

Universidad Autónoma de San Luis Potosí

Facultad de Ingeniería

Centro de Investigación y Estudios de Posgrado

Estudio de la estabilidad de espuma en el rendimiento metalúrgico de la flotación de minerales

TESIS

Que para obtener el grado de:

Doctor en ingeniería de minerales

Presenta:

M. I. Luis Ramón Arellano Piña

Asesor:

Dr. José Angel Delgadillo Gómez

Co-Asesor:

Dr. Roberto Pérez Garibay

Financiado parcialmente por:

- CINVESTAV-IPN proyecto interno No. 1032
- CONACYT beca de doctorado No. 290840



San Luis Potosí, S. L. P.

Octubre de 2018



Universidad Autónoma de San Luis Potosí

Facultad de Ingeniería

Centro de Investigación y Estudios de Posgrado

Estudio de la estabilidad de espuma en el rendimiento metalúrgico de la flotación de minerales

TESIS

Que para obtener el grado de:

Doctor en ingeniería de minerales

Presenta:

M. I. Luis Ramón Arellano Piña	
Dr. José Angel Delgadillo Gómez	
Dr. Roberto Pérez Garibay	
Dr. Antonio Aragón Piña	
Dr. Enrique Elorza Rodríguez	
Dr. Ciro Alberto Núñez Gutiérrez	
Dr. Cristóbal Alberto Pérez Alons	0
San Luis Potosí, S. L. P.	Octubre de 2018







UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE SAN LUIS POTOSÍ FACULTAD DE INGENIERÍA

Área de Investigación y Estudios de Posgrado

Aclaración

El presente trabajo que lleva por título:

"Estudio de la estabilidad de espuma en el rendimiento metalúrgico de la flotación de minerales"

Se realizó en el periodo enero de 2014 a diciembre de 2017 bajo la dirección del Dr. José Angel Delgadillo Gómez y en Co-dirección del Dr. Roberto Pérez Garibay.

Originalidad

Por este medio aseguro que he realizado este documento de tesis para fines académicos sin ayuda indebida de terceros y sin utilizar otros medios más que los indicados.

Las referencias e información tomadas directa o indirectamente de otras fuentes se han definido en el texto como tales y se ha dado el debido crédito a las mismas.

El autor exime a la UASLP de las opiniones vertidas en este documento y asume la responsabilidad total del mismo.

Este documento no ha sido sometido como tesis a ninguna otra institución nacional o internacional en forma parcial o total.

Se autoriza a la UASLP para que divulgue este documento de Tesis para fines académicos.

Nombre y Firma del autor
 Luis Ramón Arellano Piña



UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE SAN LUIS POTOSÍ SISTEMA DE BIBLIOTECAS DIRECCIÓN DE BIBLIOTECA VIRTUAL Zona Universitaria s/n C.P. 78290 Tel. 834 25 42 Fax 826 23 06



San Luis Potosí, S.L.P. México

El que suscribe <u>Luis Ramón Arellano Piña</u> con domicilio <u>en Av. Pedro coronel #418</u> colonia/ fraccionamiento <u>Los prados</u> C.P. <u>98610</u> Tel. <u>8441137395</u> Ciudad <u>Guadalupe</u>, <u>Zacatecas</u> y en mi carácter de autor y titular de la tesis que lleva por nombre <u>Estudio de la estabilidad de espuma en el rendimiento metalúrgico de la flotación de minerales</u>, en lo sucesivo "LA OBRA" y por ende, cedo y autorizo a la Universidad Autónoma de San Luis Potosí, para que lleve a cabo la divulgación, publicación, reproducción, así como la digitalización de la obra, en formato electrónico y sin fines de lucro.

La Universidad Autónoma de San Luis Potosí, se compromete a respetar en todo momento mi autoría y a otorgarme crédito correspondiente.

San Luis Potosí, S.L.P. a 20 de octubre de 2018

Atentamente,

Luis Ramón Arellano Piña





A mis padres:

María Guadalupe Piña Jaime y Luis Ramón Arellano Llamas

Con mucho amor.

Agradezco a mi hermana Fabiola, a mi hermana Lupita, a mi cuñado Eberth y a mi sobrino Santiago, por todos los momentos de cariño y diversión.

Agradezco a mis asesores Dr. José Angel Delgadillo Gómez y Dr. Roberto Pérez Garibay por todo el apoyo y conocimiento que recibí durante el desarrollo de esta tesis.

Agradezco a mis sinodales Dr. Antonio Aragón Piña, Dr. Enrique Elorza, Dr. Roel Cruz Gaona, Dr. Cristóbal Pérez Alonso y Dr. Ciro Núñez por sus comentarios y aportaciones en mi formación como profesional.

Agradezco a los profesores Dr. Alejandro López Valdivieso, Dr. Israel Rodríguez Torres, M.I. Carmen Ojeda, Dr. Juan Luis Reyes y a todo el personal que trabaja en el Instituto de Metalurgia-Universidad Autónoma de San Luis Potosí.

Agradezco al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACyT) por otorgarme la beca de doctorado 290840.

Agradezco al Centro de Investigación y de Estudios Avanzados (CINVESTAV - Saltillo) por todas las facilidades otorgadas mediante el uso de instalaciones, equipos de laboratorio y recursos financieros en el desarrollo de esta tesis.

A mis hermanos Ali y Jorge que convivimos durante mi etapa de doctorado en la casa de doña mago, a ellos y a sus familias un profundo agradecimiento.

Al equipo de baloncesto del Instituto de Metalurgia: Armando, Mario, Toño, Chuy, Esdeidy por tantos juegos intensos los viernes por la tarde.

A mis amigos: Gaby, Víctor, Perla, Leo, Kardia, Gilberto, Hilda, Paco, Emmanuel, Ixaura, Juan, Peter, Aníbal, Carlitos, Pradip, Courtney, Damaris, Miriam, Simón, Martha, Chuy, Paloma, Jaime, Remigio, Daniel, Ricardo, Dandy, Cristina, Lanie, Gerardo, Miguel, Betsy, Angélica y todos los que me han ayudado a crecer como persona, Gracias por su apoyo.

¡Gracias totales!

Resumen

En la presente tesis se estudió el efecto de la dosificación de aire y de espumantecolector en la estabilidad y la movilidad de la espuma de flotación (estabilidad dinámica). Esta información es relevante para el diseño y optimización de celdas de flotación con canaletas internas de recolección de mineral y para el análisis del grado y la recuperación (rendimiento metalúrgico). Para dicho estudio, se involucró el análisis de variables que afectan el movimiento de las burbujas en las dos zonas principales de la celda de flotación: la zona de colección y la zona de espuma.

Se desarrolló un aparato experimental a escala de laboratorio en estado continuo y se planteó un diseño experimental con dos variables de estudio en tres niveles: velocidad superficial de gas (Jg=0.37, 0.77 y 1.17 cm/s) y concentración de espumante-colector (MIBC y X-343 =30, 20 y 10 ppm para cada reactivo).

Los resultados mostraron que la movilidad de la espuma (desplazamiento horizontal) se favoreció a altos niveles de aireación (Jg). Mientras que altos niveles de dosificación de reactivos (espumante y colector) promueven una alta capacidad de acarreo de sólidos, aumentando la estabilidad de la espuma y el tiempo de vida media de las burbujas.

Se demostró que el grado de galena (PbS) y pirita (FeS₂) en el concentrado cambia en función de las variables de estudio y la movilidad de espuma (desplazamiento horizontal). Esto debido al drenado selectivo de partículas generado por el flujo de agua a través de los canales de Gibbs en la espuma.

Con el uso de datos experimentales y la implementación de modelos matemáticos de flotación, se generaron modelos estadísticos para la estimación de los parámetros de estabilidad de espuma a través del desplazamiento horizontal (β , λ y ζ). Utilizando dichos modelos, se obtuvieron simulaciones aceptables para la recuperación global de sólidos (R^2 =0.72) y para la recuperación por tamaño de partícula (R^2 =0.69).

Índice general

Resumen	viii
Índice general	ix
Índice de figuras	xiii
Índice de tablas	xvii
Nomenclatura	xviii
Introducción	1
Hipótesis	7
Objetivo general	7
Objetivos específicos	7
1.Antecedentes sobre la cinemática de bu	rbujas y
su efecto en el rendimiento metalúrgico	8
1.1 Propiedades mecánicas de las espumas	8
1.1.1 Densidad de la espuma	
1.1.2 Tamaño de burbuja en la espuma	9
1.1.3 Elasticidad de la espuma	10

1.1.4 Viscosidad de la espuma10
1.1.5 Estabilidad de espuma11
1.2 Factores que afectan la estabilidad dinámica de la espuma12
1.2.1 Tipo y concentración de espumante12
1.2.2 Capacidad de acarreo de las burbujas y características de los sólidos transportados
1.2.3 Indicadores de dispersión de gas16
1.2.3.1 Velocidad superficial de gas (Jg, cm/s)17
1.2.3.2 Porcentaje de aire retenido (εg , %)19
1.2.3.3 Tamaño de burbuja en zona de colección (db32, mm)20
1.2.3.4 Flujo de área superficial de las burbujas (Sb, s ⁻¹)22
1.3 Métodos para la determinación de la estabilidad dinámica de espuma24
1.3.1 Recuperación de la zona de espuma (Rf)24
1.3.2 Técnicas de análisis de imagen para evaluar la estabilidad de espumas30
1.4 Estabilidad dinámica de la espuma en el diseño de celdas de flotación31
2.Metodología experimental para el estudio de la
estabilidad de espuma33
2.1 Diseño experimental33
2.2 Características físicas y químicas del mineral en cabeza34
2.3 Desarrollo del aparato experimental
2.4 Descripción de la prueba42
2.5 Mediciones y análisis de datos43
2.5.1 Medición de los indicadores de dispersión de das 43

2.5.2 Medición de la velocidad de espuma y tiempo de retención de la espuma (
2.5.3 Medición del tamaño de burbuja en zona de espuma	
2.5.4 Medición experimental de la recuperación de la zona de espuma	
2.5.5 Medición de drenado de partículas (distribución de tamaño y grado)	49
2.6 Consideraciones realizadas en la metodología experimental	50
3.Resultados y discusión de la estabilidad espuma y su efecto en el rendimiento metalúrg	ico
3.1 Análisis de tamaño de burbuja	51
3.1.1 Burbujas en zona de colección	51
3.1.2 Burbujas en zona de espuma	53
3.1.3 Crecimiento de burbujas en zona de colección y en zona de espuma	56
3.2 Análisis del desplazamiento horizontal y capacidad de acarreo de la esp	
3.3 Análisis del drenado de sólidos a través del desplazamiento horizontal	61
3.3.1 Drenado global de sólidos	61
3.3.2 Drenado por elementos y grado del concentrado	62
3.3.3 Drenado por tamaño de partícula	64
3.4 Análisis del grado y la recuperación en el concentrado	66
3.4.1 Indicadores de dispersión de gas y recuperación global de sólidos	66
3.4.2 Indicadores de dispersión de gas y grado del concentrado	73
3.5 Modelación de los parámetros de estabilidad de espuma	76
3.5.1 Parámetro de ruptura de burbujas ($oldsymbol{eta}$)	77

3.5.2 Parámetros de drenado de partículas (λ y ζ)8
3.5.3 Parámetro de flotabilidad (Pi)8
3.6 Simulación de flotación9
3.6.1 Simulación de la recuperación global de sólidos en la celda principal9
Conclusiones92
Referencias94
Anexos100
Anexo A: Condiciones de molienda10
Anexo B: Balance de masa10
Anexo C: Resultados de ensayes10
Anexo D: Sistema de ecuaciones para la estimación de los parámetros de estabilida
de espuma10
Anexo E: Análisis estadístico para la modelación de los parámetros de estabilidad de
espuma10

Índice de figuras

		Pág.
Figura I.1.	Variables y fenómenos que ocurren en el proceso de flotación	1
Figura I.2.	Medición tradicional de la recuperación de la zona de espuma (Rf)	5
Figura I.3.	Celdas de flotación con canaletas internas de recolección de concentrado	6
Figura 1.1.	Mediciones del diámetro de burbuja en espuma (King, 2001).	9
Figura 1.2.	Rheograma de espuma en tres fases (Li y col., 2015).	11
Figura 1.3.	Concentración crítica de coalescencia (Chao y Laskowski (2002).	13
Figura 1.4.	Ángulo de contacto a) super-hidrófilo, b) hidrófilo, c) hidrófobo y d) super-hidrófobo.	15
Figura 1.5.	Sensor para la determinación de Jg (Gómez y Finch, 2007).	17
Figura 1.6.	Sensor para la determinación del porcentaje de aire retenido (Gómez y Finch, 2007).	20
Figura 1.7.	Dispositivo industrial para la medición de tamaño de burbuja (Gómez y Finch, 2007).	21
Figura 1.8.	Representación de los sensores de medición para determinar la dispersión de	23
	gas en una celda industrial (Gómez y Finch, 2007).	
Figura 1.9.	Aparato experimental para la medición de Rf (Falutsu y col., 1969).	24
Figura 1.10.	Efecto del tiempo de retención de la espuma y recuperación de la zona de espuma (Vera y col., 2002).	25
Figura 1.11.	Efecto de tamaño de partícula en la recuperación de la zona de espuma (Vera y col., 2002).	27
Figura 1.12.	Dispositivo para la medición de Rf (Seaman y col., 2004).	28
Figura 1.13.	Dispositivo para la medición de Rf en celdas industriales (Yianatos y col., 2001).	29
Figura 1.14.	Celda de flotación con canaletas radiales	31
Figura 2.1.	Distribuciones de tamaño de partícula en mineral de cabeza y productos de	34
	alimentación a pruebas de flotación.	
Figura 2.2.	Difractograma realizado al mineral de cabeza.	36
Figura 2.3.	Micrografías de los minerales a) galena y pirita, b) pirita.	37
Figura 2.4.	Esquema del aparato experimental.	39
Figura 2.5.	Construcción de celda de flotación y extensiones.	39
Figura 2 6	Esquema de pantalla de burbuias (localización y dimensiones)	40

Figura 2.7.	Diagrama de la celda de flotación y extensiones.	41
Figura 2.8.	Calibración de rotámetro.	43
Figura 2.9.	Determinación del porcentaje de aire retenido.	44
Figura 2.10.	Estimación del tamaño promedio Sauter.	45
Figura 2.11.	Serie de imágenes para la medición de la velocidad, distancia horizontal de las espumas y su metodología de cálculo.	46
Figura 2.12.	Medición del tamaño promedio Sauter de burbuja en la zona de espuma.	47
Figura 2.13.	Medición experimental de la recuperación de la zona de espuma.	48
Figura 2.14.	Flujos en la celda de flotación y cálculo de drenado.	49
Figura 3.1.	Burbujas generadas en zona de colección y las variables de estudio.	51
Figura 3.2.	Tamaño Sauter de burbuja en zona de colección en función de la aireación y la concentración de reactivos.	52
Figura 3.3.	Distribución de tamaño de burbuja a diferentes condiciones de aireación y concentración de MIBC/X-343 a)30 ppm; b)20 ppm y c)10 ppm.	53
Figura 3.4.	Comparativo de imágenes de burbujas en la zona de espuma a diferentes condiciones operativas.	54
Figura 3.5.	Comparativo de burbujas en zona de colección y zona de espuma.	55
Figura 3.6.	Crecimiento de burbujas a través del tiempo y las variables de estudio a) MIBC/X-343=30 ppm y Jg = 0.37 cm/s; b) MIBC/X-343=30 ppm y Jg = 1.17 cm/s; c) MIBC/X-343=10 ppm y Jg = 0.37 cm/s d) MIBC/X-343=10 ppm y Jg = 1.17 cm/s.	57
Figura 3.7.	Tamaño promedio Sauter en la zona de espuma en función de las variables de estudio.	58
Figura 3.8.	Tamaño Sauter de burbuja en función del desplazamiento horizontal de la espuma a diferentes condiciones de aireación y concentración de reactivos a) MIBC/X-343 30 ppm b) MIBC/X-343=20ppm y c) MIBC/X-343=10ppm.	58
Figura 3.9.	Velocidad y desplazamiento horizontal de espuma a diferentes niveles de aireación y dosificación MIBC/X-343 a) 30 ppm; b) 20 ppm y c) 10 ppm.	59
Figura 3.10.	Porcentaje de sólidos drenados a través del desplazamiento horizontal a diferentes condiciones de aireación y concentración de reactivos a) 30 ppm b) 20 ppm y c) 10 ppm.	61
Figura 3.11.	Porcentaje de drenado y grado del concentrado obtenido a través del desplazamiento horizontal de la espuma a diferentes condiciones operativas para plomo y hierro (a) y b) jg=1.17cm/s;MIBC/X-343=30 y 10ppm); (c) y d) jg=0.77cm/s;MIBC/X-343=30 y 10ppm); (e) y f) jg=0.37cm/s;MIBC/X-343=30 y 10ppm).	64

Figura 3.12.	Tamaño P ₈₀ de sólidos drenados a través del desplazamiento horizontal de	64
	espuma a diferentes condiciones de concentración de reactivos y aireación a)	
	Jg=0.37 cm/s, b) Jg=1.17 cm/s.	
Figura 3.13.	Relación entre la recuperación global de sólidos, Jg y la concentración de	67
	reactivos.	
Figura 3.14.	Relación entre la recuperación global de sólidos y la recuperación de agua.	67
Figura 3.15.	Relación entre la recuperación global de sólidos y el tiempo de residencia de	68
	la pulpa.	
Figura 3.16.	Relación entre la recuperación global de sólidos y la velocidad superficial de	68
	gas.	
Figura 3.17.	Recuperación global de sólidos y el tamaño Sauter de burbuja en zona de	69
	colección.	
Figura 3.18.	Recuperación global de sólidos y porcentaje de aire retenido.	69
Figura 3.19.	Recuperación global de sólidos y tiempo de retención de la espuma.	70
Figura 3.20.	Recuperación de la zona de espuma y tiempo de retención de la espuma.	70
Figura 3.21.	Relación entre la constante cinética global y el flujo superficial de gas.	71
Figura 3.22.	Relación entre el flujo superficial de gas y el tamaño Sauter burbuja.	71
Figura 3.23.	Relación entre el porcentaje de aire retenido y la velocidad superficial de gas.	71
Figura 3.24.	Recuperación de la zona de espuma en función de la concentración de	72
	reactivos y Jg.	
Figura 3.25.	Grado promedio de concentrado obtenido a) Plomo b) Hierro y c) Zinc, en	73
	función de las variables de estudio.	
Figura 3.26.	Grado promedio de concentrado obtenido a) Plomo b) Hierro y c) Zinc, en	74
	función del tamaño promedio Sauter en zona de colección.	
Figura 3.27.	Grado promedio de concentrado obtenido a) Plomo b) Hierro y c) Zinc, en	75
	función del tiempo de retención de la espuma.	
Figura 3.28.	Esquema del rompimiento de burbujas y el drenado de partículas.	76
Figura 3.29.	Parámetro β del modelo de recuperación de la zona de espuma, en función	78
	de las variables de estudio y el desplazamiento horizontal a) 200 mm, b)400	
	mm y c) 600 mm.	
Figura 3.30.	Correlación entre los datos experimentales y calculados del parámetro β.	80
Figura 3.31.	Parámetro de drenado λ en función de la distancia recorrida por la espuma y	81
	las variables de estudio (aireación y dosificación de reactivo).	
Figura 3.32.	Parámetro de drenado ζ en función de la distancia recorrida por la espuma y	81
	las variables de estudio (aireación y dosificación de reactivo).	
Figura 3.33.	Parámetro de rompimiento (ωi) en función de las variables de estudio	83
	(Jg=0.37cm/s y MIBC/X-343=10 Y 30 ppm) y el desplazamiento horizontal de	
	espuma a) 200mm b) 400mm y c) 600mm	

Figura 3.34.	Parámetro de rompimiento (ωi) en función de las variables de estudio	84
	(Jg=1.17cm/s y MIBC/X-343=10 y 30 ppm) y el desplazamiento horizontal de	
	espuma a) 200mm b) 400mm y c) 600mm	
Figura 3.35.	Correlación entre datos experimentales y estimados a) λ y b) ζ .	85
Figura 3.36.	Parámetro de flotabilidad en función de la concentración de reactivos	86
	(MIBC/X-343 = 30 y 10 ppm), aireación (0.37 cm/s) y el desplazamiento	
	horizontal a) 200 mm b) 400 mm y c) 600 mm.	
Figura 3.37.	Parámetro de flotabilidad en función de la concentración de reactivos	87
	(MIBC/X-343 = 30 y 10 ppm), aireación (0.37 cm/s) y el desplazamiento	
	horizontal a) 200 mm b) 400 mm y c) 600 mm.	
Figura 3.38.	Ajuste de datos experimentales y los calculados del parámetro Pi a y b) 30	89
	ppm, c y d) 20 ppm.	
Figura 3.39.	Correlación entre la recuperación global (modelo) y la recuperación global	90
	experimental.	
Figura 3.40.	Correlación entre la recuperación por tamaño de partícula (modelo) y la	90
	recuperación por tamaño de partícula experimental.	
Figura 3.41.	Simulación de diferentes niveles de aireación (Jg) y concentración de	91
	reactivos.	
Figura A1.	Molino de bolas	100
Figura A2.	Cinética de molienda	100
Figura B1.	Balance de masa. a) flujo másico b) tamaño de partícula y c) ensayes.	101
Figura D1.	Fluios involucrados en la celda principal y extensiones	103

Índice de tablas

		Pág
Tabla 1.1.	Trabajos relacionados al uso de técnicas de análisis de imagen en la flotación	30
	(Shean y Cilliers, 2011)	
Tabla 2.1.	Serie de pruebas.	33
Tabla 2.2	Grado en el mineral de cabeza de alimentación a pruebas de flotación.	35
Tabla 2.3	Grado de elementos presentes en la cabeza por fracciones de tamaño	35
Tabla 3.1.	Tamaño promedio Sauter de burbuja en zona de colección y en zona de espuma	55
Tabla 3.2.	Velocidad de dispersión y capacidad de acarreo de las espumas.	60
Tabla 3.3.	Indicadores de la dispersión de gas y otros indicadores del proceso.	66
Tabla 3.4.	Valores numéricos de las constates de proporcionalidad ($lpha_1\ lpha_4$) para $oldsymbol{eta}$	79
Tabla 3.5.	Valores numéricos de las constates de proporcionalidad ($lpha_1\ lpha_4$) para $\ \lambda y \zeta$	84
Tabla 3.6.	Valores numéricos de las constates de proporcionalidad $(\alpha_1 \alpha_4)$ para Pi	88
Tabla C1	Análisis químico cuantitativo.	102
Tabla E1.	Iteraciones para de las constantes de proporcionalidad parámetro eta .	105
Tabla E2.	Análisis de varianza parámetro β .	106
Tabla E3.	Iteraciones para de las constantes de proporcionalidad parámetro λ .	106
Tabla E4.	Análisis de varianza parámetro λ .	106
Tabla E5.	Iteraciones para de las constantes de proporcionalidad parámetro ζ .	107
Tabla E6.	Análisis de varianza parámetro ζ .	107
Tabla E7.	Iteraciones del modelo Pi	108
Tabla E8.	Análisis de varianza modelo Pi.	109

Nomenclatura

Ro, Rc, Rf, Rw	Recuperación: global de sólidos, en zona de colección, en zona
	de espuma, de agua.
R_i , Rc_i , Rf_i	Recuperación: de partículas de tamaño i , en zona de colección;
	en la zona de espuma.
Jg,	Velocidad superficial de gas o aireación.
$db_{32}, ZEdb_{32}$	Diámetro promedio Sauter burbuja en zona de colección, zona de
	espuma.
εg	Porcentaje de aire retenido.
db_i ,	Diámetro aritmético de burbuja, calculado.
dp_i	Diámetro de partícula de tamaño i.
Sb,	Flujo superficial de burbujas.
Kc, kc_i, k_i	Constante cinética en zona de colección y en tamaño i , constante
	cinética específica en tamaño i .
t, τ, FRT ,	Tiempo, residencia en la pulpa, retención en la espuma
ENT_i	Entrampamiento de partículas de tamaño i .
Qs,Qa,Qw,Qf	Flujo volumétrico de sólidos, aire, agua, espuma.
Q_w^A,Q_w^C,Q_w^T	Flujo volumétrico de agua en alimentación, en concentrado y en
	colas.
Q_p^A,Q_p^C,Q_p^T	Flujo volumétrico de pulpa en alimentación, en concentrado y en
	colas.
$M_i^A, M_i^C, M_i^T, M_i^I$	Flujo másico de partículas de tamaño i en alimentación,
M_i^{Tubo}	concentrado, colas, interfase zona de colección-espuma, tubo de
	muestreo.
m_s, m_l, m_g	Masa de sólidos, líquido y gas.
Pi	Flotabilidad de partículas de tamaño i.
E_A, E_D, E_C	Probabilidad de adhesión, desprendimiento y colisión.
eta , λ , ζ	Parámetros de estabilidad de espuma.

Nomenclatura

D D	D	:			:	-4
P,p,Patm	Presion.	. presion	en un	bunto.	presion	atmosférica.

g Aceleración de la gravedad.

 ρ_w , ρ_p , ρ_e , ρ_{bulk} Densidad de agua, partícula, espuma, pulpa.

Vc Velocidad de dispersión de espuma.

Vp, *Vf* Volumen de partículas, espuma.

 A_b, A_c, A_e Área de burbuja, transversal de la celda de flotación, espuma.

 k_{slg} , k_{sl} Conductividad eléctrica en tres fases y en dos fases (sólido,

líquido y gas).

 v_e Velocidad de espuma.

Capacidad de acarreo en zona de colección.

FRC, LL Flujo de transporte de carga en espuma, carga en el labio de

rebose.

 D^{200} , D^{400} , D^{600} , D^{CF} Porcentaje de drenado a 200-600mm y concentrado final.

#p , #area Número de partículas, área.

L, H, D Longitud de labio de rebose, altura, distancia.

 X_c, X_B , Grado de mineral y grado de mineral en burbujas.

Introducción

El proceso de flotación es el método de concentración más utilizado para minerales sulfurosos. Este método se basa en las diferencias de propiedades superficiales de las partículas, que se manifiesta a través de su hidrofobicidad y su facilidad para adherirse a las burbujas de aire y flotar. La capacidad de una partícula mineral para flotar (flotabilidad), en función de su tamaño, composición, liberación, entre otras características, puede ser promovida o inhibida con la manipulación de variables fisicoquímicas (reactivos químicos) y parámetros operativos (caudales de alimentación de pulpa y aire, tipo de celda, altura de espuma, entre otros.) que serán brevemente descritos en esta sección.

La interacción entre variables fisicoquímicas y los parámetros operativos, tiene efectos positivos o negativos sobre los fenómenos que ocurren en el proceso de flotación (interacción burbuja-partícula: colisión, adhesión, drenado) y en el concentrado obtenido, como se puede visualizar en la Figura I.1.

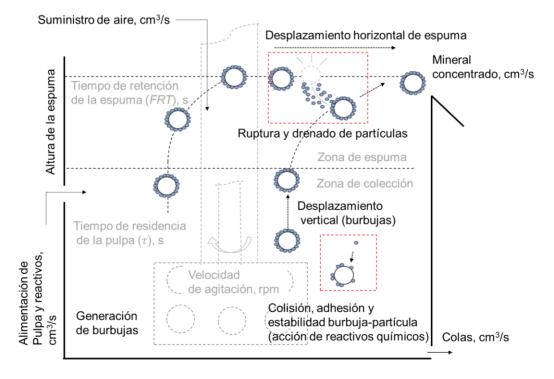


Figura I.1. Variables y fenómenos que ocurren en el proceso de flotación

El concentrado se puede evaluar en términos de dos conceptos principales: El grado y la recuperación. El grado es una medida de la "calidad o pureza" del concentrado, mientras que la recuperación es la razón entre los contenidos del metal de interés en el concentrado y los contenidos de dicho metal en la alimentación. Tanto el grado como la recuperación, son variables opuestas entre sí, de tal manera que la tarea del metalurgista de planta es realizar la adecuada selección de variables fisicoquímicas y parámetros operativos, para la optimización del grado o la recuperación según se desee.

Los parámetros operativos representan el conjunto de variables que pueden ser medibles directamente, o estimadas con el uso de modelos matemáticos y son utilizadas en el control del proceso. Algunos de estos parámetros están asociadas al suministro de aire y son: la velocidad superficial de gas (Jg), el porcentaje de aire retenido (ε_g) y el tamaño promedio Sauter de burbuja (db_{32}) (Gómez y Finch, 2007). Otros parámetros operativos son: el tiempo de residencia de la pulpa (τ) , el tiempo de retención de la espuma (FRT), la velocidad de agitación, tipo de estator y la recuperación de la zona de espuma (Rf).

La velocidad superficial de gas (Jg), se define como la razón entre el flujo volumétrico de aire en la alimentación a la celda de flotación (cm³/s) sobre el área transversal de la celda (cm²). La velocidad superficial de gas (cm/s) o "aireación", en conjunción con otros parámetros operativos como la velocidad de rotación y tipos de sistemas de rotor/estator, además de la concentración de espumante, determinan la distribución de tamaño de burbujas en la zona de colección (Girgin y col., 2006).

