



Universidad Autónoma de San Luis Potosí
Facultad de Ingeniería
Centro de Investigación y Estudios de Posgrado

Análisis mediante el diseño de experimentos de los factores que influyen en la incertidumbre de la Máquina de Medición por Coordenadas (MMC) tipo puente móvil

T E S I S

Que para obtener el grado de:

Maestro en Ingeniería Mecánica

Presenta:

Ing. Omar Alejandro Martínez Ortega

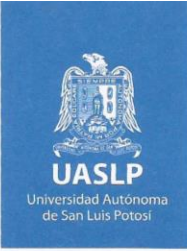
Asesor:

Dr. Orlando Guarneros García

San Luis Potosí, S. L. P.

Febrero de 2023





FACULTAD DE INGENIERÍA

17 de noviembre de 2022

**ING. OMAR ALEJANDRO MARTÍNEZ ORTEGA
P R E S E N T E.**

En atención a su solicitud de Temario, presentada por el **Dr. Orlando Guarneros García**, Asesor de la Tesis que desarrollará Usted, con el objeto de obtener el Grado de **Maestro en Ingeniería Mecánica**. Me es grato comunicarle que en la sesión del H. Consejo Técnico Consultivo celebrada el día 17 de noviembre del presente, fue aprobado el Temario propuesto:

TEMARIO:

“Análisis mediante el diseño de experimentos de los factores que influyen en la incertidumbre de la Máquina de Medición por Coordenadas (MMC) tipo puente móvil”

Introducción.

1. Antecedentes.
2. Incertidumbre de la medición y diseño de experimentos.
3. Metodología de experimentación.
4. Análisis de la sonda de medición.
5. Análisis y discusión de resultados.

Conclusiones.

Anexos.

Referencias.

“MODOS ET CUNCTARUM RERUM MENSURAS AUDEBO”

A T E N T A M E N T E

DR. EMILIO JORGE GONZÁLEZ GALVÁN
DIRECTOR UNIVERSIDAD AUTÓNOMA
DE SAN LUIS POTOSÍ
FACULTAD DE INGENIERÍA
DIRECCION



www.uaslp.mx

Copia. Archivo
*etn.

Av. Manuel Nava 8
Zona Universitaria • CP 78290
San Luis Potosí, S.L.P.
tel. (444) 826 2330 al39
fax (444) 826 2336

“Rumbo al centenario de la autonomía universitaria”

Dedicatoria

El trabajo está dedicado especialmente a mi abuela materna, María de la Luz, quien hace un año dejó este mundo. Gracias por todo el esfuerzo dedicado y el acompañamiento brindado durante mi crecimiento.

Agradecimientos

A mis padres, quienes a pesar del paso tiempo, continúan apoyándome de la misma forma que en mis etapas de estudio previas.

Al Dr. Orlando Guarneros por la confianza depositada, su asesoría, consejos, apoyo, y paciencia para el desarrollo del proyecto. Además, agradezco la experiencia de aprendizaje vivida en el Laboratorio de Metrología.

Al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACyT), por otorgarme el apoyo económico durante mis estudios.

A los miembros del Comité Académico del Posgrado en Ingeniería Mecánica por compartir sus conocimientos y ser parte de mi formación académica.

Resumen

El trabajo se centra en la identificación de factores que presentan influencia sobre la incertidumbre de medición de una Máquina de Medición por Coordenadas (MMC) tomada como caso de estudio. Para ello, se analiza el comportamiento del equipo al identificar aquellos factores (cantidad de puntos, longitud de medida, diámetro y longitud del palpador, rugosidad, entre otros) que inciden en menor o mayor medida sobre la incertidumbre y otras variables de respuesta (longitud y planicidad).

Se recurre principalmente al uso del diseño de experimentos como una herramienta estadística que permite establecer la existencia de efectos estadísticamente significativos en los resultados de los experimentos, además de ser complementado con el análisis numérico de la sonda de medición correspondiente al caso de estudio. Finalmente, a partir de los resultados de las dos fases de investigación, se identifican condiciones de operación con el propósito de aminorar la incertidumbre de medición del equipo.

Contenido

Índice de Figuras	vii
Índice de Tablas	xi
Introducción	1
Objetivos.....	1
Objetivo general.....	1
Objetivos específicos	2
Organización de la tesis	2
Capítulo 1. Antecedentes.....	3
1.1 MMC tipo puente móvil	4
1.1.1 Sistemas de coordenadas.....	5
1.1.2 Principios de operación y funcionamiento.....	5
1.2 Sonda de medición cinemática resistiva Renishaw TP2	7
1.2.1 Palpadores	8
1.2.2 Configuración en estrella	9
1.3 Trabajos afines revisados en la literatura	9
1.3.1 Planteamientos de los autores en trabajos previos.....	11
1.3.2 Resultados obtenidos de trabajos anteriores	14
1.3.3 Estudios sobre la sonda de medición	17
Capítulo 2. Incertidumbre de la medición y diseño de experimentos	20
2.1 Trazabilidad	21
2.2 Calibración.....	22
2.2.1 Calibración del palpador de la MMC.....	23
2.3 Errores de medición.....	24
2.3.1 Diferencias entre error e incertidumbre	26
2.4 Patrones de medida.....	26
2.4.1 Cadena de trazabilidad en patrones.....	27
2.4.2 Bloques patrón	28
2.5 El diseño de experimentos (DOE).....	29

2.5.1 Principios y clasificación de los diseños experimentales	31
2.5.2 Diseño en cuadro latino (DCL).....	33
2.5.3 Diseño robusto de parámetros (Taguchi).....	36
2.6 Importancia de la incertidumbre y relevancia del DOE	38
Capítulo 3. Metodología de experimentación	44
3.1 Planteamiento de la metodología.....	44
3.2 Condiciones del entorno	45
3.2.1 Efectos de la temperatura.....	47
3.2.2 Vibraciones y polvo	48
3.3 Metodología de experimentación en bloques patrón.....	49
3.3.1 Experimentación para el número de puntos de contacto	50
3.3.2 Experimentación para los factores de longitud y diámetro del palpador.....	55
3.3.3 Diseño experimental en cuadro latino.....	57
3.4 Metodología de experimentación en superficies rugosas	58
3.4.1 Experimentación general para medición de superficies rugosas	60
3.4.2 Diseño experimental robusto para factores en 2 niveles.....	61
3.4.3 Diseño experimental robusto para factores en 3 niveles.....	65
Capítulo 4. Análisis de la sonda de medición	69
4.1 Desarrollo del modelo mediante FEM.....	70
4.1.1 Fuerza de compresión del resorte	71
4.1.2 Modos de disparo	73
4.1.3 Fuerza de disparo	73
4.2 Resultados de las simulaciones.....	75
4.2.1 Efecto de la variación del punto de contacto sobre el ecuador	75
4.2.2 Efecto de la variación de la longitud del vástago	77
4.2.3 Efecto de la variación de la latitud del punto de contacto	77
4.3 Validación del comportamiento del error de pre-desplazamiento en función de la longitud del palpador	78
Capítulo 5. Análisis y discusión de resultados	80
5.1 Análisis del diseño experimental en bloques patrón	80

5.1.1	Análisis basado en la media de la longitud del bloque	81
5.1.2	Análisis basado en la desviación estándar de la longitud	84
5.1.3	Análisis basado en la incertidumbre expandida.....	88
5.2	Análisis del diseño experimental en superficies rugosas para factores en dos niveles	92
5.2.1	Análisis basado en la media de la planicidad.....	93
5.2.2	Análisis basado en la desviación estándar de la planicidad	97
5.3	Análisis del diseño experimental en superficies rugosas para factores en tres niveles	100
5.3.1	Análisis basado en la media de la planicidad.....	100
5.3.2	Análisis basado en la desviación estándar de la planicidad	105
5.4	Resumen de resultados y observaciones adicionales.....	109
5.4.1	Relación con el modelo FEM	114
5.4.2	Tiempo de medición	115
	Conclusiones	117
	Trabajo futuro	118
	A nexos.....	119
	Anexo A. Certificado de calibración de la MMC.....	119
	Anexo B. Certificado de calibración de los bloques patrón	121
	Anexo C. Certificado de calibración de la esfera patrón.....	124
	Anexo D. Resultados de las pruebas de planicidad en bloques patrón.....	125
	Anexo E. Curvas ajustadas para resultados de pruebas en bloques patrón	126
	Referencias	129

Índice de Figuras

Figura 1.1 MMC tipo puente móvil.	4
Figura 1.2 Sistema de coordenadas de la máquina y sistema de coordenadas de la pieza.....	5
Figura 1.3 Proceso de medición mediante la MMC.....	6
Figura 1.4 Sonda de medición Renishaw TP2: (a) vista externa, (b) vista interna.	7
Figura 1.5 Partes del palpador.....	8
Figura 1.6 Esfera de palpado de rubí.....	8
Figura 1.7 Configuración en estrella de 5 palpadores.....	9
Figura 2.1 Diagrama esquemático de la cadena de trazabilidad.	22
Figura 2.2 Representación esquemática de la calibración del palpador.....	23
Figura 2.3 Representación gráfica del error de medida para una distribución normal.	24
Figura 2.4 Representación gráfica del error aleatorio (EA) para una distribución normal.	24
Figura 2.5 Representación gráfica del error sistemático (ES) para una distribución normal.....	25
Figura 2.6 Diferencias entre tipos de errores.	25
Figura 2.7 Comparación entre incertidumbre y error.....	26
Figura 2.8 Cadena de trazabilidad en patrones.	27
Figura 2.9 Bloques patrón de acero.....	28
Figura 2.10 Nomenclatura para bloques patrón.	29
Figura 2.11 Variables de un proceso y preguntas a resolver al diseñar un experimento.	30
Figura 2.12 Clasificación de los diseños experimentales.....	32
Figura 2.13 Partes que conforman la expresión de una medición completa.	39
Figura 2.14 Extracto del apartado 7.6 de la norma ISO/IEC 17025:2017.	39
Figura 2.15 Ejemplo de especificación para la planicidad en una pieza.....	40
Figura 2.16 Representación esquemática de las mediciones de planicidad.	40
Figura 3.1 Metodología para la primera fase de investigación.	44
Figura 3.2 Metodología para la segunda fase de investigación.....	45
Figura 3.3 MMC Modelo Vista 1620-14 DCC.	46
Figura 3.4 a) Juego de palpadores y accesorios, b) Set de elementos de fijación para MMC.	46
Figura 3.5 Sistema de aire acondicionado “Trane”.....	47
Figura 3.6 Sensor de temperatura Data Logger TESTO 174H.	47

Figura 3.7 Cuarto de medición independiente con doble puerta de acceso.	48
Figura 3.8 Juego de bloques patrón Mitutoyo.	49
Figura 3.9 Progresión geométrica para bloques patrón.	50
Figura 3.10 Calibración del palpador utilizando la esfera de calibración.	50
Figura 3.11. Puntos que conforman los planos de alineación para un bloque.	51
Figura 3.12 Construcción de cubo de seguridad.	51
Figura 3.13. Puntos que conforman el plano para la medición de planicidad.	52
Figura 3.14 Gráfica ajustada con la función de planicidad para el bloque patrón de 3 mm.	53
Figura 3.15. Gráfica ajustada con la función de planicidad para el bloque patrón de 6 mm.	53
Figura 3.16. Gráfica ajustada con la función de planicidad para el bloque patrón de 20 mm.	54
Figura 3.17. Gráfica ajustada con la función de planicidad para el bloque patrón de 60 mm.	54
Figura 3.18 Dimensiones del palpador: A=diámetro del palpador, B=longitud del palpador.	55
Figura 3.19 Puntos que conforman el plano para la medición de longitud.	56
Figura 3.20 Bloque de nylamid utilizado en las pruebas de rugosidad en orientación: a) normal al eje Z b) normal al eje X.	59
Figura 3.21 Representación esquemática de las zonas con diferente nivel de rugosidad.	59
Figura 3.22 Arreglo de bloque patrón (izquierda) y bloque de nylamid.	60
Figura 3.23. Ejemplo de mallado en el plano para la medición de planicidad.	61
Figura 3.24 Mallados de 7×6 (izquierda) y 13×11 (derecha).	62
Figura 3.25 Superficie obtenida mediante las dos estrategias de escaneo.	63
Figura 3.26 Zonas de rugosidad (rectángulos) para el diseño experimental en 2 niveles.	64
Figura 3.27 Calibración de la configuración en estrella.	65
Figura 3.28 Zonas de rugosidad (rectángulos) para el diseño experimental en 3 niveles.	66
Figura 3.29 Mallado de 19×16 (304 puntos).	67
Figura 4.1 Desplazamiento del resorte y constate de rigidez obtenidos de la simulación.	72
Figura 4.2 Modos de disparo de la sonda, izquierda: fuerza baja, derecha fuerza alta.	73
Figura 4.3 Ecuación para la fuerza de disparo de Estler et al.	74
Figura 4.4 Fuerza de disparo vs posición angular sobre el ecuador de la esfera del palpador.	75
Figura 4.5 Simulación del mecanismo para fuerza baja (izquierda) y fuerza alta (derecha).	76
Figura 4.6 Vistas de la posición de las fuerzas aplicadas.	76
Figura 4.7 Gráfica del error sistemático de pre-desplazamiento de la sonda para el plano X-Y.	76

Figura 4.8 Comportamiento del error de pre-desplazamiento respecto a la longitud del vástago .	77
Figura 4.9 Representación esquemática y cálculo del error de pre-desplazamiento.....	78
Figura 4.10. Comportamiento del error de pre-desplazamiento experimental en función de la longitud del palpador.....	79
Figura 5.1 Resultados de las pruebas de variación de longitud y diámetro del palpador (mm). ...	80
Figura 5.2 Gráficas de efectos principales para la longitud media	82
Figura 5.3. Gráficas de efectos principales para la longitud media, restringida a dos factores	83
Figura 5.4 Gráfica de medias de la longitud media del bloque para el factor extensión.....	84
Figura 5.5. Gráficas de efectos principales para la desviación estándar	85
Figura 5.6 Gráfica de medias de la desviación estándar de la longitud del bloque para el factor extensión.....	87
Figura 5.7 Gráfica de medias de la desviación estándar de la longitud del bloque para el factor diámetro de punta.	88
Figura 5.8. Gráficas de efectos principales para la incertidumbre expandida.....	90
Figura 5.9 Gráfica de medias de la incertidumbre expandida de la MMC para el factor extensión.	91
Figura 5.10 Gráfica de medias de la incertidumbre expandida de la MMC para el factor diámetro de punta.	92
Figura 5.11 Gráfica de desviación estándar vs respuesta media de la planicidad.....	93
Figura 5.12 Relación S/R para la media de la planicidad de factores en dos niveles.	94
Figura 5.13 Gráficas de efectos principales para la razón S/R de la planicidad.	96
Figura 5.14 Gráficas de efectos principales para la media de la planicidad.	96
Figura 5.15 Relación S/R para la desviación estándar de la planicidad.....	97
Figura 5.16 Gráficas de efectos principales para la razón S/R de la planicidad	99
Figura 5.17 Gráficas de efectos principales para la media de la planicidad	99
Figura 5.18 Relación S/R utilizada para la media de la planicidad.....	100
Figura 5.19 Gráficas de efectos principales para la razón S/R de la planicidad	103
Figura 5.20 Gráficas de efectos principales para la respuesta media de la planicidad	104
Figura 5.21 Relación S/R para la desviación estándar de la planicidad.....	105
Figura 5.22 Gráficas de efectos principales para la razón S/R de la desviación estándar de la planicidad.	108

Figura 5.23 Gráficas de efectos principales para la media de la desviación estándar de la planicidad.	108
Figura 5.24 Gráfica de la variabilidad de la desviación estándar vs respuesta media de la desviación estándar de la planicidad	109
Figura 5.25 Desfase del plano generado debido al error de pre-desplazamiento.....	114
Figura A.1 Gráfica con resultados de las pruebas de planicidad en bloques patrón.	125
Figura A.2 Gráfica ajustada con la función de planicidad para el bloque patrón de 1.5 mm	126
Figura A.3 Gráfica ajustada con la función de planicidad para el bloque patrón de 4 mm	126
Figura A.4 Gráfica ajustada con la función de planicidad para el bloque patrón de 10 mm	127
Figura A.5 Gráfica ajustada con la función de planicidad para el bloque patrón de 40 mm	127
Figura A.6 Gráfica ajustada con la función de planicidad para el bloque patrón de 90 mm	128

Índice de Tablas

Tabla 1.1 Factores del proceso de medición estudiados en la literatura mediante DOE para MMC tipo puente móvil.....	10
Tabla 1.2. Casos de estudio identificados en la literatura para MMC tipo puente móvil.	10
Tabla 2.1 Clasificación de los bloques patrón.....	28
Tabla 2.2 Arreglo de los datos en un diseño en cuadro latino.	34
Tabla 2.3 ANOVA para el diseño en cuadro latino.	34
Tabla 2.4 Arreglo ortogonal L ₄	37
Tabla 2.5 Razones señal/ruido para los diferentes tipos de variables.	38
Tabla 3.1 Cantidades de puntos utilizadas en las pruebas de medición de planicidad	52
Tabla 3.2 Funciones de planicidad para los bloques patrón.....	55
Tabla 3.3 Niveles de los factores para el diseño en cuadro latino.	57
Tabla 3.4 Diseño experimental propuesto en cuadro latino.	58
Tabla 3.5 Factores de control para el diseño en 2 niveles.....	61
Tabla 3.6 Arreglo L ₈ (interno) para los factores de control.....	64
Tabla 3.7 Arreglo L ₄ (externo) para los factores de ruido.....	64
Tabla 3.8 Factores de control para el diseño en 3 niveles.....	66
Tabla 3.9 Arreglo L ₉ (interno) para los factores de control.....	67
Tabla 3.10 Arreglo L ₄ (externo) para los factores de ruido.....	68
Tabla 4.1 Modelo del mecanismo de la sonda y dimensiones de componentes.	71
Tabla 4.2 Materiales utilizados para los componentes de la sonda.....	71
Tabla 4.3. Fuerza de disparo para distintos puntos sobre el ecuador de la esfera.	74
Tabla 4.4 Resultados del error de pre-desplazamiento al variar la latitud	78
Tabla 5.1 Diseño en cuadro latino para la longitud media del bloque.	81
Tabla 5.2 ANOVA para la longitud media del bloque.....	82
Tabla 5.3 Resultados de la prueba LSD en la longitud media del bloque para el factor extensión.	83
Tabla 5.4 Diseño en cuadro latino para la desviación estándar.	85
Tabla 5.5 ANOVA para la desviación estándar.	85

Tabla 5.6 Resultados de la prueba LSD en la desviación estándar de la longitud del bloque para el factor extensión.	86
Tabla 5.7 Resultados de la prueba LSD en la desviación estándar de la longitud del bloque para el factor diámetro de punta.....	87
Tabla 5.8 Diseño en cuadro latino para la incertidumbre expandida de la MMC.....	88
Tabla 5.9 Fuentes de incertidumbre que contribuyen a la incertidumbre expandida de la MMC.	89
Tabla 5.10 ANOVA para la incertidumbre expandida de la MMC.	89
Tabla 5.11 Resultados de la prueba LSD en la incertidumbre expandida de la MMC para el factor extensión.....	91
Tabla 5.12 Resultados de la prueba LSD en la incertidumbre expandida de la MMC para el factor diámetro de punta.	92
Tabla 5.13 Resultados de la planicidad media para el diseño en dos niveles.	94
Tabla 5.14 ANOVA para la razón S/R de la planicidad.	94
Tabla 5.15 ANOVA para la media de la planicidad.	95
Tabla 5.16 Mejor ANOVA para la media de la planicidad.....	95
Tabla 5.17 Resultados de la desviación estándar de la planicidad para el diseño en dos niveles.	98
Tabla 5.18 ANOVA para la razón S/R de la desviación estándar planicidad.	98
Tabla 5.19 ANOVA para la media de la desviación estándar de la planicidad.	98
Tabla 5.20 Resultados de la planicidad media para el diseño en tres niveles.	101
Tabla 5.21 ANOVA para la razón S/R de la planicidad	102
Tabla 5.22 ANOVA para la respuesta media de la planicidad.....	102
Tabla 5.23 ANOVA para la razón S/R de la planicidad, restringido a 3 factores.....	102
Tabla 5.24 ANOVA para la respuesta media de la planicidad, restringido a 3 factores.....	103
Tabla 5.25 Resultados de la desviación estándar de la planicidad para el diseño robusto de factores en tres niveles	105
Tabla 5.26 ANOVA para la razón S/R de la desviación estándar de la planicidad	106
Tabla 5.27 ANOVA para la media de la desviación estándar de la planicidad	106
Tabla 5.28 ANOVA para la razón S/R de la desviación estándar de la planicidad, restringido a 3 factores	106
Tabla 5.29 ANOVA para la media de la desviación estándar de la planicidad, restringido a 3 factores	107

Tabla 5.30 Mejor ANOVA para la media de la desviación estándar de la planicidad.....	107
Tabla 5.31 Concentrado de efectos identificados a partir del diseño en cuadro latino.	110
Tabla 5.32 Concentrado de efectos identificados para el diseño robusto con dos niveles.....	111
Tabla 5.33 Concentrado de efectos identificados para el diseño robusto con tres niveles.	113
Tabla 5.34 Tiempos aproximados para el mallado al incrementar la cantidad de puntos.....	115
Tabla 5.35 Diferencia en el tiempo de medición para la superficie normal al eje Z.....	116

Introducción

La metrología es la ciencia de las mediciones y sus aplicaciones, y estas constituyen en una parte integral e inseparable de la vida cotidiana que en ocasiones se pasa por alto. En metrología, la tradición y el cambio están fuertemente ligados: por un lado, los sistemas de medición reflejan las tradiciones de la sociedad, pero al mismo tiempo, al seguir el curso del progreso y desarrollo se buscan constantemente nuevos modelos y métodos de medición.

En la práctica, la Máquina de Medición por Coordenadas (MMC) sufre del efecto de muchas magnitudes de influencia (o factores) que inciden en la incertidumbre de la medición, de modo que el resultado de la medición es sólo una aproximación al valor de la cantidad que se comunica [1]. Aunque algunos de estos factores pueden ser conocidos previamente por medio del fabricante, en general no es posible realizar una medida y al mismo tiempo controlar todas las fuentes que afectan las mediciones dimensionales.

Durante el proceso de medición, se atribuye al usuario la decisión de los parámetros bajo los cuales se realizará la medición, y en este recae gran parte de la confiabilidad de la medición. Las condiciones y parámetros que establezca el usuario inevitablemente afectarán en la incertidumbre de medición. Poco a poco, diferentes estudios efectuados con las MMC han reportado sus resultados con el objetivo de identificar la influencia de diferentes factores en las mediciones y su impacto en la incertidumbre.

Objetivos

A continuación, se presentan los objetivos que rigen el trabajo de tesis, iniciando con un objetivo general a partir del cual se desprenden los objetivos específicos que permiten su cumplimiento.

Objetivo general

Determinar la influencia de diferentes factores en la incertidumbre para una máquina de medición por coordenadas (tipo puente), utilizando el diseño de experimentos en formas geométricas básicas.

Objetivos específicos

- Desarrollar una metodología de estudio de los factores de influencia basada en el diseño de experimentos.
- Analizar la influencia de los factores en la incertidumbre para distinguir su efecto.
- Determinar relaciones funcionales entre la incertidumbre, y los factores en interacción identificados.
- Identificar mediante los resultados obtenidos, las mejores condiciones para aminorar la incertidumbre.

Organización de la tesis

La tesis se encuentra organizada de la siguiente manera: en el capítulo 1 se presentan los antecedentes teóricos de la Máquina de Medición por Coordenadas y una revisión de estudios afines encontrados en la literatura. Enseguida, en el capítulo 2 se presentan los conceptos metrológicos más relevantes en torno al tema de incertidumbre, y se exponen las bases de los diseños de experimentos empleados en la tesis.

Posteriormente, en el capítulo 3 se describen las condiciones para llevar a cabo las pruebas, los factores elegidos, los diseños experimentales propuestos, los procedimientos y las consideraciones seguidas para cada fase experimental. Más adelante, En el capítulo 4 se expone el análisis del comportamiento del error sistemático de la sonda de medición Renishaw TP2, llevado a cabo mediante el Método de Elemento Finito.

En el capítulo 5 se realiza un análisis y discusión de resultados obtenidos en las fases experimentales, se presentan los resultados para incertidumbre típica y/o combinada (según aplique) y se muestra el comportamiento de los factores y sus interacciones, además de los análisis de varianza desarrollados en cada fase experimental. Finalmente, se presentan las conclusiones obtenidas.

Capítulo 1. Antecedentes

Las mediciones confiables son importantes para los gobiernos, las empresas y la sociedad en general porque ayudan a ordenar y facilitar las transacciones comerciales que resultan de un contrato entre un cliente y un proveedor. Las mediciones contribuyen a facilitar este proceso y, por lo tanto, afectan la calidad de vida de la sociedad, protegen a los consumidores, ayudan a proteger el medio ambiente y promueven el uso racional de los recursos naturales.

En la actualidad, la metrología cobra mayor importancia con el aumento del comercio a nivel mundial, poniendo más énfasis en la relación entre el control de calidad y las mediciones, la calibración, la trazabilidad, la certificación y la acreditación de laboratorios. La metrología es la base esencial que permite el funcionamiento ordenado de estas otras funciones, lo que ayuda a mejorar la calidad de los productos y servicios.

De acuerdo con Werner Lotze (1986), las primeras Máquinas de Medición por Coordenadas fueron el producto de implementar a los equipos de control numérico computarizado dispositivos de apoyo para obtener las mediciones deseadas [2]. El sistema de coordenadas, inventado a principios del siglo XVI por el famoso filósofo y matemático francés René Descartes, se utiliza para describir los movimientos de la máquina de medición, permitiendo localizar características en relación con otras particularidades de una pieza.

La idea de sumar el uso de la computadora a un sistema de coordenadas es completamente opuesta a la concepción que se tenía con el uso de equipos que se caracterizaban a la par con la pieza de trabajo. En contraste con el uso de equipo convencional para mediciones dimensionales, en las MMC se tiene una mayor cantidad de tipos de magnitudes a medir debido a la conformación de elementos en el espacio: líneas, círculos, planos, etc.

Su fundamento basado en el hecho de considerar el uso de un sistema de coordenadas y apoyarse en puntos que generan figuras en el espacio, la convierte en una herramienta muy potente tanto para la digitalización de la pieza, como para sus aplicaciones en tolerancias geométricas y de

diseño. Existen diferentes estructuras de MMC, las cuales están diseñadas para satisfacer distintos requerimientos de maniobrabilidad, intervalo de medición y exactitud.

1.1 MMC tipo puente móvil

La MMC tipo puente móvil utiliza una sonda (5) que permite medir los puntos de una pieza (ver Fig. 1.1). Cada punto en la pieza es único en el sistema de coordenadas de la máquina. La MMC combina los puntos medidos para formar una característica (por ejemplo, una línea, un plano, una superficie, etc.). El carro que guía el eje Z (3) se desplaza en la dirección del eje X, a lo largo de la viga horizontal que es perpendicular al eje Z, que se mueve en dirección vertical y que esta soportada en sus dos extremos por dos columnas.

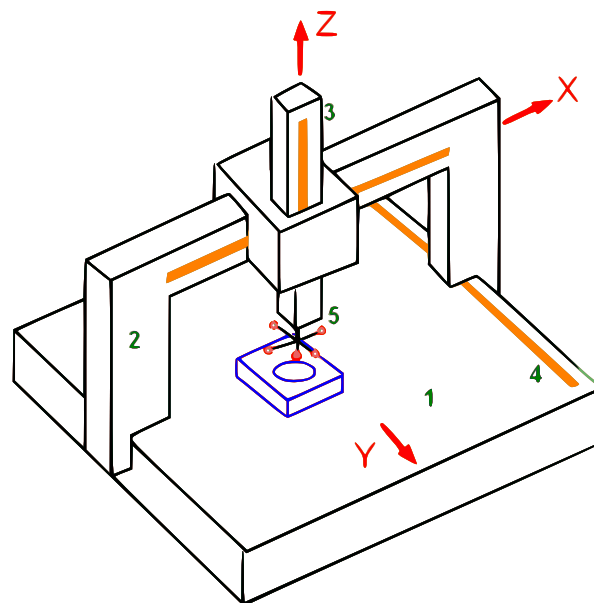


Figura 1.1 MMC tipo puente móvil.

El “puente” (2) se forma mediante la viga y las dos columnas verticales, el cual se desplaza en la dirección del eje Y por medio de dos carriles (4) que se encuentran a ambos lados del puente. La flexión es mínima en este tipo de MMC, debido a que la viga está apoyada en sus dos extremos, lo cual le proporciona mayor exactitud. El volumen de trabajo de la MMC está contenido sobre un bloque (o mesa) de granito (1), y este tipo de MMC puede ser fabricada en diferentes intervalos de medición manteniendo el mismo diseño.

1.1.1 Sistemas de coordenadas

La MMC identifica dos tipos de sistemas de coordenadas; al primero se le denomina Sistema de Coordenadas de la Máquina, en el cual los ejes X, Y, y Z se refieren a la posición de origen definida en el equipo. Cuando se visualiza desde el frente de la máquina, el eje X va de izquierda a derecha, el eje Y va del frente a la parte posterior, y el eje Z va de arriba hacia abajo verticalmente y perpendicular a los otros dos ejes [3].

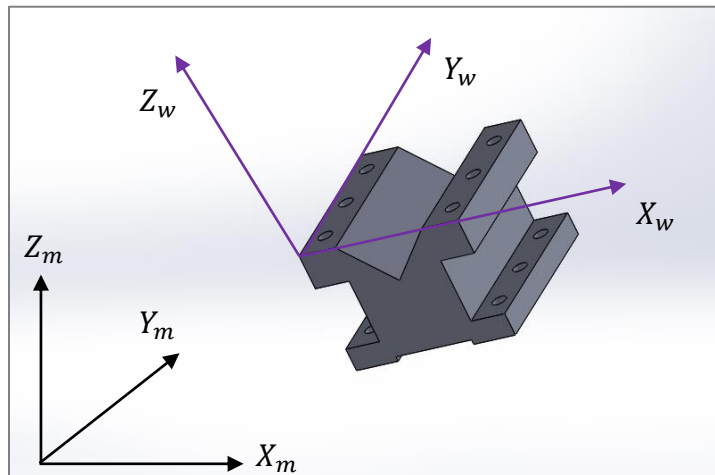


Figura 1.2 Sistema de coordenadas de la máquina y sistema de coordenadas de la pieza.

Al segundo sistema se le conoce como Sistema de Coordenadas de la pieza, en donde los tres ejes se relacionan con características propias de la pieza, y este se logra en la MMC mediante la operación conocida como *alineación*. A modo de ejemplo, en la Fig. 1.2 se identifica el sistema de coordenadas de la máquina mediante los ejes cartesianos X_m , Y_m y Z_m , mientras que el sistema de coordenadas de la pieza se conforma a través de los ejes X_w , Y_w y Z_w

1.1.2 Principios de operación y funcionamiento

La función principal de una MMC es medir la forma real de una pieza, compararla con la forma deseada y evaluar la información metrológica, como el tamaño, la forma, la ubicación y la orientación. La forma real de una pieza se obtiene recogiendo datos sobre su superficie en determinados puntos o zonas. Sin embargo, no es posible evaluar los parámetros de la pieza (por ejemplo, el diámetro, la longitud, un ángulo, etc.) directamente a partir de las coordenadas.

Se necesita un modelo analítico de la pieza para evaluar los parámetros, el cual suele estar formado por elementos geométricos ideales, llamados elementos sustitutivos geométricos [4]. Estos elementos pueden determinarse aplicando un algoritmo de ajuste óptimo de elementos geométricos al conjunto de datos medidos.

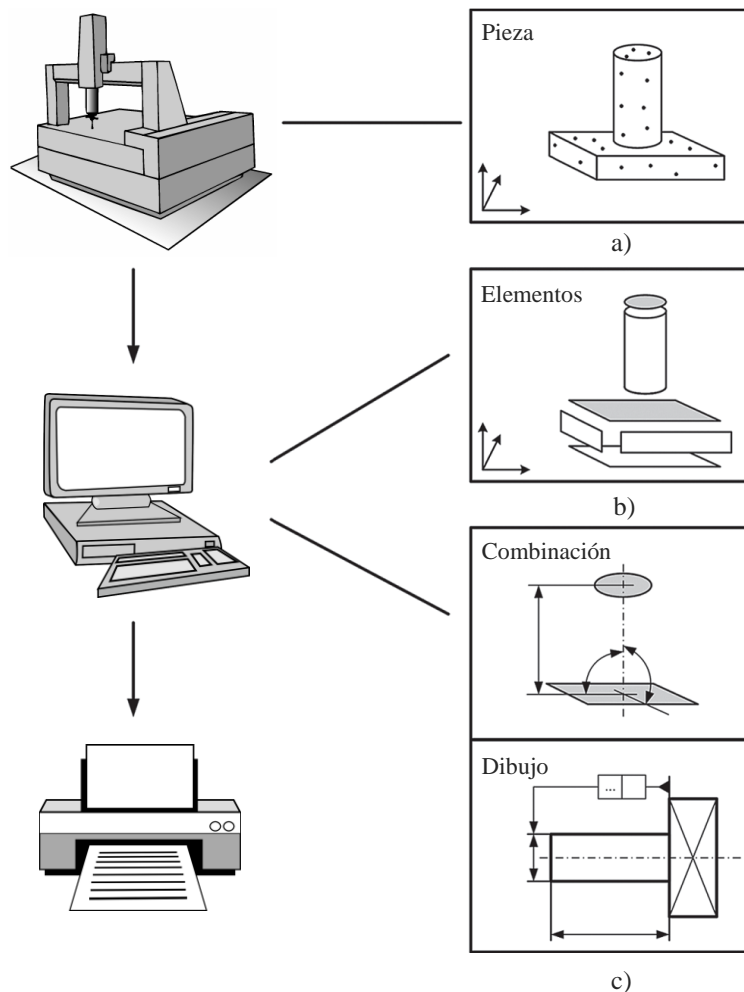


Figura 1.3 Proceso de medición mediante la MMC.

La Figura 1.3 ilustra la medición y representación de la geometría de una pieza, de manera que el principio de la metrología por coordenadas puede definirse de la siguiente forma:

- 1) Generar los conjuntos de datos midiendo la pieza real con la MMC (Figura 1.3a)
- 2) Calcular los elementos geométricos sustitutivos (matemáticos) en términos de parámetros que especifican el tamaño, la forma, la ubicación y la orientación (Figura 1.3b).
- 3) Evaluar las características de la pieza requeridas, por ejemplo, combinando los elementos sustitutivos y comparándolos con las dimensiones y tolerancias del dibujo (Figura 1.3c) [4].

Los transductores en las escalas de la MMC determinan el desplazamiento a lo largo de una trayectoria de coordenadas. De este modo, cualquier punto del volumen de medición de la MMC puede ser cubierto por las mediciones mediante un punto de referencia espacial en el cabezal de la sonda.

El punto de referencia suele ser el centro de esfera del palpador para los sensores de contacto (ver Fig. 1.5 y 1.6). En general, la medición de una pieza con una MMC comprende los siguientes pasos:

1. Calibración del palpador o de la punta de la sonda con respecto al punto de referencia del cabezal de la sonda, normalmente mediante una esfera calibrada (siempre que se utilice una sonda electromecánica).
2. Determinación de la posición y la orientación de la pieza (sistema de coordenadas de la pieza) en relación con el sistema de coordenadas de la máquina (ver Fig. 1.2).
3. Medición de los puntos superficiales de la pieza.
4. Evaluación de los parámetros geométricos de la pieza.
5. Representación o informe de los resultados de la medición [4].

1.2 Sonda de medición cinemática resistiva Renishaw TP2

La MMC tipo puente móvil utilizada como caso de estudio incorpora un sensor de disparo por contacto que proporciona a la máquina la información de la localización de la superficie de la pieza a inspeccionar, en relación con la posición de la máquina.

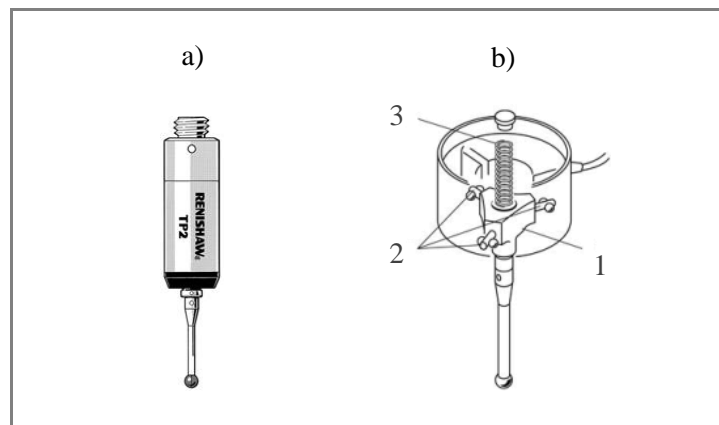


Figura 1.4 Sonda de medición Renishaw TP2: (a) vista externa, (b) vista interna.

En principio, se trata de un dispositivo electromecánico que tiene la capacidad de devolver el palpador a la misma posición repetible después de cualquier desviación. Esencialmente, el sistema consiste en una placa de pivote (1) de apriete contra tres puntos de apoyo (2) mediante un resorte ajustado a compresión (3); actuando estos apoyos como contactos eléctricos (ver Fig. 1.4b) [5].

1.2.1 Palpadores

En la norma ISO 10360 se define al palpador como un dispositivo mecánico que consta de un vástago y un elemento físico que realiza el contacto con la pieza llamado punta de palpado [6] (ver Fig. 1.5). Si se conoce la posición en el espacio del centro de la punta, así como su diámetro, se pueden calcular las coordenadas de los puntos que se han palpado. Los vástagos se fabrican en distintos materiales: titanio, carburo de tungsteno, acero inoxidable, cerámica y fibra de carbono.

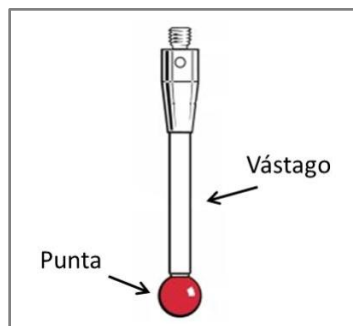


Figura 1.5 Partes del palpador.

Además, es posible aumentar la longitud del palpador mediante el uso de extensiones. La punta de palpado es el elemento físico que realiza el contacto con la pieza, y puede ser una esfera, un cilindro, un disco, un cono, etc. El rubí es el material estándar y el más apropiado para esferas de palpadores en una amplia mayoría de aplicaciones de medición, además el rubí es uno de los materiales más resistentes conocidos (ver Fig. 1.6).



Figura 1.6 Esfera de palpado de rubí.

1.2.2 Configuración en estrella

Se denomina así a la configuración de múltiples palpadores en un ensamble fijo. Esta distribución brinda flexibilidad, dado que permite que la punta entre en contacto con diferentes características geométricas de la pieza, sin tener que reemplazar el palpador. En el arreglo se pueden montar hasta 5 palpadores distintos, de ahí el nombre “estrella”, por lo que además del palpador correspondiente al eje Z de la máquina, también se disponen de palpadores en las direcciones $-Y$, $+Y$, $-X$ y $+X$ (ver Fig. 1.7).



Figura 1.7 Configuración en estrella de 5 palpadores.

1.3 Trabajos afines revisados en la literatura

Stephen Crowder et al. (2020) afirman que uno de los temas que ha recibido relativamente poca atención en la literatura de metrología es el diseño de experimentos (DOE), y señalan que una premisa del DOE es que la eficiencia es primordial en cuanto a los recursos (costo, tiempo, personal, equipo, etc.) utilizados para realizar un experimento [7].

A partir de la revisión de la literatura, se han identificado los factores de influencia estudiados por distintos autores para MMC tipo puente móvil, los cuales se muestran en la Tabla 1.1. Como observación, para efectos de comparación, en los casos donde fue requerido, los factores utilizados por los autores de manera combinada en sus estudios se descompusieron en factores individuales.

Tabla 1.1 Factores del proceso de medición estudiados en la literatura mediante DOE para MMC tipo puente móvil.

Autor(es)	Velocidad de medición	Longitud del palpador	Diámetro de la punta	Acabado superficial	Posición inicial de la sonda	Tamaño de la pieza	Cantidad de puntos	Dirección de escaneo	Posición de la pieza	Configuración en estrella	Estrategia de medición	Temperatura del ambiente	Sistema de coordenadas
Štrbac et al. (2020) [8]			⊙				⊙		⊙			⊙	⊙
Crowder et al. (2020) [7]	⊙		⊙	⊙		⊙							
Vrba et al. (2015) [9]	⊙	⊙	⊙				⊙	⊙	⊙				
Pablo M. (2013) [10]	⊙		⊙			⊙	⊙						
Barini et al. (2010) [11]							⊙	⊙		⊙	⊙		
Feng et al. (2007) [1]	⊙	⊙	⊙		⊙	⊙	⊙						
Piratelli-Filho et al. (2003) [12]						⊙		⊙					

Para complementar la exploración comparativa de los trabajos previos, en la Tabla 1.2 se identifican los casos de estudio abordados por los autores, así como los diseños experimentales utilizados para el desarrollo de cada estudio.

Tabla 1.2. Casos de estudio identificados en la literatura para MMC tipo puente móvil.

