



UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE SAN LUIS POTOSÍ

Facultad de Ingeniería

Centro de Investigación y Estudios de Posgrado

**“ANÁLISIS Y CARACTERIZACIÓN DEL CAMINADO HUMANO PARA LA
SÍNTESIS DE UN MECANISMO DE PRÓTESIS DE PIERNA TRANSFEMORAL”**

TESIS PROFESIONAL

Para obtener el grado de

MAESTRO EN INGENIERÍA MECÁNICA

Presenta:

ING. JUAN CARLOS ARELLANO GONZÁLEZ

Asesor:

DR. HUGO IVÁN MEDELLÍN CASTILLO

22 de junio de 2010

ING. JUAN CARLOS ARELLANO GONZÁLEZ
P R E S E N T E. –

En atención a su solicitud de Temario, presentada por el **Dr. Hugo Iván Medellín Castillo** Asesor de la Tesis que desarrollará Usted, con el objeto de obtener el Grado de *Maestría en Ingeniería Mecánica*. Me es grato comunicarle que en la Sesión de Consejo Técnico Consultivo celebrada el día 22 de junio del presente año, fue aprobado el Temario propuesto:

TEMARIO:

“ANÁLISIS Y CARACTERIZACIÓN DEL CAMINADO HUMANO PARA LA SÍNTESIS DE UN MECANISMO DE PRÓTESIS DE PIERNA TRANSFEMORAL”

INTRODUCCIÓN.

1. ANÁLISIS ARTICULAR DE RODILLA, PIE Y ENCAJE.
2. ANÁLISIS DE ALGORITMOS DE RECONSTRUCCIÓN 3D BASADOS EN VISIÓN PARA LA OBTENCIÓN DE TRAYECTORIAS.
3. ANÁLISIS Y CARACTERIZACIÓN DE LAS TRAYECTORIAS QUE DESCRIBEN EL MOVIMIENTO DEL CAMINADO.
4. ANÁLISIS Y SÍNTESIS DEL MECANISMO PARA EL MOVIMIENTO DE LA RODILLA HUMANA.

CONCLUSIONES.

BIBLIOGRAFÍA.

APÉNDICE.

“MODOS ET CUNCTARUM RERUM MENSURAS AUDEBO”

ATENTAMENTE


ING. ARMANDO VIRAMONTES ALDANA
DIRECTOR



UNIVERSIDAD AUTÓNOMA
DE SAN LUIS POTOSÍ
FACULTAD DE INGENIERÍA
DIRECCION



FACULTAD
DE INGENIERÍA

Av. Manuel Nava 8
Zona Universitaria - CP 78290
San Luis Potosí, S.L.P.
tel. (444) 826 2330 al39
fax (444) 826 2336
www.uaslp.mx

Acta N° 378
378

Nombre del sustentante
Juan Carlos

Arellano González



[Handwritten signature of Juan Carlos Arellano González]

Firma del sustentante

En la Ciudad de San Luis Potosí, capital del estado del mismo nombre, a los 27 días del mes de Agosto de 2010, se reunieron ante el suscrito, secretario General de la Facultad de Ingeniería de la Universidad Autónoma de San Luis Potosí, los Señores Ingenieros :

Dr. Hugo Iván Medellín Castillo (Abcor)

Dr. Mauro Maya Méndez

Dr. Héctor Martín Durón García

con el carácter de Jurado Calificador y con el objeto de celebrar el examen de:

Maestría en Ingeniería Mecánica

que sustentó el (la) Señor (ita) :
Juan Carlos Arellano González

De conformidad con el acuerdo dictado por el Señor Rector de la Universidad y en vista de que el (la) sustentante comprobó legalmente haber efectuado todos los estudios profesionales y de posgrado exigidos por el Plan de Estudios en vigor para dicho posgrado.

El examen dio principio a las 18 hrs. 00 minutos y terminó a las 20 hrs. 00 minutos del día de la fecha.

En base al cumplimiento de los requisitos aprobados por el H. Consejo Directivo para: este programa de

maestría y conforme a la votación que por escrutinio secreto hizo el H. Jurado Calificador, el (la) sustentante resultó Aprobado por unanimidad.

Para constancia se levantó la presente acta que firman los Señores Sinodales ante el Secretario General de la Facultad que autoriza.

Dr. Hugo Iván Medellín Castillo Mauro E. Maya Méndez.
Dr. Mauro Maya Méndez

Dr. Héctor Martín Durón García

Resumen

El proyecto de tesis consiste en la caracterización del caminado humano para la síntesis de un mecanismo de prótesis transfemoral. El objetivo es obtener las trayectorias que describe el movimiento de la pierna durante el caminado humano mediante métodos de reconstrucción tridimensional, las cuales fueron utilizadas para realizar la síntesis del mecanismo de prótesis transfemoral que mejor se adecue. Para lograr esto, se requirió realizar una revisión del estado del arte tanto de los métodos para la obtención de trayectorias, así como de los mecanismos utilizados en el diseño de prótesis transfemoral.

En principio se analizaron dos métodos lineales de reconstrucción 3D basados en visión: uno utilizando la solución homogénea de la matriz de calibración mediante la descomposición en valores singulares (SVD), y el otro utilizando la solución no homogénea de la matriz de calibración. También se analiza un tercer método no lineal llamado manipulación de espacio de cámara (CSM) el cual utiliza un proceso iterativo.

Con base en el análisis del desempeño de estos tres métodos de reconstrucción, se seleccionó el método que conduce al menor error para la obtención de las trayectorias deseadas. Una vez obtenidas las trayectorias de movimiento, se realizó la síntesis de tipo, número y dimensional, del mecanismo que mejor se adecua a las necesidades de movimiento de pierna y pie de un humano. Finalmente se propuso una prótesis transfemoral completa, la cual incluye el encaje, rodilla, pierna y pie.

Agradecimientos

A mi señora esposa por todo su apoyo para este proyecto de vida, por todo su cariño, por su comprensión, por ser una pieza fundamental en la realización de este proyecto.

A mis padres y hermanos Armando y Víctor por todo su apoyo incondicional, por todo el cariño, y preocupación al estar al pendiente de mí en todo momento.

A mi asesor de tesis Dr. Hugo Iván Medellín Castillo por toda su asesoría, por sus sugerencias, por sus consejos, por su tiempo, por su dedicación, por compartirme una parte de su gran calidad profesional y humana, y por ser uno de los principales responsables para que este proyecto llegara a un feliz término.

A todos los profesores que participaron en mi formación en mis estudios de posgrado.

A la facultad de ingeniería por ser como mi segundo hogar y especialmente al Ing. Raúl Sánchez Castillo y al Dr. Juan Antonio Cárdenas Galindo por darme la oportunidad de desarrollarme en la facultad, por creer en mí, por la motivación, y por todo su apoyo en todo momento.

A mis compañeros de generación: Gabriel, Jorge, Agustín, Francisco, Cesar, Ana y Enrique, por su amistad, por compartir conmigo sus conocimientos y habilidades.

A mi tía Ramona González Vázquez por ser como una segunda madre para mis hermanos y para mí, por sus sabios consejos, por todo su apoyo en todo momento y por estar siempre al pendiente de la familia.

A Guadalupe Gutiérrez Cerda por todo su apoyo y por su gran calidad humana y espiritual.

Dedicatorias

El presente trabajo lo dedico muy especialmente a mis padres, que con su ejemplo de trabajo, supieron forjar en mis hermanos y en mí, un espíritu de lucha, un espíritu de búsqueda de mejores oportunidades y de enseñarnos que el éxito, es algo que se conquista con dedicación, con perseverancia, con trabajo, con inteligencia, con honestidad, y que los sueños solo así son alcanzables

*María González Vázquez
José Juan Arellano Rodríguez*

*El presente trabajo también lo dedico a mi
señora esposa, por todo su cariño y
ternura, por su comprensión y por sus
palabras de aliento en todo momento*

Rosalba Gutiérrez Cerda

Índice

Resumen	i
Agradecimientos	ii
Dedicatoria	iii
Índice	v

Introducción	1
Antecedentes	1
Justificación	2
Objetivo de la tesis	3
Objetivos particulares	3
Organización de la tesis	4

1. Análisis articular de Rodilla, Pie y Encaje	5
1.1. Rodilla y su mecánica articular	5
1.1.1. Mecánica articular de la rodilla	8
1.1.2. Movimientos de flexión y extensión	10
1.1.3. Movimientos de rotación	11
1.1.4. Desplazamientos en la articulación femorrotuliana	12
1.1.5. Desplazamientos de la rótula sobre la tibia	13
1.1.6. Prótesis de rodilla	14
1.2. El pie y su mecánica articular	16
1.2.1. Movimientos del tobillo	17
1.2.2. Movimientos de los dedos	18
1.2.3. El pie como unidad	19
1.2.4. Nivel de funcionalidad de la persona con discapacidad	21
1.2.5. Prótesis de pie	22
1.3. Encaje	25
1.3.1. Tipos de encaje	27
1.4. Patrón de caminado humano	30

2. Análisis de algoritmos de reconstrucción 3D basados en visión para la obtención de trayectorias	33
2.1. Calibración de cámaras	33
2.1.1. Modelo de cámara de orificio (Pin-hole)	35
2.2. Métodos de reconstrucción por visión	36
2.2.1. Método lineal basado en la solución homogénea de la matriz de calibración mediante la descomposición en valores singulares (SVD)	37
2.2.2. Método lineal basado en la solución no homogénea de la matriz de calibración	39
2.2.3. Método no lineal de manipulación espacio cámara	40
2.3. Procesamiento de imágenes	46
2.3.1. Equipo utilizado	46

2.3.2.	Obtención de imágenes	47
2.3.3.	Histograma y binarización	49
2.3.4.	Cálculo de centroides	50
2.4.	Reconstrucción de trayectorias	51
2.5.	Análisis comparativo de los métodos de reconstrucción	55
2.5.1.	Medidas del error	55
2.5.2.	Evaluación del error	56
2.6.	Conclusiones	59
3.	Análisis y caracterización de las trayectorias que describen el movimiento del caminado	60
3.1.	Obtención de los videos	60
3.2.	Calibración de cámaras	61
3.3.	Definición de datos característicos	62
3.4.	Reconstrucción y caracterización del caminado humano bajo diversas condiciones	65
3.4.1.	Modelo 1	65
3.4.2.	Modelo 2	72
3.4.3.	Modelo 3	77
3.5.	Resultados cuantitativos del caminado bajo diversas condiciones	82
3.6.	Análisis y discusión de resultados	83
3.7.	Flexión de la rodilla	93
4.	Análisis y síntesis del mecanismo para el movimiento de la rodilla humana	95
4.1.	Síntesis de mecanismos planos	95
4.2.	Síntesis dimensional	96
4.2.1.	Definición de las configuraciones deseadas	97
4.2.2.	Síntesis para conducción de cuerpo rígido	101
4.2.3.	Resultados de la síntesis dimensional	106
4.3.	Diseño final propuesto del mecanismo para la rodilla	107
4.4.	Análisis comparativo de la rodilla propuesta y la rodilla humana	108
4.5.	Prótesis transfemoral	110
	Conclusiones	115
	Bibliografía	119
	Apéndice	123
A	Códigos en Matlab®, para el cálculo de las matrices de calibración para ambas cámaras, mediante los dos métodos lineales	A-1
A.1	Código en Matlab® para la estimación de las matrices de calibración mediante SVD	A-1
A.2	Código en Matlab® para la estimación de las matrices de calibración mediante la solución no homogénea	A-4

B Algoritmo del método no lineal llamado “Corrección Diferencial de Mínimos Cuadrados”	B-1
B.1 Procedimiento de estimación no lineal de Corrección Diferencial de Mínimos Cuadrados	B-1
B.2 Diagrama de flujo del procedimiento Corrección Diferencial de Mínimos Cuadrados	B-3
C Obtención de los parámetros de visión	C-1
C.1 Archivos utilizados para la obtención de los parámetros de visión de las cámaras	C-1
C.2 Código en Matlab® para la estimación de los seis parámetros de visión para las cámaras	C-2
D Procesamiento de las imágenes y el cálculo de los centroides	D-1
E Coordenadas espaciales promedio de los cuadros representativos del caminado humano	E-1
F Código en Matlab® para el análisis y síntesis dimensional por conducción de cuerpo rígido del mecanismo de cuatro barras	F-1
G Dibujos de taller de los eslabones del mecanismo policéntrico	G-1
G.1 Barra conductora	G-1
G.2 Barra acopladora	G-2
G.3 Barra conducida	G-3
G.4 Eslabón base	G-4

Introducción

Antecedentes

En los últimos años la fabricación de prótesis se ha convertido en una imperante necesidad como resultado del gran número de amputaciones producidas, originalmente esta necesidad surge principalmente debido a las guerras; pero en la actualidad una de las causas de esta necesidad se debe a enfermedades crónicas degenerativas, tales como el cáncer y la diabetes. La otra causa es por accidentes automovilísticos.

En nuestro país el tipo de amputación más frecuente según las estadísticas de la secretaría de salud [1], es la amputación a nivel femoral supracondílea. Una prótesis transfemoral, como su nombre lo dice, es la prótesis que debe ser colocada cuando el paciente a sufrido una amputación transfemoral al nivel supracondílea del fémur, también son conocidas como prótesis por encima de la rodilla. Este tipo de prótesis cubren la mayor parte de la pierna y cuentan con cuatro componentes principales: el encaje, la articulación de rodilla, la pierna y el conjunto tobillo-pie. En el mercado existe gran variedad de cada uno de estos componentes. Al momento de prescribir la prótesis, el médico debe escoger y combinar cada uno de los componentes para que la prótesis cumpla su función de la mejor manera posible.

Actualmente existen dos tipos de prótesis de articulación de rodilla, los cuales se basan principalmente en dos mecanismos: el de tipo bisagra llamado también monocéntrico, y el policéntrico. El de tipo bisagra es el más utilizado en México y en el mundo, por ser más económico, aún cuando limita el caminar, según comentan las personas que las utilizan. Por otro lado, las prótesis basadas en el mecanismo del tipo policéntrico son más complejas y por consiguiente tiene un costo mucho más alto, pero proporcionan mayor estabilidad al caminar en comparación con las del tipo bisagra.

La literatura reporta gran cantidad de información sobre biomecánica de la pierna, así como de la mecánica articular de cada parte que la conforma y su interrelación. Se destaca la importancia de la rodilla, siendo la articulación más grande y compleja del esqueleto humano; constituye la articulación más

importante para el caminado, la carrera y soporta todo el peso del cuerpo en el despegue y la recepción de saltos. También se observa que existe gran cantidad de estudios y análisis sobre el caminado [2]-[6], sin embargo la mayoría de estos análisis considera el caminado desde un punto de vista bidimensional. Otros estudios [7]-[10] pretenden hacer este análisis de forma tridimensional, basados en visión bajo condiciones normales de caminado.

Justificación

La necesidad de una prótesis ha existido desde siempre, el hombre a través de los años ha propuesto soluciones que le permitan al discapacitado realizar sus actividades cotidianas lo más naturalmente posible. Hoy en día la mayoría de las prótesis comerciales están diseñadas principalmente para personas norteamericanas y europeas, por lo que difiere de la antropometría tanto de la población mexicana, como de la población sudamericana, por tal motivo es importante la caracterización de caminado considerando las características antropomórficas de esta población.

El alto costo de cualquier tipo de prótesis, ha sido el común denominador; específicamente para la prótesis del tipo transfemoral (la más frecuente), por lo que, si las personas que desean recuperar parte de sus actividades cotidianas de su vida, el alto costo de la prótesis no debe ser una limitante para acceder a esa oportunidad, por tal motivo se buscará abatir el costo de este tipo de prótesis.

Existe gran cantidad de trabajos en la literatura relacionados con prótesis del tipo transfemoral, pero de acuerdo a la revisión bibliográfica realizada, la mayoría de los diseños propuestos parten de un análisis cualitativo del proceso de caminado, tomando dicho análisis como base para el diseño de la prótesis. No se encontró un análisis cuantitativo completo sobre el proceso de caminado, de aquí la importancia de contribuir a través de este trabajo en la caracterización del caminado humano, definiendo variables características tales como: amplitud de flexión de la rodilla, amplitud de paso, tiempo de ciclo, altura de paso y desviación entre tibia y fémur según plano sagital, que permitan analizar y describir el proceso de caminado cuantitativamente.

Adicionalmente no solo se caracterizará el caminado en condiciones normales como lo presenta la literatura, lo que pretende este trabajo es considerar el caminado bajo diversas condiciones, tales como, observar el efecto de caminar sobre pendiente y sin pendiente, con braceo y sin braceo, con carga lateral y sin carga, a paso lento y a paso veloz, con carga al frente y con carga lateral, y con tacones y sin tacones. El conocimiento y la comprensión del patrón

de caminado bajo las diversas condiciones propuestas en este trabajo, será la base para el tratamiento sistemático de caminado patológico, especialmente cuando se pretende aplicar una prótesis o una órtesis.

Para extender los estudios reportados en la literatura, es necesario analizar el caminado desde un punto de vista tridimensional, lo cual permitirá encontrar detalles que desde un punto de vista bidimensional sería imposible. Lo anterior permitirá conocer con mayor precisión el movimiento del caminado para lograr, diseñar mecanismos de prótesis que reproduzcan con mayor precisión el caminado humano. Para realizar el análisis del caminado de forma tridimensional se ha seleccionado el método de reconstrucción 3D basado en visión. La razón por la cual se seleccionó los sistemas de reconstrucción 3D basado en visión, radica principalmente por la facilidad de reunir el equipo necesario para la aplicación de dichos algoritmos; tales como dos cámaras de video, dos tripies, un patrón de calibración de tres planos, una PC, etc. Existen otros tipos de sistemas para el seguimiento de trayectorias, para los cuales se requiere de cierta instrumentación, principalmente de sensores de posición, tales como sensores electromagnéticos, ultrasónicos y fotoeléctricos. Estos sensores son colocados en el elemento a seguir y por ejemplo en el caso de los dos últimos sensores mencionados, emiten un haz de sonido o luminoso el cual es regresado por un plano de referencia y la posición es proporcional al tiempo en el que dicho haz es recibido por el sensor. Estos sensores son muy especializados por lo que dificulta el acceso a ellos.

Objetivo de la tesis

Caracterizar el caminado humano con el objeto de obtener trayectorias 3D que describen el movimiento de la pierna durante el caminado, bajo diversas condiciones. Para lograr lo anterior se propuso el uso de métodos de reconstrucción tridimensional basados en visión. Las trayectorias obtenidas servirán para realizar la síntesis de un mecanismo de prótesis transfemoral.

Objetivos particulares

Para lograr el objetivo del proyecto se definieron los siguientes objetivos particulares:

1. Conocer y comprender la naturaleza biomecánica articular de las partes que conforman la pierna humana, así como las cuestiones antropomórficas de las mismas.

2. Analizar y evaluar los diversos métodos de reconstrucción tridimensional basados en visión, con el propósito de identificar el método que conduzca al menor error de reconstrucción.
3. Reconstruir las trayectorias del caminado humano bajo diversas condiciones.
4. Analizar y caracterizar de manera cualitativa y cuantitativa las trayectorias del caminado.
5. Obtener una trayectoria de caminado representativa, que permita obtener información característica del movimiento de la rodilla.
6. Realizar el análisis y la síntesis del mecanismo que mejor se adecue al movimiento deseado para la prótesis transfemoral.

Organización de la tesis

La organización es como sigue, en el capítulo 1 se presenta la revisión bibliográfica de rodilla, pie y encaje, así como de la mecánica articular de estos. El propósito es conocer las partes anatómicas, su funcionamiento y movimientos o grados de libertad que tienen. En el capítulo 2 se analizan y comparan tres métodos de reconstrucción tridimensional basados en visión para la obtención de trayectorias. En el capítulo 3 se obtienen las trayectorias que describe el caminado humano bajo diversas condiciones. Estas trayectorias se analizan, comparan y caracterizan de acuerdo a cada condición de caminado. El capítulo 4 muestra la síntesis de tipo, número y dimensión del mecanismo que mejor se adecua al movimiento deseado. La síntesis dimensional se resuelve considerando una conducción de cuerpo rígido. Finalmente se presentan las conclusiones obtenidas.

Capítulo 1

Análisis Articular de Rodilla, Pie y Encaje

En anatomía, una articulación es el medio de contacto que permite la unión entre dos o más huesos próximos. Las funciones más importantes de las articulaciones son el constituir puntos de unión del esqueleto y producir movimiento mecánico, proporcionando elasticidad y plasticidad al cuerpo, además de ser una zona de crecimiento durante los primeros quince años del ser humano. Este capítulo está enfocado en una de las articulaciones más grandes del cuerpo humano, la rodilla y en el sistema de articulaciones que conforman el conjunto tobillo-pie.

1.1. Rodilla y su mecánica articular

Para su estudio las articulaciones se clasifican en dos grupos: a) por su estructura, es decir de manera morfológica, y estas a su vez se clasifican según el tejido que las une: fibrosas, cartilaginosas y sinoviales. b) por su función (de manera fisiológica), y estas a su vez se clasifican en sinartrosis (no móvil), sínfisis (con movimiento monoaxial) y diartrosis (mayor amplitud o complejidad de movimiento). Las articulaciones con movilidad escasa se mantienen unidas por un cartílago elástico, mientras que las articulaciones con mayor movimiento poseen una capa externa de cartílago fibroso, y están rodeadas por ligamentos resistentes que se sujetan a los huesos (como es el caso de la articulación de la rodilla). Los extremos óseos de las articulaciones móviles están cubiertos con cartílago liso y lubricado por un fluido espeso denominado líquido sinovial producido por la membrana sinovial, lo que permite gran libertad de movimiento.

La rodilla es la articulación más grande del esqueleto humano, (figura 1.1); en ella se unen 3 huesos: el extremo inferior del fémur, el extremo superior de la tibia y la rótula, la cual aumenta el brazo de palanca del aparato extensor de la rodilla. Constituye una articulación importante para la marcha y la carrera, además soporta el peso del cuerpo en el despegue y recepción de saltos.



Figura 1.1. Partes que conforman la rodilla.

La mecánica articular de la rodilla es muy compleja, pues posee gran estabilidad en extensión completa para soportar el peso corporal sobre un área relativamente pequeña; pero al mismo tiempo está dotada de la movilidad necesaria para la marcha y la carrera, y para orientar eficazmente al pie en relación con las irregularidades del terreno.

La articulación de la rodilla se considera como biaxial y condílea, es decir, es una articulación en la cual una superficie cóncava (el cóndilo o proyección redondeada en el extremo del hueso) se desliza sobre otra convexa alrededor de 2 ejes (figura 1.2). Como superficies articulares contiene a los cóndilos del fémur, la superficie rotuliana del fémur, la carilla articular de la rótula y los meniscos femorales (estructuras cartilaginosas que actúan como cojinetes, amortiguando el choque entre el fémur y la tibia). La cápsula articular es grande y laxa, y se une a los meniscos; además dicha cápsula posee un fuerte aparato ligamentoso, la estabilidad de la rodilla está asegurada por los ligamentos cruzados anterior y posterior y los colaterales interno (tibial) y externo (peroneo). La orientación y propiedades de los materiales de los ligamentos, cápsula y tejidos musculotendinosos de la rodilla, contribuyen significativamente a su estabilidad.

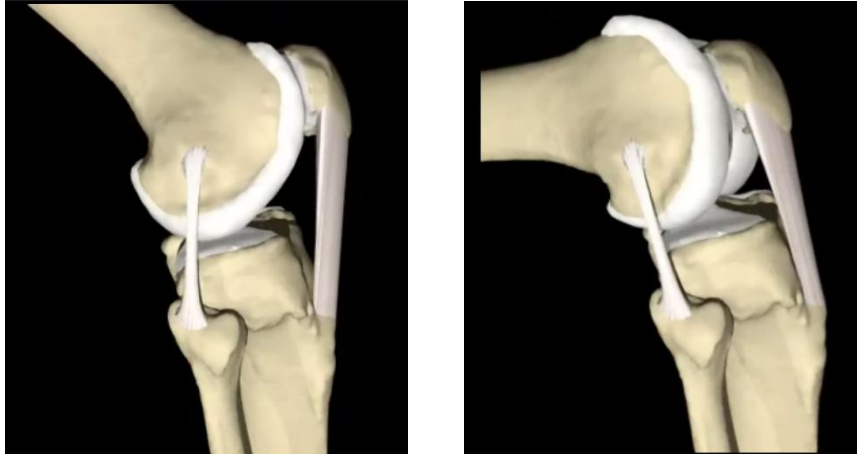


Figura 1.2. Movimiento de la articulación de la rodilla.

La articulación de la rodilla está compuesta desde el punto de vista morfológico, por la yuxtaposición de dos articulaciones secundarias: la femororrotuliana (que es troclear, las superficies articulares se adaptan perfectamente, como por ejemplo las articulaciones interfalángicas) y la femorotibial (que es condílea con meniscos interpuestos). La primera de estas constituye una articulación por deslizamiento, protege por delante el conjunto articular, eleva al músculo cuádriceps, permite que las tracciones de este sobre la tibia tengan lugar con un cierto ángulo de inclinación y no en sentido paralelo, aumentando así su capacidad de tracción. Con respecto a la articulación femorotibial puede decirse que el menisco articular la divide en dos cámaras: la proximal o superior, que corresponde a la articulación femoromeniscal, responsable de los movimientos de flexión y extensión de la pierna; y la distal o inferior, que corresponde a la articulación meniscotibial y permite los movimientos de rotación de la pierna.

La rodilla humana está construida normalmente con cierto grado de valguismo. Ello significa que al extender el miembro inferior, los ejes del fémur y de la tibia no se continúan en línea recta, sino que forman un ángulo obtuso abierto hacia fuera, alejándose de la línea media (ángulo femorotibial). Este ángulo de divergencia entre los dos huesos varía entre 170 a 177°. Cabe resaltar que la rodilla constituye la articulación intermedia de la extremidad inferior y que a través de esta articulación pasa la línea de apoyo conocida como línea de gravedad, que debe coincidir con el eje mecánico o dinámico del fémur y este a su vez suele coincidir con el centro anatómico de la rodilla; pero solo en individuos normales, el eje mecánico o dinámico pasa por el centro de la articulación de la rodilla, o bien un poco por dentro (cóndilo interno), o un poco por fuera (cóndilo externo). No sucede lo mismo en las desviaciones patológicas

conocidas como *genu valgum* y *genu varum* mostradas en la figura 1.3. En estos casos, la línea pasa completamente por fuera (*genu valgum*) o por dentro de la rodilla (*genu varum*).

