reconfiguración de 85 mm.

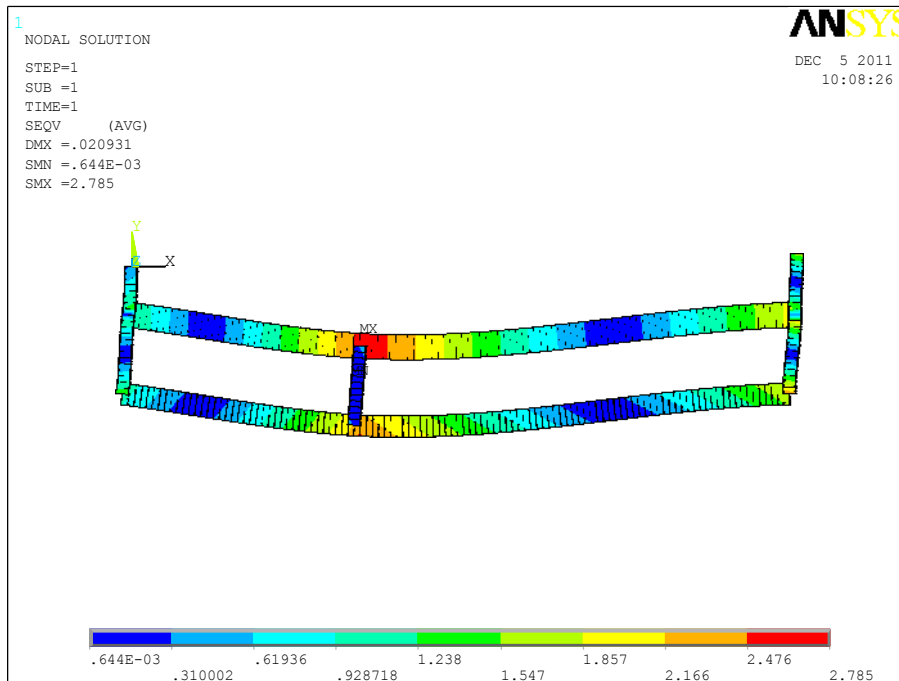


Fig. 51. Esfuerzos de Von Mises para la reconfiguración de 250 mm.

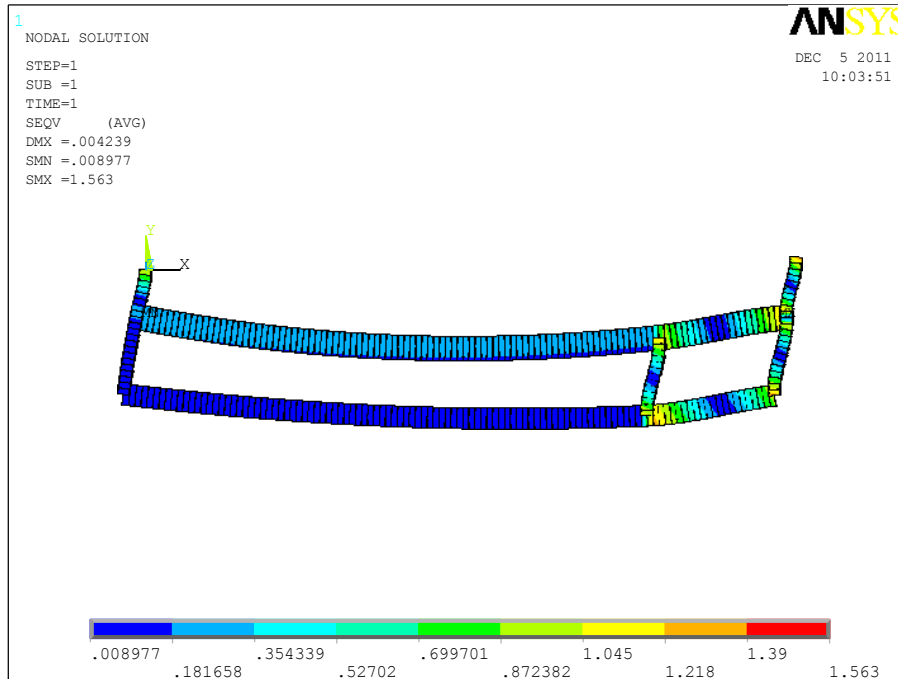


Fig. 52. Esfuerzos de Von Mises para la reconfiguración de 500 mm.