Autor(es)	Caso(s) de estudio	DOE utilizado(s)
Štrbac et al. (2020) [8]	Cilindro calibrado	Diseño factorial 2 ⁵
Crowder et al. (2020) [7]	Barreno	Diseño factorial 2 ⁴
Vrba et al. (2015) [9]	Molde para envoltura de huevo de chocolate	Taguchi L16 (solo arreglo externo)
Pablo M. (2013) [10]	Bloques patrón	Diseños factoriales 2 ⁴ y 2 ³
Barini et al. (2010) [11]	Combinación de esfera, cilindro y cono	Diseño factorial 2 ⁴
Feng et al. (2007) [1]	Barreno	Diseños factoriales 2 ⁵⁻¹
Piratelli-Filho et al. (2003) [12]	Barras con esferas en los extremos	Diseño factorial 3 ²

Por medio de la revisión de los trabajos se observa que el aspecto que tienen en común los estudios es el identificar las combinaciones de los factores que tienen influencia significativa y, con base en ellos, emitir recomendaciones, observaciones, entre otros, con el propósito de lograr reducir la incertidumbre, bajo determinadas condiciones.

En primera instancia, es prudente señalar que los trabajos de Crowder et al., Pablo M. y Feng et al. se centran en el análisis de la influencia de los factores, mientras que los demás desvían o mantienen su atención en la investigación de otro(s) aspecto(s) en particular. En las siguientes secciones se hace una exploración más detallada de sus investigaciones.

1.3.1 Planteamientos de los autores en trabajos previos

El trabajo de Štrbac et al. [8] es el más reciente encontrado en la literatura para una MMC tipo puente móvil, y este presenta la novedad de considerar a la temperatura como factor de control, al investigar su influencia en las mediciones de circularidad y diámetro de un anillo previamente calibrado. En su metodología, utilizaron el diseño factorial completo para 5 factores, teniendo como variables de respuesta la medida nominal y la incertidumbre, siendo esta última calculada mediante dos métodos distintos, y la investigación termina enfocándose en la comparación de estos métodos.

El trabajo de Feng [1] proviene de un artículo de investigación publicado, y el trabajo de Crowder se expone como un caso de estudio en [7]. Al comparar estos, se identifican como los trabajos con mayores semejanzas entre sí y, a la vez, tienen un mayor enfoque en el análisis de la influencia de los factores, por lo que se procede a realizar una comparación entre estos estudios.

Como se aprecia en la Tabla 1.2, en la investigación llevada a cabo por Feng, se desarrolló el análisis partiendo de una mayor cantidad de factores. En una sección posterior del estudio de Crowder, se señala el por qué se presenta un análisis de solo 4 factores, lo cual se detallará más adelante.

Dentro del aspecto de planteamiento de los datos, al definir la pieza sobre la cual se lleva a cabo cada análisis, la similitud que comparten consiste en que ambos analizan el diámetro de un barreno,

sin embargo, en el estudio de Feng también se desarrolla el análisis para la posición de este, de modo que presenta dos perspectivas de la influencia de los factores, con base en dos figuras de referencia.

Aunque a lo largo del trabajo de Feng se enumeran cinco factores, puede ser válido considerar que fueron 6 los factores utilizados en total, debido a que el factor “tamaño de la punta” no se consideró de manera aislada en el estudio, sino que se definió una variable denominada “relación de la punta”, siendo una cantidad compuesta por el tamaño de la punta y el diámetro del barreno.

Como se indicó anteriormente, en la Tabla 1.1 se hizo la distinción de estos, de manera que se muestra la descomposición del factor agrupado “relación de la punta” en los factores individuales “tamaño de la punta” y “tamaño de la parte”. Otra diferencia es la cantidad de repeticiones, teniendo que en el estudio de Crowder las muestras son de mayor tamaño, considerando 10 repeticiones, mientras que en el trabajo de Feng las muestras son de tamaño 6.

En cuanto a la variable explicativa se encuentra una similitud relevante, siendo que ambos estudios utilizan la media como parámetro. Sin embargo, en el trabajo de Crowder además se analiza el efecto que tienen los factores sobre las desviaciones estándar, para las partes tomadas como referencia, de este modo su estudio también se divide en dos perspectivas: la media y la desviación estándar, mientras que en la investigación de Feng solo se limita a la primera.

Al realizar la comparativa del tipo de diseño de experimentos utilizados en cada estudio, el diseño de experimentos utilizado en el trabajo de Feng corresponde a un diseño factorial fraccionado, mientras que en el estudio de Crowder se utilizó un diseño factorial completo. De lo expuesto anteriormente se desprende la razón por la cual se investigaron 4 factores en su estudio. Los estudios abordados anteriormente pueden ser contrastados debido a sus semejanzas en sus planteamientos.

Otra pareja de estudios que guardan semejanza en el planteamiento corresponde a Barini [11] y Vrba [9], donde ambos analizaron lo que denominan partes “complejas” o “formas libres”. Ambos trabajos apuntan al campo industrial, partiendo del hecho donde señalan que una de las limitaciones

para la medición de partes complejas (presentes en las aplicaciones industriales) se debe a la dificultad de contar con un “artefacto maestro” (o patrón) de forma libre que incluya trazabilidad, ya que es más difícil de obtener y calibrar con respecto a los objetos con geometría simple.

En otras palabras, reconocen que el principal problema en la evaluación de la incertidumbre de la MMC en la medición de formas complejas es garantizar la trazabilidad de las mediciones, es decir, es difícil calibrar superficies realmente complejas con alta precisión. De aquí, ambos trabajos se enfocan en propuestas que atienden a este problema.

En el trabajo de Barini se propone el análisis de una superficie (o forma) compleja que comprendía una esfera, un cilindro y un cono. Al ser combinados en un único conjunto, lograron simular la forma compleja, manteniendo la trazabilidad. Se llevó a cabo una investigación sobre el origen y los efectos de los diferentes factores de incertidumbre durante la medición de esta superficie compleja.

Este trabajo se basó en un diseño factorial 2^4 completamente al azar, sus factores de estudio fueron densidad de muestreo, la estrategia de medición, la configuración de la sonda de palpado y la alineación de la MMC. Los resultados obtenidos en los experimentos se analizaron en términos de desviaciones del modelo CAD, reproducibilidad e incertidumbre de la medición.

Por otra parte, en el trabajo de Vrba et al. [9], se aplicó dos enfoques para estimar la incertidumbre de la medición utilizando el diseño de experimento bajo el método Taguchi. Se consideraron cinco factores: velocidad de escaneo, densidad de la muestra, configuración de la sonda, dirección de escaneo y posición del objeto de medición.

En el primer enfoque, la incertidumbre se estimó midiendo los objetos geométricos básicos primitivos: esfera y “toroide”, que representan la descomposición de las superficies complejas y en el segundo se trató una superficie compleja como una cantidad desconocida. La superficie compleja correspondía al molde utilizado para la fabricación de un huevo de chocolate, diseñado mediante técnicas CAD/CAM.

Además, a diferencia de los estudios de Feng y Crowder, tanto en los trabajos de Barini como en el de Vrba se llevó a cabo una estimación de la incertidumbre combinada. En el estudio de Vrba, esta se llevó a cabo de dos formas, por un lado utilizando el estándar ISO 15530-3, y por el otro a través de la *Guía para la expresión de la incertidumbre en la medición* (GUM) [13].

Para esta última forma de estimación, la evaluación de la incertidumbre en la medición de superficie compleja, como un área desconocida, no incluyó la incertidumbre del tipo B porque en ese estudio no se disponía de la información necesaria para el cálculo del error máximo permitido, a diferencia de Barini, donde mediante su estrategia de división en formas simples, permitió mantener las formas con trazabilidad, de modo que se incluyera esta incertidumbre.

El objetivo de la investigación de Piratelli [12] fue presentar un método para estimar la incertidumbre de medición de la MMC, y consistió en medir barras calibradas, colocadas en distintas orientaciones del volumen de trabajo definidas para un diseño factorial 3^2 . La incertidumbre se estimó con componentes de varianza obtenidas del análisis de los errores de medición volumétricos, y los resultados se compararon con la prueba de rendimiento volumétrico propuesta por la norma ANSI/ASME B89.4.1.

En el estudio de Pablo Martínez se analizó la influencia de 4 factores de influencia para una primera etapa: diámetro de la punta de palpado, longitud de medición, cantidad de puntos y la velocidad de palpado. Esta etapa se desarrolló a través de un diseño factorial 2^4 . En una segunda etapa de experimentación, se analizó la influencia de 3 factores, y a diferencia de la primera fase, en esa etapa se mantuvo el factor de la cantidad de puntos constante, de modo que se hizo un arreglo para un diseño factorial 2^3 .

1.3.2 Resultados obtenidos de trabajos anteriores

En los resultados obtenidos en el trabajo de Štrbac et al. destaca el hecho de que al medir el diámetro y la circularidad del interior del anillo calibrado, se descubrió que un aumento de la temperatura tiene un efecto significativo en el error sistemático del diámetro, mientras que su influencia en la circularidad es considerablemente menor.

Además, se observó una fuerte interacción entre la temperatura y la posición de la pieza en la mesa de la MMC, que incluye el efecto de los errores geométricos de la máquina. En cuanto a la incertidumbre de la medición, el efecto de la temperatura es evidente cuando se mide el diámetro, mientras que en la medición de la redondez, el valor de la incertidumbre es menor que el valor de la incertidumbre a la temperatura de referencia (20 °C).

En los trabajos de Feng [1] y Crowder [7], se presentan resultados de los factores de manera aislada, y adicionalmente resultados de interacciones entre parejas de factores, que fueron previamente analizados de manera individual. En [1] se utilizó el análisis de varianza (ANOVA) para estudiar el efecto entre interacciones de los factores, mientras que en [7] se utiliza el diseño factorial completo.

Con base en los resultados obtenidos por medio del diseño factorial fraccionado desarrollado por los autores en [1], ellos observaron que ninguno de los factores es estadísticamente significativo con respecto a la ubicación de un agujero. Tampoco hubo factores significativos encontrados en el experimento de detección al observar el diámetro.

Sin embargo, el experimento demostró que la interacción entre velocidad y relación de palpado es estadísticamente significativa. La gráfica de interacción resultante muestra que la incertidumbre se redujo a una velocidad más lenta cuando se utiliza una relación de palpado alta y baja, mientras que una mayor velocidad de medición proporciona una menor incertidumbre en relación con una mayor relación de palpado.

Por otra parte, en [7] el análisis de las medias mostró que sólo el tamaño de la pieza, y la forma de la superficie afectaban a la medición media del diámetro del cilindro. Tanto la velocidad de muestreo como el tamaño de la punta no afectaron a la respuesta media, lo que significa que estos factores no introdujeron un sesgo.

El análisis de las desviaciones estándar mostró que sólo la forma de la superficie y el tamaño de la punta influyeron en la desviación estándar. La velocidad de muestreo y el tamaño de la pieza no

afectaron a la desviación estándar, lo que significa que estos factores no influyen en la incertidumbre.

Finalmente, el estudio presentado por Crowder indicó que la MMC funcionó mejor midiendo piezas de superficie lisa, explicando que cuando se miden piezas de superficie rugosa, un mayor tamaño de la punta “filtra” los efectos de la rugosidad, lo que da lugar a una desviación estándar menor.

Respecto a los trabajos de Barini [11] y Vrba [9], en el primero se determinó que con el fin de optimizar la precisión, la densidad de la muestra y su interacción con la configuración de la sonda juegan el papel principal; por otro lado, con el fin de mejorar la reproducibilidad del proceso de medición, la alineación “iterativa” fue una herramienta capaz de mejorar el comportamiento de esta variable.

En el segundo, se encontró que ambos métodos utilizados para la evaluación de la incertidumbre mostraron una buena correlación, aunque el método ISO 15530-3 resultó ser más sensible a los cambios en la repetibilidad de la MMC en comparación con la metodología GUM. Los efectos de la temperatura durante las mediciones se reconocieron como el principal factor que contribuyó a la incertidumbre de la medición.

Los resultados de Piratelli [12] mostraron que el método propuesto es adecuado para investigar el rendimiento de la MMC, y determinar la contribución de los factores a la incertidumbre de la medición. Esto quiere decir que se produjo una variación significativa en el error medio de medición al cambiar los niveles de estas variables simultáneamente. Los menores errores de medición se dieron en la dirección XY, y los mayores errores en la dirección XYZ.

De acuerdo con el análisis realizado por Pablo Martínez [10], para la primera etapa se concluyó que la longitud de medición es el que más contribuye a la incertidumbre. La longitud de medición se ve afectada por las diferentes contribuciones a la incertidumbre combinada, siendo parte de esto la calibración del equipo y el coeficiente de expansión térmica de los bloques.

A su vez, el coeficiente es afectado por la longitud de cada uno de los bloques y el cambio en la temperatura, además de la incertidumbre generada por el certificado de calibración. La velocidad en esta fase no afectó de manera importante. Se identificó el trabajar con la punta de menor diámetro en el caso de contar con un buen acabado superficial, y cuando la pieza tiene un acabado muy burdo, utilizar el palpador de mayor diámetro.

Posteriormente, el análisis realizado en la segunda etapa mostró nuevamente que los factores que más afectan en el cálculo de la incertidumbre son la longitud y el diámetro, a diferencia de análisis realizado previamente, en este se observa una mayor contribución de la velocidad de muestreo. Además, se identificó que la incertidumbre aumenta conforme se tiene valores altos de longitud y diámetro del palpador.

1.3.3 Estudios sobre la sonda de medición

Se identificaron algunos estudios acerca del comportamiento de la sonda de medición cinemática resistiva durante el proceso de medición, algunos de ellos desarrollados mediante métodos analíticos y/o experimentales, mientras que otros utilizan un enfoque de aproximación mediante el Método de Elemento Finito (o “FEM”, de sus siglas en inglés), siendo estos últimos los de mayor atención debido a que corresponden al enfoque utilizado para el presente trabajo.

Uno de los estudios desarrollados mediante el método analítico y considerado de especial relevancia es el publicado por Estler et al. en 2002 titulado “Error compensation for CMM touch trigger probes” [14], en donde se deducen ecuaciones que permiten predecir el comportamiento del error sistemático de la sonda, apoyado de la comprobación experimental de algunos de los resultados obtenidos analíticamente.

Dentro de los trabajos que utilizan FEM para el estudio de la sonda, se encuentran los desarrollados por Aitha Sudheer y C. Chandrasekaran [15], Verílton Nunes et al. [16], Salleh et al. en diferentes etapas, [17], [18], y Li et al. [19], quienes propusieron distintos modelados de la sonda. En el primer trabajo citado, el modelado de la sonda se hizo simplemente considerándola como una viga vertical empotrada en la parte superior mediante una base circular, la cual es sometida a flexión.

Su enfoque consistió en analizar el comportamiento de la deflexión del palpador al utilizar diferentes materiales en el vástago y esfera, y al cambiar las dimensiones de estos. De manera similar, Verílton Nunes et al. modelaron el mecanismo de la sonda como una viga sólida de una sola pieza, con la diferencia de que la base superior posee los tres soportes fijos, cada uno de ellos con la forma cilíndrica, lo cual está más apegado a la geometría del sistema real.

Su estudio se enfocó en analizar el desplazamiento del palpador al variar las dimensiones y el material del vástago, así como su sección transversal. Un hecho que resalta de la revisión de los dos trabajos descritos hasta este punto es que en las publicaciones no se menciona si los modelos utilizados están basados en alguna sonda en particular o si corresponden a algún fabricante. Al mismo tiempo, lo anterior coincide con el hecho de no proporcionar dimensiones de la geometría más allá de las inherentes al palpador.

Por otra parte, Salleh et al. en su primer trabajo utilizaron un modelo el cual incorporaba un cilindro hueco de caucho en la parte superior, el cual servía para simular el comportamiento del resorte de la sonda. Otra particularidad de su trabajo es que se precisa que su modelo está basado en la sonda Renishaw TP2. Su estudio abarca el análisis del comportamiento del error de pre-desplazamiento en todo el rango, y el efecto que tiene el cambiar la latitud del punto de contacto con la esfera.

En su segundo trabajo, el modelo se refinó mediante la información obtenida del despiece de una sonda real, de modo que se incluyó el resorte con su geometría, material y dimensiones, y se redefinió la geometría de los soportes. El enfoque de estudio fue similar al primer trabajo, pero ahora apoyado en la investigación de Estler et al. Adicionalmente, se hizo una estimación de la incertidumbre a partir de los resultados de las simulaciones.

Continuando su investigación, un tercer trabajo se centró en la validación experimental del modelo FEM en [18]. Entre los aspectos que tienen en común los cuatro trabajos mencionados hasta este punto sobre la simulación de la sonda, está el hecho de incorporar únicamente la física del movimiento de la sonda (o modelo mecánico) y, además, en las publicaciones no se especifica el software utilizado para las simulaciones.

En contraste, la investigación de Li et al. presenta una simulación que combina el modelo mecánico con la física del circuito eléctrico conformado por los contactos, de modo que lograron identificar el umbral de resistencia de disparo para la sonda analizada (que difiere de la Renishaw TP2), y para esto crearon un sistema de lazo cerrado utilizando ANSYS, Adams y Matlab. Además, su investigación también se acompañó de análisis experimentales.

Finalmente, otro trabajo encontrado en la literatura y desarrollado tanto de manera analítica como experimental, es el de Bohan et al. [20], en el cual a partir de la deducción de algunas formulaciones se llega a una serie de afirmaciones acerca del comportamiento del error sistemático de la sonda de medición cinemática resistiva, dos de las cuales han sido estudiadas en los trabajos descritos previamente, y constituyen la base del capítulo 4.

Capítulo 2. Incertidumbre de la medición y diseño de experimentos

En un sistema de medición siempre existirá la duda del valor verdadero de una pieza medida, debido a que no se tiene la certeza del valor y que en la operación de la medición intervienen diversos factores que afectan el proceso, por eso no es posible caracterizar la medida por un único valor ya que siempre habrá duda de lo que se está midiendo, lo que da lugar termino llamado incertidumbre de medida [21].

El Vocabulario Internacional de Metrología (VIM) define a la incertidumbre como el “parámetro no negativo que caracteriza la dispersión de los valores atribuidos a un mensurando, a partir de la información que se utiliza” [22]. Dicho de otro modo, el llamado “valor verdadero” es el valor que mejor caracteriza las dimensiones de dicho mensurando, pero que carece de una existencia física real. A pesar de esto, en la práctica, acercarse al “valor verdadero” resulta suficiente para los requerimientos particulares de un cliente.

La incertidumbre y precisión de un resultado analítico son términos muy relacionados, donde la diferencia primordial es que el término incertidumbre es más globalizado, debido a que considera todas las fuentes posibles de error que intervienen en el resultado final. La incertidumbre del resultado de una medición refleja la imposibilidad de conocer exactamente el valor del mensurando.

El resultado de una medición es una estimación del valor del mensurando, esto significa que las mediciones deben expresarse en la siguiente forma (añadiendo al resultado de la medición la incertidumbre asociada al mismo):

$$y \pm U$$

Donde:

y : es el resultado más probable (puede ser el valor medio de una serie de mediciones)

U : es la incertidumbre de medida asociada al mismo. Cuanto menor sea U , más calidad tendrá el resultado de medida.

Cuando se realizan mediciones, existen diversas fuentes posibles de incertidumbre, entre las cuales están las siguientes:

- a) la repetibilidad en el valor del mensurando bajo condiciones aparentemente iguales.
- b) el mensurando carece de una definición completa.
- c) la reproducción de la definición del mensurando es imperfecta.
- d) la muestra del mensurando no es lo suficientemente representativa.
- e) no se cuenta con el conocimiento necesario de los efectos de las condiciones ambientales sobre la medición, o dichas condiciones ambientales no se miden completamente.
- f) los instrumentos analógicos propician una lectura sesgada.
- g) los patrones de medida o materiales de referencia poseen valores inexactos.
- h) en los cálculos desplegados a partir de los datos, los valores y parámetros que provienen de fuentes externas carecen de la aproximación suficiente.
- i) las hipótesis y suposiciones asumidas para el procedimiento y método de medición [23].

Las fuentes de incertidumbre señaladas pueden depender una(s) de otra(s), y algunas de las fuentes comprendidas de b) a i) pueden incidir en la fuente indicada en a). Las incertidumbres se dividen en dos grupos, “A” y “B”, y la finalidad de esta clasificación es separar las dos maneras distintas de evaluar las componentes de incertidumbre, para efectos únicamente de su análisis.

A grandes rasgos, las incertidumbres tipo A son determinadas estadísticamente por el usuario, mientras que las incertidumbres tipo B son aquellas comunicadas al usuario. Los dos tipos de evaluación se basan en distribuciones de probabilidad, y las componentes resultantes tanto de uno como del otro tipo de evaluación se cuantifican mediante varianzas o desviaciones típicas.

2.1 Trazabilidad

La trazabilidad es otro de los conceptos metrológicos fundamentales. El VIM define a la *trazabilidad metrológica* como la propiedad de un resultado de medida por la cual el resultado puede relacionarse con una referencia mediante una cadena ininterrumpida y documentada de calibraciones, cada una de las cuales contribuye a la incertidumbre de medida [22].

Se conoce como *cadena de trazabilidad* a una serie de comparaciones ininterrumpidas, todas ellas con incertidumbre establecidas (ver Fig. 2.1). Esto asegura que un valor de medida o el valor de un patrón está relacionado con referencia a niveles superiores. Un usuario final puede obtener trazabilidad al máximo nivel internacional, a través de un Instituto Nacional de Metrología o de un laboratorio secundario de calibración.

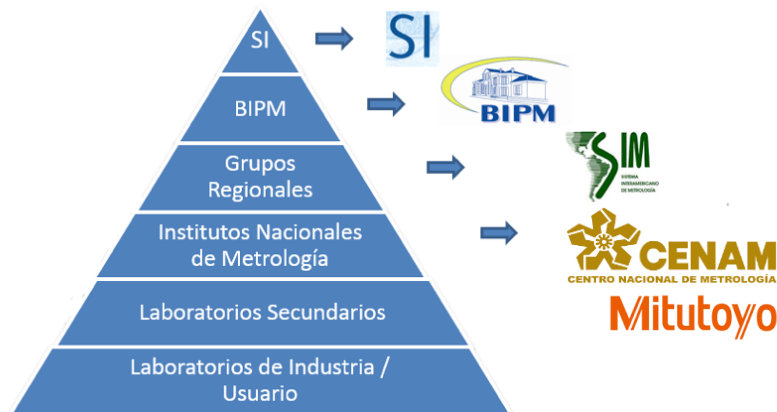


Figura 2.1 Diagrama esquemático de la cadena de trazabilidad.

El concepto de trazabilidad de acuerdo con la definición del VIM implica dos cosas: primero, la capacidad de demostrar una cadena de comparaciones en las que las mediciones se refieren a las unidades del SI. En segundo lugar, la capacidad de expresar la incertidumbre de las mediciones en comparación con el estándar internacional.

En términos más amplios, una medición se dice que es trazable a un determinado estándar, con un factor de cobertura, si se puede comprobar científicamente que una comparación directa con ese estándar produciría un resultado que se encuentre dentro de un límite de incertidumbre y su respectivo intervalo de confianza definido.

2.2 Calibración

La calibración determina las características metrológicas de un instrumento sistema o material de referencia certificado. El VIM la define como “la operación que bajo condiciones especificadas establece, en una primera etapa, una relación entre los valores y sus incertidumbres de medida

asociadas obtenidas a partir de los patrones de medida, y las correspondientes indicaciones con sus incertidumbres asociadas y, en una segunda etapa, utiliza esta información para establecer una relación que permita obtener un resultado de medida a partir de una indicación” [22].

De manera más sencilla, podría decirse que la calibración establece la relación entre los valores e incertidumbres obtenidos sobre un patrón, y los resultados de medida y sus incertidumbres, derivados de las indicaciones observadas. Algunas de las razones para tener calibrado un instrumento son:

1. Para estimar la exactitud del instrumento.
2. Para garantizar su fiabilidad, es decir, que sus lecturas son confiables.
3. Para asegurar la compatibilidad de las indicaciones del instrumento con otras mediciones.
4. Para definir su trazabilidad [24].

Una vez que la calibración se ha llevado a cabo, el resultado puede establecerse en una o más formas, por ejemplo, una declaración, un diagrama, una tabla o una función de calibración. En algunos casos, puede consistir en una corrección aditiva o multiplicativa de la indicación con su incertidumbre correspondiente.

2.2.1 Calibración del palpador de la MMC

A través de la calibración del palpador, la MMC reconoce el diámetro de la punta del palpador y la posición de su centro [25]. El patrón de referencia es una esfera con diámetro conocido de alta precisión. El proceso de calibración se realiza mediante el registro de una serie de puntos de contacto tomados sobre los ejes ortogonales de la esfera de referencia (ver Fig. 2.2).

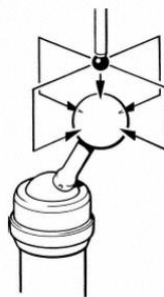


Figura 2.2 Representación esquemática de la calibración del palpador.

2.3 Errores de medición

El VIM define el error de medida como la “diferencia entre un valor medido de una magnitud y un valor de referencia”. El error de medida se clasifica en dos tipos: aleatorio (EA) y sistemático (ES). El primero corresponde a la componente del error de medida que, en mediciones repetidas, varía de manera impredecible, mientras que el tipo sistemático es la componente del error de medida que, en mediciones repetidas, permanece constante o varía de manera predecible (ver Fig. 2.3) [22].

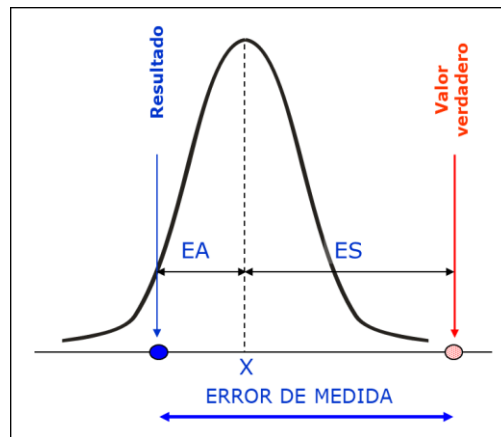


Figura 2.3 Representación gráfica del error de medida para una distribución normal.

Los efectos aleatorios dan lugar a variaciones en las observaciones repetidas del mensurando y se espera que el error aleatorio se reduzca al incrementar el número de observaciones. Matemáticamente, es igual a la diferencia entre el error de medida y el error sistemático (ver Fig. 2.4).

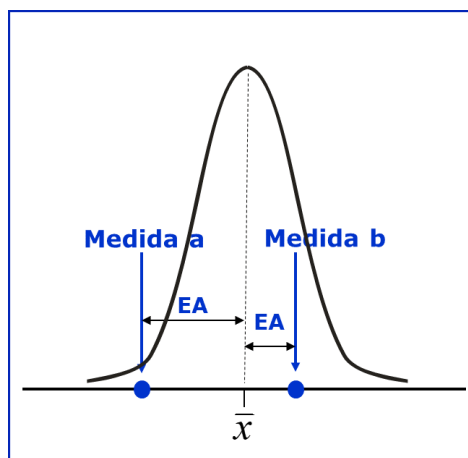


Figura 2.4 Representación gráfica del error aleatorio (EA) para una distribución normal.

Para establecer el error sistemático, el valor de referencia corresponde a un valor considerado como verdadero, el valor obtenido de un patrón cuya incertidumbre es muy pequeña, o un valor convencional de una magnitud. El valor del error es calculado mediante la diferencia entre el valor medio de múltiples repeticiones y el valor verdadero convencional (ver Fig. 2.5).

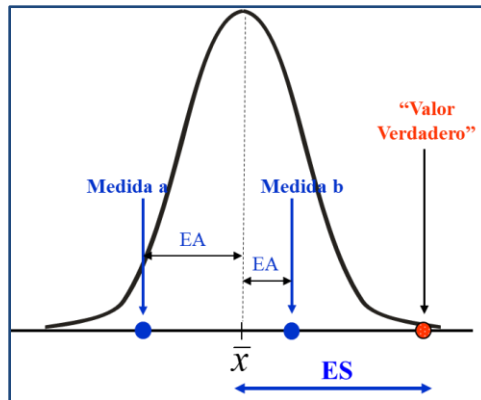


Figura 2.5 Representación gráfica del error sistemático (ES) para una distribución normal.

El error sistemático y sus causas pueden ser conocidas o no y puede aplicarse una corrección para compensarlo. Tras la corrección se asume que, el error es igual a cero. La Fig. 2.6 permite realizar una comparación entre los tipos de error descritos, donde los círculos simbolizan los valores del mensurando, la línea negra continua corresponde a la media de esos valores, y la línea negra punteada es el valor de referencia.

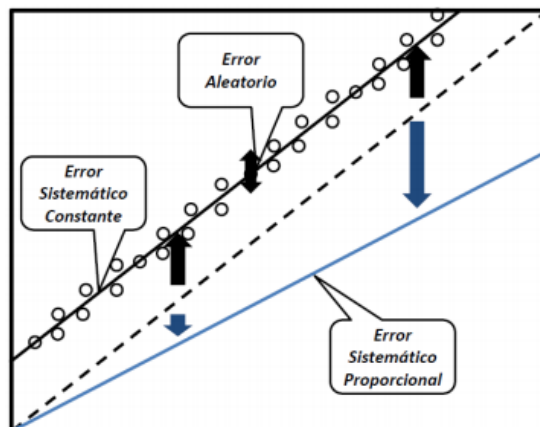


Figura 2.6 Diferencias entre tipos de errores.

Como se puede apreciar, el error aleatorio está asociado a la dispersión de los datos, mientras que el error sistemático constante está ligado a un desfase de la media respecto al valor de referencia.

Adicionalmente, la línea azul continua representa un caso en el cual el error sistemático no es constante, sino que varía conforme se incrementa el número de observaciones del mensurando.

2.3.1 Diferencias entre error e incertidumbre

A modo de recapitulación de los conceptos expuestos, en la Fig. 2.7 se distingue la diferencia e interrelación entre incertidumbre y error. Como se ha señalado, la incertidumbre está vinculada a un mejor valor estimado, generalmente la media, mientras que el error, en cualquiera de sus modalidades, depende de la cercanía o lejanía del valor estimado (o cualquier valor medido) respecto al valor de referencia (verdadero, convencional, etc.).

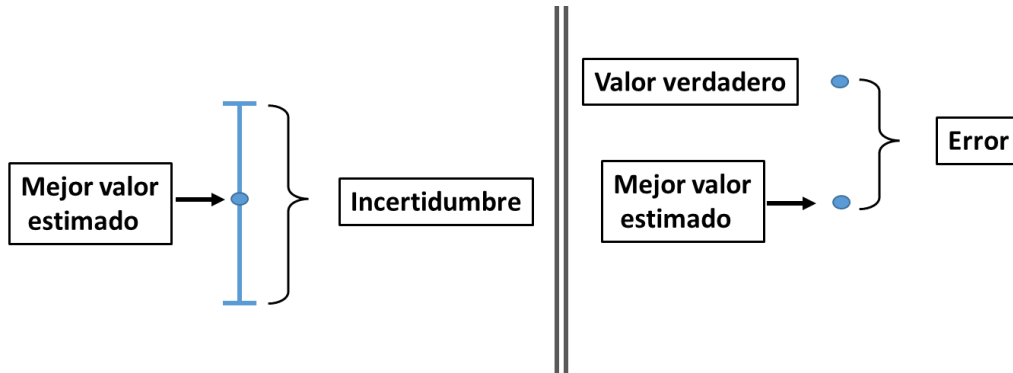


Figura 2.7 Comparación entre incertidumbre y error.

Esta comparación es útil cuando se conocen los valores de incertidumbre y error, y se desea corroborar en primera instancia si estos mantienen una coherencia al ser interpretados o relacionados conforme a las condiciones en que se llevan a cabo las mediciones. De esta forma, sería posible detectar algún posible fallo durante la estimación de estos parámetros.

2.4 Patrones de medida

Un *patrón de medida* es la “realización de la definición de una magnitud dada, con un valor determinado y una incertidumbre de medida asociada, tomada como referencia”. Así, la “realización de la definición de una magnitud dada” puede llevarse a cabo mediante una medida materializada, un material de referencia o un sistema de medida, y el término “realización” hace referencia a tres posibles procedimientos.

El primer procedimiento consiste en tomar la definición de la unidad en cuestión como origen de la realización física de la unidad de medida. El segundo, también llamado “reproducción”, radica en la elaboración de un patrón que procede de un fenómeno físico. El utilizar un láser estabilizado para producir un patrón del metro o el efecto Josephson para la magnitud de voltaje son algunos ejemplos. El tercer procedimiento reside en la adopción por convención de una medida materializada la cual se convierte en un patrón, como ocurre con el kilogramo patrón.

2.4.1 Cadena de trazabilidad en patrones

El principal uso de un patrón es llevar cabo calibraciones para magnitudes de la misma naturaleza, logrando de este modo asegurar la trazabilidad metrológica. En la división instaurada en el VIM, se define a un *patrón primario* como aquel establecido mediante un procedimiento de medida primario o creado como un objeto, elegido por convenio.

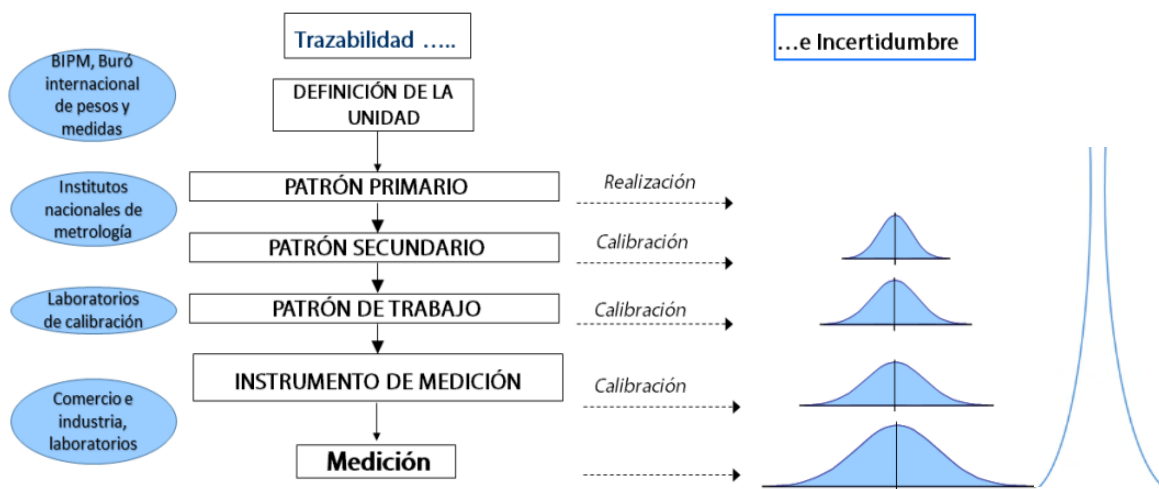


Figura 2.8 Cadena de trazabilidad en patrones.

El patrón secundario es establecido por medio de una calibración respecto a un patrón primario de una magnitud de la misma naturaleza, y el patrón de trabajo es utilizado habitualmente para calibrar o verificar instrumentos o sistemas de medida (ver Fig. 2.8). De tal forma, al considerar la trazabilidad, la diseminación de incertidumbre ocurre al avanzar en la clasificación de patrones, partiendo desde los primarios, secundarios, etc., hasta llegar a la determinación del valor del mensurando, como se aprecia en la Fig. 2.8.

2.4.2 Bloques patrón

Los bloques patrón son piezas de acero o cerámicos con forma de prisma rectangular, los cuales entre dos de sus caras opuestas materializan una longitud determinada con alta exactitud (ver Fig. 2.9). Estos poseen una particularidad importante, ya que en sus caras de medición tienen un excelente acabado espejo, que tiene la capacidad de adherirse entre sí solo con deslizarlo uno frente al otro, y que además le confiere un valor muy bajo de planicidad [21].

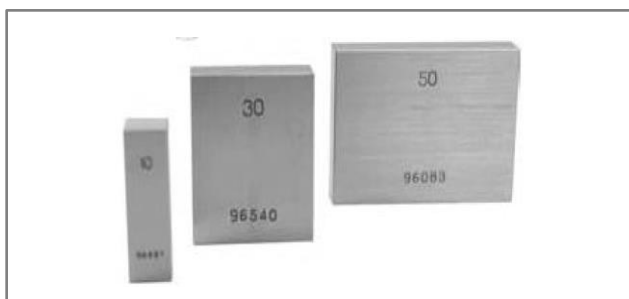


Figura 2.9 Bloques patrón de acero.

Los bloques patrón se clasifican en términos de exactitud según la Tabla 2.1, la cual muestra guías para seleccionar el grado adecuado y satisfacer diferentes aplicaciones. En las normas JIS, DIN e ISO se encuentran las especificaciones de exactitud de longitud para los bloques patrón.

Tabla 2.1 Clasificación de los bloques patrón.

Clasificación	Uso	Grado			
		JIS-ISO-DIN		FED, SPEC, ANSI	
Referencia	Investigación tecnológica y científica. Calibración de bloques patrón.	K		0.5	
Calibración	Calibración de instrumentos de medición. Calibración de bloques patrón.	0	00	1	1.5
Inspección	Inspección de partes, máquinas, herramientas, etc. Calibración de instrumentos de medición.	1	2	2	3
Taller	Fabricación de dispositivos. Inspección de instrumentos de medición. Montaje de herramientas de corte.	2	1	3	2

Las dimensiones de la sección transversal del bloque es 30×9 mm, y su longitud nominal es la distancia comprendida entre las superficies correspondientes a ambas caras de medición (ver Fig. 2.10).

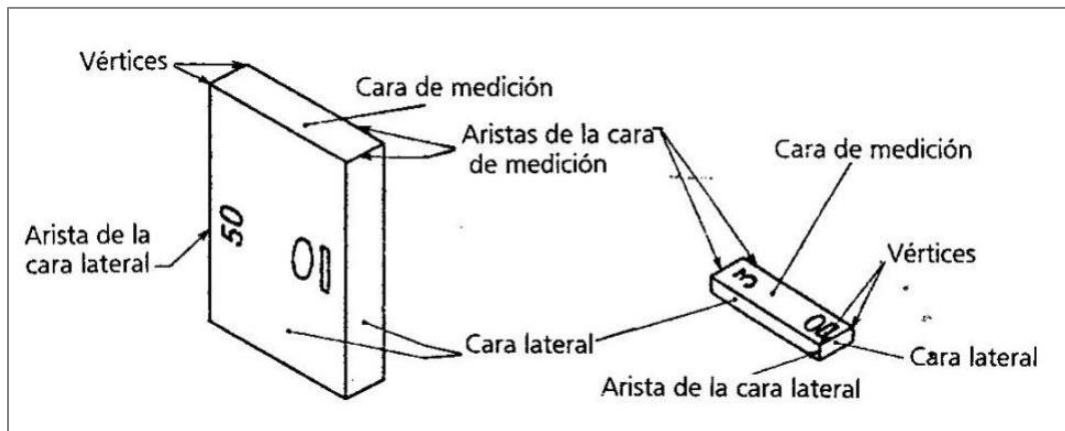


Figura 2.10 Nomenclatura para bloques patrón.

2.5 El diseño de experimentos (DOE)

Un experimento puede definirse como una prueba o series de pruebas en las que se realizan cambios deliberados en las condiciones de operación de entrada de un proceso o sistema, esto con el fin de observar e identificar los efectos de dichos cambios en la respuesta de salida [26]. Para la investigación científica, el diseño de experimentos (DOE, por sus siglas en inglés) es fundamental, dado que constituye un medio para ampliar el conocimiento que se tiene sobre la naturaleza.

El diseño de experimentos es la aplicación del método científico para generar conocimiento acerca de un sistema o proceso, y es la manera eficaz de hacer pruebas en los procesos, puesto que proporciona la técnica y estrategia necesarias para llevar los procesos a mejores condiciones de operación. El DOE establece cuáles y cómo es que se deben realizar las pruebas, para obtener datos que, al analizarlos estadísticamente, se obtengan conclusiones y decisiones que deriven en mejoras.

Considerando que una *variable* es una característica que puede ser observada, medida y analizada, en un proceso intervienen distintas variables, como se muestra en la Fig. 2.11. Enseguida se definen, a grandes rasgos, estas variables y otros conceptos básicos para el DOE:

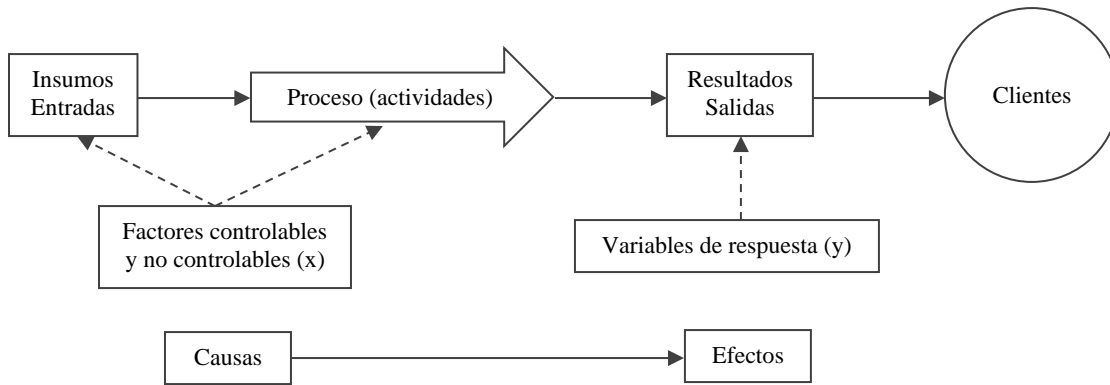


Figura 2.11 Variables de un proceso y preguntas a resolver al diseñar un experimento.