Conocer la distribución de tamaño de burbujas generadas en la zona de colección y la estimación del diámetro promedio Sauter de burbuja (db_{32}) es importante para promover la colisión, adhesión y estabilidad entre burbujas y partículas; lo que incrementa la probabilidad de flotación (Doucaras y col., 2013; Nguyen, 2003).

Por otra parte, el porcentaje de aire retenido (ε_g) representa el porcentaje volumétrico de gas en la zona de colección, este indicador es de gran importancia debido a que su medición permite la "estimación indirecta" del tiempo de residencia de la pulpa (τ), y su valor es proporcional al de la velocidad superficial de gas, una variable que está directamente relacionada a la recuperación global de sólidos.

Para que los resultados metalúrgicos (grado/recuperación) obtenidos mediante pruebas de laboratorio se reproduzcan a escala industrial, se debe considerar el tiempo de

residencia de la pulpa (τ) como lo propone Magne y col. 1995. Esta metodología de escalamiento ha sido ampliamente discutida en la literatura, debido a que, en las pruebas cinéticas de flotación, se cuantifica la constante de velocidad en la zona de colección (K_c) y el tiempo de residencia de la pulpa (τ) , sin tomar en cuenta diferentes fenómenos (físicos y químicos) que ocurren en los procesos industriales. Un ejemplo de esto es la presencia de minerales no deseados en el concentrado, debido a las fuerzas de adhesión de partículas de ganga en tamaños coloidales sobre la superficie del mineral de interés (fenómeno químico), como ha sido reportado por Yuexian y col. (2017), o con el arrastre mecánico (entrampamiento) que representa un fenómeno físico (Wang y col., 2015). Otro aspecto importante de las pruebas cinéticas de flotación para el escalamiento de celdas industriales es la forma en la que se realiza el "raspado de la espuma" que no representa un comportamiento de fluidez natural modificando la velocidad del proceso (Amelunxen y col., 2014). Por lo tanto, el método de escalamiento empleando pruebas cinéticas de flotación a escala laboratorio no describe equitativamente el comportamiento de las burbujas y los sólidos en la zona de espuma de una celda industrial.

Por otra parte, los reactivos de flotación (variables fisicoquímicas) se dividen en:

- (a) Los colectores (aniónicos y catiónicos) y promotores, son compuestos promueven la hidrofobicidad de las partículas y son clasificados en función del número de carbonos en cadena; parámetro importante para la separación selectiva de los minerales (Rao y col. 1971).
- (b) Los espumantes, tienen la función de disminuir la tensión superficial en la pulpa y promover la generación de burbujas resistentes a la ruptura. Los espumantes se dividen en compuestos de bajo o alto peso molecular y en esta diferencia radica el espesor de capa hidratada sobre la superficie de la burbuja (Melo y col. 2006).
- (c) Los depresores, inhiben la flotabilidad de las partículas minerales que no se desean en el concentrado. Un ejemplo de esto es la adición de compuestos como cianuro de sodio (NaCN⁻), que inhiben la flotabilidad de la pirita (FeS₂) en etapas agotativas o limpias en la separación plomo-cobre (Bao y col. 2014).
- (d) Los modificadores, tienen la función de cambiar el potencial de hidrógeno de la pulpa para promover la adecuada interacción entre los reactivos y la superficie del mineral, haciendo posible la separación selectiva de los minerales.

(e) Los activadores, modifican la superficie de los minerales anteriormente deprimidos para promover nuevamente su flotación, tal es el caso de el sulfato de cobre (CuSO₄), utilizado como activador en la flotación de minerales de zinc (Somasundaran, 1988).

Los esquemas químicos son la combinación de reactivos de flotación utilizados para la separación de minerales. Estos esquemas han sido ampliamente estudiados para el caso de los sulfuros minerales. Por otra parte, los esquemas químicos para la flotación de minerales oxidados han sido estudiados en menor medida, debido a que requieren mayor cantidad de reactivos para lograr su flotabilidad (Leja, 2004). Por lo anterior, se debe realizar una exhaustiva tarea de caracterización mineralógica, con la finalidad de identificar las especies minerales presentes en el yacimiento (Petruk, 2000) y seleccionar el adecuado esquema químico para lograr el principal objetivo de la flotación: la separación selectiva de minerales.

Profundizando en la flotación de minerales, la espuma de flotación es un "material" que se forma por la acumulación de burbujas de gas en la superficie de la zona de colección (generando la zona de espuma). A pesar de su importancia en la industria del procesamiento de minerales, no existe una teoría general que explique su complejo comportamiento (Farrokhpay, 2011). Por esta razón, la espuma de flotación representa un campo novedoso para la investigación.

La estabilidad de la espuma se define como la capacidad de las burbujas que conforman la espuma a resistirse a la coalescencia (unión de dos o más burbujas para formar una de mayor tamaño) y la ruptura de burbujas (Farrokhpay, 2011). Esta propiedad se divide en: estabilidad estática de espuma, que estudia la coalescencia y ruptura de burbujas en la espuma sin movimiento y la estabilidad dinámica de la espuma, que estudia la coalescencia y ruptura de burbujas en la espuma que permanece en movimiento. Por las características del proceso de flotación, se desea estudiar las variables que afectan la estabilidad dinámica en este proceso.

Existen diversas metodologías para la cuantificación de la estabilidad de espuma, como lo son: altura de la espuma, recuperación de aire, recuperación de la zona de espuma entre otras. (Bikerman, 1973; Banford y col., 1998; Tao y col., 2000; Ventura-Medina y col., 2000). La recuperación de la zona de espuma (Rf), es el indicador más empleado para la medición de la estabilidad dinámica de espuma aplicada a flotación de minerales (Alexander y col., 2003; Yianatos y col., 2008b; Rahman y col., 2013). Esta se define

como la masa de mineral presente en la interfase entre la zona de colección y la zona de espuma, que es recuperada en el concentrado final. Según Vera y col. (2002), la recuperación en la zona de espuma no depende del volumen de la celda de flotación, pero si depende del tiempo de retención de la espuma (FRT). Este último concepto se define como la relación entre el volumen de espuma y el flujo de salida de espuma (FRT = Vf/Qf). Sin embargo, el enfoque para la determinación de Rf, es puntual y atiende únicamente al movimiento vertical de las burbujas sin considerar el desplazamiento horizontal como se puede observar en la Figura I.2.

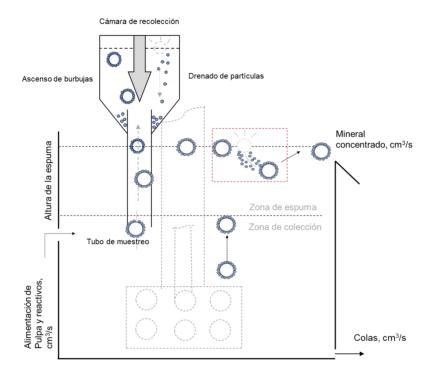


Figura I.2. Medición tradicional de la recuperación de la zona de espuma (Rf)

Por tal motivo, el estudio de la estabilidad de la espuma (sistemas de tres fases) queda limitado a una zona específica en el interior de la celda, esto disminuye la capacidad de análisis en los fenómenos de coalescencia, ruptura de burbujas y drenado de partículas durante el desplazamiento horizontal de la espuma.

Se conoce de manera empírica que la espuma debe de recuperarse lo antes posible una vez que llegue a la superficie de la celda. Lo anterior relacionado a la coalescencia y ruptura de burbujas durante el desplazamiento horizontal. Para atender esta problemática, las primeras investigaciones sugieren la instalación de "crowders" que son canaletas internas con un ángulo específico para dirigir el flujo de la espuma hacia el labio de rebose (Leiva y col., 2012; Brito-Parada y col., 2012; Yianatos y col., 2018).

Estas celdas tienen la finalidad de disminuir la distancia de traslado (desplazamiento horizontal) y el tiempo de retención de la espuma (Figura I.3).

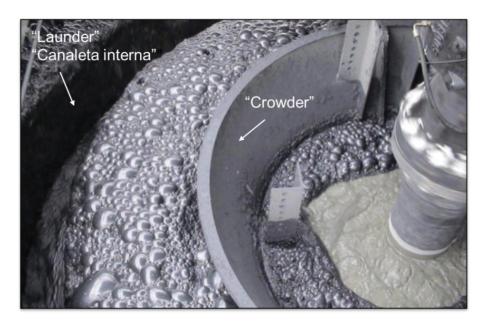


Figura I.3. Celdas de flotación con canaletas internas de recolección de concentrado

Las celdas de flotación con canaletas internas se han instalado con éxito en diversas plantas de concentración de minerales (Yianatos y col., 2008). Sin embargo, es necesario profundizar en las variables fisicoquímicas y los parámetros operativos que gobiernan la estabilidad dinámica de la espuma con la finalidad de optimizar el diseño de dichos sistemas.

En esta introducción se han definido de manera general las variables fisicoquímicas y los parámetros operativos involucrados en el proceso de flotación, además de las limitaciones de la prueba cinética de flotación de laboratorio para el diseño de celdas industriales. También se identificó a la recuperación de la zona de espuma (Rf) como único parámetro que describe la estabilidad dinámica de la espuma en sistemas de tres fases y se mostraron sus limitaciones.

En el desarrollo de este trabajo, se desea evaluar variables fisicoquímicas y parámetros operativos que afectan la estabilidad dinámica de la espuma. Esto mediante el desarrollo de un aparato experimental con el cual se manifieste el drenado de partículas, la ruptura y la coalescencia de burbujas durante el desplazamiento horizontal hacia la salida. Lo anterior representa un enfoque novedoso en el estudio tradicional de la espuma de flotación.

Hipótesis

Demostrar que el suministro de aire a la celda de flotación y la concentración de reactivos afectan la estabilidad dinámica de la espuma a través del desplazamiento horizontal hacia el labio de rebose, el grado y la recuperación del concentrado obtenido.

Objetivo general

Analizar la estabilidad y la movilidad de la espuma de flotación mediante el planteamiento de un diseño experimental que involucre dos variables de estudio en tres niveles: velocidad superficial de gas (Jg=0.37, 0.77 y 1.17 cm/s) y concentración de espumante-colector (MIBC y X-343 =30, 20 y 10 ppm para cada reactivo).

Objetivos específicos

- Analizar el tamaño, el crecimiento, la velocidad y la capacidad de acarreo de las burbujas en la zona de colección y en la zona de espuma, por efecto de las variables de estudio.
- Estudiar el efecto de los parámetros de dispersión de gas (Velocidad superficial de gas (Jg), porcentaje de aire retenido (εg) y diámetro promedio Sauter burbuja (db_{32})) en el grado y la recuperación del concentrado (sólidos drenados a través del desplazamiento horizontal).
- Generar modelos estadísticos con los cuales se pueda predecir la estabilidad de espuma durante su desplazamiento horizontal hacia el labio de rebose.

Antecedentes sobre la cinemática de burbujas y su efecto en el rendimiento metalúrgico.

1.1 Propiedades mecánicas de las espumas

La espuma es un material que es utilizado en diferentes aplicaciones, como es el caso de la industria de los alimentos y bebidas carbonatadas, en el reciclado de papel, en el tratamiento de aguas, en el procesamiento de minerales, entre otras áreas. Al igual que otros materiales, la espuma tiene propiedades mecánicas que serán brevemente descritas a continuación.

1.1.1 Densidad de la espuma

La densidad de la espuma (ρ_e) se define como la masa de espuma por unidad de volumen. La masa de espuma es la suma de la masa de aire, agua y sólidos, de tal manera que la densidad de espuma se puede expresar con la Ecuación 1.1:

$$\rho_e = \frac{m_s + m_l + m_g}{V_f} \tag{1.1}$$

donde m_s , m_l y m_g representan la masa de sólido, líquido y gas respectivamente, mientras que V_f representa el volumen de la espuma.

Generalmente se desprecia el valor de la masa de gas, ya que su valor es insignificante.

1.1.2 Tamaño de burbuja en la espuma

Realizar una estimación del tamaño de burbuja en la espuma, resulta complicado en términos de unificar el significado de "diámetro" para todo tipo de espuma. Las burbujas en la zona de espuma pueden presentar forma poligonal o semiesférica, en función del contenido de gas, la cantidad de sólidos en la superficie y la cantidad de agua en su capa de hidratación.

En la Figura 1.1, se observa una representación esquemática de una burbuja no esférica en la zona de espuma. En esta imagen se pueden identificar los canales de Gibbs y las lamelas que se forman al acumularse burbujas en la espuma. Los canales de Gibbs son los espacios intersticiales entre tres o más burbujas. Mientras que la lamela se refiere al espacio intersticial entre dos burbujas. Estos dos conceptos serán útiles para definir el criterio de medición para el diámetro de burbujas no esféricas.

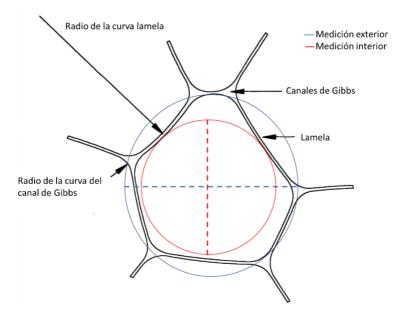


Figura 1.1. Mediciones del diámetro de burbuja en espuma (King, 2001).

Uno de estos criterios es considerar las lamelas como fronteras, lo que representaría determinar una medición interior de la burbuja. Otro criterio de medición es incluir dentro de la circunferencia todos los vértices que conforman la burbuja poligonal, determinando

la medición exterior. En la presente investigación se determinó utilizar el segundo criterio de medición de burbuja y posteriormente se realizó la estimación del tamaño promedio Sauter.

1.1.3 Elasticidad de la espuma

La espuma presenta características elásticas debido a la alta tensión superficial que existe entre las burbujas. Esto hace que las burbujas permanezcan unidas entre ellas y puedan ser arrastradas una con otra. Si se somete una fuerza a una burbuja, esta burbuja a su vez moverá las burbujas circundantes por efecto de la elasticidad (Bikerman, 1973).

1.1.4 Viscosidad de la espuma

La viscosidad es una propiedad física de los fluidos que describe su capacidad para ser deformados. La medición de la viscosidad en la espuma se ha realizado con el uso del viscosímetro cilíndrico coaxial (Shi y Zheng, 2003), aunque esta medición se dificulta debido a que existe rompimiento de burbujas. Sin embargo, Li y col. (2015) desarrollaron una metodología para la estimación de la viscosidad de la espuma en sistemas de tres fases (sólido, líquido y gas), empleando paletas que transfieren el torque generado por la fluidez de la espuma a un viscosímetro.

En la Figura 1.2, se presenta un rheograma realizado a la espuma en tres fases, en esta imagen se puede visualizar que el esfuerzo de corte no es lineal a la tensión por tracción y como consecuencia la viscosidad de la espuma no es constante.

Este comportamiento es característico de los fluidos no Newtonianos. Por lo que se puede considerar a la espuma un fluido pseudo-plástico. Debido a que la viscosidad aparente (pendiente), disminuye a medida que incrementa el esfuerzo de corte.

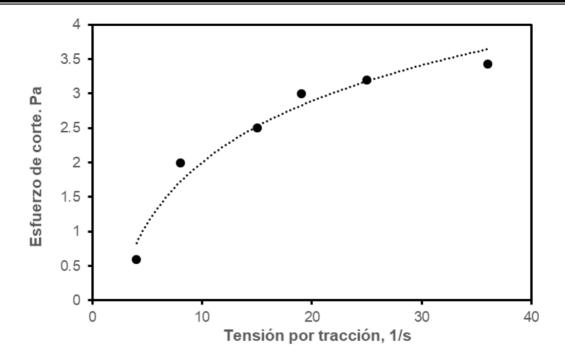


Figura 1.2. Rheograma de espuma en tres fases (Li y col., 2015).

1.1.5 Estabilidad de espuma

Una vez que un conjunto de burbujas generadas en la zona de colección se acumula y forman la zona de espuma, estas burbujas recorren una distancia horizontal hacia la salida en el labio de rebose. Durante el movimiento de la espuma, algunas burbujas comienzan a unirse con otras burbujas y formar burbujas más grandes y menos estables, lo que provoca la ruptura de burbujas drenando la carga mineral a la zona de colección. Lo anterior es un indicativo de que la espuma no fue lo suficientemente estable para sobrevivir durante su desplazamiento horizontal.

Como se ha discutido en la introducción, la estabilidad de espuma se divide en: estabilidad estática de espuma, que estudia la coalescencia y ruptura de burbujas en la espuma sin movimiento y la estabilidad dinámica de la espuma, que estudia la coalescencia y ruptura de burbujas en la espuma que permanece en movimiento.

En la siguiente sección, se profundizará en los factores que afectan la estabilidad dinámica de la espuma.

1.2 Factores que afectan la estabilidad dinámica de la espuma

Se han identificado los principales factores que afectan en la estabilidad dinámica de la espuma en sistemas de dos y tres fases, como lo son: tipo y concentración de espumante, capacidad de carga de las espumas y características de los sólidos, además de los indicadores de la dispersión de gas (Farrokhpay, 2011). A continuación, se presenta una breve descripción de los factores ya mencionados.

1.2.1 Tipo y concentración de espumante

El factor preponderante en el estudio de la estabilidad de la espuma es el tipo y concentración del espumante. Por lo tanto, es necesario definir estos compuestos y clasificarlos de acuerdo con sus propiedades. Existen espumantes neutros y espumantes polares (inclusive los poliglicoles como el compuesto PPG-423, tienen doble grupo polar (OH⁻)). Sin embargo, los espumantes pueden dividirse en cuatro grupos esenciales: alcoholes aromáticos (como el compuesto a-cresol), compuestos alkoxy (como el compuesto triethoxy butano (TEB)), alcoholes alifáticos (como metil isobutil carbinol (MIBC)) y nuevos espumantes sintéticos (como: óxido de polietileno (PEO), óxido de polipropileno (PPG) y óxido de polibutileno (PBO)).

Una propiedad importante en los espumantes es su capacidad de producir espumas (espumabilidad), siendo los compuestos de mediano peso molecular como el MIBC los que presentan mayor espumabilidad, en comparación con los compuestos de mayor peso molecular. Estos últimos compuestos, por el contrario, presentan mayor resistencia a la ruptura (Schwarz, 2004). En la presente investigación, se empleó el compuesto metil isobutil carbinol (MIBC), debido a que es el agente espumante más utilizado en la flotación a escala industria, además de presentar buena capacidad de generar espuma (Handbook of flotation reagents: chemistry, theory and practice volumen 1: flotation of sulphide ores, 2007).

La coalescencia de las burbujas es un fenómeno que se ve favorecido a bajos niveles de aireación y bajo porcentaje de sólidos en la pulpa. Sin embargo, el tipo y concentración del espumante también toma relevancia debido a que Chao y Laskowski (2002) han identificado que existe una concentración de espumante, por debajo de la cual no se promueve más la coalescencia entre burbujas, este punto es conocido como: concentración crítica de coalescencia (CCC).

En la Figura 1.3, se presenta el comportamiento típico del tamaño de burbuja en zona de colección en función de la concentración de espumante. En la zona I las burbujas se generan en tamaños más pequeños a medida que incrementa la concentración de espumante, mientras que en la zona II, las burbujas no cambian su tamaño en función de la concentración de espumante, llegando al diámetro de burbuja de la concentración crítica de coalescencia (d_{bccc}).

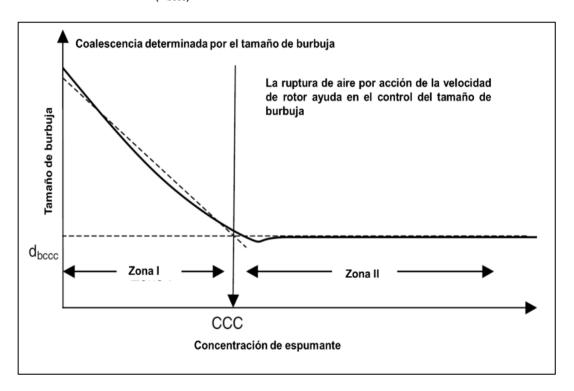


Figura 1.3. Concentración crítica de coalescencia (Chao y Laskowski (2002).

Los espumantes representan un factor determinante en la estabilidad de la espuma. Sin embargo, aún no está claro el efecto de estos compuestos en el movimiento de las burbujas.

La estabilidad dinámica se ha podido estudiar mediante la altura que alcanza la espuma en el interior de una columna (Bikerman, 1973), haciendo evidente que la estabilidad dinámica ha sido analizada desde un enfoque vertical. Por otra parte, la estabilidad estática de la espuma se ha evaluado midiendo el tiempo que puede sobrevivir una espuma sin movimiento antes de su ruptura (Bikerman, 1973). Ambos enfoques resultan útiles para caracterizar la estabilidad de la espuma en sistemas de dos fases (líquido y gas). Sin embargo, no abordan el estudio de la dinámica de la espuma durante el desplazamiento horizontal en sistemas de tres fases; un tema particularmente importante en el proceso de flotación. Por lo tanto, la presente tesis se sitúa en la temática de estabilidad dinámica de la espuma. La cual será estudiada con el desplazamiento horizontal en un sistema que involucra burbujas de aire, agua y partículas minerales.

1.2.2 Capacidad de acarreo de las burbujas y características de los sólidos transportados

La estabilidad dinámica de la espuma es también afectada por los sólidos adheridos en la superficie de las burbujas. En la zona de colección, la capacidad de acarreo de las burbujas está definida por parámetros geométricos, entre los cuales intervienen variables como el área superficial disponible de la burbuja y el área superficial que ocupan las partículas al adherirse a las burbujas. Considerando que las partículas se acomodan en toda la superficie de la burbuja, se obtiene la Ecuación 1.2:

$$Ca = \pi \frac{d_{pi}\rho_p Jg}{dh} \tag{1.2}$$

donde Ca es la capacidad de acarreo (g/s·cm²); d_p y ρ_p son el diámetro (cm) y la densidad de la partícula del mineral (g/cm³), respectivamente; db es el diámetro de la burbuja (cm) y Jg es la velocidad superficial de gas (Espinosa-Gómez y col., 1988).

Algunos investigadores consideran que las burbujas sólo pueden estar parcialmente recubiertas de minerales. Por el contrario, Gallegos-Acevedo y col. (2006) investigaron sobre el factor de empaquetamiento de partículas en burbujas completamente

recubiertas, donde se consideran partículas esféricas de tal manera que el total del área cubierta por estas partículas representa el 78% del área superficial disponible de las burbujas (factor de empaquetamiento = 0.78). Con el uso de este factor, se puede estimar el flujo másico de concentrado (al conocer el flujo de burbujas al labio de rebose) y la recuperación global de sólidos.

El ángulo de contacto afecta la capacidad de acarreo sólidos en las burbujas de la zona de colección. Este ángulo se genera entre la fase sólida y la fase líquida y brinda una medición de la hidrofobicidad de la partícula. Los colectores son los agentes químicos involucrados en la modificación de las características superficiales que generan la hidrofobicidad. Dichos compuestos están formados una parte polar que se adsorbe a la superficie de la partícula a flotar y una parte no polar formada por carbonos en cadena que se adhieren a la burbuja.

En la flotación de minerales se promueve la hidrofobicidad de las partículas a flotar con un ángulo de contacto de 66°. De lo contrario, partículas super-hidrófilas (θ_c <10°) tendrán baja probabilidad de adherirse a la burbuja debido a que serán afines a la fase acuosa. Mientras que partículas super-hidrófobas (θ_c >120°), sólo tendrán una pequeña área de contacto con la burbuja y se incrementará el desprendimiento y drenado de partículas (Figura 1.4).

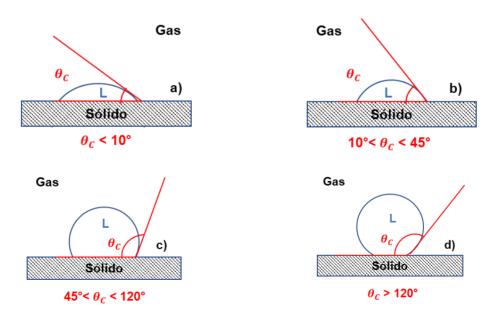


Figura 1.4. Ángulo de contacto a) super-hidrófilo, b) hidrófilo, c) hidrófobo y d) super-hidrófobo.

La capacidad de acarreo de sólidos, también se puede analizar desde el punto de vista de la zona de espuma, de tal manera que el flujo de acarreo de carga (*FCR*) será descrito por la Ecuación 1.3:

$$FCR = \frac{M^c}{A_c} \tag{1.3}$$

donde M^c es el flujo másico de concentrado (g/s), mientras que A_c es el área transversal de la celda de flotación (cm²). Existe otro concepto relacionado a la capacidad de acarreo de sólidos en burbujas de la zona de espuma, este concepto se denomina capacidad de carga del labio de rebose (LL) y está definido por la Ecuación 1.4:

$$LL = \frac{M^c}{L} \tag{1.4}$$

donde *L* es la longitud del labio de rebose.

La capacidad de acarreo de sólidos en las burbujas de la zona de colección y en la zona de espuma estará limitada por el porcentaje de sólidos en la pulpa y la concentración de colector. Una pulpa con bajo porcentaje de sólidos generará burbujas con poca carga mineral en su superficie, estas burbujas tendrán menor cantidad de área cubierta por minerales, lo que permitirá la coalescencia de burbujas y la inminente ruptura de éstas.

1.2.3 Indicadores de dispersión de gas

La dispersión de gas es otro factor que afecta la estabilidad dinámica de la espuma, debido a que es un concepto que busca describir los efectos de la alimentación de gas a la celda de flotación (Gómez y Finch, 2007). Los indicadores de dispersión de gas como: la velocidad superficial de gas, el porcentaje de aire retenido y la estimación del diámetro promedio Sauter de burbuja, permiten comparar la eficiencia en la dispersión de burbujas en diferentes tipos de celdas de flotación.

1.2.3.1 Velocidad superficial de gas (Jg, cm/s)

La velocidad superficial de gas es un indicador que relaciona el flujo volumétrico de aire con respecto al área transversal de la celda de flotación. Con la estimación de este indicador, es posible hacer una comparación sobre las condiciones de aireación en celdas de diferentes dimensiones. La velocidad superficial de gas (Jg) se define matemáticamente con la Ecuación 1.5:

$$Jg = \frac{Q_a}{A_c} \tag{1.5}$$

dónde Q_a representa el flujo volumétrico de aire y A_c representa el área transversal de la celda. El valor de la velocidad superficial de gas no es constante para cualquier punto en el interior de una celda. Por tal motivo, se han desarrollado dispositivos para la medición experimental de esta variable a escala industrial (Gómez y Finch, 2007). En la Figura 1.5 se presenta un sensor industrial para la medición de la velocidad superficial de gas (Jg). Este dispositivo está compuesto de uno o dos tubos de PVC (10 cm diámetro), que se encuentran cerrados en la parte superior. Además de la instalación de transductores de presión y un par de válvulas de alivio.

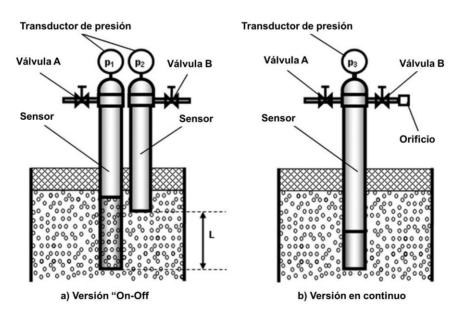


Figura 1.5. Sensor para la determinación de Jg (Gómez y Finch, 2007).

El funcionamiento de este sensor en la versión manual se puede describir de la siguiente manera: La prueba inicia con las válvulas A y B en posición cerrada, mientras que las burbujas generadas en la zona de colección emergen por los tubos de muestreo, estas burbujas al deshidratarse terminan por colapsar y liberar el gas que contienen incrementando la presión en los tubos. El incremento en la presión desplaza la pulpa hacia el extremo abierto de los tubos. Una vez que los tubos contienen únicamente gas, la presión en el interior de los tubos se estabiliza y se concluye la prueba. La velocidad superficial de gas (Ig) representa el valor de la pendiente que es obtenida por el incremento de la presión en un incremento del tiempo. En esta metodología es necesario hacer el cálculo de la densidad de la pulpa que es desplazada por la acumulación de gas, para esto se hace uso de la Ecuación 1.6:

$$\rho_{bulk} = \frac{p_1 - p_2}{H_{RD}} \tag{1.6}$$

donde ρ_{bulk} representa la densidad de la pulpa, p_1 y p_2 representa el promedio de la medición de la presión en los dos tubos y H_{BD} representa la distancia L (Figura 1.8).