A partir de los resultados obtenidos del análisis de esfuerzos de Von Mises (figuras 50-52), se puede esperar que, para una condición de carga máxima, la concentración principal de esfuerzos se encuentra en el tornillo de bolas y tiene un valor máximo de  $2.8 \text{ N/mm}^2$ . Para las chumaceras, la máxima concentración de esfuerzos tiene un valor de  $1.8 \text{ N/mm}^2$ .

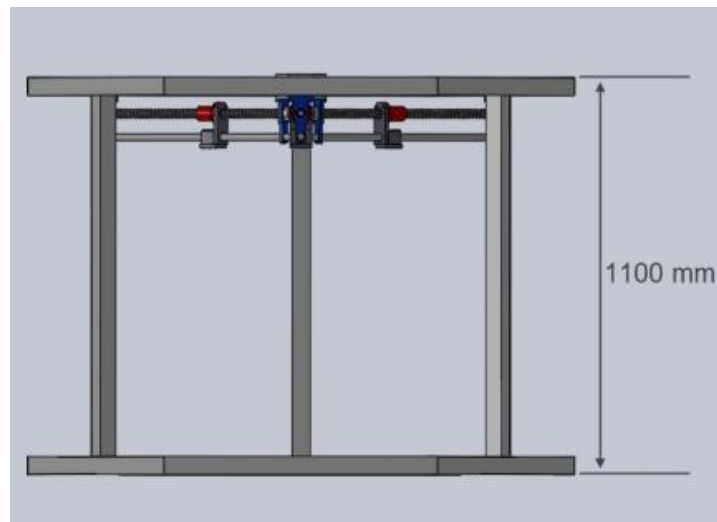
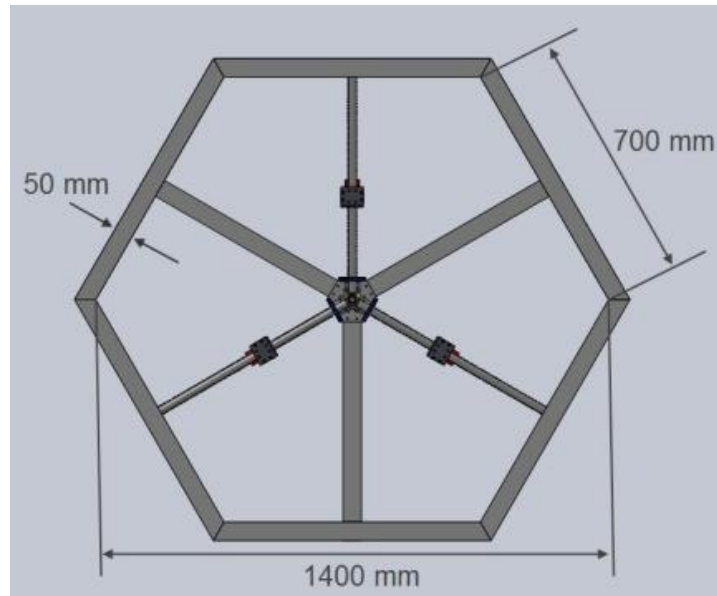
En principio, para asegurar que el mecanismo no sufra una deformación permanente que ocasione un mal deficiente desempeño futuro, los valores de concentración de esfuerzos no deben superar el valor del esfuerzo de cedencia del material que fueron fabricados estos componentes (acero para tornillos de bolas y guías lineales y aluminio para chumaceras). Los valores de cedencia típicos para el acero y aluminio son:  $220 \text{ N/mm}^2$  y  $140 \text{ N/mm}^2$  respectivamente, lo que da como resultado un factor de seguridad de 78 tanto para las chumaceras como para los tornillos de bolas.