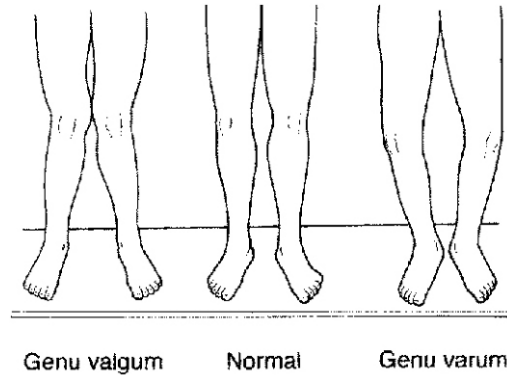


Figura 1.3. Desviaciones patológicas.

1.1.1. Mecánica articular de la rodilla

La articulación de la rodilla puede permanecer estable cuando es sometida rápidamente a cambios de carga durante la actividad, lo cual se conoce como estabilidad dinámica de la rodilla. Esta estabilidad dinámica es el resultado de la integración de la geometría articular, restricciones de los tejidos blandos, y cargas aplicadas a la articulación a través de la acción muscular y el punto de apoyo que sostiene el peso. La arquitectura ósea de la rodilla suministra una pequeña estabilidad a la articulación, debido a la incongruencia de los cóndilos tibiales y femorales; sin embargo, la forma, orientación y propiedades funcionales de los meniscos mejora la congruencia de la articulación y puede suministrar alguna estabilidad, que es mínima considerando los grandes pesos transmitidos a través de la articulación. La orientación y propiedades de los materiales de los ligamentos, cápsula y tejidos musculotendinosos de la rodilla contribuyen significativamente a su estabilidad.

Los ligamentos de la rodilla guían los segmentos esqueléticos adyacentes durante los movimientos articulares, y las restricciones primarias para la traslación de la rodilla durante la carga pasiva. Las restricciones de fibras de cada ligamento varían dependiendo del ángulo de la articulación y el plano en el cual la rodilla es cargada. La estabilidad de la rodilla está asegurada por los ligamentos cruzados anterior y posterior, y los colaterales interno (tibial) y externo (peroneo), (figura 1.4). El ligamento cruzado anterior (LCA) tiene la función de evitar el desplazamiento hacia adelante de la tibia respecto al fémur; el cruzado posterior (LCP) evita el desplazamiento hacia atrás de la tibia en relación con el

fémur, el cual a 90° de flexión se verticaliza y tensa, y por ello es el responsable del deslizamiento hacia atrás de los cóndilos femorales sobre los platillos tibiales en el momento de la flexión, proporcionando estabilidad en los movimientos de extensión y flexión.

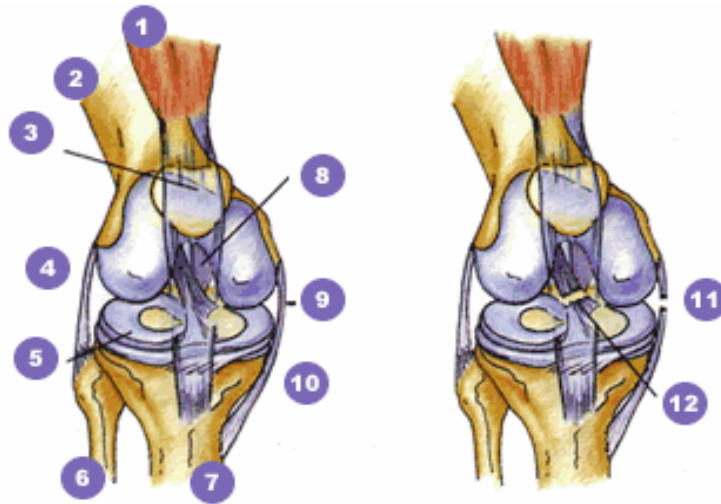


Figura 1.4. Vista anterior de la articulación de la rodilla: 1) Cuadriceps (recto femoral), 2) Fémur, 3) Rótula, 4) Lig. colateral peroneo, 5) Menisco lateral, 6) Peroné, 7) Tibia, 8) Lig. cruzado posterior, 9) Lig. colateral tibial 10) Lig. cruzado anterior, 11) Lig. Interno izquierdo roto, 12) Lig. cruzado anterior roto.

Los ligamentos laterales brindan una estabilidad adicional a la rodilla; así, el colateral externo o peroneo (LLE), situado en el exterior de la rodilla, impide que esta se desvíe hacia adentro, mientras que el colateral interno o tibial (LLI) se sitúa en el interior de la articulación, impidiendo la desviación hacia afuera, y su estabilidad depende prácticamente de los ligamentos y los músculos asociados. Consecuentemente, en la mayoría de los casos hay muchos ligamentos que contribuyen sinérgicamente a la estabilidad dinámica de la rodilla; mientras que los esfuerzos combinados de ligamentos y otros tejidos blandos suministran a la rodilla buena estabilidad en condiciones cuando las cargas aplicadas a la articulación son moderadas. La tensión aplicada a estos tejidos durante alguna actividad agresiva (detener o cambiar con rapidez la dirección en ciertos deportes) suele exceder a su fuerza. Por esta razón se requieren fuerzas estabilizadoras adicionales para mantener la rodilla en una posición donde la tensión en los ligamentos permanezca dentro de un rango seguro. Las fuerzas compresivas de la rodilla, resultantes del soporte del peso del cuerpo y las cargas aplicadas a los segmentos articulares por actividad muscular, suministran estas fuerzas estabilizadoras.

La articulación de la rodilla realiza fundamentalmente sus movimientos en dos planos perpendiculares entre sí: flexoextensión en el plano sagital (eje

frontal), y rotación interna y externa en el plano frontal (eje vertical), (figura 1.5). Para los movimientos debe tenerse en cuenta que el espesor y el volumen de un ligamento son directamente proporcionales a su resistencia e inversamente proporcionales a sus posibilidades de distensión.

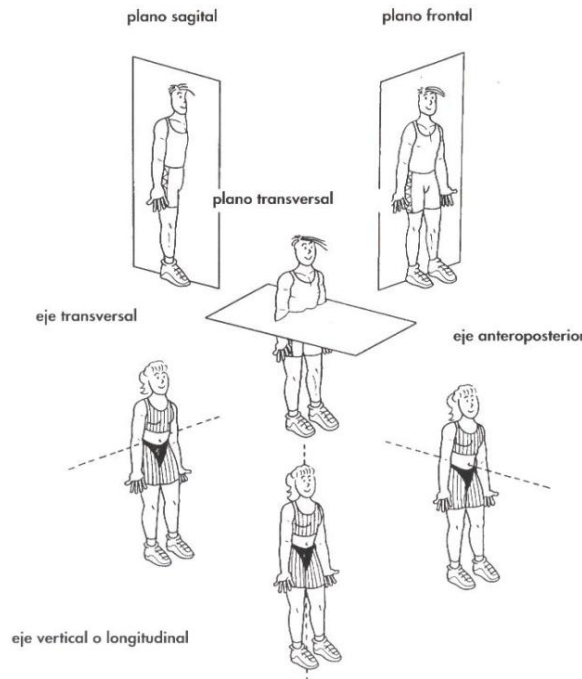


Figura 1.5. Planos y ejes anatómicos.

1.1.2. Movimientos de flexión y extensión

Los movimientos de flexión y extensión de la rodilla se realizan alrededor de un eje frontal, bicondíleo, que pasa los epicóndilos femorales. La cara posterior de la pierna se aproxima a la cara posterior del muslo en el curso de la flexión, pero sucede lo contrario durante el movimiento de extensión. A partir de la posición 0° (posición de reposo: cuando el muslo y la pierna se prolongan entre sí en línea recta, formando un ángulo de 180°), la flexión de la pierna alcanza en promedio 130° ; pero el límite máximo de la amplitud de ese movimiento no es este, pues tomando el pie con una mano puede ampliarse. La flexoextensión de la rodilla resulta de la suma de dos movimientos parciales que ejecutan los cóndilos femorales: un movimiento de rodado, similar al que realizan las ruedas de un vehículo sobre el suelo, y un movimiento de deslizamiento de aquellos sobre las cavidades glenoideas; este último de mayor amplitud que el primero. El movimiento de rotación o rodado tiene lugar en la cámara femoromeniscal, y la fase de deslizamiento, en la meniscotibial. En los movimientos de flexión-

extensión la rótula se desplaza en un plano sagital. A partir de su posición de extensión, retrocede y se desplaza a lo largo de un arco de circunferencia, cuyo centro está situado a nivel de la tuberosidad anterior de la tibia y cuyo radio es igual a la longitud del ligamento rotuliano. Al mismo tiempo, se inclina alrededor de 35° sobre sí misma, de tal manera que su cara posterior, que miraba hacia atrás, en la flexión máxima está orientada hacia atrás y abajo; por tanto, experimenta un movimiento de traslación circunferencial con respecto a la tibia. En la transición de la fase de balanceo a la fase de apoyo, la flexión de la rodilla funciona como un amortiguador para ayudar en la aceptación del peso.

Las limitantes del movimiento de flexión son: a) la distensión de los músculos extensores (cuádriceps crural), b) la masa de los músculos flexores en el hueco poplíteo, y c) el segmento posterior de los meniscos. Por otro lado, las limitantes del movimiento de extensión son: a) la distensión de los músculos flexores, b) el segmento anterior de ambos meniscos, c) la distensión de la parte posterior del manguito capsuloligamentoso, y d) los dos ligamentos laterales, que al estar situados por detrás del eje de movimientos, se ponen cada vez más tensos a medida que el movimiento de extensión progresa.

1.1.3. Movimientos de rotación

Los movimientos de rotación de la rodilla consisten en la libre rotación de la pierna, o sea, en que tanto la tibia como el peroné giran alrededor del eje longitudinal o vertical de la primera, en sentido externo o interno. La rodilla puede realizar solamente estos movimientos de rotación cuando se encuentra en posición de semiflexión, pues se producen en la cámara distal de la articulación y consisten en un movimiento rotatorio de las tuberosidades de la tibia, por debajo del conjunto meniscos-cóndilos femorales. En la extensión completa de la articulación, los movimientos de rotación no pueden realizarse porque lo impide la gran tensión que adquieren los ligamentos laterales y cruzados. La máxima movilidad rotatoria activa de la pierna se consigue con la rodilla en semiflexión (90°). La rotación externa es siempre más amplia que la interna (cuatro veces mayor, aproximadamente). En la rotación interna, el fémur gira en rotación externa con respecto a la tibia y arrastra la rótula hacia afuera: el ligamento rotuliano se hace oblicuo hacia abajo y adentro. En la rotación externa sucede lo contrario: el fémur lleva la rótula hacia adentro, de manera que el ligamento rotuliano queda oblicuo hacia abajo y afuera, pero más oblicuo hacia fuera que en posición de rotación indiferente. La capacidad de rotación de la articulación de la rodilla confiere a la marcha humana mayor poder de adaptación a las desigualdades del terreno y, por consiguiente, mayor seguridad. Los movimientos

de rotación desempeñan una función importante en la flexión de las rodillas, cuando se pasa de la posición de pie a la de cuclillas. La capacidad de rotación de la rodilla permite otros movimientos, por ejemplo: cambiar la dirección de la marcha, girar sobre sí mismo, trepar por el tronco de un árbol y tomar objetos entre las plantas de los pies.

Cuando la rodilla se extiende, el pie se mueve en rotación externa; a la inversa, al flexionar la rodilla, la pierna gira en rotación interna. En los movimientos de rotación axial, los desplazamientos de la rótula en relación con la tibia tienen lugar en un plano frontal; en posición de rotación indiferente, la dirección del ligamento rotuliano es ligeramente oblicua hacia abajo y afuera. Los dos ligamentos cruzados limitan el movimiento de rotación interna, que aumentan su cruzamiento, y deshacen este último cuando la pierna rota internamente, por lo que no pueden restringir este movimiento de manera alguna. El movimiento de rotación externa es limitado por el ligamento lateral externo, que se tuerce sobre sí mismo, y por el tono del músculo poplíteo.

Al igual que sucede en los movimientos de flexoextensión, los meniscos también se desplazan en el curso de los movimientos rotatorios de la pierna; desplazamientos en los cuales reside la causa de su gran vulnerabilidad. Las lesiones meniscales solamente se pueden producir en el curso de los movimientos articulares, y no cuando la rodilla se encuentra bloqueada en extensión. Combinaciones incoordinadas de los movimientos de rotación (sobre todo la interna), que hundan el menisco en el ángulo condilotibial, conjugado con los movimientos de flexión y extensión, son causantes de tales lesiones meniscales (figura 1.6).



Figura 1.6. Lesiones meniscales.

1.1.4. Desplazamientos en la articulación femorrotuliana

El movimiento normal de la rótula sobre el fémur durante la flexión es una traslación vertical a lo largo de la garganta de la tróclea y hasta la escotadura

intercondílea. El desplazamiento de la rótula equivale al doble de su longitud (8 cm) y lo efectúa mientras gira en torno a un eje transversal; en efecto, su cara posterior, dirigida directamente hacia atrás en posición de extensión, se orienta hacia arriba cuando la rótula, al final de su recorrido, se aplica en la flexión extrema, debajo de los cóndilos, por lo cual se trata de una traslación circunferencial.

1.1.5. Desplazamientos de la rótula sobre la tibia

La rótula efectúa dos clases de movimientos con respecto a la tibia, según se considere la flexión-extensión o la rotación axial. Las fuerzas que actúan sobre la rodilla durante la marcha son: el peso del cuerpo, la fuerza de reacción del suelo, y las contracciones de los grupos musculares. El peso del cuerpo y las contracciones musculares originan un movimiento entre los elementos articulares mediante el desplazamiento de las superficies articulares entre sí. La fuerza resultante que cierra y equilibra al sistema que actúa sobre la articulación, sin producir movimiento, es la fuerza de reacción articular que comprime las superficies articulares entre sí.

Durante las actividades del miembro inferior se generan fuerzas en la rodilla: una de ellas en la articulación femororrotuliana y otra en la femorotibial, que a su vez puede descomponerse en una componente en el compartimento medial y otra en el lateral. Dichas fuerzas son las causantes del daño progresivo de las superficies articulares, al ir lesionando la estructura del cartílago con sus componentes de compresión, fundamentalmente, y de cizallamiento; este último se desprecia en los estudios biomecánicos, por ser prácticamente inexistente, debido al bajísimo coeficiente de fricción cartílago-cartílago que obedece, por un lado, a las propiedades viscoelásticas de este y, por otro, a la lubricación proporcionada por el líquido sinovial.

La articulación femorotibial (FT) posee un movimiento tridimensional y, por tanto, 3 componentes de giro: angulación varovalgo (plano frontal, eje anteroposterior), rotación (plano transversal, eje vertical) y flexoextensión (plano sagital, eje transversal). También tiene tres componentes de desplazamiento: mediolateral, anteroposterior y compresión-separación; de los cuales solo es trascendente el segundo en un mecanismo combinado con el rodamiento de los cóndilos femorales sobre la tibia, guiado por el ligamento cruzado posterior, que predomina en los primeros grados de flexión y el desplazamiento al final de esta. El desplazamiento mediolateral resulta mínimo, atribuible a la congruencia articular proporcionada por los meniscos y las partes blandas (ligamentos y

contracción muscular). El movimiento de rotación suele ser automático e involuntario y de magnitud poco importante (nulo en extensión completa, con máximo de 10 a 90° de flexión); así pues, el movimiento principal es el de flexoextensión.

Conviene señalar que el grado de flexión de la rodilla en un ciclo de marcha, varía a lo largo de dicho ciclo. Este movimiento de flexoextensión no funciona como una simple bisagra, pues existe una combinación de flexoextensión con rotaciones, debida a la mayor dimensión proximodistal del cóndilo medial respecto al lateral. Asimismo, para el movimiento de flexión, el deslizamiento anteroposterior femorotibial aumenta la potencia del aparato extensor hasta en 30%, al obtener un momento mecánico más favorable. Debido al mecanismo de rotación automática descrito ocurre el fenómeno conocido como auto atornillamiento, el cual produce el bloqueo femorotibial en extensión completa, y aumenta la estabilidad articular al apoyar el talón durante la marcha. Dicho mecanismo tiene lugar durante la rotación externa progresiva, con la extensión de la rodilla en fase de balanceo, y provoca el bloqueo progresivo en los últimos 15° de extensión.

El centro instantáneo de rotación de la articulación FT para la flexoextensión se encuentra, en condiciones normales, en el fémur, aproximadamente en la inserción de los ligamentos colaterales en la perpendicular al punto de contacto y va desplazándose dorsalmente con la flexión, en una línea curva suave de concavidad craneal. Este desplazamiento es explicable por el deslizamiento femoral sobre la tibia durante la flexión. A causa de esta variación, los diferentes grupos musculares van variando su momento en un sentido que favorece su funcionamiento.

1.1.6. Prótesis de rodilla

Hoy en día existe gran cantidad de prótesis de rodilla en el mercado. Los médicos, protésicos y rehabilitadores utilizan como criterios para la selección de una prótesis de rodilla factores como: la edad, la salud, el nivel de amputación y el estilo de vida de la persona amputada. De acuerdo a lo anterior los médicos ofrecen sugerencias sobre el tipo de rodillas y opciones de estabilidad y movimiento que mejor se adapte a la persona. De la amplia gama de sistemas de rodilla, se destacan dos tipos, los cuales se basan principalmente en dos mecanismos: 1) el de eje simple, conocidas también como tipo bisagra y 2) las rodillas policéntricas, es decir con más de un eje, [11].

Características de la rodilla tipo bisagra (rodilla de eje simple)

Esta clase de rodilla funciona como una bisagra, permitiendo solamente la flexión y la extensión, (figura 1.7). Algunas de sus características son las siguientes:

- Debido a que su mecanismo es sencillo, la convierte en un mecanismo duradero.
- Debido a su simplicidad, su peso es bajo.
- Cuesta menos que otros sistemas de rodilla.
- No tiene control de posición, lo que significa que las personas con amputaciones deben usar sus músculos para mantener el equilibrio mientras están de pie.
- Suelen disponer de bloqueo manual para compensar la falta de control de posición.
- Suelen hacer uso de la fricción para evitar que la pierna oscile hacia adelante con demasiada rapidez al iniciar el siguiente paso.



1.7. Rodilla tipo bisagra (de eje simple).

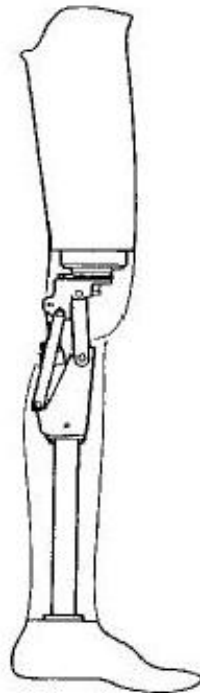
Características de la rodilla tipo policéntrica

Este tipo de rodilla es más compleja y permite mayor libertad de movimiento [12],[13] (figura 1.8). Algunas de sus características son las siguientes:

- Mantenimiento más frecuente en comparación con otros tipos de rodillas protésicas.
- Pesa más que las rodillas de tipo bisagra.
- Es muy estable durante la primera parte de la fase de apoyo (al iniciar el paso).
- Reduce la longitud de la pierna al iniciar el paso, disminuyendo el riesgo de tropezos.
- Se dobla en la fase de balanceo, es decir cuando la pierna está en el aire o cuando el usuario se sienta.
- Funciona bien en muchas personas con amputaciones, incluidas las que han

tenido problemas con otras rodillas protésicas o tienen una desarticulación de rodilla, amputaciones bilaterales de pierna o muñones largos.

- Tiene un sencillo control de balanceo que permite una velocidad de marcha ideal.
- Suele tener un control de balanceo de fluido (un pistón en el interior de un cilindro con aire o aceite) que permite diferentes velocidades de marcha.
- Puede limitar parte del movimiento de la rodilla pero no tanto como para suponer un problema.



1.8. Rodilla tipo policéntrica para prótesis transfemoral.

1.2. El pie y su mecánica articular

En cuanto a mecánica, el elemento más complejo del cuerpo humano es el pie. El pie está compuesto por 26 huesos, 33 articulaciones, 19 músculos y más de 100 tendones que lo convierten en un mecanismo todo terreno, capaz de adaptarse a cualquier superficie que pise y de recorrer miles de kilómetros a lo largo de nuestra vida. En un día, una persona realiza aproximadamente entre 8,000 y 10,000 pasos, lo que en un año daría más de 3 millones de pasos. Desde el punto de vista funcional distinguimos en el pie dos tipos de articulaciones: las de movimiento, constituidas por el tobillo y las articulaciones metatarsofalángicas e interfalángicas de los dedos; y las de adaptación, formadas por las restantes articulaciones del tarso posterior y el mediopié, cuya misión es adaptar el pie a la

marcha por terrenos irregulares, desempeñando así un papel de amortiguamiento en los requerimientos mecánicos del caminado (figura 1.9).

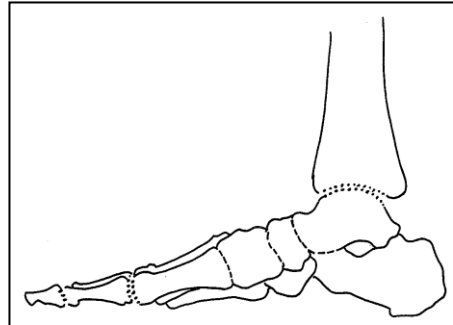


Figura 1.9. Articulaciones del pie. Las articulaciones de movimiento (líneas punteadas) son la tibioastragalina, las metatarsofalángicas y las interfalángicas. Las restantes son de amortiguación o adaptación (líneas continuas).

1.2.1. Movimientos del tobillo

La articulación del tobillo es la encargada de dos movimientos: la dorsiflexión y la flexión plantar, tal como se muestra en la figura 1.10. Por otro lado, la articulación subastragalina del tobillo es la encargada de los movimientos de inversión y eversión, los cuales son los movimientos del tobillo y de la pierna hacia el interior y hacia el exterior, durante la marcha (figura 1.11). Estos movimientos proveen al pie humano la habilidad para balancearse de lado a lado al caminar sobre terrenos irregulares. El pie debe compensar la irregularidad de la superficie para mantener el balance de la persona.



Figura 1.10. Movimiento flexión-extensión del tobillo.



Figura 1.11. Movimiento inversión-eversión del tobillo.

Si una prótesis intenta replicar la función del pie sano, ésta debe mostrar características de Inversión/Eversión. Si la persona encuentra un obstáculo en el camino, tal como se muestra en la figura 1.12, se podría generar un desplazamiento de la pierna a la posición A si la prótesis no tiene la habilidad de inversión/eversión, lo cual puede producir un desequilibrio que ocasione la caída. De lo contrario, si la prótesis tiene la habilidad de inversión/eversión, la pierna se mantiene en posición y equilibrio.

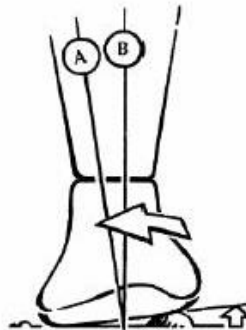


Figura 1.12. Movimiento inversión-eversión del tobillo.

Los movimientos de abducción y aducción del tobillo consisten en aproximar la punta del pie hacia el eje medio del cuerpo o alejarla de él, respectivamente, sin modificar el plano horizontal de apoyo. Este movimiento se realiza a expensas de la articulación subastragalina, aunque intervienen también articulaciones restantes de las que forma parte el astrágalo.

1.2.2. Movimientos de los dedos

Los movimientos de los dedos son simplemente de flexión plantar y dorsal. La amplitud del movimiento es más grande en el primer dedo conocido como dedo gordo (35° de flexión y 80° de extensión), y su limitación da lugar al típico

síndrome del dedo gordo rígido (hallux rigidus). Las restantes articulaciones matatarsófalgicas tienen un movimiento tanto de flexión como de extensión de aproximadamente 40°.

1.2.3. El pie como unidad

Se consideran tres ejes principales en el pie, tal como se muestra en la figura 1.13:

1. Un eje transversal (X-X') que pasa por los dosmaléolos, peroneal y tibial, responsable de los movimientos de flexoextensión y que corresponde al eje de la articulación tibiotarsiana.
2. Un eje longitudinal (Y-Y') vertical, que es la continuación del eje de la pierna y que condiciona los movimientos de abducción-aducción del pie.
3. Un tercer eje, el longitudinal del pie (Z-Z') horizontal y contenido en el plano sagital, que condiciona la orientación de la planta del pie y permite la pronosupinación.

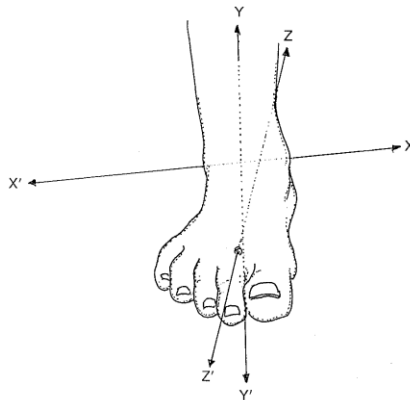


Figura 1.13. Ejes de carga del tobillo y pie.

Para la distribución del peso y las fuerzas están las estructuras trabeculares ósea, y las formaciones musculoligamentosas. El astrágalo distribuye el peso que le llega a la tibia, descomponiéndolo en tres fuerzas. De las cuales una se dirige al escafoides, otra va a la articulación subastragalina anterior y otra se dirige a la articulación subastragalina posterior. En general se distribuye al tarso anterior y al tarso posterior aproximadamente el 50%, teniendo en cuenta que las proporciones varían al colocar el pie en una pendiente, por ejemplo, con el uso de zapato con tacón alto, en cuyo caso aumenta mucho la proporción dirigida al tarso anterior (figura 1.14).