- **Variable de respuesta:** esta es la propiedad del proceso cuyo valor se desea optimizar o verificar.
- **Factores de control:** son las variables del proceso que pueden ser controladas, de manera que existe un mecanismo para fijarla en un nivel determinado.
- **Factores de ruido:** son variables que no pueden ser controladas mientras el proceso opera en condiciones estables o regulares. Si se cuenta con un medio para mantenerlo en un nivel, puede volverse un factor de control.
- **Niveles de un factor:** se refieren a los diferentes valores asignados a cada factor estudiado, por ejemplo, estados, categorías o grados de intensidad del factor.
- **Tratamientos:** término que se refiere al nivel de un factor o la combinación de los niveles de varios factores.
- **Unidad experimental:** es la muestra utilizada para producir un valor representativo del resultado de una prueba o experimento [27]. También se define como la unidad más pequeña en la que un tratamiento es aplicado.
- **Efecto principal:** es la contribución de cada factor sobre la variable de respuesta después de medir el cambio producido en ésta (el cambio depende del nivel de cada factor).
- **Interacción:** cuando existe una relación o dependencia entre dos o más factores, es decir, cuando el efecto de un factor depende del nivel de otro.

Con estos antecedentes, es posible afirmar que la teoría de diseño de experimentos consiste en modelos estadísticos cuyo objetivo es investigar si determinados factores influyen en la *variable de respuesta*, aplicándose a situaciones donde se pretende encontrar una relación causa-efecto.

2.5.1 Principios y clasificación de los diseños experimentales

El punto de partida para un diseño experimental adecuado es la aplicación de los tres principios básicos del diseño experimental: la repetición, la aleatorización y el bloqueo, que están directamente relacionados con la utilidad de los datos obtenidos, a fin de responder las preguntas que dan origen al diseño.

La *repetición* o *realización de réplicas* es ejecutar más de una vez el experimento en una combinación de factores determinada. Mediante la aplicación de este principio es posible diferenciar la parte de la variabilidad debida al error aleatorio y la parte de variabilidad que corresponde a los factores. Además, si se utiliza la media para estimar el efecto de un factor, la repetición permite obtener una estimación más precisa del efecto.

La *aleatorización* es fundamental para el uso de técnicas estadísticas en el diseño experimental y requiere que tanto la asignación de los materiales como el orden en que se realizan las pruebas individuales se determinen al azar. Esto permite que la influencia ocasionada por los materiales, el equipo y los factores de ruido se distribuyan uniformemente en todos los tratamientos.

La técnica de *bloqueo* consiste en eliminar o considerar adecuadamente todos los factores que podrían influir en la variable de respuesta. El bloqueo plantea dividir las unidades experimentales en grupos llamados bloques lo más parecidos entre sí, de manera que las observaciones hechas en cada uno de ellos sean confiables para su comparación. Se asume que las unidades experimentales en un bloque son afectadas de la misma forma por el factor que dio origen al bloque.

En la literatura existe una variedad de diseños experimentales y se clasifican en función de su objetivo y alcance. Para la elección del diseño, destacan los siguientes aspectos:

1. El objetivo del estudio.
2. La cantidad de factores.
3. El número de niveles de cada factor.
4. Los efectos que interesa investigar.
5. Los recursos y tiempo disponible, además de la precisión deseada [27].

En la Fig. 2.12 se muestra la clasificación general de los diseños experimentales según su objetivo de estudio, el cual sirve como perspectiva general para clasificar los diseños, mientras que los cuatro aspectos restantes son apropiados para subdividirlos, lo cual se aprecia en cada rama, donde los diseños se dividen conforme a la cantidad de factores, los efectos que se plantean estudiar y las limitaciones existentes [28].

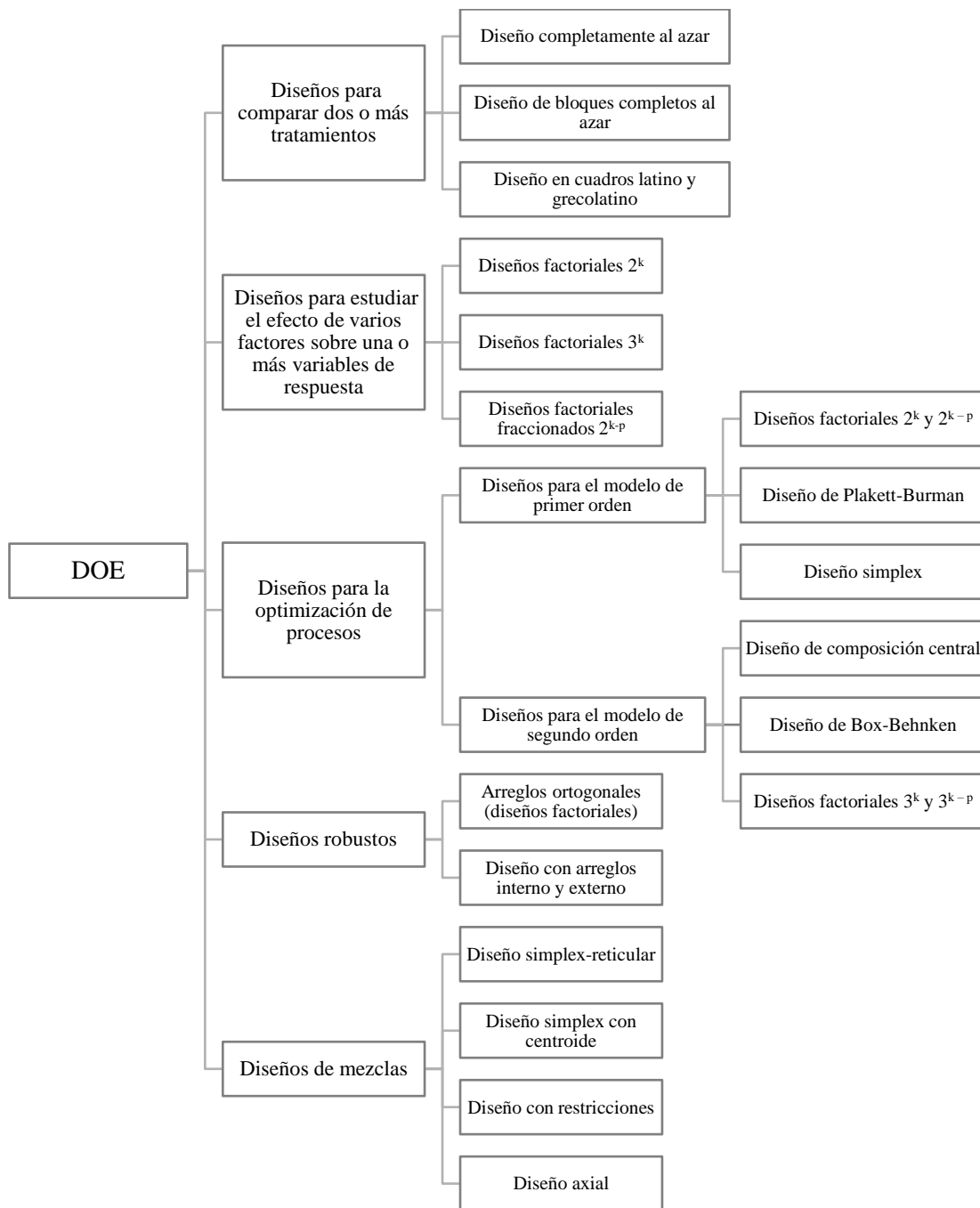


Figura 2.12 Clasificación de los diseños experimentales.

2.5.2 Diseño en cuadro latino (DCL)

En un proceso puede ocurrir que la variabilidad producida por un “factor perturbador” afecte la variable de respuesta. Con base en esta idea, en DOE se considera a un *factor perturbador* como aquel factor que quizá ejerza un efecto sobre la respuesta, pero en el cual no se tiene un interés específico dentro del diseño experimental. Si el factor se identifica y es controlable, es posible utilizar una técnica llamada *diseño de bloques* para aislar el efecto de este factor [26].

A los factores que se incorporan adicionalmente en el diseño se les llama *factores de bloque*. Si bien no se tiene un interés como tal en analizar su efecto, los factores de bloque se incluyen como un medio para estudiar de más adecuadamente el factor de interés, es decir, los factores de bloque se introducen al estudio en un nivel de importancia secundaria, manteniendo así el enfoque en el factor de interés.

Dentro de los distintos diseños de bloques que se encuentran en la literatura, el diseño en cuadro (o cuadrado) latino (DCL) es un tipo de diseño de bloques que se usa para anular dos factores perturbadores. En el DCL se controlan dos factores de bloque y se estudia un factor de interés, por lo que se tienen cuatro fuentes de variabilidad: los tratamientos, el factor de bloque I (columnas), el factor de bloque II (renglones) y el error aleatorio [27].

Se llama “cuadro” debido a que los tres factores del diseño cuentan con la misma cantidad de niveles (siendo esta una restricción), y es “latino” porque se utilizan letras latinas para indicar los niveles del factor de interés. El modelo estadístico para este tipo de diseño está dado por la siguiente expresión:

$$Y_{ijl} = \mu + \tau_i + \gamma_j + \delta_l + \varepsilon_{ijl} \quad \begin{cases} i = 1, 2, \dots, k \\ j = 1, 2, \dots, k \\ l = 1, 2, \dots, k \end{cases}$$

Donde k corresponde a la cantidad de niveles, Y_{ijl} es la respuesta (u observación del tratamiento), μ es el efecto de la media, τ_i es el efecto de los tratamientos, γ_j y δ_l son los efectos de los dos factores de bloque, y ε_{ijl} es el error aleatorio. En la tabla 2.2 se muestra el arreglo general cuando los datos son estructurados en el DCL.

Tabla 2.2 Arreglo de los datos en un diseño en cuadro latino.

		Bloque II (columnas)				
		1	2	3	...	k
Bloque I (renglones)	1	$A = Y_{111}$	$B = Y_{212}$	$C = Y_{313}$...	$K = Y_{k1k}$
	2	$B = Y_{221}$	$C = Y_{322}$	$D = Y_{423}$...	$A = Y_{12k}$
	3	$C = Y_{331}$	$D = Y_{432}$	$E = Y_{533}$...	$B = Y_{23k}$
	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
	k	$K = Y_{kk1}$	$A = Y_{2k2}$	$B = Y_{2k3}$...	$J = Y_{jkk}$

Se necesitan tres subíndices para designar la respuesta en cada unidad experimental. Por ejemplo, la respuesta Y_{313} se generó en el tratamiento tres (C), en el primer nivel del factor renglón y en el tercer nivel del factor columna. La hipótesis de interés es la misma que la utilizada por todos los diseños comparativos, y está dada por:

$$H_0 : \mu_1 = \mu_2 = \mu_3 = \dots = \mu_k = \mu \quad \rightarrow \text{hipótesis nula}$$

$$H_A : \mu_i \neq \mu_j \text{ para algún } i \neq j \quad \rightarrow \text{hipótesis alternativa}$$

En cualquiera de estas hipótesis, la afirmación a comprobar es que la respuesta media obtenida en cada tratamiento es la misma para todos los tratamientos y que, por lo tanto, cada respuesta media μ_i es igual a la media global μ .

Tabla 2.3 ANOVA para el diseño en cuadro latino.

Fuente de variabilidad	Grados de libertad	Suma de cuadrados	Cuadrado medio	Valor-f	Valor-p
Tratamientos	$k - 1$	SC_{TRAT}	$CM_{TRAT} = \frac{SC_T}{k - 1}$	$F_0 = \frac{CM_{TRAT}}{CM_E}$	$P(F > F_0)$
Renglones	$k - 1$	SC_{B1}	$CM_{B1} = \frac{SC_{B1}}{k - 1}$	$F_0 = \frac{CM_{B1}}{CM_E}$	$P(F > F_0)$
Columnas	$k - 1$	SC_{B2}	$CM_{B2} = \frac{SC_{B2}}{k - 1}$	$F_0 = \frac{CM_2}{CM_E}$	$P(F > F_0)$
Error	$(k - 2)(k - 1)$	SC_E	$CM_E = \frac{SC_E}{(k - 2)(k - 1)}$		
Total	$k^2 - 1$	SC_T			

En la Tabla 2.3 se muestra el ANOVA mediante el cual se corroboran las hipótesis sobre los efectos del tratamiento, del factor de bloque I y del factor de bloque II. La hipótesis principal es la de los tratamientos, las otras dos son adicionales y permiten confirmar la relevancia de la influencia de los factores de bloque. En caso de realizar los cálculos de manera manual, con base en la notación de puntos, las fórmulas más prácticas para calcular las sumas de cuadrados son:

$$SC_{TRAT} = \sum_{i=1}^k \frac{Y_{.i}^2}{k} - \frac{Y_{...}^2}{N}$$

$$SC_{B1} = \sum_{i=1}^k \frac{Y_{i..}^2}{k} - \frac{Y_{...}^2}{N}$$

$$SC_{B2} = \sum_{l=1}^k \frac{Y_{...l}^2}{k} - \frac{Y_{...}^2}{N}$$

$$SC_E = SC_T - SC_{TRAT} - SC_{B1} - SC_{B2}$$

$$SC_T = \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^k \sum_{l=1}^k Y_{ijl}^2 - \frac{Y_{...}^2}{N}$$

Donde $N = k^2$. Adicionalmente, es prudente señalar que no cualquier arreglo de letras latinas en forma cuadrada es un cuadro latino. La regla fundamental es que cada letra aparezca sólo una vez en cada renglón y en cada columna.

2.5.2.1 Método de Diferencia Mínima Significativa (LSD)

Para probar las hipótesis que se desprenden del diseño experimental, se utiliza el método de la Diferencia Mínima Significativa o LSD por sus siglas en inglés (Least Significant Difference). La cantidad LSD es la diferencia mínima que debe haber entre dos medias muestrales para poder considerar que los tratamientos correspondientes son significativamente diferentes.

$$LSD = t_{\alpha/2, (k-1)(b-1)} \sqrt{\frac{2CM_E}{k}}$$

Donde el valor de $t_{\alpha/2, (k-1)(b-1)}$ se lee en las tablas de distribución t de student, el CM_E es el cuadrado medio del error y se obtiene de la tabla de ANOVA, y b el número de bloques, que hace las veces de número de réplicas. Así, cada diferencia de medias muestrales en valor absoluto que sea mayor que el número LSD se declara significativa.

2.5.3 Diseño robusto de parámetros (Taguchi)

Se afirma que un proceso es robusto cuando su funcionamiento es consistente al exponerse a ciertas condiciones que varían en el entorno. En la década de 1980, el ingeniero japonés Genichi Taguchi introdujo un enfoque para resolver problemas de este tipo, llamado *diseño robusto de parámetros*. El término parámetro se refiere a los factores que intervienen en el proceso y su enfoque se fundamenta en dividir estos en dos grupos: los factores de control y los factores de ruido [26].

Esta división se realiza con el objetivo de encontrar la disposición de los factores controlables que minimicen la variabilidad que los factores de ruido transmiten a la respuesta. Esta separación sucede bajo la suposición de que, a pesar de que los factores de ruido no son controlables en las condiciones de operación “regular” del proceso (como se establece en su definición), estos pueden ser controlados dentro de un experimento.

La esencia del diseño robusto de parámetros radica en el uso de un diseño ortogonal para los factores controlables, cuyas columnas se posicionan de manera vertical, y otro diseño ortogonal para los factores de ruido, el cual se traspone, de modo que las columnas quedan colocadas horizontalmente, creando así lo que se conoce como “diseño con arreglo interno y externo”.

Existe una variedad de arreglos ortogonales disponibles en la literatura, los cuales dependen del número de factores, la cantidad de niveles para cada factor, número de corridas, entre otros. Los arreglos se identifican mediante la notación L_i , donde el subíndice indica el número de corridas que constituyen el arreglo.

Tabla 2.4 Arreglo ortogonal L_4 .

Número de corrida	Número de columna		
	1	2	3
1	1	1	1
2	1	2	2
3	2	1	2
4	2	2	1

En la Tabla 2.4 se muestra el arreglo L_4 , el cual corresponde al arreglo más pequeño, dado que consiste en cuatro corridas experimentales y se pueden estudiar dos o tres factores en dos niveles cada uno. Entre otros de los arreglos más comunes se encuentran el arreglo L_8 , que incluye más factores y corridas respecto al L_4 , y el arreglo L_9 para factores con 3 niveles.

Además, para cada arreglo existe una manera recomendada de asignar los factores a las columnas, lo cual aplica en casos donde no se utilicen todas las columnas, ya que una buena asignación evita confundir los efectos principales o incluso separar algunos efectos de interacción. Ahora, haciendo un contraste entre el DOE *clásico* y el robusto, en el primero es usual afirmar que un factor tiene efecto significativo cuando este tiene efecto sobre la media de la variable de respuesta.

En cambio, en el diseño robusto el efecto de un factor también puede ser sobre la variabilidad, sobre la media, o ambas simultáneamente. A partir de esta perspectiva, la metodología de Taguchi establece que el diseño se analice mediante dos parámetros estadísticos. El primero se basa en la media de cada observación en el arreglo interior para todas las corridas del arreglo exterior.

El segundo parámetro es una variable que combina información acerca de la media y la varianza, llamado *relación señal a ruido*, el cual se calcula en cada combinación de los factores de control. De acuerdo con el comportamiento deseado para la variable de respuesta, el parámetro razón señal/ruido se calcula según lo establecido en la Tabla 2.5.

Las relaciones señal a ruido están definidas a propósito para que la variabilidad transmitida por las variables de ruido se minimice cuando se presente un valor máximo de la relación [27]. Una vez

que se elige el tipo de factor de señal a ruido, se lleva a cabo el análisis para determinar la combinación (o combinaciones) de los factores de control que resulta(n) en:

- 1) Un valor máximo de la relación señal a ruido.
- 2) Una media lo más cercana posible al objetivo deseado.

Lo anterior se conoce, a grandes rasgos, como como la *optimización en dos pasos*.

Tabla 2.5 Razones señal/ruido para los diferentes tipos de variables.

Tipo de característica	Razón señal/ruido (S/R)
Mientras más pequeña es mejor	$-10 \log \left[\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n Y_i^2 \right]$
Mientras más grande es mejor	$-10 \log \left[\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \frac{1}{Y_i^2} \right]$
Su valor nominal es lo mejor (tipo I)	$10 \log \left(\frac{\bar{Y}^2}{S^2} \right)$
Su valor nominal es lo mejor (tipo II)	$-10 \log(S^2)$
Proporción de defectuosos	$-10 \log \left(\frac{p}{1-p} \right)$

2.6 Importancia de la incertidumbre y relevancia del DOE

La incertidumbre del resultado de una medición debe tenerse en cuenta al interpretar los resultados de tal medición. Para ello, es necesario determinar los intervalos de confianza (ver Fig. 2.13), los cuales se calculan mediante los métodos de estimación de la incertidumbre. La manufactura de productos requiere que partes individuales de estructuras complejas (o “subensambles”) se fabriquen en distintos países, y es la metrología la ciencia que asegura que estas partes ajusten cuando se ensambla el sistema final.

Derivado de lo anterior, las grandes compañías multinacionales cuentan con sus propios departamentos de metrología. A nivel nacional, estos laboratorios son acreditados bajo la norma ISO/IEC 17025:2017 “Requisitos generales para la competencia de los laboratorios de ensayo y calibración” [29], la cual en el apartado 7.6 indica que la incertidumbre mantiene un carácter obligatorio para aquellos laboratorios acreditados (ver Fig. 2.14).

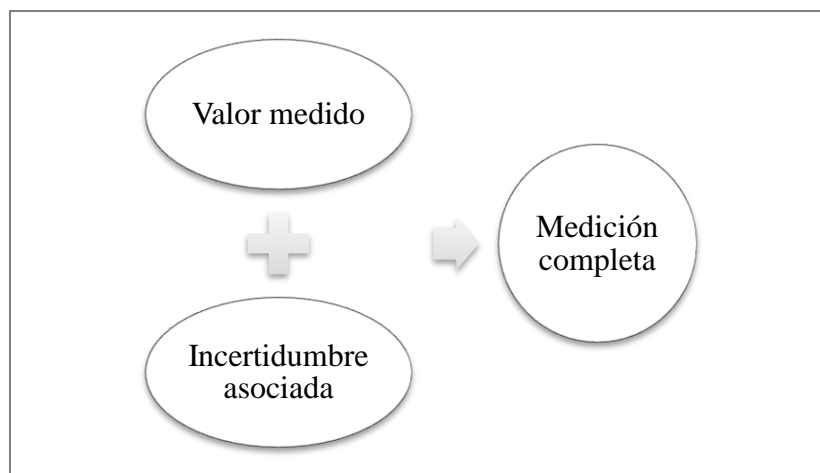


Figura 2.13 Partes que conforman la expresión de una medición completa.

7.6 Evaluación de la incertidumbre de medición

7.6.1 Los laboratorios deben identificar las contribuciones a la incertidumbre de medición. Cuando se evalúa la incertidumbre de medición, se deben tener en cuenta todas las contribuciones que son significativas, incluidas aquellas que surgen del muestreo, utilizando los métodos apropiados de análisis.

7.6.2 Un laboratorio que realiza calibraciones, incluidas las de sus propios equipos, debe evaluar la incertidumbre de medición para todas las calibraciones.

7.6.3 Un laboratorio que realiza ensayos debe evaluar la incertidumbre de medición. Cuando el método de ensayo no permite una evaluación rigurosa de la incertidumbre de medición, se debe realizar una estimación basada en la comprensión de los principios teóricos o la experiencia práctica de la realización del método.

Figura 2.14 Extracto del apartado 7.6 de la norma ISO/IEC 17025:2017.

Además, la evaluación de la incertidumbre de medida ofrece a los laboratorios algunas ventajas, entre las cuales se exponen las siguientes:

- La incertidumbre de medida representa una ayuda cuantitativa en aspectos tales como el control de riesgos y la credibilidad de los resultados de una medición.
- El conocimiento de los efectos de magnitudes en el resultado de una prueba o experimento aumenta la fiabilidad del procedimiento de ensayo. De esta forma pueden adoptarse medidas preventivas más eficientes, haciéndolas más eficaces respecto a su costo.
- La expresión de la incertidumbre de medida puede ofrecer una ventaja competitiva y un mayor significado al resultado.

- La evaluación de la incertidumbre de medida establece un punto de partida para optimizar los procedimientos bajo los cuales se llevan a cabo pruebas o experimentos, debido a que se cuenta con un mejor conocimiento del proceso.
- Las entidades que realizan la certificación de productos necesitan información sobre la incertidumbre asociada a los resultados para realizar la evaluación de la conformidad de acuerdo con las especificaciones.

Con base en el último punto, es posible encontrar situaciones en las cuales el cumplimiento o no de las especificaciones dependan del valor de la incertidumbre de medida. Particularmente, en la metrología dimensional (categoría a la que pertenece la MMC), el resultado de la medición considerando el intervalo de confianza debe encontrarse dentro de la tolerancia de especificación.

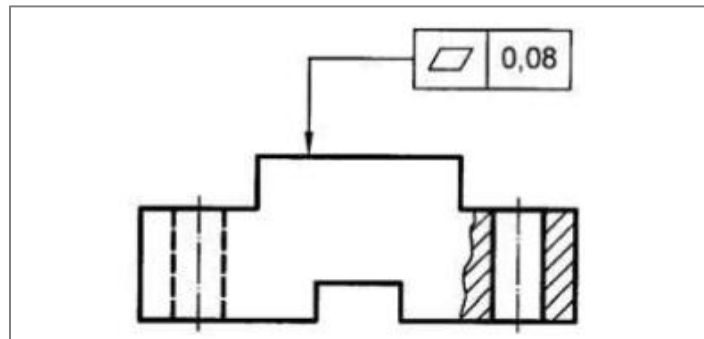


Figura 2.15 Ejemplo de especificación para la planicidad en una pieza.

Por ejemplo, de acuerdo con la Fig. 2.15 la planicidad indicada debe tener un valor igual a menor a 0.08 mm. Después, en un laboratorio se realiza la medición de esta característica mediante tres distintos instrumentos, obteniendo lo que se observa de manera cuantitativa en la Fig. 2.16.

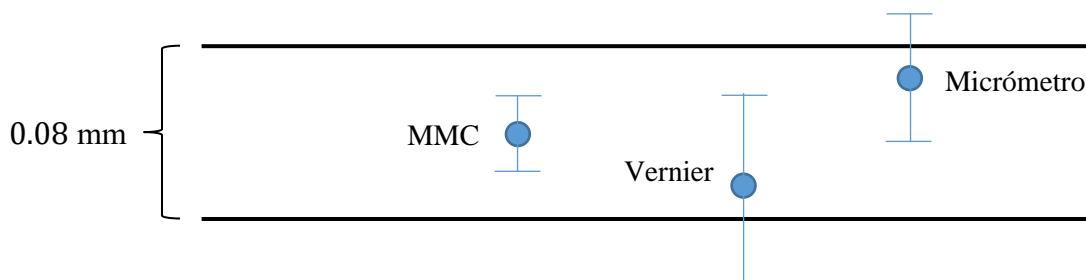


Figura 2.16 Representación esquemática de las mediciones de planicidad.

Según la Fig. 2.16, el valor medio de la planicidad obtenido mediante los tres instrumentos se encuentra dentro del límite definido por la especificación para clasificarlo como un producto conforme. Sin embargo, cuando se tiene en cuenta la incertidumbre, dos de los resultados proporcionados por los instrumentos, vernier y micrómetro, se salen de los límites y, por tanto, no es posible asegurar que el producto cumple la especificación.

Retomando lo señalado en secciones anteriores, el DOE proporciona una metodología estructurada, eficiente y práctica, que permite estudiar los procesos con la mínima cantidad de materiales, recursos y tiempo, y de manera general es útil para:

- Impulsar el conocimiento de causa y efecto entre factores.
- Experimentar con todos los factores al mismo tiempo.
- Realizar experimentos que abarquen la región experimental potencial de los factores propuestos.
- Comprender el efecto combinado de los factores (en ciertos diseños).

En relación con los problemas de ingeniería, el DOE ofrece cuatro áreas de aplicación, según las necesidades presentes:

- *Comparación:* cuando se tiene interés en evaluar si un cambio en un único factor ha dado lugar a un cambio/mejora del proceso en su conjunto.
- *Filtrado/caracterización:* cuando se busca "comprender" el proceso en su conjunto, en el sentido de lograr obtener una lista de los factores que afectan al proceso, en un orden de importancia determinado.
- *Modelado:* cuando se propone modelar el proceso mediante el resultado de una función matemática con buen nivel de ajuste (= alta capacidad de predicción), y disponer de buenas estimaciones (= máxima precisión) de los coeficientes de dicha función.
- *Optimización:* cuando se desean determinar los valores óptimos de los factores del proceso; es decir, determinar para cada factor el nivel del factor que optimiza la variable de respuesta.

Con base en lo anterior, el DOE resulta una herramienta factible y eficaz para el estudio de la incertidumbre, dado que se trata de una variable de respuesta, que es potencialmente afectada por uno o varios factores de influencia.

Los factores que pudieran tener efecto sobre la incertidumbre pueden ser tratados mediante comparación (en el caso de un solo factor) o filtrados, correspondiendo a las pruebas llamadas “screening”, obtener una relación funcional entre factores, u optimizar el proceso de medición al encontrar combinaciones óptimas de los factores.

En particular, dentro de los diseños de experimentos se identifican dos tipos de modelos que son utilizados en el ámbito de la metrología. Estos corresponden a modelos evaluados mediante ANOVA: el modelo de efectos aleatorios (para diseños anidados) y el modelo de efectos mixtos (“mixes”), cuyas características principales se exponen brevemente a continuación.

Modelo de efectos aleatorios. Este modelo es aplicable en los diseños de factores anidados, y para definir este término, se dice que dos factores de bloque están anidados cuando las observaciones tomadas en dos niveles diferentes de un factor de bloque se encuentran automáticamente en dos niveles diferentes del segundo factor de bloque.

En metrología, un ejemplo común para este diseño se presenta cuando se desea evaluar el error de un sistema de medición a través de un estudio R&R (repetibilidad y reproducibilidad), en el cual la medición de cada pieza se obtiene mediante una prueba destructiva. De acuerdo con la metodología del estudio R&R, la misma pieza debe ser medida al menos dos veces por el mismo operador del instrumento o equipo.

Sin embargo, esto es imposible en una prueba destructiva, dado que solo se puede realizar el ensayo una sola vez en la misma pieza. Aun cuando cada pieza se divida en dos o más pedazos para que sean medidos individualmente, estos pedazos sólo permitirán que un operador lleve a cabo sus repeticiones sobre la misma pieza.

Por tanto, el resto de los operadores deberán utilizar piezas diferentes. De este modo, si cada operador mide partes diferentes, se dice que el factor *pieza* está "anidado" dentro del factor *operador*. Con base en este ejemplo, el modelo de efectos aleatorios está dado por la siguiente expresión [7]:

$$Y_{ijl} = prom + pieza_i + operador_j + (pieza \times operador)_{ij} + \varepsilon_{ijl} \quad \begin{cases} i = 1, 2, \dots, p \\ j = 1, 2, \dots, o \\ l = 1, 2, \dots, m \end{cases}$$

Donde Y_{ijl} es el resultado de la observación, p es el número de piezas, o es el número de operadores, m es el número de tratamientos, $prom$ es el efecto de la media, $parte_i$ es el efecto de la variabilidad del factor pieza, $operador_j$ es el efecto de la variabilidad del factor operador, y ε_{ijl} es el efecto del error aleatorio.

Modelo con efectos mixtos. Los modelos de efectos mixtos se utilizan cuando en el estudio de medición están presentes tanto efectos aleatorios como fijos, cuya diferencia entre los dos tipos suele ser sutil. En el caso de los efectos aleatorios, se busca la componente de varianza asociada a cada efecto. Para los efectos fijos, el interés se centra en la media asociada a cada efecto.

En metrología, se tiene como ejemplo el caso en el que se utilizan varios calibradores para medir el espesor del acero y el objetivo es cuantificar la diferencia entre los calibradores. Dado que el objetivo es estimar las diferencias entre los calibradores utilizados, el calibrador se consideraría un factor fijo. En el análisis se utilizaría un modelo de efectos mixtos de dos factores, con un factor *calibrador* con efectos fijos y el factor *operador* con efectos aleatorios.

Por simplicidad, el factor “pieza” se excluye como factor en este caso, aunque podría añadirse como un segundo factor con efectos aleatorios. De esta forma, el modelo de efectos mixtos se utilizaría para probar las diferencias entre calibradores que posiblemente introduzcan un sesgo en el resultado, y se define como [7]:

$$Y_{ijl} = prom + operador_i + calibrador_j + (operador \times calibrador)_{ij} + \varepsilon_{ijl} \quad \begin{cases} i = 1, 2, \dots, o \\ j = 1, 2, \dots, c \\ l = 1, 2, \dots, m \end{cases}$$

Donde Y_{ijl} es el resultado de la observación, o es el número de operadores, c es el número de calibradores, m es el número de tratamientos, $prom$, $operador_i$ y ε_{ijl} son los efectos de la variabilidad de sus respectivos factores, y los efectos de $calibrador_j$ son fijos. De acuerdo con el modelo mixto, el factor fijo *calibrador* asume una media diferente para cada uno de sus niveles, mientras que el factor aleatorio *operador* asume la misma varianza para cada uno de sus niveles.

Capítulo 3. Metodología de experimentación

De manera similar a los trabajos revisados en la literatura y descritos en el Capítulo 1, la metodología tiene por objeto analizar la interacción de diferentes factores en relación con el proceso de medición en la MMC, y así determinar su influencia en la incertidumbre de medición y otras variables de respuesta pertinentes, de acuerdo con el tipo de estudio y el diseño experimental propuesto, lo cual se expone a lo largo del presente capítulo.

3.1 Planteamiento de la metodología

En resumen, la investigación experimental se dividió en dos estudios de distinta naturaleza, los cuales se describen en las secciones 3 y 4 del presente capítulo. De manera preliminar, en la Fig. 3.1 se muestra la metodología utilizada para la primera fase de investigación experimental, donde se agregan comentarios con las características generales planteadas en cada etapa.

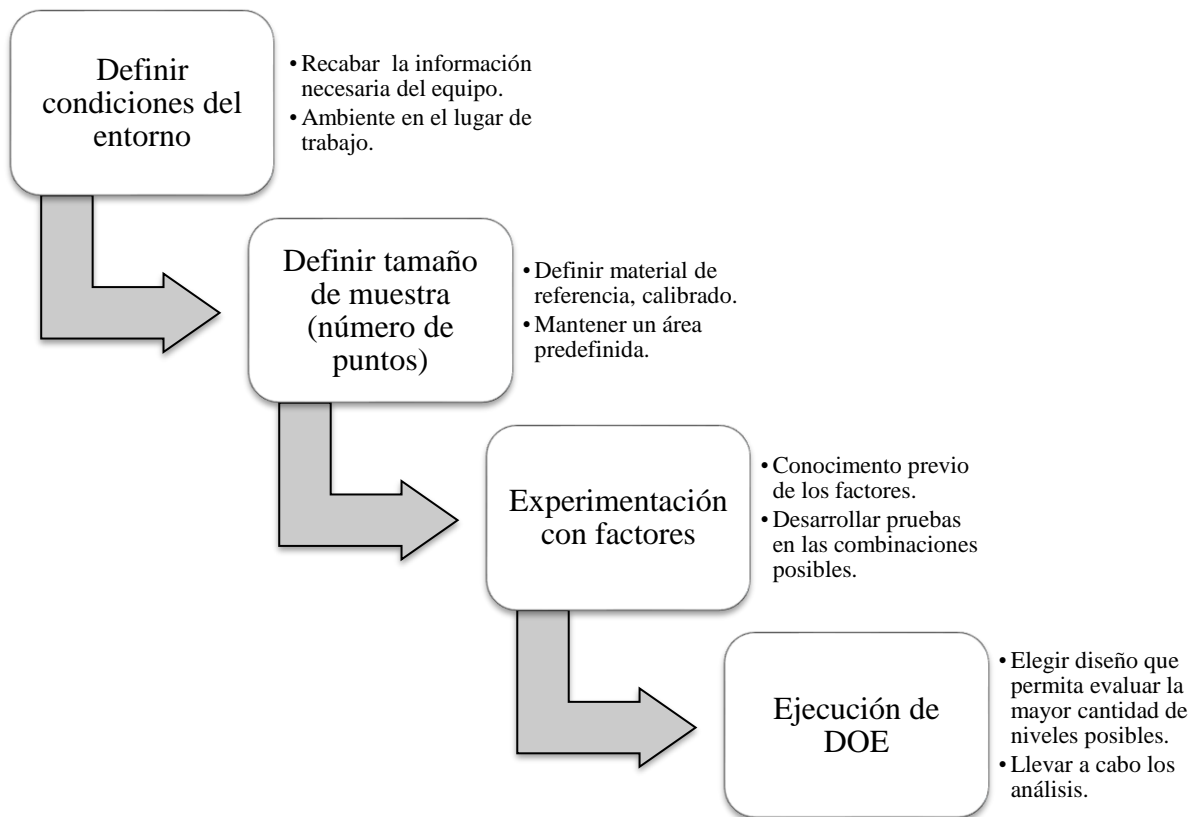


Figura 3.1 Metodología para la primera fase de investigación.

Para la segunda fase de investigación, denominada “experimentación en superficies rugosas” la metodología seguida se ilustra en la Fig. 3.2, donde también se añaden características generales de cada etapa.

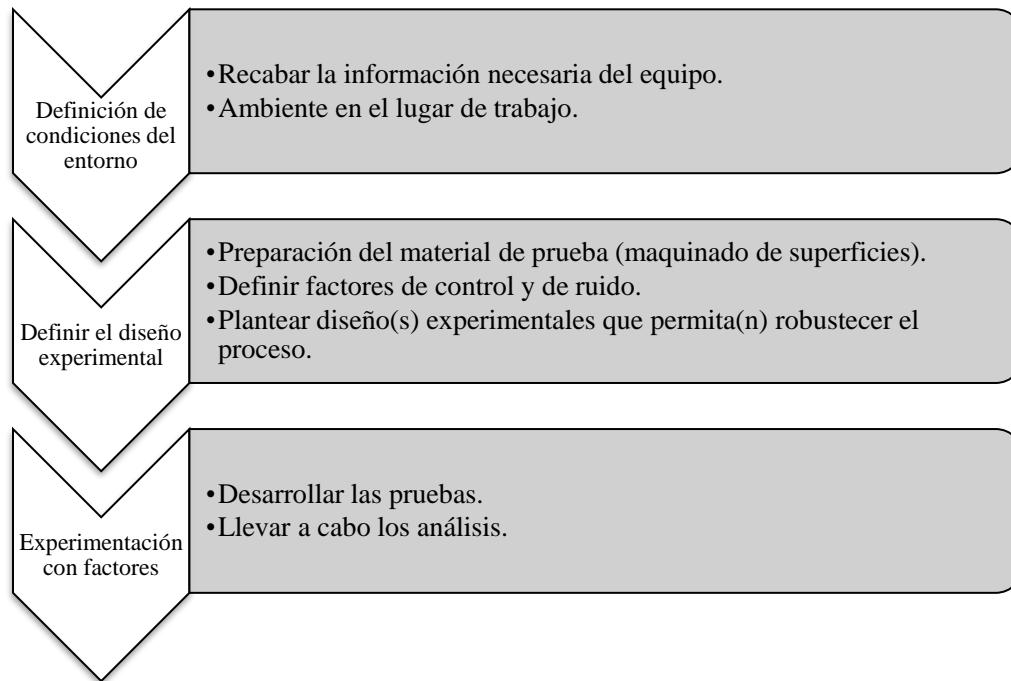


Figura 3.2 Metodología para la segunda fase de investigación.

3.2 Condiciones del entorno

Todas las pruebas experimentales se realizaron en una MMC tipo puente móvil, localizada en el Laboratorio de Metrología de la Universidad Autónoma de San Luis Potosí (ver Fig. 3.3), la cual cuenta con las siguientes características:

- Marca Zeiss, modelo Vista 1620-14 DCC.
- Número de serie 200512301379.
- Mesa de granito con insertos roscados para fijación.
- Campos de medida $Cx = 400 \text{ mm}$, $Cy = 400 \text{ mm}$, $Cz = 350 \text{ mm}$.
- Sonda de medición Renishaw TP2.
- Certificado de calibración (ver Anexo A).



Figura 3.3 MMC Modelo Vista 1620-14 DCC.

Adicionalmente, la MMC se comunica a un equipo de cómputo por medio del software Calypso 4.2 [25], y cuenta además con palpadores y accesorios de la marca Zeiss, placa y elementos de fijación (ver Fig. 3.4).

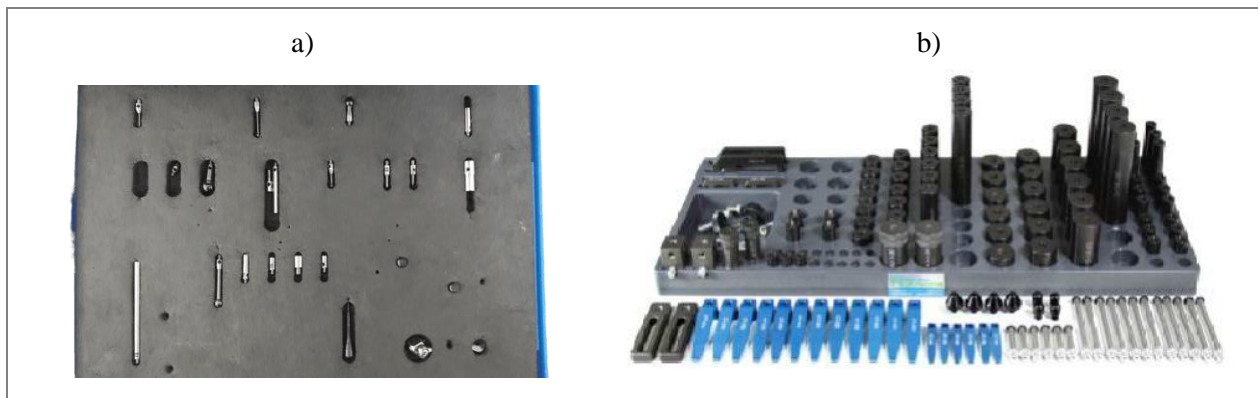


Figura 3.4 a) Juego de palpadores y accesorios, b) Set de elementos de fijación para MMC.

Para garantizar la fiabilidad de la experimentación, es necesario considerar aquellos factores de ruido que puedan ser evitados o controlados en la medida de lo posible. Los principales factores para tomar en cuenta son la temperatura, las vibraciones y el polvo. En la siguiente sección se describen las condiciones de operación durante las pruebas efectuadas en la MMC para todas las mediciones llevadas a cabo.

3.2.1 Efectos de la temperatura

Los objetos se expanden o se contraen con los cambios de temperatura. Para los fabricantes de las MMC y en los trabajos reportados en la literatura, las mediciones se realizan a una temperatura específica de 20°C, llamada temperatura estándar, que es internacionalmente aceptada y usada para determinar las dimensiones de una pieza, y queda establecida en la norma ISO 1:2002 [30].



Figura 3.5 Sistema de aire acondicionado “Trane”.