Una vez realizado el cálculo de la densidad de pulpa, se emplea la Ecuación 1.7 para el cálculo de Jg. Esta ecuación relaciona la pendiente obtenida por el incremento de la presión y el tiempo, el balance de masa, el volumen del gas y el uso de la ecuación de los gases ideales, de tal manera que se obtiene la siguiente Ecuación:

$$J_{g.L} = \frac{P_{atm} + \rho_{bulk} H_L}{\rho_{bulk} [P_{atm} + \rho_b (H_L - H_O)]} \frac{dp}{dt}$$
(1.7)

donde $J_{g,L}$ representa la velocidad superficial de gas medida a la profundidad L, P_{atm} representa la presión atmosférica, ρ_{bulk} representa la densidad de la pulpa, H_L y H_O representa la altura del tubo de mayor longitud y la altura de ambos tubos a la zona de espuma. Finalmente, el valor $\frac{dp}{dt}$ representa el valor de la pendiente generada por el incremento de la presión en un incremento del tiempo, el valor de las distancias son medidas en centímetros, mientras que la presión p es manométrica y P es absoluta

medida en cmH₂O. Para obtener una medición de la velocidad superficial de gas en cualquier punto de la celda (diferente presión hidrostática) se utiliza la Ecuación 1.8:

$$J_{g,ref} = J_{g,L} \frac{P_L}{P_{ref}} = J_{g,L} \frac{P_{atm} + p_1}{P_{atm} + p_1 - \rho_{bulk} H_E}$$
(1.8)

Los valores industriales de la velocidad superficial de gas (Jg), medida por Schwarz y Alexander (2006), empleando un dispositivo similar al descrito anteriormente, a más de 800 celdas de flotación alrededor del mundo, oscilan entre 0.1 cm/s y 4.1 cm/s, siendo 1.4 cm/s el valor comúnmente empleado.

1.2.3.2 Porcentaje de aire retenido (εg , %)

El porcentaje de aire retenido se define como la fracción volumétrica de gas en una mezcla de dos o tres fases. Este porcentaje se estima con la ecuación propuesta por Maxwell (Gómez y col., 2003):

$$\varepsilon_g = \frac{(1 - \frac{\overline{k_{slg}}}{\overline{k_{slg}}} / \frac{1}{\overline{k_{slg}}}}{(1 + 0.5 \frac{\overline{k_{slg}}}{\overline{k_{sl}}} / \frac{100}{\overline{k_{slg}}}} \cdot 100$$

donde ε_g representa el porcentaje de aire retenido promedio, k_{sl} es el valor promedio de la conductividad eléctrica de un sistema en dos fases (mS/cm), mientras que (k_{slg}) representa el valor promedio de la conductividad en un sistema de tres fases (mS/cm).

Un dispositivo industrial para medición del porcentaje de aire retenido se presenta en la Figura 1.6. Este dispositivo consta de dos celdas, una de estas está abierta al libre paso de pulpa y burbujas, mientras que la otra representa un sifón en el cual se limita el ingreso de burbujas y se mide la conductividad únicamente a la pulpa (sólidos y líquido). En cada celda se instalan tres electrodos de conductividad, de tal manera que se puede obtener una medición en línea de la conductividad eléctrica en dos fases y en tres fases.

Antes de hacer la medición del porcentaje de aire retenido con este método, se deben considerar las características de salinidad de la pulpa. En algunos casos, cuando la pulpa es altamente conductora (>100 mS/cm), la medición del porcentaje de aire retenido puede ser errónea. Schwarz y Alexander (2006), identificaron que el valor promedio del porcentaje de aire retenido en celdas industriales es de 13%, mientras que la mínima y máxima medición obtenida fue de 1.4% y 64% respectivamente.

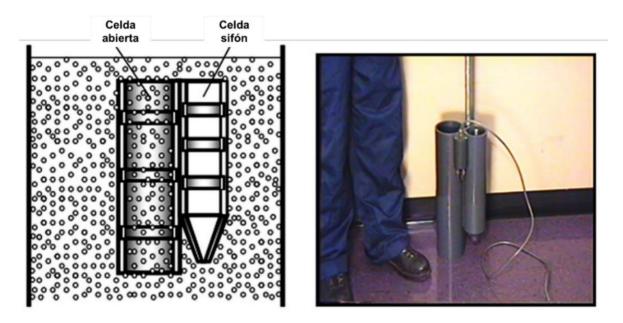


Figura 1.6. Sensor para la determinación del porcentaje de aire retenido (Gómez y Finch, 2007).

El porcentaje de aire retenido está directamente relacionado a la velocidad superficial de gas. Se puede esperar que altos valores de εg (> 20%) representen efectos negativos en el rendimiento de la celda. Lo anterior está relacionado a que esta condición representaría un exceso de aireación provocando turbulencia en la zona de espuma, condición que no es favorable para esta zona, y a que se incrementa la probabilidad de ruptura de burbujas y la disminución en el grado.

1.2.3.3 Tamaño de burbuja en zona de colección (db_{32} , mm)

En la Figura 1.7 se presenta una imagen de un analizador industrial de tamaño de burbujas. Este dispositivo consta de una pantalla de burbujas y un tubo que se extiende

desde la superficie de la celda de flotación hacia la zona de colección. En este tubo las burbujas generadas en la zona de colección emergen a la pantalla de burbujas para ser capturadas con el uso de una cámara de videograbación. La pantalla de burbujas tiene una inclinación de 20° con la finalidad de localizar a las burbujas en el mismo plano focal y determinar fácilmente su distribución de tamaños. Una vez obtenido el video, este se convierte en imágenes y se hace uso de herramientas de análisis de imagen para la estimación de tamaño, esfericidad, distribución entre otras medidas.

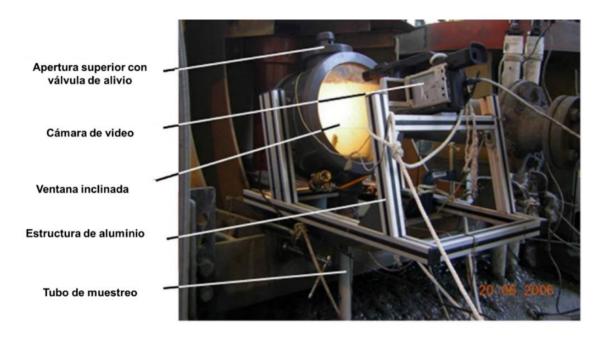


Figura 1.7. Dispositivo industrial para la medición de tamaño de burbuja (Gómez y Finch, 2007).

Una medición comúnmente empleada para el análisis del tamaño de burbuja es la determinación del tamaño promedio Sauter (db_{32}). Esta medición puede ser calculada con la Ecuación 1.10:

$$db_{32} = \frac{\sum_{i=1}^{n} (db_i)^3}{\sum_{i=1}^{n} (db_i)^2}$$
 (1.10)

donde db_i es el diámetro de la burbuja y n es el número de burbujas medidas.

Una vez obtenido el tamaño promedio Sauter (db_{32}) , este debe ser corregido debido a las diferencias de presión que existen en la pantalla de burbujas y en la zona de colección donde son generadas (obteniendo aparentemente burbujas más grandes de lo que en

realidad son). Para realizar dicha corrección, se debe considerar la medición de la presión en el interior de la pantalla de burbujas o estimarla con la siguiente ecuación:

$$P_{RV} = P_{atm} + p_1 - \rho_{H_2O}(H_1 + H_2 + H_3)$$
 (1.11)

donde P_{BV} es la presión en el interior de la pantalla de burbujas, mientras que p1 representa la presión previamente estimada en la medición de Jg, ρ_{H_2O} representa la densidad del agua de relleno en el interior de la pantalla de burbujas y las distancias H_1, H_2 y H_3 se definen en la Figura 1.8. Finalmente se hace la corrección con la Ecuación 1.12:

$$D_{b,ref} = D_{b,imagen} \sqrt[3]{\frac{P_{imagen}}{P_{ref}}} = D_{b,imagen} \sqrt[3]{\frac{P_{BV} + \rho_{H_2O}H_3}{P_{atm} + p_i - \rho_{bulk}H_3}}$$
(1.12)

donde $D_{b,imagen}$ es el diámetro calculado a partir de las imágenes y ρ_{bulk} la densidad de pulpa calculada con la Ecuación 1.6.

En este tipo de dispositivos para la medición del tamaño de burbuja, se desea que la pantalla de burbujas sea de vidrio, debido a que otro tipo de materiales como el acrílico favorecen el estancamiento de burbujas en la superficie de la pantalla, lo que disminuye la exactitud en la medición.

1.2.3.4 Flujo de área superficial de las burbujas (Sb, s^{-1})

El flujo de área superficial de las burbujas (Sb), es un indicador obtenido a partir de la velocidad superficial de gas (Jg) y la determinación del tamaño promedio Sauter de burbuja en zona de colección (db_{32}). El flujo superficial de burbujas se define mediante la Ecuación 1.13.

$$S_b = 6 \frac{Jg}{db_{32}} \tag{1.13}$$

donde los términos de esta ecuación ya han sido definidos con anterioridad.

En la Figura 1.8 se presenta un esquema de la celda de flotación industrial y la instalación de los diferentes sensores que son utilizados para la caracterización de la dispersión de gas en una celda industrial. Como se puede observar en la imagen, es recomendable instalar los dispositivos de medición lo más cercanos entre sí, además de considerar un plano de referencia en el interior de la celda.

Los sensores para la medición de los indicadores de la dispersión de gas han sido desarrollados durante los últimos 30 años por el equipo de investigadores en procesamiento de minerales de la Universidad de McGill en Canadá.

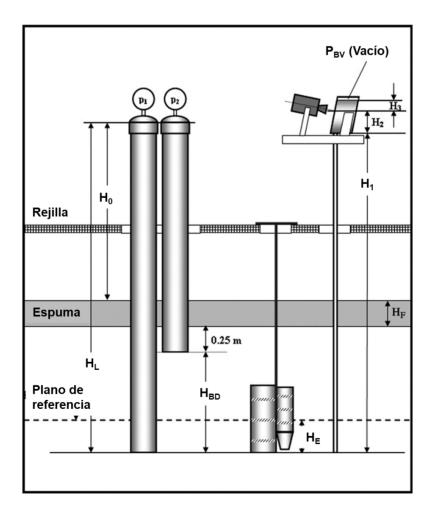


Figura 1.8. Representación de los sensores de medición para determinar la dispersión de gas en una celda industrial (Gómez y Finch, 2007).

1.3 Métodos para la determinación de la estabilidad dinámica de espuma

Para sistemas de dos fases los métodos para el análisis de la estabilidad dinámica de la espuma son: Máxima altura de la espuma en equilibrio, estabilidad en la espuma húmeda y crecimiento-coalescencia de burbujas (Bikerman, 1973). Mientras que, en sistemas de tres fases, sólo se identifica la recuperación de la zona de espuma (Rf) como único indicador de la estabilidad dinámica de la espuma.

1.3.1 Recuperación de la zona de espuma (Rf)

Los primeros esfuerzos en cuantificar esta variable fueron realizados por Finch y col. (1990) y Falutsu y col. (1989) y, quienes diseñaron una columna de flotación para la medición de Rf (Figura 1.9).

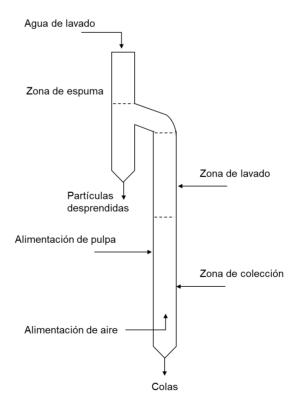


Figura 1.9. Aparato experimental para la medición de Rf (Falutsu y col., 1989).

Su experimento consistió en aislar la zona de espuma de la zona de colección, de esta manera obtenía directamente las partículas que se drenaban hacia la zona de colección por acción de la ruptura de burbujas. Su estudio indicó que la recuperación de la zona de espuma es:

- I.- Dependiente del tamaño de partícula (incrementando para partículas minerales finas y disminuyendo para partículas gruesas).
- II.- Dependiente del agua de lavado (mayor agua de lavado genera mayor desprendimiento de partículas).
- III.- No depende fuertemente de la altura de la cama de espuma.

Por otra parte, Vera y col. (1999) hicieron los primeros esfuerzos para modelar la recuperación de la zona de espuma y dedujeron que el principal factor que afecta la recuperación de la zona de espuma es el tiempo de retención en esta zona (FRT). Como se muestra en la Figura 1.10 donde Rf disminuye de manera exponencial con el incremento en FRT.

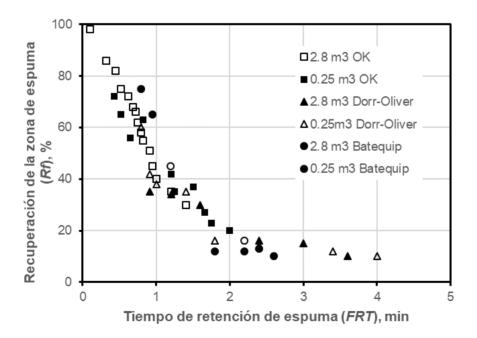


Figura 1.10. Efecto del tiempo de retención de la espuma y recuperación de la zona de espuma (Vera y col., 2002).

En la flotación de minerales a escala industrial, pueden existir celdas de flotación con baja capacidad de procesamiento y alta velocidad de espuma hacia el labio de rebose, lo que representa un bajo tiempo de retención de la espuma (FRT) y altos valores de Rf.

Mientras que también pueden existir celdas de gran capacidad de procesamiento con baja velocidad de espuma, lo que representa altos valores de FRT y bajos valores de Rf, esto se puede visualizar en la Figura 1.10.

En la figura anterior, se observó que la recuperación de la zona de espuma disminuye de manera exponencial sin importar la capacidad y el tipo de celda. Por lo tanto, *Rf* puede ser representada por una función exponencial:

$$f(a) = exp^{(-\beta \cdot FRT)} \tag{1.14}$$

donde β es un parámetro de ajuste que involucra la cantidad de burbujas que coalecen y/o colapsan en la zona de espuma. La ruptura de burbujas causa que las partículas de mineral drenen hacia la zona de colección. Al igual que Falutsu y col. (1989); Vera y col. (2002) demostró que las partículas gruesas son más susceptibles al drenado en comparación de las partículas finas como se puede observar en la Figura 1.11.

Una vez que las burbujas colapsan, el flujo másico de partículas drenadas de tamaño i (ω_i), es proporcional a la masa de partículas del mismo tamaño i que está presente en la zona de espuma. La fracción másica de tamaños que se desprenden de la zona de espuma después de un tiempo t está dada por la Ecuación 1.15 propuesta por Moys (1989):

$$f(b) = exp^{(-\omega_i \cdot FRT)} \tag{1.15}$$

donde ω_i es modelada con la siguiente ecuación:

$$\omega_i = \lambda + \zeta \cdot dp_i^2 \tag{1.16}$$

donde λ representa el flujo de agua que es drenado hacia la zona de colección, ζ es una constante de proporcionalidad para el drenado de partículas, mientras que dpi representa el tamaño de partícula.

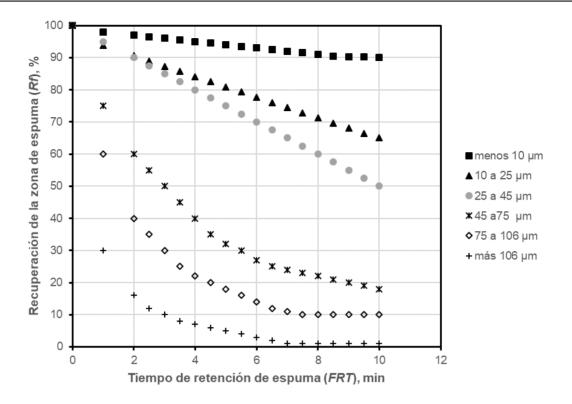


Figura 1.11. Efecto de tamaño de partícula en la recuperación de la zona de espuma (Vera y col., 2002).

Asumiendo que las partículas están homogéneamente distribuidas en la zona de espuma, se puede calcular la fracción de partículas desprendidas de las burbujas que pueden ser flotadas por entrampamiento (ENT_i) , con el uso de la ecuación definida por Mathe y col. (2000):

$$ENT_i Rw = \frac{1}{1 + \omega_i FRT} \tag{1.17}$$

donde Rw es la rezón entre el flujo volumétrico de agua en el concentrado (Q_w^c) y el flujo volumétrico de agua en la alimentación (Q_w^A) y Ordenando las Ecuaciones 1.14, 1.15 y 1.17 se obtiene el modelo para la estimación de la recuperación de la zona de espuma.

$$Rf_{i} = \frac{M_{i}^{C}}{M_{i}^{I}} = e^{(-\beta \cdot FRT)} + 1 - e^{(-\beta \cdot FRT)} \cdot \frac{1}{1 + \omega_{i} \cdot FRT}$$
(1.18)

donde M_i^C es la masa de sólidos de tamaño i en el concentrado final y M_i^I la masa de sólidos de tamaño i en la interfase entre la zona de colección y la zona de espuma. Por otra parte, β y ω_i son parámetros de ajuste del modelo, mientras que FRT es el tiempo de retención de la espuma definida con la Ecuación 1.19:

$$FRT = \frac{V_f}{Q_f} \tag{1.19}$$

donde V_f es el volumen de la espuma y Q_f es el flujo volumétrico de espuma hacia el labio de rebose.

En la Ecuación 1.18, que describe la recuperación de la zona de espuma, no existe ningún término que relacione esta recuperación con la distancia de desplazamiento horizontal, debido a que en la modelación sólo se consideró el movimiento vertical de las burbujas. Existen diversos dispositivos para la medición experimental de la recuperación de la zona de espuma. En Figura 1.12 se presenta un dispositivo desarrollado por Seaman y col. (2004). En este dispositivo, las burbujas emergen de la zona de colección por un tubo de muestreo, posteriormente las burbujas llegan hasta una cámara cerrada donde colapsan y liberan su carga. Dicha carga mineral permanece en la cámara y es recuperada para su posterior análisis.

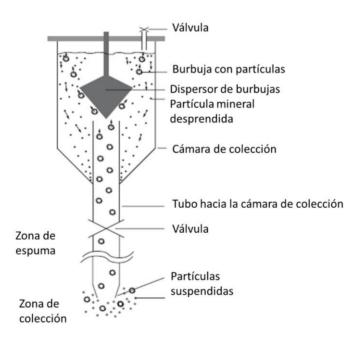


Figura 1.12. Dispositivo para la medición de Rf (Seaman y col., 2004).

Por otra parte, Yianatos y col. (2015) desarrollaron un dispositivo similar al de Seaman y col. (2004) para la medición experimental de la recuperación de la zona de espuma en celdas industriales (Figura 1.13). Además del dispositivo ya mencionado, propusieron la siguiente ecuación para estimar *Rf*:

$$Rf = \frac{M^c X_c}{(C_a J_g A_c) X_B} \tag{1.20}$$

donde C_a es la carga mineral en la superficie de la burbuja, A_c es el área transversal de la celda de flotación, J_g es la velocidad superficial de gas, M^c es el flujo másico de concentrado, X_c es el grado del concentrado y X_B es el grado del mineral en la burbuja.

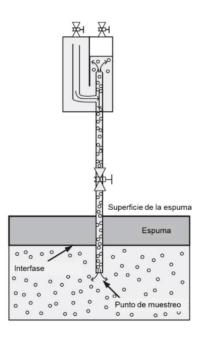


Figura 1.13. Dispositivo para la medición de Rf en celdas industriales (Yianatos y col., 2001).

Existen otros dispositivos para la determinación de la recuperación de la zona de espuma como los propuestos por Rahaman y col., 2013, 2015a y 2015b y Ata y col., 2013. Sin embargo, se puede deducir que estos dispositivos centran el estudio de la recuperación de la zona de espuma desde un enfoque vertical (ascenso de burbujas). Lo anterior, impide visualizar cómo se comporta la recuperación de la zona de espuma y los parámetros de estabilidad de espuma (β y ω_i) a través de la distancia que recorre la espuma hacia el labio de rebose. En la presente tesis, se propone un novedoso aparato experimental para el análisis de la estabilidad dinámica de la espuma mediante un enfoque horizontal. El dispositivo ya mencionado será descrito a detalle en la metodología experimental.

1.3.2 Técnicas de análisis de imagen para evaluar la estabilidad de espumas.

En la flotación de minerales se han empleado técnicas de análisis de imagen para realizar un diagnóstico del comportamiento de la espuma. Estas técnicas han sido de gran ayuda debido a que es difícil analizar el comportamiento de las espumas a simple vista, debido a que los fenómenos en esta zona pueden ocurrir a alta o baja velocidad y a escalas de tamaño grandes o pequeñas. Por lo anterior, las técnicas de análisis de imagen permiten el análisis profundo de estos fenómenos.

En la Tabla 1.1, se presenta una compilación de los trabajos realizados con técnicas de análisis de imagen, cuya función principal es el monitoreo en línea y control del proceso de flotación.

Tabla 1.1. Trabajos relacionados al uso de técnicas de análisis de imagen en la flotación (Shean y Cilliers, 2011)

Tipo	Variables de la espuma	Método usado	Referencias
Física	Tamaño y forma de burbuja	Detección de bordes Bordes Niveles RGB	Banford y col., (1998); Banford y Aktas (2004); Forbes y col., (2004); Ventura-Medina y Cilliers (2000).
Estadística	Coeficientes FFT Coeficientes Wavelet Matriz de variables de ocurrencia Fractales Variables latentes	Análisis FFT Análisis Wavelet Localización e intensidad de pixeles Método de matriz Análisis fractal Método de componentes principales Modelos de redes neuronales	Moolman y col., (1994) Moolman y col., (1995); Estrada-Ruiz y Pérez-Garibay (2009)
Dinámica	Movilidad y estabilidad	Rastreo de burbujas Conductancia de bloques Trazador de pixeles Promedio de pixeles Dinámica de burbujas	Barbian y col., (2007); Moolman y col., (1995); Barbian y col., (2003).

En la tabla anterior, también se puede visualizar que se ha estudiado la estabilidad de la espuma con el movimiento de las burbujas en esta zona. Es digno de resaltar que son pocos los trabajos enfocados a esta temática y sus resultados se limitan a la descripción de las características de la espuma en función de variables operativas.

1.4 Estabilidad dinámica de la espuma en el diseño de celdas de flotación

Es comúnmente conocido que las burbujas con mineral deben ser recuperadas inmediatamente después de que emergen a la superficie de la zona de espuma, ya que fenómenos tales como la deshidratación y coalescencia pueden promover el colapso de burbujas y disminuir la recuperación en esta zona (Alexander y col. 2003; Yianatos y col., 2008b; Rahman y col.; 2013) por lo que las celdas de flotación con canaletas internas ofrecen una respuesta parcial a esta problemática (Figura 1.14).



Figura 1.14. Celda de flotación con canaletas radiales

Existen diferentes configuraciones de canaletas internas, que se rigen principalmente por dos parámetros de diseño: flujo de acarreo de carga (flujo másico de concentrado entre la superficie de flotación (g/cm²·s); FCR) y la capacidad de carga en el labio de rebose (flujo másico de concentrado por longitud de labio de rebose (g/cm·s); LL). Sin embargo, estos parámetros no pueden cuantificarse con una prueba cinética de flotación convencional, debido a que la forma de recoger la espuma durante esta prueba (raspado de espuma) no representa un comportamiento natural del flujo de espuma, impidiendo el escalamiento y la selección de las canaletas internas (Coleman, 2009). A pesar de no

existir una prueba de laboratorio para la determinación y escalamiento de celdas de flotación con canaletas internas, éstas se han instalado con éxito en las plantas de concentración, mostrando incrementos en la recuperación de minerales (Yianatos et al., 2008b).

Algunos autores han centrado sus esfuerzos en la modelación matemática del transporte de la espuma. Zheng y col. (2004a, 2004b) proponen un modelo matemático para el transporte de espuma que incluye la determinación de la velocidad de la espuma y el tiempo de retención de la zona de espuma. Validaron su modelo en una celda industrial con canaletas internas y demostraron la linealidad entre el caudal de aire y la velocidad de la espuma, consideraron que futuras investigaciones deben estar relacionadas con los fenómenos de coalescencia y viscosidad de la espuma durante el desplazamiento horizontal de la espuma. Neethling y Cilliers (2003) analizaron el impacto de la instalación de las canaletas internas en las celdas de flotación, mediante el desarrollo de modelos matemáticos y la utilización de la dinámica de fluidos computacional (CFD) en dos dimensiones, su trabajo se limita al estudio de configuraciones simétricas. Por otro lado, Brito-Parada y col. (2012 a y 2012 b) han estudiado el movimiento de la espuma utilizando modelos CFD para gas y líquido en espumas de flotación generadas en tanques no simétricos y el caso de las canaletas radiales, además de algunas configuraciones de las canaletas internas. Otro esfuerzo de investigación en el modelado del transporte de espuma fue realizado por Contreras y col. (2013), cuyos resultados mostraron que las nuevas celdas de flotación con canaletas internas disminuyeron la distancia de transporte de espuma y se pudo observar una mejora en el rendimiento metalúrgico. Sin embargo, se requiere una manipulación apropiada de la profundidad de la espuma y la velocidad superficial de gas para mantener el grado de concentrado y el flujo de espuma dentro del rango de operación deseado.

Por lo anterior, se puede visualizar que el estudio de la estabilidad de las espumas es de importancia para el diseño de celdas de flotación con canaletas internas y surge el interés de conocer en qué condiciones operativas la espuma será fluida..

2. Metodología experimental para el estudio de la estabilidad de espuma.

2.1 Diseño experimental

En el presente trabajo se realizó la flotación primaria de minerales sulfuros, modificando dos variables: velocidad superficial de gas (Jg) y la dosificación de espumante y colector (MIBC/X-343). El Jg se analizó en tres niveles: 0.37 cm/s, 0.77 cm/s y 1.17 cm/s mediante la calibración de un rotámetro con el cual se controló el flujo de alimentación de aire (ver sección 2.5.1). Por otra parte, la dosificación de los reactivos se realizó calculando el volumen de pulpa a procesar en cada prueba y se determinó dosificación de reactivos deseada. En la Tabla 2.1 se presenta la secuencia de pruebas (P1-P9) con las variables y las constantes en cada prueba.

Tabla 2.1. Serie de pruebas.

	Número de prueba								
	P1	P2	P3	P4	P5	P6	P7	P8	P9
MIBC/X-343, ppm	30	30	30	10	10	10	20	20	20
para cada reactivo									
Jg, cm/s	0.37	1.17	0.77	0.37	1.17	0.77	0.37	1.17	0.37
Flujo de sólidos, g/s	190	190	190	190	190	190	190	190	190
Sólidos en pulpa, %	20	20	20	20	20	20	20	20	20
Nivel de pulpa, cm	17.50	17.50	17.50	17.50	17.50	17.50	17.50	17.50	17.50
Velocidad de rotor,	1500	1500	1500	1500	1500	1500	1500	1500	1500
RPM									
Potencial de	8.50	8.50	8.50	8.50	8.50	8.50	8.50	8.50	8.50
hidrógeno									
Temp. de la pulpa,	27.00	27.00	27.00	27.00	27.00	27.00	27.00	27.00	27.00
°C									

Tanto la velocidad superficial de gas (Jg) como la concentración de reactivos, fueron consideradas las variables de estudio, debido a que se cree que ambas variables tienen el mayor efecto en el desplazamiento horizontal de las espumas y en su estabilidad dinámica.

2.2 Características físicas y químicas del mineral en cabeza

Se solicitó a una planta de concentración el mineral de alimentación a flotación (cabeza), dicho mineral presentaba una distribución de tamaños inadecuada para las pruebas de laboratorio, esto debido que los tamaños de partícula gruesos (F₈₀=190µm) podrían ocasionar obstrucciones en las mangueras. Por tal razón se decidió moler el mineral.

En la Figura 2.1, se presenta la distribución de tamaños de partícula en la cabeza y los productos de alimentación a cada prueba (P1-P9). Las condiciones de molienda fueron constantes con la finalidad obtener un producto deseado (P₈₀=75µm). Para más información sobre las condiciones de molienda ver el Anexo A.

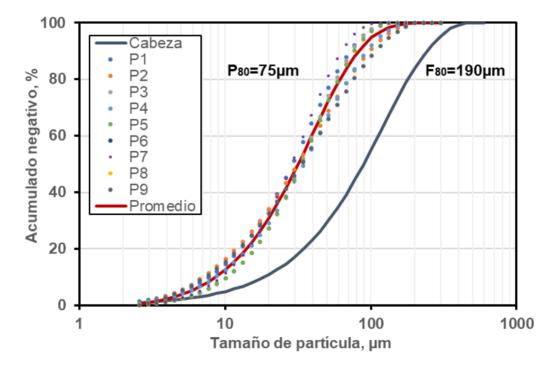


Figura 2.1. Distribuciones de tamaño de partícula en mineral de cabeza y productos de alimentación a pruebas de flotación.

En la Figura 2.1 también se puede observar que existe una variación en el tamaño P₈₀ de las moliendas realizadas (máxima desviación estándar ±4.0%). Dicha variación puede ser despreciable debido a la baja cantidad de mineral en este intervalo de tamaño. Por lo anterior, la distribución de tamaños de partícula en la alimentación se considera una constante para cada experimento. Esto con la finalidad de obtener una respuesta representativa de los fenómenos asociados al drenado de partículas y su distribución de tamaños a través del desplazamiento horizontal de la espuma.

En la Tabla 2.2 se presenta un comparativo del grado de plomo, hierro y zinc en el mineral de alimentación para cada prueba. La mínima desviación estándar se obtuvo en el zinc y la máxima desviación estándar se obtuvo en el hierro, esto asociado al contenido de ambos elementos en la cabeza. Dicha variación fue mínima y por lo tanto se consideró constante el grado del mineral en la alimentación a las pruebas (P1-P9).

Tabla 2.2. Grado en el mineral de cabeza de alimentación a pruebas de flotación.