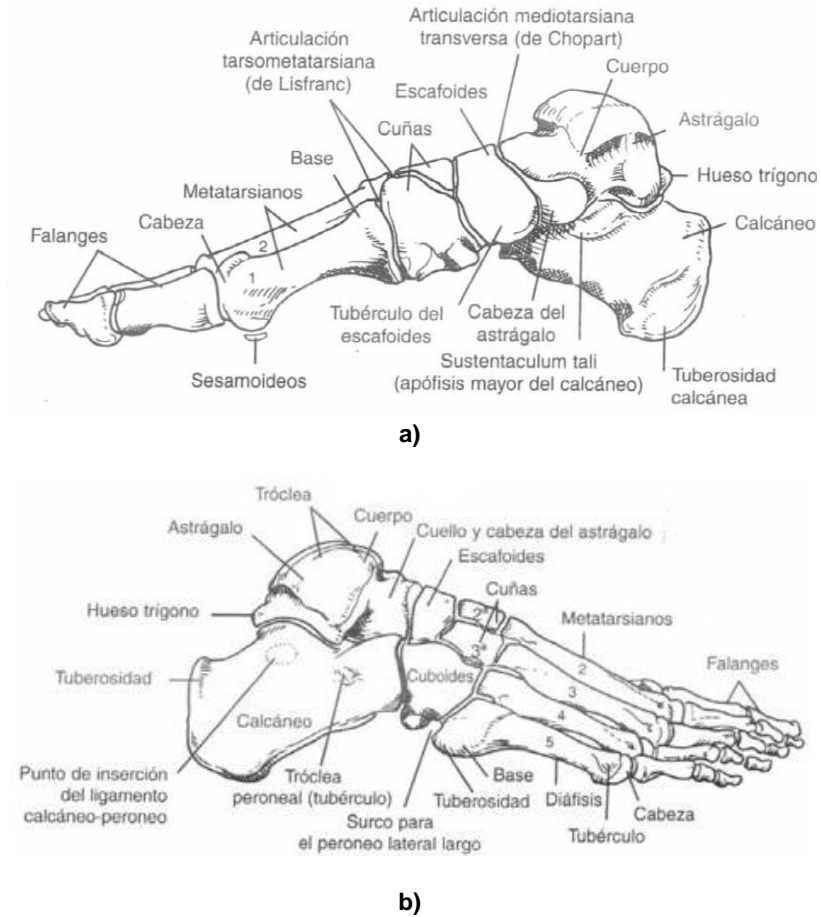


Figura 1.14. Partes que conforman al pie humano: a) vista medial, b) vista lateral.

Toda la planta del pie es un gran sistema amortiguador debido a la distribución especial de su grasa. Del periostio del calcáneo y la aponeurosis plantar salen unos tabiques fibrosos hasta la capa profunda de la dermis que retienen pequeños paquetes adiposos que se encuentran cerrados dentro de estas cavidades. La distribución de esta grasa es perpendicular a la piel (figura 1.15). La función de este sistema es amortiguar el impacto del talón y permitir su rodamiento con el suelo. En la parte anterior del pie la grasa se vuelve a acumular bajo la cabeza de los metatarsianos para permitir el rodamiento de los metatarsianos II al V. Solo el metatarsiano I rueda directamente sobre los sesamoideos que están fijos por el músculo flexor del dedo gordo. Durante la carrera los picos de fuerza sobre la planta del pie pueden llegar a ser de 9 a 13.3 veces el peso del cuerpo.

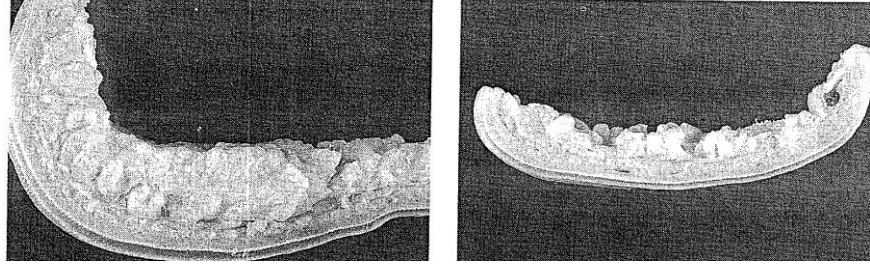


Figura 1.15. Grasa de la planta del pie: a) vista lateral de la sección longitudinal del talón, b) vista frontal de la sección frontal del apoyo metatarsiano.

La grasa del pie actúa como el neumático de un vehículo, rodando y amortiguando. Es muy difícil sustituir la piel y la grasa de la planta del pie ya que este sistema está conformado por compartimientos que lo hacen tan resistente a impactos y a las presiones. Es importante destacar que en toda la piel plantar existe también inervación sensible a las presiones (conocidos también como corpúsculos de Paccini) y terminaciones libres que intervienen en la propioceptividad de la marcha y el equilibrio, actuando como un órgano cibernético de elaboración y utilización de información.

1.2.4. Nivel de funcionalidad de la persona con discapacidad

Según la Agencia de Administración de Financiamiento para el Cuidado de la Salud (HCFA) en Estados Unidos de América [14], la asignación de la mejor prótesis a una persona con discapacidad se rige por su nivel de funcionalidad, el cual se mide de acuerdo a: el nivel de actividad, el potencial de rehabilitación, la profesión, el peso y el nivel de amputación. Los niveles de funcionalidad son:

- Nivel 0: No tiene la habilidad o el potencial para caminar de forma segura con o sin asistencia y la prótesis no mejora su calidad de vida o movilidad.
- Nivel 1: Tiene la habilidad o potencial para caminar con una prótesis solo en superficies regulares. Típico de personas dentro de sus hogares, que pueden caminar con o sin ayuda.
- Nivel 2: Tiene la habilidad o potencial para caminar, con capacidad para atravesar barreras como curvas, escaleras o superficies irregulares. Típico de personas que caminan dentro de su comunidad.
- Nivel 3: Tiene la habilidad o potencial para caminar, con capacidad para atravesar las barreras más comunes. Además la persona puede desarrollar actividades terapéuticas o de ejercicio que demandan una prótesis para más que una simple marcha.

Nivel 4: Tiene la habilidad o potencial para caminar, con capacidad para atravesar barreras no comunes, enfrentando situaciones de alto impacto o esfuerzo. Típico de personas activas, niños o adultos, o atletas.

1.2.5. Prótesis de pie

Lo pesado y voluminoso de los pies protésicos antiguos ha evolucionado en diseños contemporáneos más ligeros y fabricados de plásticos de alta tecnología y compuestos de fibra de carbono. Desde siempre se ha buscado imitar la función del pie humano. Este rasgo singular hace que la marcha sea más fácil y menos pesada, mientras incrementa la comodidad y control del usuario. En realidad, un pie protésico es con frecuencia una combinación de pie, tobillo y talón. Esta puede ser una estructura compuesta o metálica, o puede tener una cubierta cosmética que proporciona la apariencia de un pie y tobillo humano. Algunos pies tienen la característica adicional de ser ajustables. Esto incrementa la estabilidad del usuario, sobre rampas, escaleras, terreno áspero y superficies irregulares. Actualmente, la limitación de una prótesis de pie se mide por la capacidad de representar la dinámica de un pie sano. Esta dinámica incluye características como la *Flexión-Dorsiflexión*, la *Eversión-Inversión*, la *Abducción-Aducción*, el retorno de energía y la absorción de impacto [15],[16].

En el mercado se cuenta con gran variedad de alternativas disponibles en cuanto a pies protésicos, por lo tanto conviene ubicar esta diversidad de prótesis dentro de categorías generales y analizar cada una. Estas categorías quedarán de la siguiente manera:

- Pies básicos
- De respuestas dinámica
- De alto desempeño

Pies básicos

Los pies protésicos básicos se dividen en dos categorías: el pie SAFE (por sus siglas en inglés Solid Ankle Flexible Endoskeleton) y el pie SACH (por sus siglas en inglés Solid Ankle Cushioned Heel). Estos diseños de pies protésicos se fabrican a base de espuma de uretano o neopreno crepé, están moldeados sobre un núcleo de madera y conformados de forma muy semejante a un pie humano. Los pies básicos ofrecen amortiguamiento y absorción de energía, pero no tienen la capacidad de almacenar y liberar energía, por lo que no son considerados

dinámicos. Como este tipo de prótesis no cuentan con partes movibles, están libres de mantenimiento. Los pies SAFE y SACH son utilizados frecuentemente en prótesis temporales y son considerados como la primera prótesis del paciente; ya que eventualmente son reemplazadas mediante un tipo de pie más dinámico. Los pies protésicos básicos también pueden ser de eje sencillo o eje múltiple en sus diseños. La palabra "eje" se refiere a los movimientos naturales del pie y tobillo humano, los cuales ocurren sobre tres diferentes planos: Sagital (Flexión – Eversión), Transversal (Abducción – Aducción), y Frontal (Eversión – Inversión).

Los pies protésicos que funcionan sobre dos o tres ejes, proveen mayor superficie de contacto para el pie, mejorando la estabilidad del usuario. En la siguiente figura 1.16, se muestran algunos ejemplos de pies protésicos básicos.



Figura 1.16. Ejemplos de pies protésicos básicos: a) fabricante Ohio Willow Wood, b) fabricante Otto Bock, c) fabricante Ossur.

Pies de respuesta dinámica

Los pies de respuesta dinámica tienen la capacidad de almacenar y liberar energía durante la caminata del usuario. Los pies de respuesta dinámica son mucho más que resortes sofisticados que amortiguan cuando los talones contactan el terreno y utilizan la energía absorbida para impulsar el pie hacia adelante, dentro de la media estancia y después, dentro del despegue de los dedos. La acción de resorte en el despegue de los dedos, propulsa la prótesis hacia la fase de balanceo de la marcha, y después el patrón se repite. Ya sea que se camine sobre una superficie nivelada, o se suban o bajen rampas y escaleras, o que corra, el patrón del paso del ciclo de caminado del pie protésico es una réplica del pie humano: contacto de tacón, media estancia, despegue de los dedos, balanceo. Este tipo de pie proporciona un buen "retorno de energía", lo que significa que un alto porcentaje de la energía empleada, cuando el usuario camina hacia adelante, es almacenada dentro del sistema del pie y después se

regresa al sistema como un momento, en cada paso sucesivo.

La mayoría de los pies de respuesta dinámica se caracterizan por un diseño de dedos divididos, el cual adicionalmente incrementa la estabilidad mediante la imitación del eje de inversión y eversión del pie y tobillo humano. Algunos ejemplos de pies de respuesta dinámica, muy apropiados para la comunidad de caminadores se observan en la figura 1.17. Los porcentajes de retorno de energía, para este nivel de pies dinámicos, pueden alcanzar el 90% o más. Algunas veces los pies de respuesta dinámica incluyen amortiguadores en el antepié, media estancia y talón, y bujes en el tobillo para ayudar a controlar el alineamiento. Estos rasgos singulares adicionales juegan un papel importante en amortiguar y absorber el impacto sobre la extremidad residual y ayudar a crear un patrón del paso más fluido. Los amortiguadores y los bujes son por lo general personalizados mediante el protesista, para acomodarse al nivel de actividad y peso corporal de cada individuo.



Figura 1.17. Ejemplos de pies de respuesta dinámica: a) fabricante College-Park industries, b) fabricante Otto bock, c) fabricante Ossur Ohio willow Wood.

Pies de alto desempeño

Este grupo de pies protésicos son utilizados no solo por atletas que buscan obtener una ventaja competitiva con estos pies, sino para adultos mayores que pueden ganar mucho en su movilidad. Con el retorno de energía alcanzando el 95 % o más, los pies de alto desempeño son para cualquier persona amputada quien desea ser más activo y simultáneamente sentirse más cómodo. En la cumbre de la categoría de alto desempeño están los pies diseñados específicamente para correr. Estos están considerados para ser de alto impacto y principalmente son utilizados por atletas de alto rendimiento. Algunos de estos pies pueden poseer la característica de tener talones ajustables, proporcionando a los usuarios un mayor control sobre su flexión plantar y dorsal, lo cual es el movimiento hacia arriba y hacia abajo en el tobillo, y que permite que la pierna se mueva sobre y

adelante del pie durante la marcha. En la figura 1.18 se muestran algunos ejemplos de pies protésicos de alto desempeño.



Figura 1.18. Ejemplos de pies de alto desempeño: a) fabricante Otto bock, b) fabricante Ohio, c) fabricante Ossur.

1.3. Encaje

El diseño del encaje juega un papel importante en una prótesis transfemoral, ya que este proporciona estabilidad a la rodilla. El encaje es la pieza más importante de un dispositivo protésico, actualmente existe gran cantidad de técnicas, estilos y formas para su manufactura. Los materiales empleados para su construcción han variado a través del tiempo, ya que se registran encajes elaborados con madera, hierro fundido, cuero, etc. hasta los materiales usados actualmente como son las resinas poliéster, el silicón, el grafito, la fibra de vidrio y la fibra de carbono [17]-[21].

Los amputados de miembro inferior han identificado dos características importantes y vitales para una prótesis: la comodidad y la movilidad. Estos dos elementos son influenciados por su funcionamiento biomecánico y por la transferencia de fuerzas que se registran en la interface muñón/encaje. Por lo anterior, en el muñón se deben identificar exactamente las zonas que pueden tolerar mejor la transferencia de fuerzas, así como aquéllas que son menos tolerantes a la presión. El encaje como interface piel/dispositivo, tiene que ser diseñado correctamente para alcanzar la transmisión satisfactoria de las fuerzas, la estabilidad, y el control eficiente para la movilidad. En el diseño del encaje se deben modificar las áreas que tienen excedentes de carga, para distribuirlas de manera uniforme sobre el muñón, para tal efecto se han realizado ya varios estudios para evaluar y cuantificar la distribución de cargas, ya sea por medidas

clínicas o modelación computacional. Entre estos estudios destaca el realizado por Marque A. T. Madsen [22], en el cual a través de un dispositivo que permite someter el muñón a condiciones de carga y haciendo uso de la tomografía computarizada (CT), obtiene imágenes CT del muñón sometido a las cargas medias y completas del peso corporal. Otro estudio realizado por Convery YP [23], reporta haber usado 350 sensores de presión en la pared interna del socket de una prótesis transtibial, para medir la distribución de los esfuerzos dinámicos que se generan en la interfaz muñón/socket cuando el paciente se encuentra en movimiento. Por otro lado, S.G. Zachariah [24] realizó el modelado de un muñón transtibial mediante un programa de elemento finito, a partir de imágenes CT, para obtener la distribución de esfuerzos en la interface muñón/encaje bajo carga y considerando la fricción que existe en la interface. Para disminuir los esfuerzos en la interfaz muñón/encaje, Mark R. Pitkin [25] propone modificar el ángulo de la dorsiflexión del sistema protésico pie/tobillo, tratando de simular la biomecánica de un pie biológico humano.

Se puede apreciar que la tendencia en el diseño del encaje es lograr una óptima interface muñón/encaje, a través de tres líneas principales:

1. La búsqueda del material adecuado.
2. La modificación de la dorsiflexión del sistema tobillo/pie.
3. El diseño del encaje dinámico o bajo carga.

El objetivo de estos tres puntos es obtener un funcionamiento semejante a un miembro inferior biológico, así como también una conjunción óptima de estos tres factores, lo que podría culminar en un sistema ideal en el diseño del encaje.

Para lograr un buen control del encaje y aplicar el tipo de rodilla protésica más conveniente, se requerirán distalmente por lo menos 10 cm desde la sección del fémur hasta la articulación de la rodilla, y un mínimo de 15 cm desde el periné a la sección del fémur, tal como se muestra en la figura 1.19 [26].

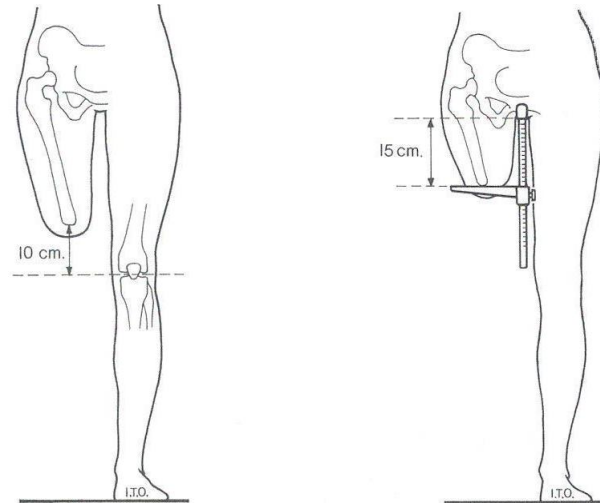


Figura 1.19. Medidas para un buen control del encaje.

1.3.1. Tipos de encajes

Los tipos de encajes identificados son el convencional, el cuadrangular y el de contacto total.

Encaje convencional

En este tipo de encajes el peso del paciente se soporta principalmente en la región glútea, la tuberosidad isquiática y las zonas lateral y medial del muñón. En cambio la región distal queda totalmente abierta y no soporta carga alguna. La forma que presenta este tipo de encaje es cónica y el borde proximal tiene la misma altura medial, lateral, anterior y posterior. Este tipo de encaje es conocido con el nombre de tapón, debido a que el muñón se inserta dentro de él, de forma similar como lo hace un tapón. El principal inconveniente es que la presión resulta excesiva sobre las zonas óseas y grupos musculares, y en cambio no se ajusta sobre las partes blandas. Ello produce una acción de pistón entre el muñón y el encaje, que hace necesaria la ayuda de un cinturón y a veces de una articulación mecánica de cadera para retener la prótesis (figura 1.20). Este sistema constituye una fuente de problemas porque limita la movilidad de la prótesis y dificulta la acción de sentarse. El hecho de concentrar el soporte del peso en el borde proximal del encaje, produce estiramientos cutáneos, lesiones y erosiones sobre esta zona. Además, al quedar suspendida y constreñida por su base, la zona distal del muñón no se irriga correctamente, originando a menudo la formación de edemas a este nivel. Por lo general este tipo de encajes se construían en cuero moldeado, madera o aluminio.

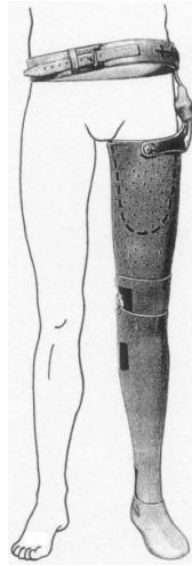


Figura 1.20. Encaje del tipo convencional.

Encajes cuadrangulares

Difieren sustancialmente de la forma cilíndrica del muñón. Las diferencias se originan de las modificaciones realizadas con el fin de distribuir las presiones. El interior del encaje lo forman cuatro lados de contorno irregular con entrantes y salientes. Los entrantes sirven para presionar determinadas áreas de tejido blando con el fin de ayudar a soportar peso, mientras que los salientes evitan presiones excesivas sobre los músculos en contracción, tendones y puntos óseos prominentes (figura 1.21a).

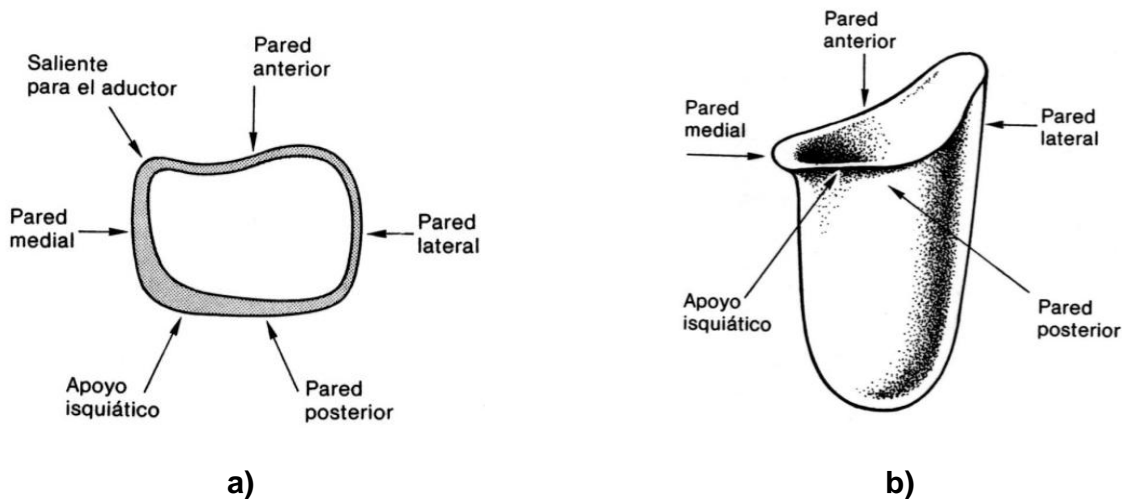


Figura 1.21. Encaje del tipo cuadrangular: a) vista superior, b) vista 3D.

Una característica importante en este tipo de encaje es que la altura de los lados del encaje es diferente. La pared o lado medial transcurre horizontal a 1.5 cm por debajo del perineo y se une a la pared posterior, de igual altura, hasta unos 2/3 de la longitud total, donde comienza a ascender hasta alcanzar el nivel más alto a la mitad de la longitud de la pared lateral. A partir de aquí, desciende de nuevo hasta situarse en la pared anterior, por debajo del pliegue inguinal, para unirse finalmente a la pared medial a la misma altura de aquélla. Las alturas diferentes obedecen a causas concretas. La parte anterior, unos 7 cm más alta que la posterior, tiene la misión de no permitir el desplazamiento del muñón hacia delante y mantener el isquion sobre su apoyo (figura 1.21b).

La zona medial no debe presionar el perineo cuando el paciente camina o está de pie. La región posterior es horizontal al suelo y se sitúa por debajo de la tuberosidad isquiática. Es el punto principal de soporte del peso del amputado. La pared lateral asciende en su punto medio aproximadamente unos 10 cm, con respecto a la zona perineal. Es el lado más alto y tiene por misión contribuir a que el amputado no se balancee durante la marcha (figura 1.22).

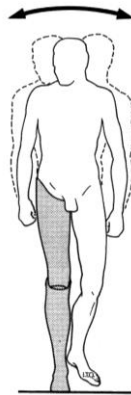


Figura 1.22. Evitando el balanceo mediante la elevación de la pared lateral del encaje.

Encaje de contacto total

La característica más importante de los encajes totales actuales es que están en contacto total con el muñón, incluyendo su extremo distal. Este tipo de encajes presentan evidentemente mejoras con respecto a los encajes convencionales:

- Contribuyen a normalizar la circulación sanguínea del muñón y ayudan al retorno venoso. Esto evita la formación de edemas y problemas dermatológicos.
- Aumentan el área de soporte del peso del cuerpo y distribuyen mejor los puntos de presión.

- Estimulan la respuesta sensorial del muñón, proporcionando al amputado un buen control de su prótesis.

Biomecánicamente, el encaje de contacto total distribuye la carga de la siguiente manera: las fuerzas aplicadas por el muñón al encaje han de ser iguales al peso soportado por la prótesis. En la figura 1.23a se observa que las fuerzas del encaje están representadas por f_1, f_2, f_3, f_4, f_5 y f_6 . Los componentes verticales de estas fuerzas que se oponen a la fuerza P (correspondiente al peso) descendente, serán las que realmente actúan. En la figura 1.23b se representan los componentes verticales por a_1, a_2, a_3, a_4, a_5 y a_6 . La suma de estos componentes verticales es igual y opuesta a P .

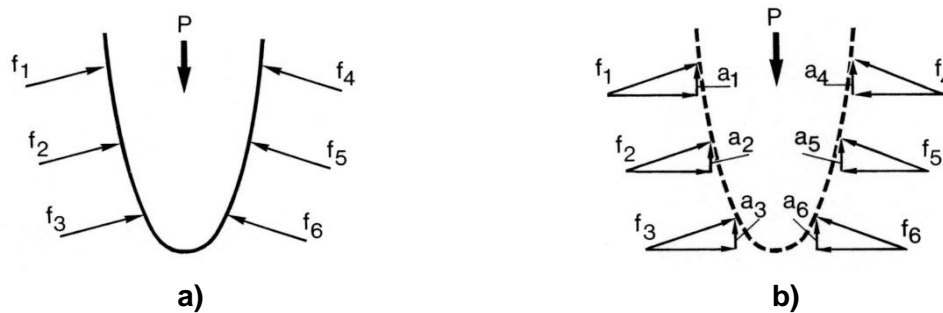


Figura 1.23. Fuerzas en el encaje: a) fuerzas del encaje b) descomposición de las fuerzas del encaje.

1.4. Patrón de caminado humano

Una vez realizado el análisis articular de la rodilla y del pie, así como aspectos importantes del encaje, ahora es necesario entender cómo se comporta la pierna en conjunto durante el caminado normal. Para esto se estudiará la biomecánica del caminado humano que describe el comportamiento de las diferentes partes que conforman la pierna humana durante el caminado normal.

El Dr. Pedro Vera Luna en su libro [27] describe el caminado humano como *"una serie de movimientos alternantes, rítmicos, de las extremidades y del tronco que determinan un desplazamiento hacia delante del centro de gravedad"*.

De acuerdo a la revisión bibliográfica sobre el caminado humano [27]-[31] el ciclo de caminado humano comienza cuando el pie hace contacto con el suelo y termina con un siguiente contacto al suelo de este mismo pie. En términos generales, se encuentran dos componentes importantes dentro de la marcha que son: la fase de apoyo y la de balanceo, y a su vez la de fase de apoyo alguna literatura la subdivide en apoyo y doble apoyo (ambos pies en contacto con el

suelo), pero otros estudios la dividen en cinco fases tal como se describirá más adelante. Como se puede observar en la figura 1.24, la marcha está en fase de apoyo cuando el pie está en contacto con el suelo y en balanceo cuando el pie pierde contacto con el suelo.

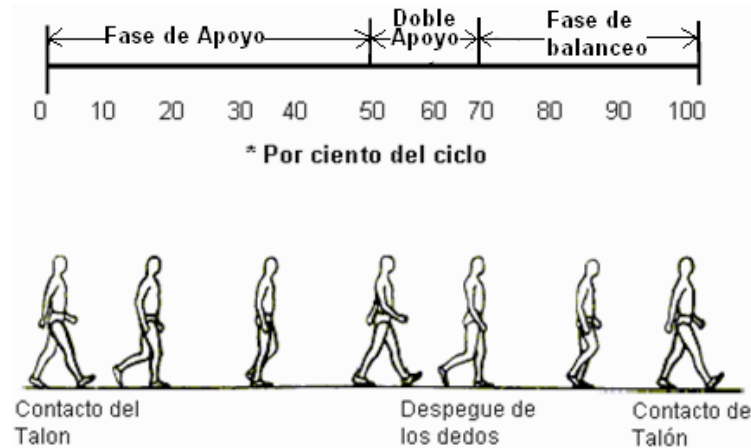


Figura 1.24. Ciclo de la marcha normal

En la tabla 1.1 se puede observar la cantidad relativa de tiempo que se emplea en cada fase del ciclo de la marcha a una velocidad normal.