Se concluye que los elementos seleccionados para formar parte del mecanismo de reconfiguración son lo suficientemente rígidos como para no inducir un error de posicionamiento al robot por deformación elevado y no presentarán problemas de rupturas o deformaciones permanentes.



#### 4.5 DISEÑO FINAL DEL MECANISMO PARA LA RECONFIGURACIÓN

Finalmente, se propone un mecanismo basado en el uso de engranes cónicos y tornillos de bolas colocados de manera horizontal, el cual se adaptó al tipo de estructura hexagonal del mecanismo de tornillos de avance vertical. El funcionamiento del mecanismo no varía con respecto al prototipo inicial. A continuación se presentan imágenes del modelado final del mecanismo de reconfiguración.



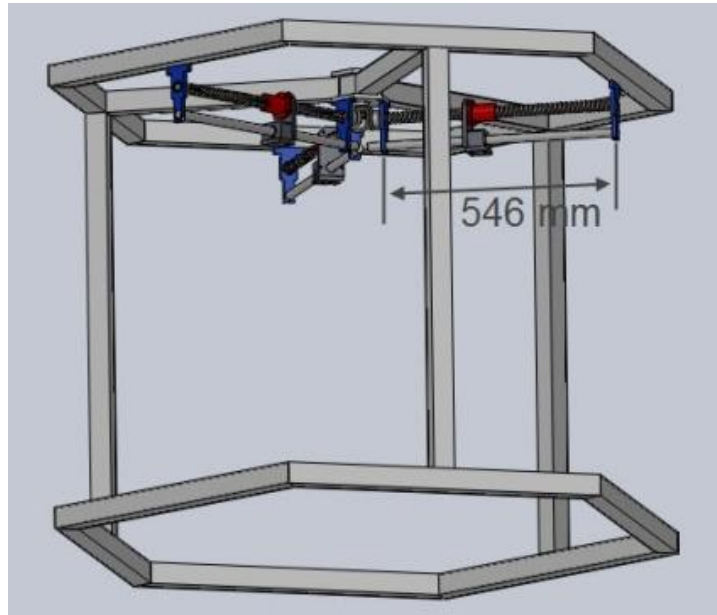


Fig. 53. Imágenes del mecanismo para la reconfiguración.

En el conjunto de imágenes de la figura 53 se muestran las vistas superior, lateral e isométrica del diseño final del mecanismo de reconfiguración. Finalmente, el programa SolidWors permite obtener una imagen que se asemeja bastante al prototipo final de nuestro robot paralelo tipo Delta reconfigurable (figura 54):