Para mantener esta temperatura de referencia, en el área de trabajo se cuenta con dos unidades de sistema de aire acondicionado, que permiten mantener la temperatura estándar (ver Fig. 3.5). Además, se cuenta con un sensor de temperatura (ver Fig. 3.6), el cual permite mediante monitorear en tiempo real la temperatura en el lugar.



Figura 3.6 Sensor de temperatura Data Logger TESTO 174H.

Antes de comenzar la experimentación, se enciende el aire acondicionado para estabilizar la temperatura del área, así como de elementos y accesorios que se emplearán en la experimentación durante aproximadamente 2 horas.

3.2.2 Vibraciones y polvo

Como los componentes de deslizamiento de la MMC están diseñados para moverse con una fuerza muy pequeña, las vibraciones transmitidas del piso causan fluctuaciones en la medición. Por tal motivo, en el laboratorio se cuenta con un cuarto de medición independiente (ver Fig. 3.7), manteniendo a distancia el compresor y secador.



Figura 3.7 Cuarto de medición independiente con doble puerta de acceso.

Asimismo, otras previsiones efectuadas consistieron en que durante las mediciones sólo el operador de la MMC estuvo presente, y se ejecutaron las pruebas dentro del mismo intervalo de tiempo durante el transcurso del día.

El polvo causa daño a los componentes de las MMC y por ello, la MMC y sus periféricos están instalados en un ambiente que se encuentra libre de polvo, tomando las siguientes consideraciones:

- El sitio de instalación se estableció como un cuarto de medición independiente, que cuenta con doble puerta para el acceso (ver Fig. 3.7).
- El aire acondicionado está equipado con filtros que evitan la entrada de polvo.
- La sala de medición no tiene fuentes que generan polvo.
- El operador utiliza ropa limpia.

3.3 Metodología de experimentación en bloques patrón

En la primera fase de investigación experimental, se utilizaron bloques patrón con las siguientes características (ver Fig. 3.8):

- Marca Mitutoyo, número de serie 1105629.
- Fabricados de material acero.
- Grado 0 (JIS).
- Juego de 46 piezas en longitudes desde 1 a 100 mm.
- Certificado de calibración (ver Anexo B), trazables a NIST y PTB.



Figura 3.8 Juego de bloques patrón Mitutoyo.

Como primera etapa de esta fase, se analizó el efecto del factor cantidad de puntos sobre la planicidad de la cara lapeada de algunos bloques patrón. El factor número de puntos se considera relevante debido a la información proporcionada por Zeleny Vázquez en [31], quien señala que cuando el diámetro de cada círculo (en un cilindro) es medido con 25 puntos, se obtiene el mismo resultado que cuando se hace con 125 puntos, haciendo redundantes 100 puntos.

Esto se hizo con dos propósitos: 1) paralelamente a lo señalado por Zeleny, se determinó el comportamiento de la planicidad al incrementar el número de puntos, y 2) permitió estimar una cantidad de puntos estandarizada, que sería utilizada en las pruebas posteriores.

3.3.1 Experimentación para el número de puntos de contacto

Como se estableció en la sección anterior, se llevaron a cabo pruebas en las que se estudió el efecto de la variación de la cantidad de puntos en la cara lapeada de bloques patrón de distintas longitudes. La metodología fue la siguiente:

1. *Selección de los bloques.* Se seleccionaron los bloques indicados en la Fig. 3.9. Con base en una progresión geométrica, se utilizó el bloque más cercano al de la progresión.

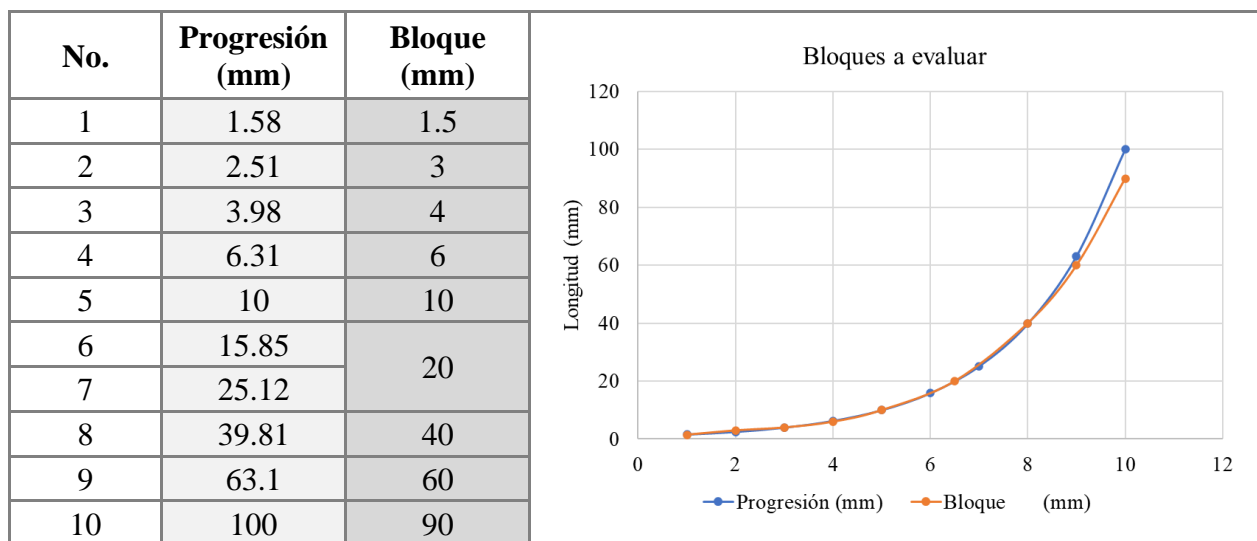


Figura 3.9 Progresión geométrica para bloques patrón.

2. *Calibración de la punta de palpado.* Para esto, se utiliza la esfera de calibración en conjunto con el palpador “Máster” (punta de 4 mm) como patrón (ver Fig. 3.10). Después, se realiza la calibración del palpador 6025, correspondiente a un diámetro de punta de 6 mm, utilizando la misma esfera patrón. Este palpador sería el utilizado para las mediciones de planicidad.



Figura 3.10 Calibración del palpador utilizando la esfera de calibración.

3. *Alineación*. En primera instancia, se genera la alineación, la cual tiene como propósito hacer coincidir el origen de la pieza con la de la MMC (ver Fig. 3.11). Después, se genera el cubo de seguridad, cuya función es indicar el volumen de trabajo, fuera del cual la sonda puede desplazarse al realizar mediciones automáticas (ver Fig. 3.12).

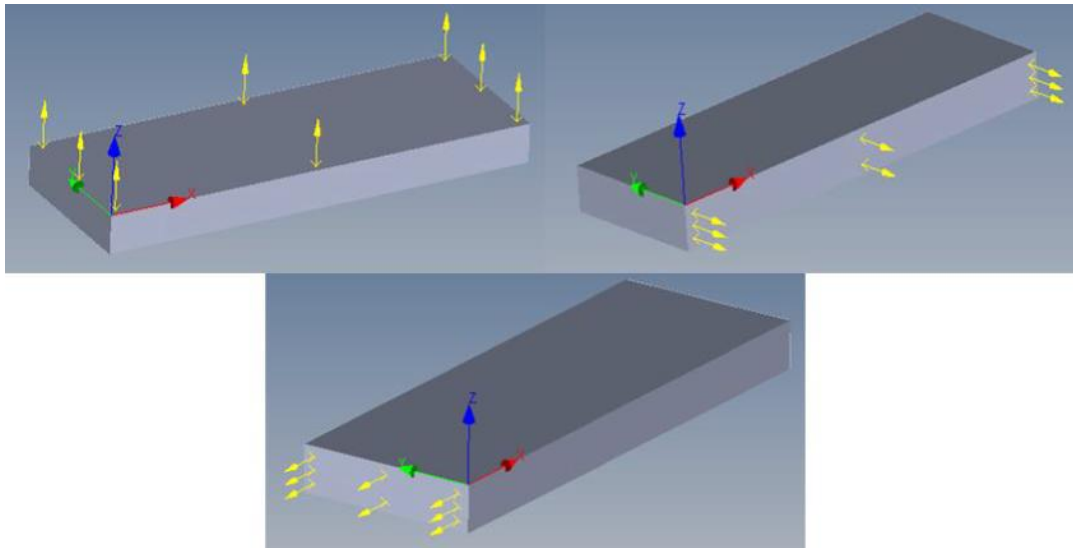


Figura 3.11. Puntos que conforman los planos de alineación para un bloque.

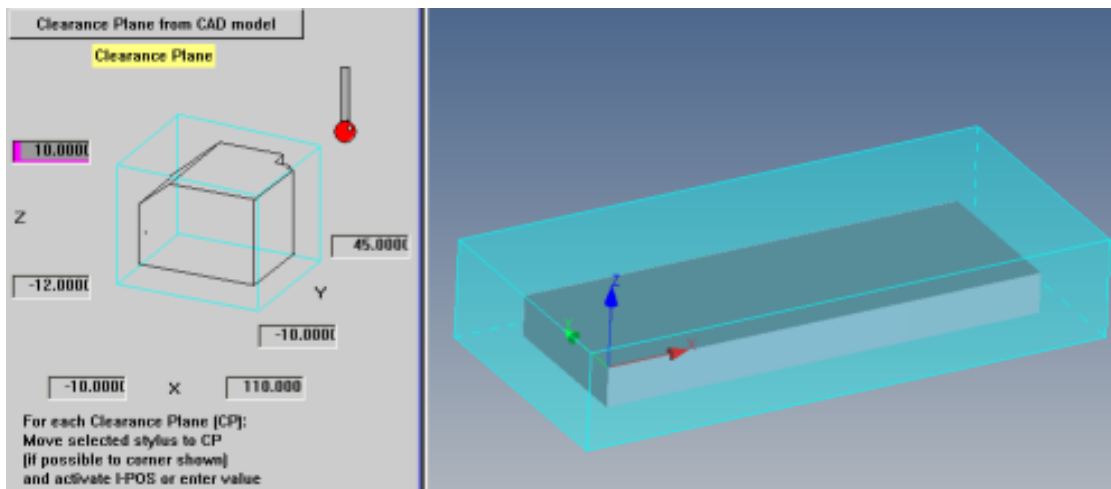


Figura 3.12 Construcción de cubo de seguridad.

4. Una vez que se completa la alineación, para el caso de la planicidad, se generó otro plano en la cara lapeada del bloque patrón, el cual serviría de plantilla para la medición de dicha tolerancia geométrica (ver Fig. 3.13).

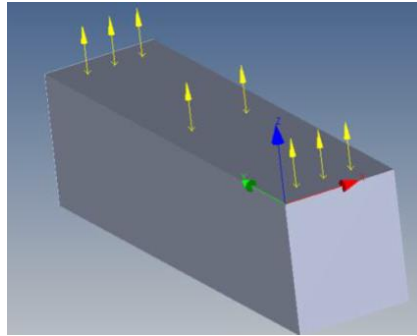


Figura 3.13. Puntos que conforman el plano para la medición de planicidad.

5. *Programación de las mediciones automáticas.* Conocido como el modo CNC, se selecciona la velocidad a la que se medirá la pieza, elegida de 40 mm/s, y se ejecuta la operación de medición de planicidad mediante la opción “Flatness”.

Tabla 3.1 Cantidades de puntos utilizadas en las pruebas de medición de planicidad

Ancho	Largo	Cantidad
4	4	16
4	8	32
4	12	48
8	8	64
4	20	80
8	12	96
4	28	112
4	32	128
8	16	128
8	20	160
4	44	176
8	24	192
4	52	208
8	28	224
4	60	240
8	32	256
8	36	288
8	44	352
8	48	384

La cantidad de puntos se asignó tomando como base una malla cuadrada, de acuerdo con el número puntos por lado indicados en la Tabla 3.1. Una vez realizadas las pruebas, en el Anexo D se muestra el concentrado con los resultados de las pruebas de todos los bloques de la progresión.

Después, para cada uno de los bloques se buscó la relación de la planicidad en función del número de puntos. En las Figuras 3.14-3.17 se muestran las gráficas para 4 bloques donde se indican las funciones ajustadas para cada uno. Los resultados de los bloques restantes se pueden consultar en el Anexo C.

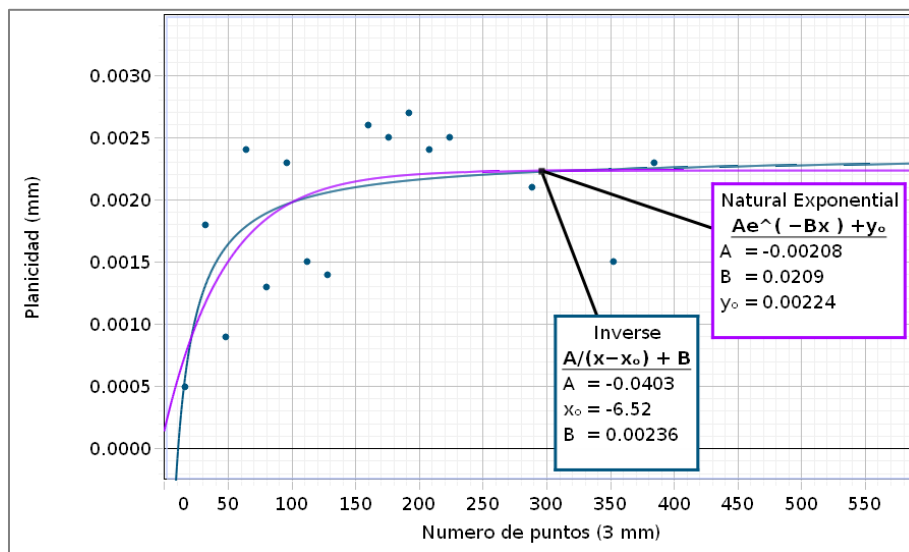


Figura 3.14 Gráfica ajustada con la función de planicidad para el bloque patrón de 3 mm.

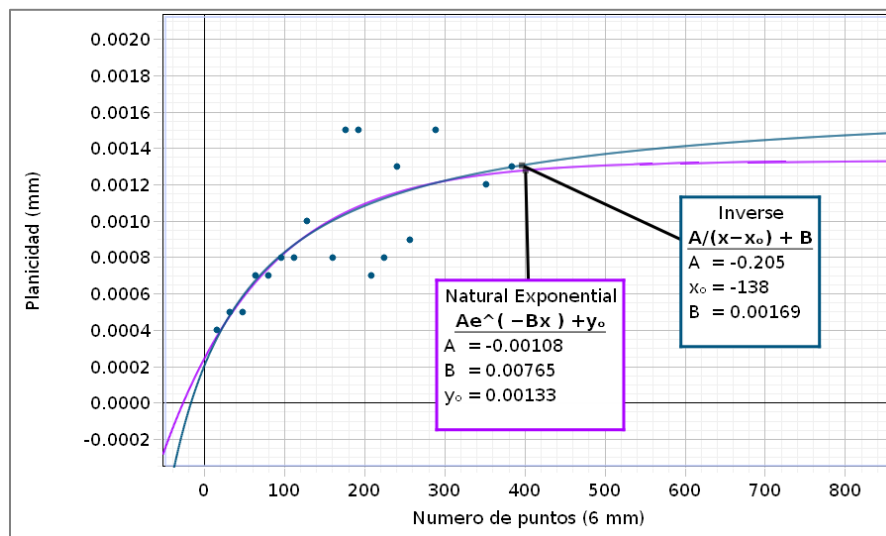


Figura 3.15. Gráfica ajustada con la función de planicidad para el bloque patrón de 6 mm.

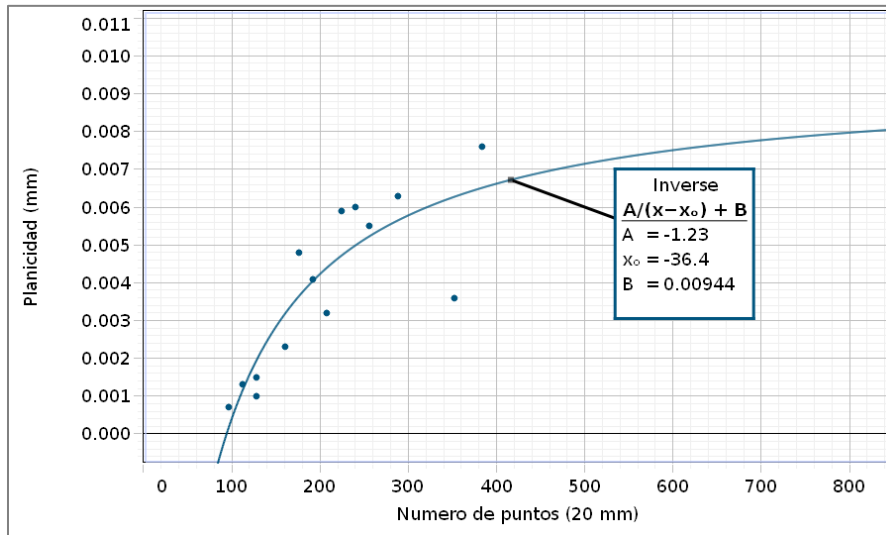


Figura 3.16. Gráfica ajustada con la función de planicidad para el bloque patrón de 20 mm.

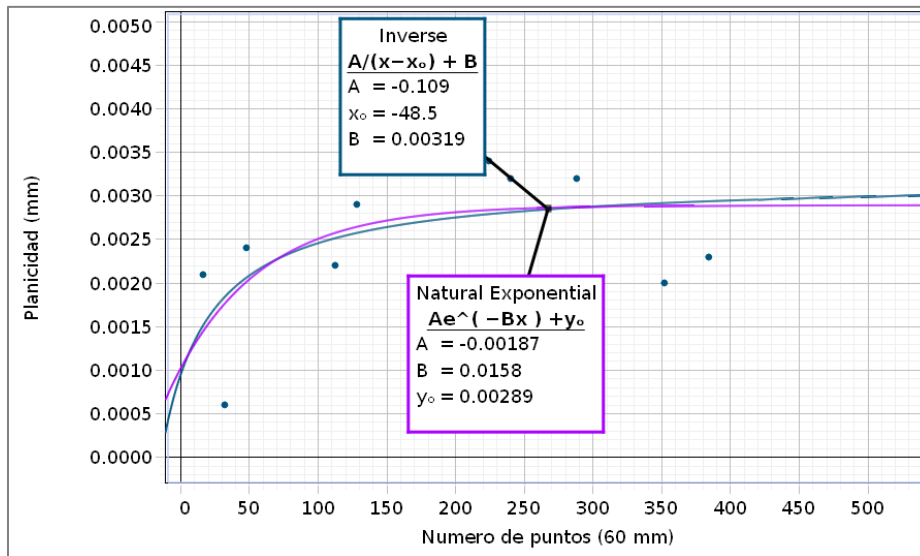


Figura 3.17. Gráfica ajustada con la función de planicidad para el bloque patrón de 60 mm.

Como se aprecia en las gráficas, el comportamiento que describe el valor de la planicidad es del tipo inverso, y en algunos casos también se acerca a la relación del tipo exponencial natural. En cualquier caso, el comportamiento exhibido corresponde con lo afirmado por Zeleny Vázquez. En la Tabla 3.2 se indica la función obtenida para cada bloque patrón, donde $p = \text{planicidad}$ y $N = \text{número de puntos}$.

Tabla 3.2 Funciones de planicidad para los bloques patrón.

Bloque (mm)	Función de planicidad
1.5	$p = 0.0104 - \frac{1.7}{N + 175} \text{ (mm)}$
3	$p = 0.00236 - \frac{0.0403}{N + 3.52} \text{ (mm)}$
4	$p = 0.000677 - \frac{0.000635}{N + 4.36} \text{ (mm)}$
6	$p = 0.00169 - \frac{0.205}{N + 138} \text{ (mm)}$
10	$p = 0.00642 - \frac{0.495}{N + 72} \text{ (mm)}$
20	$p = 0.00944 - \frac{1.23}{N + 36.4} \text{ (mm)}$
40	$p = 4.86 - \frac{0.13}{N^{8.97 \times 10^{-5}}} \text{ (mm)}$
60	$p = 0.00289 - \frac{0.109}{N + 48.5} \text{ (mm)}$
90	$p = 0.00122 - \frac{0.13}{N + 147} \text{ (mm)}$

3.3.2 Experimentación para los factores de longitud y diámetro del palpador

A partir de la información obtenida de las pruebas de planicidad, se realizaron pruebas de medición de longitud para los bloques de 3, 6, 20 y 60 mm, mediante las cuales se planteó investigar la influencia de la variación del diámetro de la punta y la longitud del palpador (ver Fig. 3.18).

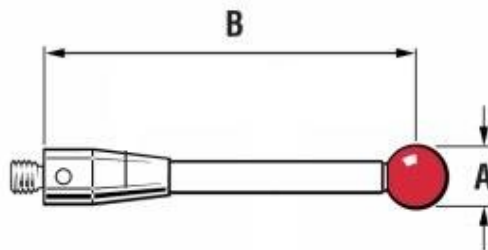


Figura 3.18 Dimensiones del palpador: A=diámetro del palpador, B=longitud del palpador.

A partir de las pruebas realizadas para el número de puntos, se seleccionó la cantidad de 48 puntos para la generación del plano en la cara lapeada del bloque patrón, debido a que este número representa un equilibrio entre la planicidad cercana al valor constante y el tiempo invertido. Este valor fue utilizado para la generación de los planos necesarios en la metodología descrita a continuación:

1. *Calibración de la punta de palpado.* Se realiza la calibración del palpador 6025 utilizando la esfera patrón (ver Fig. 3.9).

2. *Medición de la longitud del bloque.* En primera instancia, se genera la alineación respecto a la al bloque y el cubo de seguridad (ver Fig. 3.10 y 3.11). Una vez completados, se generan 2 planos, uno en cada cara lapeada del bloque patrón, los cuales servirían para la medición de longitud (ver Fig. 3.19). Los bloques se colocaron de forma tal que el contacto con el palpador fuera en el ecuador de la esfera, por lo que los puntos de contacto corresponden al plano x-y de la sonda.

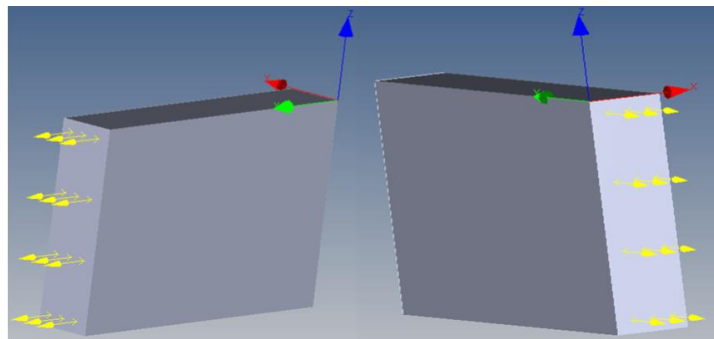


Figura 3.19 Puntos que conforman el plano para la medición de longitud.

3. *Programación de las mediciones automáticas.* Se seleccionó la velocidad de 40 mm/s, y se ejecutó la operación de generación de planos en modo CNC para cada uno de los bloques indicados anteriormente. Una vez generados, para la obtención de la longitud se selecciona cada pareja de planos y el software arroja el valor correspondiente.

4. *Variación de la longitud del palpador.* Posteriormente, al palpador se le agrega una extensión, siendo de 10 mm, 20 mm y 40 mm las utilizadas para los experimentos. En cada caso, se repiten

los pasos 1, 2 y 3. De esta forma, se completan las pruebas para un determinado diámetro del palpador.

5. *Variación del diámetro del palpador.* Del mismo modo, se cambia el palpador, utilizando los diámetros de 1 mm, 2 mm y 6 mm. y se repiten los pasos 1, 2, 3 y 4 con cada uno de los diámetros.

Una vez realizadas las mediciones descritas, se completan las pruebas para 4 distintos palpadores, con 4 distintas longitudes, provistas mediante las diferentes extensiones. Se realizaron 10 réplicas para cada una de las mediciones descritas. Se eligió esa cantidad por las condiciones del experimento (recursos disponibles y poca variabilidad presente en el material experimental).

3.3.3 Diseño experimental en cuadro latino

Para llevar a cabo los estudios mediante DOE, se utilizó el diseño de tipo cuadro latino. Con base en las pruebas realizadas, se eligió el diámetro de la punta del palpador como factor de tratamientos, mientras que la extensión utilizada y la longitud del bloque patrón actúan como los factores de bloque. Se eligió este diseño experimental porque permite estudiar los factores en los 4 niveles, a diferencia de otros diseños, que están más limitados a 2 o 3 niveles por factor [28]

En la Tabla 3.3 se muestra la asignación de niveles para los factores, en la cual se identifica la nomenclatura de letras latinas utilizada para el factor de tratamientos (diámetro de punta), mientras los factores de bloque mantienen sus valores numéricos en cada nivel.

Tabla 3.3 Niveles de los factores para el diseño en cuadro latino.

Factor	Nivel			
	A	B	C	D
Diámetro de punta	6 mm	2 mm	4 mm	1 mm
Longitud de extensión	0	10	20	40
Longitud del bloque	3	6	20	60

Tabla 3.4 Diseño experimental propuesto en cuadro latino.

	Extensión			
Bloque	0	10	20	40
3	C	D	A	B
6	B	C	D	A
20	A	B	C	D
60	D	A	B	C

El diseño del cuadro latino se muestra en la Tabla 3.4, donde se aprecia las 16 unidades experimentales que componen el estudio. Se emplearon 3 distintas variables de respuesta: la media de la longitud medida, la desviación estándar de las réplicas y la incertidumbre combinada. Los análisis correspondientes se desarrollan en el capítulo 5.

3.4 Metodología de experimentación en superficies rugosas

A través de la revisión de la literatura, se identificó un área de oportunidad para la presente investigación, en la cual se expone que las puntas más grandes resultan en una menor incertidumbre y está relacionado con la idea de que la MMC funciona mejor midiendo piezas de superficie lisa.

Es decir, cuando se miden piezas de superficie rugosa, un diámetro mayor “filtra” los efectos de la rugosidad que pudieran existir. Estas ideas fueron parcialmente estudiadas en los análisis de la sección 5.3, al considerar los distintos diámetros de punta utilizados.

Sin embargo, en una segunda fase de investigación, se planteó llevar a cabo una investigación más exhaustiva y con mayor formalidad, lo cual solo sería posible si la rugosidad se convertía en una variable de control, de modo que pudiera manipularse en determinados niveles para ser introducida como tal en un diseño experimental.

Para generar distintos niveles de rugosidad, se utilizó un bloque de nylamid con forma de prisma rectangular y dimensiones aproximadas de 406.4×152.4×63.5 mm (16×6×2.5 in), el cual se muestra en la Fig 3.20.

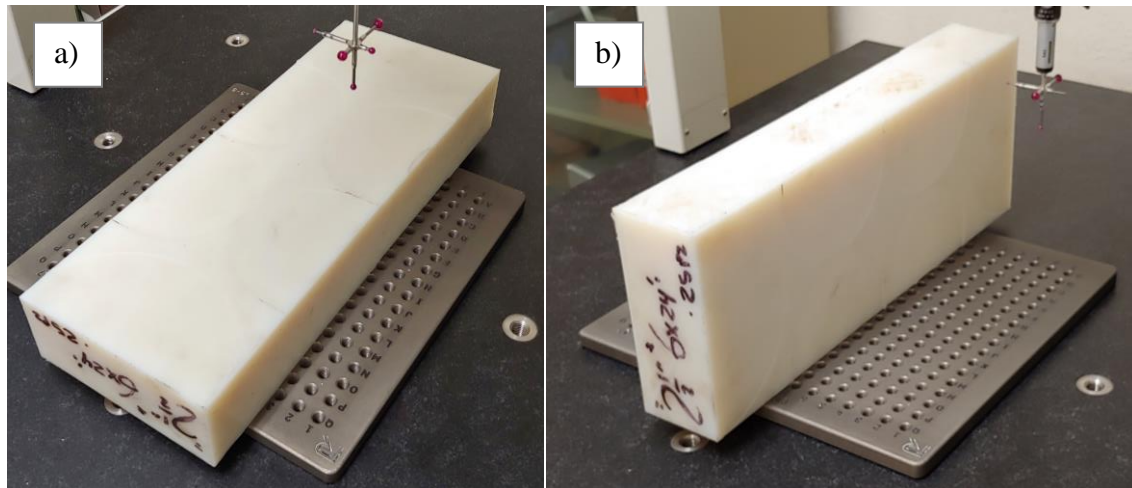


Figura 3.20 Bloque de nylamid utilizado en las pruebas de rugosidad en orientación: a) normal al eje Z b) normal al eje X.

El bloque pasó por procesos de maquinado en distintas zonas de su superficie, en los cuales la herramienta de corte realizaba movimientos circulares en un área determinada del bloque, consiguiendo de esta forma crear “surcos” uniformes que constituyen la rugosidad de la superficie.

Las distintas rugosidades para cada área dependen de la profundidad y separación de los surcos generados por la herramienta, de modo que se obtuvieron 3 niveles distintos de rugosidades, como se indica en la Figura 3.21.

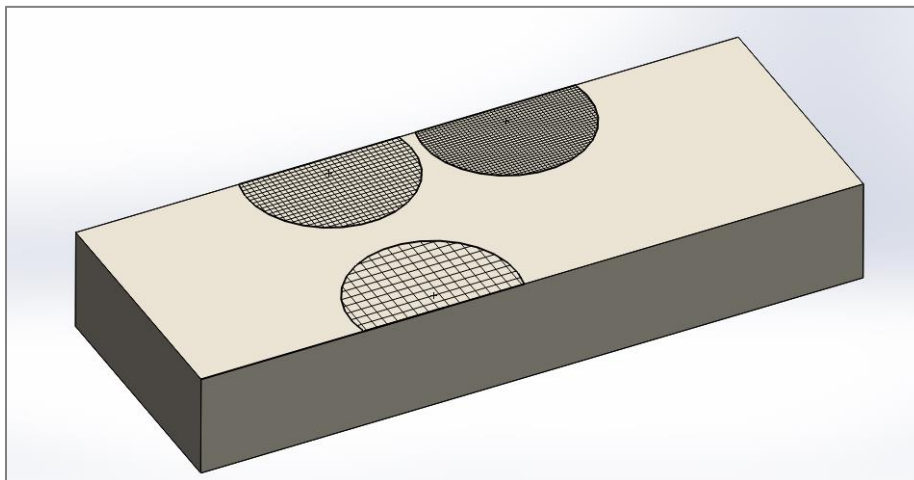


Figura 3.21 Representación esquemática de las zonas con diferente nivel de rugosidad.

3.4.1 Experimentación general para medición de superficies rugosas

La metodología de experimentación consistió en obtener como variable de respuesta el valor de la planicidad del área en cuestión. De manera general, se siguieron los siguientes pasos:

1. *Calibración de la punta de palpado.* Se realiza la calibración del palpador utilizando la esfera patrón (ver Fig. 3.9).

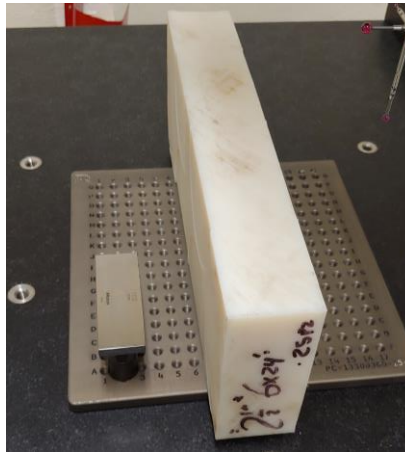


Figura 3.22 Arreglo de bloque patrón (izquierda) y bloque de nylamid.

2. *Alineación a un bloque patrón.* Debido a que el bloque presentaba ondulaciones en sus caras originales, se optó por utilizar un bloque patrón de 100 mm, a partir del cual se generaron los tres planos de alineación (ver Fig. 3.22 y 3.10). Después, se construye el cubo de seguridad de manera que envuelva a ambos cuerpos.

3. *Medición de la característica de planicidad.* Se genera un plano el área con rugosidad producida mediante el maquinado, de forma rectangular con dimensión aproximada 60×50 mm, el cual sirve de plantilla para la medición de planicidad. Dentro del plano generado se crea una malla con la cantidad de puntos deseada (ver Fig. 3.23).

4. *Programación de la medición automática.* Se seleccionó la velocidad máxima de 200 mm/s, y se ejecutó la operación generación de plano en modo CNC para la malla con la cantidad de puntos requerida. Al igual que en el diseño experimental en cuadro latino, se realizaron 10 repeticiones en cada medición, por lo expuesto en la sección 3.2.2.

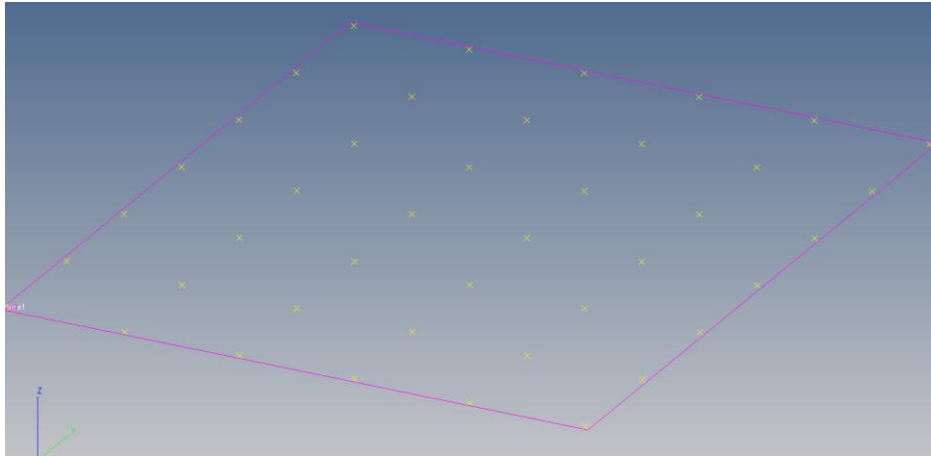


Figura 3.23. Ejemplo de mallado en el plano para la medición de planicidad.

En resumen, se implementaron dos propuestas que permitieran el estudio de los factores. Ambas propuestas parten de premisas distintas, por lo que los pasos descritos en la experimentación se adaptan en función de las necesidades del tipo de diseño experimental propuesto, lo cual se especifica en las secciones posteriores.

3.4.2 Diseño experimental robusto para factores en 2 niveles

La primera propuesta proviene de la premisa de considerar la rugosidad como un factor de ruido debido a que en la manufactura de partes pueden ocurrir situaciones que produzcan que el acabado superficial difiera entre turnos, lotes, piezas, etc. De esta forma, la rugosidad representa un factor que no es posible controlar para el usuario a cargo de efectuar alguna medición que involucre dicho acabado superficial.

Tabla 3.5 Factores de control para el diseño en 2 niveles.

Factor de control	Nivel	
	1	2
Extensión del palpador	25 mm	55 mm
Diámetro de punta	2 mm	6 mm
Número de puntos	42	143

Con este antecedente, se utiliza el diseño Taguchi con arreglo interno y externo en el cual se busca encontrar las mejores condiciones que robustecen el proceso de medición de la planicidad. Los factores de control con sus correspondientes niveles se muestran en la Tabla 3.5. Cabe mencionar que, para la experimentación, las superficies rugosas se posicionaron en el eje Z de la MMC, por lo que el contacto con el palpador se realizaba en el polo inferior de la esfera.

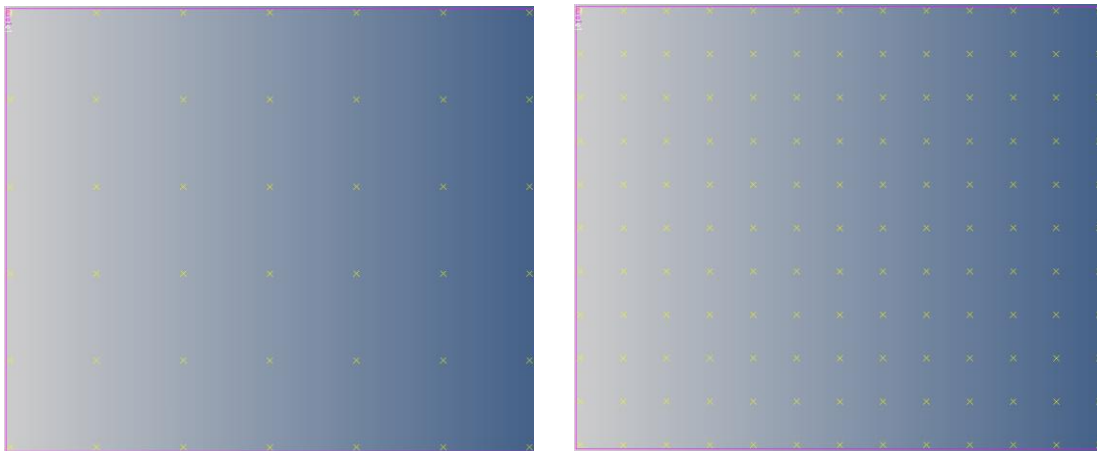


Figura 3.24 Mallados de 7×6 (izquierda) y 13×11 (derecha).

El factor número de puntos se especificó mediante un mallado de 7×6 para el nivel de 42 puntos, de modo que los puntos mantienen una separación de 10 mm, mientras que para el nivel de 142 puntos se utilizó un mallado de 13×11 (ver Fig. 3.24), donde la separación se reduce a 5 mm. Se realizó así para escalar el tamaño de división de forma similar a lo que se recomienda en los análisis de convergencia de los métodos numéricos.

Con base en la metodología de Taguchi, es necesario contar con 2 o más factores para utilizar cualquiera de los arreglos ortogonales. Por tanto, además de la rugosidad, también se incluyó el factor *dirección de escaneo* para contar con un segundo factor de ruido y así poder hacer uso del arreglo externo.

Este factor se eligió con el propósito de incluir la posible influencia de la anisotropía volumétrica de la MMC, o en otras palabras, el diferente comportamiento y/o rendimiento del sistema de medición entre la dirección X y la dirección Y [11]. Los niveles de este factor corresponden a dos estrategias de medición:

- Estrategia "longitudinal", referida a una trayectoria de medición en la cual la mayor parte del barrido de puntos se desarrolla de manera paralela a la dirección que exhiben los surcos que conforman la superficie rugosa.
- Estrategia "transversal", referida a una trayectoria de medición en la cual la mayor parte del barrido de puntos se desarrolla de manera perpendicular a la dirección que exhiben los surcos que conforman la superficie rugosa.

En la Fig. 3.25 se observan ejemplos de ambas estrategias para la misma superficie. La línea azul indica el recorrido que sigue la punta del palpador durante el barrido de puntos. La irregularidad de las trayectorias se debe a las diferencias en los niveles de las posiciones de los puntos registrados en la superficie medida, y son observables debido a la escala utilizada para el eje Z en el orden de micrómetros (μm).

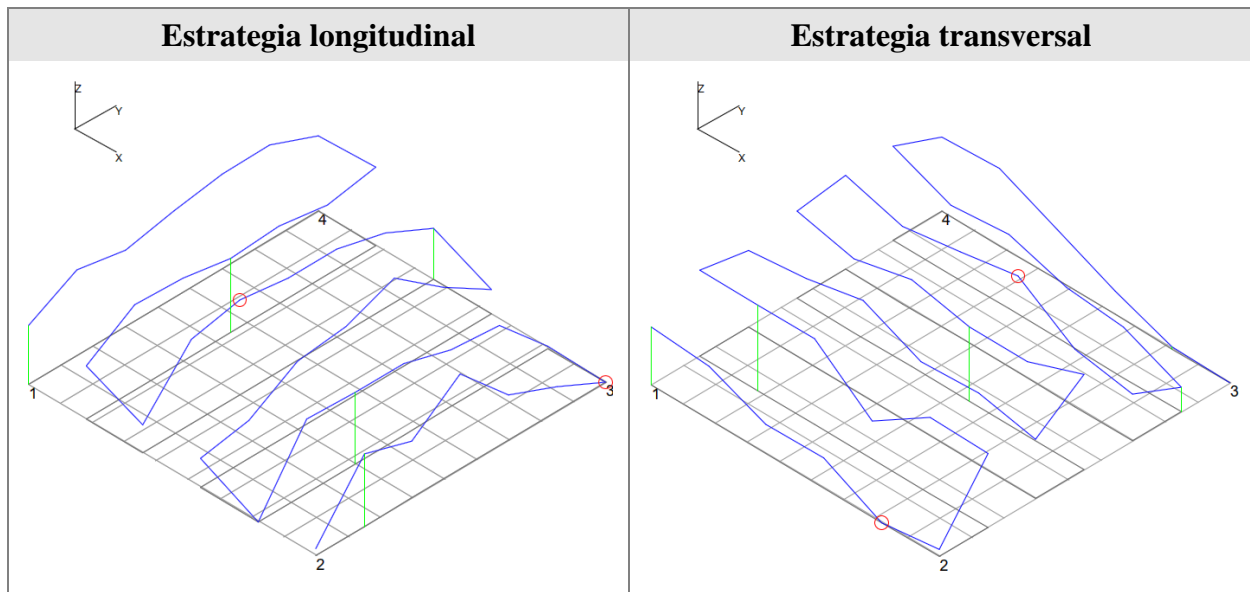


Figura 3.25 Superficie obtenida mediante las dos estrategias de escaneo.

Una vez definidos los factores de estudio, se utilizó un arreglo L8 para el arreglo interno del diseño y un arreglo L4 para el arreglo externo, como se indica en las Tablas 3.6 y 3.7, respectivamente. En ambos casos, los factores se asignaron a las columnas recomendadas en la literatura para una máxima resolución en el diseño experimental [27].