Fase de caminado	% de ciclo
Apoyo	50
Balanceo	30
Doble apoyo	20

Tabla 1.1. Duración del ciclo de caminado.

Si se aumenta la velocidad de la marcha se aumenta el tiempo empleado en la fase de balanceo, y si se disminuye la velocidad, se presenta una relativa disminución del tiempo de balanceo. Además, el doble apoyo disminuye en duración cada vez que la velocidad aumenta, es decir que se debe tener en cuenta que el porcentaje de tiempo de ciclo empleado por el doble apoyo depende en gran parte de la velocidad de marcha.

Durante la marcha, la fase de apoyo se puede subdividir en cinco etapas:

1. Contacto del talón: se refiere al instante en el que el talón de la pierna referenciada toca el suelo.

2. Apoyo Plantar: se refiere al contacto de la parte anterior del pie con el suelo.
3. Apoyo Medio: ocurre cuando el trocánter mayor está alineado verticalmente con el centro del pie, visto desde un plano sagital. (Apoyo del pie con la tibia a 90°)
4. Elevación del talón: se presenta cuando el talón se eleva del suelo.
5. Despegue del pie: se presenta cuando los dedos se elevan del suelo.

De igual forma, la fase de balanceo se puede dividir en tres intervalos:

1. Aceleración: este intervalo se caracteriza por la rápida aceleración del extremo de la pierna inmediatamente después que los dedos dejan el suelo.
2. Fase de balanceo medio: la pierna balanceada sobrepasa a la otra pierna ya que ésta se encuentra en fase de apoyo.
3. Desaceleración: está caracterizado por la desaceleración de la pierna que se mueve rápidamente cuando se acerca al suelo para apoyarla nuevamente.

Es importante el conocimiento y la comprensión del patrón de caminado normal, ya que es la base para el tratamiento sistemático de caminado patológico, especialmente cuando se pretende aplicar una prótesis o una órtesis.

Capítulo 2

Análisis de algoritmos de reconstrucción 3D basados en visión para la obtención de trayectorias

Una vez realizado el análisis de la mecánica articular de la rodilla y el conjunto tobillo-pie, es conveniente determinar el algoritmo de reconstrucción por visión a utilizar para realizar la caracterización del caminado humano. Existen una gran variedad de técnicas de visión, cada una con características propias, y con ventajas y desventajas; algunas para aplicaciones muy específicas tales como: reconstrucción 3D, seguimiento, reconocimiento, monitoreo, realidad aumentada, inspección, etc., [32]-[34]. Muchos de estos métodos están basados en la calibración de las cámaras a través de estimaciones lineales [32],[35]-[38]; siendo el proceso de calibración una necesidad para poder extraer información métrica a partir de imágenes 2D del mundo 3D [32],[35],[38],[39]. Otros métodos considerados como libres de calibración están basados en estimaciones no lineales [40]-[42]. En este capítulo se presenta un análisis de algunos de los algoritmos comúnmente utilizados para la reconstrucción de trayectorias 3D utilizando visión. El propósito es identificar el algoritmo que conduzca al menor error de reconstrucción. Se analizan dos algoritmos correspondientes a métodos lineales y un tercer algoritmo correspondiente a un método no lineal.

2.1. Calibración de cámara

El proceso de calibración de una cámara consiste en determinar los parámetros intrínsecos y extrínsecos de la misma. Este proceso se puede realizar en dos pasos. Primero se estima la matriz de proyección P conocida también como matriz de calibración y después se estiman los parámetros intrínsecos y extrínsecos de la cámara a partir de la matriz de proyección P estimada en el paso anterior. En algunas aplicaciones tales como la obtención de trayectorias, este segundo paso no es necesario. Los parámetros intrínsecos (internos de la cámara) se refieren a: distancia focal, coordenadas del punto principal, parámetros de la distorsión radial y tangencial. Los parámetros extrínsecos se refieren a la rotación y translación, que representan la localización y orientación (pose) de la cámara relativa a una imagen en un sistema de coordenadas.

La estimación de la matriz de proyección P se puede realizar partiendo de diferentes escenarios conocidos o desconocidos. En el caso de escenarios conocidos se utiliza un patrón de calibración, el cual puede ser de un solo plano o de múltiples planos. En un patrón de un solo plano todos los puntos están en el mismo plano. Por tanto, tienen la ventaja de reducir el ruido en las coordenadas del patrón, ya que una de las coordenadas 3D es nula. Por otro lado, los patrones de múltiples planos pueden ser de dos tipos: 1) aquellos que necesitan conocer la relación entre los planos, generalmente, se opta por que formen un diedro, es decir, dos planos que forman un ángulo de 90° ; 2) aquellos en los que no es necesario conocer la relación entre las posiciones de los planos, generalmente, pueden ser adquisiciones sobre el mismo patrón variando la colocación del mismo o realizando movimientos de la cámara.

En este trabajo se tiene una escena conocida mediante un patrón de calibración de tres planos, [32],[36],[39], el cual se muestra en la figura 2.1; este patrón mide $230 \times 230 \times 230$ mm. En el patrón de calibración se sitúa una serie de puntos cuyas posiciones respecto al sistema de coordenadas del mundo 3D son conocidas. Enseguida se captura una imagen de la escena y se obtiene la posición en píxeles de los correspondientes puntos en la imagen.

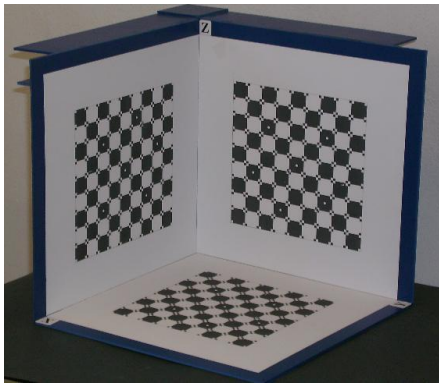


Figura 2.1. Patrón de calibración.

La matriz de calibración puede obtenerse mediante técnicas computacionales lineales y no lineales, explícitas e implícitas, en un paso y múltiples pasos.

Computación lineal vs no lineal

Lineal. Usan técnicas de resolución de sistemas de ecuaciones lineales. Son muy simples de implementar y muy rápidos.

No lineal. Se basan en el uso de métodos iterativos. Generalmente, se requiere una buena aproximación inicial obtenida de un método lineal. Son mucho más lentos, pero permiten resolver modelos de cámara más complejos que incluyen un mayor número de parámetros.

Calibración explícita vs implícita

Explícita. Se obtienen los valores de cada uno de los parámetros que forman el modelo.

Implícita. Se obtienen, generalmente, matrices de transformación que contienen el conjunto de todos los parámetros. No se puede conocer el valor exacto de algunos parámetros.

Calibración en un paso vs multipasos

Un solo paso. En cada ciclo del proceso de resolución se actualizan todos los parámetros a la vez.

Multipaso. En cada fase se obtiene un conjunto distinto de parámetros, usando aproximaciones en los primeros pasos para aquellos que aún no se hayan calculado y aplicando los resultados que se van obteniendo en los siguientes pasos.

2.1.1. Modelo de cámara de orificio (Pin-hole)

El modelo de cámara de orificio conocido como "pin-hole", explica cómo un punto en el espacio se proyecta en el plano de una imagen (2D) de una cámara; es decir es una forma de modelar el proceso de formación de imágenes en las cámaras. La gran mayoría de los procedimientos de calibración se basan en este modelo, que es el modelo más simple que se puede obtener de una cámara. La correspondencia entre un espacio físico tridimensional y el plano de una imagen bidimensional obtenido mediante una cámara se puede generar utilizando una proyección en perspectiva descrita por medio del modelo de cámara de orificio. Cuando un punto de coordenadas (X_i, Y_i, Z_i) referidas a un sistema de coordenadas unidas a la cámara es detectado, las coordenadas del punto correspondiente en el plano de la imagen (x_{ci}, y_{ci}) , tal como se observa en la figura 2.2, pueden modelarse con gran precisión usando una proyección en perspectiva descrito mediante las siguientes ecuaciones:

$$x_{ci} = f \frac{X_i}{Z_i} \quad , \quad y_{ci} = f \frac{Y_i}{Z_i} \quad (2-1)$$

donde f es la distancia focal efectiva de la cámara. Cabe resaltar que el eje Z siempre está dirigido en la dirección del eje óptico de la cámara. Los puntos especificados en el marco de referencia unido a la cámara pueden ser referidos a un segundo sistema coordenado x,y,z aplicando la siguiente relación:

$$\begin{bmatrix} X_i \\ Y_i \\ Z_i \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e_1^2 + e_2^2 - e_3^2 - e_4^2 & 2(e_2e_3 + e_1e_4) & 2(e_2e_4 - e_1e_3) & X_o \\ 2(e_2e_3 - e_1e_4) & e_1^2 - e_2^2 + e_3^2 - e_4^2 & 2(e_3e_4 + e_1e_2) & Y_o \\ 2(e_2e_4 + e_1e_3) & 2(e_3e_4 - e_1e_2) & e_1^2 - e_2^2 - e_3^2 + e_4^2 & Z_o \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_i \\ y_i \\ z_i \\ 1 \end{bmatrix} \quad (2-2)$$

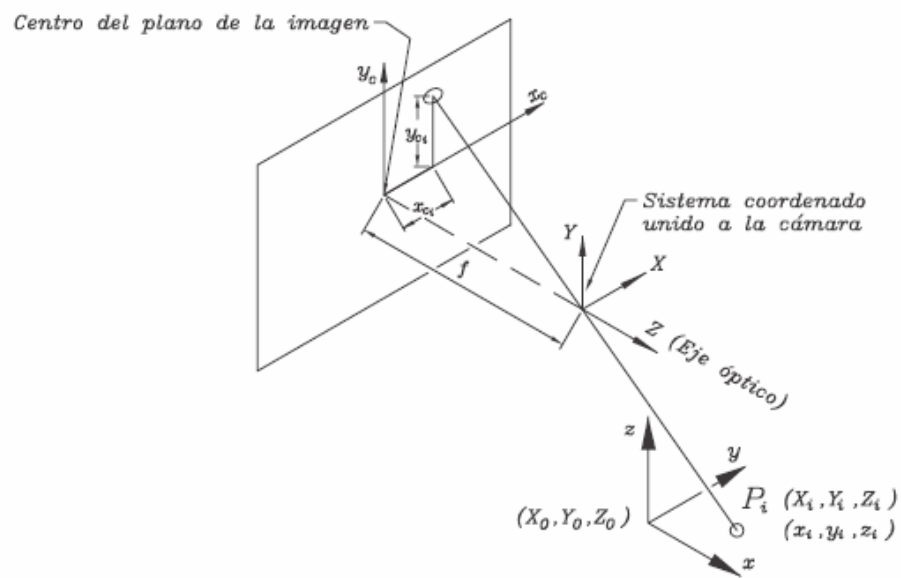


Figura 2.2. Sistema de referencia unido a la cámara.

2.2. Métodos de reconstrucción por visión

Los tres métodos de reconstrucción 3D más comunes encontrados en la literatura se listan a continuación:

1. Método lineal basado en la solución homogénea de la matriz de calibración a través de la descomposición en valores singulares (SVD) [32],[39],[43],[44].
2. Método lineal basado en la solución no homogénea de la matriz de calibración, [32],[35]-[37],[39],[43]-[45].
3. Método no lineal llamado método de manipulación de espacio de cámara (CSM) [40],[41],[46], utilizando un proceso iterativo.

Los dos primeros métodos correspondientes a métodos lineales, requieren de la calibración de cámaras.

2.2.1. Método lineal basado en la solución homogénea de la matriz de calibración mediante la descomposición en valores singulares (SVD).

Este método resuelve la calibración mediante la descomposición en valores singulares de una matriz que forma el sistema de ecuaciones que proyecta un punto del espacio en el plano imagen de la cámara [32],[35],[43],[44]. Lo que se obtiene es una matriz de proyección a partir de la cual se extraen todos los parámetros, tanto los extrínsecos (traslación y rotación del patrón respecto a la cámara) como los intrínsecos (centro del eje óptico, factores de conversión y grado de no ortogonalidad del plano imagen o asimetría). Una cámara genera correspondencias de puntos 3D X_i , con puntos en el plano de la imagen captada por la cámara x_i . Si se dispone de las suficientes correspondencias $X_i \leftrightarrow x_i$, se puede estimar una matriz de cámara P de 3×4 , de forma que $x = PX$. La matriz de cámara P es de 3×4 ya que cada punto 3D tiene cuatro componentes en homogéneas $(X, Y, Z, 1)^T$, y el punto en el plano de la imagen en homogéneas tiene tres componentes $(x, y, 1)^T$.

Dado un conjunto de seis correspondencias de puntos en 3D:

$$X_i \leftrightarrow x_i \quad (2-3)$$

La transformación está dada por la siguiente ecuación:

$$x_i = PX_i \quad (2-4)$$

Donde X_i corresponde a las coordenadas en 3D y x_i corresponde a las coordenadas en pixeles. Los vectores x_i y PX_i tienen la misma dirección, pero su magnitud es diferente, por lo tanto esta relación puede ser expresada en términos de un producto cruz.

$$x_i \times PX_i = 0 \quad (2-5)$$

Representando el j-ésimo renglón de P por p_j^T se puede escribir:

$$PX_i = \begin{bmatrix} p^{1T} X_i \\ p^{2T} X_i \\ p^{3T} X_i \end{bmatrix} \quad (2-6)$$

Escribiendo $x_i = (x_i, y_i, w_i)^T$ el producto cruz queda como:

$$x_i \times PX_i = \begin{bmatrix} y_i p^{3T} X_i - w_i p^{2T} X_i \\ w_i p^{1T} X_i - x_i p^{3T} X_i \\ x_i p^{2T} X_i - y_i p^{1T} X_i \end{bmatrix} \quad (2-7)$$

Puesto que $p^{jT} X_i = X_i^T p^j$ para $j=1, \dots, 3$ tenemos:

$$\begin{bmatrix} 0^T & -w_i X_i^T & y_i X_i^T \\ w_i X_i^T & 0^T & -x_i X_i^T \\ -y_i X_i^T & x_i X_i^T & 0^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p^1 \\ p^2 \\ p^3 \end{bmatrix} = 0 \quad (2-8)$$

Dado que el último renglón de la expresión anterior es una combinación de los primeros dos, se podrá utilizar sólo el siguiente conjunto de ecuaciones:

$$\begin{bmatrix} 0^T & -w_i X_i^T & y_i X_i^T \\ w_i X_i^T & 0^T & -x_i X_i^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p^1 \\ p^2 \\ p^3 \end{bmatrix} = 0 \quad (2-9)$$

Por lo tanto la expresión anterior se puede también escribir como:

$$A_i p = 0 \quad (2-10)$$

Cada correspondencia de puntos genera dos ecuaciones independientes, con seis correspondencias tenemos $AP = 0$, donde $A =$

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & -w_1 X_1 & -w_1 Y_1 & -w_1 Z_1 & -w_1 W_1 & y_1 X_1 & y_1 Y_1 & y_1 Z_1 & y_1 W_1 \\ w_1 X_1 & w_1 Y_1 & w_1 Z_1 & w_1 W_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -x_1 X_1 & -x_1 Y_1 & -x_1 Z_1 & -x_1 W_1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -w_2 X_2 & -w_2 Y_2 & -w_2 Z_2 & -w_2 W_2 & y_2 X_2 & y_2 Y_2 & y_2 Z_2 & y_2 W_2 \\ w_2 X_2 & w_2 Y_2 & w_2 Z_2 & w_2 W_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & -x_2 X_2 & -x_2 Y_2 & -x_2 Z_2 & -x_2 W_2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -w_3 X_3 & -w_3 Y_3 & -w_3 Z_3 & -w_3 W_3 & y_3 X_3 & y_3 Y_3 & y_3 Z_3 & y_3 W_3 \\ w_3 X_3 & w_3 Y_3 & w_3 Z_3 & w_3 W_3 & 0 & 0 & 0 & 0 & -x_3 X_3 & -x_3 Y_3 & -x_3 Z_3 & -x_3 W_3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -w_4 X_4 & -w_4 Y_4 & -w_4 Z_4 & -w_4 W_4 & y_4 X_4 & y_4 Y_4 & y_4 Z_4 & y_4 W_4 \\ w_4 X_4 & w_4 Y_4 & w_4 Z_4 & w_4 W_4 & 0 & 0 & 0 & 0 & -x_4 X_4 & -x_4 Y_4 & -x_4 Z_4 & -x_4 W_4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -w_5 X_5 & -w_5 Y_5 & -w_5 Z_5 & -w_5 W_5 & y_5 X_5 & y_5 Y_5 & y_5 Z_5 & y_5 W_5 \\ w_5 X_5 & w_5 Y_5 & w_5 Z_5 & w_5 W_5 & 0 & 0 & 0 & 0 & -x_5 X_5 & -x_5 Y_5 & -x_5 Z_5 & -x_5 W_5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -w_6 X_6 & -w_6 Y_6 & -w_6 Z_6 & -w_6 W_6 & y_6 X_6 & y_6 Y_6 & y_6 Z_6 & y_6 W_6 \\ w_6 X_6 & w_6 Y_6 & w_6 Z_6 & w_6 W_6 & 0 & 0 & 0 & 0 & -x_6 X_6 & -x_6 Y_6 & -x_6 Z_6 & -x_6 W_6 \end{bmatrix} \quad (2-11)$$

Se busca una solución para p diferente de cero. La solución i se obtiene a través de la descomposición en valores singulares (SVD).

La descomposición por valores singulares es una de las técnicas más utilizadas en el campo de la visión artificial para descomponer matrices. Una matriz A puede descomponerse de la siguiente forma:

$$A = UDV^T \quad (2-12)$$

donde V es una matriz ortogonal, y D es una matriz diagonal cuyos valores (d_1, \dots, d_n) son los valores singulares (autovalores) de A . Las columnas de U son los valores singulares izquierdos de A . Los valores de la diagonal de V se llaman valores singulares derechos de A . Descrito lo anterior, se obtiene la solución de P a través de SVD con ayuda de Matlab®, ver código en apéndice A.1.

2.2.2. Método lineal basado en la solución no homogénea de la matriz de calibración.

Suponiendo que se tienen correspondencias de puntos $X_i \leftrightarrow x_i$ entre puntos en 3D y puntos 2D de una imagen, se requiere encontrar una matriz de cámara P de 3×4 tal que satisfaga la ecuación (2-4). El conjunto de posiciones de los puntos 3D $X_i = [X_i, Y_i, Z_i, 1]^T$ junto con sus correspondientes posiciones en la imagen $x_i = [\rho x_i, \rho y_i, \rho]^T$ se utiliza para definir una ecuación lineal del sistema, la cual se puede resolver para obtener los elementos de la matriz de proyección P . Sustituyendo estas posiciones en la ecuación (2-4) se tiene.

$$\begin{bmatrix} \rho x_i \\ \rho y_i \\ \rho \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} p_{11} & p_{12} & p_{13} & p_{14} \\ p_{21} & p_{22} & p_{23} & p_{24} \\ p_{31} & p_{32} & p_{33} & p_{34} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_i \\ Y_i \\ Z_i \\ 1 \end{bmatrix} \quad (2-13)$$

La matriz de calibración P es la matriz de 3×4 , lo cual implica el obtener 12 incógnitas; pero como se va a utilizar una solución no homogénea de tal manera que el elemento $P_{34}=1$, entonces en realidad son 11 las incógnitas. Al considerar un punto y multiplicar la matriz de proyección P por el vector columna X_i correspondiente a las coordenadas del punto en 3D se obtiene la siguiente expresión:

$$\begin{bmatrix} \rho x_i \\ \rho y_i \\ \rho \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} p_{11}X_i + p_{12}Y_i + p_{13}Z_i + p_{14} \\ p_{21}X_i + p_{22}Y_i + p_{23}Z_i + p_{24} \\ p_{31}X_i + p_{32}Y_i + p_{33}Z_i + p_{34} \end{bmatrix} \quad (2-14)$$

Ahora dividiendo entre el tercer renglón se obtiene lo siguiente:

$$\begin{bmatrix} X_i \\ y_i \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{p_{11}X_i+p_{12}Y_i+p_{13}Z_i+p_{14}}{p_{31}X_i+p_{32}Y_i+p_{33}Z_i+p_{34}} \\ \frac{p_{21}X_i+p_{22}Y_i+p_{23}Z_i+p_{24}}{p_{31}X_i+p_{32}Y_i+p_{33}Z_i+p_{34}} \\ 1 \end{bmatrix} \quad (2-15)$$

Finalmente se obtienen dos ecuaciones con 11 incógnitas:

$$\begin{aligned} p_{11}X_i+p_{12}Y_i+p_{13}Z_i+p_{14}-x_i p_{31}X_i-x_i p_{32}Y_i-x_i p_{33}Z_i-x_i p_{34} &= 0 \\ p_{21}X_i+p_{22}Y_i+p_{23}Z_i+p_{24}-y_i p_{31}X_i-y_i p_{32}Y_i-y_i p_{33}Z_i-y_i p_{34} &= 0 \end{aligned} \quad (2-16)$$

De lo anterior se observa que para la obtención de las 11 incógnitas de la matriz P , es necesario utilizar 5 puntos y medio, conocidos en el patrón de calibración, ya que cada punto genera dos ecuaciones. Partiendo de estas dos ecuaciones y tomando los 6 puntos (3D) conocidos en el patrón de calibración (en este caso 2 por cada plano), así como sus correspondientes coordenadas en pixeles de la imagen tomada por cada cámara, se implementa un código en Matlab® para la estimación de la matriz de proyección P para cada cámara, el código se muestra en el apéndice A.2.

2.2.3. Método no lineal de manipulación espacio cámara

El método de manipulación de espacio cámara es una técnica de visión por computadora que no requiere de un proceso de calibración ni del manipulador ni del sistema de visión [40]-[42],[46]. Este método ha sido aplicado con éxito al problema de colocar de manera precisa y en un espacio tridimensional un objeto manipulable con respecto a una pieza de trabajo (denominado objeto no manipulable). Puesto que este problema de colocación es básico para muchas operaciones de manufactura, ensamble y manejo de materiales, puede considerarse al método de manipulación de espacio cámara como una alternativa viable a la operación tradicional de robots de "enseñanza y repetición".

Una característica importante del método no lineal de manipulación espacio cámara es que los objetivos de la maniobra se definen y se persiguen en el marco de referencia de las imágenes bidimensionales obtenidas por medio de cada una de las cámaras participantes (en este caso serán dos cámaras). Estos objetivos se establecen usando "seis parámetros de visión", los cuales se determinan por medio de un proceso de estimación no lineal llamado "corrección diferencial de mínimos cuadrados". Estos parámetros definen una relación algebraica no lineal entre la configuración interna de un robot y la localización correspondiente, en el

espacio de la cámara, de un cierto número de señales visuales colocadas sobre el cuerpo manipulable, por medio del modelo cinemático del manipulador y un modelo ortográfico de cámara.

Una simplificación del modelo de cámara de orificio (pin-hole), se puede obtener considerando el límite asintótico obtenido cuando Z_o es mucho mayor que las cantidades x_{ir} , y_{ir} , z_{ir} , X_o y Y_o , [34],[40],[46]. Las coordenadas en el plano de la imagen x_{ci} , y_{ci} son:

$$y_{ci} = f \frac{Y_i}{Z_i} = F_y(x, y, z, C) \quad x_{ci} = f \frac{X_i}{Z_i} = F_x(x, y, z, C) \quad (2-17)$$

donde:

C : corresponde al vector de parámetros de visión.

$$C = [C_1, C_2, C_3, C_4, C_5, C_6]^T \quad (2-18)$$

Se expanden en series de Taylor las ecuaciones (anteriores) y considerándose únicamente la aproximación de primer orden, se obtiene:

$$\begin{aligned} x_{ci} &= (C_1^2 + C_2^2 - C_3^2 - C_4^2)x_i + 2(C_2C_3 + C_1C_4)y_i + 2(C_2C_4 - C_1C_3)z_i + C_5 \\ y_{ci} &= 2(C_2C_3 - C_1C_4)x_i + (C_1^2 - C_2^2 + C_3^2 - C_4^2)y_i + 2(C_3C_4 + C_1C_2)z_i + C_6 \end{aligned} \quad (2-19)$$

Estas ecuaciones definen al modelo de cámara ortográfico, mientras que C_1, \dots, C_6 representan los parámetros de visión, los cuales definen una relación algebraica no lineal entre la localización física de puntos tridimensionales y su correspondiente localización en el plano de la imagen. Estos parámetros de visión se determinan mediante un proceso de estimación no lineal, en este caso se aplicará el de corrección diferencial de mínimos cuadrados. Hay que destacar que para el modelo de cámara ortográfico las siguientes relaciones son válidas:

$$x_c \propto X_i \quad y_c \propto Y_i \quad (2-20)$$

Para la determinación de los seis parámetros de visión se utilizará el mismo patrón de calibración utilizado en los dos métodos previos. Los seis parámetros de visión se determinan de forma independiente para cada cámara, al minimizar la siguiente función [46]:

$$J(C) = \sum_{i=1}^m \left\{ \left[x_{ci} - f_x(x_i, y_i, z_i; C) \right]^2 + \left[y_{ci} - f_y(x_i, y_i, z_i; C) \right]^2 \right\} W_i \quad (2-21)$$

Para m mediciones de la localización en el plano de la imagen de las señales visuales (x_i, y_i, z_i) la cual, en el caso de las señales adheridas al cuerpo manipulado, (en este caso estas señales adheridas al cuerpo manipulado serán simplemente los puntos definidos sobre el patrón de calibración), se obtienen a partir del modelo cinemático del manipulador (en este caso no hay manipulador, simplemente será origen del patrón de calibración). W_i representa un peso relativo positivo dado a cada medición.