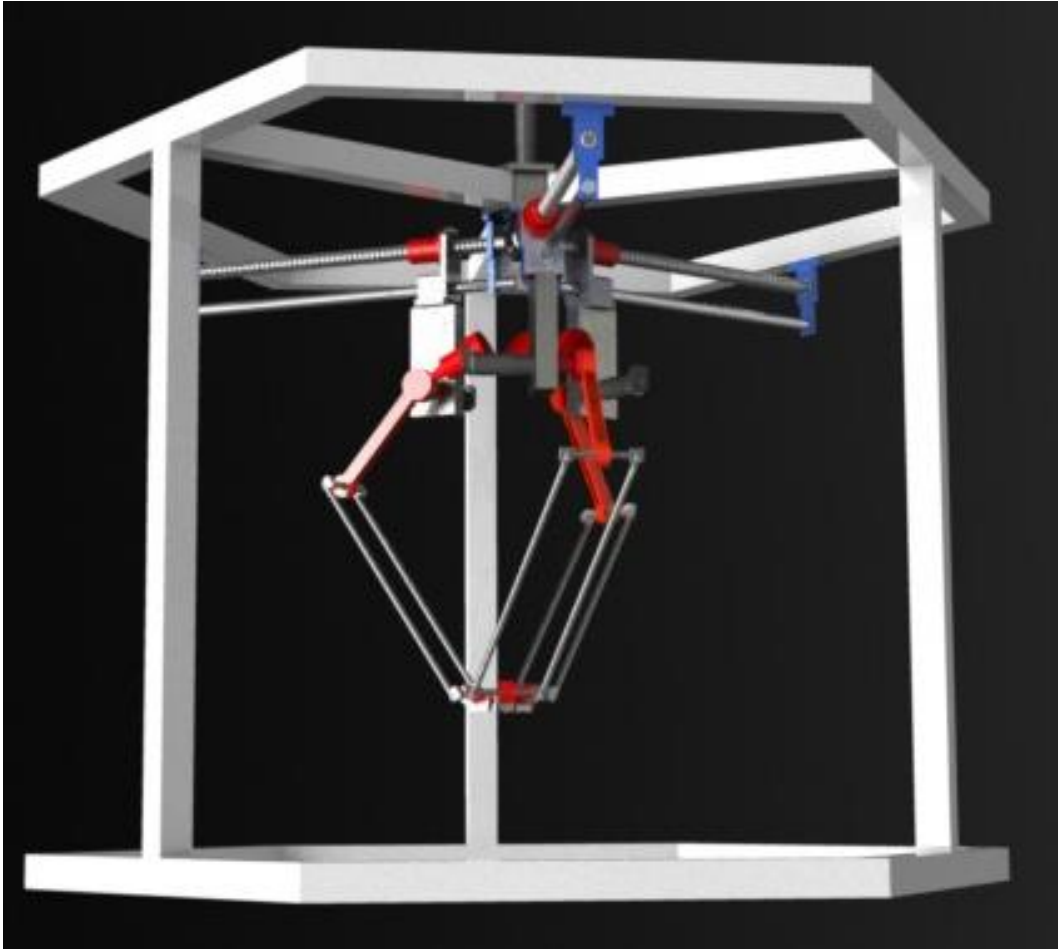


Fig. 54. Prototipo final del robot paralelo tipo Delta reconfigurable.

---

## CONCLUSIONES

La capacidad de un robot para reconfigurarse le confiere a este mayor flexibilidad y adaptabilidad para realizar diferentes tareas. Por ejemplo, los robots reconfigurables permiten adaptar su espacio de trabajo disponible según la tarea a realizar. Cuando la reconfiguración puede realizarse de manera dinámica (sin tener que detener el robot e interrumpir la tarea) las aplicaciones pueden ser aún más variadas. Esencialmente esta reconfiguración equivale a agregar más grados de libertad al robot que pueden ser utilizados para lograr objetivos complementarios a la tarea principal del manipulador.

Existen diversas maneras de reconfigurar un robot las cuales pueden clasificarse según varias categorías. En este trabajo interesan en particular las reconfiguraciones geométricas dinámicas.

En este trabajo de tesis se diseñó un mecanismo para reconfigurar geoméricamente un robot paralelo tipo Delta existente. Para ello se determinó primeramente el parámetro geométrico del robot (longitudes de los eslabones) más pertinente para reconfigurar. La determinación de este parámetro se realizó mediante un estudio de la influencia de los parámetros del robot en el espacio de trabajo del robot. Adicionalmente, se tomaron en cuenta algunos requisitos de diseño en orden práctico como lograr la reconfiguración del manipulador con un número mínimo de actuadores (uno) así como la simplicidad y robustez del mecanismo.