Número de prueba											
%	P1	P2	P3	P4	P5	P6	P7	P8	P9	Prom.	%SD
Pb	4.88	6.28	6.24	6.98	5.93	5.53	4.67	6.04	5.06	5.74	0.71
Zn	2.32	2.72	2.91	3.14	3.35	2.80	2.53	4.02	2.83	2.96	0.47
Fe	16.92	17.65	16.63	19.22	17.85	18.97	17.29	19.04	17.76	17.92	0.90
S/I	75.88	73.35	74.22	70.66	72.87	72.70	75.51	70.90	74.35	73.38	1.72
	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	

En la Tabla 2.3 se presenta el análisis del grado por fracciones de tamaño. Se puede observar que existe una concentración de plomo y zinc en tamaños de partícula más finos ($dpi < 20\mu m$ (-400#)), contrario a lo que pasa con las especies de hierro, donde a partir de la malla 325# empieza a disminuir su concentración. Esta información será de relevancia en el análisis de los resultados.

Tabla 2.3. Grado de elementos presentes en la cabeza por fracciones de tamaño

	Pb, %	Zn, %	Fe, %	S/I, %	
100 #	5.20	1.25	15.36	78.19	100.00
200 #	4.09	1.89	19.17	74.85	100.00
325 #	4.86	2.92	25.47	66.75	100.00
400 #	7.10	2.90	23.59	66.41	100.00
-400 #	7.40	3.50	19.86	69.24	100.00

Por otra parte, la caracterización mineralógica se realizó mediante la difracción de rayos X. En la Figura 2.2 se presenta el difractograma realizado al mineral de cabeza, en el cual se pueden identificar las especies de hierro como pirita, (FeS₂) y la presencia de hierro en minerales de zinc como marmatita (Zn_(1-x)Fe_xS), minerales de plomo como galena (PbS) y óxidos de plomo como cerusita (PbCO₃), lo que representan los minerales de valor. Por otra parte, como principales minerales de ganga se identificaron calcita (CaCO₃) y cuarzo (SiO₂) entre otros.

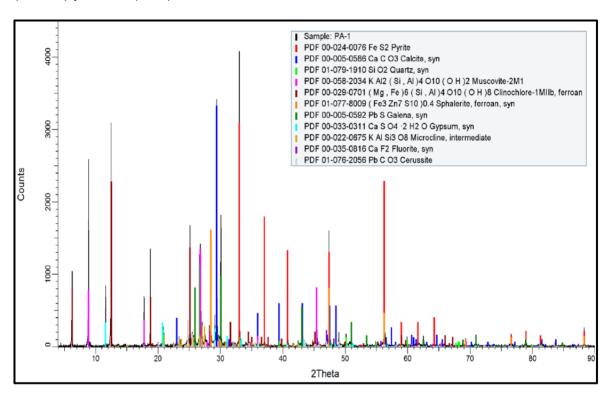


Figura 2.2. Difractograma realizado al mineral de cabeza.

El análisis mediante microscopía óptica permitió la obtención de micrografías para la visualización de las características morfológicas de los minerales. En la Figura 2.3 a y b se puede observar el tamaño de grano para partículas liberadas de pirita y galena. En términos cuantitativos, la proporción de partículas de pirita es mayor que las de galena y esfalerita, lo que concuerda con las concentraciones reportadas en la Tabla 2.3.

Derivado de la caracterización mineralógica, se definió el esquema de reactivos conformado por: colector (xantato isopropílico de sodio; X-343) espumante (metil isobutil carbinol; MIBC) y modificador (CaO), manteniendo la concentración de hidronio constante (pH=8.5). El esquema químico antes mencionado es frecuentemente usado

en los bancos primarios de flotación bulk, donde se promueve la recuperación de minerales y no la separación selectiva de estos.

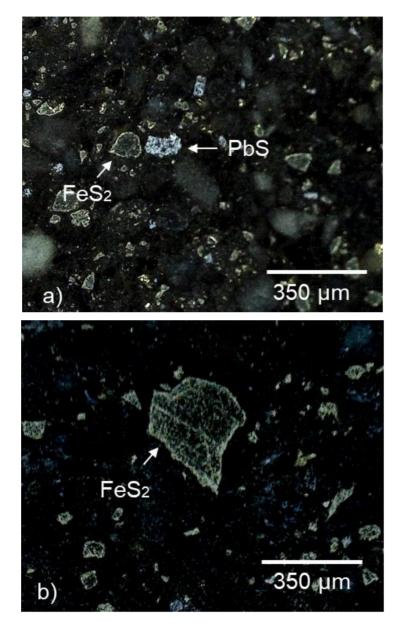


Figura 2.3. Micrografías de los minerales a) galena y pirita, b) pirita.

Como se mencionó en la introducción, en algunos casos se promueve la adición de cianuro de sodio para deprimir las piritas en etapas primarias. Sin embargo, en la presente tesis se decidió no adicionar este reactivo debido a que se desea evaluar las características de la espuma que podrían verse afectadas por la adición cianuro (CN⁻).

2.3 Desarrollo del aparato experimental

Se desarrolló un aparato experimental, el cual se presenta en la Figura 2.4. Este consiste en un tanque mezclador de 50 dm³ de capacidad en el cual se preparó la pulpa según las condiciones de la prueba. La pulpa en el tanque se acondicionó con la instalación de una propela de acero acoplada a un motor de 373 W. Además, se colocó un electrodo sumergible de pH (Cole-Parmer EW-27001-81; MI) para medir y controlar esta variable.

La pulpa a flotar se alimentó a la celda de flotación con la apertura de la válvula 1 y el funcionamiento de la bomba peristáltica de alimentación (Cole-Parmer Masterflex L / S 07552-95). El flujo volumétrico en la alimentación fue 15.3 cm³/s, el cual se muestreó mediante la apertura de la válvula 2 (válvula normalmente cerrada). Es importante señalar que todas las mangueras, conexiones y válvulas utilizadas en este aparato experimental fueron de 12.7 mm Ø y fabricadas en material polimérico. Esto con la finalidad de suministrar a la celda un caudal de pulpa adecuado y evitar la obstrucción de las mangueras.

La celda de flotación (Figura 2.5) se construyó con lámina galvanizada, ésta tiene una forma cúbica con lados de 200 mm y una sección adicional para evitar el derrame de la espuma. Dentro de esta celda de flotación se instaló un electrodo de conductividad (WTW AK-340 / B; CI) para medir el porcentaje de aire retenido (εg), usando la técnica de conductividad eléctrica (Arizmendi-Morquecho y col., 2002) que será descrita en la sección 2.5.1.

Se instaló una pantalla de burbujas para estimar el diámetro promedio Sauter de burbujas de la zona de colección (db_{32}) como se muestra en la Figura 2.5. Este accesorio es similar al utilizado por Quinn y col. (2007). Su funcionamiento será descrito en la sección 2.5.1.

La pantalla de burbujas permaneció inclinada a 20° como se muestra en la Figura 2.6. Esta inclinación sitúa a las burbujas en el mismo plano focal, lo que permitió la captura de imágenes nítidas de burbujas en movimiento. Posteriormente se realizó la medición del diámetro de burbuja con el uso de técnicas de análisis de imagen (sección 2.5.1). La pantalla de burbujas fue fabricada en vidrio para evitar la acumulación de burbujas en la superficie de la pantalla lo que dificulta la medición de las burbujas.

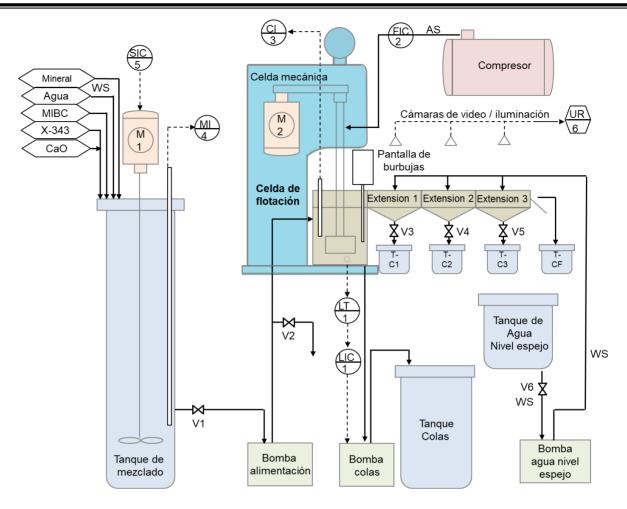


Figura 2.4. Esquema del aparato experimental.

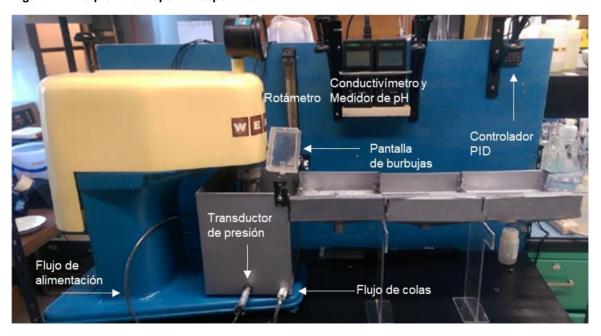


Figura 2.5. Construcción de celda de flotación y extensiones.

La masa de partículas retenida en el interior de la pantalla de burbujas se usó para estimar la recuperación de la zona de espuma, tal como lo realizaron Seaman y col. (2004). La medición de la recuperación de la zona de espuma se realizó únicamente en la celda principal (sección 2.5.4), en las extensiones se considerará el drenado de partículas como indicador de la estabilidad de la espuma (sección 2.5.5).

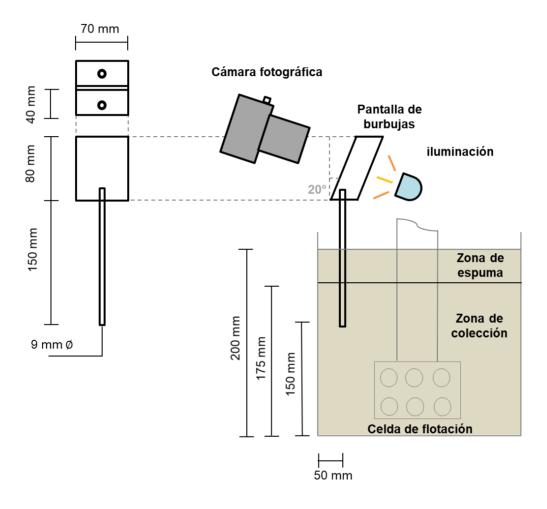


Figura 2.6. Esquema de pantalla de burbujas (localización y dimensiones).

Las tres extensiones unidas a la celda de flotación principal se fabricaron a partir de lámina galvanizada, cuyas dimensiones son 200 * 200 * 50 mm de longitud, anchura y profundidad (Figura 2.7). Estas extensiones cuentan con un fondo cónico para la extracción del concentrado drenado. Antes de realizar la prueba de flotación, las tres extensiones se llenaron con solución (a la misma concentración de los reactivos que la

pulpa), con la finalidad de que la espuma fluya libremente a lo largo de las extensiones (manteniendo las válvulas V3-V5 cerradas) hasta la salida del concentrado final (CF).

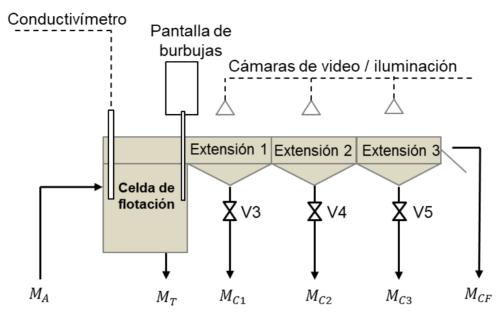


Figura 2.7. Diagrama de la celda de flotación y extensiones.

Se instalaron tres cámaras de videograbación (Logitech 180 c) por encima de cada extensión, esto para capturar el comportamiento de la espuma una vez que emerge a la superficie y se desplaza hacia el labio de rebose. Además, se colocaron lámparas fluorescentes para mejorar la visualización de la superficie de la espuma, de esta manera se obtuvieron imágenes de buena calidad para su análisis posterior. Se colocaron tres recipientes por debajo de cada extensión para la recolección de partículas drenadas. Cada flujo involucrado en el sistema se identificó como se indica en la Figura 2.7.

En el desarrollo del experimento se utilizó una celda mecánica de laboratorio tipo WEMCO®, a esta celda se le acopló un compresor de aire y un rotámetro calibrado para permitir un mayor control del caudal de aire. Con la ayuda de un transductor de presión (Omega PX605-2K) y un controlador PID, el nivel de pulpa se mantuvo constante en todas las pruebas. El transductor de presión monitoreó los cambios en la presión hidrostática de la pulpa y envió una señal eléctrica al controlador (Omega CN44011), que a su vez reguló el flujo de la bomba peristáltica de colas (Cole-Parmer Masterflex L / S 07552-95), impulsando este flujo al tanque de colas de proceso.

2.4 Descripción de la prueba

Antes de iniciar la prueba de flotación, la pulpa (con la dosificación de reactivos adecuada) se mantuvo en agitación en el tanque mezclador durante 20 minutos para ser acondicionada. Pasado el tiempo de acondicionamiento, la pulpa fue impulsada hacia la celda de flotación, donde el rotor de la celda mecánica permaneció en funcionamiento para mantener la pulpa en agitación. Esto evitó la obstrucción del flujo de colas.

Una vez que la celda principal contenía pulpa al nivel deseado (por acción sistema controlador-bomba de colas), las tres extensiones fueron llenadas con solución (agua) a nivel del espejo con la misma concentración de reactivos adicionada a la pulpa. La pantalla de burbujas, también se rellenó con agua a la misma concentración de reactivos y se colocó justo encima de la celda de flotación. En este punto se podía iniciar la prueba.

La prueba comenzó con la apertura de la válvula de alimentación de aire y el ajuste de nivel deseado de Jg (mediante la perilla del rotámetro). Posteriormente, la espuma se acumuló y fluyó hacia las extensiones; en ese momento se colocó la pantalla de burbujas en el lugar descrito por la Figura 2.6. Las burbujas generadas en la zona de colección emergieron a través del tubo de muestreo hasta la pantalla de burbujas, donde se obtuvieron fotografías. La pantalla de visualización de burbujas se retiró de la celda de flotación cuando un determinado volumen de agua a contracorriente se desplazó hacia la celda de flotación, mientras la espuma continuaba fluyendo a lo largo de las extensiones durante un periodo de 20 minutos. Pasado este tiempo se finalizó la prueba y se recolectó el mineral obtenido en las diferentes extensiones.

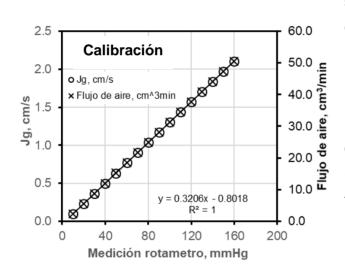
Se hizo uso del software IMAGEPRO[®] para la estimación de la distribución del tamaño de burbujas en la zona colección, el tamaño de burbuja en la superficie de la espuma, la velocidad de salida y la velocidad de dispersión de la espuma (sección 2.5.2).

La recuperación de la zona de espuma se obtuvo con la medición de la cantidad de sólidos que pasaron por el área transversal del tubo de alimentación a la pantalla de burbujas (similar a la metodología empleada por Alexander y col., 2003). Este valor se extrapoló al área transversal de la celda de flotación. Finalmente, se recuperó el concentrado obtenido en las tres extensiones (partículas drenadas) para estimar el grado y la distribución de tamaño de partícula en función del desplazamiento horizontal de la espuma (sección 2.5.5).

2.5 Mediciones y análisis de datos

2.5.1 Medición de los indicadores de dispersión de gas

La medición de la velocidad superficial de gas (Jg) se realizó mediante la calibración entre el caudal de aire (generado desde un compresor) y el flujo de aire reportado por un rotámetro (Figura 2.8). Para el experimento se consideraron tres niveles diferentes de la velocidad superficial de gas (Jg=0.37 cm/s); Jg=0.77 cm/s y Jg=1.17 cm/s).



La velocidad superficial de gas (*Jg*) se calculó mediante la siguiente ecuación:

$$Jg = \frac{Q_a}{A_c} \tag{2.1}$$

donde: Q_a es el caudal de gas (cm³/min) y A_c es el área transversal de la celda.

El flujo de aire medido por el rotámetro para los niveles deseados de Jg fueron 8, 20 y 30 cm 3 /min.

Figura 2.8. Calibración de rotámetro.

Por otra parte, la medición del porcentaje de aire retenido se realizó mediante la instalación de una celda de conductividad en la zona de colección (dos electrodos). Se realizaron varias mediciones de conductividad en la pulpa con aire y sin aire (mediciones k_{slg} y k_{sl}) de manera separada.

En la Figura 2.9, se presenta una imagen de la pantalla del conductivímetro en condiciones de dos y tres fases y la ecuación empleada para la estimación del porcentaje de aire retenido.

Se realizaron 20 mediciones para cada condición (dos y tres fases), el promedio de estas mediciones representó el valor de la conductividad en cada condición.

Con el cálculo del porcentaje de aire retenido fue posible la cuantificación del volumen de gas en el interior de la celda de flotación, además de la estimación del tiempo de residencia en la zona de colección (τ) .



mS/cm

El cálculo del porcentaje de aire retenido promedio se estimó mediante las siguientes ecuaciones:

$$\bar{\varepsilon}_g = \frac{(1 - \frac{\overline{k}_{slg}}{/\overline{k}_{sl}})}{(1 + 0.5 \frac{\overline{k}_{slg}}{/\overline{k}_{sl}})} 100 \qquad (2.2)$$

donde k_{slg} y k_{sl} es la medida de la conductividad en tres fases y dos fases respectivamente.

$$\overline{k_{slg}} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n=20} k_{slg}_i$$
 (2.2a)

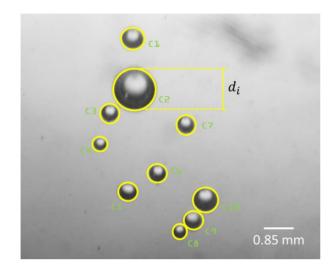
$$\overline{k_{sl}} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n=20} k_{sl_i}$$
 (2.2b)

Figura 2.9. Determinación del porcentaje de aire retenido.

En la Figura 2.10 se presenta una imagen que ilustra la medición del diámetro de burbuja con el uso del software IMAGEPRO[®].

Para la estimación del tamaño promedio Sauter de burbuja (db_{32}) se midieron y contaron manualmente 300 burbujas en cada una de las pruebas realizadas. Algunos autores como Girgin y col. (2006) han realizado mayor cantidad de mediciones. Sin embargo, Pérez-Garibay y col. (2012), demostraron que después de cierto número de mediciones la determinación de tamaño Sauter no cambia significativamente. Por lo anterior, para

obtener una adecuada representación de la distribución de tamaños de burbuja, no es necesario realizar gran cantidad de mediciones.



El cálculo de diámetro promedio Sauter (db_{32}) se realiza mediante el uso de la Ecuación 2.3:

$$db_{32} = \frac{\sum_{i=1}^{n} (db_i)^3}{\sum_{i=1}^{n} (db_i)^2}$$
 (2.3)

donde db_i es el diámetro de la burbuja, n es el número de burbujas medidas. Para esta serie de experimentos se ha considerado n=300.

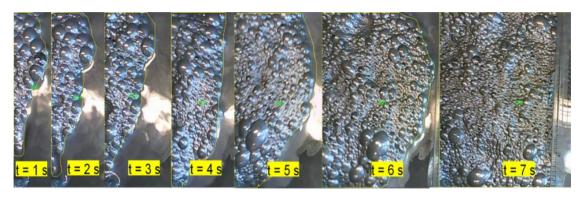
Figura 2.10. Estimación del tamaño promedio Sauter.

2.5.2 Medición de la velocidad de espuma y tiempo de retención de la espuma (FRT)

Para obtener la estimación de la velocidad durante el desplazamiento horizontal de la espuma y el tiempo de retención de la espuma, se realizó el análisis del video obtenido por medio de las cámaras de videograbación. Este video se dividió en imágenes de tal manera que se obtuvo una imagen por segundo transcurrido como se puede observar en la Figura 2.11.

También se puede observar un algoritmo con el cual se pudo realizar la estimación de la velocidad de espuma (lineal) y la velocidad de dispersión (área). El algoritmo se puede describir de la siguiente manera: a tiempo igual a cero, la velocidad de espuma es cero. Sin embargo, el área total que representa el campo visual de la cámara de video es igual a 400 mm² y la máxima distancia horizontal en el mismo campo focal es de 200 mm. En la condición de paro del algoritmo, la medición del área que avanzó la espuma en un incremento del tiempo (variable a_med), debe ser igual a 400 mm² y la distancia horizontal que recorrió la espuma (variable d_med) debe ser igual a 200mm. Si no se

cumple esta condición, se ingresa al ciclo de cálculo donde se estima: el incremento del área cubierta por la espuma (A_e) , el incremento en la distancia horizontal recorrida por la espuma (D), la velocidad de dispersión (V_c) y la velocidad de espuma (v_e) . Se acumula el área de avance en la variable a_med y se acumula también la distancia recorrida en la variable d_med, finalmente se pregunta nuevamente si se cumple con la condición de paro del algoritmo; si esta condición es verdadera el cálculo finaliza, de lo contrario se ingresa nuevamente al ciclo de cálculo.



a_tot=400; a_med=0; A=0; d_tot=200; d_med=0; D=0; t=0; V,=0; v,=0; I a_tot==a_med I d_tot==d_med N A = a_{t=t+1} - a_t D = d_{t=t+1} - d_t V_i = D / t a_med = a_med + A d_med = d_med + D t=t+1

Figura 2.11. Serie de imágenes para la medición de la velocidad, distancia horizontal de las espumas y su metodología de cálculo.

Se empleó:

$$V_c = \frac{\Delta A_e}{\Delta t} = \frac{{A_e}' - {A_e}}{t' - t}$$
 (2.4)

$$v_e = \frac{\Delta D}{\Delta t} = \frac{D' - D}{t' - t} \tag{2.5}$$

donde V_c es la velocidad de dispersión, mm²/s, mientras v_e representa la velocidad de espuma (lineal) (mm/s), ΔA y ΔD representan el incremento en el área de espuma y la distancia en un determinado tiempo Δt .

Finalmente, la estimación del tiempo de retención de espuma (*FRT*) se realizó utilizando la Ecuación 2.6

$$FRT = \frac{Vf}{Qf} \tag{2.6}$$

donde Vf es el volumen de la espuma en la celda principal, el cual puede ser considerado constante debido a que no se modifica la altura de la espuma y Qf es el flujo de espuma que se estimó a partir del análisis de imagen (Figura 2.11).

2.5.3 Medición del tamaño de burbuja en zona de espuma

En la Figura 2.12 se presenta la medición del diámetro de burbujas en la espuma con el uso del software IMAGEPRO[®]. La metodología de cálculo fue la misma que se empleó en la determinación del tamaño Sauter de las burbujas en la zona de colección. Como ya se ha mencionado en los antecedentes, las burbujas en la espuma varían en su forma, en algunos casos poligonal y en otros casos esférico. En el presente trabajo el diámetro de burbuja se estimó a partir de la medición del perímetro de la burbuja.

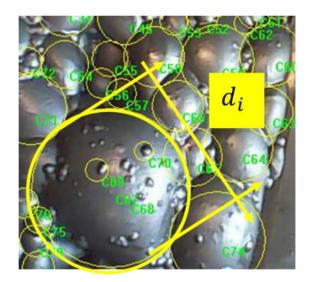


Figura 2.12. Medición del tamaño promedio Sauter de burbuja en la zona de espuma.

El Cálculo de diámetro promedio Sauter en la zona de espuma ($ZEdb_{32}$) se realizó con el uso de la Ecuación 2.7:

$$ZEdb_{32} = \frac{\sum_{i=1}^{n} (db_i)^3}{\sum_{i=1}^{n} (db_i)^2}$$
 (2.7)

donde db_i es el diámetro de la burbuja, n es el número de burbujas medidas. En el caso de las burbujas medidas en la zona de espuma, n depende del volumen de las burbujas.

2.5.4 Medición experimental de la recuperación de la zona de espuma

En la Figura 2.13, se presenta la metodología para la determinación experimental de la recuperación de la zona de espuma.

Partiendo de la Ecuación 2.8:

$$Rf = \frac{M^C}{M^I} \cdot 100 \tag{2.8}$$

donde Rf representa la recuperación en la zona de espuma (%), M^c es el flujo másico de concentrado (g/s), mientras que M^I representa el flujo másico en la interfase (g/s), el cual se obtiene mediante la Ecuación 2.9:

$$M^I = M^{tubo} \cdot \#Areas$$
 (2.9)

donde # Areas representa el número de veces que el área del tubo de muestreo de la pantalla de burbujas ($Area_T^{tubo}$) cabe en el área transversal de la celda (A_c). Finalmente, M^{tubo} representa los sólidos que ingresaron a pantalla de burbujas por unidad de tiempo.

 $Area_{T}^{Tubo}$ $Area_{T}^{Tubo}$ $Area_{T}^{Tubo}$ $Area_{T}^{Tubo}$ $Area_{T}^{Tubo}$ $Area_{T}^{Tubo}$ $Area_{T}^{Tubo}$ $Area_{T}^{Tubo}$ $Area_{T}^{Tubo}$ $Area_{T}^{Tubo}$

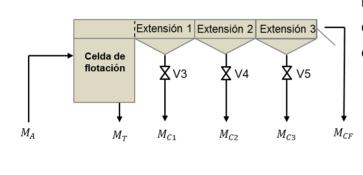
Figura 2.13. Medición experimental de la recuperación de la zona de espuma.

Esta metodología para la medición experimental de la recuperación de la zona de espuma es similar a la empleada por Alexander y col. (2004). Sin embargo, ésta técnica tiene limitaciones frente a otras donde los dispositivos de medición permiten mayor exactitud en la estimación de Rf. El principal problema de esta técnica radica en que algunas partículas finas son drenadas hacia la zona de colección por acción del flujo de agua en contra corriente de la pantalla de burbujas hacia la zona de colección, provocando poca exactitud en la recuperación de finos. A pesar de esto, la medición a

escala laboratorio resultó representativa, debido a que se despreció la aportación de minerales ultrafinos (dpi<10 μ m), por lo que se continuó el análisis de Rf mediante esta técnica.

2.5.5 Medición de drenado de partículas (distribución de tamaño y grado)

En la Figura 2.14 se presentan los flujos involucrados en la celda de flotación y las tres secciones acopladas, además del nombre de cada corriente.



Para el cálculo del drenado en las diferentes secciones, se consideraron las siguientes ecuaciones:

$$\%D^{200} = \frac{M_{C1}}{M_A} * 100 {(2.10)}$$

$$\%D^{400} = \frac{M_{C2}}{M_A} * 100 \qquad (2.11)$$

$$\%D^{600} = \frac{M_{C3}}{M_A} * 100$$
 (2.12)

$$\%D^{CF} = \frac{M_{CF}}{M_A} * 100 {(2.13)}$$

Figura 2.14. Flujos en la celda de flotación y cálculo de drenado.

Una vez recolectados los flujos de cada corriente, se determinó el porcentaje de sólidos con la diferencia entre el peso de la pulpa en húmedo y el flujo másico (seco). Posteriormente, se obtuvo una muestra representativa del mineral en cada corriente utilizando técnicas de cuarteo y se determinó la distribución de tamaño de partícula con la técnica de análisis por dispersión de rayos X. Por otra parte, el análisis químico cuantitativo se realizó con el uso de la técnica de absorción atómica (Perkin Elemer 3110). Después de obtener el análisis de tamaño de partícula y de contenido de elementos, se realizó el balance de masa mediante la técnica propuesta por Hodouin y Everell (1980).

2.6 Consideraciones realizadas en la metodología experimental

Dentro del desarrollo de la investigación se realizaron consideraciones en la metodología experimental, en algunos casos esto se realizó para facilitar la medición de las variables, mientras que en otros casos se consideraron las limitaciones del diseño de aparato experimental.

El aparato experimental propuesto en esta tesis se diseñó para "identificar fenómenos" que ocurren en la espuma de flotación. Por lo tanto, la operación del aparato experimental y los resultados representan las tendencias de la operación de una celda de flotación industrial, aunque a nivel cuantitativo de los valores de grado y recuperación pueden discrepar.

La dosificación y tipo de reactivos se seleccionó para realizar flotación primaria de sulfuros (bulk). Por lo tanto, en el desarrollo de las pruebas no se promovió la separación selectiva de los minerales por la adición de reactivos químicos.

Se consideró que el valor de la velocidad superficial de gas (Jg) es uniforme en cualquier punto del área transversal de la celda. Lo anterior no ocurre en la operación de celdas industriales ni de laboratorio. Sin embargo, considerando las limitaciones del tamaño de la celda se consideró adecuada la medición de esta variable mediante el flujo de aire en la alimentación y el área transversal de la celda.

El análisis principal se enfocó en la estimación del tiempo de retención de espuma (FRT) que puede ser modificado mediante la altura de la espuma o el flujo de aire. Para este trabajo se decidió mantener constante la altura de la espuma y modificar el FRT a partir del flujo de aire.

Los equipos y dispositivos utilizados en las pruebas como: bombas, rotámetro, electrodos de conductividad y pH fueron calibrados previamente con la finalidad de incrementar la exactitud de las mediciones.