Las relaciones (coordenadas en el plano de imagen) $x_{ci} = f_x(x_i, y_i, z_i, C)$ y $y_{ci} = f_y(x_i, y_i, z_i, C)$ obtenidas mediante la suposición de un modelo ortográfico se definen como:

$$\begin{aligned} f_x(x_i, y_i, z_i, C) &= b_1(C)x_i + b_2(C)y_i + b_3(C)z_i + b_4(C) \\ f_y(x_i, y_i, z_i, C) &= b_5(C)x_i + b_6(C)y_i + b_7(C)z_i + b_8(C) \end{aligned} \quad (2-22)$$

Donde b_1, \dots, b_8 agrupa a una expresión no lineal que depende de los parámetros de visión:

$$\begin{aligned} b_1(C) &= C_1^2 + C_2^2 - C_3^2 - C_4^2 \\ b_2(C) &= 2(C_2C_3 + C_1C_4) \\ b_3(C) &= 2(C_2C_4 - C_1C_3) \\ b_4(C) &= C_5 \\ b_5(C) &= 2(C_2C_3 - C_1C_4) \\ b_6(C) &= C_1^2 - C_2^2 + C_3^2 - C_4^2 \\ b_7(C) &= 2(C_3C_4 + C_1C_2) \\ b_8(C) &= C_6 \end{aligned} \quad (2-23)$$

Debido a que los parámetros de visión incluidos en f_x y f_y en las ecuaciones (2-22), aparecen en forma no lineal, el proceso de estimación es iterativo y puede derivarse a partir del procedimiento de estimación no lineal de corrección diferencial de mínimos cuadrados, ver apéndice B.1 y B.2 en donde se presenta, respectivamente, una descripción del método y su diagrama de flujo.

Una vez detallado lo anterior, se generan los dos archivos correspondientes a cada cámara en cuestión estos archivos se observan en el apéndice C.1, los cuales contienen información de 15 puntos (en este caso sobre el mismo patrón de calibración) y sus correspondientes coordenadas medidas en el plano de la imagen y en un espacio tridimensional, además se ha considerado un peso relativo igual a 1 para cada medición. Se determinan los valores de los parámetros de visión C_1, \dots, C_6 incluidos en la aproximación correspondiente al modelo ortográfico de cámara. Para tal efecto se aplica el procedimiento no lineal iterativo antes mencionado. Se grafica la historia de la solución de cada valor de los parámetros de visión C (es decir, se grafican C_1, \dots, C_6 para cada iteración desde 1 hasta la máxima permitida). Se considera como límite máximo de iteraciones para este caso igual a 20. Cabe indicar que se realizaron varias pruebas para la estimación de los parámetros de visión, comenzando primero con seis puntos (mediciones) y se fueron incrementando hasta llegar a 15 mediciones, lo cual dio un error menor. Se utilizaron más puntos pero ya no hubo mejoría significativa. Para determinar los valores de los parámetros de visión de cada cámara, se implementó el algoritmo en Matlab®, ver apéndice C.2.

La tabla 2.1 muestra los resultados de los parámetros de visión obtenidos. Las figuras 2.3 a 2.14 muestran las gráficas de los parámetros de visión para cada cámara. De estas figuras se confirma la rápida convergencia del método, que prácticamente lo hace en la cuarta iteración.

Parámetro de visión	Cámara 1	Cámara 2
C1	-0.3737	-0.1654
C2	0.4674	0.2295
C3	0.8544	0.8958
C4	-0.6624	-0.7191
C5	802.1742	603.0802
C6	677.3247	705.9861

Tabla 2.1. Valores de los parámetros de visión.

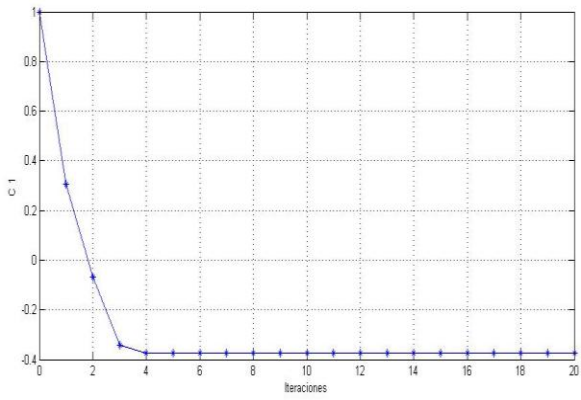


Fig. 2.3. Parámetro de visión C1 de la cámara 1.

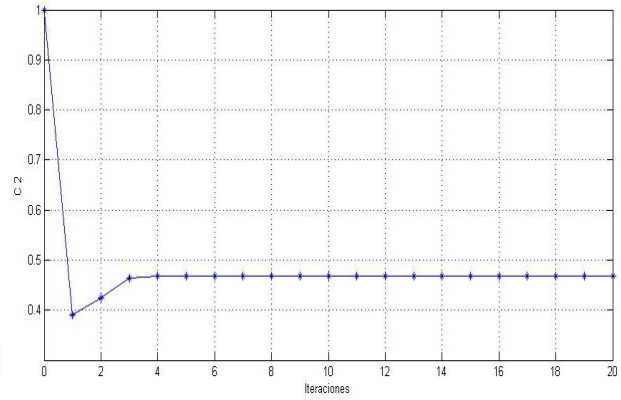


Fig. 2.4. Parámetro de visión C2 de la cámara 1.

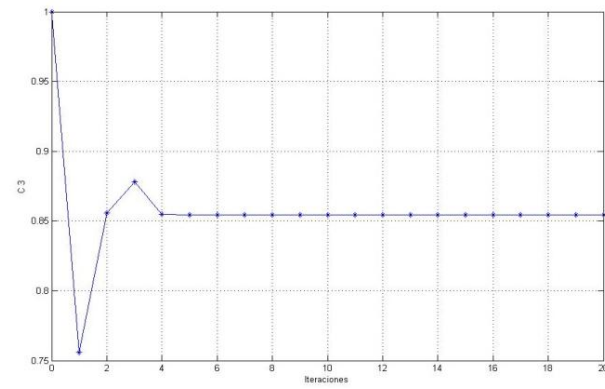


Fig. 2.5. Parámetro de visión C3 de la cámara 1.

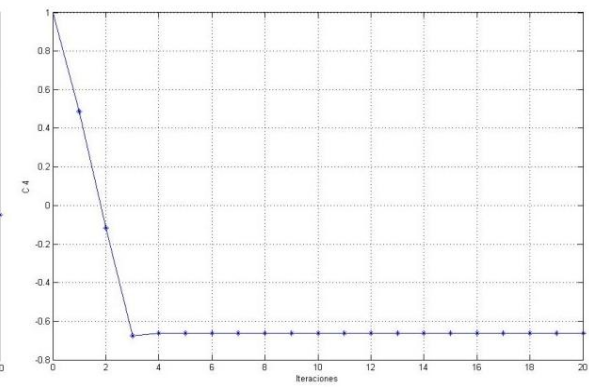


Fig. 2.6. Parámetro de visión C4 de la cámara 1.

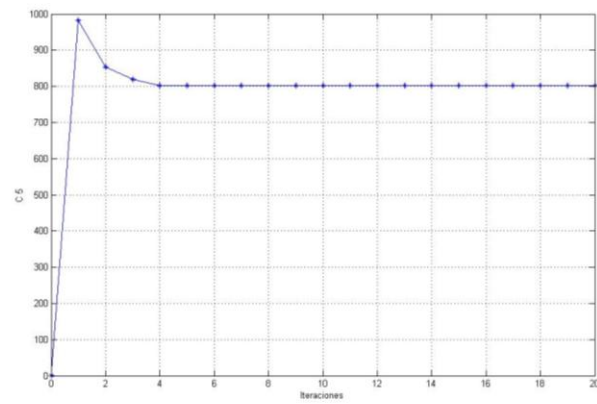


Fig. 2.7. Parámetro de visión C5 de la cámara 1.

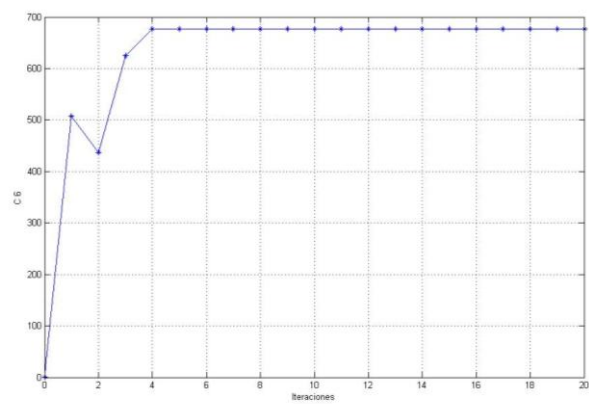


Fig. 2.8. Parámetro de visión C6 de la cámara 1.

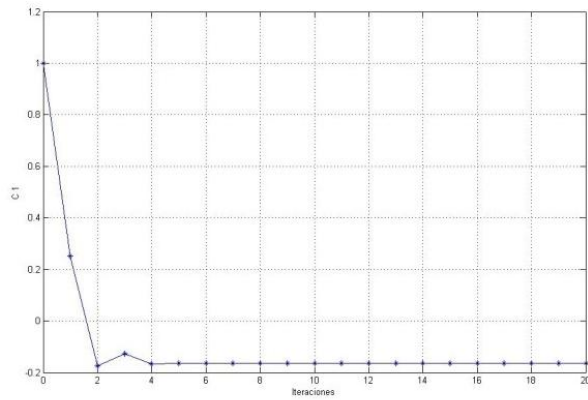


Fig. 2.9. Parámetro de visión C1 de la cámara 2.

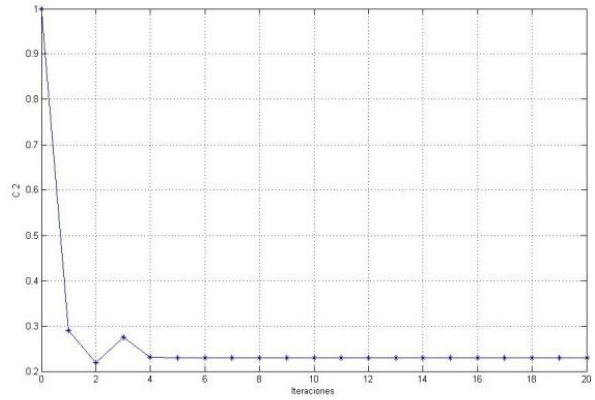


Fig. 2.10. Parámetro de visión C2 de la cámara 2.

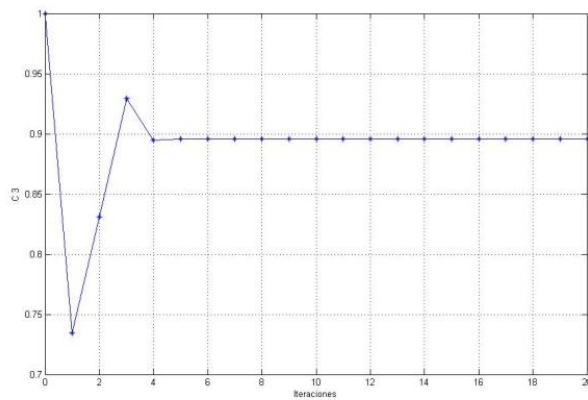


Fig. 2.11. Parámetro de visión C3 de la cámara 2.

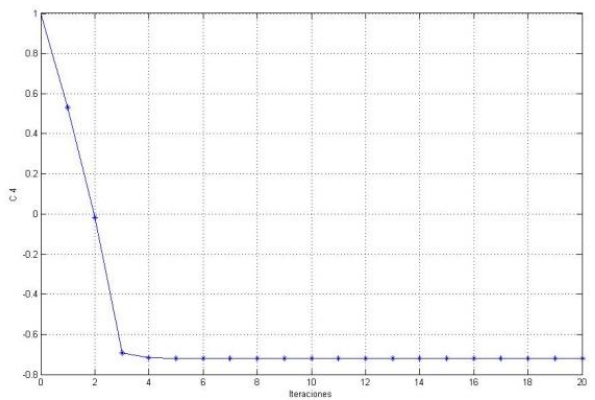


Fig. 2.12. Parámetro de visión C4 de la cámara 2.

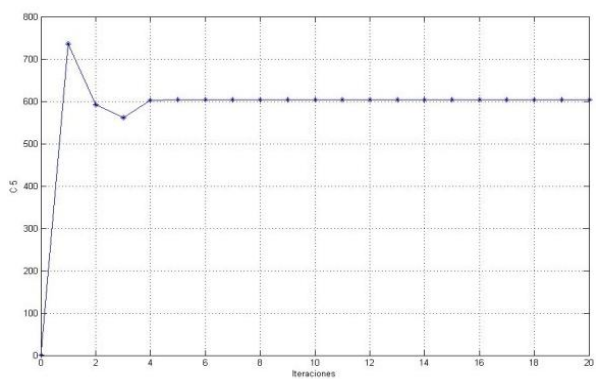


Fig. 2.13. Parámetro de visión C5 de la cámara 2.

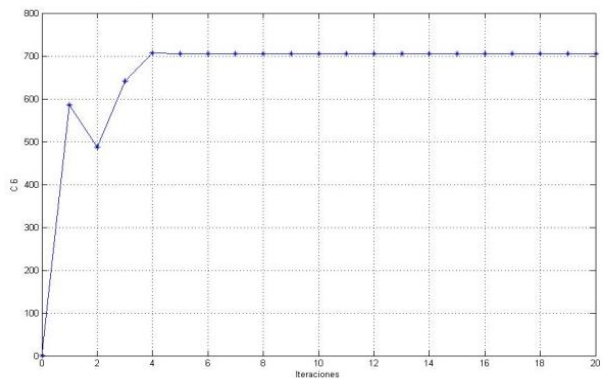


Fig. 2.14. Parámetro de visión C6 de la cámara 2.

A continuación se evalúan las funciones b_1, \dots, b_8 de las ecuaciones (2-23), las cuales agrupan a una expresión no lineal que depende de los parámetros de visión C_1, \dots, C_6 . La tabla 2.2 muestra los valores obtenidos de las funciones

b_1, \dots, b_8 , los cuales se sustituyen en las ecuaciones (2-22). Agrupando estas ecuaciones en forma matricial, se obtiene la siguiente expresión:

$$\begin{pmatrix} -0.8107 & 1.2939 & 0.0194 \\ 0.3037 & 0.2125 & -1.4813 \\ -1.2395 & 0.6490 & -0.0336 \\ 0.1732 & 0.2601 & -1.3642 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} xc_1(i) - 802.1742 \\ yc_1(i) - 677.3247 \\ xc_2(i) - 603.0802 \\ yc_2(i) - 705.9861 \end{pmatrix}$$

Donde el vector $[X,Y,Z]$ corresponde a las coordenadas espaciales del punto en cuestión.

Valores de las funciones	Cámara 1	Cámara 2
b1	-0.8107	-1.2395
b2	1.2939	0.6490
b3	0.0194	-0.0336
b4	802.1742	603.0802
b5	0.3037	0.1732
b6	0.2125	0.2601
b7	-1.4813	-1.3642
b8	677.3247	705.9861

Tabla 2.2. Valores de las funciones b_1, \dots, b_8 .

2.3. Procesamiento de imágenes

Una vez definidos los métodos de reconstrucción, es necesario definir la metodología para el procesamiento de las imágenes que permitirán obtener las coordenadas en pixeles de las marcas (centroides) colocadas en el objeto que genera la trayectoria, en este caso se colocan en la pierna de una persona.

2.3.1. Equipo utilizado

Para la reconstrucción tridimensional de las trayectorias se utilizó el siguiente equipo:

- Dos cámaras del tipo uEye UI-1640-C.
- Dos tripies para apoyar las cámaras.
- Un patrón de calibración de tres planos.
- Tres personas con ropa oscura.
- Tela de color oscuro para el fondo.
- Marcas circulares de papel blanco mate de un diámetro de 19 mm.

Las características de las cámaras tipo uEye UI-1640-C se muestran en la tabla 2.3. Este tipo de cámaras pertenecen a una familia de cámaras extremadamente compactas, de bajo costo, interconexión por USB y son compatibles con una gran variedad de sistemas.

Interface	USB 2.0
Tipo de tecnología en el sensor	CMOS
Resolución	1280 x 1024
Categoría de resolución/Clase de pixel	SXGA
Tamaño de sensor	1/3"
Shutter	Rolling
Fotos por segundo máximos en modo Freerun a resolución máxima	25

Tabla 2.3. Características de las cámaras de tipo uEye UI-1640-C.

2.3.2. Obtención de imágenes

Para realizar el análisis de los tres métodos de reconstrucción considerados, se tomaron videos de una persona caminando y con las marcas mostradas en la figura 2.15. Se colocaron seis marcas sobre la pierna, una correspondiente al fémur, otra al final del fémur, otra en la tibia y tres para el pie. Después se toma video con ambas cámaras, el cual se desfragmenta en los cuadros o imágenes correspondientes.



Figura 2.15. Definición de las marcas colocadas en la pierna.

Para llevar a cabo el procesamiento de las imágenes, así como los cálculos necesarios para la reconstrucción de trayectorias 3D, se utilizó el software Matlab®. El tipo de imagen obtenida se muestra en la figura 2.16, la cual tiene un tamaño de 1024 x 1280 x 3 píxeles (RGB), y se obtiene al desfragmentar el video que contiene el caminado de la persona. Debido a este tamaño es necesario convertir la imagen a tonos grises para que quede de 1024 x 1280 x 1 píxeles, como se muestra en la Figura 2.17.



Fig. 2.16. Imagen resultado de desfragmentar el video.



Fig. 2.17. Imagen transformada a tonos grises.

2.3.3. Histograma y binarización

A partir de la imagen de la figura 2.17, se obtiene el histograma mostrado en la figura 2.18, el cual sirve para separar los objetos de interés en la imagen; en este caso las marcas colocadas en la pierna. De esta manera es posible identificar los píxeles que forman las marcas buscadas. La pertenencia de un píxel a un cierto segmento se decide mediante la comparación de su nivel de gris (u otro valor unidimensional) con un cierto valor umbral. El nivel gris de un píxel equivale a su nivel de luminosidad; el resto de la información sobre el color no se toma en cuenta. Se asignará la variable T al valor del umbral. De acuerdo al histograma de la figura 2.18 el valor del umbral es aproximadamente 87. Este valor de umbral permitirá realizar la binarización de la imagen.

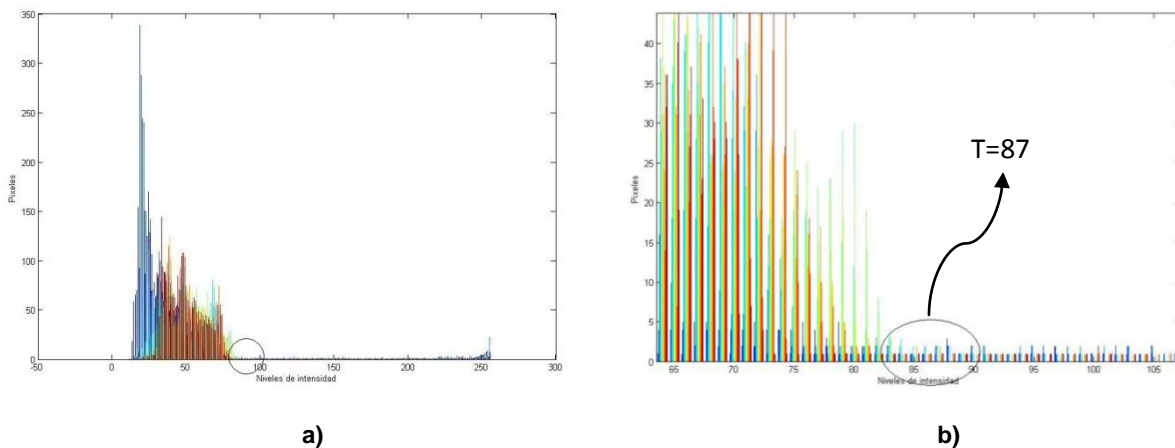


Figura 2.18. Histograma de la imagen transformada a tonos grises: a) completo, b) ampliación.

La binarización de una imagen consiste en un proceso de reducción de la información de la misma, en la que sólo persisten dos valores: verdadero y falso. En una imagen digital, estos valores, falso y verdadero, pueden representarse por los valores 0 y 1 ó, más frecuentemente, por los colores negro (valor de gris 0) y blanco (valor de gris 255). Con el valor del umbral $T=87$, se binariza la imagen de la figura 2.17 y se muestra el resultado en la figura 2.19.

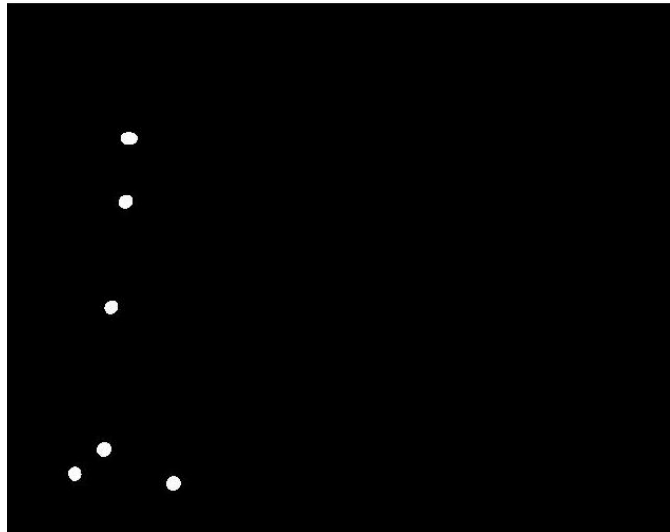


Figura 2.19. Imagen binarizada.

2.3.4. Cálculo de centroides

Una vez binarizada la imagen, se prosigue a calcular los centroides de las seis marcas colocadas en la pierna. Para tal efecto se sigue el procedimiento descrito en el diagrama de flujo de la figura 2.20. Los resultados numéricos se muestran en la tabla 2.4 y el resultado gráfico se muestra en la figura 2.21.

Marca	Centroides (píxeles)	
	x	y
1	236.6	257.5
2	230.2	377.4
3	202.9	577.7
4	188.9	847.1
5	133.6	893.3
6	320.8	911.5

Tabla 2.4. Centroides obtenidos.

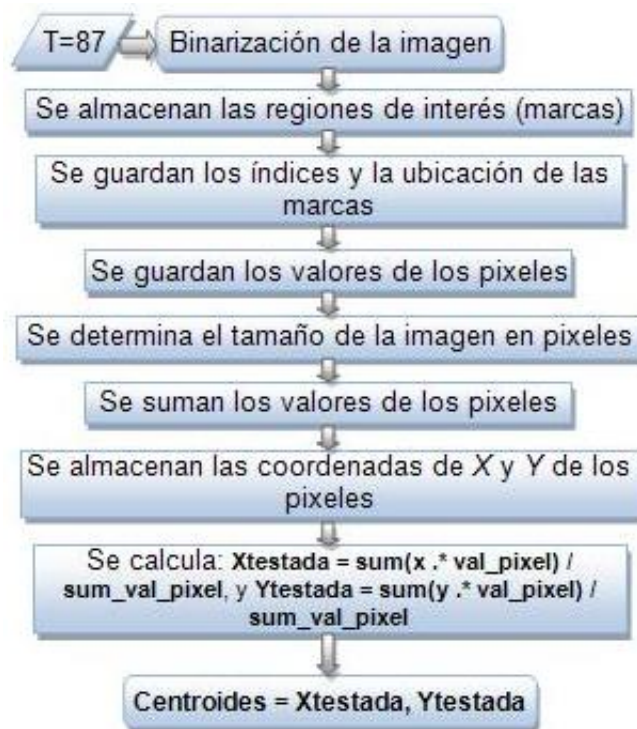


Figura 2.20 Diagrama de flujo para el cálculo de los centroides.

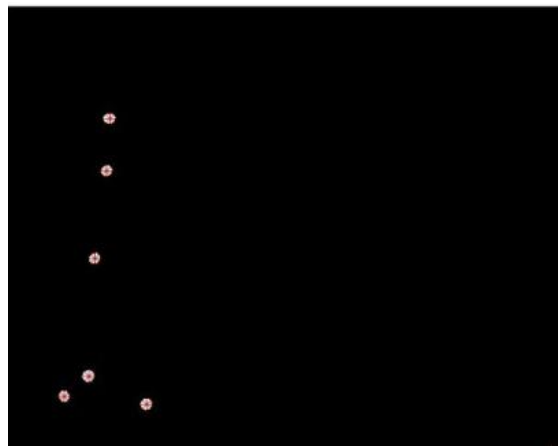


Figura. 2.21. Ubicación de los centroides.

El código completo para el procesamiento de imágenes y cálculo de centroides hecho en Matlab® se muestra en el apéndice D.1.

2.4 Reconstrucción de trayectorias

Para el procedimiento de la calibración de las cámaras se tomó una imagen con cada cámara del patrón de calibración, tal como se muestra en la figura 2.22.

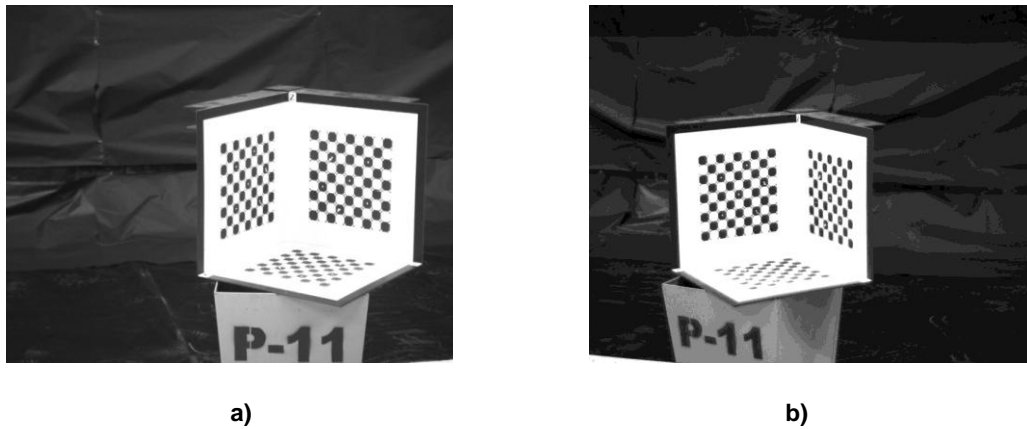


Figura 2.22. Imágenes del patrón de calibración: a) cámara 1, b) cámara 2.

Se definen seis puntos sobre el patrón de calibración, se toman sus correspondientes coordenadas espaciales (mm) y coordenadas en el plano de imagen (píxeles) para cada cámara; los datos se muestran en la tabla 2.5.