De acuerdo con los resultados y las consideraciones de este trabajo, el parámetro más pertinente para lograr la reconfiguración geométrica dinámica de un robot paralelo tipo Delta es el radio de la plataforma fija. Posiciones del efector final del robot inalcanzables en su configuración inicial, pueden alcanzarse al reconfigurar este radio. Además, reconfigurar el radio de la plataforma fija no genera un aumento significativo en el tamaño del manipulador, es decir, durante su operación ocuparía el mismo espacio físico. Por otro lado, la reconfiguración de la plataforma fija se puede lograr por medio de un solo actuador.

El diseño del mecanismo se complementó con un estudio de impacto de los parámetros del robot en la capacidad de carga estática del manipulador. Se pudo apreciar que la reconfiguración del robot también hace variar la capacidad de carga del robot. Es decir, un mismo punto del espacio de trabajo del robot puede tener una capacidad de carga máxima diferente para diferentes configuraciones. A primera vista esto puede resultar intuitivo, sin embargo es necesario este análisis para establecer la relación (no lineal) entre el parámetro reconfigurado y la variación de la capacidad de carga. Además, el resultado de este análisis abre camino para estudios posteriores en los que se puede, por ejemplo, pensar en

determinar trayectorias óptimas en el sentido de utilizar la máxima capacidad de carga disponible de un robot reconfigurable.

Otro estudio complementario en el diseño del mecanismo fue un análisis de esfuerzos y deformaciones realizado a sus componentes. A través de este análisis, se puede simular la condición de carga máxima a la que será sometido el mecanismo de reconfiguración, y obtener el valor de la deformación para esta condición. Este valor es muy importante conocerlo pues introduce un error en el posicionamiento del efector final del robot reconfigurable. A través de una correcta selección de los componentes del mecanismo de reconfiguración se reduce la magnitud de la deformación y, por lo tanto, el error introducido al efector final.

Se generaron los dibujos de fabricación de las piezas del mecanismo y los esquemas de ensamble con el objetivo de llevar el diseño del mecanismo a una futura fabricación de un prototipo funcional a escala completa del mismo.

En resumen, se puede señalar las contribuciones generadas a partir de este trabajo de tesis de la siguiente manera:

- Se realizó un estudio completo de la variación (tanto de forma como en magnitud del volumen) del espacio de trabajo para la reconfiguración de cada parámetro geométrico del manipulador paralelo tipo Delta. Se generaron imágenes para cada cambio de volumen a fin de poder visualizar de forma clara el cambio en la forma del espacio de trabajo.
- Se desarrolló un método que permite cuantificar la magnitud de la carga útil que el robot Delta puede soportar de manera estática, para cualquier punto perteneciente a su espacio de trabajo. Utilizando este método, se realizó el estudio de la variación de la capacidad de carga para la reconfiguración del robot Delta.
- Se introdujo el término de *Espacio de Carga*. Este concepto se refiere a la capacidad de carga estática de cada uno de los puntos del espacio de trabajo del robot. Utilizando este concepto se puede visualizar de manera gráfica la variación de la capacidad de carga estática para un área de corte del espacio de trabajo del robot Delta.
- Se genera el diseño de un mecanismo capaz de variar la longitud del radio de la plataforma fija de un robot Delta. Al acoplar este mecanismo al manipulador, se obtiene un robot paralelo tipo Delta reconfigurable. Este es un nuevo robot capaz de adaptarse a condiciones de trabajo variantes en el tiempo, y puede ser utilizado como plataforma para futuros estudios relacionados con la temática.

---

## TRABAJO FUTURO

Al término de este trabajo se identifican varios estudios que lo complementarían pertinentemente:

- Construcción de un prototipo funcional a escala completa del mecanismo de reconfiguración.
- Realizar pruebas detalladas y estudios del mecanismo de reconfiguración construido. En particular habría que incorporar el actuador y el control electrónico correspondiente así como el algoritmo de control.
- Determinar la rigidez del robot. Más particularmente, evaluar el cambio en la magnitud de este parámetro como consecuencia de la introducción del mecanismo de reconfiguración.
- Sería deseable complementar el estudio de capacidad de carga del robot con un análisis de capacidad de carga dinámica.
- Es necesario desarrollar un algoritmo de control para el robot reconfigurable. En particular sería interesante desarrollar aplicaciones que tomen en cuenta el concepto de energía mínima.