3. Resultados y discusión de la estabilidad de espuma y su efecto en el rendimiento metalúrgico.

3.1 Análisis de tamaño de burbuja

3.1.1 Burbujas en zona de colección

En la Figura 3.1, se presenta un comparativo de las imágenes de burbujas generadas en la zona de colección a distintas condiciones operativas.

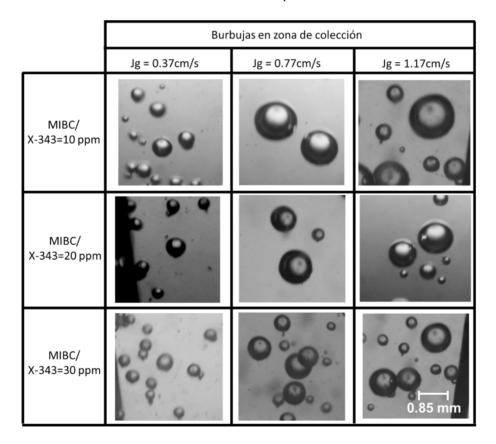


Figura 3.1. Burbujas generadas en zona de colección y las variables de estudio.

En esta imagen se puede visualizar que las burbujas de mayor tamaño fueron generadas a altas condiciones de aireación y baja concentración de reactivos (Jg = 1.17 cm/s y MIBC/X-343=10 ppm). Mientras que las burbujas más pequeñas fueron generadas a baja aireación y alta concentración de reactivo (Jg = 0.37 cm/s y MIBC/X-343=30 ppm). Considerando que el sistema rotor/estator y la velocidad de agitación del rotor (1500 RPM) fueron constantes. Es evidente que menor flujo de aire se fraccionará en burbujas más pequeñas, en comparación de con altos flujos de aire donde se generarán burbujas más grandes. Por otra parte, altas concentraciones de espumante favorecerán la estabilidad de burbujas en la zona de colección, impidiendo la coalescencia en esta zona.

Continuando con el análisis del tamaño de burbuja, en la Figura 3.2 se presenta la estimación del diámetro promedio Sauter en zona de colección (db_{32}) y las variables de estudio. Aunque no se dispone de muchos puntos experimentales para afirmar con precisión que se alcanzó la concentración crítica de coalescencia, en esta imagen observa que a elevadas concentraciones de espumante el diámetro de las burbujas se mantiene casi constante, lo cual permite mencionar que se trabajó en condiciones cercas a la concentración crítica (CCC).

Por otra parte, en la Figura 3.3 a, b y c, se presentan las distribuciones de tamaño de burbuja a diferentes condiciones de aireación y concentración de MIBC/X-343.

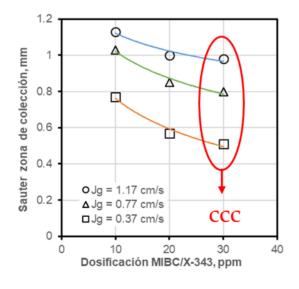
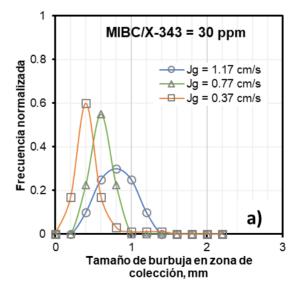


Figura 3.2. Tamaño Sauter de burbuja en zona de colección en función de la aireación y la concentración de reactivos.



Ver pie de Figura 3.3.

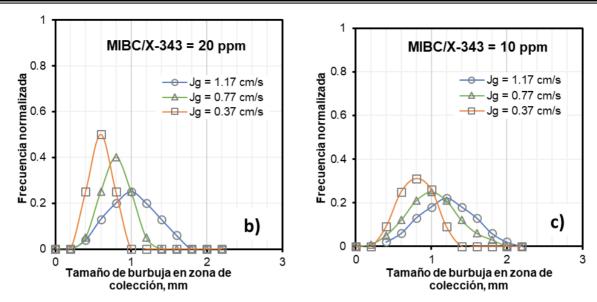


Figura 3.3. Distribución de tamaño de burbuja a diferentes condiciones de aireación y concentración de MIBC/X-343 a)30 ppm; b)20 ppm y c)10 ppm.

En esta serie de imágenes observa que, a menor aireación la distribución de tamaños de burbuja será más centrada a la media aritmética, por tal motivo el tamaño promedio Sauter y el promedio aritmético serán similares. Finalmente se observa que la disminución en la concentración de espumante también genera distribuciones de tamaño de burbuja cada vez más amplias.

Lo anterior tiene relevancia en análisis de grado y recuperación de minerales, debido a que burbujas grandes no promoverán la adhesión de partículas finas, de igual manera, burbujas pequeñas no favorecerán la adhesión de partículas gruesas. Por lo tanto, en la zona de colección es necesario promover una adecuada relación entre tamaño de burbuja y tamaño de partícula, de lo contrario se podría esperar una disminución de la recuperación global de sólidos y en la recuperación de ciertos elementos.

3.1.2 Burbujas en zona de espuma

En la Figura 3.4 se presenta un comparativo de las burbujas en la zona de espuma a diferentes condiciones de aireación y dosificación de reactivos. En esta imagen se puede observar que menor aireación promoverá la coalescencia de burbujas y como consecuencia se observarán burbujas de mayor tamaño. Mientras que a altos niveles de

aireación favorecerán altas velocidades de salida de espuma impidiendo el crecimiento de burbujas.

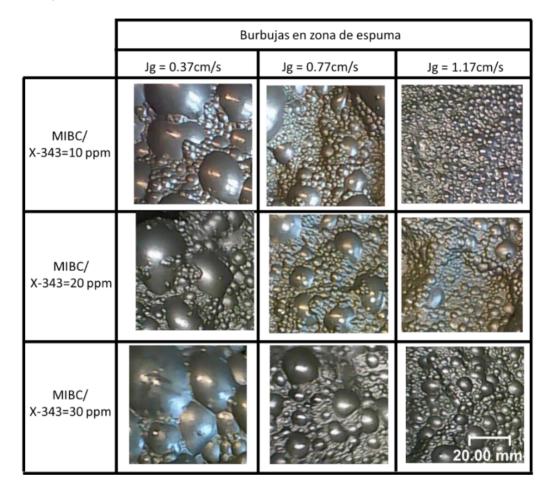


Figura 3.4. Comparativo de imágenes de burbujas en la zona de espuma a diferentes condiciones operativas.

En Figura 3.5 se presenta un comparativo de las burbujas en la zona de colección y en la zona de espuma. En esta imagen se observa que las burbujas pequeñas en la zona de colección fueron las más grandes en la zona de espuma (Jg=0.37 cm/s y MIBC/X-343=30ppm) y por el contrario, las burbujas más grandes en la zona de colección fueron las más pequeñas en la zona de espuma (Jg=1.17 cm/s y MIBC/X-343=10 ppm).

Lo anterior se asocia al tiempo de retención en la espuma (FRT), debido a que bajos niveles de aireación promoverán mayor tiempo de retención en la espuma, favoreciendo la coalescencia de burbujas.

	Bur	bujas en zona de coleccio	ón	Burbujas en zona de espuma				
	Jg = 0.37cm/s	Jg = 0.77cm/s	Jg = 1.17cm/s	Jg = 0.37cm/s	Jg = 0.77cm/s	Jg = 1.17cm/s		
MIBC/ X-343=10 ppm		0	000					
MIBC/ X-343=20 ppm	a 0 ,	် ဝ	03					
MIBC/ X-343=30 ppm	9 9		0.85 mm	711		20.00 mm		

Figura 3.5. Comparativo de burbujas en zona de colección y zona de espuma.

Alta concentración de espumante en conjunto con el incremento en el tiempo de retención de espuma también tiene efectos significativos en el incremento del tamaño de burbuja en la espuma, debido a que la principal función de este reactivo es promover la espumabilidad. (Vea Tabla 3.1).

Tabla 3.1. Tamaño promedio Sauter de burbuja en zona de colección y en zona de espuma

Dosificación de reactivo		de burbuja e olección, mr			de burbuja e espuma, mm	
MIBC/X-343	Jg=0.37	Jg=0.77	Jg=1.17	Jg=0.37	Jg=0.77	Jg=1.17
	cm/s	cm/s	cm/s	cm/s	cm/s	cm/s
10 ppm	0.77	1.03	1.13	22.50	13.50	6.13
20 ppm	0.57	0.85	1.00	25.32	16.20	9.12
30 ppm	0.51	0.80	0.98	28.32	19.21	12.13

En la Figura 3.5 también se puede visualizar que la espuma y su estabilidad dependerá de la etapa del proceso en que se genere la espuma. Por ejemplo, en los bancos primarios (bulk) se desea espuma con tamaño de burbuja menor a 20 mm y con alta carga de mineral en la superficie, además esta espuma debe ser lo suficientemente fluida para alcanzar el labio de rebose sin dificultades, por lo que se desea promover las condiciones de alta aireación y alta concentración de reactivos. Por otra parte, en la etapa de limpias se prefiere burbujas grandes y menos fluidas. En esta etapa, las

partículas minerales aún tienen reactivo sobre su superficie, por lo que se desearía trabajar en bajas (o nulas) concentraciones de reactivo y bajos niveles de aireación.

Lo anterior debido a que las burbujas generadas en los bancos primarios promoverán la recuperación de minerales, mientras que las burbujas generadas en la etapa de limpias fomentarán el grado de mineral.

3.1.3 Crecimiento de burbujas en zona de colección y en zona de espuma

En la serie de Figuras 3.6 a, b. c y d, se presenta el crecimiento de las burbujas desde que se generan en la zona de colección (ZC) y con el incremento del tiempo a medida que se desplazan sobre las extensiones en la zona de espuma (ZE).

En las Figuras 3.6 a y c, se puede observar el incremento en la distribución de tamaños de burbuja en espuma con respecto al tiempo. Esto debido a que bajos niveles de aireación no promueven la alta velocidad de salida de la espuma, lo que favorece la coalescencia. Por lo anterior, las burbujas en la espuma incrementarán de tamaño con el tiempo que permanezcan en la espuma. Sin embargo, después de 120s la distribución de tamaños comienza a disminuir, por efecto de la deshidratación y colapso de burbujas.

Por otra parte, en las Figuras 3.6 b y d, se puede observar que no se incrementa en gran medida la distribución de tamaños de burbuja con respecto al tiempo. Esto debido a que, bajo condiciones de alta aireación, las burbujas salen de la zona de espuma humectadas y a alta velocidad, impidiendo el crecimiento de burbujas a través del tiempo y su recorrido horizontal. La velocidad de la espuma será discutida a profundidad en la sección 3.2.

En la Figura 3.7 se presenta el tamaño Sauter de burbuja en la zona de espuma en función de las variables de estudio. En esta imagen se presenta el efecto contrario a lo que pasa en la zona de colección (Figura 3.2). En la zona de espuma se generarán burbujas más grandes a menores condiciones de aireación y a mayor concentración de reactivo por efecto del tiempo de retención de espuma (*FRT*) y la espumabilidad, como ya se discutió en la Figura 3.5.

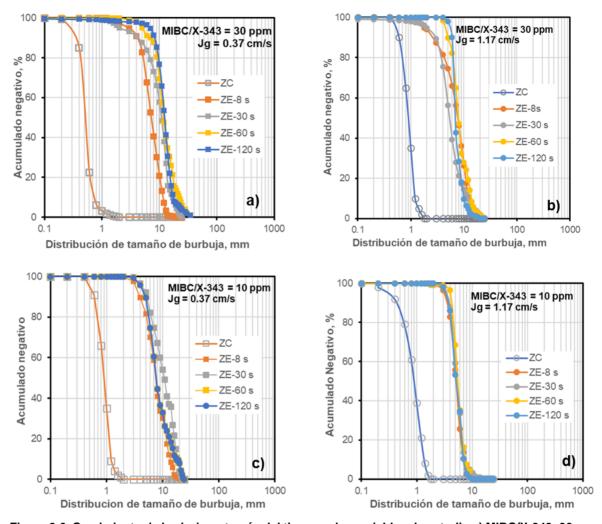


Figura 3.6. Crecimiento de burbujas a través del tiempo y las variables de estudio a) MIBC/X-343=30 ppm y Jg = 0.37 cm/s; b) MIBC/X-343=30 ppm y Jg = 1.17 cm/s; c) MIBC/X-343=10 ppm y Jg = 0.37 cm/s d) MIBC/X-343=10 ppm y Jg = 1.17 cm/s.

En la Figura 3.8 a, b y c, se presenta el tamaño de burbuja en la superficie de la espuma a través del desplazamiento horizontal. Se puede observar que con baja aireación las burbujas incrementan su tamaño a través del desplazamiento horizontal hasta una distancia que decrecen su volumen y colapsan (como se mencionó en las Figuras 3.6 a y c). Por otra parte, en condiciones de alta aireación las burbujas permanecen en tamaños pequeños, incluso su tamaño decrecerá.

En la serie de Figuras 3.8 a, b y c, también se presenta el efecto del incremento en la concentración de reactivos en la coalescencia a través del desplazamiento horizontal. A condiciones de alta dosificación de espumante, se promoverá la espumabilidad y la inminente coalescencia de burbujas.

El porcentaje de sólidos en pulpa es también un factor determinante en la capacidad transporte de sólidos y la estabilidad de la espuma. En el caso de la serie de pruebas realizadas, el porcentaje de sólidos en pulpa fue constante (20% de sólidos), este valor no favorecerá la estabilidad de la espuma debido a que existirán pocas partículas a flotar en el sistema.

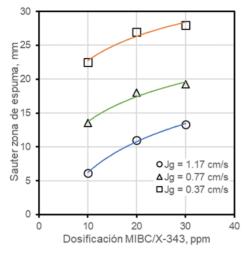
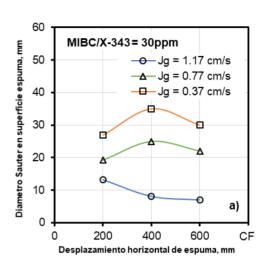
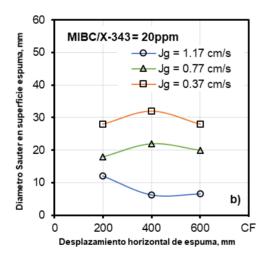


Figura 3.7. Tamaño promedio Sauter en la zona de espuma en función de las variables de estudio.



Ver pie de Figura 3.8.



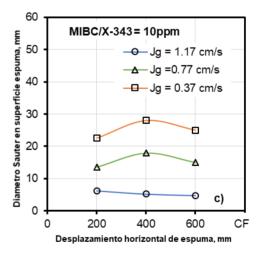
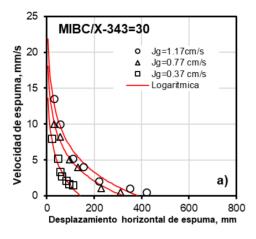


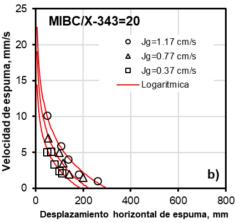
Figura 3.8. Tamaño Sauter de burbuja en función del desplazamiento horizontal de la espuma a diferentes condiciones de aireación y concentración de reactivos a) MIBC/X-343 30 ppm b) MIBC/X-343=20ppm y c) MIBC/X-343=10ppm.

Por lo anterior, en la superficie de las burbujas se presentarán áreas que no serán cubiertas por mineral, lo que promoverá la coalescencia y la deshidratación de burbujas generando ruptura. Se concluye que, alto porcentaje de sólidos en la superficie de las burbujas brinda estabilidad y resistencia a la ruptura.

3.2 Análisis del desplazamiento horizontal y capacidad de acarreo de la espuma.

espuma.





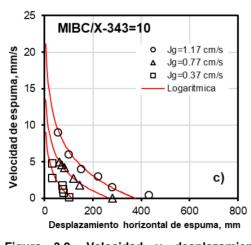


Figura 3.9. Velocidad y desplazamiento horizontal de espuma a diferentes niveles de aireación y dosificación MIBC/X-343 a) 30 ppm; b) 20 ppm y c) 10 ppm.

En la Figura 3.9 a, b y c, se presenta la velocidad de salida de la espuma y la distancia que recorre durante el desplazamiento horizontal.

En esta serie de figuras se puede observar

que, a cualquier condición de dosificación de reactivo y aireación, la velocidad de la espuma disminuye de manera logarítmica con el incremento de la distancia recorrida. También es posible visualizar la magnitud del efecto generado por ambas variables de estudio (aireación y la concentración de reactivos), siendo la velocidad superficial de gas, la variable que afecta significativamente la velocidad de la

La velocidad de espuma (lineal), también se ve afectada por otros factores como lo son: el valor medio de la viscosidad de la espuma y la cantidad de sólidos que acarrea la espuma.

En la Tabla 3.2 se presenta la velocidad de dispersión (área cubierta por espuma) y la capacidad de acarreo de sólidos de las espumas a diferentes condiciones operativas. En esta tabla se observa que la velocidad de dispersión se favoreció a mayor aireación y baja concentración de reactivos.

Esto debido a diversos factores que se mencionarán a continuación:

- La espuma generada a elevados niveles de aireación contiene burbujas de tamaño pequeño, lo que favorece el desplazamiento de la espuma a mayores distancias a través del desplazamiento horizontal hacia el labio de rebose.
- Las burbujas pequeñas presentan alta capacidad de acarreo en adecuadas concentraciones de colector (debido a la mayor área superficial). Sin embargo, las partículas finas adheridas a su superficie no serán representativas en términos de masa.
- 3. La gran cantidad de sólidos recuperados a condiciones de alta aireación, aparentemente se debe al entrampamiento de partículas y el arrastre de sólidos presentes en el agua recuperada en la espuma y en menor medida por flotación verdadera (unión burbuja-partícula).

Tabla 3.2. Velocidad de dispersión y capacidad de acarreo de las espumas.

Condiciones de prueba

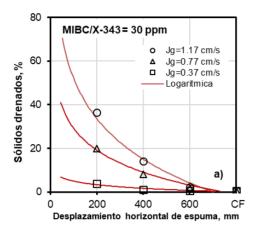
MIBC/X-343, ppm	30.00	30.00	10.00	10.00
Velocidad superficial de gas (Jg) , cm/s	0.37	1.17	0.37	1.17
Flujo másico de concentrado g/s	0.23	1.41	0.22	0.74
Velocidad de dispersión de espuma, cm²/s	17.95	50.53	20.57	56.50
Flujo de transporte de carga (FCR), g/cm ² ·s	6.00e ⁻⁴	35.00 e ⁻⁴	6.00 e ⁻⁴	18.00 e ⁻⁴
Carga en el labio de rebose (LL), g/cm·s	1.15e ⁻²	7.05 e ⁻²	1.10 e ⁻²	3.50 e ⁻²

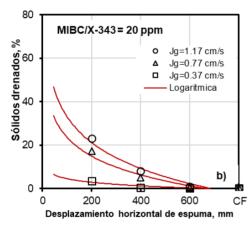
Mientras que la espuma con menor velocidad de dispersión se generó a altas concentraciones de reactivo (espumante y colector) y baja aireación, esto debido a que:

- 1. Las burbujas incrementaron su tamaño por efecto de la coalescencia en la zona de espuma.
- 2. Las burbujas presentaron mayor capacidad de acarreo para partículas gruesas.
- 3. Se promovió la flotación verdadera (partículas adheridas a la burbuja) de minerales más densos.

En la operación industrial de celdas de flotación se visualiza que las condiciones de velocidad de dispersión varíen en diferentes bancos de celdas, dependiendo de la etapa del proceso. Sin embargo, está claro que se debe buscar la optimización de la velocidad de espuma con la finalidad de incrementar la recuperación de sólidos en las celdas de flotación.

3.3 Análisis del drenado de sólidos a través del desplazamiento horizontal





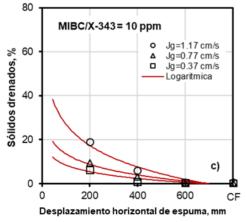


Figura 3.10. Porcentaje de sólidos drenados a través del desplazamiento horizontal a diferentes condiciones de aireación y concentración de reactivos a) 30 ppm b) 20 ppm y c) 10 ppm.

3.3.1 Drenado global de sólidos

En la serie de Figuras 3.10a, b y c se presenta el porcentaje de sólidos drenados a través del desplazamiento horizontal de la espuma a diferentes condiciones operativas.

Altos niveles de aireación y concentración de reactivos generarán mayor recuperación de sólidos.

Estos altos niveles de aireación promueven espumas más húmedas por lo tanto las partículas serán drenadas en el recorrido horizontal de la espuma.

Mayor aireación promoverá el incremento en la recuperación de agua, lo cual favorece la generación de canales de Gibbs más amplios por los cuales se drenarán los sólidos con menor adhesión a las burbujas.

Por el contrario, burbujas grandes generadas a baja aireación, no se desplazarán grandes distancias y el drenado de partículas será menor a través del desplazamiento horizontal.

3.3.2 Drenado por elementos y grado del concentrado

En la serie de Figuras 3.11 a, b, c, d, e y f, se presenta el porcentaje de drenado (eje rojo) y el grado del concentrado obtenido (eje azul) de partículas de hierro y plomo a través del desplazamiento horizontal de la espuma, a diferentes niveles de aireación y a diferentes concentraciones de reactivo. Los resultados del zinc no se presentarán debido a que se obtuvieron las mismas tendencias que en el caso del plomo.

En la Figura 3.11 a, b, c, d, e y f, se puede observar que el drenado de plomo y de hierro (eje rojo) disminuyó de manera logarítmica con el incremento del desplazamiento horizontal de la espuma, al igual que la tendencia observada en el drenado de sólidos (Figura 3.10). También se puede observar que se obtuvo mayor drenado en condiciones de alta aireación (máximas condiciones de drenado para hierro y plomo 60% a Jg=1.17 cm/s). Esto debido a que mayor aireación permitió mayor desplazamiento horizontal de espuma, lo que generó el drenado de las partículas a mayores distancias, además del ensanchamiento de los canales de Gibbs.

Continuando con el análisis del drenado, se observa que una menor concentración de colector favoreció el drenado de plomo a cualquier nivel de aireación. Mientras que altas concentraciones de colector favorecieron el drenado de hierro. Por lo anterior, es evidente que el colector xantato isopropílico de sodio, genera mayor estabilidad entre burbuja y partículas de plomo debido a que se requiere menor concentración de reactivo para permanecer unidas a las burbujas durante mayor desplazamiento horizontal.

Analizando el comportamiento del grado de plomo y de hierro (eje azul), se observa el incremento en el grado de plomo a través del desplazamiento horizontal, a mayores niveles de aireación (Figura 3.11a). Mientras que el grado de hierro a altos niveles de aireación, decreció a través del desplazamiento horizontal de la espuma (Figura 3.11b). Sin embargo, en el caso del hierro, se observó mayor grado con el incremento del colector (Figura 3.11b). En el caso de del nivel de aireación medio (Jg=0.77cm/s), se observa la misma tendencia que para niveles altos de aireación, tanto para el drenado y grado de ambos elementos, esto se puede visualizar en las Figuras 3.11 c y d.

Finalmente, a bajos niveles de aireación, el grado a través del desplazamiento horizontal no presentó la misma tendencia que en los casos anteriores (alta y media aireación). El plomo presentó el mayor grado de todas las series de las pruebas (25% Pb), sin

embargo, este grado disminuyó a través del desplazamiento horizontal hasta llegar al 10% de plomo (Figura 3.11e). Mientras que el hierro incremento su concentración con respecto al desplazamiento (Figura 3.11f).

La diferencia en el grado del concentrado a través del desplazamiento horizontal se debe principalmente al drenado de agua en los canales de Gibbs, que favorece el desprendimiento de partículas con diferentes contenidos de valor. Dichos canales, también conocidos como espacios intersticiales entre burbujas, se ensanchan en función de la cantidad de agua que es arrastrada en la espuma. El comportamiento del drenado de partículas de diferentes características de tamaño y contenido de elementos de valor puede ser empleado para el diseño de canaletas de recolección de mineral concentrado. Lo que representa un novedoso enfoque en el diseño de estos sistemas.

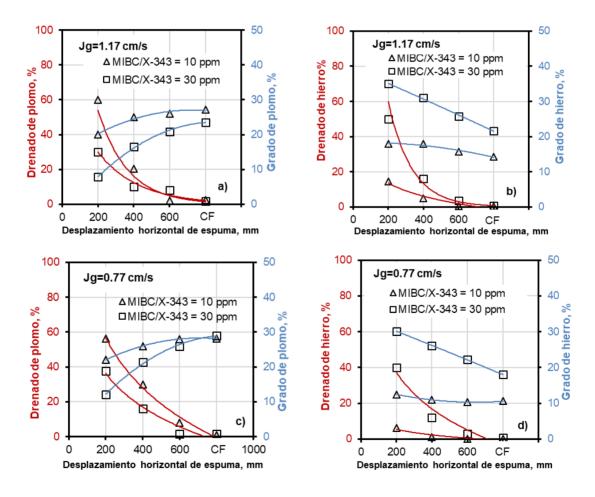


Figura 3.11. Porcentaje de drenado y grado del concentrado obtenido a través del desplazamiento horizontal de la espuma a diferentes condiciones operativas para plomo y hierro (a y b) jg=1.17cm/s;MIBC/X-343=30 y 10ppm); (c y d) jg=0.77cm/s;MIBC/X-343=30 y 10ppm);

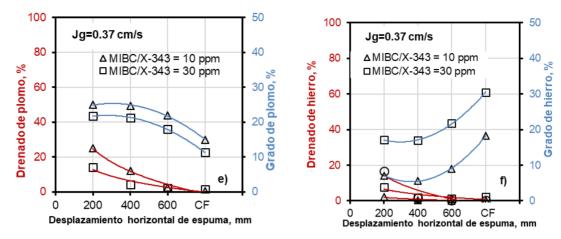
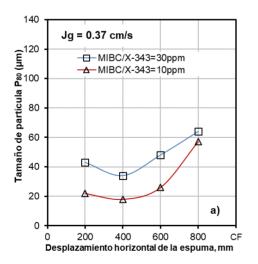


Figura 3.11. Porcentaje de drenado y grado del concentrado obtenido a través del desplazamiento horizontal de la espuma a diferentes condiciones operativas para plomo y hierro (e y f) jg=0.37cm/s;MIBC/X-343=30 y 10ppm).

3.3.3 Drenado por tamaño de partícula

En la Figura 3.12 a y b, se muestra el efecto del desplazamiento horizontal sobre el tamaño P₈₀ de partículas drenadas, a niveles de aireación y dosificación del reactivo MIBC/X-343 en contrastes. En la Figura 3.12a, se muestra que las partículas sobreviven sin drenar una porción de partículas gruesas hasta alcanzan el concentrado final (CF) a bajos niveles de aireación y ambas concentraciones de reactivos.



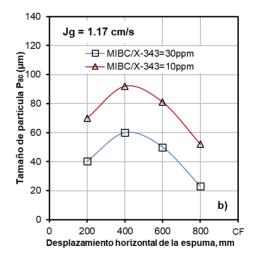


Figura 3.12. Tamaño P₈₀ de sólidos drenados a través del desplazamiento horizontal de espuma a diferentes condiciones de concentración de reactivos y aireación a) Jg=0.37 cm/s, b) Jg=1.17 cm/s.

Por otro lado, a altos niveles de aireación (Figura 3.12 b) y ambas condiciones de dosificación de reactivo (10 y 30 ppm), se puede observar una disminución en las partículas gruesas a través del desplazamiento horizontal.

Al comparar los resultados de las Figuras 3.12 a y b, es posible observar una tendencia diferente, que probablemente se explica debido a la humectación de la espuma ocasionada por el aumento en la aireación de 0.37 a 1.17 cm/s. En condiciones de baja aireación, los canales de Gibbs son secos y más delgados, lo que permite el drenaje de partículas finas, mientras que alta aireación, los canales de Gibbs son altamente humedecidos, lo que permite el drenado de partículas más gruesas.

3.4 Análisis del grado y la recuperación en el concentrado

3.4.1 Indicadores de dispersión de gas y recuperación global de sólidos

En la Tabla 3.3 se presenta la medición experimental de los indicadores de dispersión de gas y los resultados para: la constante cinética global en zona de colección (Kc), el tiempo de residencia de la pulpa (τ) , el tiempo de residencia en la espuma (FRT), la recuperación global de agua (Rw), la recuperación de la zona de espuma (Rf) y la recuperación global de sólidos (Ro) en la celda principal.

Tabla 3.3. Indicadores de la dispersión de gas y otros indicadores del proceso.