		Coordenadas 3D (mm)			Coordenadas 2D (pixel)	
		X	Y	Z	x	y
CÁMARA 1	1	90	170	0	947	739
	2	170	90	0	781	747
	3	90	0	90	735	572
	4	70	0	150	751	479
	5	0	110	70	943	597
	6	0	90	170	920	449
CÁMARA 2	1	90	170	0	602	766
	2	170	90	0	451	756
	3	90	0	90	491	600
	4	70	0	150	512	518
	5	0	110	70	669	638
	6	0	90	170	653	500

Tabla 2.5. Coordenadas espaciales y de imagen de los puntos de calibración.

Se calculan las matrices de calibración para cada cámara mediante los dos métodos lineales, y los parámetros de visión para el método no lineal. Los resultados obtenidos de las matrices de calibración para los métodos lineales son:

Solución homogénea (SVD):

$$\begin{aligned}
 & \text{Cámara 1:} \\
 P1 &= \begin{bmatrix} -0.9765 & 1.0858 & -0.1224 & 807.9606 \\ 0.1471 & 0.1266 & -1.4751 & 671.1407 \\ -0.0002 & -0.0001 & -0.0002 & 1.0000 \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \text{Cámara 2:} \\
 P2 &= \begin{bmatrix} -1.2591 & 0.3639 & -0.1302 & 599.8515 \\ 0.0300 & -0.0212 & -1.3493 & 698.5640 \\ -0.0002 & -0.0004 & -0.0002 & 1.0000 \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

Solución no homogénea:

$$\begin{aligned}
 & \text{Cámara 1:} \\
 P1 &= \begin{bmatrix} -0.9597 & 1.0682 & -0.1221 & 807.5851 \\ 0.1548 & 0.1071 & -1.4843 & 672.3690 \\ -0.0002 & -0.0002 & -0.0002 & 1.0000 \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \text{Cámara 2:} \\
 P2 &= \begin{bmatrix} -1.2388 & 0.3333 & -0.1219 & 598.8730 \\ 0.0371 & -0.0739 & -1.3628 & 701.4754 \\ -0.0002 & -0.0005 & -0.0002 & 1.0000 \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

En el caso del método no lineal, los resultados de los parámetros de visión se mostraron en la tabla 2.1 (sección 2.2.3).

Teniendo las matrices de calibración para los dos métodos lineales y los parámetros de visión para el método no lineal, se procedió a tomar un video del caminado de una persona con marcas colocadas en la pierna. Con este video se obtuvieron las imágenes para la reconstrucción de la trayectoria 3D de los puntos de interés en el caminado (marcas). Las figuras 2.23, 2.24, 2.25 y 2.26 muestran gráficamente los puntos obtenidos utilizando los tres métodos de reconstrucción.

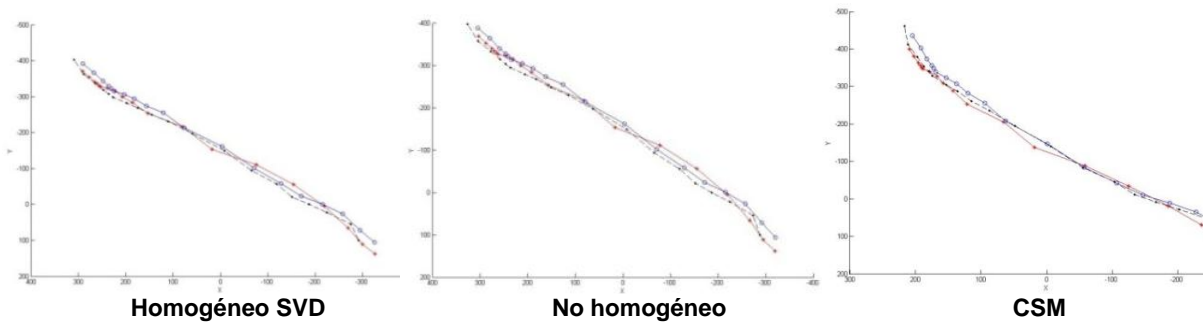


Fig. 2.23. Vista superior de las trayectorias descritas por las marcas 1, 2 y 3 (fémur, fin de fémur y tibia).

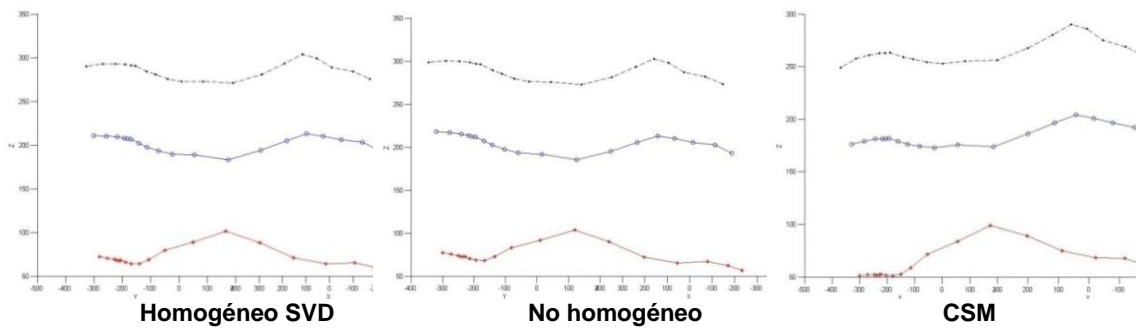


Fig. 2.24. Vista frontal de las trayectorias descritas por las marcas 1, 2 y 3 (fémur, fin de fémur y tibia).

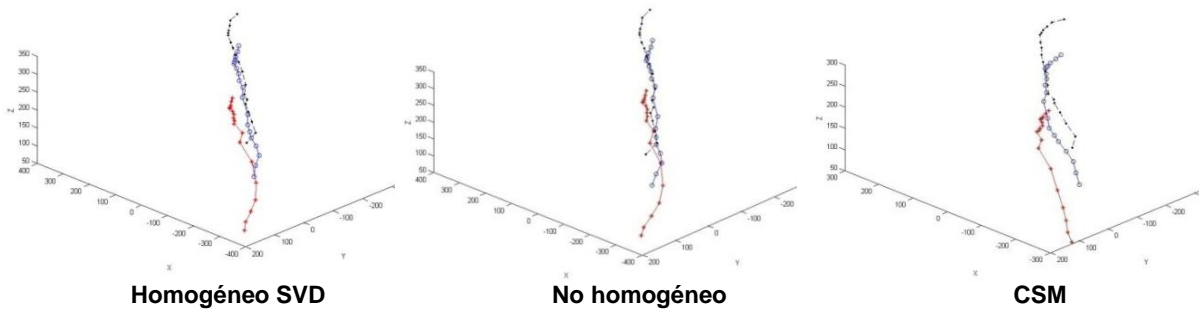


Fig. 2.25. Marcas 1, 2 y 3 (fémur, fin de fémur y tibia).

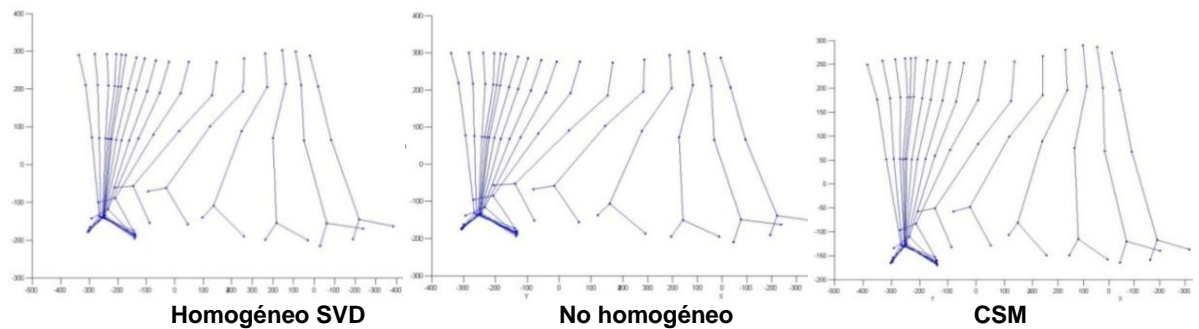


Fig. 2.26 Reconstrucción de las seis marcas.

2.5. Análisis comparativo de los métodos de reconstrucción

2.5.1 Medidas del error

De acuerdo a la literatura [38], se tienen varias formas de cuantificar el error en la reconstrucción de trayectorias.

Error en la reconstrucción de las coordenadas 2D (Error 2D)

Mide la distancia euclidiana promedio entre las coordenadas reales de los puntos en la imagen y su estimación.

$$Err_{2D} = \sum_{i=1}^N \sqrt{|u_i - \hat{u}_i|^2 + |v_i - \hat{v}_i|^2} \quad (2-24)$$

donde:

$m_i = [u_i, v_i]^t$ son las coordenadas 2D reales de un punto en la imagen.

$\hat{m}_i = [\hat{u}_i, \hat{v}_i]^t$ son las estimadas utilizando el modelo calibrado.

N : Número de puntos procesados.

Error en la reconstrucción de las coordenadas 3D (Error 3D)

Mide la distancia euclidiana promedio entre las coordenadas tridimensionales reales de los puntos del patrón y su estimación.

$$Err_{3D} = \sum_{i=1}^N \sqrt{|X_i - \hat{X}_i|^2 + |Y_i - \hat{Y}_i|^2 + |Z_i - \hat{Z}_i|^2} \quad (2-25)$$

donde:

$M_i = [X_i, Y_i, Z_i]^t$ son las coordenadas tridimensionales reales de un punto del patrón.

$\hat{M}_i = [\hat{X}_i, \hat{Y}_i, \hat{Z}_i]^t$ son las estimadas utilizando el modelo calibrado.

Error RMS

Este error es función de la distancia euclidiana (d) entre los puntos medidos y los estimados utilizando el modelo calibrado para reconstruirlo, y del número de puntos de la muestra (N). Los elementos del vector d se obtienen, por tanto, como:

$$d_i = \sqrt{|u_i - \hat{u}_i|^2 + |v_i - \hat{v}_i|^2} \quad (2-26)$$

La fórmula del error es:

$$E_{RMS} = \frac{\|d\|}{\sqrt{N}} \quad (2-27)$$

2.5.2. Evaluación del error

Para realizar la comparativa de los tres métodos utilizados, se reconstruye la marca 1 correspondiente al fémur. Las figuras 2.27 y 2.28 muestran los resultados de la trayectoria descrita por dicha marca, mediante los tres métodos.

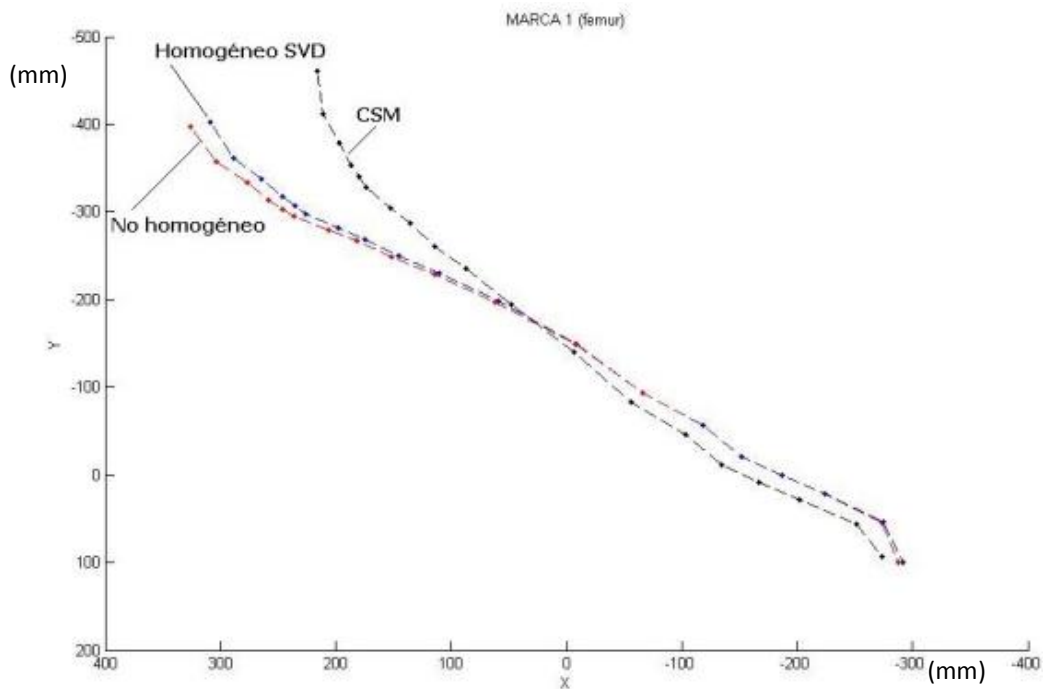


Fig. 2.27. Vista superior de la marca 1 obtenida mediante los tres métodos.

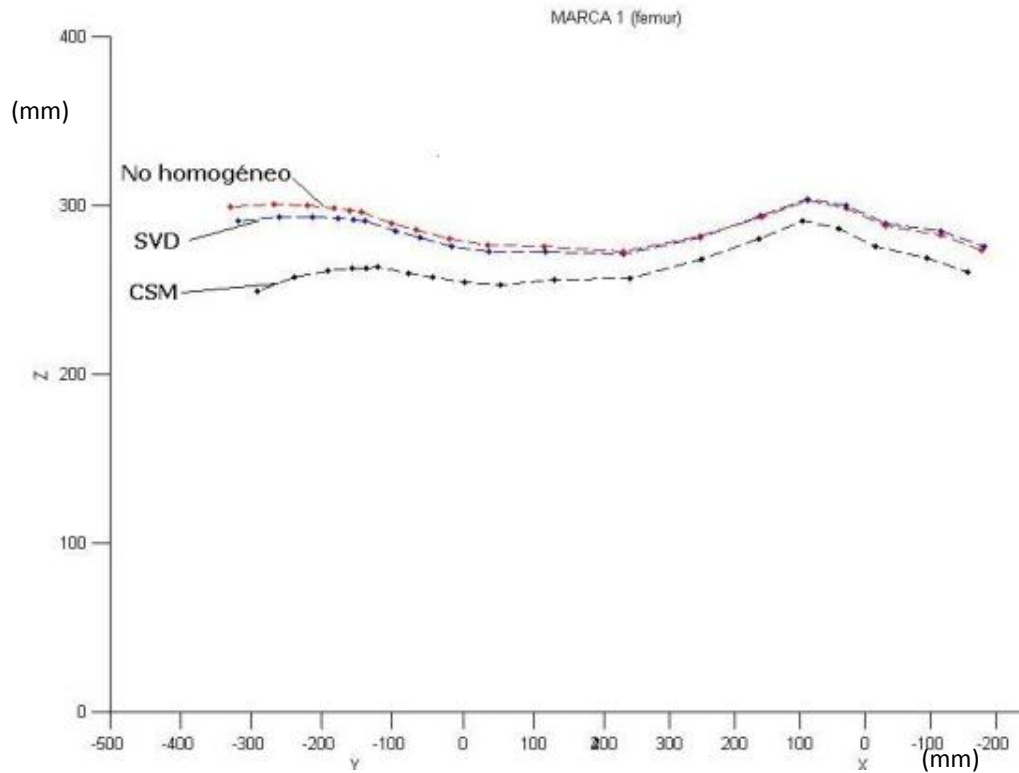


Fig. 2.28. Vista frontal de la marca 1 obtenida mediante los tres métodos.

Para poder identificar el error de cada uno de los métodos, se utiliza el mismo patrón de calibración visto por las dos cámaras. Se toman tres puntos de prueba, los más distantes, uno por cada plano. Estos puntos se muestran en la tabla 2.6, así como sus correspondientes coordenadas en píxeles para cada cámara.

Puntos de prueba	3D Coordenadas (mm)			2D Coordenadas (píxeles)			
				Cámara 1		Cámara 2	
	X	Y	Z	x	y	x	y
1	230	230	0	918	805	463	814
2	230	0	230	613	398	312	432
3	0	230	230	1105	383	752	444

Tabla 2.6. Coordenadas 2D y 3D para la cámara 1 y 2.

Con esta información se realiza la reconstrucción de los tres puntos de prueba mediante los tres métodos, los resultados son:

•Reconstrucción tridimensional mediante el método lineal basado en la solución no homogénea de la matriz de calibración.

(1) 229.2229 234.0044 -0.0256
 (2) 227.2969 -0.8836 229.7399
 (3) 4.6413 232.9897 227.8204

•Reconstrucción tridimensional mediante el método lineal basado en la solución homogénea de la matriz de calibración (SVD).

(1) 229.3520 234.1031 1.0882
 (2) 224.5552 -1.7611 230.2630
 (3) 3.3215 233.3965 231.6744

•Reconstrucción tridimensional mediante un método no lineal, utilizando un proceso iterativo (Método de manipulación de espacio de cámara).

(1) 238.1097 238.7597 -3.2589
 (2) 223.2055 -9.7773 230.3537
 (3) -8.1775 225.4222 231.4774

Como se consideraron tres puntos, el error resultante se tomó como el error promedio. Se aplicó el criterio de error de la ecuación 2-25 y los resultados de error encontrados para cada método se muestran en la tabla 2.7, en donde se puede observar que el error menor (4.29 mm) lo tiene el método lineal basado en la solución no homogénea, mientras que el error mayor (11.26 mm) lo tiene el método no lineal CSM. Un error dimensional de 4.29 mm corresponde al 1.86 % de error en 230 mm. En el caso de esta aplicación se considera aceptable este error ya que la distancia entre en el centroide de la marca colocada entre el fémur y el tobillo, es de 510 mm y corresponde al promedio de una persona mexicana, el error dimensional máximo sería de 9.5 mm. Aún cuando se requiere precisión, el error se considera aceptable.

Puntos de prueba	Coordenadas 3D REALES (mm)			Coordenadas 3D CALCULADAS (mm)								
	X	X	X	NO HOMOGÉNEA			HOMOGÉNEA (SVD)			CSM		
				X	Y	Z	X	Y	Z	X	Y	Z
1	230	230	0	229.223	234.004	-0.026	229.352	234.103	1.088	238.11	238.76	-3.259
2	230	0	230	227.297	-0.884	229.74	224.555	-1.761	230.263	223.206	-9.777	230.354
3	0	230	230	4.641	232.99	227.82	3.322	233.397	231.674	-8.178	225.422	231.477
Error entre coordenadas calculadas y reales												
				0.7771	-4.0044	0.0256	0.648	-4.1031	-1.0882	-8.1097	-8.7597	3.2589
				2.7031	0.8836	0.2601	5.4448	1.7611	-0.263	6.7945	9.7773	-0.3537
				-4.6413	-2.9897	2.1796	-3.3215	-3.3965	-1.6744	8.1775	4.5778	-1.4774
Error:				4.290149 mm			5.0199157 mm			11.257702 mm		

Tabla 2.7. Comparativa de error de los tres métodos de reconstrucción.

En un inicio, el método no lineal (CSM) era el que presentaba menos error; pero al mejorar la perpendicularidad de los planos en el patrón, así como la precisión de los puntos marcados en el mismo, resultó más benéfico para los dos métodos lineales (no homogéneo y homogéneo SVD). El método CSM mejoró notablemente cuando se utilizaron más puntos para la obtención de los parámetros de visión, pero solo llegó hasta un punto en donde ya no mejoró. En el método CSM es necesario alejar más las cámaras por el tipo de modelo de cámara ortográfico utilizado, ya que este modelo es una simplificación del modelo de cámara de orificio (pin-hole); la cual se obtiene considerando el límite asintótico obtenido cuando Z_o es mucho mayor que las cantidades x_i , y_i , z_i , X_o y Y_o . Investigando Z_o se recomienda que tenga un valor de aproximadamente $10 \cdot \text{sqr}(X_o^2 + Y_o^2)$. El método no lineal (CSM) al estar basado en la proyección ortográfica, presenta algunas ventajas con respecto al modelo de cámara de orificio, una de ellas es su rápida convergencia y presenta una mayor estabilidad en el proceso numérico de solución para los parámetros.

Los resultados de este estudio han mostrado que los métodos lineales de solución no homogénea y el SVD dan mejores resultados, de acuerdo a lo presentado en la tabla 2.7, en el caso de reconstrucción de trayectorias 3D.

2.6. Conclusiones

Con base al análisis del desempeño de los métodos de reconstrucción de trayectorias, los métodos lineales resultaron con menor error. En primer lugar está el método que utiliza la solución no homogénea de la matriz de calibración, enseguida con muy poca diferencia está el método que utiliza la solución homogénea de la matriz de calibración mediante la descomposición de valores singulares (SVD), y el método no lineal (CSM) fue el que presentó un mayor error. Por lo anterior, se propone utilizar el método que utiliza la solución no homogénea de la matriz de calibración para la reconstrucción de trayectorias 3D del caminado. Adicionalmente se ha logrado definir el procedimiento o metodología de análisis y procesamiento de imágenes para la obtención de los centroides (en pixeles) de las marcas colocadas en la pierna; esto para realizar la reconstrucción 3D y así obtener las trayectorias que describen el caminado humano.

Capítulo 3

Análisis y caracterización de las trayectorias que describen el movimiento del caminado

Una vez definido el método lineal basado en la solución no homogénea de la matriz de calibración como el método a utilizar para la reconstrucción de trayectorias, ya que fue el que presentó menos error, se prosigue a realizar la toma de video bajo diferentes condiciones de caminado, con el propósito de obtener, analizar y caracterizar las trayectorias del caminado humano.

3.1. Obtención del video

Para la obtención de las trayectorias correspondientes al caminado bajo diversas condiciones, el primer paso fue la obtención del video del caminado. Para ello se consideraron tres personas: una mujer y dos hombres, con los datos corporales que se listan en la tabla 3.1, y a quienes se les colocaron las seis marcas en las posiciones descritas en el capítulo 2 (sección 2.3.2). Cabe señalar que las personas seleccionadas carecen de desviaciones patológicas en sus extremidades inferiores, tales como *genu valgum* y *genu varum* mostradas en la figura 1.3, y *pie plano*, esto con la finalidad de obtener una referencia de personas sanas para el diseño la prótesis transfemoral. Los casos patológicos antes mencionados se consideran como trabajo futuro.

A cada persona se le pidió caminar bajo diversas condiciones las cuales se listan a continuación:

- Paso lento
- Paso veloz
- Con braceo
- Sin braceo
- Con carga al frente
- Con carga laterales
- Con tacones y sin ellos
- Caminata sobre una pendiente de 6°

Cabe hacer mención que para la toma del video las personas no utilizaron calzado, con excepción de la persona 1 la cual utilizó zapatos con tacón para una de las condiciones.

Modelo	Sexo	Estatura (m)	Peso (Kg)
1	Femenino	1.62	66
2	Masculino	1.69	92
3	Masculino	1.72	65

Tabla 3.1. Datos corporales de los modelos.

Una vez obtenido el video, este se desfragmentó en cuadros o imágenes, para su procesamiento y obtención de los puntos de interés. El procedimiento y equipo utilizado es de acuerdo a lo mostrado en el capítulo 2.

3.2. Calibración de cámaras

Para la reconstrucción del video se realizó una nueva calibración debido a que se volvió a instalar el equipo, cambiando la posición de las cámaras y el patrón de calibración. Para esta nueva calibración se definen nuevamente seis puntos sobre el patrón de calibración, se toman sus correspondientes coordenadas espaciales, se captura una imagen del patrón de calibración con cada cámara y se obtienen las coordenadas en el plano de imagen (píxeles) para cada punto y para cada cámara, estas coordenadas se muestran en la tabla 3.2.

	Puntos para la Calibración	Coordenadas 3D (mm)			Coordenadas 2D (pixel)	
		X	Y	Z	x	y
Cámara 1	1	90	170	0	579	974
	2	170	90	0	467	965
	3	90	0	90	495	857
	4	70	0	150	513	797
	5	0	110	70	628	888
	6	0	90	170	620	786
Cámara 2	1	90	170	0	993	960
	2	170	90	0	880	964
	3	90	0	90	844	850
	4	70	0	150	856	787
	5	0	110	70	987	869
	6	0	90	170	971	768

Tabla 3.2. Coordenadas de los seis puntos de calibración para ambas cámaras.

A partir de estos puntos se calculan las matrices de calibración para cada cámara mediante el método lineal de la solución no homogénea, dando como resultado los siguientes valores:

$$\begin{array}{c}
 \text{Cámara 1:} \\
 P1 = \begin{bmatrix} -0.9162 & 0.3139 & -0.0501 & 570.3358 \\ -0.0699 & -0.1273 & -1.0584 & 938.4060 \\ -0.0001 & -0.0003 & -0.0001 & 1.0000 \end{bmatrix}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{c}
 \text{Cámara 2:} \\
 P2 = \begin{bmatrix} -0.6037 & 0.9144 & 0.1002 & 888.8761 \\ 0.0679 & 0.1383 & -0.9335 & 927.4692 \\ -0.0001 & 0.0000 & 0.0001 & 1.0000 \end{bmatrix}
 \end{array}$$

3.3. Definición de datos característicos

Para poder realizar un análisis comparativo y cuantitativo de los ciclos de caminado bajo diferentes condiciones, se han definido los siguientes valores característicos: ángulo (Θ) mínimo y máximo entre el fémur y la tibia durante un paso del caminado, la amplitud de paso, el tiempo de ciclo, elevación del paso delta Z, y la desviación máxima entre la tibia y el fémur según el plano sagital. A continuación se define cada uno de ellos.

Ángulo mínimo y máximo entre fémur y tibia

El ángulo Θ entre el fémur y la tibia varía durante el ciclo de caminado como se aprecia en la figura 3.1a. Este ángulo característico define la amplitud angular del movimiento de flexión de la rodilla. Para poder calcular el ángulo Θ se forma un triángulo uniendo con líneas rectas las marcas 1, 2 y 3, definiendo de esta manera sus lados (figura 3.1b).