Tabla 3.6 Arreglo L8 (interno) para los factores de control.

Extensión	Diámetro de punta	Número de puntos
1	1	1
1	1	2
1	2	1
1	2	2
2	1	1
2	1	2
2	2	1
2	2	2

Tabla 3.7 Arreglo L4 (externo) para los factores de ruido.

Dirección de escaneo	1	2	1	2
Rugosidad	1	1	2	2

Donde para el factor de dirección de escaneo, 1 = transversal, 2 = longitudinal, y para el factor rugosidad, 1 corresponde al nivel de menor rugosidad y 2 al nivel de mayor rugosidad (ver Fig. 3.26).

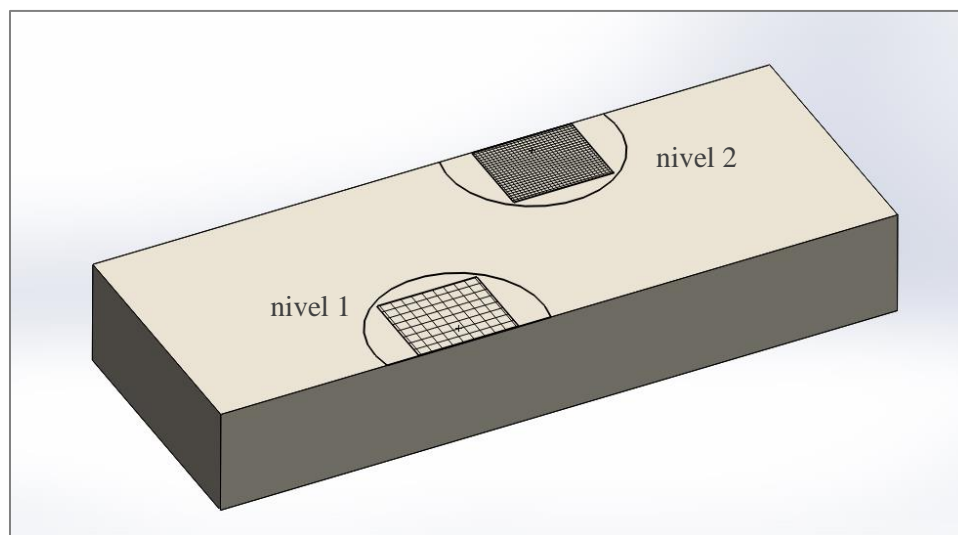


Figura 3.26 Zonas de rugosidad (rectángulos) para el diseño experimental en 2 niveles.

3.4.3 Diseño experimental robusto para factores en 3 niveles

Como se estableció en la sección previa, el diseño experimental anterior se limitó al estudio de las mediciones realizadas en el eje Z de la MMC, debido al espacio disponible por las dimensiones de la sonda y el tamaño de los planos que contienen los puntos, puesto que, al intentar medir la pieza en otras orientaciones, como se aprecia en la Fig. 3.21b, el palpador no alcanza a realizar el barrido completo de todos los puntos sin que existan colisiones con otras partes de la sonda y/o de la escala.

De este modo, el segundo diseño propuesto surge de la idea de estudiar el comportamiento en los planos de medición restantes y, para esto, se hace uso de la configuración en estrella descrita en la sección 1.2.2, ya que de esta forma es posible realizar el barrido completo de la superficie a medir. Para utilizar esta configuración, en el paso 1 de la experimentación (sección 3.3.1) es necesario calibrar cada palpador a utilizar (ver Fig. 3.27).

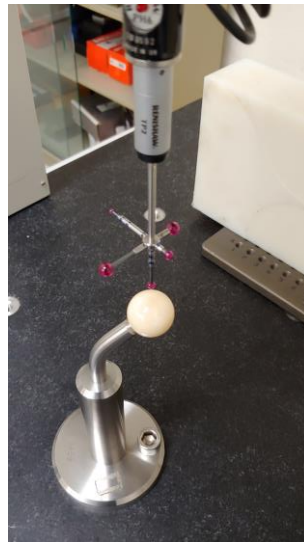


Figura 3.27 Calibración de la configuración en estrella.

Otro cambio respecto al diseño anterior es intercambiar el factor rugosidad y el factor extensión, el primero se convierte en una variable de control, mientras que la extensión pasa a ser una variable de ruido, lo cual atiende a distintas causas. En primer lugar, el cambio en el factor extensión se debe a que, en el análisis del diseño anterior, la extensión resultó ser el factor con el efecto mayor sobre la respuesta media.

Por tanto, ahora se plantea encontrar una combinación de los factores controlables que permita robustecer el proceso frente a la necesidad de incrementar la extensión. Otra razón proviene de pensar en una aplicación real, ya que se considera que al realizar mediciones en el plano X-Y se pierde libertad en elegir la longitud del palpador, puesto que dependerá de la geometría de la pieza, por ejemplo, si presenta cavidades, escalones, etc., y es posible que se requieran extensiones en más de un palpador, por lo que también se reducen las opciones (ver Fig. 3.2).

Por otra parte, el tener el factor rugosidad como factor de control permitió el evaluarlo en un nivel más, y así en conjunto con las tres orientaciones de la pieza (normales a cada eje de la MMC) se adecuó la propuesta para el estudio de 4 factores de control, en tres niveles cada uno, como se indica en la Tabla 3.8. La Figura 3.28 muestra las zonas de rugosidad que constituyen los tres niveles de rugosidad para el diseño experimental.

Tabla 3.8 Factores de control para el diseño en 3 niveles.

Factor de control	Nivel		
	1	2	3
Posición (de la superficie rugosa)	Normal Z	Normal Y	Normal X
Diámetro de punta	4 mm	2 mm	6 mm
Rugosidad	mínima	intermedia	máxima
Número de puntos	42	143	304

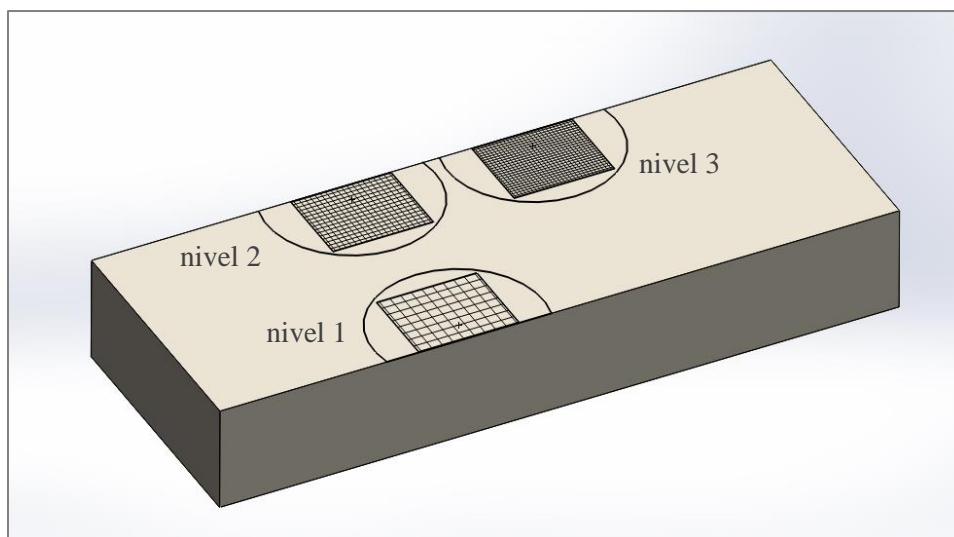


Figura 3.28 Zonas de rugosidad (rectángulos) para el diseño experimental en 3 niveles.

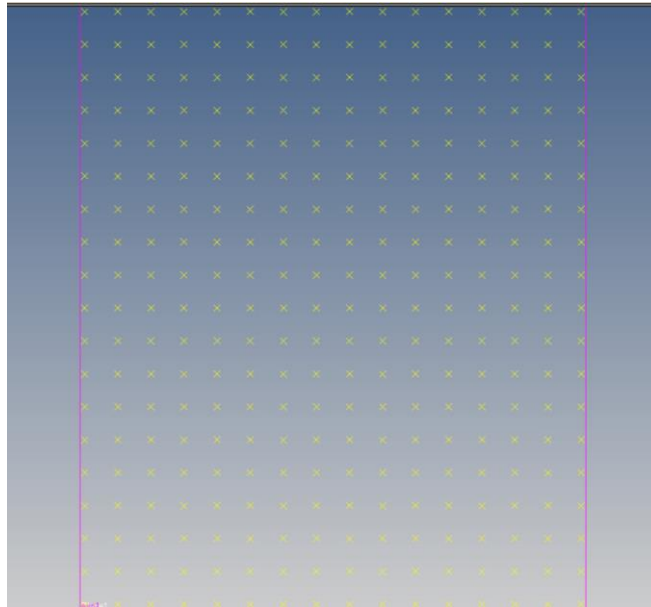


Figura 3.29 Mallado de 19×16 (304 puntos)

El factor número de puntos incluye los dos mallados del diseño anterior, sumando ahora un mallado de 19×16, que corresponde al tercer nivel de 304 puntos (ver Fig. 3.29), de modo que se escaló el tamaño de división a 1/3 del nivel uno, manteniendo el enfoque de convergencia de métodos numéricos. Respecto al factor diámetro de punta, el nivel adicional corresponde a un nivel intermedio de 4 mm.

Tabla 3.9 Arreglo L9 (interno) para los factores de control.

Posición	Diámetro de punta	Rugosidad	Número de puntos
1	1	1	1
1	2	2	2
1	3	3	3
2	1	2	3
2	2	3	1
2	3	1	2
3	1	3	2
3	2	1	3
3	3	2	1

Una vez definidos los factores y niveles de estudio, estos se organizaron en un arreglo L9 para el arreglo interno del diseño y un arreglo L4 para el arreglo externo, como se indica en las Tablas 3.6 y 3.7, respectivamente. En ambos casos, los factores se asignaron a las columnas recomendadas en la literatura para una máxima resolución en el diseño experimental [27].

Tabla 3.10 Arreglo L4 (externo) para los factores de ruido.

Dirección de escaneo	1	2	1	2
Extensión del palpador	1	1	2	2

Donde para el factor de dirección de escaneo, 1 = transversal, 2 = longitudinal, y para el factor extensión, 1 = 25 mm, y 2 = 55 mm.

Capítulo 4. Análisis de la sonda de medición

Cuando se emplean métodos estadísticos y en especial los diseños de experimentos, es necesario contar con conocimiento técnico y práctico acerca del proceso estudiado, de manera que sea posible distinguir cuáles son los aspectos fundamentales del proceso y así desarrollar o mejorar la capacidad de plantear conjeturas precisas y establecer relaciones entre los factores involucrados y las variables de respuesta, con el fin de sacar conclusiones que aporten aprendizajes y soluciones.

Además, esto ayuda a elegir de manera más adecuada los factores y sus niveles, al igual que el diseño experimental [27]. De estos principios se desprende el motivo de ahondar en el conocimiento de la sonda de medición incorporada en la MMC. De este modo, mediante su análisis, la información obtenida está a disposición para el entendimiento de los resultados de las pruebas experimentales, el planteamiento y los análisis mediante DOE, y demás aspectos que puedan surgir.

La precisión y la incertidumbre de la MMC están influenciadas por el rendimiento del sistema de la sonda de medición descrita en el Capítulo 1, ya que esta introduce errores sistemáticos y aleatorios. De los primeros, se remarca en la literatura el denominado “pre-desplazamiento” de la sonda (traducción por convención personal del término en inglés “pre-travel”), el cual contiene la desviación elástica del palpador y el desplazamiento del interruptor del mecanismo de disparo [20].

Retomando lo referido al final del Capítulo 1, Bohan et al. señalan que los factores que influyen en el comportamiento del pre-desplazamiento del palpador pueden clasificarse en 3 aspectos: el sistema de palpación, el movimiento para realizar la medición y la pieza a medir [20]. A partir del desarrollo analítico presentado en su investigación, se rescatan las siguientes afirmaciones acerca del comportamiento del error sistemático de la sonda de medición:

- El pre-desplazamiento es diferente cuando el palpador se dispara a lo largo de diferentes direcciones. Esta característica de anisotropía se distribuye de forma triangular en el plano perpendicular al palpador.

- Las dimensiones del palpador son factores que influyen en el pre-desplazamiento, y su relación se presenta como una función de una potencia: cuanto más largo y delgado sea el palpador, mayor será el pre-desplazamiento.

Con el propósito de investigar y determinar de manera cuantitativa estos y otros efectos identificados en la literatura, se procedió a desarrollar un modelo numérico de simulación mediante el Método de Elemento Finito (FEM), encaminado y enmarcado por lo observado en los trabajos revisados en el Capítulo 1. En las siguientes secciones se describe su desarrollo y los resultados obtenidos.

4.1 Desarrollo del modelo mediante FEM

Se utilizó el software Comsol Multiphysics 5.6 para recrear el mecanismo de la sonda utilizando el módulo *Structural Mechanics*. Para dibujar el modelo geométrico (o modelo CAD) del mecanismo de la sonda, se utilizó el modelo utilizado por Salleh et al. [17], quienes desmantelaron una sonda que corresponde al mismo fabricante y modelo que la sonda que lleva incorporada la MMC utilizada como caso de estudio, esto es, la Renishaw TP2 (ver sección 1.2).

No obstante, aunque la mayoría de las dimensiones son proporcionadas, así como la mayoría de los materiales son especificados para cada componente, fue necesario proponer las medidas que no están especificadas en la publicación, así como asignar algunos materiales. Esto se hizo con base en lo que se aprecia en el modelo CAD y los materiales proporcionados por los autores.

Otra diferencia con el modelo geométrico empleado consistió en cambiar las barras soportes en forma de prisma rectangular por barras cilíndricas, con la intención de ser más fiel al mecanismo real. El modelo fue dibujado completamente dentro del software, y las dimensiones de sus componentes se muestran en la Tabla 4.1. Los materiales utilizados para el modelo se muestran en la Tabla 4.2, donde se especifican sus propiedades mecánicas y los componentes asignados a cada material.

Tabla 4.1 Modelo del mecanismo de la sonda y dimensiones de componentes.

	Componente(s)	Dimensiones
	Resorte	Diámetro de la sección transversal: 0.5 mm, diámetro exterior: 6 mm, longitud libre: 8 mm
	Soporte del trípode	Diámetro: 1.5 mm, longitud: 6 mm
	Bases superior e inferior	Diámetro: 6 mm, espesor: 0.5 mm
	Vástago del palpador	Longitud: 20 mm, diámetro: 2 mm
	Esfera del palpador	Diámetro: 4 mm

Tabla 4.2 Materiales utilizados para los componentes de la sonda.

Material	Componente(s)	Módulo de Young (GPa)	Módulo de Poisson	Densidad (kg/m ³)
Acero inoxidable	soportes, resorte	199.98	0.28	7900
Baquelita	bases superior e inferior del resorte	5.001	0.33	2140
Tungsteno	vástago del palpador	450.12	0.24	15800
Rubí	esfera del palpador	440.02	0.3	3960

4.1.1 Fuerza de compresión del resorte

Como el funcionamiento del mecanismo requiere que el resorte ejerza una fuerza de compresión sobre los 3 soportes del mecanismo, es necesario conocer la constante de rigidez k , de modo que por medio de este parámetro sea posible aplicar el desplazamiento necesario para simular la fuerza indicada por el fabricante. Utilizando la ecuación analítica para cálculo de la constante de rigidez de un resorte a partir de su geometría y material [32], se obtiene la solución analítica de la constante:

$$k_{analitica} = \frac{W}{\Delta y} = \frac{Gd^4}{64R^3n} = \frac{(78.108 \text{ GPa})(0.5 \text{ mm})^3}{64(3 \text{ mm})^3(3)} = 941.7 \text{ N/m}$$

Este valor se determinó como referencia para ser comparado con el resultado obtenido de forma numérica mediante FEM. Para obtener el valor de la constante del resorte por medio de la simulación, dentro del software se aplica una carga de 1 N en la base superior del resorte, obteniendo un desplazamiento de aproximadamente $\Delta y = -0.936684 \text{ mm}$ (ver Fig. 4.1), por lo que la constante de rigidez queda como se indica en la Fig. 4.1.

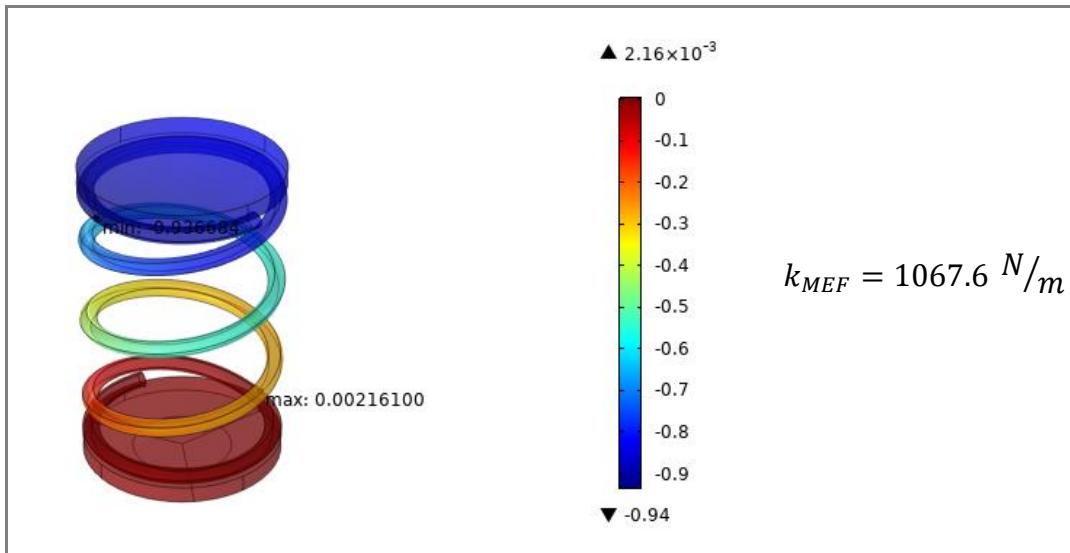


Figura 4.1 Desplazamiento del resorte y constate de rigidez, obtenidos de la simulación.

El resultado obtenido mediante ambos métodos es similar, de modo que, para continuar con la simulación del mecanismo completo, se utilizó la constante obtenida a través de la simulación. Este valor es empleado para aplicar la compresión a la cual el resorte está ajustado por el fabricante.

El fabricante Renishaw establece que la fuerza de compresión del resorte óptima para la sonda TP2-5W se encuentra en el rango de 0.07 – 0.08 N [5]. Para el propósito de la simulación, se utilizó el valor promedio de 0.075 N. Después, al despejar el desplazamiento se tiene:

$$\Delta y = \frac{F_{\text{compresión}}}{k_{MEF}} = \frac{-0.075 \text{ N}}{1067.6 \text{ N/m}} = -7.0251 \times 10^{-5} \text{ m}$$

Por tanto, en el software se aplica el desplazamiento requerido como condición de frontera en la base superior para lograr la fuerza de compresión, y esta condición aplica para todas las simulaciones realizadas.

4.1.2 Modos de disparo

Las condiciones de frontera para los 3 soportes que descansan sobre los apoyos dependen del “modo de disparo” de la sonda, el cual se divide en dos casos: fuerza alta y fuerza baja (ver Fig. 4.1). En el caso de fuerza baja, dos de los apoyos funcionan como pivotes, mientras el tercero es libre de moverse, levantándose levemente del contacto eléctrico.

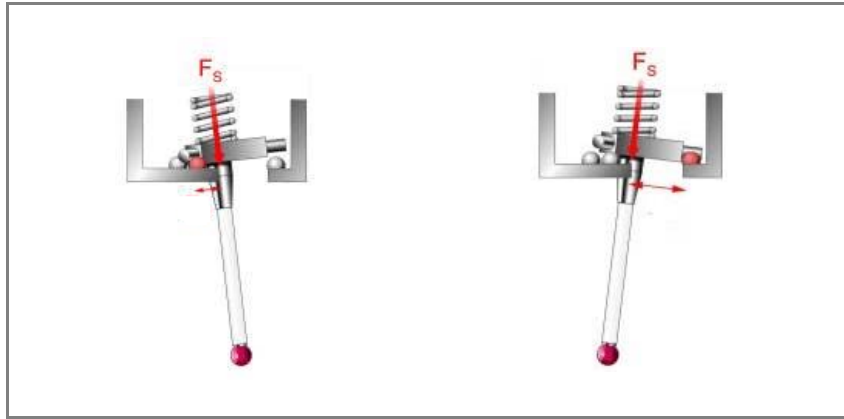


Figura 4.2 Modos de disparo de la sonda, izquierda: fuerza baja, derecha fuerza alta

Para el segundo caso, denominado fuerza alta, se invierte la condición, ahora un apoyo funciona como pivote, mientras los restantes son libres de desplazarse.

4.1.3 Fuerza de disparo

Corresponde a la fuerza necesaria para generar la señal de disparo (F_d), y se obtuvo mediante la ecuación propuesta por Estler et al. [14], la cual depende de la posición del punto de aplicación de la fuerza, la dirección del vector fuerza y las dimensiones de la sonda, lo cual se ilustra en la Fig. 4.3.

Para el parámetro F_m , se utilizó 7.5 g de fuerza, de acuerdo con lo establecido por el fabricante Renishaw [5] en el manual de especificaciones técnicas de la sonda. Al evaluar la ecuación para una revolución del punto de aplicación sobre el ecuador de la esfera, esto es, variando el ángulo azimutal φ , se obtienen los valores mostrados en las Tabla 4.3 y 4.4.

$$F_d = \frac{RF_m}{P} \frac{1}{\sin \theta \cos(\varphi - \varphi_0) + \beta \cos \theta}$$

Donde:

R : distancia entre el punto pivote y el punto de aplicación de la fuerza, $R^2 = \sqrt{L^2 + P^2}$

L : distancia entre el eje A-B y el centro del trípode

F_m : fuerza mínima de disparo definida por el fabricante

P : longitud del vástago

θ : ángulo polar

φ : ángulo azimutal

β : relación L/P

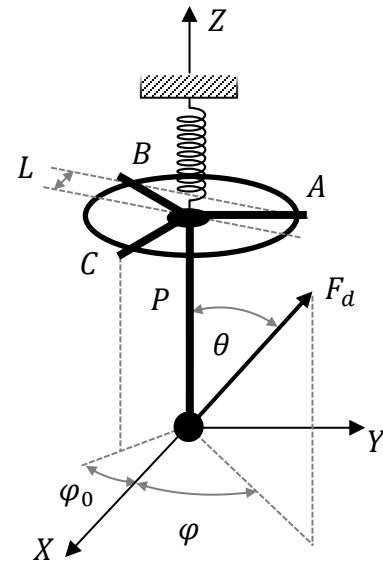


Figura 4.3 Ecuación para la fuerza de disparo de Estler et al.

Tabla 4.3. Fuerza de disparo para distintos puntos sobre el ecuador de la esfera.

φ	φ_0	F (N)	φ	φ_0	F (N)
300	0	0.153629	120	120	0.074398
310	0	0.115743	130	120	0.075546
320	0	0.097120	140	120	0.079173
330	0	0.085908	150	120	0.085908
340	0	0.079173	160	120	0.097120
350	0	0.075546	170	120	0.115743
0	0	0.074398	180	240	0.153629
10	0	0.075546	190	240	0.115743
20	0	0.079173	200	240	0.097120
30	0	0.085908	210	240	0.085908
40	0	0.097120	220	240	0.079173
50	0	0.115743	230	240	0.075546
60	120	0.153629	240	240	0.074398
70	120	0.115743	250	240	0.075546
80	120	0.097120	260	240	0.079173
90	120	0.085908	270	240	0.085908
100	120	0.079173	280	240	0.097120
110	120	0.075546	290	240	0.115743

Al graficar estos valores, se conforman lo que se conoce en la literatura como “lóbulos” (del inglés “lobbes”), cuyo comportamiento se denomina “lobbing effect”, que corresponde a la variación de la fuerza de disparo describiendo 3 lóbulos simétricos, como se observa en la Fig. 4.3 [33].

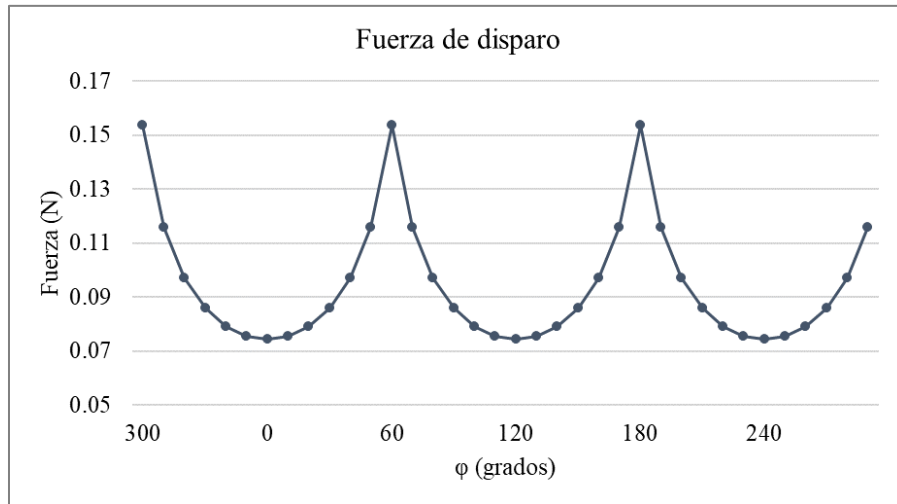


Figura 4.4 Fuerza de disparo vs posición angular sobre el ecuador de la esfera del palpador.

4.2 Resultados de las simulaciones

Contando con los parámetros necesarios, se realiza la simulación del mecanismo, aplicando la fuerza calculada en la sección 2.2.3 según corresponda a la posición polar sobre el ecuador de la esfera del palpador.

Después se registra el desplazamiento del centro de la esfera, cuyo valor corresponde al error sistemático de pre-desplazamiento. Las simulaciones se llevaron a cabo para distintas condiciones del mecanismo, las cuales se describen en las siguientes secciones.

4.2.1 Efecto de la variación del punto de contacto sobre el ecuador

En la Fig. 4.5 se muestra el error sistemático para los puntos de aplicación de la fuerza baja y alta (ver sección 2.2.2), correspondientes a 0° y 60° , respectivamente. En la Fig. 4.6 se muestran de manera esquemática los vectores de fuerza al ser aplicados en los puntos de contacto hasta completar media revolución (180°) sobre el ecuador de la esfera, con incrementos de 10° .

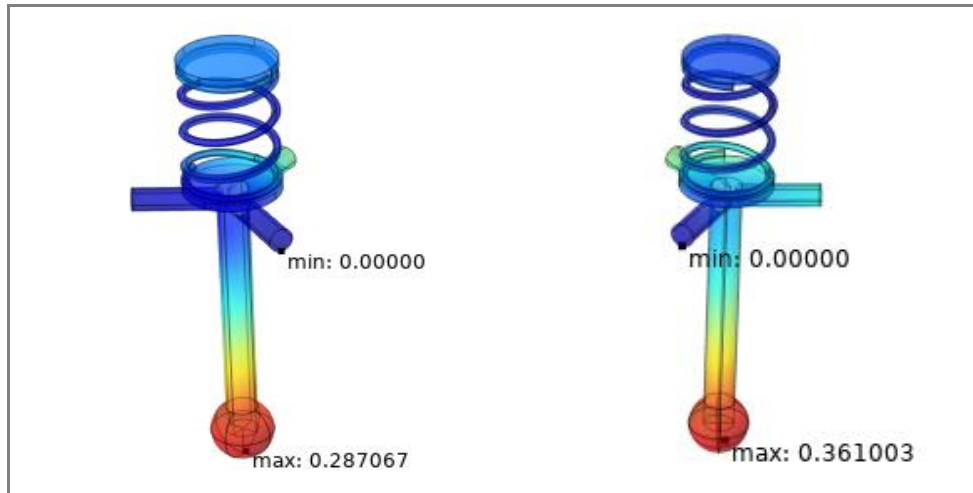


Figura 4.5 Simulación del mecanismo para fuerza baja (izquierda) y fuerza alta (derecha).

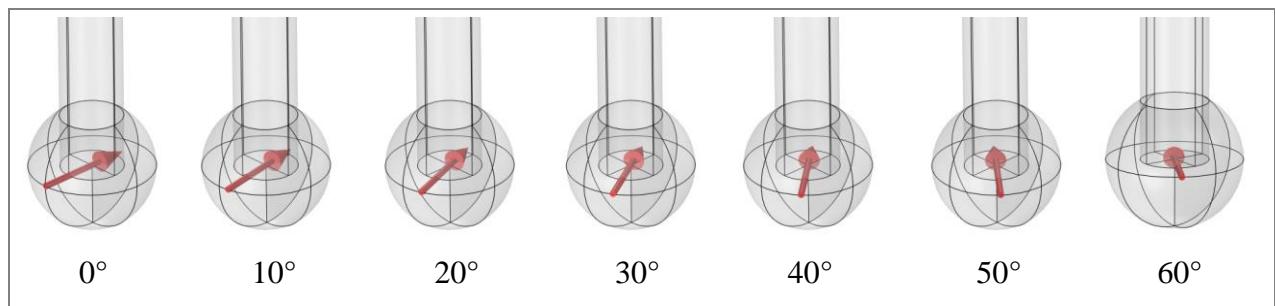


Figura 4.6 Vistas de la posición de las fuerzas aplicadas.

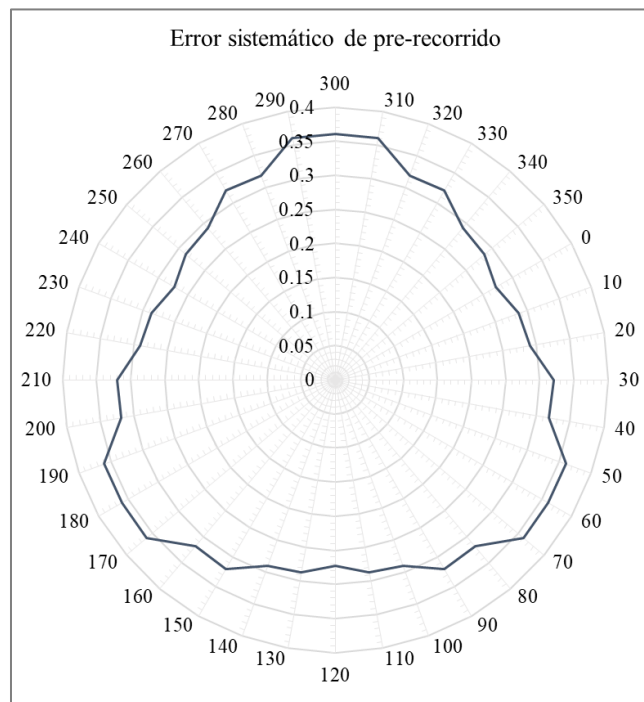


Figura 4.7 Gráfica del error sistemático de pre-desplazamiento de la sonda para el plano X-Y.

Al cambiar la posición del punto de aplicación de la fuerza de disparo a lo largo del ecuador de la esfera, se comprueba la característica de anisotropía, la cual se distribuye de forma triangular en el plano perpendicular al palpador, como se muestra en la Fig. 4.7.

4.2.2 Efecto de la variación de la longitud del vástago

Como segundo factor de interés, se analizó el impacto en el error de pre-desplazamiento producido por cambios en la longitud del vástago del palpador (ver Fig. 13). Las simulaciones se realizaron con incrementos de 5 mm, obteniendo los resultados que se aprecian en la Fig. 4.8.

Como se estableció en Bohan et al. [20], las dimensiones del palpador son factores que influyen en el pre-desplazamiento, y su relación se presenta como una función de una potencia: cuanto más largo y sea el palpador, mayor será el pre-desplazamiento, y esto corresponde a una relación cúbica entre el error de pre-desplazamiento y la longitud del vástago, como se aprecia en la figura.

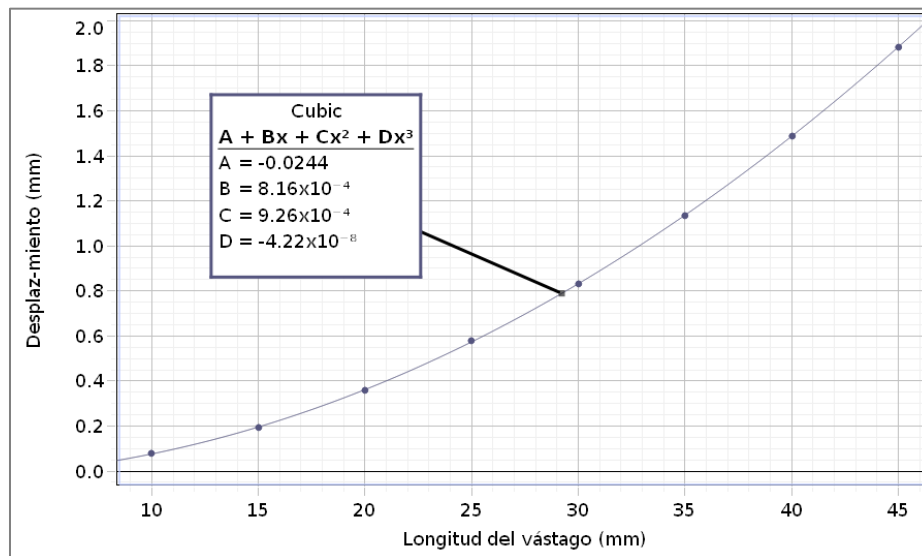


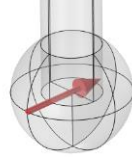
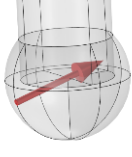
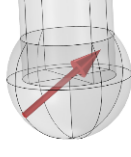
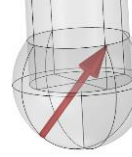
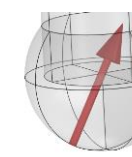
Figura 4.8 Comportamiento del error de pre-desplazamiento respecto a la longitud del vástago

4.2.3 Efecto de la variación de la latitud del punto de contacto

Se llevaron a cabo simulaciones en las cuales se cambió la latitud del punto de aplicación de la fuerza. El arco de la esfera tomado como referencia para las pruebas se dividió en 6 segmentos, de modo que se realizaron simulaciones para latitudes con incrementos de 10°.

comenzando en 90° y llegando hasta una posición de 30°, puesto que la ecuación de Estler et al. para la fuerza de disparo ya no es válida para ángulos menores a 11° [14].

Tabla 4.4 Resultados del error de pre-desplazamiento al variar la latitud

					
Latitud	90°	75°	60°	45°	30°
Error (mm)	0.4782	0.4743	0.4151	0.3559	0.2961

Los resultados se muestran en la Tabla 4.5, a partir de los cuales se verifica que:

$$\delta_a > \delta_b > \delta_c > \delta_d > \delta_e$$

Por tanto, se identifica que el pre-desplazamiento es mayor en el ecuador y disminuye conforme el punto de aplicación se desplaza hacia el polo inferior de la punta del palpador.

4.3 Validación del comportamiento del error de pre-desplazamiento en función de la longitud del palpador

Mediante la variación de la longitud que ocurre conforme se incrementa la longitud del palpador, es posible estimar el error de pre-desplazamiento (δ) de la sonda en el plano X-Y. Para esto, se obtiene la diferencia calculada entre la longitud medida (L_m) y una longitud de referencia (L_r), que en este caso se utilizó la longitud nominal del bloque (ver Fig. 4.9).

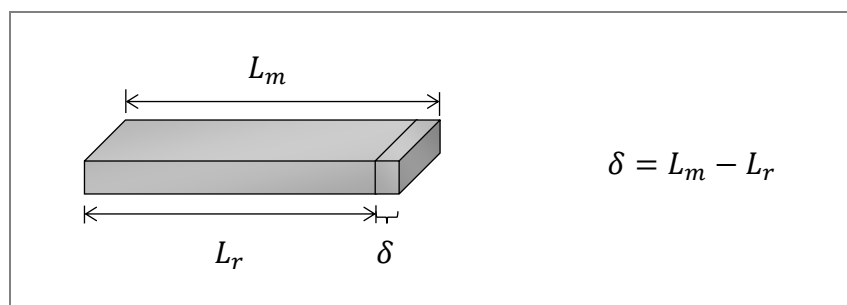


Figura 4.9 Representación esquemática y cálculo del error de pre-desplazamiento

Este procedimiento puede realizarse para cualquier conjunto de pruebas que mantengan las condiciones de mismo diámetro de punta y misma longitud del bloque. En otras palabras, se elige un renglón de alguna de las tablas de la Fig. 5.1, se calcula el pre-desplazamiento para cada extensión y se ajusta la función para los valores obtenidos. En la Fig. 4.10 se muestran ejemplos para un bloque patrón de cada grupo de pruebas con el mismo diámetro de punta.

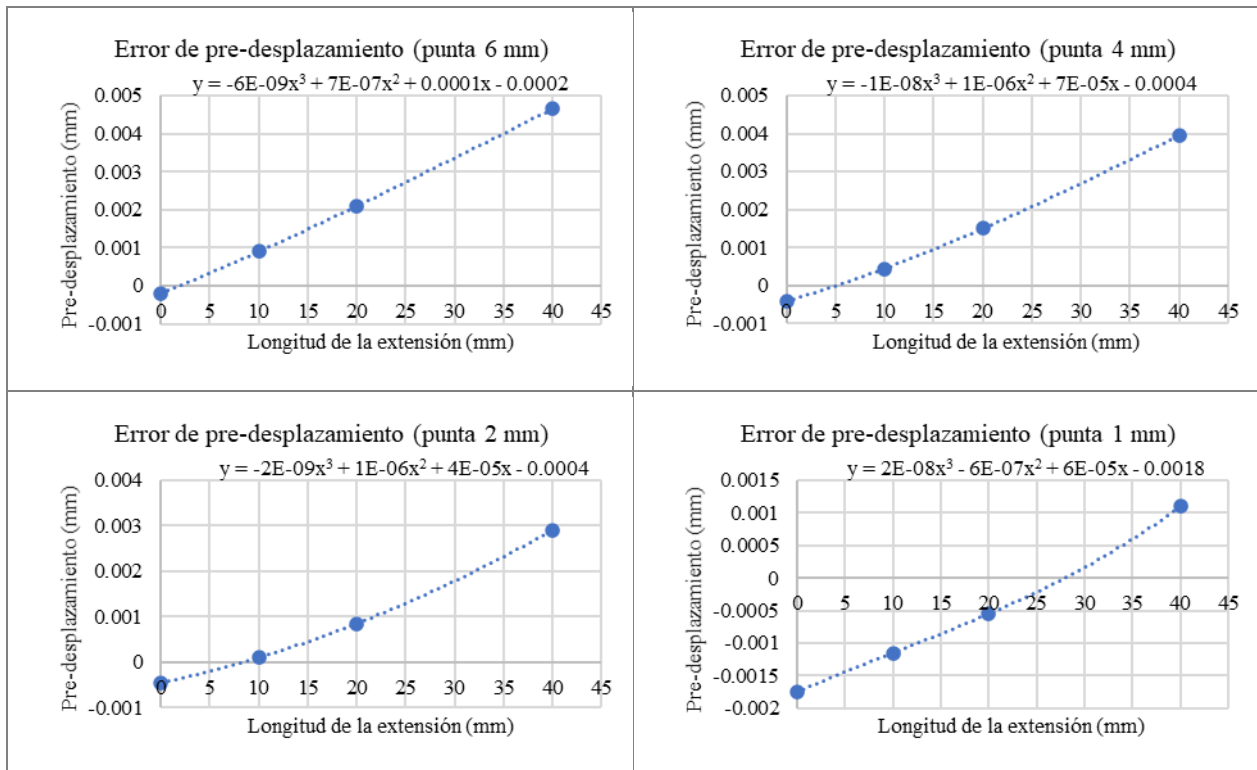


Figura 4.10. Comportamiento del error de pre-desplazamiento experimental en función de la longitud del palpador.

Mediante los resultados, se comprueba la relación obtenida previamente mediante la simulación realizada en el software COMSOL 5.6, donde el error de pre-desplazamiento aumenta en una relación de tercer grado respecto a la longitud del palpador, lo cual concuerda con lo afirmado desarrollado por Bohan et al. [20] y Estler et al. [14], quienes atribuyen la función cúbica a la deflexión del palpador.

Capítulo 5. Análisis y discusión de resultados

El análisis de los resultados mediante DOE se estructura de acuerdo con la organización en dos fases de investigación. La primera corresponde al análisis de los factores estudiados en las pruebas realizadas con bloques patrón, bajo el diseño en cuadro latino (sección 3.2.2), en donde se consideraron la longitud del bloque, diámetro y longitud del palpador.

En la segunda fase, se analizan los resultados obtenidos a través de las pruebas llevadas a cabo sobre superficies rugosas, bajo el diseño robusto de parámetros (sección 3.3), en donde se consideraron dos estudios con distinto enfoque y cantidad de niveles para los factores. En las siguientes secciones se presentan los análisis para cada una de las fases de investigación.

5.1 Análisis del diseño experimental en bloques patrón

Los resultados de la experimentación se muestran en las tablas de la Fig, 5.1, la cual contiene la media de cada una de las mediciones de longitud, considerando las réplicas.