	<i>Jg</i> , cm/s	$\varepsilon g, \%$	$db_{32}, \ cm$	<i>Sb</i> , s⁻¹	Кс, s ⁻¹	τ, s	FRT, S	Rw, %	<i>Rf</i> , %	Ro, %
P1	0.37	7.00	0.051	43.52	0.32	540.0	1229.0	6.0	8.1	8.20
P2	1.17	10.05	0.098	71.63	1.63	909.6	141.98	49.2	82.0	53.32
P3	0.77	8.06	0.080	57.75	1.60	534.0	212.80	36.0	75	35.61
P4	0.37	6.54	0.077	28.83	0.50	462.0	773.32	8.0	5.1	7.91
P5	1.17	11.54	0.113	62.12	1.35	562.8	252.01	25.1	30.0	26.31
P6	0.77	7.48	0.103	44.85	0.74	444.6	527.92	11.2	25.2	10.98
P7	0.37	5.98	0.057	38.94	0.28	430.8	1438.87	4.1	6.1	4.12
P8	1.17	8.25	0.097	72.37	1.55	579.0	204.64	30.1	65	30.10
P 9	0.77	10.07	0.085	54.35	1.29	600.0	296.10	20.0	60	20.11

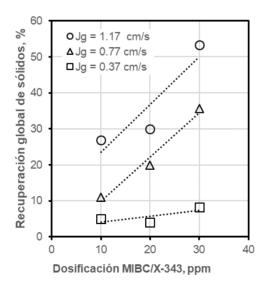
En la Figura 3.13 se presenta la recuperación global de sólidos en función de la aireación (velocidad superficial de gas) y la concentración de reactivos. En esta imagen se puede observar que la recuperación global de sólidos se ve favorecida con el incremento de las dos variables de estudio.

El comportamiento de la recuperación global de sólidos en esta figura es el común para circuitos de flotación primaria (bulk), debido a que en esta etapa se busca la recuperación de minerales y no el grado del concentrado obtenido.

En este trabajo no se consideró necesario medir el grado de formación de micelas. Sin embargo, se ha reportado en la bibliografía que, elevadas concentraciones de colector (en específico los colectores formados por largas cadenas de carbonos) disminuyen la recuperación global de sólidos por efecto del entrelazamiento de cadenas de carbono (micelas), este efecto disminuye la eficiencia del reactivo sobre los sitios de la superficie del mineral que se desea modificar.

A pesar de que en este trabajo se emplearon altas concentraciones de colector, no se visualizó el efecto mencionado. Pero se debe considerar que el incremento en la concentración de colector únicamente brindará resultados positivos en un rango operativo que puede ser determinado mediante experimentación para cada proceso.

En la Figura 3.14 se observa la linealidad entre la recuperación global de sólidos y la recuperación global de agua. Esta linealidad se hace más evidente en la flotación de minerales finos (como es el caso de esta serie de pruebas). También se puede observar que mayores valores de Jg incrementan la recuperación global de agua, esto debido a que las burbujas altamente humectadas serán impulsadas al labio de rebose por acción del flujo superficial de burbujas (Sb).



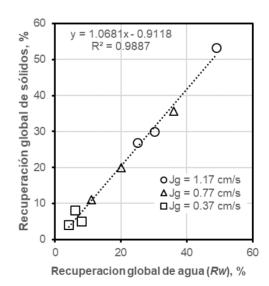
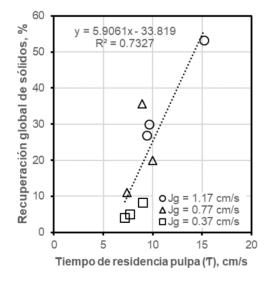


Figura 3.13 Relación entre la recuperación global de sólidos, Jg y la concentración de reactivos.

Figura 3.14. Relación entre la recuperación global de sólidos y la recuperación de agua.

En la Figura 3.15 se observa la linealidad entre la recuperación global de sólidos y el tiempo de residencia de la pulpa (τ) . La relación entre estas dos variables se favorece linealmente debido a que mayor tiempo de residencia de la pulpa, permitirá mayor interacción entre burbujas y partículas, permitiendo el incremento de la recuperación global de sólidos.

En la Figura 3.16 se presenta la recuperación global de sólidos y la velocidad superficial de gas, en esta figura se observa que se obtuvo mayor recuperación global de sólidos con el incremento de la aireación. Esto pone en evidencia que las condiciones de aireación deben de ser estrictamente controladas. En algunos casos se ha discutido sobre la importancia de las variables químicas (esquemas químicos) sobre los parámetros operativos (ejemplo: aireación). Sin embargo, es necesario promover condiciones favorables para ambas variables (físicas y químicas). Lo anterior, es evidente cuando se estudia el efecto de un nuevo colector sobre la recuperación global de sólidos. El efecto deseado puede no ser detectable si no se definen adecuadamente las variables físicas como es el caso de la aireación, que en muchos casos es considerado un tema menor, debido a que las celdas de laboratorio donde comúnmente se realizan las pruebas de flotación no cuentan con dispositivos de medición de aire.



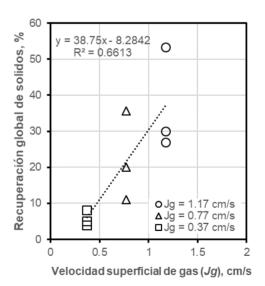


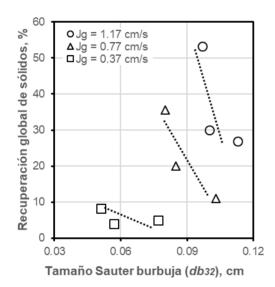
Figura 3.15. Relación entre la recuperación global de sólidos y el tiempo de residencia de la pulpa.

Figura 3.16. Relación entre la recuperación global de sólidos y la velocidad superficial de gas.

En la Figura 3.17 se presenta la recuperación global de sólidos y el tamaño Sauter de burbuja en la zona de colección. En esta imagen se observa que se recupera mayor

cantidad de sólidos cuando el tamaño de burbuja es pequeño (esto para cada grupo de dosificación de Jg=1.17, 0.77 y 0.37 cm/s). Así mismo, se observa que esta recuperación disminuyó con el incremento de tamaño de burbuja (db_{32}). Lo anterior se debe a que las burbujas pequeñas favorecerán la adhesión de partículas finas que fueron predominantes en este trabajo (P_{80} menor a 75 μ m). Sin embargo, la adhesión entre burbujas y partículas depende también de la interacción entre colector, la superficie de la partícula y la burbuja.

En la Figura 3.18 se presenta la recuperación global de sólidos en función del porcentaje de aire retenido. En esta imagen se observa que la recuperación global de sólidos se favoreció a mayor εg . Lo anterior se debe a que mayor cantidad de aire en la zona de colección, representa mayor cantidad de burbujas, incrementado la probabilidad de adhesión entre burbujas y partículas.



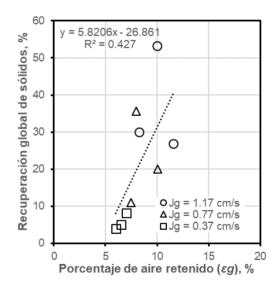


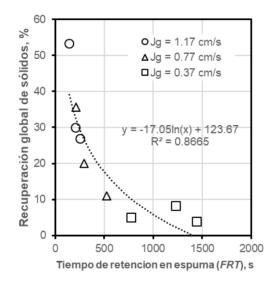
Figura 3.17. Recuperación global de sólidos y el tamaño Sauter de burbuja en zona de colección.

Figura 3.18. Recuperación global de sólidos y porcentaje de aire retenido.

En la Figura. 3.19 se presenta la recuperación global de sólidos y el tiempo de retención de la espuma (*FRT*). En esta figura se observa que la recuperación global de sólidos disminuye de manera logarítmica en función del incremento en el tiempo de retención de la espuma. Esto debido a que las burbujas que permanezcan durante largos periodos en la zona de espuma tendrán mayor probabilidad de colapsar y drenar su carga a la zona de colección (como se discutió en la sección anterior), en comparación con las burbujas

que salgan rápidamente de esta zona. Como consecuencia se observa una disminución en la recuperación global de sólidos.

Por otra parte, en la Figura 3.20 se presenta la recuperación de la zona de espuma en función de *FRT*. En esta imagen se puede observar como *Rf* disminuye de manera exponencial con el incremento del tiempo de retención de la espuma, esta relación ha sido discutida por Vera (2002) de tal manera que se generó el modelo para la recuperación de la zona de espuma (Ecuación 1.18). La recuperación de la zona de espuma decrece debido al incremento en los fenómenos de coalescencia y ruptura de burbujas, al igual que en la Figura 3.19.



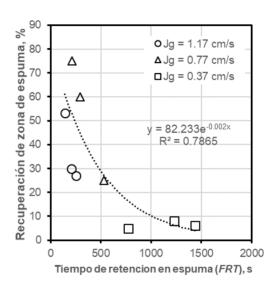
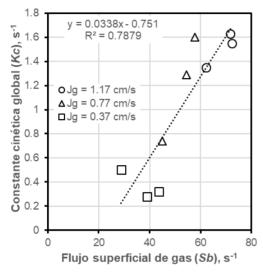


Figura 3.19. Recuperación global de sólidos y Figura 3.20. Recuperación de la zona de espuma tiempo de retención de la espuma. y tiempo de retención de la espuma.

La información recabada en las Figuras 3.19 y 3.20, son evidencia de que la espuma debe ser recuperada lo antes posible y disminuir al máximo el tiempo de retención de espuma. Sin embargo, prolongados tiempos de retención de espuma, pueden ser benéficos en las etapas de limpias. En estas etapas, dicho tiempo de retención favorecerá el desprendimiento de partículas no deseadas en el concentrado.

En la Figura 3.21 se presenta la relación entre la constante cinética global y el flujo superficial de gas (*Sb*). Esta relación lineal fue estudiada por Gorain (1998) y se puede observar que al incremento en *Sb*, incrementa la velocidad del proceso y la recuperación global de sólidos (como ya se discutió en la Figura 3.13). En esta figura también se identifican claramente los diferentes niveles de Jg para cada prueba. Incrementando Sb a altos niveles de Jg.

En la Figura 3.22 se presenta la relación entre el tamaño Sauter de burbuja en la zona de colección y el flujo superficial de gas. En esta imagen se puede observar que mayor flujo superficial de gas generó en tamaños de más pequeños de burbuja (esto para cada condición de Jg). Sin embargo, también se puede observar mayor flujo superficial de gas a medida que incrementa la aireación (Jg). Esto relacionado a la alta velocidad de salida de burbujas pequeñas generadas a altos niveles de aireación.



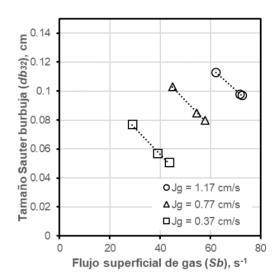


Figura 3.21. Relación entre la constante cinética global y el flujo superficial de gas.

Figura 3.22. Relación entre el flujo superficial de gas y el tamaño Sauter burbuja.

En la Figura 3.23 se presenta la relación entre el porcentaje de aire retenido y la velocidad superficial de gas.

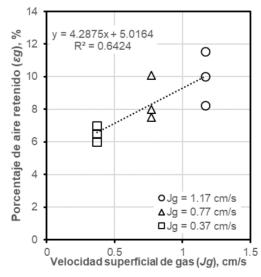


Figura 3.23. Relación entre el porcentaje de aire retenido y la velocidad superficial de gas.

En esta imagen se presenta de manera clara la relación lineal entre ambas variables, debido a que si se suministra mayor cantidad de aire en la celda existirá mayor cantidad de aire retenido. Se debe considerar que el tamaño de burbuja afectará el porcentaje de aire retenido en la celda. Debido a que burbujas pequeñas ascenderán a menor velocidad permaneciendo durante mayor tiempo en la zona de colección en comparación de burbujas grandes.

En la Figura 3.24 se presenta la recuperación de la zona de espuma en función de la aireación y la concentración de reactivos. En esta imagen se puede observar que altos niveles de aireación promovieron la recuperación de la zona de espuma. Esto debido al alto flujo de burbujas hacia la salida de la celda y la flotación por entrampamiento.

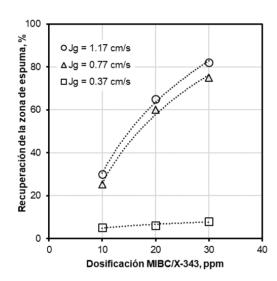
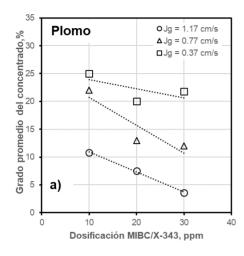
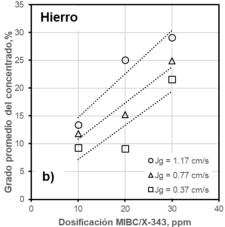


Figura 3.24. Recuperación de la zona de espuma en función de la concentración de reactivos y Jg.

Por el contrario, bajos niveles de aireación afectan significativamente la recuperación de la zona de espuma, debido a que se promoverá coalescencia y la ruptura de burbujas. Sin embargo, bajo estas condiciones se promoverá la flotación verdadera (grado en el concentrado). En esta imagen, también se puede observar el efecto de la concentración de reactivos sobre la recuperación de la zona de espuma, favoreciendo Rf a mayor concentración de reactivos.

3.4.2 Indicadores de dispersión de gas y grado del concentrado





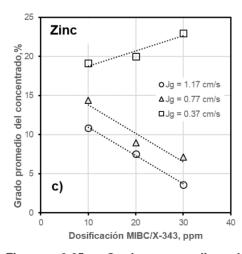


Figura 3.25. Grado promedio de concentrado obtenido a) Plomo b) Hierro y c) Zinc, en función de las variables de estudio.

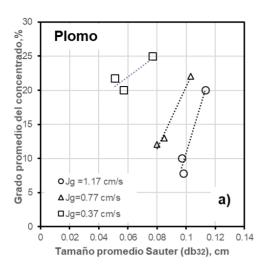
En la serie de Figuras 3.25a, b y c, se presenta el grado promedio de plomo, hierro y zinc en el concentrado bulk, obtenido a diferentes condiciones de aireación y concentración de reactivos.

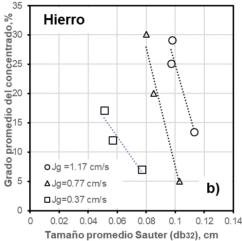
En la Figura 3.25a, se puede observar que el grado de plomo se favoreció a bajos niveles de aireación y a bajas concentraciones de reactivos.

Por otra parte, en la Figura 3.25b, se puede observar que el hierro se favoreció en condiciones contrarias al plomo. Es decir, altos niveles de aireación y alta concentración de reactivo.

Finalmente, en la Figura 3.25c, el grado de zinc presentó tendencias opuestas, viéndose favorecida a baja aireación y alta concentración de reactivos, mientras que disminuyó su grado con el incremento de aireación y con el incremento de concentración de reactivo.

Asociando los datos presentados en Figura 3.25 a, b y c en conjunto con la Figura 3.24 (Recuperación de la zona de espuma), se puede concluir que alta recuperación de la zona de espuma favorecerá el grado de hierro (flotación por entrampamiento), mientras que baja recuperación en la zona de espuma favorecerá la recuperación de partículas con mayor grado de plomo y zinc (flotación verdadera).





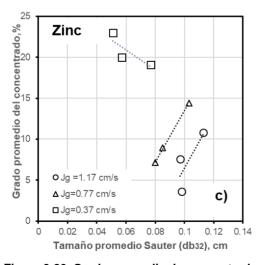
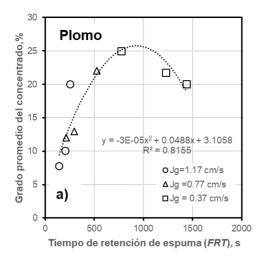


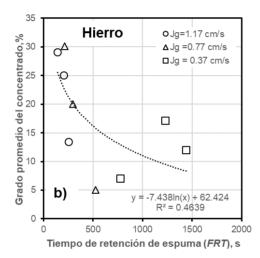
Figura 3.26. Grado promedio de concentrado obtenido a) Plomo b) Hierro y c) Zinc, en función del tamaño promedio Sauter en zona de colección.

En la serie de Figuras 3.26 a, b y c, se presenta el grado promedio de plomo, hierro y zinc en el concentrado, en función de la velocidad superficial de gas y el tamaño Sauter de burbuja.

En la figura 3.26 a, se observa que el grado de plomo en el concentrado se favoreció con la generación de burbujas grandes en la zona de colección. A pesar de que las partículas con plomo se presentaron en tamaños finos *dpi*<20µm (Tabla 2.3, Grado de elementos presentes en la cabeza por fracciones de tamaño), estas partículas se adhirieron a las burbujas con mayor facilidad por la acción preferencial con el xantato isopropílico de sodio con los sitios de plomo en la superficie del mineral (Wang 2015).

En la Figura 3.26b se observa que el mayor grado de hierro se obtiene mediante la generación de burbujas de pequeñas. En la Tabla 2.3, se reporta que las partículas de hierro se presentan en tamaños más gruesos *dpi*<44µm. Sin embargo, las burbujas pequeñas en la zona de colección emergían a menor velocidad permitiendo la colisión y adhesión de partículas con hierro. En la Figura 3.26c, se observa que las partículas de zinc incrementaron el grado del concentrado diferentes condiciones de tamaño de burbuja. La flotación de zinc se promueve en condiciones más alcalinas (pH=11.5).





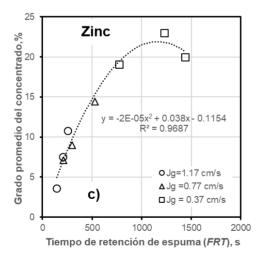


Figura 3.27. Grado promedio de concentrado obtenido a) Plomo b) Hierro y c) Zinc, en función del tiempo de retención de la espuma.

En la serie de Figuras 3.27 a, b y c se presenta el grado promedio de plomo, hierro y zinc en el concentrado, en función de la velocidad superficial de gas y del tiempo de retención de la espuma (*FRT*).

En esta serie de imágenes también se observa el efecto preferencial del colector xantato isopropílico de sodio sobre el plomo y zinc. Esto debido a que el grado de ambos elementos en el concentrado se incrementó a elevado tiempo de retención de la espuma. llegando a un punto de inflexión a los 1000 s, donde el grado de ambos elementos disminuyó. Por lo anterior, se puede interpretar que existió mayor adhesión entre partículas con estos elementos las burbujas, У comparación con la adhesión entre burbujas y partículas con hierro, las cuales se desprendieron y drenaron a la zona de colección.

Es conocido que el xantato isopropílico de sodio, no es un colector selectivo, en comparación con otros reactivos que presentan mayor selectividad (aerofinas y ditiofosfatos). Sin embargo, se puede concluir que este reactivo de flotación puede presentar selectividad para el plomo y zinc en condiciones específicas de tamaño de partícula, concentración del ion hidronio y el tiempo de retención en la espuma.

3.5 Modelación de los parámetros de estabilidad de espuma

En la Figura 3.28 se presenta un esquema de una celda de flotación. En esta imagen se intenta ilustrar como las burbujas emergen de la zona de colección y se desplazan horizontalmente en la zona de espuma. Es en esta zona donde las burbujas colapsan a medida que se desplazan horizontalmente y las partículas de mineral son drenadas hacia la zona de colección para ser nuevamente adheridas a las burbujas. Esto supone una ineficiencia en el proceso de flotación. Sin embargo, hay pocos trabajos que estudian la ruptura de burbujas durante el desplazamiento horizontal y sus efectos sobre la recuperación global de sólidos, y uno de ellos es este trabajo.

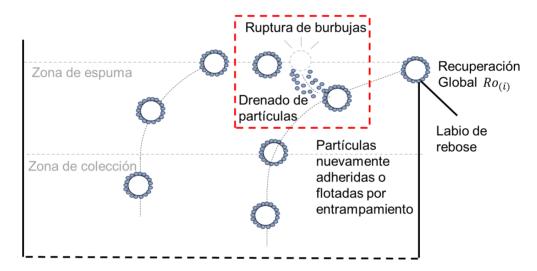


Figura 3.28. Esquema del rompimiento de burbujas y el drenado de partículas.

En la Ecuación 3.1 se presenta el modelo extendido de Savassi y col. (2014) para la recuperación global de sólidos:

$$Ro_{(i)} = \frac{Rc_{(i)} * Rf_{(i)} * (1 - Rw) + ENT_{(i)} * Rw * (1 - Rc_{(i)})}{(1 - Rw) * (1 - Rc_{(i)} + Rc_{(i)} * Rf_{(i)}) + ENT_{(i)} * Rw * (1 - Rc_{(i)})}$$
(3.1)

donde $Rc_{(i)}$ es la recuperación de la zona de colección, $Rf_{(i)}$ es la recuperación de la zona de espuma, Rw es la recuperación de agua y $ENT_{(i)}$ es el entrampamiento de partículas. Todas las recuperaciones para la clase de tamaño i.

A su vez se ha definido a la recuperación de la zona de espuma $Rf_{(i)}$ mediante la siguiente ecuación (Vera, 2002):

$$Rf_{(i)} = e^{(-\beta \cdot FRT)} + 1 - e^{(-\beta \cdot FRT)} \cdot \frac{1}{1 + \omega_i \cdot FRT}$$
(3.2)

donde los parámetros de ajuste β y ω_i caracterizan el comportamiento de la espuma mediante la ruptura de burbujas y la velocidad de desprendimiento-drenado de partículas respectivamente. Sin embargo, con la ayuda de la Figura 3.28 y las Ecuaciones 3.1 y 3.2, es fácil deducir que ambos parámetros son considerados constantes en cualquier punto de la zona de espuma, debido a que no existe ningún factor presente en la Ecuación 3.1 que asocie el valor de estos parámetros con el desplazamiento horizontal de la espuma.

En el Anexo D se presenta el sistema de ecuaciones y la metodología de cálculo empleada para la "estimación experimental" de los parámetros de estabilidad de espuma $(\beta \ y \ \omega_i)$, en conjunto con el parámetro de flotabilidad (Pi), con la finalidad de demostrar que estos parámetros dependen del desplazamiento horizontal. A continuación, se discutirán las tendencias observadas para los parámetros ya mencionados.

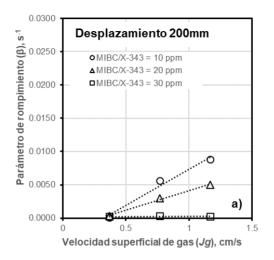
3.5.1 Parámetro de ruptura de burbujas (β)

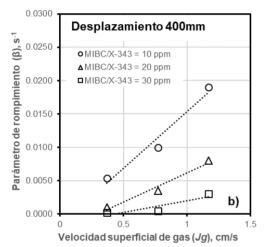
En la Figura 3.29 a, b y c, se presenta el comportamiento del parámetro β (ruptura de burbujas), en función de la velocidad superficial de gas (Jg), la concentración de reactivos MIBC/X-343 y la distancia recorrida por la espuma.

En la Figura 3.29a se observa mayor rompimiento de burbujas en condiciones de baja concentración de MIBC/X-343 y alta velocidad superficial de gas. Como ya se ha discutido anteriormente, bajo estas condiciones operativas se genera mayor cantidad de burbujas pequeñas que fluyen a alta velocidad hacia el labio de rebose. Sin embargo, estas burbujas tienen poca carga mineral en su superficie, lo que disminuye el tiempo de vida media de las burbujas por efecto de ruptura.

También se ha discutido que baja aireación promueve la ruptura de burbujas. Sin embargo, midiendo la cantidad de burbujas colapsadas por unidad de tiempo (parámetro

 β), el número de burbujas visibles a bajos niveles de aireación es menor, en comparación con altos niveles de aireación (efecto de coalescencia de burbujas; Figura 3.6). Por lo tanto, el parámetro β será mucho menor en estas condiciones.





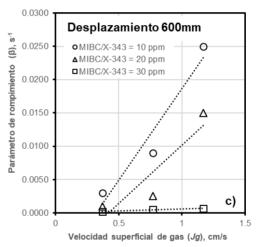


Figura 3.29. Parámetro β del modelo de recuperación de la zona de espuma, en función de las variables de estudio y el desplazamiento horizontal a) 200 mm, b) 400 mm y c) 600 mm.

En las Figuras 3.29b y 3.29c es evidente que se promoverá la ruptura de burbujas con la disminución en la concentración de reactivos y el incremento de los niveles de aireación. Además, se observa que la distancia afecta significativamente el rompimiento de burbujas presentando una tendencia lineal. Lo anterior resulta de interés debido a que los modelos desarrollados para la simulación del comportamiento de la espuma consideran a los parámetros de ruptura de burbujas como constantes en toda la celda de flotación sin considerar el desplazamiento horizontal de la espuma.

Este trabajo demuestra que los parámetros de ruptura de burbujas se modifican con respecto al desplazamiento de la espuma, lo que puede afectar la estimación de la recuperación global de sólidos.

Para la modelación del parámetro de rompimiento β , se hizo uso de los datos experimentales obtenidos de la Figura 3.29 (a, b y c) y se involucran las variables de estudio (velocidad superficial de gas, concentración de reactivos y distancia recorrida por la espuma), dicho modelo se presenta en la Ecuación 3.3:

$$\beta = (\alpha_1 r x + \alpha_2 j g + -\alpha_3 r x j g) \cdot \alpha_4 d \tag{3.3}$$

donde $\alpha_1...\alpha_4$, son constantes de proporcionalidad, rx es la concentración de espumante, jg es la velocidad superficial de gas y d es la distancia recorrida por la espuma. En la Tabla 3.4 aparecen los valores numéricos de las constantes de proporcionalidad del modelo 3.3.

Tabla 3.4. Valores numéricos de las constates de proporcionalidad (α_1 ... α_4) para β

	α_1	α_2	α_3	α_4
Parámetro β	-0.000043	0.009816	-0.000295	0.005639

En la Figura 3.30 se presenta la correlación beta experimentales y los valores calculados mediante el modelo presentado en la Ecuación 3.3. En esta figura se observa que el modelo puede realizar una estimación adecuada del parámetro beta en diferentes condiciones operativas.

Por lo tanto, este modelo puede ser empleado para la simulación del comportamiento de la espuma (R²=0.88).

En el Anexo E, se presenta el análisis estadístico para la modelación de los parámetros de estabilidad de espuma.

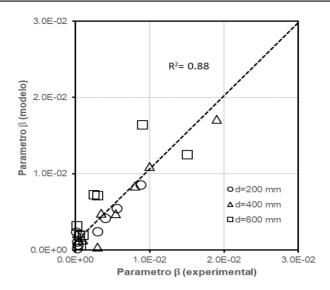


Figura 3.30. Correlación entre los datos experimentales y calculados del parámetro β.

3.5.2 Parámetros de drenado de partículas (λ y ζ)

El parámetro ω_i es proporcional a la velocidad de desprendimiento-drenado de partículas de tamaño i. Este puede ser estimado con la siguiente ecuación:

$$\omega_i = \lambda + \zeta \cdot dp_i^2 \tag{3.4}$$

donde λ representa el flujo de agua presente en la espuma que es drenado hacia la zona de colección una vez que las burbujas colapsan, mientras que ζ describe la velocidad de drenado de partículas de tamaño i.

En las Figuras 3.31 a, b y c, se presenta la estimación del parámetro λ bajo diferentes condiciones de concentración de reactivo, niveles de aireación y la distancia recorrida por la espuma. En esta serie de figuras se puede observar que el parámetro λ se ve favorecido con el incremento en los niveles de aireación, debido a que en estas condiciones operativas se incrementa el flujo de agua en la espuma y una vez que las burbujas colapsen, el flujo de agua drenará nuevamente a la zona de colección. La distancia recorrida por la espuma también afecta el parámetro λ , debido a que a mayor distancia existirá mayor ruptura de burbujas (parámetro beta; Figura 3.29 b y c). Sin embargo, en el aparato experimental que se empleó, este flujo de agua no regresará hacia la zona de colección y sale de la celda principal con el caudal de concentrado.

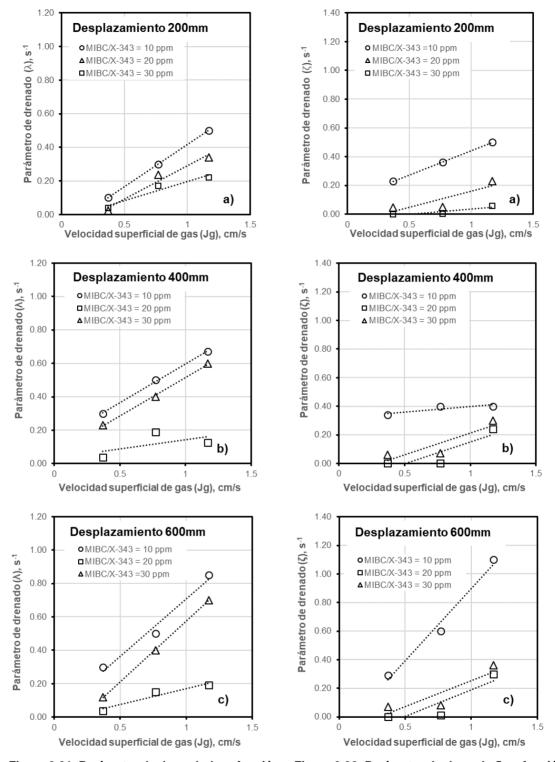


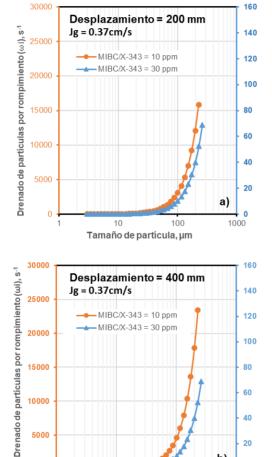
Figura 3.31. Parámetro de drenado λ en función de la distancia recorrida por la espuma y las variables de estudio (aireación y dosificación de reactivo).

Figura 3.32. Parámetro de drenado ζ en función de la distancia recorrida por la espuma y las variables de estudio (aireación y dosificación de reactivo).