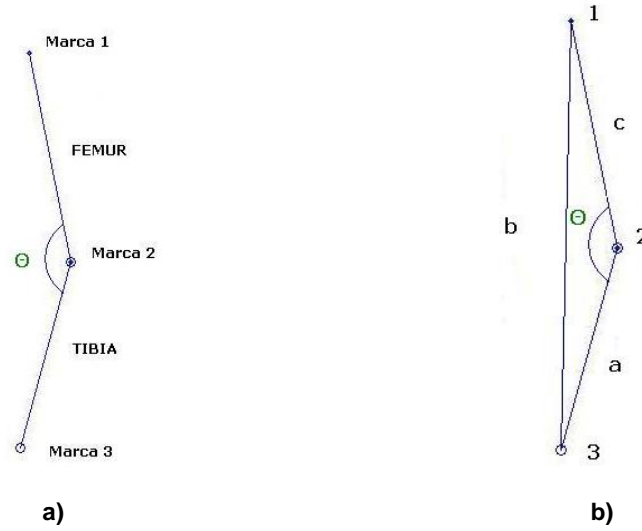


Figura 3.1. Ángulo entre fémur y tibia: a) definición del ángulo Θ , b) definición de un triángulo formado por el fémur y la tibia.

A partir de la reconstrucción 3D, todas las coordenadas espaciales de las marcas colocadas en la pierna son conocidas, por lo que los lados del triángulo se pueden calcular como sigue:

$$\begin{aligned}
 a &= \sqrt{(x_2 - x_3)^2 + (y_2 - y_3)^2 + (z_2 - z_3)^2} \\
 b &= \sqrt{(x_1 - x_3)^2 + (y_1 - y_3)^2 + (z_1 - z_3)^2} \\
 c &= \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2 + (z_1 - z_2)^2}
 \end{aligned} \tag{3-1}$$

donde:

a: representa el vector que va de la marca 2 (fin de fémur) a la marca 3 (tibia).

b: representa el vector que va de la marca 1 (fémur) a la marca 3 (tibia).

c: representa el vector que va de la marca 1 (fémur) a la marca 2 (fin de fémur).

Mediante la ley de los cosenos, el ángulo entre el fémur y la tibia, Θ , puede calcularse como:

$$\Theta = \cos^{-1} \left(\frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac} \right) \tag{3-2}$$

Amplitud de paso

Este valor característico se refiere a la longitud de un paso o un ciclo de caminado, es decir, desde que el pie hace contacto con el suelo, hasta que lo vuelve a hacer después de la fase de balanceo. Para calcular la longitud de paso se tomó como referencia la marca 4 (colocada en el tobillo). Una vez conocidas las coordenadas tridimensionales resultado de la reconstrucción, se calculó la distancia entre puntos como se muestra a continuación:

$$L = \sqrt{(x_{final} - x_{inicial})^2 + (y_{final} - y_{inicial})^2 + (z_{final} - z_{inicial})^2} \quad (3-3)$$

donde L es la longitud o amplitud de paso.

Tiempo de ciclo

Este tiempo representa el tiempo de un ciclo de caminado y se calcula considerando el total de los cuadros en un ciclo multiplicado por el tiempo transcurrido entre cuadro y cuadro. En este caso el tiempo entre cuadro y cuadro es de 0.02 s.

$$T = (0.02) \times \text{no.deCuadros} \quad (3-4)$$

Delta Z máxima

Este valor característico se refiere a la altura de elevación máxima del pie con respecto del suelo durante el caminado. Esta altura se calcula mediante la diferencia entre las coordenadas en el eje Z máxima y mínima durante un ciclo completo de caminado.

$$\text{Delta}Z = Z_{\max} - Z_{\min} \quad (3-5)$$

Desviación máxima entre tibia y fémur según plano sagital

Este valor característico se refiere a la distancia máxima entre la tibia y el fémur, a través de una vista superior y tomando como referencia el plano sagital. Para su cálculo se considera la desviación máxima $d1$ y se le resta la desviación mínima $d2$ (figura 3.2). La distancia $d2$ es la distancia promedio de la marca de la tibia con respecto a la del fémur en zonas donde se mantienen paralelas estas marcas.

$$DesviaciónMaxTibiaFémur = d_1 - d_2 \quad (3-6)$$

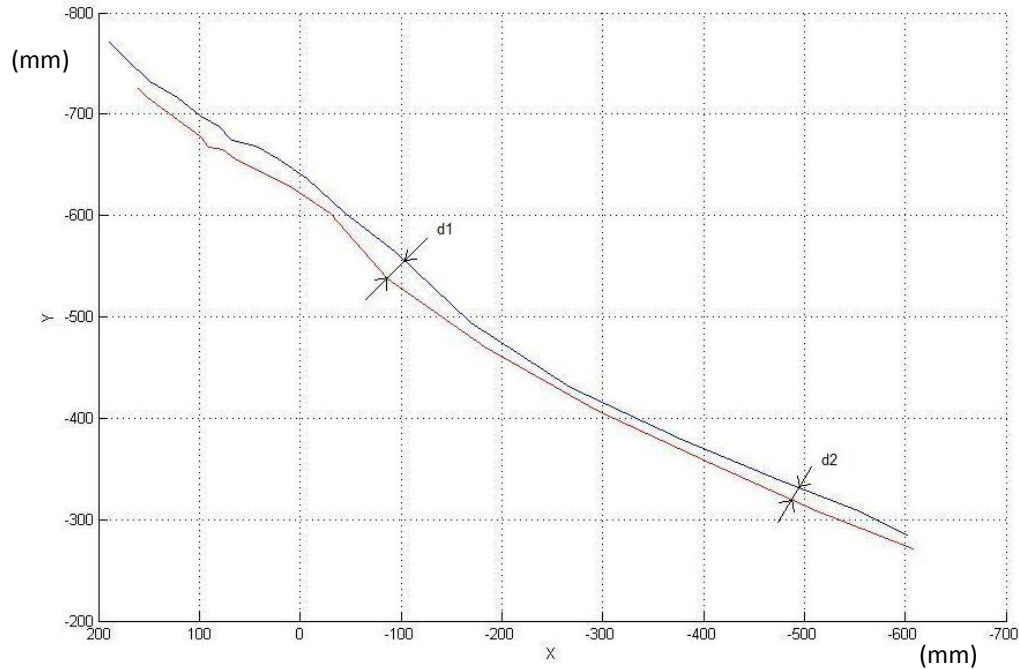


Figura 3.2. Desviación máxima y mínima entre tibia y fémur

3.4. Reconstrucción y caracterización del caminado humano bajo diversas condiciones

El resultado de la reconstrucción 3D de los centroides de cada marca durante el caminado bajo diferentes condiciones se presentan a continuación. Se utilizaron tres personas, dos hombres y una mujer, entre 20 y 30 años. Se presentan las trayectorias 3D de cada modelo o persona, y para cada condición de caminado. Se muestran tanto la vista superior como la frontal de las tres marcas correspondientes al fémur, fin de fémur y tibia. También se presentan graficas comparativas de las variables características.

3.4.1. Modelo 1

Para el caso de este modelo (mujer), las pruebas se realizaron sin calzado, excepto para la última prueba donde se analizó el efecto de caminar con tacones.

Efecto de caminar sobre pendiente y sin pendiente

La figura 3.3 muestra las trayectorias de caminado para la persona o modelo 1 bajo condiciones de caminado sobre y sin pendiente.

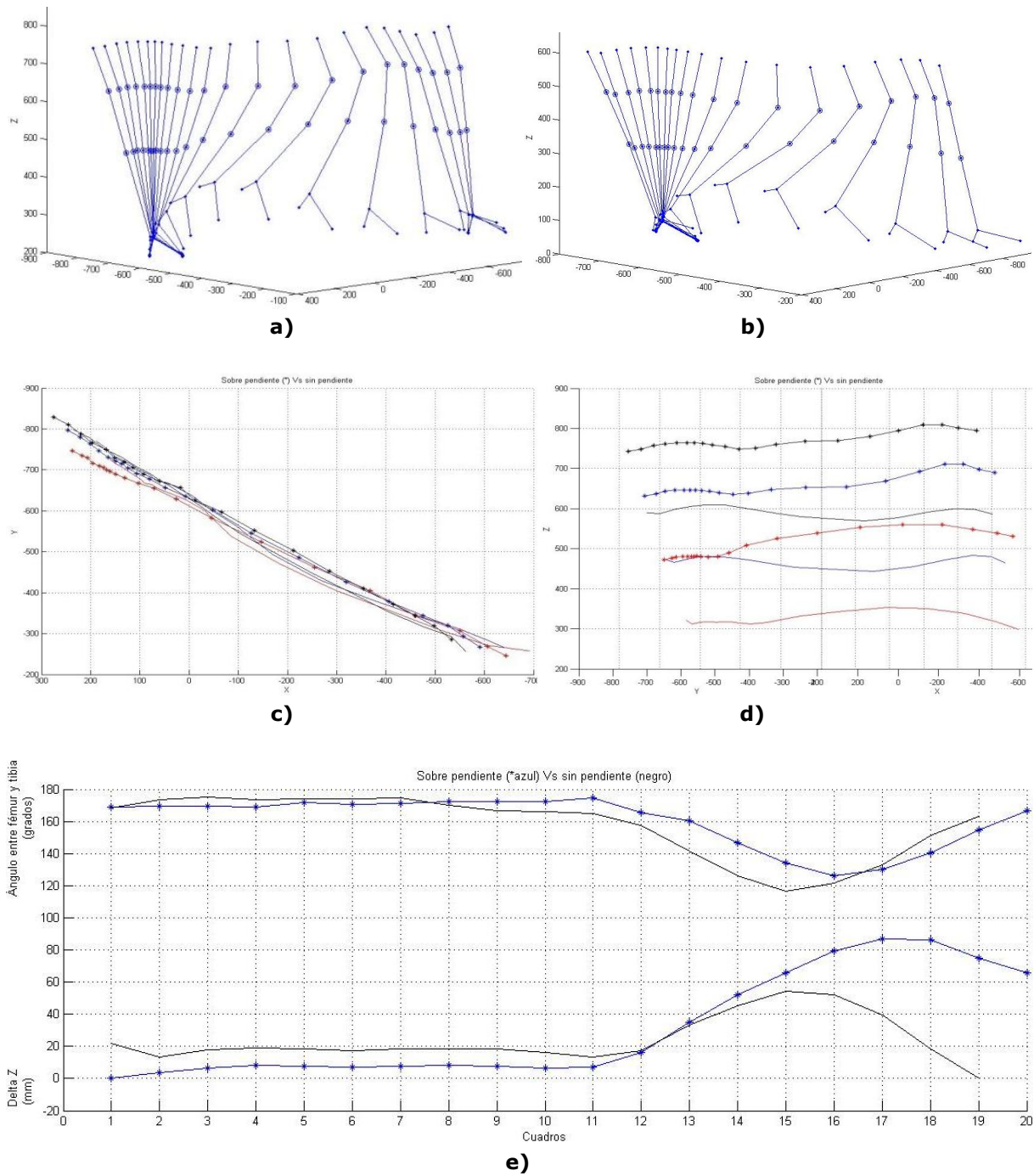


Figura 3.3. Efecto de caminar sobre pendiente y sin pendiente: a) 3D sobre pendiente, b) 3D sin pendiente, c) vista superior, d) vista frontal, e) ángulo entre fémur y tibia, y delta Z.

Efecto de caminar con braceo y sin braceo

La figura 3.4 muestra el resultado de las trayectorias que describen el efecto de caminar con braceo y sin braceo.

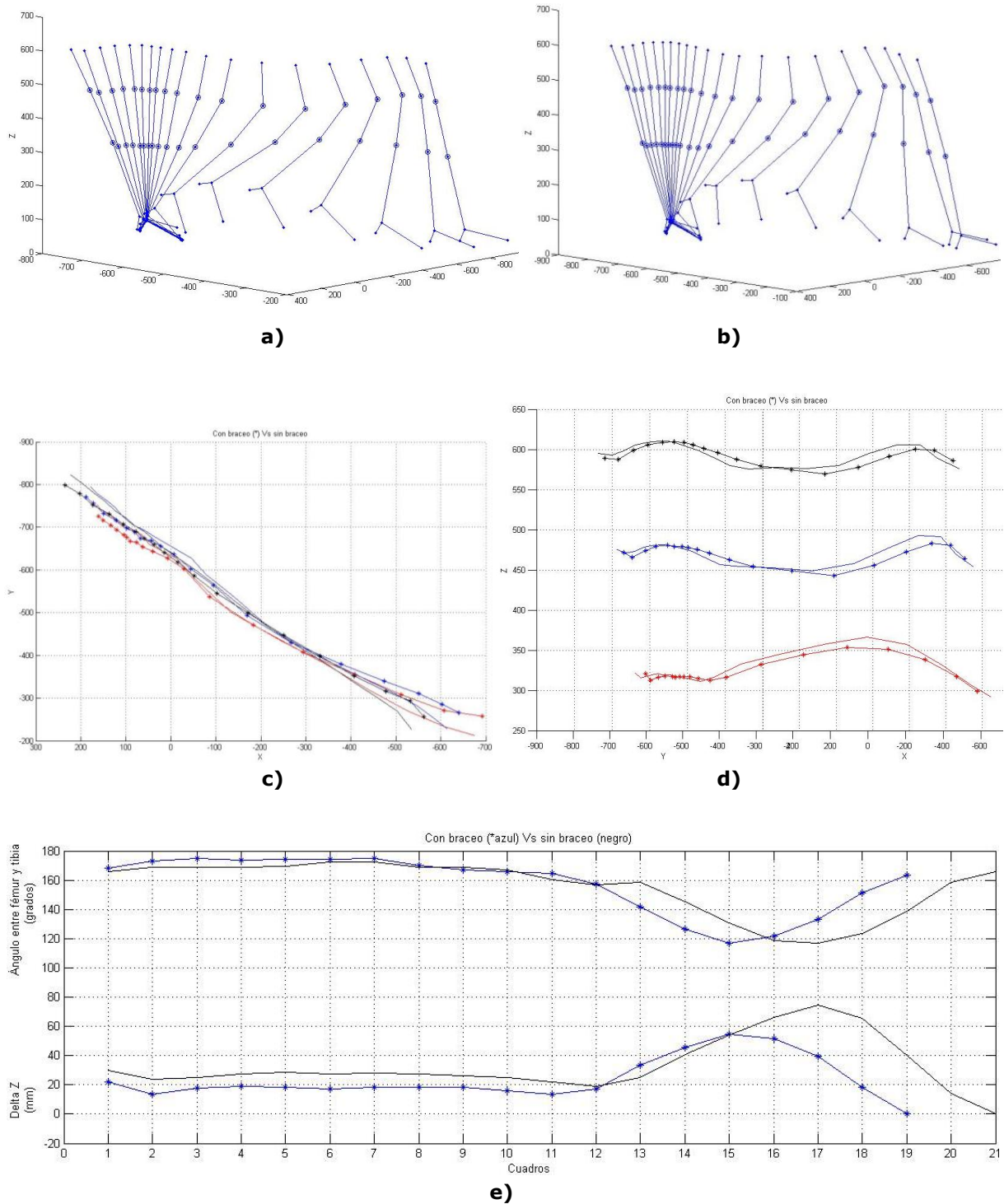


Figura 3.4. Efecto de caminar con braceo y sin braceo: a) 3D con braceo, b) 3D sin braceo, c) vista superior, d) vista frontal, e) ángulo entre fémur y tibia, y delta Z.

Efecto de caminar con carga lateral y sin carga

Las trayectorias que describen el efecto de caminar con carga lateral y sin carga se muestran en la figura 3.5.

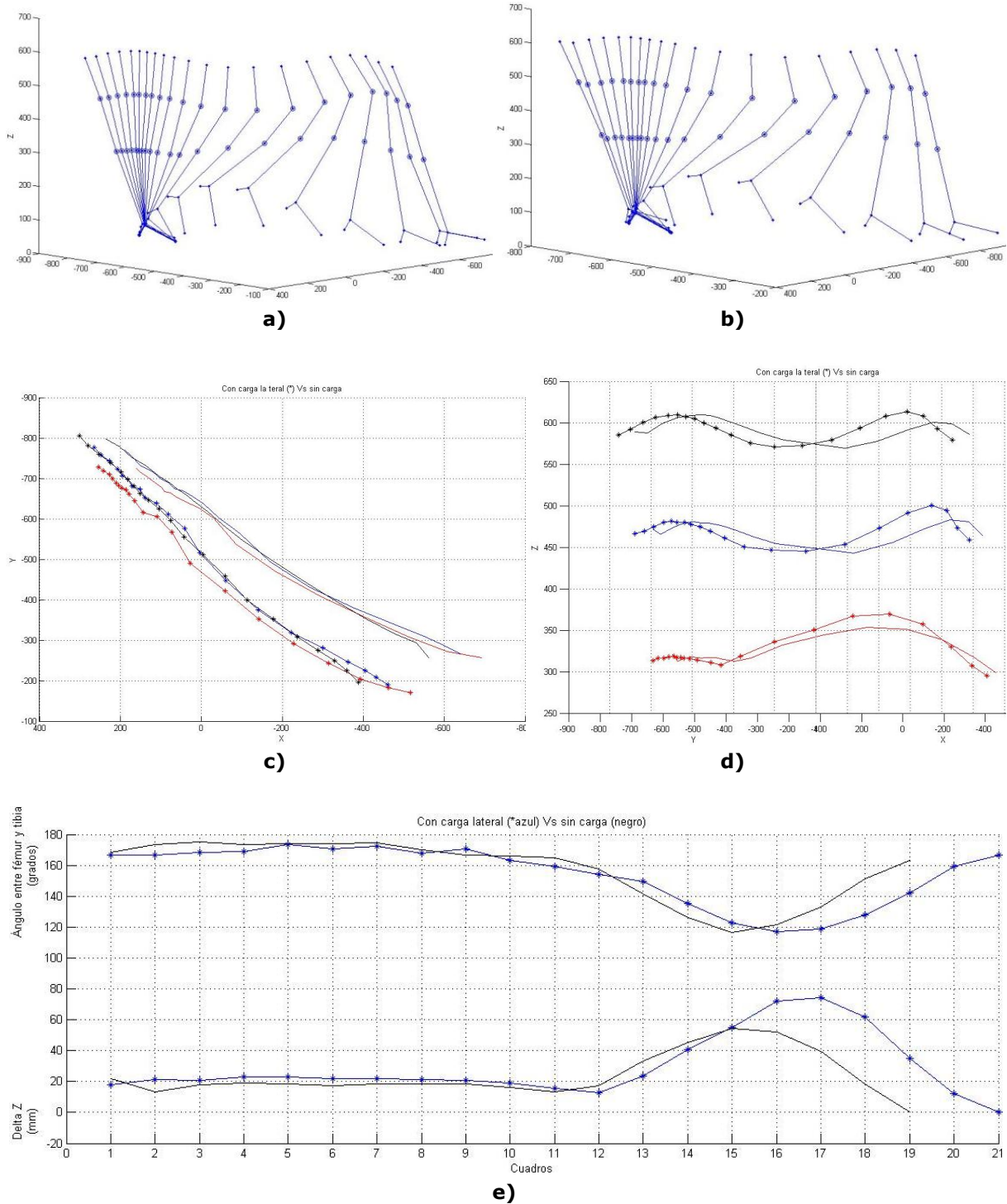


Figura 3.5. Efecto de caminar con carga lateral y sin carga: a) 3D con carga lateral, b) 3D sin carga, c) vista superior, d) vista frontal, e) ángulo entre fémur y tibia, y delta Z.

Efecto de caminar a paso lento y a paso veloz

La figura 3.6 muestra el resultado de las trayectorias que describen el efecto de caminar a paso lento y a paso veloz.

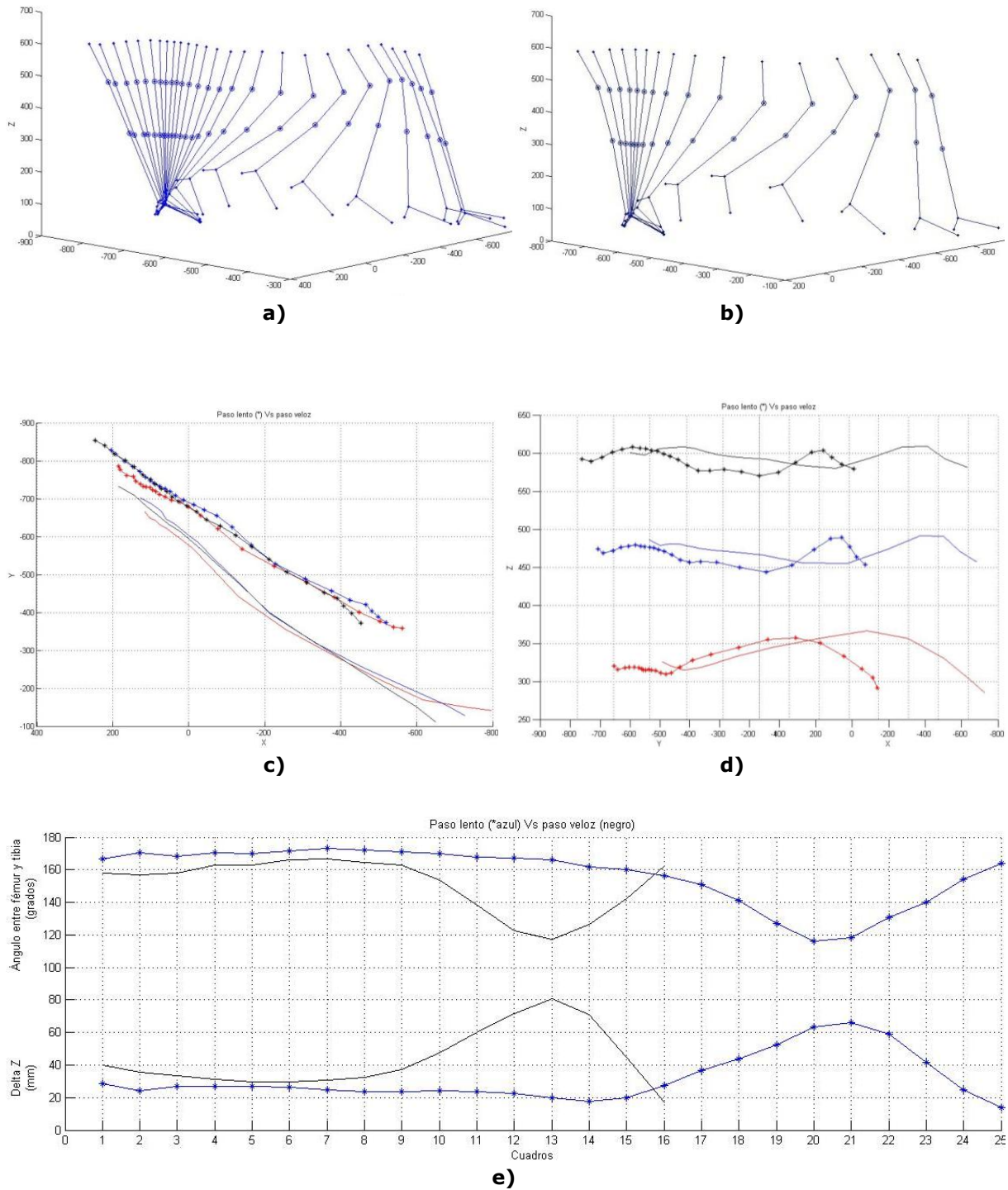


Figura 3.6. Efecto de caminar a paso lento y a paso veloz: a) 3D paso lento, b) 3D paso veloz, c) vista superior, d) vista frontal, e) ángulo entre fémur y tibia, y delta Z.

Efecto de caminar con carga al frente y con carga lateral

Las trayectorias que describen el efecto de caminar con carga al frente y con carga lateral se muestran en la figura 3.7.

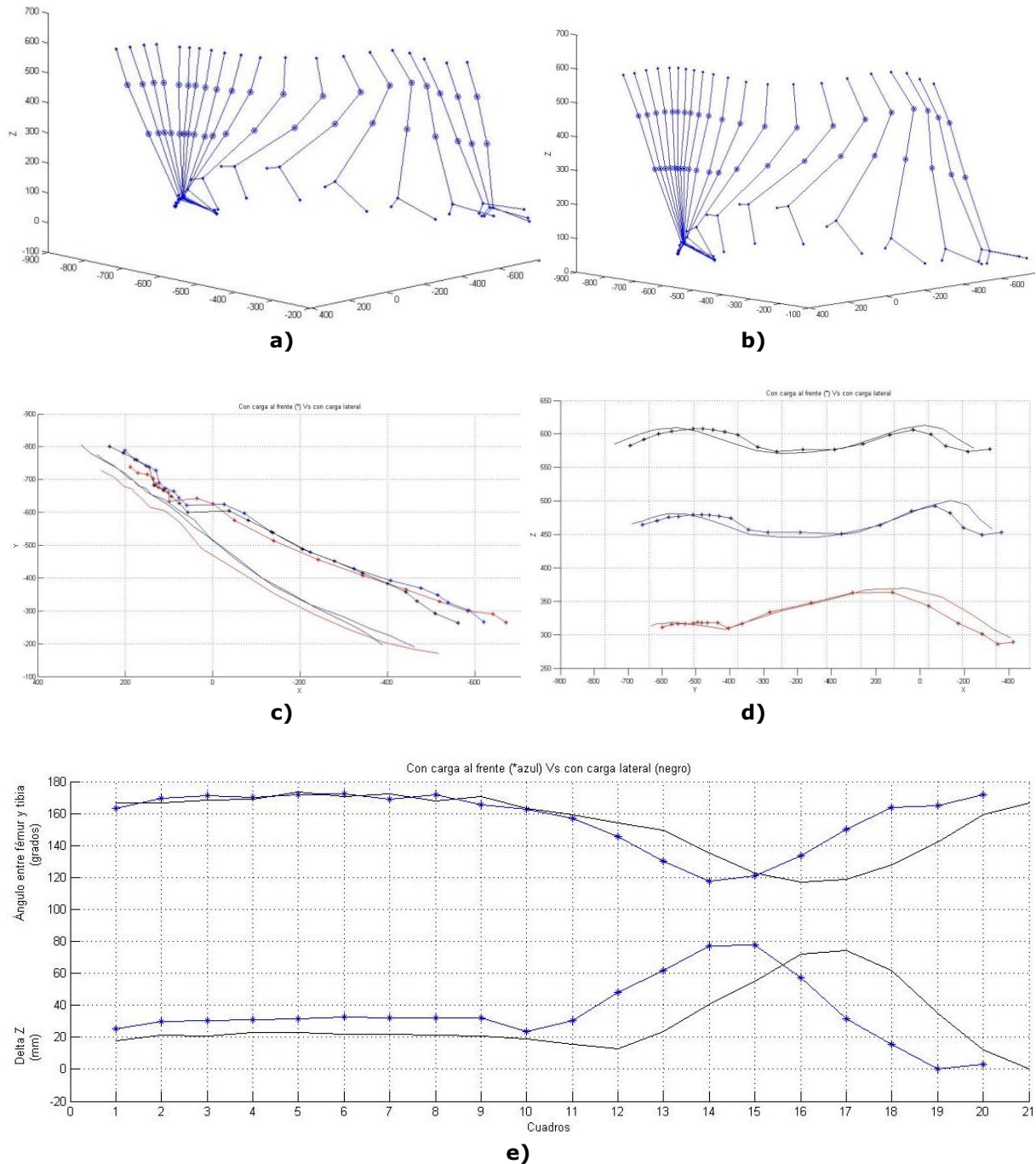


Figura 3.7. Efecto de caminar con carga al frente y con carga lateral: a) 3D carga al frente, b) 3D con carga lateral, c) vista superior, d) vista frontal, e) ángulo entre fémur y tibia, y delta Z.