Punta diámetro 6 mm				Punta diámetro 2 mm			
Sin extensión	Extensión 10 mm	Extensión 20 mm	Extensión 40 mm	Sin extensión	Extensión 10 mm	Extensión 20 mm	Extensión 40 mm
20.0017	20.0001	19.9968	19.9921	20.0052	20.0039	20.0024	19.9977
3.0004	2.9982	2.9958	2.9907	3.0007	2.9990	2.9975	2.9929
6.0006	5.9988	5.9968	5.9904	6.0009	5.9998	5.9983	5.9942
60.0033	60.0015	59.9970	59.9928	60.0028	60.0002	59.9996	59.9936
Punta diámetro 4 mm (máster)				Punta diámetro 1 mm			
Sin extensión	Extensión 10 mm	Extensión 20 mm	Extensión 40 mm	Sin extensión	Extensión 10 mm	Extensión 20 mm	Extensión 40 mm
20.0008	19.9991	19.9970	19.9921	20.0028	20.0019	20.0005	19.9960
2.9998	2.9982	2.9957	2.9905	3.0027	3.0010	2.9996	2.9958
6.0005	5.9986	5.9967	5.9909	6.0021	6.0009	6.0001	5.9955
60.0012	59.9994	59.9988	59.9961	60.0035	60.0023	60.0011	59.9978

Figura 5.1 Resultados de las pruebas de variación de longitud y diámetro del palpador (mm).

De acuerdo con la información extraída de los resultados obtenidos, se realizaron los análisis descritos en las siguientes secciones. Retomando lo establecido en la sección 3.2.2, como variables de respuesta se analizaron tres casos: la media de la longitud medida, la desviación estándar de las réplicas y la incertidumbre combinada.

5.1.1 Análisis basado en la media de la longitud del bloque

El análisis de la media se considera importante para mostrar los factores que más afectan a la medición de la longitud en términos del cambio que provocan en la respuesta media y verificar si existe algún sesgo [7]. Además, por medio de este análisis es posible determinar la solidez de la MMC en términos de rendimiento medio en toda la gama de niveles de factores del experimento. En la Tabla 5.1 se observan las medias de las unidades experimentales

Tabla 5.1 Diseño en cuadro latino para la longitud media del bloque.

Bloque	Extensión			
	0	10	20	40
3	2.9998	3.0010	2.9958	2.9929
6	6.0009	5.9986	6.0001	5.9904
20	20.0017	20.0039	19.9970	19.9960
60	60.0035	60.0015	59.9996	59.9961

Análisis de varianza. El ANOVA obtenido se muestra en la Tabla 5.2, en el cual se aprecia que existen diferencias entre los bloques y entre las extensiones, a un nivel de confiabilidad del 95% ($\alpha = 0.05$). Además, no hay evidencia suficiente para afirmar que el diámetro de la punta presente un efecto significativo, puesto que su correspondiente valor-p es mayor que 0.05 [27].

Después, se obtiene el gráfico de efectos principales de las longitudes medias de los bloques (ver Fig. 5.2), el cual proporciona una comparación gráfica de las medias en los niveles bajos y altos de cada factor. Una comparación visual de las pendientes indica cuáles factores pueden tener un efecto estadísticamente significativo en la respuesta medida [7].

Tabla 5.2 ANOVA para la longitud media del bloque.

Factor	DOF	Suma de cuadrados	Cuadrado medio	Valor-f	Valor-p
Bloque	3	8259.79	2753.26	1.41507E+09	0.0000
Extensión	3	0.000152248	0.000050749	26.08	0.0008
Punta	3	0.000019925	0.000006642	3.41	0.0937
Error	6	0.000011674	0.000001946		
Total	15	8259.79			
$R^2 \approx 100 \%$			$R_{aj}^2 \approx 100 \%$		

El efecto principal de un factor específico es simplemente la diferencia en la respuesta media comparando cada uno de sus niveles. En primera instancia, de la Fig. 5.2 se desprende que sólo la longitud del bloque afecta al diámetro medio. Está claro que las piezas de diferentes tamaños tendrán diferentes longitudes medias.

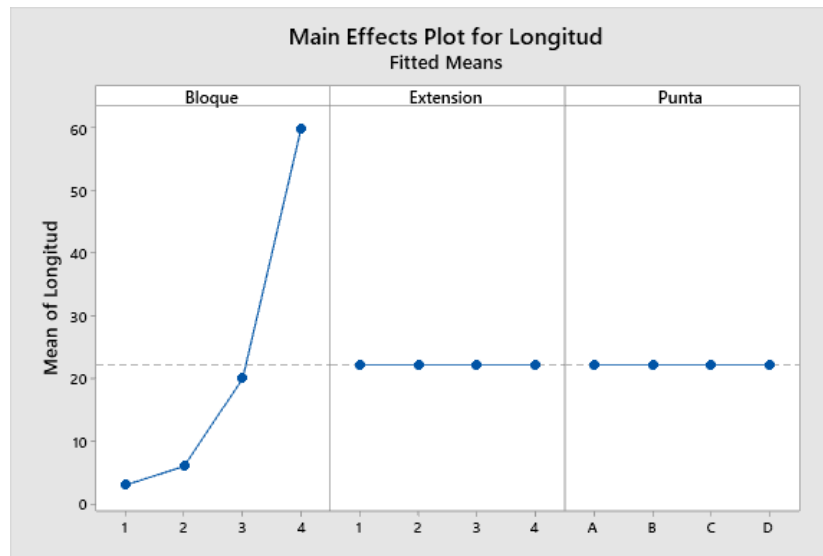


Figura 5.2 Gráficas de efectos principales para la longitud media

Sin embargo, cuando se reajusta la escala de la longitud media, se aprecia el efecto principal de la extensión y el diámetro de la punta (ver Fig. 5.3). El primero, como se indica en el análisis de varianza, tiene una influencia tal que cuanto más larga es la extensión, menor es la media de la longitud. Mientras que, para el diámetro de la punta, si bien se observa una ligera variación, esta no es estadísticamente significativa, lo que sugiere la solidez de la MMC con respecto a este factor.

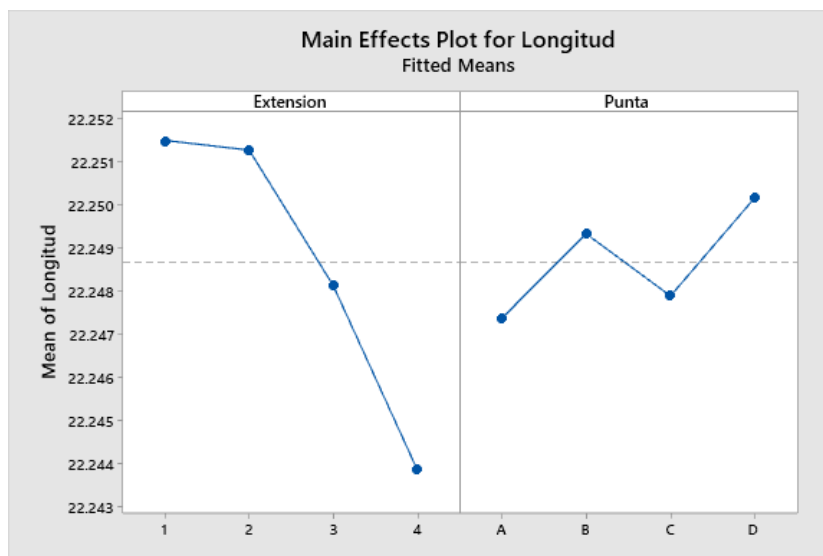


Figura 5.3. Gráficas de efectos principales para la longitud media, restringida a dos factores

Modelo de regresión. El modelo de regresión ajustado que describe el comportamiento de la longitud media se compone de los factores identificados que presentan un efecto significativo, y está dado por la siguiente expresión:

$$\begin{aligned}
 \text{Longitud} \approx & 22.2487 - 19.2513 \text{ Bloque}_1 - 16.2512 \text{ Bloque}_2 - 2.24902 \text{ Bloque}_3 \\
 & + 37.7515 \text{ Bloque}_4 + 0.002802 \text{ Extension}_1 + 0.002578 \text{ Extension}_2 \\
 & - 0.000557 \text{ Extension}_3 - 0.004823 \text{ Extension}_4 \quad (\text{mm})
 \end{aligned}$$

Comparación mediante LSD. Con base en el método LSD (ver sección 2.5.2.1) se identifican cuáles extensiones son diferentes entre sí para la respuesta media de la longitud del bloque, obteniendo los resultados mostrados en la tabla 5.3, donde las celdas con “X” en la misma columna del apartado “grupo” significan que las extensiones son estadísticamente iguales entre sí.

Tabla 5.3 Resultados de la prueba LSD en la longitud media del bloque para el factor extensión.

Extension	N	Media	Grupo		
1	4	22.2515	X		
2	4	22.2512	X		
3	4	22.2481		X	
4	4	22.2438			X

En este caso, no existe diferencia entre la ausencia de extensión y la extensión más corta (10 mm), mientras que las extensiones de 20 y 40 mm son distintas del resto (cada una), de modo que su uso repercute en obtener una longitud ligeramente menor, coincidiendo con lo esperado a partir del error sistemático de la sonda, el cual predice que los planos para la medición de longitud están más cercanos entre sí conforme la longitud del palpador aumenta.

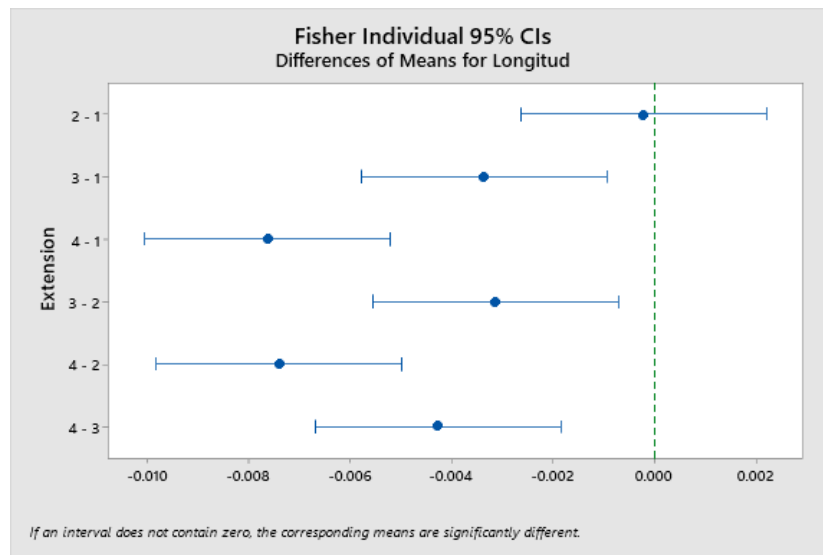


Figura 5.4 Gráfica de medias de la longitud media del bloque para el factor extensión.

De manera gráfica, en la figura 5.4 se aprecia la comparativa de medias, de forma que cada pareja de extensiones corresponde a un intervalo (línea de acotamiento azul), y aquellos intervalos que cruzan la línea vertical discontinua (alineada con cero) son parejas estadísticamente iguales, lo cual cumplen las parejas de extensiones en los niveles 1 y 2.

5.1.2 Análisis basado en la desviación estándar de la longitud

Este análisis se considera el de mayor interés, puesto que la variable de respuesta es una medida de la repetibilidad de la máquina, y está asociada a una de las componentes de incertidumbre de la máquina. En la Tabla 5.4 se muestran los valores de desviación estándar en unidades de μm para las unidades experimentales del diseño.

Tabla 5.4 Diseño en cuadro latino para la desviación estándar.

Bloque	Extensión			
	0	10	20	40
3	0.246225	0.302162	0.278205	0.338883
6	0.284990	0.262371	0.319498	0.304723
20	0.251374	0.287519	0.293762	0.326075
60	0.292571	0.255522	0.291514	0.326490

Análisis de varianza. El ANOVA resultante se muestra en la Tabla 5.5, donde se aprecia que existen diferencias entre las extensiones y entre los distintos diámetros de punta utilizados, a un nivel de significancia de $\alpha = 0.05$.

Tabla 5.5 ANOVA para la desviación estándar.

Factor	DOF	Suma de cuadrados	Cuadrado medio	Valor-f	Valor-p
Bloque	3	0.000021	0.000007	0.04	0.9879
Extensión	3	0.007224	0.002408	14.17	0.0039
Punta	3	0.003516	0.001172	6.90	0.0227
Error	6	0.001020	0.000170		
Total	15	0.011781			
$R^2 = 91.34 \%$			$R_{aj}^2 = 78.36 \%$		

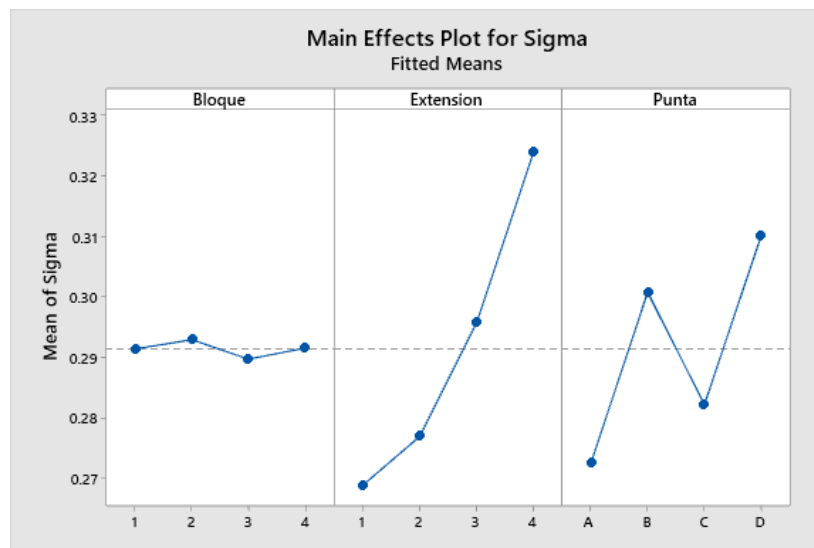


Figura 5.5. Gráficas de efectos principales para la desviación estándar

Además, no hay evidencia suficiente para concluir que la longitud del bloque tiene un efecto significativo, puesto que su valor-p obtenido es mayor que 0.05. La Fig. 5.5 es el correspondiente gráfico de efectos principales para la desviación estándar de la longitud del bloque patrón.

Como se puede apreciar, cuanto más larga es la extensión, aumenta la desviación estándar de la longitud, situándose la media entre las extensiones de 10 y 20 mm. Por su parte, las puntas de 4 y 6 mm se encuentran por debajo de la media, mientras que las puntas de 1 y 2 mm superan la media de la desviación.

Modelo de regresión. El modelo de regresión ajustado que describe el comportamiento de la desviación estándar se compone de los factores identificados que presentan un efecto significativo, el cual queda establecido mediante la siguiente expresión:

$$\begin{aligned}
 \text{Desviación} & & & 0.29137 - 0.02258 \textit{Extension}_1 - 0.01447 \textit{Extension}_2 \\
 \text{estándar} & \approx & & + 0.00438 \textit{Extension}_3 + 0.03268 \textit{Extension}_4 - 0.01891 \textit{Punta}_A \\
 & & & + 0.00936 \textit{Punta}_B - 0.00916 \textit{Punta}_C + 0.01871 \textit{Punta}_D \quad (\mu\text{m})
 \end{aligned}$$

Comparación mediante LSD. Con base en el método LSD se identifican cuáles extensiones son diferentes entre sí para la desviación estándar de la longitud media del bloque, obteniendo los resultados mostrados en la Tabla 5.6. En esta ocasión existen dos parejas que estadísticamente proporcionan la misma desviación, esto es, las parejas 2-3 y 1-2. La extensión mayor (nivel 4, 30 mm) tiene mayor incidencia en la repetibilidad de la MMC, en comparación con el resto.

Tabla 5.6 Resultados de la prueba LSD en la desviación estándar de la longitud del bloque para el factor extensión.

Extension	N	Media	Grupo		
4	4	0.324043	X		
3	4	0.295745		X	
2	4	0.276893		X	X
1	4	0.268790			X

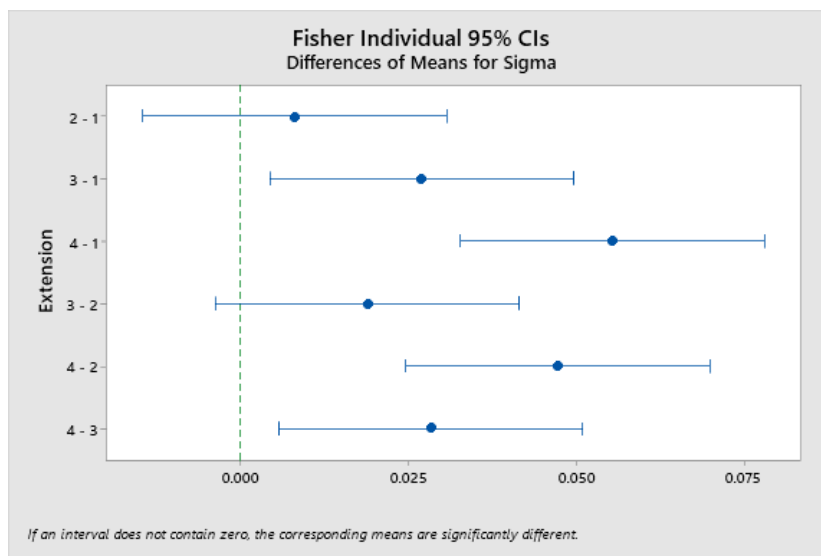


Figura 5.6 Gráfica de medias de la desviación estándar de la longitud del bloque para el factor extensión.

De manera gráfica, en la Figura 5.6 se aprecia la comparativa de medias, donde los intervalos para las parejas 1-2 y 2-3 contienen el cero, confirmando lo señalado anteriormente. Continuando con la comparación, ahora para el factor diámetro de punta (ver Tabla 5.7 y Fig. 5.7) se presentan tres parejas, donde cada una se considera estadísticamente igual.

Tabla 5.7 Resultados de la prueba LSD en la desviación estándar de la longitud del bloque para el factor diámetro de punta.

Extension	N	Media	Grupo		
D	4	0.310077	X		
B	4	0.300726	X	X	
C	4	0.282212		X	X
A	4	0.272456			X

Las parejas se conformaron de forma que se agruparon los valores de niveles consecutivos, esto es, la punta de 1 mm (D) con la punta de 2 mm (B), después la punta de 2 mm con la de 4 mm (C), y finalmente las puntas más grandes, 4 mm con 6 mm (A). de este modo, es posible afirmar la existencia de 3 grupos: los diámetros menores (1 y 2 mm), intermedios (2 y 4 mm) y mayores (4 y 6 mm), en términos de la repetibilidad de la MMC para la medición de longitud.

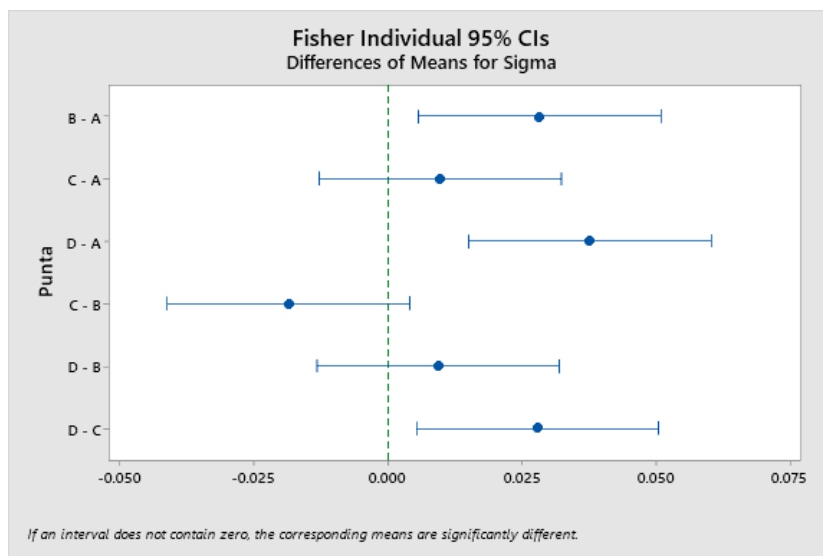


Figura 5.7 Gráfica de medias de la desviación estándar de la longitud del bloque para el factor diámetro de punta.

5.1.3 Análisis basado en la incertidumbre expandida

La estimación de la incertidumbre de la MMC se realizó a partir de las fuentes de incertidumbre indicadas en la Tabla 5.9. Se consideró $k = 2$ para un 95% de confiabilidad y $\Delta T = 1\text{ }^{\circ}\text{C}$, ya que fue la variación máxima de temperatura en el espacio de trabajo. La Tabla 5.6 muestra el arreglo en cuadro latino con las incertidumbres expandidas calculadas para las unidades experimentales.

Tabla 5.8 Diseño en cuadro latino para la incertidumbre expandida de la MMC.

Bloque	Extensión			
	0	10	20	40
3	0.343560	0.360976	0.353189	0.373791
6	0.355346	0.348308	0.366899	0.361837
20	0.345057	0.356168	0.358200	0.369214
60	0.357877	0.346343	0.357531	0.369425

Análisis de varianza. El ANOVA resultante se muestra en la Tabla 5.10. Se observa que existen diferencias entre las extensiones y entre los diámetros de punta utilizados. Además, no la longitud del bloque no tiene un efecto significativo sobre la incertidumbre, puesto que su correspondiente valor-p es mayor que 0.05, aunque se acerca más a este valor en comparación con el análisis de la desviación estándar.

Tabla 5.9 Fuentes de incertidumbre que contribuyen a la incertidumbre expandida de la MMC.

Contribución	Fuente	Definición
u_{rep}	Incertidumbre por repetibilidad	$\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ (μm)
$u_{\Delta T}$	Incertidumbre debida a la temperatura	$\frac{L \alpha \Delta T}{\sqrt{3}}$ (μm)
u_{bp}	Incertidumbre del bloque patrón	$\frac{DM}{2} + \frac{0.06 + \frac{0.5L}{1000}}{k}$ (μm)
u_{esf}	Incertidumbre de la esfera de calibración	$\pm 0.15 \mu m$
u_{MMC}	Incertidumbre de calibración de la MMC	$\frac{0.1 + L/818}{k}$ (μm)
u_{pun}	Incertidumbre de la punta de palpado	$\pm 0.0004 \mu m$
u_c	Incertidumbre combinada	$\sqrt{u_{rep}^2 + u_{bp}^2 + u_{esf}^2 + u_{\Delta T}^2 + u_{MMC}^2 + u_{pun}^2}$
U	Incertidumbre expandida	kU

Donde:

σ es la desviación estándar de la longitud medida

L es la longitud nominal del bloque patrón

DM es la desviación máxima del bloque patrón

k es el factor de cobertura

α es el coeficiente de dilatación térmica del acero, a 20 °C es de $10.8 \times 10^{-6} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$

ΔT es el cambio en la temperatura

Tabla 5.10 ANOVA para la incertidumbre expandida de la MMC.

Factor	DOF	Suma de cuadrados	Cuadrado medio	Valor-f	Valor-p
Bloque	3	0.000001947	0.000000649	0.0375	0.9893
Extensión	3	0.000778575	0.000259525	15.0135	0.0034
Punta	3	0.000362692	0.000120897	6.9939	0.0219
Error	6	0.000103717	0.000017286		
Total	15	0.001246931			
$R^2 = 91.68 \%$			$R_{aj}^2 = 79.21 \%$		

El gráfico de interacción se presenta nuevamente para los tres factores en consideración (ver Fig. 5.8). El gráfico es en mayor parte similar al presentado en el análisis anterior, sugiriendo que una extensión más larga produce una mayor incertidumbre expandida. En el caso del diámetro de la punta, se mantiene que las puntas de mayor diámetro tienden a reducir la incertidumbre, mientras que las puntas pequeñas tienden a incrementarla.

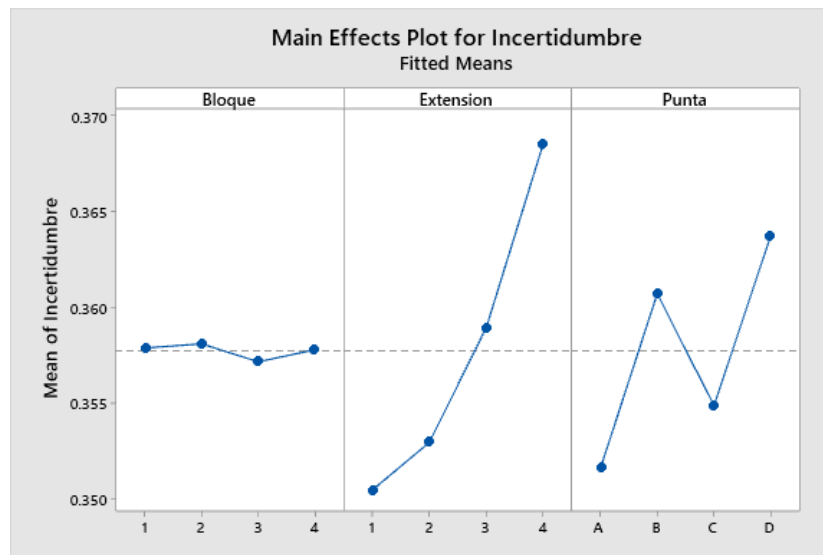


Figura 5.8. Gráficas de efectos principales para la incertidumbre expandida

Durante el proceso de cálculo, se deduce que la influencia del factor longitud del bloque creció debido a que la incertidumbre expandida integra la incertidumbre del bloque (u_{bp}), la cual aumenta conforme incrementa la longitud del bloque, aunque estadísticamente su influencia continúa siendo no significativa. Además, el bloque de 60 mm presenta la mayor desviación de los cuatro bloques utilizados.

Modelo de regresión. El modelo de regresión ajustado que describe el comportamiento de la incertidumbre estimada para la MMC se compone de los factores identificados que presentan un efecto significativo, y corresponde a la siguiente expresión:

$$\begin{aligned}
 \text{Incertidumbre} \approx & 0.35773 - 0.00727 \text{ Extension}_1 - 0.00478 \text{ Extension}_2 \\
 & + 0.00122 \text{ Extension}_3 + 0.01083 \text{ Extension}_4 - 0.00613 \text{ Punta}_A \\
 & + 0.00298 \text{ Punta}_B - 0.00286 \text{ Punta}_C + 0.00601 \text{ Punta}_D \quad (\mu\text{m})
 \end{aligned}$$

Comparación mediante LSD. Con base en la Tabla 5.11, se mantienen las mismas parejas que en el análisis anterior, correspondiendo a 2-3 y 1-2, mientras que la extensión mayor (nivel 4, 30 mm) tiene mayor incidencia en la incertidumbre expandida de la MMC, en comparación con las demás, convirtiéndose en la extensión con menor confiabilidad de las disponibles.

Tabla 5.11 Resultados de la prueba LSD en la incertidumbre expandida de la MMC para el factor extensión.

Extension	N	Media	Grupo		
4	4	0.368567	X		
3	4	0.358955		X	
2	4	0.352949		X	X
1	4	0.350460			X

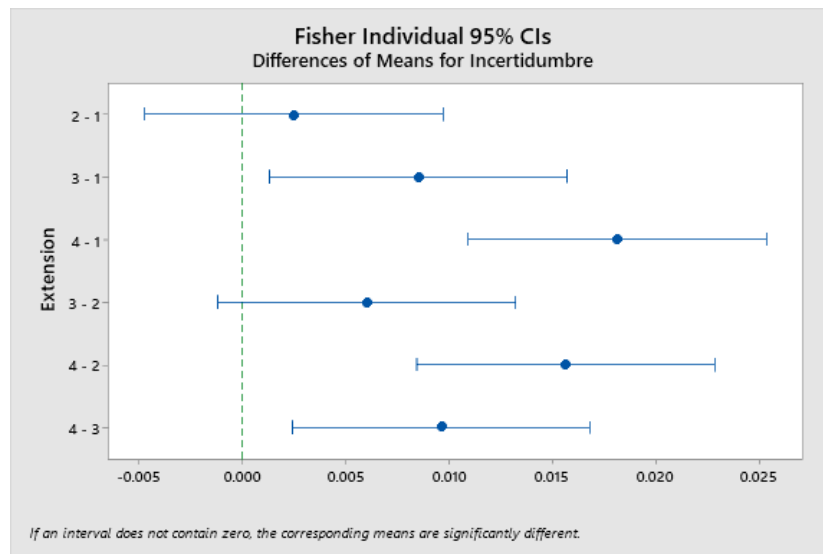


Figura 5.9 Gráfica de medias de la incertidumbre expandida de la MMC para el factor extensión.

De manera gráfica, en la Figura 5.9 se aprecia la comparativa de medias, donde los intervalos para las parejas 1-2 y 2-3 contienen el cero, respaldando nuevamente lo expuesto. Continuando con la comparación, con el factor diámetro de punta (ver Tabla 5.12 y Fig. 5.10) se mantienen de nueva cuenta las tres parejas estadísticamente iguales, como en el análisis previo.

Tabla 5.12 Resultados de la prueba LSD en la incertidumbre expandida de la MMC para el factor diámetro de punta.

Extension	N	Media	Grupo		
D	4	0.363742	X		
B	4	0.360709	X	X	
C	4	0.354874		X	X
A	4	0.351606			X

En las parejas se agrupan los valores de niveles consecutivos, es decir, los diámetros menores (1 y 2 mm), intermedios (2 y 4 mm) y mayores (4 y 6 mm), que por parejas resultan en aproximaciones iguales de repetibilidad de la MMC para la medición de longitud.

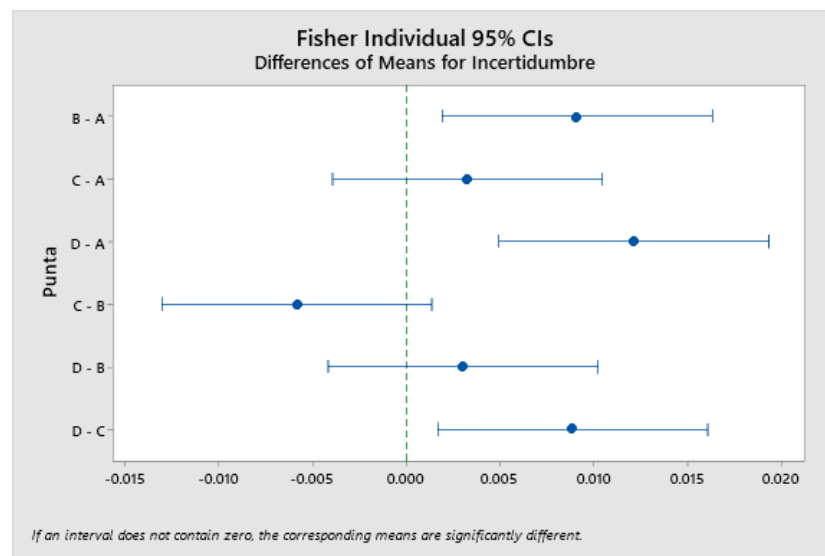


Figura 5.10 Gráfica de medias de la incertidumbre expandida de la MMC para el factor diámetro de punta.

5.2 Análisis del diseño experimental en superficies rugosas para factores en dos niveles

El análisis de esta fase toma como variables de respuesta la media y la desviación estándar de la planicidad de la superficie, siendo la desviación estándar el indicador directo de la incertidumbre, ya que en este caso no es posible realizar una estimación de la incertidumbre combinada, dado que el mensurando no ha sido calibrado. A continuación, se realizan los análisis de los resultados obtenidos de los diseños robustos.

5.2.1 Análisis basado en la media de la planicidad

Retomando lo expuesto en la sección 3.3.1, al realizar el análisis de la media se pueden asumir distintas posturas, derivadas de la propia metodología Taguchi, puesto que queda a elección propia el comportamiento deseado para la respuesta, en este caso la media de la planicidad. En este análisis en particular, se asumió una postura neutral o conservadora, por lo que se planteó que la media se aproxime a su valor nominal.

De acuerdo con la metodología Taguchi, existen dos tipos de razón señal/ruido (S/R) para el estadístico de valor nominal, el tipo I y II (ver Tabla 2.5). Para determinar cuál tipo es el más apropiado, en primera instancia se realiza el gráfico de desviación estándar vs la media, el cual se muestra en la Fig. 5.11.

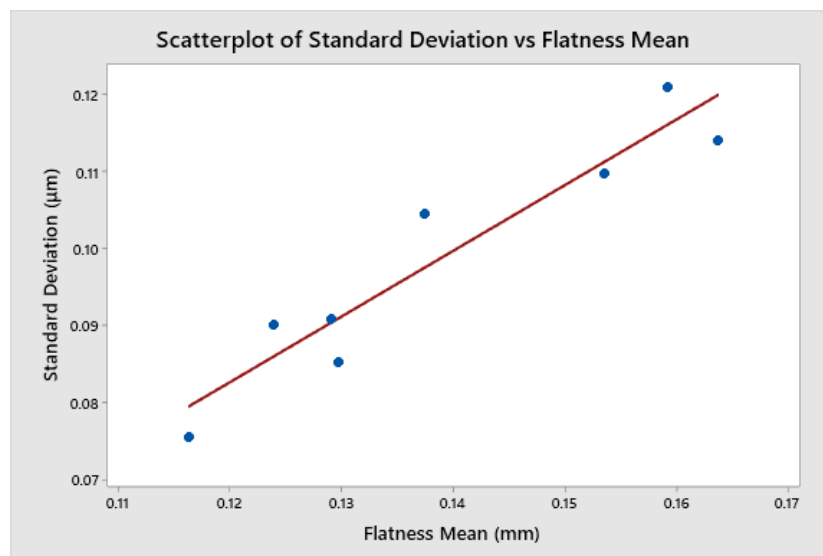


Figura 5.11 Gráfica de desviación estándar vs respuesta media de la planicidad.

Por medio de la gráfica se aprecia que la media y la desviación estándar tienen una relación lineal, es decir, conforme aumenta la planicidad su incertidumbre por repetibilidad también lo hace. Esta es una condición presente en el estadístico del tipo I. Adicionalmente, se cumple otra condición, la cual señala que este estadístico se utiliza para respuestas no negativas que van de cero a infinito, y esto aplica en este caso, ya que el valor de la planicidad solo puede ser positivo [27].

Por estas razones, se decide utilizar el estadístico del tipo I para el cálculo de la relación señal a ruido (ver Fig. 5.12). Con base en lo anterior, en la Tabla 5.13 se muestran los resultados del diseño experimental con arreglo externo e interno para la media de la planicidad. Se incluyen en las tres últimas columnas los valores de la media, la relación S/R y la desviación estándar de las réplicas.

Tipo de característica	Razón S/R
Su valor nominal es lo mejor (tipo I)	$10 \log \left(\frac{\bar{Y}^2}{S^2} \right)$

Figura 5.12 Relación S/R para la media de la planicidad de factores en dos niveles.

Tabla 5.13 Resultados de la planicidad media para el diseño en dos niveles.

Extensión	Punta	Puntos	Escaneo				Media	Desviación estándar	Razón S/R
			1	2	1	2			
			Rugosidad		1	2			
			(mm)	(mm)	(mm)	(mm)			
1	1	1	0.0583	0.0585	0.2480	0.2494	0.1535	0.1098	2.9095
1	1	2	0.0649	0.0647	0.2624	0.2627	0.1637	0.1142	3.1299
1	2	1	0.0532	0.0486	0.1798	0.1834	0.1163	0.0755	3.7497
1	2	2	0.0557	0.0561	0.2044	0.2024	0.1296	0.0852	3.6509
2	1	1	0.0471	0.0467	0.2249	0.2261	0.1374	0.1046	2.3683
2	1	2	0.0544	0.0543	0.2648	0.2635	0.1592	0.1211	2.3747
2	2	1	0.0455	0.0460	0.2018	0.2020	0.1238	0.0901	2.7567
2	2	2	0.0505	0.0500	0.2081	0.2075	0.1290	0.0909	3.0368

Tabla 5.14 ANOVA para la razón S/R de la planicidad.

Factor	DOF	Suma de cuadrados	Cuadrado medio	Valor-f	Valor-p
EXTENSION	1	1.05374	1.05374	70.65	0.0011
PUNTA	1	0.72702	0.72702	48.74	0.0022
PUNTOS	1	0.02083	0.02083	1.40	0.3028
Error residual	4	0.05966	0.01491		
Total	7	1.86125			
$R^2 = 96.79 \%$			$R_{aj}^2 = 94.39 \%$		

Análisis de varianza. El ANOVA resultante para la razón S/R se muestra en la Tabla 5.14 y el ANOVA para la media de la respuesta se muestra en la Tabla 5.15. Se observa que los factores extensión y punta (diámetro) son los que tienen más efecto sobre la razón S/R, por lo que estos impactan más en la variabilidad de la planicidad.

Además, el factor punta tiene efecto sobre la media, de manera que puede utilizarse como factor de ajuste para llevar a la media a su valor nominal. Respecto al factor número de puntos, este no tiene efecto sobre la razón S/R, pero en el caso de la media, está prácticamente en el límite de ser estadísticamente significativo, a un nivel de confianza $\alpha = 0.05$.

Tabla 5.15 ANOVA para la media de la planicidad.

Factor	DOF	Suma de cuadrados	Cuadrado medio	Valor-f	Valor-p
EXTENSION	1	0.000023	0.000023	0.56	0.498
PUNTA	1	0.001658	0.001658	39.63	0.003
PUNTOS	1	0.000319	0.000319	7.62	0.051
Error residual	4	0.000167	0.000042		
Total	7	0.002167			
$R^2 = 92.28 \%$			$R^2_{aj} = 86.49 \%$		

Por tanto, para corroborar la significancia del factor número de puntos, se realiza un mejor ANOVA para los factores de diámetro de punta y número de puntos, el cual se muestra en la Tabla 5.16. Con base en este nuevo análisis, se corrobora que el factor número de puntos si es estadísticamente significativo en el valor de la media de la planicidad.

Tabla 5.16 Mejor ANOVA para la media de la planicidad.

Factor	DOF	Suma de cuadrados	Cuadrado medio	Valor-f	Valor-p
PUNTA	1	0.001658	0.001658	43.50	0.0012
PUNTOS	1	0.000319	0.000319	8.36	0.0341
Error residual	5	0.000191	0.000038		
Total	7	0.002167			
$R^2 = 91.21 \%$			$R^2_{aj} = 87.69 \%$		

Después, de las gráficas de efectos principales (ver Fig. 5.13 y 5.14) se deduce que para maximizar la robustez se recomienda utilizar el factor extensión en su nivel bajo y el factor punta en su nivel alto; este tratamiento hará más robusto al proceso, es decir, menos sensible al efecto de los factores de ruido que se han estudiado.

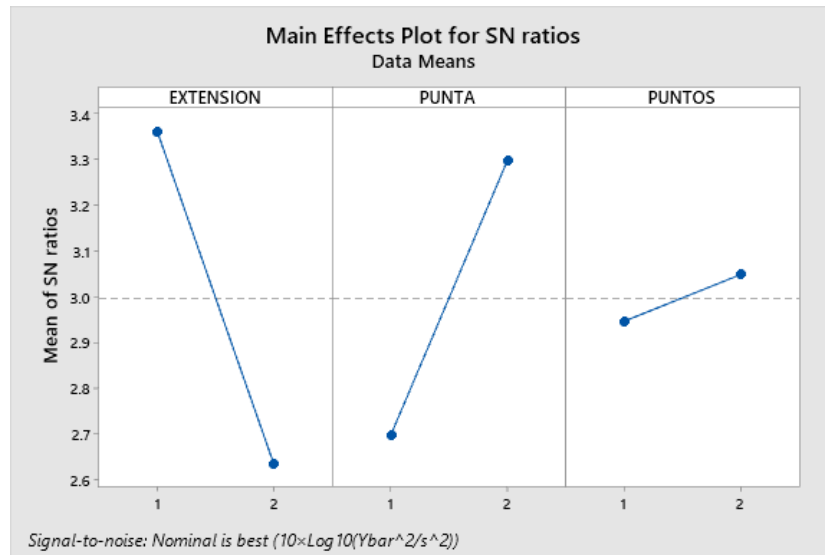


Figura 5.13 Gráficas de efectos principales para la razón S/R de la planicidad.

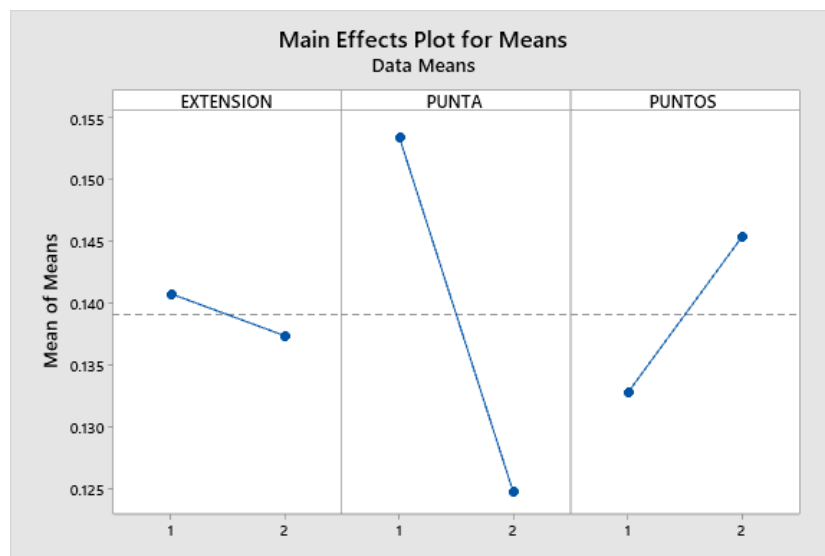


Figura 5.14 Gráficas de efectos principales para la media de la planicidad.