10000

5000

Por otra parte, en la Figura 3.32 a, b y c, se presenta la estimación del parámetro ζ bajo diferentes condiciones de dosificación de reactivo, niveles de aireación y la distancia recorrida por la espuma. Al igual que los parámetros β y λ , el parámetro ζ se favorece con la disminución en la concentración de reactivos y con el incremento en la aireación. El efecto del parámetro ζ se verá reflejado en la distribución de tamaños de partícula y la velocidad de drenado a través de las extensiones, esto se podrá analizar de manera más clara con el parámetro global ωi , presentado en las Figuras 3.33 (a, b y c) y 3.34 (a, byc).



En la Figura 3.33 a, b y c, se presentan resultados calculados mediante la Ecuación 3.4 de la velocidad de desprendimientodrenado de partículas por rompimiento (mediante el parámetro ωi) en función de las variables de estudio (Jg = 0.37 cm/s y MIBC/X-343 = 10 v 30 ppm) v eldesplazamiento horizontal de la espuma. En la Figura 3.33 a, b y c, se puede observar que, la velocidad de desprendimiento y drenado de partículas será mayor, en condiciones de baja concentración

reactivos. Esto debido a que existirá mayor ruptura de burbujas en comparación con altas concentraciones de reactivo (relacionado al parámetro beta; Figura 3.29 a, b y c). También se puede observar que la velocidad de desprendimiento y drenado se favorece de manera exponencial con el incremento de

Figura 3.33. Parámetro de rompimiento (ωi) en función de las variables de estudio (Jg=0.37cm/s y MIBC/X-343=10 Y 30 ppm) y el desplazamiento horizontal de espuma a) 200mm y b) 400mm

40

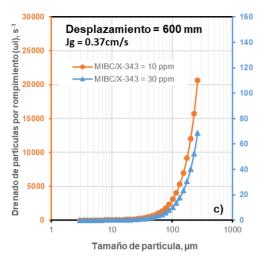
20

1000

b)

100

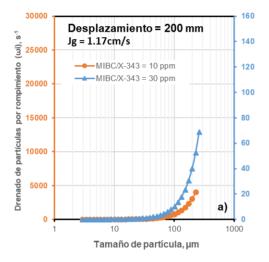
Tamaño de partícula, µm

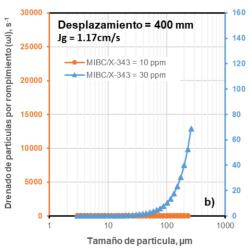


tamaño de partícula, debido a que partículas gruesas fácilmente se desprenderán de la burbuja o se sedimentarán rápidamente una vez que la burbuja colapse.

En la distancia de 400 y 600 mm la velocidad de espuma es próxima a cero (Figura 3.9, velocidad de espuma). Por lo que las burbujas coalecen y colapsan, incrementando el flujo de partículas como se puede observar en la Figura 3.33 b y c.

Figura 3.33. Parámetro de rompimiento (ωi) en función de las variables de estudio (Jg=0.37cm/s y MIBC/X-343=10 Y 30 ppm) y el desplazamiento horizontal de espuma c) 600mm.

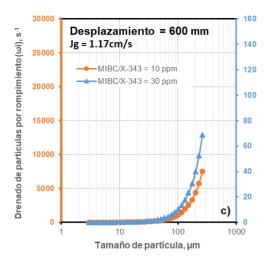




En la Figura 3.34 a, b y c, se presentan resultados calculados de la velocidad de desprendimiento/drenado de partículas por rompimiento (mediante el parámetro ωi) en función de las variables de estudio (Jg = 1.17 cm/s y MIBC/X-343 = 10 y 30 ppm) y el desplazamiento horizontal de la espuma.

Existe una disminución en la magnitud de la velocidad de desprendimiento/drenado de partículas en condiciones de baja concentración de reactivo y alta aireación, en comparación de las condiciones operativas presentadas en la Figura 3.33.

Esto debido a que, aunque existe mayor cantidad de burbujas colapsadas, en condiciones de alta aireación baia concentración de reactivo, no se promueve la alta capacidad de carga de las burbujas. Por lo que se espera menor desprendimiento/drenado.



Sin embargo, estas condiciones operativas, promueven la flotación por arrastre mecánico, lo que permite recuperar mayor cantidad de sólidos a través del desplazamiento horizontal de la espuma.

Por el contrario, cuando existe mayor concentración de reactivo, se promueve mayor velocidad de drenado, debido a que existe mayor cantidad de partículas adheridas a las burbujas.

Figura 3.34. Parámetro de rompimiento (ωi) en función de las variables de estudio (Jg=1.17cm/s y MIBC/X-343=10 y 30 ppm) y el desplazamiento horizontal de espuma a) 200mm b) 400mm y c) 600mm.

Para la modelación de los parámetros λ y ζ se propone el siguiente modelo lineal que surgió de los datos experimentales obtenidos de las Figuras 3.31 y 3.32. El modelo involucra las variables de estudio (velocidad superficial de gas, concentración de reactivos y distancia recorrida por la espuma).

$$\lambda; \zeta = (\alpha_1 r x + \alpha_2 j g + -\alpha_3 r x j g) \cdot \alpha_4 d \tag{3.5}$$

donde α_1 ... α_4 , son constantes de proporcionalidad, rx es la concentración de espumante, jg es la velocidad superficial de gas y d es la distancia recorrida por la espuma.

En la Tabla 3.5 aparecen los valores numéricos de las constantes de proporcionalidad del modelo 3.5. según los parámetros $\lambda y \zeta$.

Tabla 3.5. Valores numéricos de las constates de proporcionalidad ($\alpha_1...\alpha_4$) para $\lambda y \zeta$

	a_1	a_2	a_3	a_4
Parámetro λ	-0.006661	6.678234	-0.165316	0.000286
Parámetro ζ	-0.000172	-0.078977	0.003205	0.028303

En la Figura 3.35 a y b, se presenta la correlación entre los valores experimentales y los valores estimados del parámetro de drenado λ y ζ , con el uso de la Ecuación 3.5 y con el uso de las constantes de proporcionalidad presentadas en la Tabla 3.5.

En esta imagen se observa una buena correlación entre los datos experimentales y los datos calculados (R²=0.90), por tal motivo se considera que el modelo es suficientemente adecuado para representar el comportamiento de ambos parámetros. En el Anexo E se presentan detalles estadísticos de la modelación de ambos parámetros.

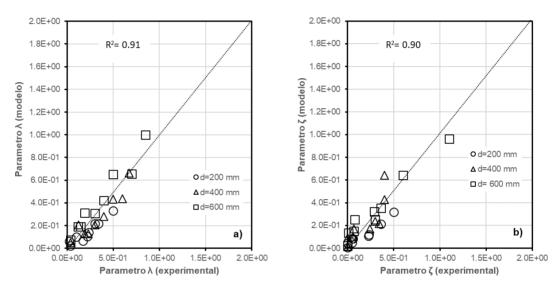
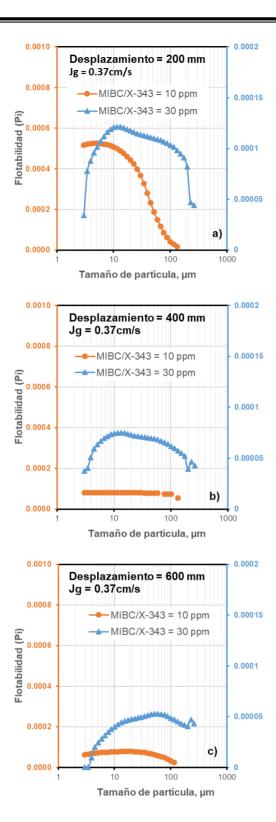


Figura 3.35. Correlación entre datos experimentales y estimados a) λ y b) ζ .

3.5.3 Parámetro de flotabilidad (Pi)

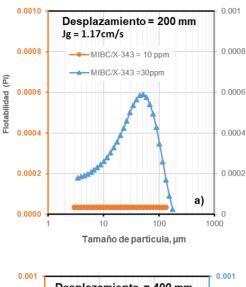
Como ya se ha mencionado, la flotabilidad (Pi) es el parámetro de ajuste más complicado de modelar, ya que involucra diversos factores inherentes a las partículas que se desean flotar, como lo es el tamaño de partícula, el grado de liberación y el contenido de los diversos minerales. Además, la flotabilidad también es sensible a las condiciones operativas como los niveles de aireación y la concentración de reactivos. La flotabilidad tiene significado físico en la zona de colección, debido a que es en esta zona donde existe la continua interacción entre burbujas y partículas. Sin embargo, este parámetro es de gran impacto en la recuperación global de sólidos. Por lo tanto, es de interés conocer cómo este parámetro se comporta a través del desplazamiento horizontal de la espuma por lo que será discutido en las Figuras 3.36 (a, b y c) y 3.37 (a, b y c).

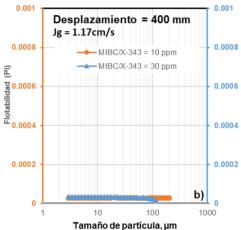


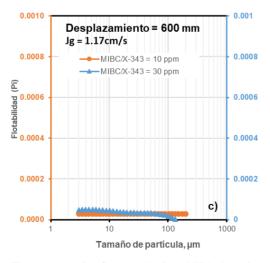
En la Figura 3.36 a, b y c, se presenta el parámetro de flotabilidad (Pi), en función de la concentración de reactivo (MIBC/X-343 = 30 y 10 ppm), la velocidad superficial de gas (0.37 cm/s) y el desplazamiento horizontal de la espuma.

En esta serie de imágenes se puede observar mayor flotabilidad a condiciones menor concentración de reactivo. favoreciendo la recuperación de partículas finas de plomo (Figura 3.36a; ver escala naranja). Como ya se ha comentado en anteriores ocasiones, en condiciones de baja concentración de reactivo se favorece la recuperación de minerales de plomo y zinc y se disminuye la recuperación de minerales de hierro (Figura 3.25a, b y c). La Tabla 2.3, puede ser empleada para entender este comportamiento debido a que se observa mayor concentración de plomo y zinc en tamaños finos. Por otra parte, altas concentraciones de reactivo fomentan la flotabilidad de un mayor rango de tamaños de partícula (Figura 3.36 a), favoreciendo el contenido de hierro en el concentrado. Finalmente. es de esperarse una disminución en la flotabilidad a través del desplazamiento horizontal (Figuras 3.36 b y c) debido a que en las extensiones solo existe una fracción de las burbujas y partículas previamente flotadas en la celda principal.

Figura 3.36. Parámetro de flotabilidad en función de la concentración de reactivos (MIBC/X-343 = 30 y 10 ppm), aireación (0.37 cm/s) y el desplazamiento horizontal a) 200 mm b) 400 mm y c) 600 mm.







En la Figura 3.37 a, b y c se presenta el parámetro de flotabilidad (Pi), en función de la concentración de reactivo (MIBC/X-343 = 30 y 10 ppm), la velocidad superficial de gas (1.17 cm/s) y el desplazamiento horizontal de la espuma.

En condiciones de alta aireación y alta concentración de reactivos, se promovió la flotabilidad de partículas gruesas. Esto debido a que el alto flujo de burbujas hacia el labio de rebose favoreció la flotación por entrampamiento, permitiendo que partículas gruesas se recuperarán en el concentrado final.

Por otra parte, baja concentración de reactivos no favoreció la flotación verdadera (unión de burbujas y partículas). Por este motivo se presentó una baja flotabilidad en condiciones de alta aireación.

La flotabilidad de las partículas disminuyó con respecto a la distancia recorrida por la espuma, al igual que en la Figura 3.36 b y c. Como ya se ha discutido, este efecto no se puede considerar representativo de un proceso industrial, debido a que las partículas que se drenaron a través del desplazamiento horizontal no tuvieron la oportunidad de ser nuevamente atrapadas por las burbujas.

Figura 3.37. Parámetro de flotabilidad en función de la concentración de reactivos (MIBC/X-343 = 30 y 10 ppm), aireación (0.37 cm/s) y el desplazamiento horizontal a) 200 mm b) 400 mm y c) 600 mm.

Para la modelación del parámetro de flotabilidad (Pi) se propone un modelo parabólico. Se consideró que la flotabilidad tiene límites con respecto al tamaño de partícula y que no se flotarían partículas finas (dpi<10 µm) ni partículas gruesas (dpi>200 µm). Para mayores detalles en la modelación, revisar el Anexo E.

El modelo involucra las variables de estudio (velocidad superficial de gas, concentración de reactivos y tamaño de partícula), resultando en la Ecuación 3.6:

$$Pi = \alpha_1 (rx^{\alpha_2} jg^{\alpha_3})(\alpha_4 + \alpha_5 dpi + \alpha_6 dpi^{\alpha_7})$$
(3.6)

donde $\alpha_1 \dots \alpha_7$, son constantes de proporcionalidad, rx es la concentración de reactivos, jg es la velocidad superficial de gas y dpi es el tamaño de partícula.

En la Tabla 3.6 aparecen los valores numéricos de las constantes de proporcionalidad del modelo 3.6. según el parámetro deseado.

Tabla 3.6. Valores numéricos de las constates de proporcionalidad ($\alpha_1 \dots \alpha_4$) para Pi

	α_1	$lpha_2$	α_3	$lpha_4$	$lpha_5$	α_6	α_7
Pi	-3.4261E-12	5.1359E+00	9.4000E-01	-4.1918E+00	1.3223E-02	1.0627E+01	-7.2538E-01

En la Figura 3.38 a, b, c y d se presenta el ajuste entre los datos experimentales y los datos simulados para el parámetro de flotabilidad mediante el uso de la Ecuación 3.6. A pesar de que algunos puntos experimentales no se ajustaron con precisión, el modelo presenta buena correlación por lo que se considera representativo para estimar la flotabilidad (R²=0.86).

Sin embargo, el modelo no fue capaz de predecir los valores de la flotabilidad para bajas concentraciones de reactivos (10 ppm), debido a que el efecto del colector xantato depende fuertemente de las condiciones de pH y las características de la partícula a flotar. Como ya se ha mencionado, las partículas con plomo reaccionarán favorablemente a bajas concentraciones de colector mientras que las partículas con hierro no presentarán el mismo comportamiento. Por lo anterior, el modelo no presentará

buenas estimaciones para la recuperación global de sólidos en la flotación que involucre baja concentración de reactivos.

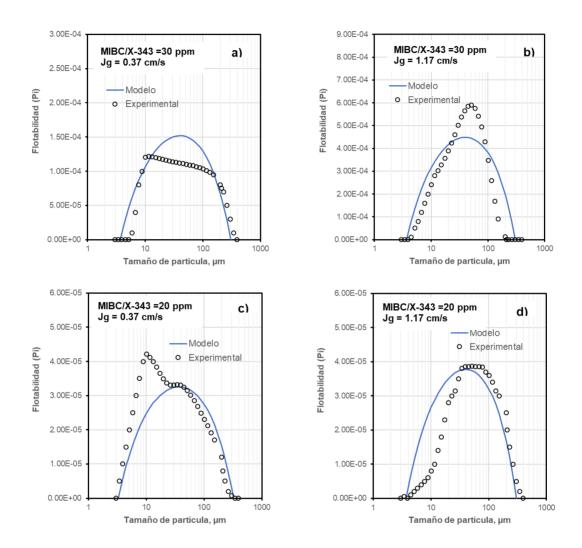


Figura 3.38. Ajuste de datos experimentales y calculados del parámetro Pi a y b) 30 ppm, c y d) 20 ppm.

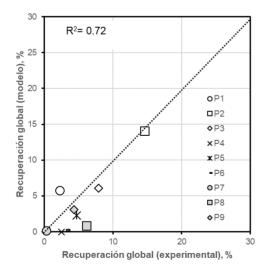
Cabe resaltar que no se realizó la modelación por composición mineralógica. A pesar de que este aspecto repercute en la flotabilidad de las partículas, se consideró que existen otros aspectos de mayor magnitud en la modelación, como lo son: el tamaño de partícula y la concentración de reactivos.

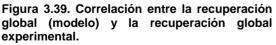
3.6 Simulación de flotación

3.6.1 Simulación de la recuperación global de sólidos en la celda principal

En la Figura 3.39 se presenta la correlación entre la recuperación global calculada mediante los modelos matemáticos (Anexos: D y E) y los valores experimentales de recuperación global en la celda principal. En esta figura se puede observar una correlación aceptable (R^2 =0.72). Sin embargo, es de resaltar que los modelos tuvieron predicciones poco precisas en bajas concentraciones de reactivos (P4-P6) y en tamaños de partícula menores a 25 µm (Figura 3.40). Por tal motivo, la fracción de masa en el intervalo de tamaño 1µm a 25µm no se consideró en las simulaciones ($d_{40} \approx 25\%$; Figura 2.1).

En la Figura 3.40 se presenta la correlación entre datos calculados y experimentales para la recuperación de partículas de tamaño i (25 µm < i < 250µm). Al igual que en la Figura 3.39, se obtuvo la mejor correlación en condiciones de alta y media concentración de reactivos (MIBC/X-343 = 30 y 20 ppm).





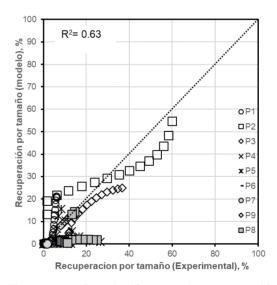


Figura 3.40. Correlación entre la recuperación por tamaño de partícula (modelo) y la recuperación por tamaño de partícula experimental.

Por otra parte, en condiciones de baja concentración de reactivos donde se promovió la flotación de partículas finas con contenidos de plomo y zinc (P4-P6), el modelo no generó buenas predicciones debido a la dificultad de modelar el parámetro de flotabilidad (*Pi*) en estas condiciones. Además, el modelo sólo es capaz de estimar recuperaciones globales de sólidos y no recuperaciones por minerales de un elemento específico debido a la complejidad que representa la modelación de los efectos generados por la adición de reactivos.

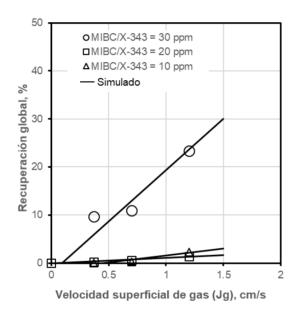


Figura 3.41. Simulación de diferentes niveles de aireación (Jg) y concentración de reactivos.

En la Figura 3.41 se presentan las simulaciones realizadas a diferentes condiciones de aireación y concentraciones de reactivo. En esta imagen se pueden observar como los puntos experimentales presentan la misma tendencia mostrada por la simulación.

Sin embargo, se debe buscar los mecanismos para la modelación del comportamiento de partículas ultrafinas (*dpi*<25) y los efectos generados por la adición de reactivos de flotación.

Lo anterior representa un reto de gran importancia debido a que, en el procesamiento de minerales es cada vez más frecuente promover las condiciones de molienda ultrafina (liberación de minerales). También se debe estudiar las condiciones operativas y los equipos necesarios para la generación de burbujas cada vez más pequeñas ($db_{32} < 0.5$ mm).

Conclusiones

Se realizó el estudio de la estabilidad dinámica de la espuma de flotación durante el desplazamiento horizontal, involucrando la velocidad superficial de gas (Jg) y la concentración de espumante-colector (MIBC/X-343). Esto representó un enfoque novedoso en el estudio de la estabilidad de espuma, debido a que tradicionalmente la estabilidad de espuma se analiza mediante el movimiento vertical de las espumas.

La velocidad superficial de gas (Jg) y la concentración de reactivos (MIBC/X-343) tienen efectos sobre el desplazamiento horizontal de la espuma, el tamaño de burbuja en zona de colección y en zona de espuma, la velocidad de salida de la espuma, la capacidad de acarreo de sólidos en la espuma, el drenado de partículas a través del desplazamiento horizontal, el tamaño de partícula en el concentrado, el grado y la recuperación de minerales.

Todos los aspectos anteriormente mencionados se relacionan directamente con la habilidad de las burbujas a resistirse a la coalescencia y la ruptura durante su desplazamiento horizontal (estabilidad dinámica de la espuma).

Una selección adecuada de los niveles de aireación y de la concentración de reactivos, puede mejorar la movilidad y la estabilidad de la espuma. Un ejemplo de esto es la generación de burbujas pequeñas o medianas en la espuma de etapas de flotación primaria y de burbujas de mayor tamaño en la espuma de etapas limpias. Por lo anterior, en algunas etapas del proceso, la espuma será más estable que en otras y la selección de las características de la espuma debe ser específica si se busca mejorar el grado o la recuperación.

Se demostró que se puede modificar el tiempo de retención de espuma mediante variaciones en la velocidad superficial de gas (Jg) y manteniendo un volumen de espuma constante. Esta información puede ser utilizada para mejorar el grado en el concentrado promoviendo la flotación verdadera (adhesión entre burbujas y partículas) y el drenado de partículas no deseadas.

Se analizó que la velocidad de la espuma y el porcentaje de sólidos drenados disminuye logarítmicamente con respecto al desplazamiento horizontal de la espuma. Adicionalmente, se demostró de forma experimental que por sí solas, las burbujas no se desplazan grandes distancias y se deben involucrar sistemas de recolección de espuma. Esta información puede ser empleada para el diseño de celdas de flotación con canaletas internas de recolección de concentrado.

La recuperación de agua en el concentrado afecta selectivamente el drenado de partículas, por composición y tamaño, ésto por efecto del espesor de los canales de Gibbs. Lo anterior, modifica el grado del concentrado, el cual puede aumentar o disminuir a través del desplazamiento horizontal de la espuma.

Finalmente, se generaron modelos para la estimación de la recuperación global de sólidos, involucrando parámetros de estabilidad de espuma, dichos modelos presentaron buenas predicciones para la recuperación global de sólidos. Sin embargo, para obtener modelos que representen a todas las fracciones de tamaños de partícula, se deben realizar más esfuerzos para involucrar la flotabilidad de partículas ultrafinas y los efectos generados por diversos esquemas químicos de flotación.

Referencias

- Alexander, D.J., J.P. Franzidis, y E.V. Manlapig. «Froth recovery measurement in plant scale flotation cells.» *Minerals Engineering 16*, 2003: 1197-1203.
- Amelunxen P., Sandoval G., Barriga D., Amelunxen R. «The implication of the froth recovery at the laboratory scale.» *Minerals Engineering (66-68)*, 2014: 54-61 p.
- Arizmendi-Morquecho, A.M., R. Pérez-Garibay, A. Uribe-Salas, y F. Nava-Alonso. «Online solids hold-up measurement in mineral slurries by the standard addition method.» *Minerals Engineering 15*, 2002: 61-64.
- Ata, S., y G.J. Jameson. «Recovery of coarse particles in the froth phase A case study.» Minerals Engineering 45, 2013: 121-127.
- Banford, A.W., Aktas, Z. «The effect of reagent addition strategy on the performance of coal flotation .» *Minerals Engineering*, 2004: 745-760 p. .
- Banford, A.W., Aktas, Z., Woodburn, E.T. «Interpretation of the effect of froth structure on the performance of froth flotation using image analysis.» *Powder Technology* (68), 1998: 61-73 p.
- Bao G., Yongjun P., Espinosa-Gomez R. «Cyanide chemistry and its effect on mineral flotation .» *Minerals Engineering* 66-68, 2014: 25-32 p.
- Barbian, N., Cilliers, J.J., Morar, S.H., Bradshaw, D.J. «Froth imaging, air recovery and bubble loading to describe flotation bank performance.» *International Journal of Mineral Processing 84*, 2007: 81-88.
- Barbian, N., Ventura-Medina, E., Cilliers, J.J. «Dynamic froth stability in froth flotation .» *Minerals Engineering (16)*, 2003: 1111-1116 p.
- Bikerman, J.J. Foams. New York: Springer-Verlag, 1973.
- Brito-Parada, P.R., Cilliers, J.J.,. «Experimental and numerical studies of launder configurations in a two-phase flotation system.» *Minerals Engineering (36-38)*, 2012b: 119-125.

- Brito-Parada, P.R., Kramer, S.C., Wilson, C.R., Pain, C.C., Neethling, S.J., Cilliers, J.J.,. «A finite element formulation to model the flow of foams.» *Chemical Engineering Science* 69 (1), 2012a: 279-286.
- Bulatovic, S.M. Handbook of flotation reagents: chemistry, theory and practice volume 1: flotation of sulphide ores. Boston: Elsevier, 2007.
- Chao, S. & Laskowski, J. «Effect of flotation frothers on bubble size and foam stability.» International Journal of Mineral Processing (64), 2002: 69-80 p.
- Coleman, R.,. «Flotation cells: selecting the correct concentrate launder design.» Filtration and separation 46(6), 2009: 36-37.
- Contreras, F. Yianatos, J., Vinnett, L. «On the froth transport modelling in industrial flotation cells.» *Minerals Engineering (41)*, 2013: 17-24 p.
- Doucaras A., Vianna S., Nguyen A.,. «A modelling approach using back-calculated induction times to predict recoveries in flotation.» *International Journal of Mineral Processing (124)*, 2013: 102-108 p.
- Espinosa-Gomez, R., Finch, J.A., Yianatos, J.B., Dobby, G.S. «Flotation column carrying capacity: Particle size and density effects.» *Minerals Engineering*, 1988: 77-79 p.
- Estrada-Ruiz, R.H., Pérez-Garibay, R. «Evaluation of models for air recovery in a laboratory flotation column.» *Minerals Engineering (22)*, 2009: 1193-1199 p. .
- Falutsu, M. & Dobby G.S. «Direct measurement of drop back and collection zone recovery in laboratory flotation column.» *Minerals Engineering (2)*, 1989: 377-386 p.
- Farrokhpay, S. «The importance of rheology in mineral flotation: A review.» *Minerals Engineering (36-38)*, 2012: 272-278.
- Farrokhpay, S. «The significance of froth stability in mineral flotation A review.» Advances in colloid and interface science, 2011: 1-7 p.
- Finch, J.A., y G.S. Dobby. Column Flotation. Oxford: Pergamon Press, 1990.
- Forbes, M.G., Guay, M., Forbes, J.F. «Control design for first-order processes: shaping the probability density of the process state.» *Journal of Process Control (14)*, 2004: 399-410 p. .

- Gallegos-Acevedo, P.M., Pérez-Garibay, R., Uribe-Salas, A. «Maximum bubble loads:Experimental measurement vs. analytucal estimation.» *Minerals Engineering* (19), 2006: 12-18 p.
- Girgin E.H., Do S., Gomez C.O., Finch F.A. «Bubble size as a function of impeller speed in a self-aeration laboratory flotation cell.» *Minerals Engineering (19)*, 2006: 201-203 p.
- Gomez, C.O., Cortés-López, F., Finch, J.A. «Industrial testing of a gas holdup sensor for flotation systems.» *Minerals Engineering*, 2003: 493-501 p.
- Gorain B.K., Napier-Munn T.J., Franzidis, E.V., Manlapig E.V. «Studies on impeller type, impeller speed and air flow rate in an industrial scale flotation cell. Part 5: Validation of k-sb relationship and effect of froth depth.» *Minerals Engineering*, 1998: 615-626 p.
- Hodouin, D., y M.D. Everell. «A hierarchical procedure for adjustment and material balancing of mineral processes data.» *International Journal of Mineral Processing* 7, 1980: 91-116.
- J.A., Gomez C.O. and Finch. «Gas dispersion measurements in flotation cells.» International Journal of Mineral Processing (84), 2007: 51-58 p.
- King, R.P. *Modeling & simulation of mineral processing systems.* Oxford: Butterworth-Heinemann, 2001.
- Leiva, J., Vinnett, L., Yianatos, J. «Estimation of air recovery by measuring froth transport over the lip in a bi-dimensional flotation cell.» *Minerals Engineering (36-38)*, 2012: 303-308 p. .
- Leja, Jan. Surface Chemistry of Froth Flotation Volume 1: Fundamentals. New York: Kluwer Academic/Plenum Publishers, 2004.
- Li, C., Farrokhpay, S., Shi, F., Runge, K. «A novel approach to measure froth rheology in flotation.» *Minerals Engineering (71)*, 2015: 89-96 p.
- Li, C., Farrokhpay, S., Shi, F.N., Runge, K. «A novel approach to measure froth rheology in flotation. .» *Minerals Engineering 71*, 2015: 89-96.