---

## BIBLIOGRAFÍA

- [1] *Contribution to discussion of papers on research in automobile stability, control and tire performance.* **Gough V. E.** Proc. Auto Div. Inst. Mech. Eng. 1957.
- [2] *The true origins of parallel robots.* **Bonev I. A.** Reporte técnico disponible en: [www.parallemic.org/Reviews/Review007.html](http://www.parallemic.org/Reviews/Review007.html). Enero 2003.
- [3] *Multi-axial subassemblage testing (Mast) system; description and capabilities.* **French CW and others.** 13<sup>th</sup> World Conference on Earthquake Engineering. Vancouver, Canadá. 2004.
- [4] *A platform with 6 degrees of freedom.* **Stewart D.** Proc. of the Institution of mechanical engineers, 180(Part 1, 15):371-386. 1965.
- [5] *Configuration Independent Kinematics for Modular Robots.* **Yang, I-Ming Chen and Guilin.** Proceedings of the 1996 IEEE, International Conference on Robotics and Automation. Minneapolis, Minnesota. 1996.
- [6] *Module-based method for design and analysis of reconfigurable parallel robots.* **Fengen Xi, Yuwen Li and Hongbo Wang.** Front. Mech. Eng. 6(2): 151-159. 2011.
- [7] *Design and Kinematic Analysis of Modular Reconfigurable Parallel Robots.* **Guilin Yang, I-Ming Chen, Wee Kiat Lim and Song Huat Yeo.** Proceedings of the 1999 IEEE, International Conference on Robotics & Automation. Detroit, Michigan. 1999.
- [8] *Kinematic Design of Modular Reconfigurable In-Parallel Robots.* **Yang, Guilin.** Autonomous Robots 10, 83-89. Kluwer Academic Publishers, 2001.
- [9] *A Reconfigurable 5-DoF 5-SPU Parallel Platform.* **Júlia Borràs, Federico Thomas, Erika Ottaviano and Marco Ceccarelli.** International Conference on Reconfigurable Mechanisms and Robots. Londres, Reino Unido. 2009.
- [10] *Designing aspects of a special class of reconfigurable parallel robots.* **Brisan, Cornel.** Innovative Algorithms and Techniques in Automation, Industrial Electronics and Telecommunications. Springer, 2007.
- [11] *Design of a Novel Parallel Reconfigurable Machine Tool.* **D. Mondungwa, N. S. Tlale and C. M. Kumile.** 11<sup>th</sup> Mechatronics Forum Biennial Conference. University of Limerick, Irlanda. 2008.