Los niveles extensión = 1 y punta = 2 corresponden a los renglones 3 y 4 del arreglo interno de la Tabla 5.13, y es en estas combinaciones de niveles en las que se observa la menor variación: $\sigma =$

0.0755 mm y $\sigma = 0.0852$ mm, respectivamente. Por consiguiente, para robustecer el proceso de medición de planicidad, se recomienda utilizar el palpador más corto y con el diámetro mayor.

Respecto a los factores de diámetro y cantidad de puntos, como estos se tratan de factores de ajuste, una punta pequeña resulta en mayor planicidad, mientras que la punta más grande reduce el valor de dicha tolerancia. Asimismo, la tendencia de la planicidad es incrementar conforme aumenta el número de puntos, lo cual coincide con los resultados presentados en la sección 3.2.1.

Modelos de regresión. Los modelos de regresión ajustados que describen el comportamiento de la relación S/R y la respuesta media para los factores identificados que presentan un efecto significativo, quedan establecidos en las siguientes expresiones:

$$\text{Razón } S/R \text{ de la planicidad} \approx 2.99706 - 0.30146 \text{ Punta} - 0.05102 \text{ Puntos}$$

$$\text{Respuesta media de la planicidad} \approx 0.139078 + 0.014396 \text{ Punta} - 0.006311 \text{ Puntos (mm)}$$

5.2.2 Análisis basado en la desviación estándar de la planicidad

En este análisis, la variable de respuesta es una medida de la incertidumbre por repetibilidad de la máquina. El estadístico de señal a ruido solo puede corresponder al tipo “más pequeño es mejor”, puesto que se desea encontrar la menor desviación posible, para así disminuir la incertidumbre de la MMC (ver Fig. 5.15). En la Tabla 5.17 se muestran los valores de desviación estándar en unidades de μm para el diseño robusto de factores en dos niveles.

Tipo de característica	Razón S/R
Mientras más pequeña es mejor	$-10 \log \left[\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n Y_i^2 \right]$

Figura 5.15 Relación S/R para la desviación estándar de la planicidad..

Análisis de varianza. El ANOVA resultante para la razón S/R se muestra en la Tabla 5.18 y el ANOVA para la media de la respuesta se muestra en la Tabla 5.19. De ambos ANOVA’s se aprecia

que el número de puntos es el único factor que tiene efecto tanto en la variabilidad de la desviación estándar de la planicidad como en la media de esta.

Tabla 5.17 Resultados de la desviación estándar de la planicidad para el diseño en dos niveles.

Extensión	Punta	Puntos	Escaneo	1	2	1	2	Media	Desviación estándar	Razón S/R
			Rugosidad	1	1	2	2			
1	1	1	(μm)	(μm)	(μm)	(μm)				
1	1	2	0.1414	0.1949	0.4930	0.5683	0.3494	0.2126	8.0688	
1	2	1	0.2915	0.3578	0.7714	0.8746	0.5738	0.2920	4.0533	
1	2	2	0.1304	0.1225	0.2588	0.5805	0.2731	0.2143	9.6257	
1	2	2	0.3082	0.1225	0.9247	0.4393	0.4487	0.3429	5.3835	
2	1	1	0.2302	0.3701	0.4037	0.2588	0.3157	0.0842	9.7881	
2	1	2	0.4438	0.3507	0.6693	0.7190	0.5457	0.1767	4.9316	
2	2	1	0.2950	0.0837	0.2966	0.4817	0.2892	0.1627	9.8506	
2	2	2	0.8548	0.8019	0.5505	0.2408	0.6120	0.2808	3.6284	

Tabla 5.18 ANOVA para la razón S/R de la desviación estándar planicidad.

Factor	DOF	Suma de cuadrados	Cuadrado medio	Valor-f	Valor-p
EXTENSION	1	0.1424	0.1424	0.16	0.7112
PUNTA	1	0.3389	0.3389	0.38	0.5728
PUNTOS	1	46.7368	46.7368	51.88	0.0020
Error residual	4	3.6037	0.9009		
Total	7	50.8219			
$R^2 = 92.91 \%$			$R_{aj}^2 = 87.59 \%$		

Tabla 5.19 ANOVA para la media de la desviación estándar de la planicidad.

Factor	DOF	Suma de cuadrados	Cuadrado medio	Valor-f	Valor-p
EXTENSION	1	0.001732	0.001732	0.54	0.5049
PUNTA	1	0.003271	0.003271	1.01	0.3715
PUNTOS	1	0.113475	0.113475	35.08	0.0041
Error residual	4	0.012939	0.003235		
Total	7	0.131416			
$R^2 = 90.15 \%$			$R_{aj}^2 = 82.77 \%$		

Posteriormente, a partir de las gráficas de efectos principales (ver Fig. 5.16-5.17) se corrobora visualmente lo obtenido mediante el ANOVA. Es estas se deduce que, para maximizar la robustez, así como reducir la desviación estándar, se recomienda utilizar el factor número de puntos en el nivel bajo.

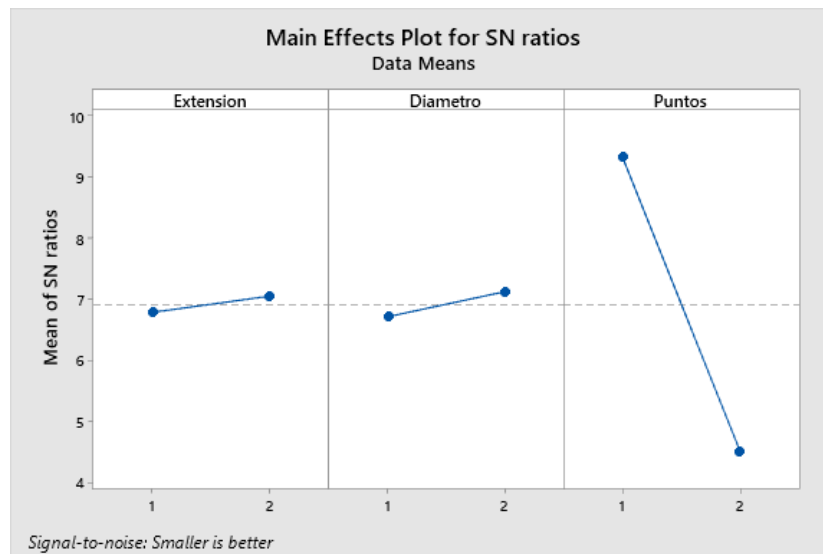


Figura 5.16 Gráficas de efectos principales para la razón S/R de la planicidad

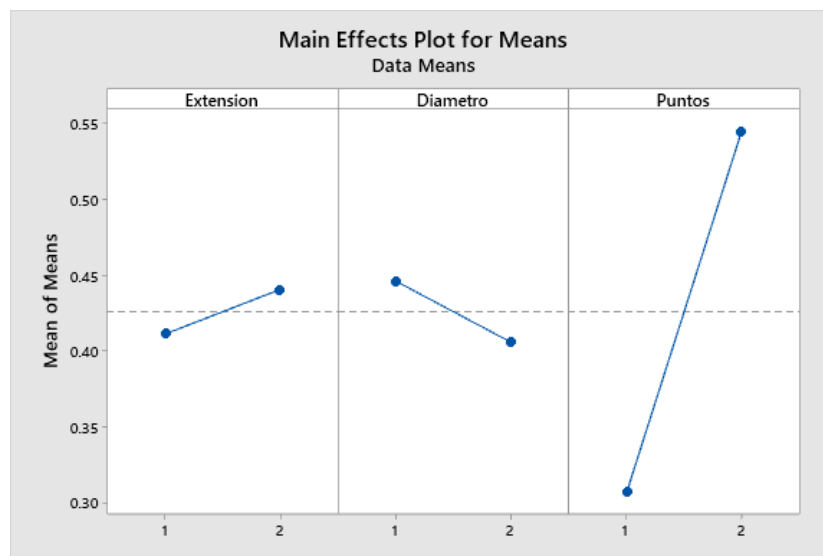


Figura 5.17 Gráficas de efectos principales para la media de la planicidad

Modelos de regresión. Los modelos de regresión ajustados que describen el comportamiento de la relación S/R y la respuesta media quedan expresados en términos del factor número de puntos, mediante las siguientes expresiones:

$$\text{Razón } S/R \text{ de la desviación estándar} \approx 6.9163 + 2.417 \text{ Puntos}$$

$$\text{Respuesta media de la desviación estándar} \approx 0.42596 - 0.1191 \text{ Puntos } (\mu\text{m})$$

5.3 Análisis del diseño experimental en superficies rugosas para factores en tres niveles

El análisis de del diseño sigue la misma línea que en el caso anterior, tomando como variables de respuesta la media y la desviación estándar de la planicidad de la superficie, siendo la desviación estándar el indicador directo de la incertidumbre, ya que no es posible realizar una estimación de la incertidumbre combinada, debido a que el mensurando no ha sido calibrado. A continuación, se realizan los análisis de los resultados obtenidos de los diseños robustos.

5.3.1 Análisis basado en la media de la planicidad

Retomando lo descrito en la sección 3.3.2, y con base en lo expuesto el análisis anterior, nuevamente se asumió una postura neutral, buscando que la media se aproxime a su valor nominal. En la Tabla 5.20 se muestran los resultados del diseño robusto de parámetros para la media de la planicidad, en factores con 3 niveles. Se incluyen en las tres últimas columnas los valores de la media, la relación S/R y la desviación estándar de las réplicas.

Tipo de característica	Razón S/R
Su valor nominal es lo mejor (tipo I)	$10 \log \left(\frac{\bar{Y}^2}{S^2} \right)$

Figura 5.18 Relación S/R utilizada para la media de la planicidad.

El estadístico utilizado para la razón señal/ruido (S/R) es el tipo I (ver Fig. 5.18) ya que, a pesar de que el gráfico de desviación estándar vs la media no muestra el comportamiento lineal como en el caso anterior, se cumple la condición de contar con respuestas no negativas que van de cero a infinito, puesto que el valor de la planicidad solo puede ser positivo.

Tabla 5.20 Resultados de la planicidad media para el diseño en tres niveles.

			Escaneo	1	2	1	2			
			Extensión	1	1	2	2			
Posición	Punta	Rugosidad	Puntos	(mm)	(mm)	(mm)	(mm)	Media	Desviación estándar	Razón S/R
1	1	1	1	0.0534	0.0530	0.0511	0.0513	0.0012	0.0522	32.808
1	2	2	2	0.1019	0.1004	0.1042	0.1041	0.0018	0.1027	34.929
1	3	3	3	0.2159	0.2149	0.2567	0.2603	0.0249	0.2370	19.564
2	1	2	3	0.1310	0.1310	0.1532	0.1533	0.0129	0.1421	20.870
2	2	3	1	0.1886	0.1885	0.1947	0.1945	0.0035	0.1916	34.716
2	3	1	2	0.0688	0.0698	0.0517	0.0532	0.0098	0.0609	15.903
3	1	3	2	0.2293	0.2272	0.2183	0.2218	0.0050	0.2242	32.978
3	2	1	3	0.0765	0.0761	0.0822	0.0891	0.0061	0.0810	22.516
3	3	2	1	0.1180	0.1154	0.0997	0.0994	0.0100	0.1081	20.711

Análisis de varianza. Al desarrollar el ANOVA para todos los factores del arreglo L9, se presenta un inconveniente, dado que el número de grados de libertad (DOF) para el error es cero:

$$DOF_{error} = (9 - 1) - [(3 - 1) + (3 - 1) + (3 - 1) + (3 - 1)] = 0$$

Esto ocasiona que el cuadrado medio del error (CM_E) sea una cantidad dividida entre cero y, en consecuencia, como el CM_E es el denominador del valor-f y valor-p, tampoco es posible calcular estos valores y, por tanto, esta situación impide identificar los efectos significativos. Así que, para obtener un ANOVA que permita continuar con el análisis, la estrategia es identificar el factor que presente el menor cuadrado medio y excluirlo del ANOVA.

La razón por la que se elimina el término con el menor cuadrado medio es debido a que éste es el numerador de la división mediante la cual se calcula el valor-f, de manera que dicho término sería aquel con el valor-f más pequeño, que a su vez correspondería con el valor-p más grande y, por ende, se deduce que es el efecto más débil.

Tabla 5.21 ANOVA para la razón S/R de la planicidad

Factor	DOF	Suma de cuadrados	Cuadrado medio	Valor-f	Valor-p
POSICION	2	43.933	21.967	*	*
PUNTA	2	250.451	125.225	*	*
RUGOSIDAD	2	44.491	22.245	*	*
PUNTOS	2	121.568	60.784	*	*
Error residual	0	*	*		
Total	8	460.442			

Tabla 5.22 ANOVA para la respuesta media de la planicidad

Factor	DOF	Suma de cuadrados	Cuadrado medio	Valor-f	Valor-p
POSICION	2	0.000091	0.000045	*	*
PUNTA	2	0.000330	0.000165	*	*
RUGOSIDAD	2	0.036163	0.018081	*	*
PUNTOS	2	0.002024	0.001012	*	*
Error residual	0	*	*		
Total	8	0.038607			

En las Tablas 5.21 y 5.22 se muestran los ANOVA's resultantes de todos los factores para la razón S/R y la respuesta media, respectivamente, en los cuales se observa que el factor posición presenta el menor cuadrado medio. Con base en el argumento propuesto, el factor posición (orientación de la pieza) se excluye y se realizan nuevos ANOVA's, mostrados en las Tablas 5.23 y 5.24.

Tabla 5.23 ANOVA para la razón S/R de la planicidad, restringido a 3 factores

Factor	DOF	Suma de cuadrados	Cuadrado medio	Valor-f	Valor-p
PUNTA	2	250.45	125.23	5.70	0.1492
RUGOSIDAD	2	44.49	22.25	1.01	0.4968
PUNTOS	2	121.57	60.78	2.77	0.2655
Error residual	2	43.93	21.97		
Total	8	460.44			
$R^2 = 90.46 \%$			$R_{aj}^2 = 61.83 \%$		

Tabla 5.24 ANOVA para la respuesta media de la planicidad, restringido a 3 factores

Factor	DOF	Suma de cuadrados	Cuadrado medio	Valor-f	Valor-p
PUNTA	2	0.000330	0.000165	3.64	0.2154
RUGOSIDAD	2	0.036163	0.018081	398.87	0.0025
PUNTOS	2	0.002024	0.001012	22.32	0.0429
Error residual	2	0.000091	0.000045		
Total	8	0.038607			
$R^2 = 99.77 \%$			$R_{aj}^2 = 99.06 \%$		

Se observa que ninguno de los factores tiene efecto sobre la razón S/R, por lo que no es posible reducir la variabilidad de la planicidad media a partir de los factores propuestos. Por otra parte, en el ANOVA de la respuesta media, el factor rugosidad es el principal factor de ajuste, mientras que el factor número de puntos es otro factor que también tiene efecto sobre la media, coincidiendo este último efecto con el análisis de factores en dos niveles.

A continuación, se realizan las gráficas de efectos principales (ver Fig. 5.19-5.20). De la Fig. 5.12 se deduce que en el caso del factor rugosidad, el comportamiento concuerda con la idea de que la planicidad depende en mayor medida de la rugosidad, y que conforme la rugosidad incrementa, la planicidad también lo hace.

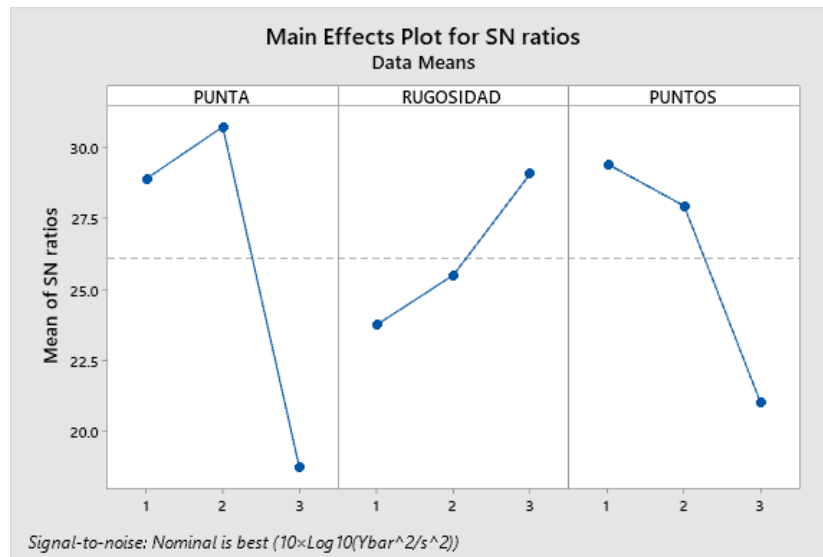


Figura 5.19 Gráficas de efectos principales para la razón S/R de la planicidad

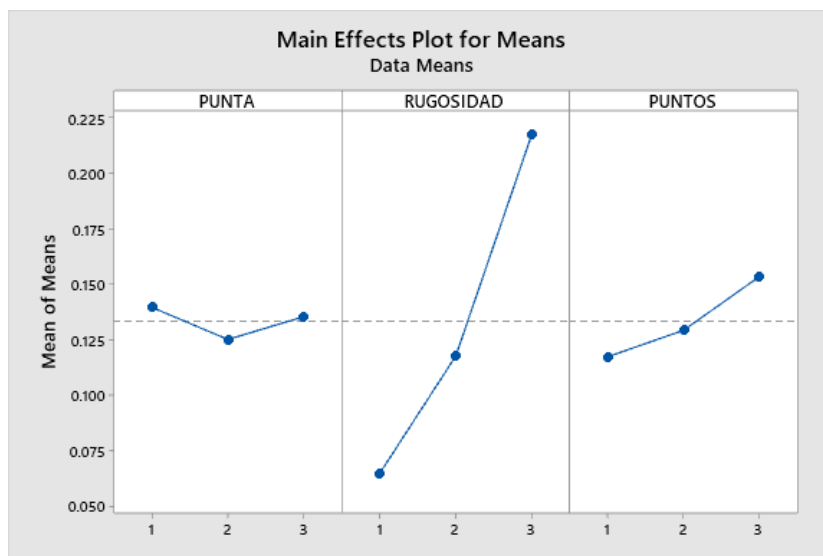


Figura 5.20 Gráficas de efectos principales para la respuesta media de la planicidad

Respecto al factor número de puntos, se reafirma la tendencia de que la planicidad incrementa al aumentar el número de puntos, lo cual de nueva cuenta coincide con los resultados de la experimentación para el número de puntos de contacto, presentado en la sección 3.3.1. A resaltar queda el hecho de que la posición no tiene influencia en la planicidad media, por lo que es indiferente colocar la pieza en cualquier orientación, utilizando la configuración estrella.

Modelo de regresión. En virtud del cumplimiento de la hipótesis nula para la relación S/R, no es posible obtener un modelo de regresión para este parámetro, en función de los factores estudiados. Respecto a la respuesta media, el modelo de regresión ajustado involucra los factores de rugosidad y número de puntos, quedando reflejado en la siguiente expresión:

$$\begin{aligned} \text{Respuesta media} & \quad 0.133301 - 0.068611 \text{ Rugosidad}_1 \\ \text{de la planicidad} & \approx - 0.015659 \text{ Rugosidad}_2 - 0.015987 \text{ Puntos}_1 \quad (mm) \end{aligned}$$

Debido a la presencia de tres niveles, se presentan dos coeficientes para el factor de rugosidad, y en el caso del factor número de puntos, solo uno de los dos coeficientes tiene efecto estadísticamente significativo, lo cual concuerda con el efecto identificado en el ANOVA, donde su efecto (como factor) se encuentra en el umbral.

5.3.2 Análisis basado en la desviación estándar de la planicidad

Como se estableció anteriormente, considerando que la variable de respuesta es una medida de la incertidumbre por repetibilidad de la máquina, el estadístico de señal a ruido solo puede corresponder al tipo “más pequeño es mejor” (ver Fig. 5.21, ya que el objetivo es lograr la menor desviación posible, para así disminuir la incertidumbre de la MMC. En la Tabla 5.25 se muestran los valores de desviación estándar en unidades de μm para el diseño robusto de factores en tres niveles.

Tipo de característica	Razón S/R
Mientras más pequeña es mejor	$-10 \log \left[\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n Y_i^2 \right]$

Figura 5.21 Relación S/R para la desviación estándar de la planicidad.

Análisis de varianza. En las Tablas 5.21 y 5.22 se muestran los ANOVA's resultantes de todos los factores para la razón S/R y la respuesta media, respectivamente, en los cuales se observa que el factor número de puntos presenta el menor cuadrado medio. Al igual que en el análisis anterior, se excluye este factor y posteriormente se realizan nuevos ANOVA's (Tablas 5.26 y 5.27).

Tabla 5.25 Resultados de la desviación estándar de la planicidad para el diseño robusto de factores en tres niveles

Posición	Punta	Rugosidad	Puntos	Escaneo				Media	Desviación estándar	Razón S/R
				1	2	1	2			
				Extensión						
				1	1	2	2			
				(μm)	(μm)	(μm)	(μm)			
1	1	1	1	0.2191	0.4817	0.3362	0.1789	0.3039	0.1360	9.737
1	2	2	2	0.6340	0.5701	1.0756	0.8307	0.7776	0.2275	1.915
1	3	3	3	1.1194	0.5762	1.8663	1.7810	1.3357	0.6065	-3.139
2	1	2	3	0.9915	0.8758	1.7541	2.2057	1.4568	0.6333	-3.844
2	2	3	1	0.5559	0.5119	0.3362	0.7368	0.5352	0.1646	5.132
2	3	1	2	2.0494	1.0344	0.5820	0.7232	1.0972	0.6623	-1.855
3	1	3	2	2.3173	0.9783	0.7823	1.2981	1.3440	0.6828	-3.336
3	2	1	3	0.3564	0.5586	0.6364	0.3536	0.4762	0.1436	6.157
3	3	2	1	2.2411	2.7815	0.3536	2.2411	1.9043	1.0648	-6.510

Tabla 5.26 ANOVA para la razón S/R de la desviación estándar de la planicidad

Factor	DOF	Suma de cuadrados	Cuadrado medio	Valor-f	Valor-p
POSICION	2	26.783	13.3915	*	*
PUNTA	2	102.393	51.1966	*	*
RUGOSIDAD	2	88.021	44.0103	*	*
PUNTOS	2	25.087	12.5434	*	*
Error residual	0	*	*		
Total	8	242.284			

Tabla 5.27 ANOVA para la media de la desviación estándar de la planicidad

Factor	DOF	Suma de cuadrados	Cuadrado medio	Valor-f	Valor-p
POSICION	2	0.28490	0.142450	*	*
PUNTA	2	1.08266	0.541330	*	*
RUGOSIDAD	2	0.86175	0.430874	*	*
PUNTOS	2	0.05604	0.028020	*	*
Error residual	0	*	*		
Total	8	2.28535			

De la Tabla 5.28 se observa que ninguno de los factores tiene efecto sobre la razón S/R, por lo que no es posible reducir la variabilidad de la desviación estándar de la planicidad a partir de los factores propuestos. Por otra parte, en el ANOVA de la respuesta media (ver Tabla 2.24), el factor diámetro de punta es un potencial factor de ajuste, ya que está ligeramente dentro del límite de ser estadísticamente significativo, a un nivel de significancia de $\alpha = 0.05$.

Tabla 5.28 ANOVA para la razón S/R de la desviación estándar de la planicidad, restringido a 3 factores

Factor	DOF	Suma de cuadrados	Cuadrado medio	Valor-f	Valor-p
POSICION	2	26.78	13.39	1.07	0.4836
PUNTA	2	102.39	51.20	4.08	0.1968
RUGOSIDAD	2	88.02	44.01	3.51	0.2218
Error residual	2	25.09	12.54		
Total	8	242.28			
$R^2 = 89.65 \%$			$R_{aj}^2 = 58.58 \%$		

Tabla 5.29 ANOVA para la media de la desviación estándar de la planicidad, restringido a 3 factores

Factor	DOF	Suma de cuadrados	Cuadrado medio	Valor-f	Valor-p
POSICION	2	0.28490	0.14245	5.08	0.1644
PUNTA	2	1.08266	0.54133	19.32	0.0492
RUGOSIDAD	2	0.86175	0.43087	15.38	0.0611
Error residual	2	0.05604	0.02802		
Total	8	2.28535			
$R^2 = 97.55 \%$			$R_{aj}^2 = 90.19 \%$		

Por tanto, para corroborar la significancia del factor número de puntos, se realiza un mejor ANOVA para los factores de diámetro de punta y rugosidad, siendo que este último también se encuentra cerca del límite de significancia. Con base, en el nuevo ANOVA (ver Tabla 5.30), se corrobora que tanto el factor diámetro de punta como rugosidad no presentan un efecto estadísticamente significativo sobre la desviación estándar de la planicidad.

Tabla 5.30 Mejor ANOVA para la media de la desviación estándar de la planicidad

Factor	DOF	Suma de cuadrados	Cuadrado medio	Valor-f	Valor-p
PUNTA	2	1.0827	0.54133	6.35	0.0574
RUGOSIDAD	2	0.8617	0.43087	5.06	0.0804
Error residual	4	0.3409	0.08524		
Total	8	2.2853			
$R^2 = 85.08 \%$			$R_{aj}^2 = 70.16 \%$		

Con propósito demostrativo, en las Figuras 5.22 y 5.23 se muestran las gráficas de efectos principales. En la gráficas para la media de la desviación estándar, tomando en cuenta que los factores se encuentran en el umbral de tener efecto significativo, el diámetro de la punta máster (4 mm) está prácticamente en el promedio de incertidumbre, mientras que el diámetro de 2 mm presenta la menor incertidumbre para la planicidad.

Modelo de regresión. Al confirmar la hipótesis nula para la relación S/R, no se cuenta con un modelo de regresión para este parámetro que pueda expresarse en función de los factores estudiados.

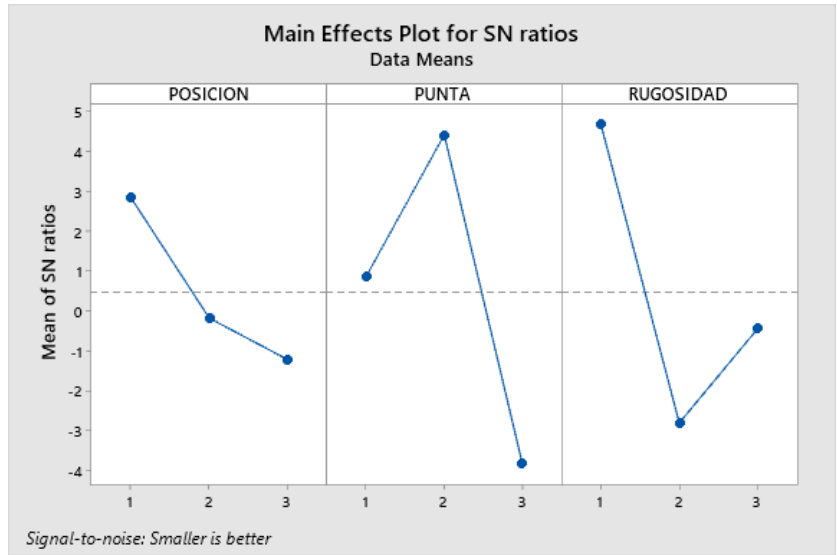


Figura 5.22 Gráficas de efectos principales para la razón S/R de la desviación estándar de la planicidad.

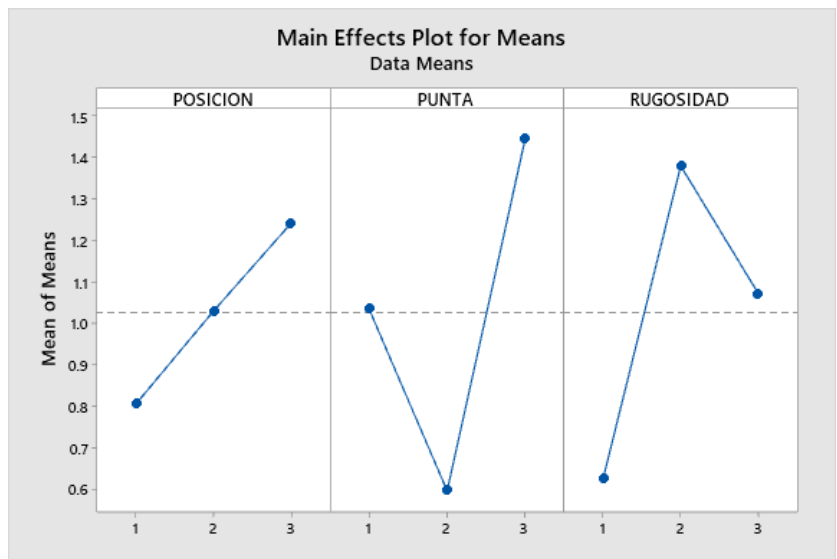


Figura 5.23 Gráficas de efectos principales para la media de la desviación estándar de la planicidad.

Respecto a la respuesta media, dada la cercanía del umbral para los factores, existen dos coeficientes (asociados a los factores) que presentan efecto estadísticamente significativo en el modelo de regresión ajustado, lo cual se establece en la siguiente expresión:

$$\text{Respuesta media de la desviación estándar de la planicidad} \approx 1.02567 - 0.39986 \text{ Rugosidad} - 0.42933 \text{ Punta } (\mu\text{m})$$

Debido a la presencia de tres niveles, se presentan dos coeficientes para el factor de rugosidad, y en el caso del factor número de puntos, solo uno de los dos coeficientes tiene efecto estadísticamente significativo, lo cual concuerda con el efecto identificado en el ANOVA, donde su efecto (como factor) se encuentra en el umbral.

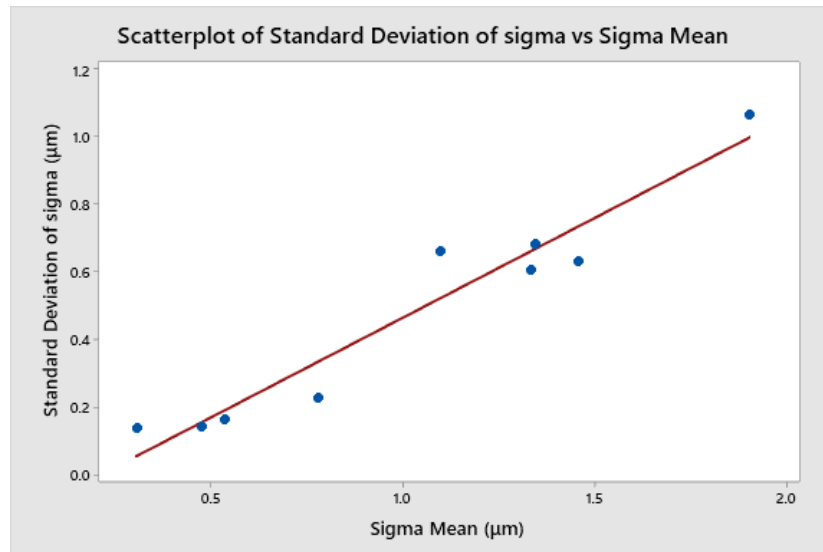


Figura 5.24 Gráfica de la variabilidad de la desviación estándar vs respuesta media de la desviación estándar de la planicidad

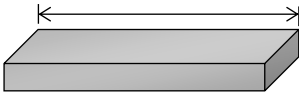
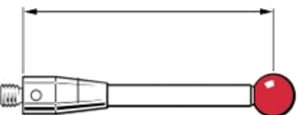
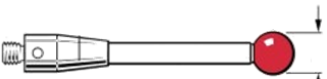
Finalmente, al margen de los resultados que apoyan la hipótesis nula, otra condición encontrada mediante el análisis consiste en que la desviación estándar y su variabilidad tienen una relación lineal, como se muestra en la Fig. 5.24. Sin embargo, como los factores propuestos no tienen efecto sobre la repetibilidad, se deduce que la variabilidad de la desviación (ocasionada por las fuentes de ruido) queda contenida dentro de los límites de los niveles considerados para los factores de control.

5.4 Resumen de resultados y observaciones adicionales

Como un corolario de los análisis presentados a lo largo del capítulo, en esta sección se presenta un concentrado de los efectos identificados en las dos fases de investigación, se describen las relaciones encontradas entre los resultados obtenidos numéricamente mediante el modelo FEM de la sonda de medición, con relación a los resultados experimentales, y se aborda otro aspecto apreciado durante las pruebas, que corresponde al tiempo de medición.

En la primera fase de investigación experimental, mediante un diseño en cuadro latino se estudiaron 3 factores en 4 niveles cada uno. En la Tabla 5.31 se indican los efectos identificados para dos de las variables de respuesta consideradas, esto es, la longitud media del bloque y la incertidumbre expandida estimada para la MMC.

Tabla 5.31 Concentrado de efectos identificados a partir del diseño en cuadro latino.

DISEÑO EN CUADRO LATINO – FACTORES CON 4 NIVELES					
Factor		Variable de respuesta	¿Influencia?	Incrementa magnitud	Reduce magnitud
Longitud del bloque		Longitud media	Sí	60 mm	3 mm
		Incertidumbre expandida	No	---	---
Longitud del palpador (extensión)		Longitud media	Sí	Sin extensión	40 mm
		Incertidumbre expandida	Sí	40 mm	Sin extensión
Diámetro del palpador (punta)		Longitud media	No	---	---
		Incertidumbre expandida	Sí	1 mm	6 mm

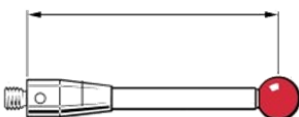

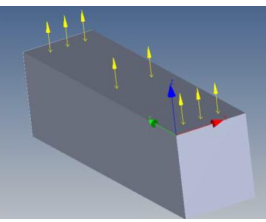
Respecto a la segunda variable de respuesta, se incluye solamente la incertidumbre expandida, debido a que el comportamiento fue el mismo que el obtenido al analizar únicamente la desviación estándar. Esto coincide con lo observado en algunas de las publicaciones citadas en el Capítulo 1, donde algunos autores solo evalúan la desviación estándar ya que esta es la componente de la incertidumbre que se ve afectada por los factores en cuestión.

De esta forma, es posible afirmar que el resto de las componentes de la incertidumbre expandida son independientes de la incertidumbre de la MMC, salvo la incertidumbre que se hereda del bloque hacia la MMC, pero en todo caso no alcanza a cambiar el comportamiento de la incertidumbre expandida con respecto al comportamiento propio de la desviación estándar de manera aislada. Por tanto, para disminuir la incertidumbre es suficiente con atender la repetibilidad de la MMC.

Tomando como referencia la longitud nominal del bloque, se identifica que los casos sin extensión se acercan más a dicho valor y, a la vez, también proporciona una menor incertidumbre. Esto coincide con una de las recomendaciones de la metrología, acerca de tratar de situar el mensurando lo más cerca de la escala de medición del instrumento, que para el caso de la MMC la escala de medición podría ser considerada como el mecanismo de la sonda.

Por tanto, lo ideal para llevar a cabo mediciones de longitud es usar un palpador sin extensión, con el mayor diámetro. Sin embargo, esto no siempre es posible, ya que el palpador a usar depende de otros aspectos, como la forma y dimensiones de la pieza a medir, siendo estos los aspectos que al final rigen la necesidad de utilizar una extensión, por ejemplo, en casos donde puedan existir colisiones, o utilizar puntas de menor diámetro en superficies con áreas pequeñas.

Tabla 5.32 Concentrado de efectos identificados para el diseño robusto con dos niveles.

DISEÑO ROBUSTO DE PARÁMETROS – FACTORES CON DOS NIVELES					
Factor de control		Variable de respuesta	¿Influencia?	Incrementa magnitud	Reduce magnitud
Longitud del palpador (extensión)		Planicidad media	Razón S/R (variabilidad)	Nivel 1	Nivel 2
		Desviación estándar	No	---	---
Diámetro del palpador (punta)		Planicidad media	Razón S/R (variabilidad)	Nivel 2	Nivel 1
			Respuesta media	Nivel 1	Nivel 2
		Desviación estándar	No	---	----
Número de puntos		Planicidad media	Respuesta media	Nivel 2	Nivel 1
			Desviación estándar	Razón S/R (variabilidad)	Nivel 1
		Respuesta media		Nivel 2	Nivel 1

En la segunda fase de investigación experimental, se utilizaron diseños robustos en dos casos. En el primero, se estudiaron 3 factores de control y 2 factores de ruido, todos ellos con 2 niveles cada

uno. En la Tabla 5.32 se indican los efectos identificados para las dos variables de respuesta, esto es, la planicidad y la desviación estándar, siendo esta última la esencia de la componente por repetibilidad de la MMC.

Del análisis llevado a cabo para esta fase, se desprende que, para la respuesta media, tres de los factores tienen influencia en la media de la planicidad, siendo el diámetro de punta el factor que impacta tanto en la variabilidad de la respuesta como en la media, de modo que el diámetro mayor robustece el proceso de medición y, a la vez, aumenta el valor de la planicidad.

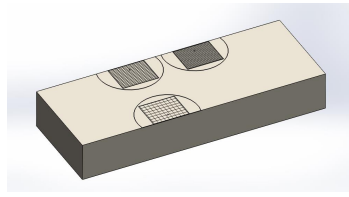
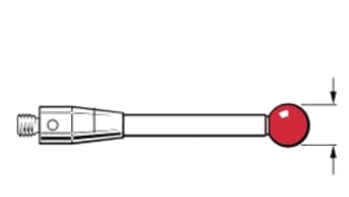
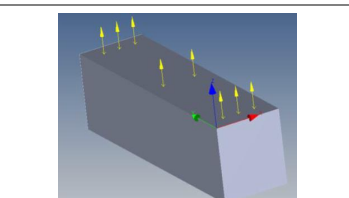

En cuanto a la robustez (reducción de variabilidad), resalta el hecho de que este comportamiento también coincide con el estudio anterior, donde el diámetro mayor reduce la incertidumbre de la longitud, y también coincide con lo reportado por Crowder et al. [7] respecto a la desviación estándar de la medición del diámetro del barreno, donde se identificó que la punta con mayor diámetro mejora la repetibilidad.

Posteriormente, como un segundo estudio dentro de la segunda fase experimental, y último análisis llevado a cabo, se utilizó nuevamente un diseño robusto de parámetros, ahora con factores en tres niveles. La Tabla 5.33 muestra los factores de control analizados en dicho estudio, donde en este caso solo se aprecian en total dos efectos de los factores propuestos sobre las variables de respuesta de planicidad media y desviación estándar.

El principal efecto es el que resultó del estudio es el que se puede anticipar de la variación de la rugosidad, dado que esta repercute en el valor de la planicidad media, donde a mayor rugosidad, la planicidad también incrementa, siendo este cambio estadísticamente significativo, de modo que se capta esta influencia mediante el diseño experimental.

La cantidad de puntos queda como un segundo factor de ajuste para la planicidad media, donde a menor cantidad de puntos, la planicidad media también se reduce, lo cual coincide con el estudio derivado del diseño experimental en cuadro latino, y el estudio experimental inicial donde se analizó el comportamiento de la planicidad conforme se aumentaba el número de puntos, y que sirvió para la obtención del tamaño de muestra.

Tabla 5.33 Concentrado de efectos identificados para el diseño robusto con tres niveles.

DISEÑO ROBUSTO DE PARÁMETROS – FACTORES CON TRES NIVELES					
Factor de control		Variable de respuesta	¿Influencia?	Incrementa magnitud	Reduce magnitud
Rugosidad		Planicidad media	Respuesta media (ajuste)	Nivel 3	Nivel 1
		Desviación estándar	No	---	---
Diámetro del palpador (punta)		Planicidad media	No	---	---
		Desviación estándar	No	---	---
Número de puntos		Planicidad media	Respuesta media	Nivel 3	Nivel 1
		Desviación estándar	No	---	---
Posición (de la superficie medida)		Planicidad media	No	---	---
		Desviación estándar	No	---	---

Respecto tanto a la variabilidad de la planicidad media como a la desviación estándar, reconociendo que se tratan de aspectos relacionados entre sí, no fue posible identificar influencia de alguno de los factores analizados, lo cual, en principio, presupone el haber llevado a cabo un estudio poco fructífero, dado que no es posible formar conjeturas al cumplirse la hipótesis nula de DOE, donde los diferentes niveles en los factores conducen, estadísticamente, al mismo resultado.

Desde una perspectiva optimista, esta condición refleja que la repetibilidad MMC para medir planicidad cuenta con la suficiente solidez frente al hecho de utilizar la configuración estrella, emplear distintos palpadores, cambiar la cantidad de puntos o que la superficie presente distinta rugosidad, tomando en cuenta que estos factores se encuentren dentro de los niveles utilizados.

5.4.1 Relación con el modelo FEM

La anisotropía del error sistemático de pre-desplazamiento, calculado mediante FEM y los resultados obtenidos en la sección 4.2.2 y corroborados en la sección 4.3, son los aspectos de impacto en la investigación mediante DOE. Además, como se señala al inicio del capítulo 4, el estudio de la sonda ayudó en incrementar el conocimiento técnico y práctico del proceso de medición mediante la MMC.

A partir de los resultados de la variación del error mediante el uso de extensiones, este hecho supone que deben existir diferencias entre las mediciones de la longitud de los bloques al cambiar de extensión. En los resultados experimentales de las figuras 4.10 y 5.1, se observa un comportamiento de disminución de la longitud al utilizar una extensión cada vez mayor.