- Magne, L., Jofré, J., Barría, J., Menacho, J. «Escalamiento de resultados de flotación de minerales a través de la función DTR.» *Revista metal madrid (31)*, 1995: 31-38 p.
- Mathe, Z.T., Harris, M.C., O'Connor, C.T. «A review of methods to model the froth phase in non-steady state flotation systems.» *Minerals Engineering*, 2000: 127-140 p.
- Melo, F. & Laskowski, J.S. «Fundamental propierties of flotation frothers and their effect on flotation.» *Minerals Engineering* (19), 2006: 766-773 p.
- Moolman, D.W., C. Aldrich, J.S.J Van Deventer, y W.W. Stange. «The classification of froth structures in a copper flotation plant by means of a neural net.» *International Journal Of Mineral Processing 43*, 1995: 193-208.
- Moolman, D.W., Aldrich, C., Van Deventer, S.J., Stange, W.W. «Digital image processing as a tool for on-line monitoring of froth in flotation plants.» *Minerals Engineering* (7), 1994: 1149-1164 p.
- Moys, M.H. «Mass transport in flotation froths.» *Mineral processing and extractive metallurgy review 5*, 1989: 203-228 p.
- Neethling, S.J., Cilliers, J.J.,. «Modelling flotation froths.» *International Journal of Mineral Processing 72 (1-4)*, 2003: 267-287.
- Nguyen, A.V. & Schulze H.J. *Colloidal science of flotation*. New York: Marcel Dekker, 2003.
- Nilce Alves dos Santos, Orivaldo Savassi, Antônio Eduardo, Clark Peres, Afonso Henriques Martins,. «Modelling flotation with a flexible approach Integrating different models to the compartment model.» *Minerals Engineering*, 2014: 68-76 p.
- Pérez-Garibay, R., Martínez-Ramos, E., Rubio, J.,. «Gas dispersion measurement in microbubble flotation systems.» *Minerals Engineering (26)*, 2012: 34-40 p.
- Petruk, W. Applied Mineralogy in the Mining Industry. Amsterdam: Elsevier, 2000.
- Quinn, J.J., Kracht, W., Gomez, C.O., Gagnon, C., Finch, J.A. «Comparating the effect of salts and frother (MIBC) on gas dispersion and froth properties.» *Minerals Engineering* 20, 2007: 1296-1302.

- R.P., King. *Modeling & simulation of mineral processing systems.* Oxford: Butterworth-Heinemann, 2001.
- Rahaman, R., S. Ata, y G.J. Jameson. «Froth recovery measurements in an industrial flotation cell.» *Minerals Engineering* 53, 2013: 193-202.
- Rahaman, R.M., S. Ata, y G.J. Jameson. «Study of froth behaviour in controlled plant environment Part 2: Effect of collector and froth concentration.» *Mineral Engineering* 81, 2015b: 161-166.
- Rahaman, R.M., S. Ata, y G.J. Jameson. «Study of froth behaviour in controlled plant environment Part 1: Effect of air flow rate and froth depth.» *Minerals Engineering* 81. 2015a: 152-160.
- Rao, S.R. Xanthates and related compounds. New York: Marcel Dekker, 1971.
- S., Schwarz. *The relationship between froth recovery and froth structure.* Adelaide: University of South Australia, 2004.
- Schwarz, S. & Alexander, D. «Gas dispersion measurements in industrial flotation cells.» *Minerals Engineering*, 2006: 554-560 p.
- Seaman D.R, Franzidis, J.P., Manlapig, E.V. «Bubble load measurement in the pulp zone of industrial flotation machines a new device for determining the froth recovery of attached particles.» *International Journal of mineral processing (74)*, 2004: 1-13 p.
- Shean, B.J. & Cilliers, J.J. «A review of froth flotation control.» *International Journal of Mineral Processing*, 2011: 57-71 p.
- Shi, F.H., Zheng, X.F. «The rheology of flotation froths .» *International Journal of Mineral Processing* 69, 2003: 115-128.
- Somasundaran, P. & Moudgil, B.M. *Reagents in Mineral Technology.* New York: Marcel Dekker., 1988.
- Ventura-Medina, E., Cilliers J.J. «Calculation of the specific surface area in flotation .» *Minerals Engineering (13)*, 2000: 265-275 p. .

- Vera, M.A., Franzidis, J.P., & Manlapig, E.V. «Simultaneous determination of collection zone rate constant and froth zone recovery in mechanical flotation environment.» *Minerals Engineering (12)*, 1999: 1163-1176 p.
- Vera, M.A., Mathe, Z.T., Franzidis, J.P., Harris, M.C., Manlapig, E.V., O'Connor, C.T. «The modelling of froth zone recovery in batch and continously operated laboratory flotation cells.» *International Journal of Mineral Processing (64)*, 2002: 135-151 p.
- Wang L., Peng Y., Runge K., Bradshaw D.,. «A review of entrainment: Mechanisms, contributing factors and modelling in flotation .» *Minerals Engineering 70*, 2015: 77-91.
- Yianatos , J., M. Moys, F. Contreras, y A. Villanueva . «Froth recovery of industrial flotation cells.» *Minerals Engineering 21*, 2008: 817-825.
- Yianatos, J., Henriquez, F., Tapia, L. «Evaluation of largest flotation cells at Minera Los Pelambres.» *Minerals Engineering 21*, 2008b: 841-845.
- Yianatos, J., Vallejos, P., Matamoros, C., Díaz, F. «Froth liquid transport in a two-dimensional flotation cell.» *Minerals Engineering*, 2018: 227-232 p. .
- Yianatos, J., Vinnett, L., Carrasco, C., Alvarez-Silva, M. «Effect of entrainment in bubble load measurement on froth recoovery estimation at industrial scale.» *Minerals Engineering* (72), 2015: 31-35 p.
- Yuexian, Y., Liqiang M., Mingli C., Qi, L. «Slime coatings in froth flotation: A review.» *Minerals Engineering*, 2017.
- Zheng, X., Franzidis, J.P., Manlapig, E.,. «Modelling of froth transportation in industrial flotation cells Part I. Development of froth transportation models for attached particles.» *Minerals Engineering 17 (9-10)*, 2004: 981-988.
- Zheng, X., Knopjes, L. «Modelling of froth transportation in industrial flotation cells Part II. Modelling of froth transportation in an Outokumpu tank flotation cell at the Anglo Platinum Bafokeng–Rasimone Platinum Mine (BRPM) concentrator.» *Minerals Engineering* 17, 2004b: 989-1000.

Anexos

Anexo A: Condiciones de molienda

Se empleó un molino de acero de 30 cm Ø x 25 cm (Figura A1) a 30% de nivel de llenado de bolas de acero (1/2 pulgada) y se operó a 75% de la velocidad crítica. La molienda se realizó mediante la alimentación de 1.5kg de mineral seco ($F_{80} \approx 190 \ \mu m$) en cada molienda y se realizaron pruebas cinéticas (preliminares) con la finalidad de determinar el tiempo de residencia adecuado (Figura A2).

Se determinó el tiempo de molienda de 20 minutos, para generar una distribución de tamaños de partícula $P_{80} = 75 \mu m$.



Figura A1. Molino de bolas

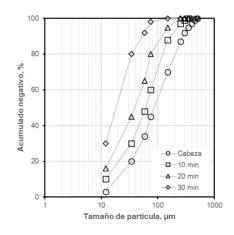
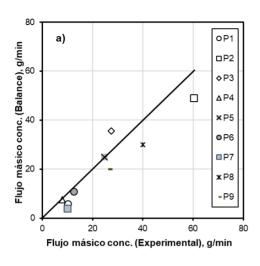
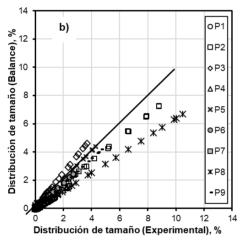


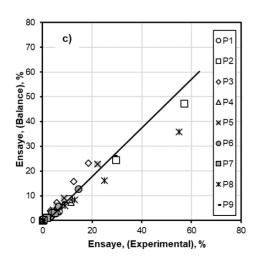
Figura A2. Cinética de molienda

Posterior a la molienda se realizaron compósitos de 10 kg. cada uno para el suministro a cada prueba, según se necesitara.

Anexo B: Balance de masa







Una vez realizadas las pruebas de flotación se realizó el balance de masa finalidad de tener representativos para el análisis interpretación de los resultados. En la Figura B1 a, b y c, se presenta la correlación entre datos experimentales y datos balanceados del flujo concentrado para cada prueba (P1-P9). Para dicho estudio, se hizo uso del software JKSimMet.

En la Figura B1a, se presenta el balance de masa realizado en función del flujo másico y el porcentaje de sólidos en el concentrado. En esta imagen se puede observar una buena correlación entre los datos experimentales y los datos balanceados, por lo que se consideró adecuado el balance realizado.

En la Figura B1b, se presenta el balance de masa realizado para La distribución de tamaños de partícula.

Finalmente, en la Figura B1c se presenta la correlación para el valor de los ensayes presentando una adecuada correlación lineal.

Figura B1. Balance de masa. a) flujo másico b) tamaño de partícula y c) ensayes.

Anexo C: Resultados de ensayes

En la Tabla C-1 se presentan los resultados del análisis químico cuantitativo del concentrado obtenido a través de las diferentes extensiones (200,400,600 y concentrado final (CF)) en función de las variables de estudio.

Tabla C-1. Análisis químico cuantitativo.

	%Fe									
	MIB	C/X-343 =10	mac	MIE	3C/X-343 =20	maa	MIBC/X-343 =30ppm			
									Jg=1.17 cm/s	
200	7.04	5.10	13.44	12.00	20.00	25.09	17.12	30.14	29.14	
400	5.65	21.41	17.89	6.95	13.78	17.19	16.91	26.14	28.71	
600	6.24	10.29	15.66	7.05	12.87	0.00	21.80	22.18	25.81	
CF	18.26	10.59	14.24	10.37	14.38	0.00	30.50	21.16	21.60	
					%Zn					
	MIB	C/X-343 =10	opm	MIBC/X-343 =20ppm			MIBC/X-343 =30ppm			
	Jg=0.37 cm/s	Jg=0.77 cm/s	Jg=1.17 cm/s	sJg=0.37 cm/sJg=0.77 cm/sJg=1.17 cm/s			Jg=0.37 cm/sJg=0.77 cm/sJg=1.17 cm/			
200	19.11	14.40	10.82	20.00	8.97	7.55	22.98	7.12	3.59	
400	16.40	1.46	6.87	14.90	13.95	13.78	21.07	10.40	7.73	
600	14.10	9.50	7.66	14.70	13.45	13.68	22.57	11.02	9.66	
CF	7.91	9.60	10.03	9.40	5.88	11.87	10.18	10.32	13.31	
					%Pb					
	MIB	C/X-343 =10	opm	MIBC/X-343 =20ppm			MIBC/X-343 =30ppm			
	Jg=0.37 cm/s	Jg=0.77 cm/s	Jg=1.17 cm/s	Jg=0.37 cm/s	Jg=0.77 cm/s	Jg=1.17 cm/s	Jg=0.37 cm/s	Jg=0.77 cm/s	Jg=1.17 cm/s	
200	25.01	22.04	20.07	20.01	12.98	10.07	21.76	12.03	7.81	
400	27.01	23.07	25.04	24.02	21.98	19.93	21.25	21.31	16.50	
600	29.01	25.04	26.06	26.02	25.98	28.21	22.74	28.74	20.89	
CF	15.02	28.05	27.08	27.03	29.96	26.21	11.27	27.64	23.57	

Anexo D: Sistema de ecuaciones para la estimación de los parámetros de estabilidad de espuma

Considerando los flujos presentados en la Figura D1.

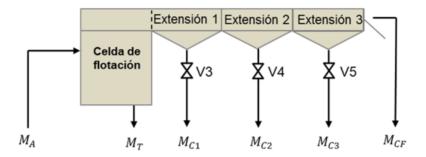


Figura D1. Flujos involucrados en la celda principal y extensiones

Se definieron las ecuaciones para el cálculo de las recuperaciones experimentales en cada extensión como se muestran a continuación:

$$Ro_{(i)}^{1ra} = \frac{M_{C1} + M_{C2} + M_{C3} + M_{CF}}{M_A} * 100$$
 (D.1)

$$Ro_{(i)}^{2da} = \frac{M_{C2} + M_{C3} + M_{CF}}{M_A} * 100$$
 (D.2)

$$Ro_{(i)}^{3ra} = \frac{M_{C3} + M_{CF}}{M_A} * 100$$
 (D.3)

$$Ro_{(i)}^{3ra} = \frac{M_{CF}}{M_A} * 100 \tag{D.4}$$

Se empleó el modelo extendido para la estimación de la recuperación global de sólidos el cual se presenta en la siguiente ecuación:

$$Ro_{(i)}^{Ext} = \frac{Rc_{(i)} * Rf_{(i)} * (1 - Rw) + ENT_{(i)} * Rw * (1 - Rc_{(i)})}{(1 - Rw) * (1 - Rc_{(i)} + Rc_{(i)} * Rf_{(i)}) + ENT_{(i)} * Rw * (1 - Rc_{(i)})}$$
(D.5)

donde se puede definir las siguientes ecuaciones:

Recuperación de agua
$$Rw = \frac{Q_{Concentrado}^{Agua}}{Q_{Alimentación}^{Agua}} \tag{D.6}$$

Recuperación de la zona de espuma
$$Rf_{(i)} = e^{(-\beta*FRT)} + \left[\left(1 - e^{(-\beta*FRT)}\right) * \left(\frac{1}{1 + \omega_{(i)}*FRT}\right) \right] \quad (D.7)$$

Recuperación zona
$$Rc_{(i)} = k_{(i)} * \tau$$
 (D.8) de colección

Constante cinética
$$k_{(i)} = P_{(i)} * Sb$$
 (D.9)

Flujo superficial de burbujas
$$Sb = \frac{6*Jg}{db_{32}} \tag{D.10}$$

Velocidad superficial de gas
$$Jg = \frac{Q^{Aire}}{Area\ transversal} \tag{D.11}$$

Entrampamiento
$$ENT_{(i)} = \frac{\left(\frac{1}{1+\omega_{(i)}*FRT}\right)}{\frac{Rw}{RW}}$$
 Tiempo de retención de
$$FRT = \frac{V^{Espuma}}{Q^{Espuma}}$$
 (D.12)

Tiempo de retención de
$$FRT = \frac{V^{Espuma}}{Q^{Espuma}}$$
 (D.13) espuma

Velocidad de
$$V^{Espuma} = h * Area trasversal$$
 (D.14) espuma

Flujo de espuma
$$Q^{Espuma} = \frac{Q_{Espuma}^{S\'olidos}}{\rho_{S\'olidos} + Q_{Espuma}^{Agua}}$$
 Velocidad de
$$\omega_{(i)} = \lambda + \zeta * d_{(i)}$$
 (D.15)

Velocidad de
$$\omega_{(i)} = \lambda + \zeta * d_{(i)}$$
 (D.16) desprendimiento/dr enado de partículas.

Se emplearon las ecuaciones de recuperación experimental (D.1, 2, 3 y 4) y las ecuaciones de modelo (D.5-D.16) para encontrar el "valor experimental" de los parámetros de ajuste $(\beta, \lambda, \zeta, \gamma, P_i)$. Mediante el uso de regresión no lineal y la minimización de la siguiente ecuación:

$$SSQ = (Ro_{(i)}^{1ra} - Ro_{(i)}^{Ext})^{2}$$
 (D.17)

Para realizar la estimación de los parámetros de ajuste ya mencionados, se empleó la herramienta de optimización "Solver" del programa computacional Microsoft Excel®.

Anexo E: Análisis estadístico para la modelación de los parámetros de estabilidad de espuma.

Una vez que se estimó el valor numérico de los parámetros β , λ , ζ y P_i se empleó el software STADISTICA®, en el cual se pudo definir las ecuaciones para dichos parámetros y realizar la evaluación de los valores de las constantes de proporcionalidad mediante la función objetivo de mínimos cuadrados y el método de aproximación numérica Levenberg-Marquardt. A continuación, se detalla el análisis estadístico obtenido.

El parámetro β se modeló con el uso de 27 datos experimentales y se consideraron tres variables independientes: rx concentración de reactivos, jg velocidad superficial de gas y d distancia horizontal recorrida por la espuma.

El modelo se presenta en la siguiente ecuación:

$$\beta = (\alpha_1 r x + \alpha_2 i g + -\alpha_3 r x i g) \cdot \alpha_4 d \tag{E1}$$

En la Tabla E1 se presentan las iteraciones en la estimación de las constantes de proporcionalidad.

Tabla E1. Iteraciones para de las constantes de proporcionalidad parámetro β .

Iteraciones	Mínimo	α_1	α_2	α_3	α_4
	cuadrado				
1	889.8817	0.100000	0.100000	0.100000	0.100000
2	757.9673	-0.054969	-0.054441	-0.054981	0.154967
2	125.8444	-0.043410	-0.043334	-0.043412	0.032582
4	28.2389	-0.028633	-0.030205	-0.028600	0.011084
5	6.3118	-0.009638	-0.014937	-0.009525	0.007343
6	2.3536	-0.007651	0.027701	-0.007249	0.003917
7	0.2646	0.000914	-0.016467	0.001158	0.004348
8	0.0535	-0.000231	0.015081	-0.000536	0.005137
9	0.0179	-0.000009	0.006306	-0.000150	0.006543
10	0.0153	-0.000039	0.005196	-0.000149	0.009489
11	0.0144	-0.000038	0.007445	-0.000222	0.006545
12	0.0133	-0.000041	0.009230	-0.000278	0.005865
13	0.0133	-0.000043	0.009719	-0.000293	0.005686
14	0.0133	-0.000043	0.009816	-0.000295	0.005639

Tabla E2. Análisis de varianza parámetro β .

Fuente de variación	Suma de cuadrados	Grados de libertad	Cuadrado medio	Valor-F	Valor-P
Regresión	.001881	4	.00047	61.32	6.19e ⁻¹²
Residual	.000176	23			
Total	.002058	27			
Total, corregido	0.0133	26			

El parámetro λ se modeló con el uso de 27 datos experimentales y se consideraron tres variables independientes: rx concentración de reactivos, jg velocidad superficial de gas y d distancia horizontal recorrida por la espuma.

El modelo general se presenta en la siguiente ecuación:

$$\lambda = (\alpha_1 rx + \alpha_2 jg + -\alpha_3 rxjg) \cdot \alpha_4 d \tag{E1}$$

Tabla E3. Iteraciones para de las constantes de proporcionalidad parámetro λ .

Iteraciones	Mínimo	α_1	α_2	α_3	$lpha_4$
	cuadrado				
1	888.6129	0.100000	0.100000	0.100000	0.100000
2	241.9481	0.122099	0.141214	0.121646	-0.022118
2	35.2229	0.101294	0.030717	0.102969	-0.003784
4	9.4951	0.127786	-0.465994	0.141878	0.000971
5	1.3429	0.106548	1.571041	0.071791	0.000146
6	1.0251	0.036735	6.211084	0.002314	0.000103
7	0.8672	0.007786	6.331045	-0.030707	0.000145
8	0.6806	-0.041030	6.198013	-0.107179	0.000225
9	0.4914	-0.022546	6.109028	-0.128322	0.000301
10	0.4807	-0.008786	7.011332	-0.171066	0.000268
11	0.4799	-0.006641	6.753130	-0.167302	0.000282
12	0.4799	-0.006675	6.690930	-0.165629	0.000285
13	0.4799	-0.006661	6.678234	-0.165316	0.000286

Tabla E4. Análisis de varianza parámetro λ .

Fuente de variación	Suma de cuadrados	Grados de libertad	Cuadrado medio	Valor-F	Valor-P
Regresión	3.572971	4.00000	0.893243	89.19645	1.16684E-13
Residual	0.230330	23.00000	0.010014		
Total	3.803300	27.00000			
Total, corregido	1.29	26			

El parámetro ζ se modeló con el uso de 27 datos experimentales y se consideraron tres variables independientes: rx concentración de reactivos, jg velocidad superficial de gas y d distancia horizontal recorrida por la espuma.

El modelo general se presenta en la siguiente ecuación:

$$\zeta = (\alpha_1 rx + \alpha_2 jg + -\alpha_3 rxjg) \cdot \alpha_4 d \tag{E1}$$

Tabla E5. Iteraciones para de las constantes de proporcionalidad parámetro ζ .

Iteraciones	Mínimo	α_1	α_2	α_3	$lpha_4$
	cuadrado				
1	889.0185	0.100000	0.100000	0.100000	0.100000
2	753.4401	-0.054928	-0.036374	-0.055308	0.154842
2	151.3816	-0.039502	-0.038123	-0.039531	0.043328
4	50.6632	-0.025995	0.213954	-0.024696	0.027580
5	7.7704	-0.004605	-0.026473	-0.002981	0.022361
6	0.7800	0.000026	-0.066058	0.001316	0.021447
7	0.7117	0.000392	-0.054023	0.001537	0.031863
8	0.5774	-0.000026	-0.087636	0.003345	0.021555
9	0.5549	-0.000213	-0.061553	0.002600	0.031924
10	0.5188	-0.000189	-0.079524	0.003246	0.026990
11	0.5146	-0.000173	-0.079596	0.003230	0.028086
12	0.5146	-0.000172	-0.078977	0.003205	0.028303

Tabla E6. Análisis de varianza parámetro ζ .

Fuente de variación	Suma de cuadrados	Grados de libertad	Cuadrado medio	Valor-F	Valor-P
Regresión	2.704937	4.00000	0.676234	58.73946	9.7005E-12
Residual	0.264786	23.00000	0.011512		
Total	2.969723	27.00000			
Total, corregido	1.591855	26.00000			

El parámetro Pi se modeló con el uso de 333 datos experimentales y se consideraron tres variables independientes: rx concentración de reactivos, jg velocidad superficial de gas y dpi tamaño de partícula.

El modelo general se presenta en la siguiente ecuación:

$$Pi = \alpha_1 (rx^{\alpha_2} jg^{\alpha_3})(\alpha_4 + \alpha_5 dpi + \alpha_6 dpi^{\alpha_7})$$
 (E1)

Tabla E7. Iteraciones del modelo Pi

Iter.	Mínimo	α_1	α_2	α_3	α_4	α_5	α_6	α_7
	cuadrado	1		3	1	3		,
1	32.10773	0.100000	0.100000	0.100000	0.100000	0.100000	0.100000	0.100000
2	0.61328	0.101934	0.100021	0.100016	-0.102331	-0.001934	0.095714	0.026446
3	0.00832	0.101888	0.101031	0.100790	-0.042829	0.000017	0.043137	0.008780
4	0.00430	0.101893	0.107509	0.170732	-0.121680	-0.000012	0.121186	0.000398
5	0.00167	0.101893	0.128926	0.293316	-0.119481	0.000012	0.120017	-0.005972
6	0.00163	0.101890	0.130225	0.325709	-0.105603	0.000012	0.106161	-0.006866
7	0.00162	0.101890	0.130491	0.332113	-0.101937	0.000012	0.102502	-0.007271
8	0.00161	0.101888	0.131039	0.344954	-0.093727	0.000012	0.094295	-0.007897
9	0.00161	0.101887	0.131326	0.351552	-0.088631	0.000012	0.089203	-0.008411
10	0.00161	0.101886	0.131902	0.364494	-0.077086	0.000012	0.077663	-0.009573
11 12	0.00160 0.00160	0.101885	0.132063 0.132205	0.368060 0.371206	-0.072829 -0.068543	0.000012 0.000012	0.073411 0.069128	-0.010315 -0.010990
13	0.00160	0.101884 0.101884	0.132203	0.371206	-0.065365	0.000012	0.065953	-0.010990
14	0.00160	0.101883	0.132486	0.373233	-0.058343	0.000012	0.058935	-0.011303
15	0.00159	0.101883	0.132578	0.379328	-0.054011	0.000012	0.054607	-0.014026
16	0.00159	0.101883	0.132596	0.379730	-0.052986	0.000012	0.053585	-0.014407
17	0.00159	0.101883	0.132634	0.380542	-0.050823	0.000012	0.051423	-0.015022
18	0.00159	0.101882	0.132709	0.382157	-0.046134	0.000012	0.046738	-0.016480
19	0.00159	0.101882	0.132746	0.382954	-0.043336	0.000012	0.043944	-0.017678
20	0.00159	0.101882	0.132756	0.383175	-0.042458	0.000012	0.043069	-0.018140
21	0.00159	0.101882	0.132776	0.383618	-0.040607	0.000012	0.041221	-0.018971
22	0.00159	0.101882	0.132791	0.383938	-0.039152	0.000012	0.039768	-0.019722
23	0.00159	0.101881	0.132821	0.384578	-0.036023	0.000012	0.036644	-0.021391
24	0.00159	0.101881	0.132834	0.384856	-0.034437	0.000012	0.035061	-0.022537
25	0.00159	0.101881	0.132842	0.385033	-0.033334	0.000012	0.033961	-0.023356
26	0.00159	0.101881	0.132858	0.385388	-0.030980	0.000012	0.031613	-0.025111
27	0.00158	0.101881	0.132873	0.385694	-0.028680	0.000012	0.029319	-0.027216
28	0.00158	0.101881	0.132885	0.385966	-0.026348	0.000012	0.026994	-0.029737
29 30	0.00158 0.00158	0.101881 0.101881	0.132896 0.132906	0.386206 0.386415	-0.024014 -0.021724	0.000012 0.000012	0.024669 0.022390	-0.032772 -0.036423
31	0.00158	0.101881	0.132900	0.386596	-0.021724	0.000012	0.022390	-0.030423
32	0.00158	0.101881	0.132914	0.386753	-0.013331	0.000012	0.020203	-0.045890
33	0.00158	0.101881	0.132928	0.386892	-0.015677	0.000012	0.016384	-0.051728
34	0.00158	0.101880	0.132934	0.387018	-0.014098	0.000012	0.014822	-0.058188
35	0.00157	0.101880	0.132939	0.387144	-0.012655	0.000012	0.013399	-0.065600
36	0.00157	0.101880	0.132945	0.387257	-0.011565	0.000012	0.012328	-0.072912
37	0.00157	0.101880	0.132950	0.387370	-0.010604	0.000012	0.011389	-0.080618
38	0.00157	0.101880	0.132955	0.387483	-0.009790	0.000011	0.010599	-0.088589
39	0.00156	0.101880	0.132958	0.387547	-0.009431	0.000011	0.010254	-0.093239
40	0.00156	0.101880	0.132965	0.387677	-0.008655	0.000011	0.009504	-0.102494
41	0.00156	0.101880	0.132971	0.387805	-0.008072	0.000011	0.008950	-0.111782
42	0.00156	0.101880	0.132976	0.387921	-0.007631	0.000011	0.008535	-0.120126
43	0.00156	0.101880	0.132987	0.388154	-0.006810	0.000011	0.007762	-0.136582
44	0.00155	0.101880	0.132998	0.388383	-0.006281	0.000011	0.007285	-0.152646
45	0.00155	0.101880	0.133007 0.133025	0.388569	-0.005939 -0.005286	0.000011	0.006989	-0.165460
46 47	0.00154	0.101880		0.388946 0.389316		0.000011 0.000010	0.006415	-0.190359 -0.214053
48	0.00154 0.00153	0.101880 0.101880	0.133043 0.133079	0.390064	-0.004898 -0.004220	0.000010	0.006110 0.005584	-0.214053
49	0.00153	0.101880	0.133079	0.390064	-0.004220	0.000010	0.005565	-0.282111
50	0.00152	0.101880	0.133141	0.391349	-0.003692	0.000010	0.005303	-0.326498
51	0.00150	0.101880	0.133189	0.392360	-0.003429	0.000000	0.005261	-0.373073
52	0.00150	0.101880	0.133309	0.394829	-0.002974	0.000009	0.005195	-0.464386
53	0.00148	0.101880	0.133467	0.398074	-0.002779	0.000009	0.005449	-0.551535
54	0.00147	0.101880	0.134001	0.408723	-0.002483	0.000008	0.005918	-0.689787

55	0.00145	0.101880	0.134742	0.422973	-0.002473	0.0000085	0.006355	-0.744819
56	0.00144	0.101880	0.136272	0.450428	-0.002452	0.000008	0.006491	-0.764274
57	0.00141	0.101880	0.139747	0.504743	-0.002461	0.000008	0.006498	-0.761579
58	0.00136	0.101880	0.148833	0.609036	-0.002455	0.000008	0.006446	-0.756917
59	0.00129	0.101880	0.179965	0.776723	-0.002312	0.000007	0.006003	-0.748151
60	0.00121	0.101880	0.267207	0.898217	-0.001773	0.000006	0.004523	-0.735571
61	0.00114	0.101880	0.349844	0.927817	-0.001416	0.000004	0.003608	-0.730019
62	0.00110	0.101880	0.419869	0.934357	-0.001157	0.000004	0.002950	-0.729958
63	0.00109	0.101880	0.559941	0.936503	-0.000689	0.000002	0.001753	-0.728880
64	0.00101	0.101880	0.629976	0.938008	-0.000626	0.000002	0.001592	-0.728306
65	0.00100	0.101880	0.654922	0.938629	-0.000576	0.000002	0.001466	-0.728120
66	0.00099	0.101880	0.704815	0.938972	-0.000488	0.000002	0.001243	-0.728017
67	0.00099	0.101880	0.738758	0.939448	-0.000443	0.000001	0.001127	-0.727750
68	0.00099	0.101880	0.772615	0.939770	-0.000398	0.000001	0.001012	-0.727667
69	0.00098	0.101880	0.779667	0.940041	-0.000391	0.000001	0.000995	-0.727498
70	0.00098	0.101880	0.793771	0.940129	-0.000374	0.000001	0.000951	-0.727529
71	0.00098	0.094531	0.807624	0.940258	-0.000385	0.000001	0.000979	-0.727428
72	0.00098	0.093483	0.806832	0.940378	-0.000391	0.000001	0.000995	-0.727399
73	0.00098	0.093746	0.806883	0.940360	-0.000390	0.000001	0.000992	-0.727409

Tabla E8. Análisis de varianza modelo Pi.

Fuente de variación	Suma de cuadrados	Grados de libertad	Cuadrado medio	Valor-F	Valor-P
Regresión	.000005	7	0.000001	158.92	.0001
Residual	0.00002	326			
Total	0.00007	333			
Total, corregido	0.00005	332			