- [12] *Reconfigurable Parallel Kinematic Manipulator for Flexible Manufacturing*. **Mathias Haage, Isolde Dressler, Anders Robertsson, Klas Nilsson, Torgny Brogardh and Rolf Johansson**. 13<sup>th</sup> IFAC Symposium on Information Control Problems in Manufacturing. Moscú, Rusia. 2009.
- [13] *Diseño, Construcción y Control de un Robot Paralelo de Tres Grados de Libertad*. **Eduardo Castillo, Alfredo Acosta, Juan Valdez, Fabian Landeros y Óscar Avendaño**. Revista Superación Académica. 15, 4-11. 2006.
- [14] *Design and analysis of a head-mounted parallel kinematic device for skull surgery*. **Jan-Philipp Kobler, Jens Kotlarski, Julian Öltjen, Stephan Baron and Tobias Ortmaier**. Int. Journal CARS. Mayo, 2011.
- [15] *Design principles of reconfigurable machines*. **Reuven Katz**. Int. Journal Adv. Manuf. Technol. Abril 2006.
- [16] *Dynamic Analysis and Distributed Control of the Tetrobot Modular Reconfigurable Robotic System*, **Woo Ho Lee**. Autonomous Robots 10, 67-82, 2001.
- [17] *Motion Planning for a Novel Reconfigurable Parallel Manipulator with Lockable Revolute Joints*. **Patrick Grosch, Raffaele Di Gregorio, Javier López and Federico Thomas**. Robotics and Automation (ICRA), 2010.
- [18] *Análisis cinemático directo de un manipulador paralelo esférico asimétrico*. **Gallardo-Alvarado, J. M. Rico-Martínez y M. Caudillo-Ramírez**. Ingeniería Investigación y Tecnología VII. 4. 205-215, 2006.
- [19] *Análisis del Espacio de Trabajo de un Robot Paralelo 3RRR*. **Carlos A. Jara, José M. Sabater, José M. Azorín, Nicolás M. García, Carlos Pérez, Roque Saltaren y Eugenio Yime**. XXIX Jornadas de Automática. Tarragona, España. Septiembre, 2008.
- [20] *Analysis and Design of Parallel Mechanisms with Flexure Joints*. **Byoung Hung Kang, John T. Wen, Nicholas G. Dagalakis and Jason J. Gorman**. IEEE Transactions on Robotics. Diciembre, 2005.
- [21] *Aplicaciones Actuales de los Robots Paralelos*. **Isidro Zabala y Javier Ros**. 8° Congreso Iberoamericano de Ingeniería Mecánica. Cusco, Perú. Octubre, 2007.
- [22] *Diseño y Control de un Robot Paralelo*. **Meneses Jiménez Xavier, Méndez Cansco Mauricio y Cortés Bringas Eduardo**. 6to. Congreso Nacional de Mecatrónica. San Luis Potosí, México. Noviembre, 2007.
- [23] *Dynamics and Jacobian Analysis of a Parallel Architecture Robot: The Hexa*. **Sylvio Tartari and Eduardo Lustosa**. ABCM Symposium Series in Mechatronics, Vol. 2. 166-173. 2006.



- [24] *Forward Kinematics Analysis of a 3-PRS Parallel Manipulator*. **Ghasem Abbasnejad, Soheil Zarkandi and Misagh Imani**. World Academy of Science, Engineering and Technology 61. 2010.
- [25] *Improvement of Positioning Accuracy of Delta Parallel Robot*. **Dominique Deblaise, Cédric Baradat, Patrick Maurine and Vigen Arakelian**. XXI International Congress of Theoretical and Applied Mechanics. Varsovia, Polonia. Agosto, 2004.
- [26] *Kinematics and Workspace of a Novel Three DOF Translational Platform*. **Lung-Wen Tsai, Gregory C. Walsh and Richard E. Stamper**. Reporte técnico de investigación. 1996.
- [27] *Kinematics of a 3-PRP Planar Parallel Robot*. **Damien Chablat and Stefan Staicu**. UPB Sci. Bull., Series D, Vol. 71, No. 2. 2009.
- [28] *Predictive Functional Control of a Parallel Robot*. **Andrés Vivas and Philippe Poignet**. Control Engineering Practice 13, 863-874. 2005.
- [29] *Delta Parallel Robot – the Story of Success*. **Ilian Bonev**. Reporte técnico disponible en: <http://www.parallemic.org>.
- [30] *Delta Robots Gain Greater Dexterity*. **Al Presher**. Design News. Junio, 2010.
- [31] *Dynamic Analysis of a Modified Delta Parallel Robot for Cardiopulmonary Resuscitation*. **Yanmin Li and Qingsong Xu**. International Conference on Intelligent Robots and Systems. 2005.
- [32] *Laparoscopic Surgical Robot for Remote in Vivo Training*. **Brian Allen, Brett Jordan, Will Pannell, Catherine Lewis, Erik Dutson and Petros Faloutsos**. Advanced Robotics, Vol. 24, No. 12, 1679-1694. 2010.
- [33] *Modelling and Design of a Parallel Robot for Laser-Cutting Applications*. **L. E. Bruzzone, R. M. Molfino and R. P. Razzoli**. Proc. Of the IASTED International Conference Modelling, Identification and Control. Innsbruck, Austria. Febrero, 2002.
- [34] *Randomized Optimal Design of Parallel Manipulators*. **Yunjiang Lou, Guanfeng Liu and Zexiang Li**. IEEE Transactions on Automation Science and Engineering. Abril, 2008.
- [35] *Delta Robot: Inverse, Direct and Intermediate Jacobians*. **M. López, E. Castillo, G. García and A. Bashir**. Journal of Mechanical Engineering Science. Vol. 220, No. 1, 103-109. Enero, 2006.
- [36] *Improving Path Accuracy of a Crank-Type 6-DOF Parallel Mechanism by Stiction Compensation*. **E. Castillo-Castañeda and Y. Takeda**. Mechanism and Machine Theory, No. 43, 104-114. 2008.