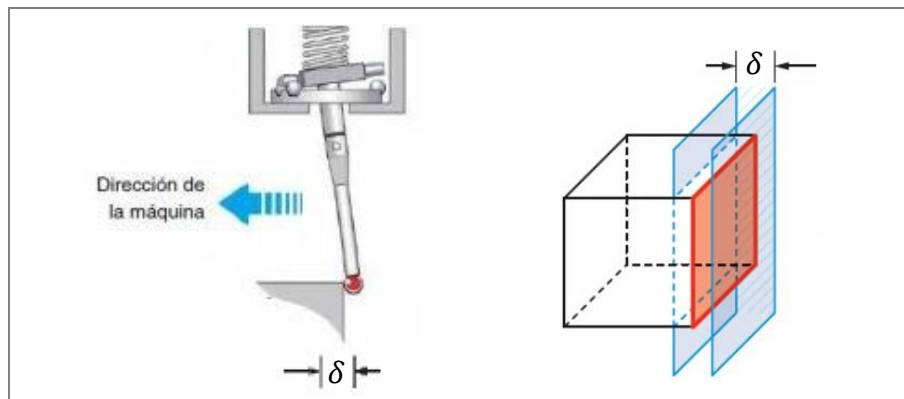


Figura 5.25 Desfase del plano generado debido al error de pre-desplazamiento.

Con base en la Fig. 5.25, la interpretación para este comportamiento surge del hecho de que el incremento en el error sistemático provoca que los planos generados se acerquen cada vez más entre sí, debido a que los puntos que componen cada plano se desplazan más en la dirección y sentido en que se mueve la sonda, y esto ocasiona que el cálculo de la medida de longitud obtenida con base en dichos planos sea cada vez menor.

Esto dio origen a la idea de que este factor tendría influencia sobre la respuesta media de la longitud, lo cual terminó comprobándose mediante los resultados experimentales y el análisis a través del diseño en cuadro latino; y que además pudiera tener influencia sobre la incertidumbre, hecho que también se corroboró al identificar una influencia estadísticamente significativa del factor.

Por otra parte, la anisotropía del error sistemático de la sonda generó una sospecha de que este pudiera influir en la incertidumbre al realizar mediciones que implicaran el contacto en distintas posiciones sobre el ecuador de la esfera palpador, lo cual se relaciona con el hecho de considerar el cambio en la posición de la pieza para los estudios mediante diseños robustos.

5.4.2 Tiempo de medición

Finalmente, con relación al aspecto de tiempo de medición, en la primera fase experimental, los tiempos de medición oscilaban entre 40 s para la malla más pequeña (medición de 16 puntos) hasta alrededor de 25 min para la malla con la mayor cantidad de puntos (ver Tabla 5.34). El tiempo para el número de puntos elegido (48) para las pruebas del diseño experimental en cuadro latino era de aproximadamente 5 min.

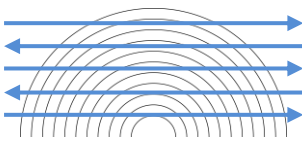
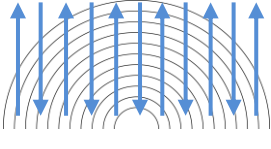
Tabla 5.34 Tiempos aproximados para el mallado al incrementar la cantidad de puntos.

Cantidad de puntos	Tiempo aproximado (min)
16	0.7
32	2
48	5
384	25

En la segunda fase, resalta la diferencia de tiempo para la generación del plano mediante las estrategias de escaneo longitudinal y transversal, al colocar la pieza en una orientación u otra. Considerando que se utilice la configuración estrella, esta diferencia en el tiempo de medición, considerada como “ventaja”, depende precisamente de cómo se coloque la superficie a medir, y cómo se configure la medición en el software para el barrido.

Por ejemplo, en el caso en que la superficie se coloca de manera normal a Z, con los planos rectangulares orientados con el lado mayor sobre el eje Z, se observaron las diferencias indicadas en la Tabla 5.35 para los tres niveles de número de puntos, donde se observa que en todos los casos la estrategia longitudinal es la que ofrece una ventaja en el tiempo de medición, y dado que esta posibilidad se mantuvo como un factor de ruido, se convierte en la mejor opción.

Tabla 5.35 Diferencia en el tiempo de medición para la superficie normal al eje Z.

Comparación		Cantidad de puntos	Diferencia aproximada en el tiempo (s)
 Estrategia longitudinal (menor tiempo)	vs  Estrategia transversal (mayor tiempo)	42	5
		143	15
		304	20

Al cambiar la pieza de orientación para ser medida con otros palpadores de la configuración estrella, se encontraron diferencias similares entre los tipos de estrategias de escaneo, y en cada caso la que estrategia que ofrece mayor ventaja es aquella donde las líneas principales de la trayectoria (flechas azules), se alinean con el movimiento de la escala que presenta menor inercia (o resistencia al movimiento).

En otras palabras, la escala más ligera que avanza de acuerdo con las flechas es la que produce tiempos menores, siendo esta la condición relevante identificada con relación al aspecto del tiempo de medición mediante los estudios, debido a que es una condición general aplicable a la generación de planos normales a un eje, teniendo presente también que los lados más largos del rectángulo que conforma el plano sean paralelos a las líneas principales de la trayectoria.

Se atribuye el efecto a la inercia de la escala debido a que, con cada avance, la escala necesita de un cierto tiempo para romper el reposo (arrancar) y detenerse, y se considera que al sistema de movimiento y posicionamiento de la máquina le toma mayor tiempo completar esta parte del proceso conforme la estructura que se desplaza posee mayor masa, puesto que durante el resto del tiempo durante el cual se desplaza la escala, esta se mueve a la velocidad predefinida de escaneo.

Por ejemplo, la máquina requiere mayor tiempo en arrancar y detenerse sobre la escala del eje Y, dado que se desplaza toda la estructura del puente, que si únicamente se desplaza la escala Z, donde únicamente se mueve la escala vertical (ver Fig. 1.1). Con base en lo anterior, es posible afirmar que el barrido más rápido ocurre cuando la superficie es normal al eje Y y las líneas de recorrido principales son paralelas al eje Z.

Conclusiones

Con el desarrollo del trabajo de tesis se logró analizar el efecto de algunos factores del proceso de medición mediante la MMC, consiguiendo identificar aquellos que tienen una influencia sobre la incertidumbre y la respuesta media para las mediciones de longitud y planicidad, lo anterior de manera experimental, y sobre el error sistemático de la sonda de medición de la máquina, mediante análisis numérico.

Para llevar a cabo el trabajo experimental, se elaboró una metodología de pruebas definiendo diseños experimentales que mejor se adaptaran a los recursos, los factores involucrados y el propósito del estudio. El uso de FEM en las simulaciones ayudó en el planteamiento del diseño experimental de la primera fase de investigación, en especial a la asignación de los factores.

En la primera fase experimental, el diseño en cuadro latino permitió evaluar los factores en una cantidad de niveles mayor a lo observado en los trabajos revisados en la literatura, y donde resalta el hecho de que el tamaño de la pieza no influye en la variación de la incertidumbre de la MMC, mientras que la extensión tiene mayor relevancia en este apartado.

En la segunda fase, se aprovechó un área de oportunidad basada en el estudio del factor rugosidad de un plano, siendo esto una condición que no se ha identificado en trabajos previos. Además, para esta fase se utilizó el diseño con arreglo interno y externo, el cual tampoco se ha empleado en los estudios encontrados en la literatura, y a la vez se planteó una propuesta bajo un enfoque más industrial, siendo esto una tendencia reconocida en algunas de las publicaciones consultadas.

Como señalan Vrba et al, los resultados obtenidos por la MMC son a menudo la base para tomar decisiones con consecuencias económicas, de modo que los resultados generados mediante el presente trabajo pueden ser utilizados en la toma de decisiones, al momento de elegir los parámetros de medición de acuerdo con las tolerancias dimensionales y/o geométricas de la pieza o componente en cuestión.

Respecto al tiempo invertido en la medición, siendo que este repercute de manera directa en el uso de recursos y, por ende, en el gasto económico para la operación de la máquina, se reafirma el factor de cantidad de puntos. Para la segunda fase, se encontró que los factores de posición y dirección de escaneo también influyen en el tiempo, debido a que la MMC requiere mayor tiempo de escaneo cuando la escala que se mueve con mayor frecuencia es la que presenta mayor inercia.

Mediante el trabajo se continúa ampliando los resultados existentes en la literatura ya que, como se reconoce en diversas publicaciones citadas, la incertidumbre de medición es específica de la tarea y, como tal, habrá factores que permanezcan constantes en cuanto a su influencia durante el proceso de medición, y factores que pueden variar de una tarea a otra.

Finalmente, es importante recordar y hacer énfasis en que las condiciones identificadas aplican solo a las tareas estudiadas, y la posibilidad de hacer extensivas estas condiciones dependerá de otras circunstancias y del criterio propio, tal como ocurre con los resultados que ya se reportan en la literatura. Asimismo, los resultados obtenidos pueden seguir apoyando el desarrollo de modelos analíticos y numéricos que permitan hacer predicciones sobre la incertidumbre de la MMC.

Trabajo futuro

A partir de los resultados obtenidos y la revisión llevada a cabo, se sugieren las siguientes actividades o líneas de trabajo a futuro:

- Continuar considerando como variable de respuesta el error de forma, por ejemplo, la geometría obtenida de la pieza en comparación con el modelo CAD, dado que en la literatura este tipo de variable resulta de mayor atención en las condiciones identificadas a través de los resultados que se han obtenidos en trabajos previos, tal como señalan Štrbac et al. De igual manera, otros ejemplos son la circularidad y la cilindridad.
- El estudio de una pieza con “geometría libre” (o “free form”) previamente calibrada, por la relevancia que tiene en el campo industrial, lo cual puede coincidir con el punto anterior.
- Comparar distintos algoritmos para la evaluación de características geométricas, por ejemplo, el cálculo de planicidad, lo cual podría intervenir como un factor de estudio.
- La implementación de la configuración en estrella dentro del modelo FEM.

Anexos

Anexo A. Certificado de calibración de la MMC

Certificate of Conformity



Carl Zeiss IMT Corp
Minneapolis, MN 55369

Technical Process Control Group

Document No.: 301379

EC Declaration of Conformity
As defined by EC Machine Regulation 98/37/EC Appendix II A

We hereby attest that the machine described below conforms to the requirements of EC Regulation 98/37/EC as well as to the additional EC regulations cited below, based on its design and construction style and on the model placed in circulation by us.

If any modification not approved by us is made to the machine this declaration loses its validity.

Quality assurance and quality testing conform to the requirements of EN ISO 9000, QS 9000 TS and VDA 6.4. The quality management system of the Carl Zeiss Industrial Metrology Business Group was certified by the DQS Association. The registration number of the certificate is No. 15724 - 01 / 690.

Description of the machine:	Coordinate measurement device
Machine type:	Vista DCC
Serial Number:	200512301379
Part number:	601328.9955.000
Additional EC regulations:	EMC regulation (89/336/ECC) Low-voltage regulation (73/23/ECC)
Other standards used, in particular:	EN 60204-1: 1997 EN 55011: 1991, Class A EN 61010-1: 1995 EN 50082-2: 1995 EN 292-1/2: 1991/1995

Carl Zeiss IMT Corp
Technical Process Control Group
Industrial Measurement Technology
Minneapolis, MN 55369

Datum/Date
1/10/2006



CALIBRATION CERTIFICATE



ID Number: 690506-01102006

Date: January 10, 2006

Carl Zeiss IMT Corporation
6250 Sycamore Lane North
Maple Grove, MN 55369
Phone: 763-744-2400

Calibration Location:

Name: Carl Zeiss IMT Corp.
Address: 6250 Sycamore Lane North
City, State Zip: Minneapolis, MN 55369

Customer Info:

Name: Carl Zeiss IMT Corp.
Address: 6250 Sycamore Lane North
City, State Zip: Minneapolis, MN 55369

Calibration Method: CL1001 CMM Calibration Procedure

Model: Vista

Serial Number: 200512301379

Calibration Date: January 10, 2006

CMM Condition _____ Comments: _____

New: Yes

PreOwned: No

Calibration Technician:

Name (print): Zoie Walden

Name (signature): *Zoie B Walden*

Title: QA/Calibration Technician

Calibration Environment:

Temperature: 21.41 degrees Celsius

MPE E	Uncertainty of measurement:	<u>U = 0.1 + L/818</u>	[microns]	L=mm
MPE P	Uncertainty of measurement:	<u>0.33</u>	[microns]	
MPE THP	Uncertainty of measurement:	<u>0.21</u>	[microns]	
RON t	Uncertainty of measurement:	<u>0.33</u>	[microns]	

Reference Standards Traceability

GCS No.	Description	Trace No.	Cal Date	Cal Due
GCS 1696	Precision Thermometer	875034479.00	3/4/2005	3/4/2006
GCS0465	Koba 300mm Step Gage	10205 DKD-K-05201 2005-10	10/12/2005	10/12/2006
na	na	na	na	na
na	na	na	na	na
GCS1678	Sphere 30mm	8695 DKD-K-05201 04-08	8/20/2004	2/20/2006
na	na	na	na	na
na	na	na	na	na
na	na	na	na	na
na	na	na	na	na

See Attachments:

Test Certificate: Yes

Ring Scans: No

Trumpet results: Yes

Section 1

Section 6

Sections 2 and 3

Notes:

- This calibration is traceable to the International System of Units (SI) through standards calibrated by accredited laboratories.
- This certificate shall not be reproduced except in full without prior written approval from Carl Zeiss IMT Corp.
- The Uncertainty of measurement represents an expanded uncertainty expressed at approximately the 95% confidence level using a coverage factor of K=2.
The most noteworthy contributor of the uncertainty budget of a CMM is the deviation of temperature away from the standard of 20 degrees Celsius.
- The included results relate only to the items calibrated.

Anexo B. Certificado de calibración de los bloques patrón

LM-JBP-01-CI

Mitutoyo Certificate number S11G00573
page 1 of 3

CERTIFICATE OF INSPECTION

APPLICANT: Name _____
Address _____

INSTRUMENT: (1 set of 46) Gauge Block Material: Steel
Code No. : 516-995-10 Manufacturer: Mitutoyo
Type: BMI-46-0/PD Basis of Test: ISO3650/DIN861/JIS B7506
Serial No. : 1105629
Grade: 0 (JIS)

DATE OF INSPECTION: 13th Jul. 2011

INSPECTION METHOD: The length of gauge block is determined by comparing it, using a gauge block comparator, with a reference gauge block of the same nominal length. Both gauge blocks were placed in a vertical position on the comparator with their left or unmarked measuring face down. For determining the deviation / variation of length, d_c / d_{max} / d_{min} / v is measured at the center point and the four corner points about 1.5 mm from the face edges.

ENVIRONMENT: Air temperature (20 ± 1.0) °C

RESULTS: The results apply to the reference temperature of 20°C (ITS-90). For correction of the thermal expansion, an expansion coefficient of the gauge block of $(6.0 \pm 0.3) \times 10^{-6}/F$ [$(10.8 \pm 0.5) \times 10^{-6}/K$] is used. The result of the calibration are presented on the next page.


Expanded Uncertainty: $(0.06 + 0.5L / 1000) \mu m$ (L = Nominal length) L:mm
(For Central Deviation)
(k=2)

The uncertainty presented above is based on a standard uncertainty multiplied by a coverage factor of k=2, which provides a confidence level of approximately 95%. The standard uncertainty has been determined in accordance with EAL-R2.

TRACEABILITY: Traceable to NIST No. 821/276375-08
(NIST=National Institute of Standard and Technology)

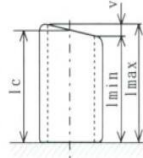
Traceable to PTB via No. 4937 PTB 06
(PTB=Physikalisch-Technische Bundesanstalt)

Date 13th Jul. 2011


A. Matsuura

F-687(8) MITUTOYO Co. HEADQUARTERS:
Postal code: 213-0012
20-1 Sakado 1-chome, Takatsu-ku, Kawasaki-shi, Japan
Tel: 044(813)8201 Fax: 044(813)8210

Result: The following table states for each gauge block the measured deviation from the nominal length at the center point and the measured deviation / variation of length.



Nominal Length l_n Maximum Deviation $d_{max}=l_{max}-l_n$
 Central Length l_c Minimum Length l_{min}
 Central Deviation $d_c=l_c-l_n$ Minimum Deviation $d_{min}=l_{min}-l_n$
 Maximum Length l_{max} Variation $v=l_{max}-l_{min}$

Unit: μm

Nominal Length l_n mm	Ident. No.	Central Dev. d_c	Max. Dev. d_{max}	Min. Dev. d_{min}	Var. v
1	110096	+0.04	+0.05	+0.01	0.04
1.001	110522	-0.03	0.00	-0.05	0.05
1.002	110390	+0.03	+0.05	+0.02	0.03
1.003	110040	+0.03	+0.03	0.00	0.03
1.004	110656	-0.01	0.00	-0.05	0.05
1.005	110110	+0.02	+0.03	-0.01	0.04
1.006	110996	+0.03	+0.05	-0.03	0.08
1.007	110443	+0.02	+0.04	-0.01	0.05
1.008	110601	+0.04	+0.05	+0.01	0.04
1.009	110946	-0.02	-0.01	-0.04	0.03
1.01	110949	0.00	+0.01	-0.02	0.03
1.02	110790	+0.01	+0.02	-0.01	0.03
1.03	110905	-0.01	+0.01	-0.02	0.03
1.04	110164	+0.03	+0.03	-0.01	0.04
1.05	110395	0.00	+0.01	-0.04	0.05
1.06	110091	+0.02	+0.04	-0.01	0.05
1.07	110036	-0.01	+0.02	-0.04	0.06
1.08	110148	+0.01	+0.04	-0.03	0.07
1.09	110787	-0.01	+0.01	-0.05	0.06
1.1	110970	-0.04	+0.01	-0.06	0.07
1.2	110070	-0.02	-0.01	-0.03	0.02
1.3	110716	-0.01	+0.02	-0.04	0.06
1.4	110158	-0.02	+0.01	-0.05	0.06
1.5	110077	+0.02	+0.02	-0.02	0.04
1.6	110343	+0.01	+0.02	-0.01	0.03
1.7	110430	+0.03	+0.06	0.00	0.06
1.8	110242	+0.03	+0.06	+0.01	0.05
1.9	110012	+0.01	+0.04	-0.03	0.07
2	110189	+0.01	+0.03	-0.02	0.05
3	110800	+0.03	+0.03	+0.01	0.02
4	110199	+0.02	+0.04	-0.01	0.05
5	110412	+0.02	+0.04	-0.02	0.06
6	112069	+0.01	+0.04	-0.02	0.06
7	111320	-0.02	-0.01	-0.03	0.02
8	111956	0.00	+0.02	-0.02	0.04
9	111824	0.00	+0.03	-0.01	0.04
10	113639	+0.02	+0.06	0.00	0.06
20	113256	+0.07	+0.07	-0.01	0.08
30	111536	+0.05	+0.08	+0.03	0.05

Anexo C. Certificado de calibración de la esfera patrón

Test Certificate



Carl Zeiss IMT Corp
Minneapolis, MN 55369

Technical Process Control Group

Document No.: 301379

Coordinate Measuring Machine: Vista DCC
Serial Number: 200512301379

Reference sphere No.	E3489
Catalog No.	600332-9030.000
Radius	12.4980

The maximum deviation from the roundness is
.035 μ m.

The mean radius has been determined with a measuring uncertainty of
 $\pm .15\mu$ m; it is stored in the determination program for the sphere.

Carl Zeiss IMT Corp
Technical Process Control Group
Industrial Measurement Technology
Minneapolis, MN 55369

Datum/Date
1/10/2006

Anexo D. Resultados de las pruebas de planicidad en bloques patrón

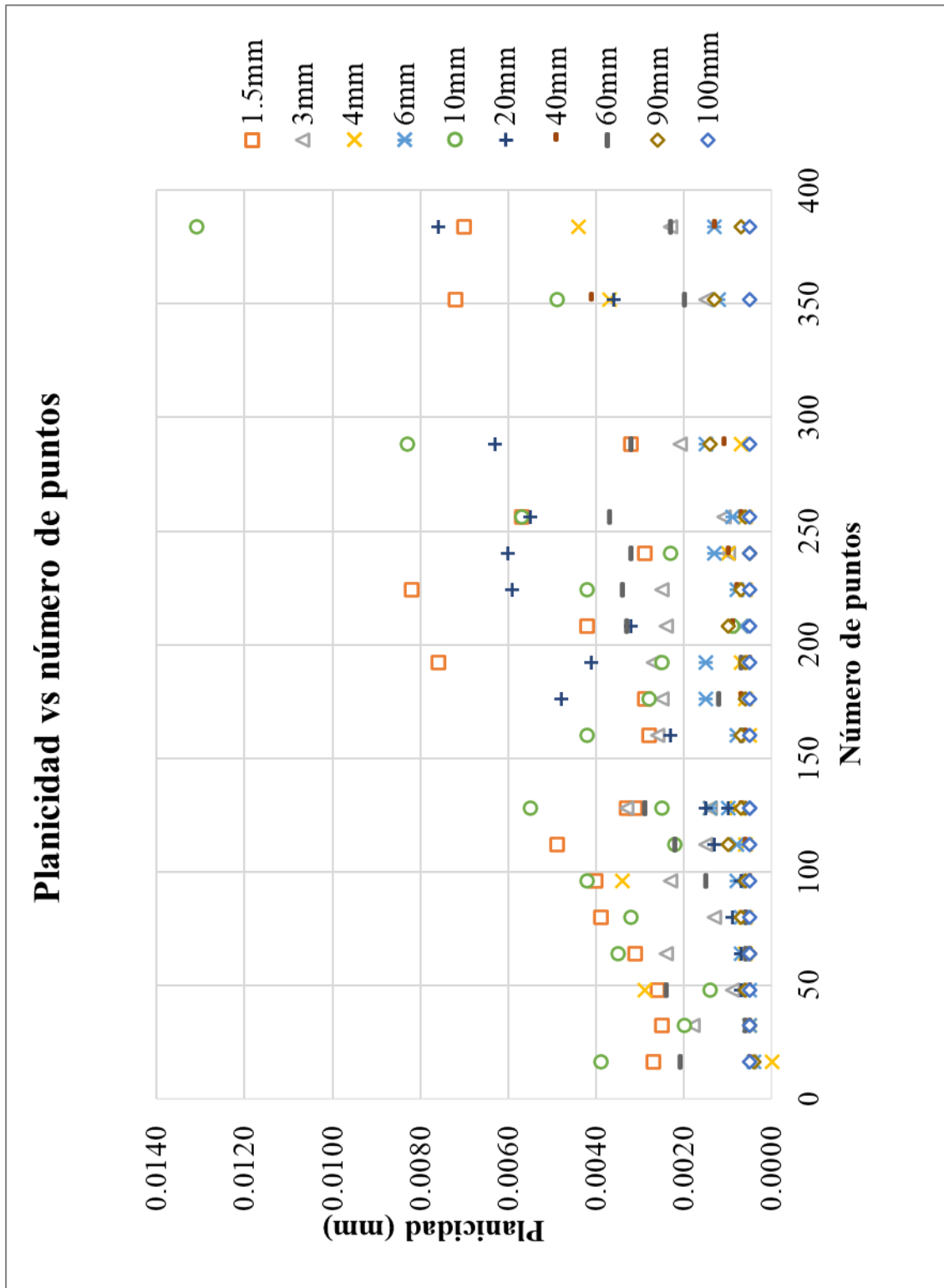


Figura A.1 Gráfica con resultados de las pruebas de planicidad en bloques patrón.

Anexo E. Curvas ajustadas para resultados de pruebas en bloques patrón

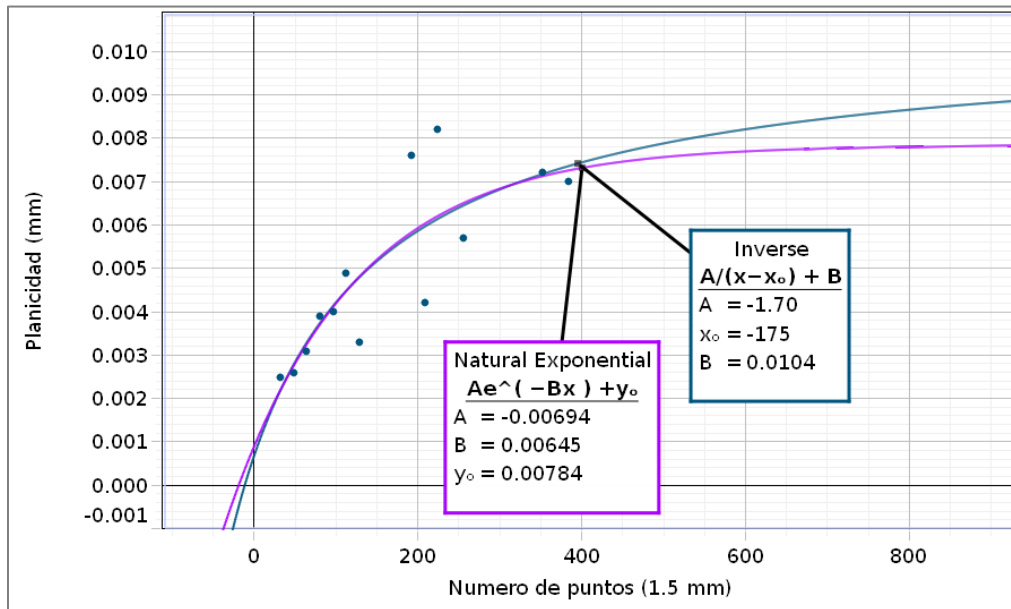


Figura A.2 Gráfica ajustada con la función de planicidad para el bloque patrón de 1.5 mm

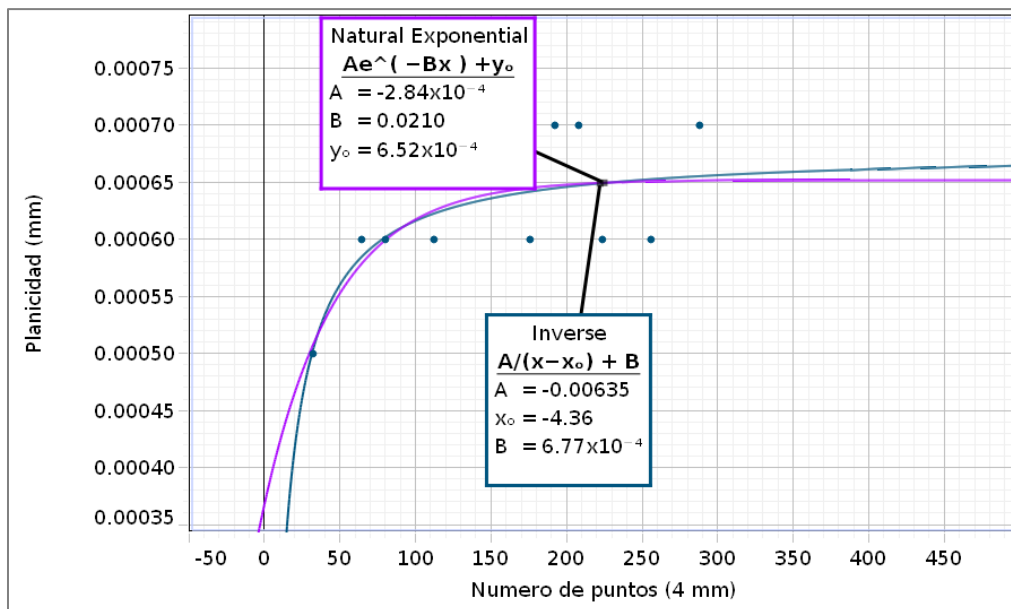


Figura A.3 Gráfica ajustada con la función de planicidad para el bloque patrón de 4 mm

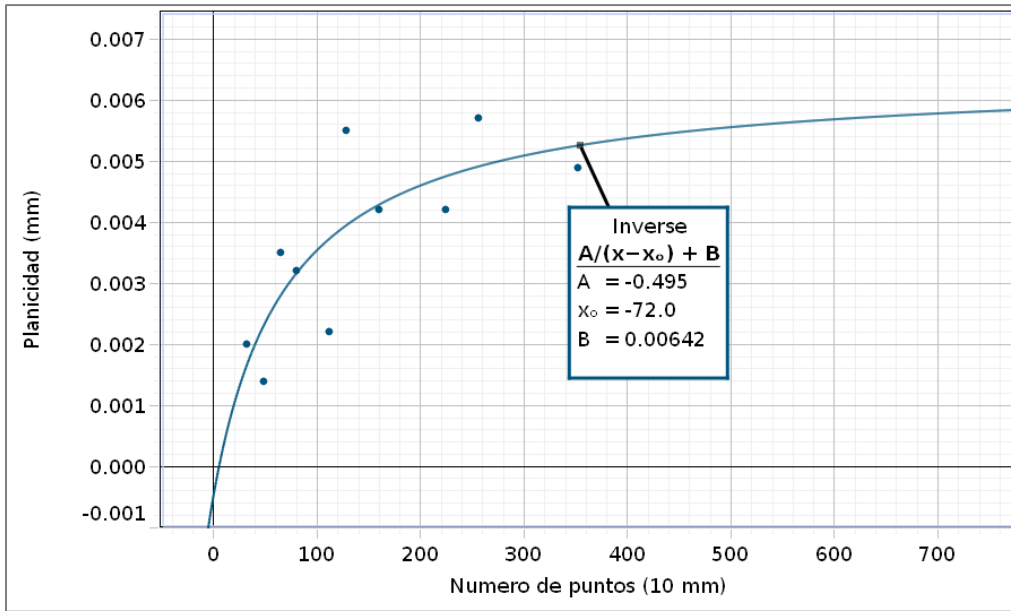


Figura A.4 Gráfica ajustada con la función de planicidad para el bloque patrón de 10 mm

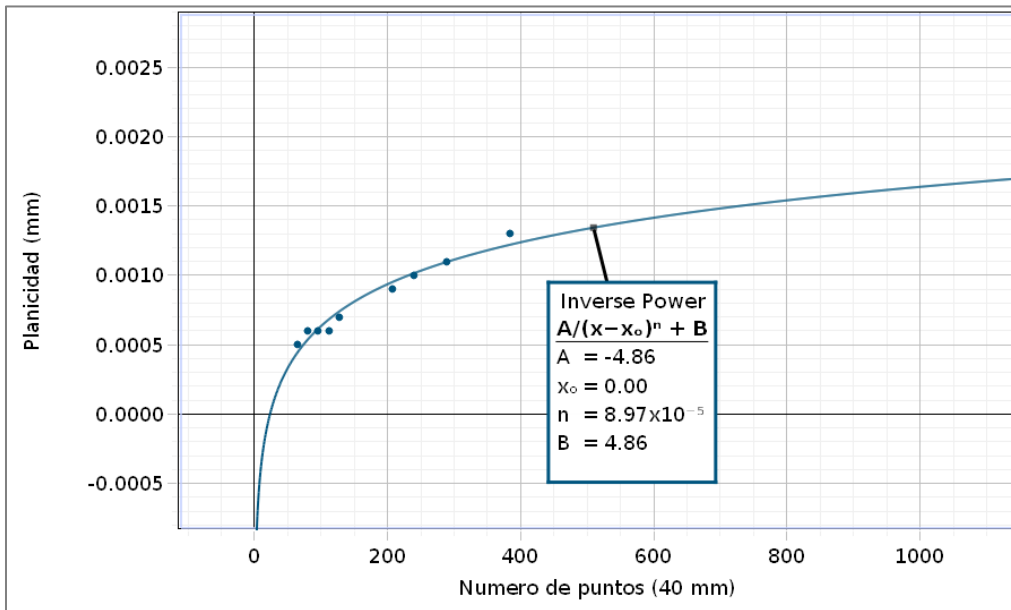


Figura A.5 Gráfica ajustada con la función de planicidad para el bloque patrón de 40 mm

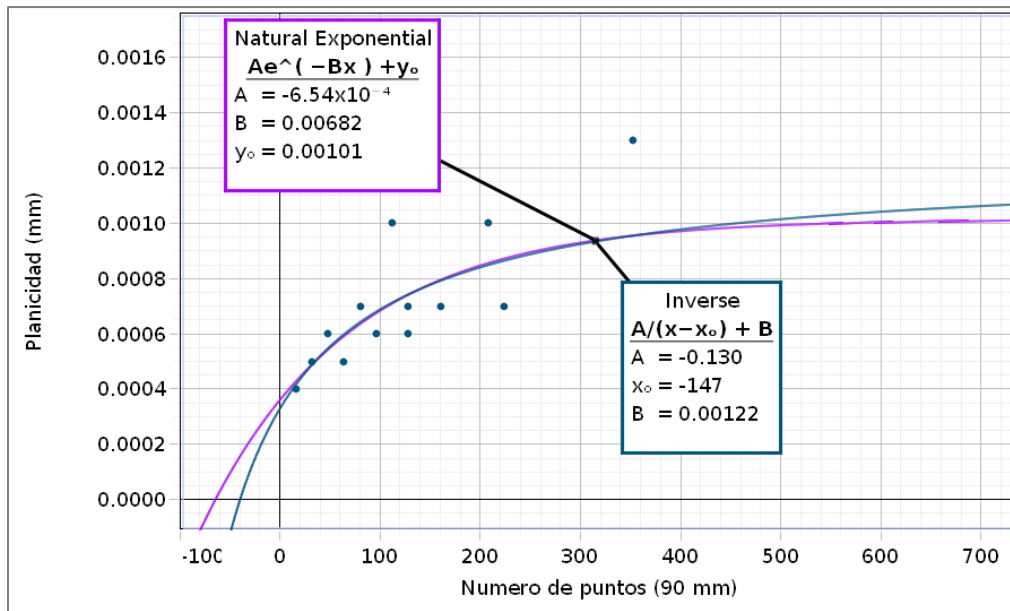


Figura A.6 Gráfica ajustada con la función de planicidad para el bloque patrón de 90 mm

Referencias

- [1] C.-X. J. Feng, A. L. Saal, J. G. Salsbury, A. R. Ness, and G. C. S. Lin, “Design and analysis of experiments in CMM measurement uncertainty study,” *Precis. Eng.*, vol. 31, no. 2, pp. 94–101, Apr. 2007, doi: 10.1016/j.precisioneng.2006.03.003.
- [2] W. Lotze, “Precision length measurement by computer-aided coordinate measurement,” *J. Phys. [E]*, vol. 19, no. 7, pp. 495–501, Jul. 1986, doi: 10.1088/0022-3735/19/7/001.
- [3] J. L. Tapia Chávez, “Diseño de un patrón para la medición de tolerancias geométricas en la Máquina de Medición por Coordenadas,” Tesis de Maestría, Universidad Autónoma de San Luis Potosí, 2014.
- [4] R. J. Hocken and P. H. Pereira, *Coordinate measuring machines and systems*, 2nd ed. CRC Press, 2012.
- [5] “Touch-trigger probe systems - TP1, TP2, TP6, TP6A, PH1, PH6, PH6M.” Renishaw plc, 2019. [Online]. Available: www.renishaw.com
- [6] “ISO 10360-1:2000 Acceptance and reverification tests for coordinate measuring machines (CMM).” ISO, 2000.
- [7] S. Crowder, C. Delker, E. Forrest, and N. Martin, *Introduction to Statistics in Metrology*. Cham: Springer International Publishing, 2020. doi: 10.1007/978-3-030-53329-8.
- [8] B. Štrbac, B. Ačko, S. Havrlišan, I. Matin, B. Savković, and M. Hadžistević, “Investigation of the effect of temperature and other significant factors on systematic error and measurement uncertainty in CMM measurements by applying design of experiments,” *Measurement*, vol. 158, p. 107692, Jul. 2020, doi: 10.1016/j.measurement.2020.107692.
- [9] I. Vrba, R. Palencar, M. Hadzistevic, B. Strbac, V. Spasic-Jokic, and J. Hodolic, “Different Approaches in Uncertainty Evaluation for Measurement of Complex Surfaces Using Coordinate Measuring Machine,” *Meas. Sci. Rev.*, vol. 15, no. 3, pp. 111–118, Jun. 2015, doi: 10.1515/msr-2015-0017.
- [10] P. J. Martínez Moreno, “Análisis de los factores que influyen en la estimación de la incertidumbre de las máquinas de medición por coordenadas (MMC),” Tesis de Maestría, Universidad Autónoma de San Luis Potosí, 2013.

- [11] E. M. Barini, G. Tosello, and L. De Chiffre, “Uncertainty analysis of point-by-point sampling complex surfaces using touch probe CMMs,” *Precis. Eng.*, vol. 34, no. 1, pp. 16–21, Jan. 2010, doi: 10.1016/j.precisioneng.2009.06.009.
- [12] A. Piratelli-Filho and B. Di Giacomo, “CMM uncertainty analysis with factorial design,” *Precis. Eng.*, vol. 27, no. 3, pp. 283–288, Jul. 2003, doi: 10.1016/S0141-6359(03)00035-7.
- [13] JCGM 200:2012, “Guía para la Expresión de la Incertidumbre de Medida.” Centro Español de Metrología, 2008.
- [14] W. T. Estler *et al.*, “Error compensation for CMM touch trigger probes,” *Precis. Eng.*, vol. 19, no. 2–3, pp. 85–97, Oct. 1996, doi: 10.1016/S0141-6359(96)00040-2.
- [15] A. S. Kumar and C. Chandrasekaran, “Analysis of Dynamic Probing Errors in Measuring Machines,” in *Innovative Design, Analysis and Development Practices in Aerospace and Automotive Engineering (I-DAD 2018)*, U. Chandrasekhar, L.-J. Yang, and S. Gowthaman, Eds. Singapore: Springer Singapore, 2019, pp. 473–482. doi: 10.1007/978-981-13-2697-4_51.
- [16] V. N. da Silva, L. H. M. Silva Nóbrega, F. A. Vieira da Silva, R. F. Alves Silva, and J. B. de Aquino Silva, “Simulation and analysis of touch trigger stylus performance,” in *ABCMSymposium Series in Mechatronics*, 2012, vol. 5, pp. 905–912.
- [17] M. R. Salleh, Qing Ping Yang, and B. Jones, “Finite Element Modeling and Simulation of Probe System,” in *2005 IEEE Instrumentation and Measurement Technology Conference Proceedings*, Ottawa, ON, Canada, 2005, vol. 2, pp. 849–852. doi: 10.1109/IMTC.2005.1604254.
- [18] M. R. Salleh, Q. P. Yang, P. Wei, and B. Jones, “Experimental Validation of FEA Modeling of Touch Trigger Probes,” in *2007 IEEE Instrumentation & Measurement Technology Conference IMTC 2007*, Warsaw, Poland, May 2007, pp. 1–4. doi: 10.1109/IMTC.2007.379096.
- [19] S. Li, P. Feng, L. Zeng, S. Wang, Y. Li, and S. Zhang, “A rigid-flexible coupling pretravel error model for a touch-trigger probe in an on-machine inspection system,” *Int. J. Adv. Manuf. Technol.*, vol. 114, no. 9–10, pp. 2991–3003, Jun. 2021, doi: 10.1007/s00170-021-06912-y.
- [20] Z. Bohan, G. Feng, and L. Yan, “Study on Pre-travel Behaviour of Touch Trigger Probe under Actual Measuring Conditions,” *Procedia CIRP*, vol. 27, pp. 53–58, 2015, doi: 10.1016/j.procir.2015.04.043.

- [21] G. D. Vélez Sánchez, “Análisis, procesamiento y evaluación de equipos dimensionales convencionales; cubriendo los requerimientos técnicos según la norma ISO/IEC 17025:2005,” Tesis de Maestría, Universidad Autónoma de San Luis Potosí, 2016.
- [22] JCGM 200:2012, “Vocabulario Internacional de Metrología - Conceptos fundamentales y generales, y términos asociados (VIM).” Centro Español de Metrología, 2012.
- [23] M. M. Pérez Hernández, “Estimación de incertidumbres - Guía GUM.” Revista Española de Metrología, Diciembre 2012.
- [24] “Metrología Abreviada, Traducción de “Metrology – in short”.” Asociación Europea de Institutos Nacionales de Metrología, Jul. 2008.
- [25] “Calypso Metrology Software - User guide.” Carl Zeiss Business Group, Aug. 2005.
- [26] D. C. Montgomery and R. Piña García, *Diseño y análisis de experimentos*, 2da edición. México: Limusa Wiley, 2004.
- [27] H. Gutiérrez Pulido and R. de la Vara Salazar, *Análisis y diseño de experimentos*, 3ra. edición. México, D.F.: McGraw-Hill Interamericana, 2012.
- [28] S. N. Cerda Avila, “Análisis de la influencia de los parámetros del proceso en las propiedades mecánicas de partes fabricadas mediante Modelado por Deposición Fundida,” Tesis de Maestría, Universidad Autónoma de San Luis Potosí, 2017.
- [29] “ISO/IEC 17025:2017 Requisitos generales para la competencia de los laboratorios de ensayo y calibración.” ISO, 2017.
- [30] “BS EN ISO 1:2002 Geometrical product specifications (GPS). Standard reference temperature for geometrical product specification and verification.” ISO, 2002.
- [31] J. R. Zeleny Vázquez, “¿Cuántos puntos medir?,” *Mundo Mitutoyo - Revista Técnica Científica*, vol. 152, p. 18, 2005.
- [32] R. G. Budynas, J. K. Nisbett, and J. E. Shigley, *Shigley's mechanical engineering design*, 10th edition. New York, NY: McGraw-Hill Education, 2015.
- [33] S. D. Phillips, B. Borchardt, W. T. Estler, and J. Buttress, “The estimation of measurement uncertainty of small circular features measured by coordinate measuring machines,” *Precis. Eng.*, vol. 22, no. 2, pp. 87–97, Apr. 1998, doi: 10.1016/S0141-6359(98)00006-3.