- [37] *Diseño y Construcción de una Mesa de Trabajo  $XY\theta$  basada en un Mecanismo Paralelo Planar 3RRR*. **R. Yañez Valdez, M. Ruiz Torres, E. Morales Sánchez, E. Castillo Castañeda**. *Tecnólog@* Vol. 1, No. 2. 2008.
- [38] *A Calibration Procedure for the Parallel Robot Delta 4*. **P. Maurine and E. Dombre**. IEEE International Conference in Robotics and Automation. 1996.
- [39] *An improved Approach to the Kinematics of Clave's Delta Robot*. **P. J. Zsombor-Murray**. Center for Intelligent Machines, McGill University. Montreal, Canadá. 2009.
- [40] *Descriptive Geometric Kinematic Analysis of Clave's "Delta" Robot*. **P. J. Zsombor-Murray**. Center for Intelligent Machines, McGill University. Montreal, Canadá. 2004.
- [41] *Kinematic Calibration of the parallel Delta Robot*. **Peter Vischer and Reymond Clavel**. *Robotica* Vol. 16, 207-218. 1998.
- [42] *Analysis and Syntesis of Parallel Robots for Medical Applications*. **Nabil Simaan**. Master Thesis. 1999.
- [43] *Parallel Manipulators Towards New Applications*. **Edited by Huapeng Wu**. I-Tech Education and Publishing. 2008.
- [44] *Parallel Robots, Second Edition*. **J. P. Merlet**. INRIA, Sophia-Antipolis. Springer. 2006.
- [45] *Structural Synthesis of Parallel Robots, Part 1-Methodology*. **Grigore Gogu**. Springer. 2008.
- [46] *Control de Interacción de Robots Manipuladores en Tareas Industriales y de Rehabilitación*. **Isela Bonilla Gutiérrez**. Tesis de Doctorado. CIEP UASLP. 2011.
- [47] *Diseño, Análisis y Construcción de un Robot Paralelo Traslacional*. **Juan Antonio Briones León**. Tesis de Maestría, CICATA Querétaro. 2009.
- [48] *Modeling and Control of a Delta-3 Robot*. **André Olsson**. Tesis de Maestría, Lund University. 2009.
- [49] *Diseño en Ingeniería Mecánica*, cuarta edición. **Joseph Edward Shigley**. McGraw-Hill. 1985.
- [50] *Diseño de Máquinas I*. **Raymundo Fernández Moreno**. Universidad Autónoma de San Luis Potosí, Facultad de Ingeniería. 2006.
- [51] *Diseño de Máquinas II*. **Raymundo Fernández Moreno**. Universidad Autónoma de San Luis Potosí, Facultad de Ingeniería. 2006.

[52] *Delta, a fast robot with parallel geometry*. **R. Clavel**. Proceedings of the 18th International Symposium on Industrial Robots, pp. 91-100. Lausanne, 1988.

[53] “Robot”, U.S. Patent No. 4732525. **K.E. Neumann**. Marzo, 1988.