Efecto de caminar con tacones y sin tacones

La figura 3.8 se muestra el resultado de las trayectorias que describen el efecto de caminar con tacones y sin tacones. El calzado de tacón alto utilizado para esta prueba presenta un tamaño de tacón de 60 mm.

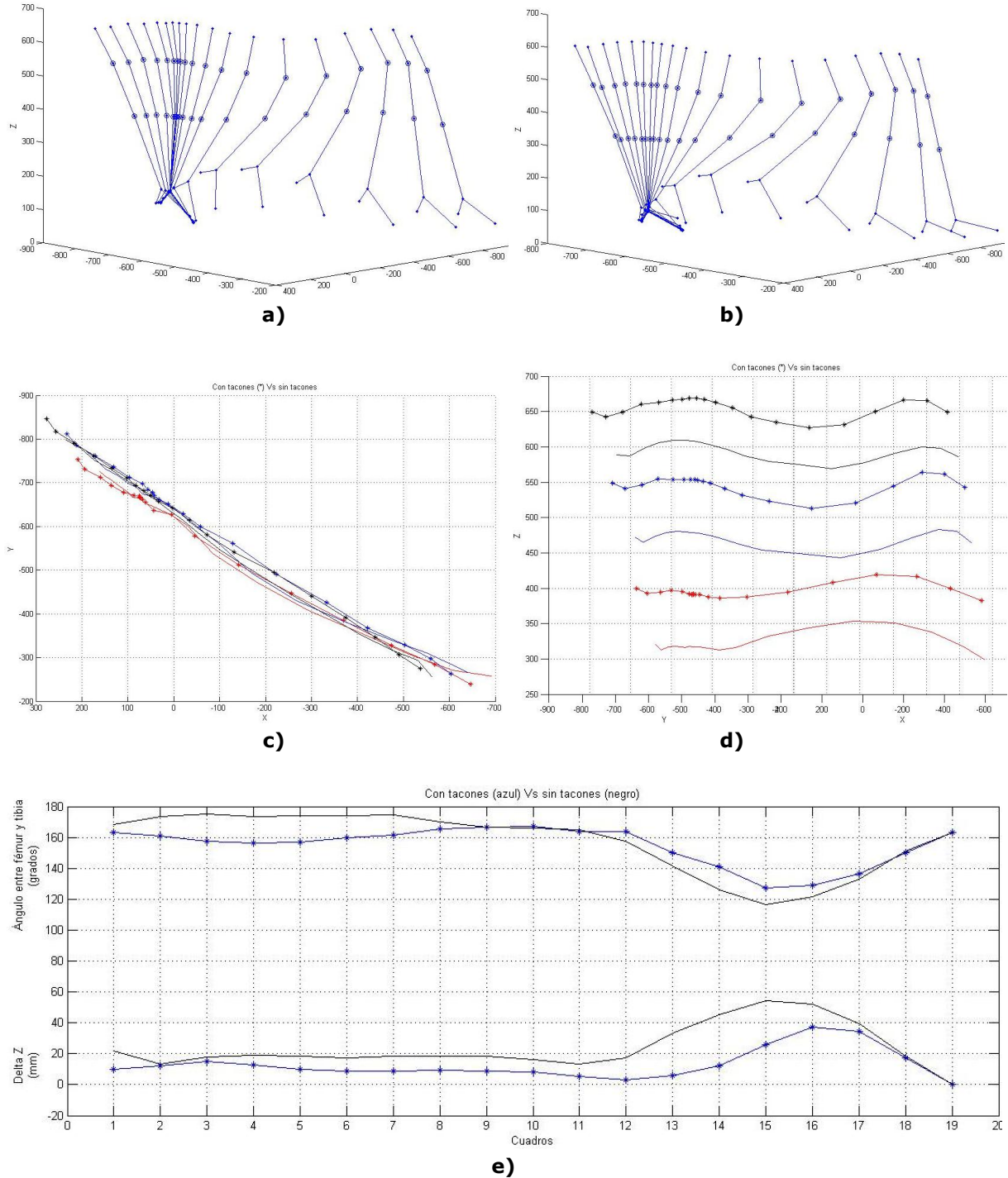


Figura 3.8. Efecto de caminar con tacones y sin tacones: a) 3D con tacones, b) 3D sin tacones, c) vista superior, d) vista frontal, e) ángulo entre fémur y tibia, y delta Z.

3.4.2. Modelo 2

Para el caso de este modelo, hombre, todas las pruebas se realizaron sin calzado.

Efecto de caminar sobre pendiente y sin pendiente

La figura 3.9 muestra el resultado de las trayectorias que describen el efecto de caminar sobre pendiente y sin pendiente.

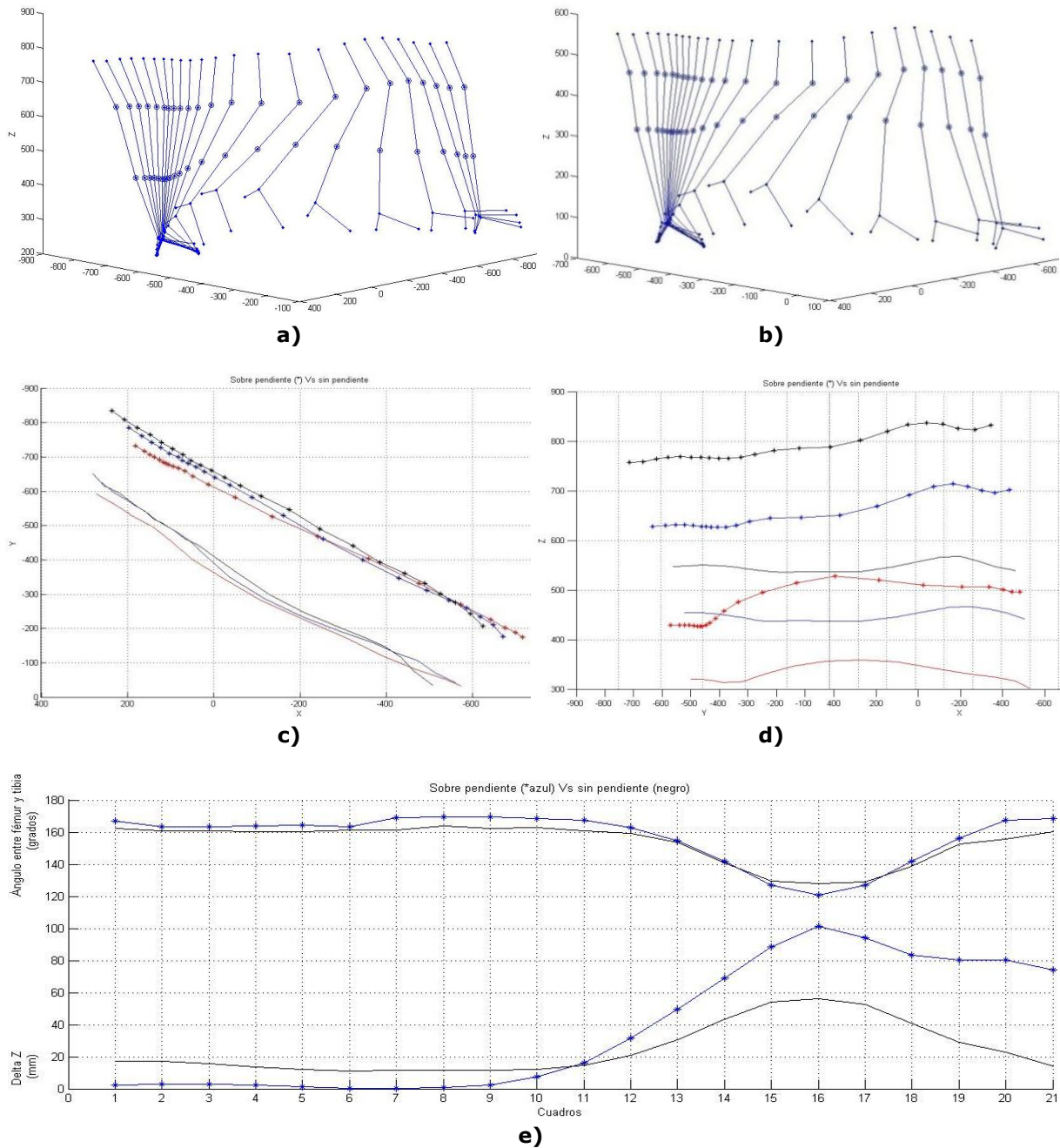


Figura 3.9. Efecto de caminar sobre pendiente y sin pendiente: a) 3D sobre pendiente, b) 3D sin pendiente, c) vista superior, d) vista superior, e) ángulo entre fémur y tibia, y delta Z.

Efecto de caminar con braceo y sin braceo

Las trayectorias que describen el efecto de caminar con braceo y sin braceo se muestran en la figura 3.10.

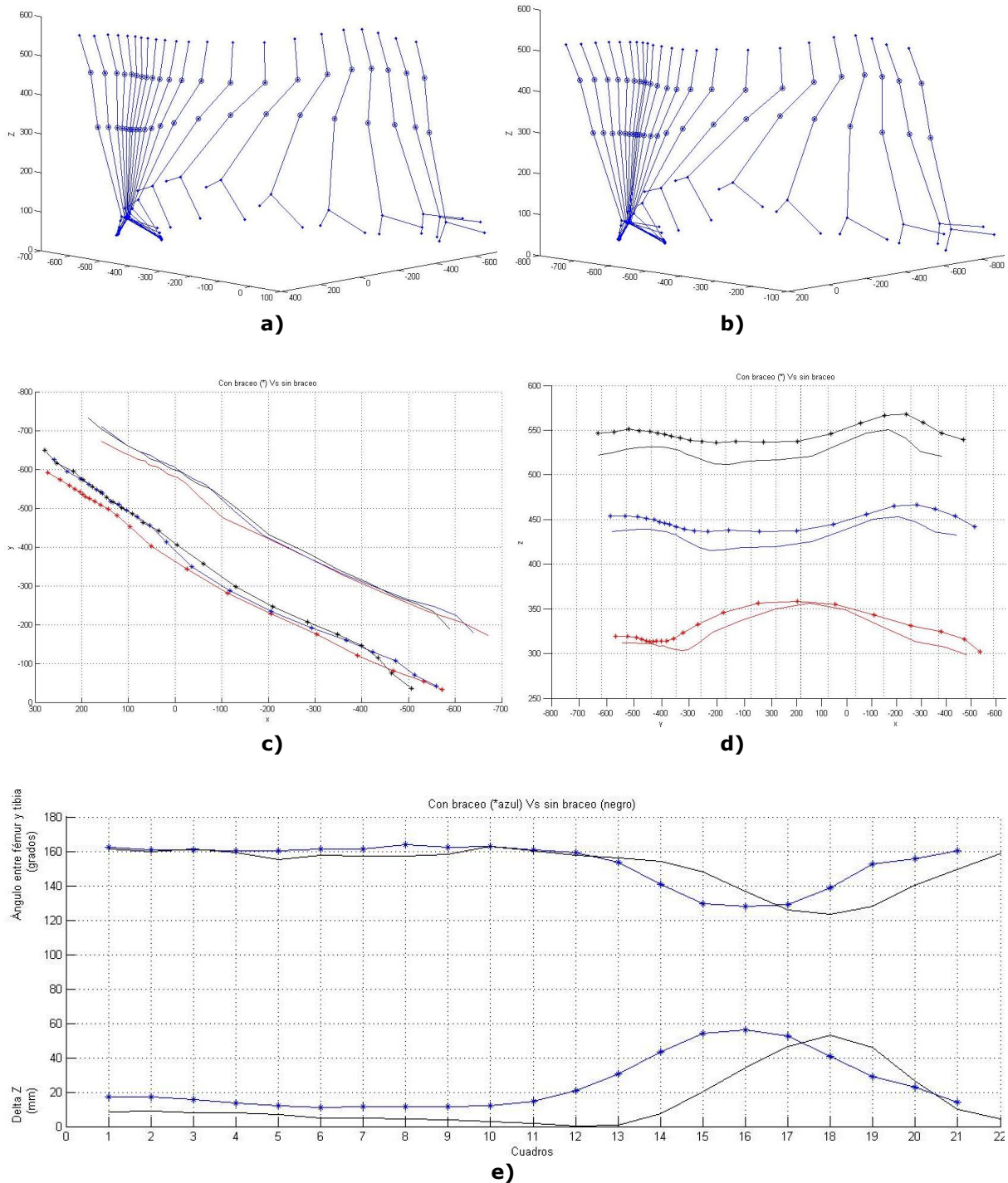


Figura 3.10. Efecto de caminar con braceo y sin braceo: a) 3D con braceo, b) 3D sin braceo, c) vista superior, d) vista frontal, e) ángulo entre fémur y tibia, y delta Z.

Efecto de caminar con carga lateral y sin carga

La figura 3.11 muestra el resultado de las trayectorias que describen el efecto de caminar con carga lateral y sin carga.

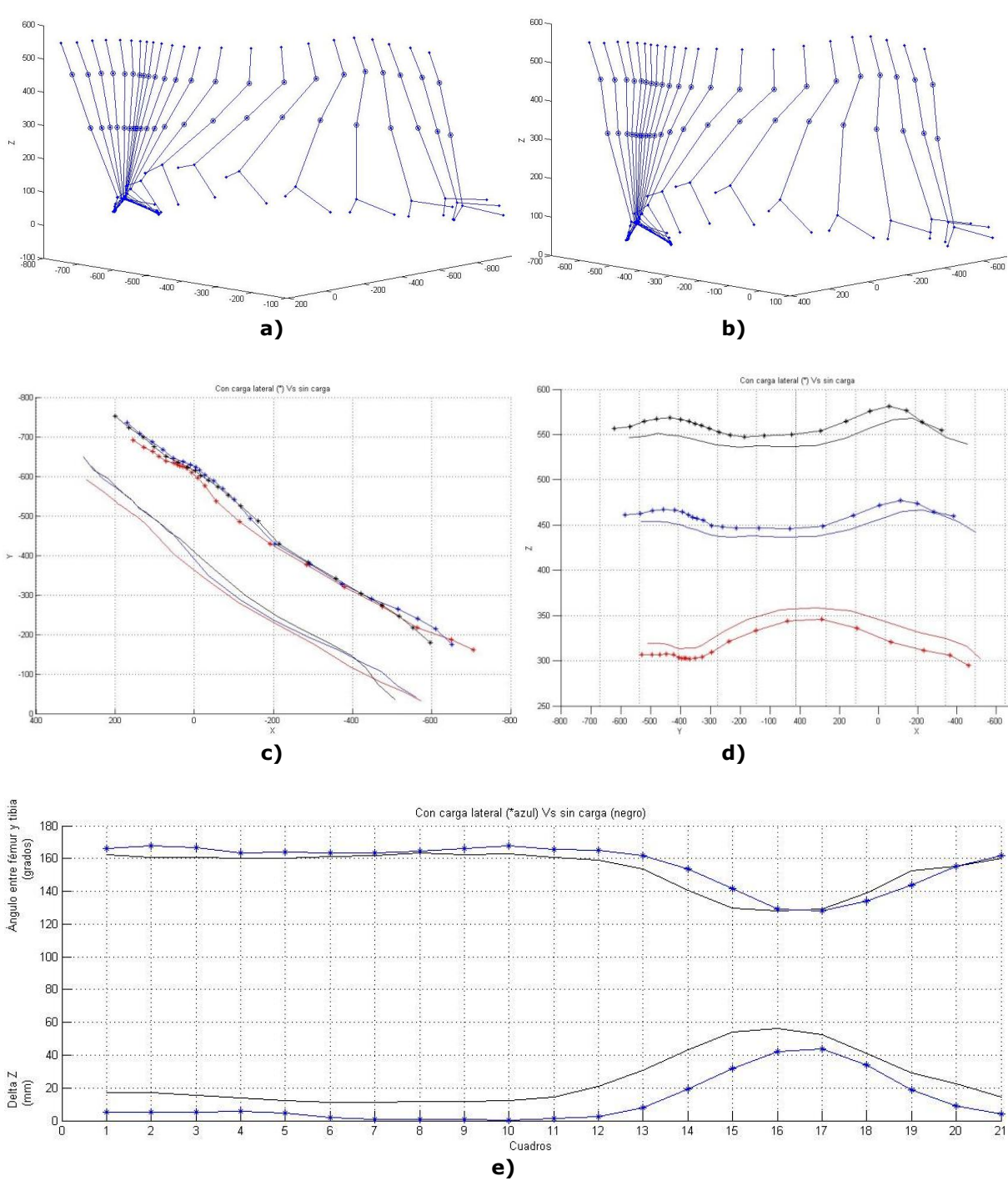


Figura 3.11. Efecto de caminar con carga lateral y sin carga: a) 3D con carga lateral, b) 3D sin carga, c) vista superior, d) vista frontal, e) ángulo entre fémur y tibia, y delta Z.

Efecto de caminar a paso lento y a paso veloz

La figura 3.12 muestra el resultado de las trayectorias que describen el efecto de caminar a paso lento y a paso veloz.

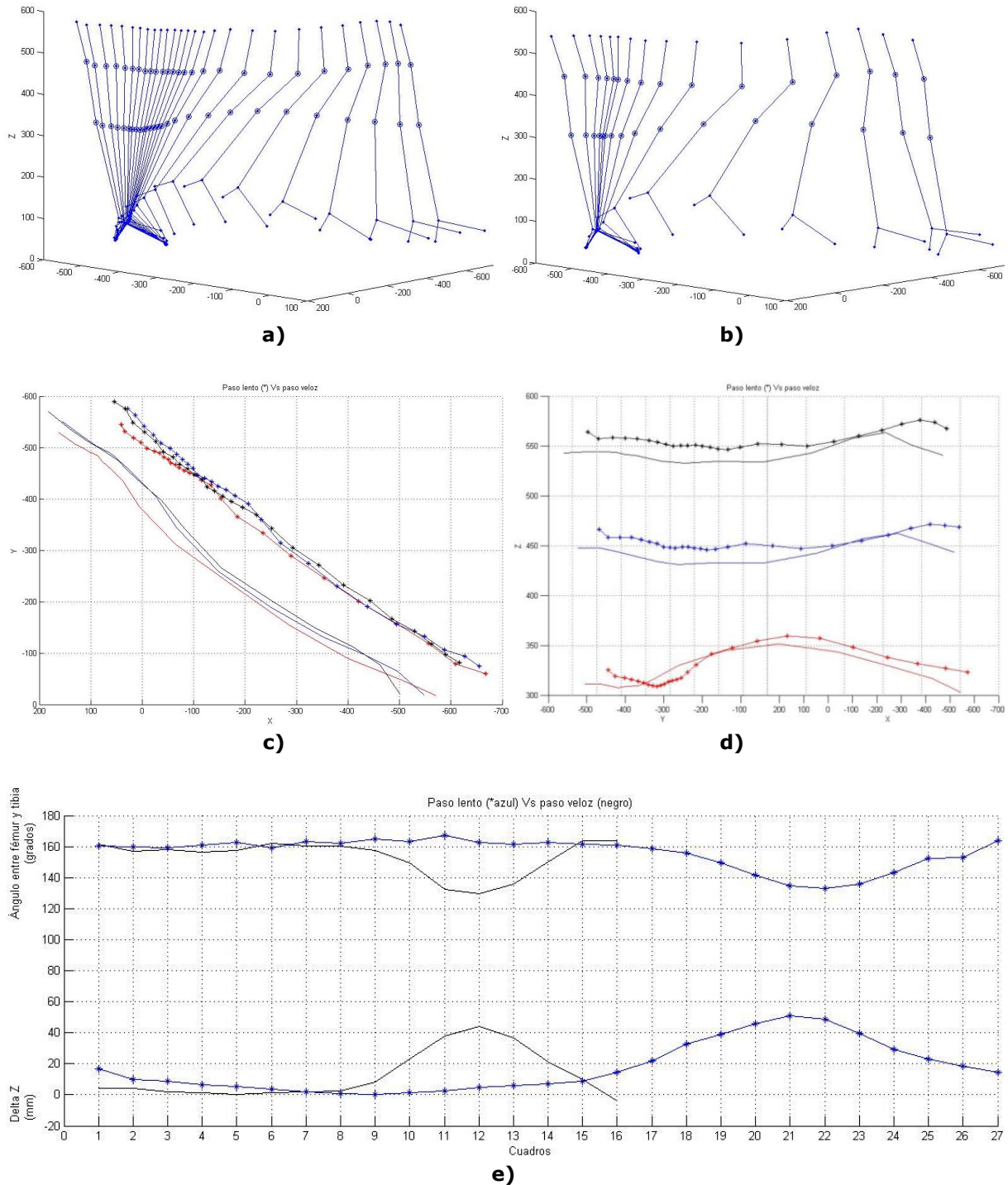


Figura 3.12. Efecto de caminar a paso lento y a paso veloz: a) 3D paso lento, b) 3D paso veloz, c) vista superior, d) vista frontal, e) ángulo entre fémur y tibia, y delta Z.

Efecto de caminar con carga al frente y con carga lateral

Las trayectorias que describen el efecto de caminar con carga al frente y con carga lateral se muestran en la figura 3.13.

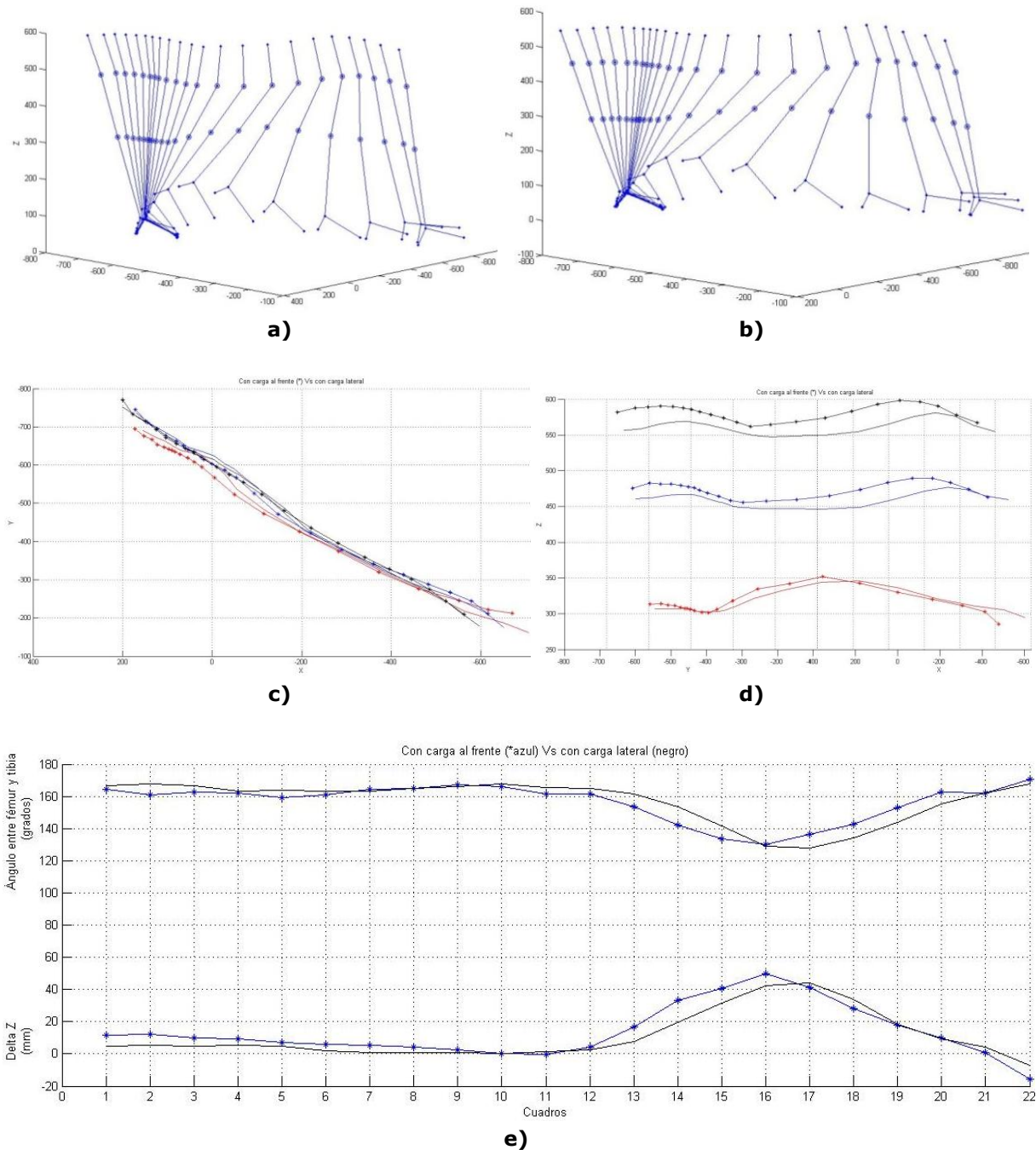


Figura 3.13. Efecto de caminar con carga al frente y con carga lateral: a) 3D carga al frente, b) 3D con carga lateral, c) vista superior, d) vista frontal, e) ángulo entre fémur y tibia, y delta Z.

3.4.3. Modelo 3

Para el caso de este modelo también todas las pruebas se realizaron sin calzado.

Efecto de caminar sobre pendiente y sin pendiente

La figura 3.14 muestra el resultado de las trayectorias que describen el efecto de caminar sobre pendiente y sin pendiente.

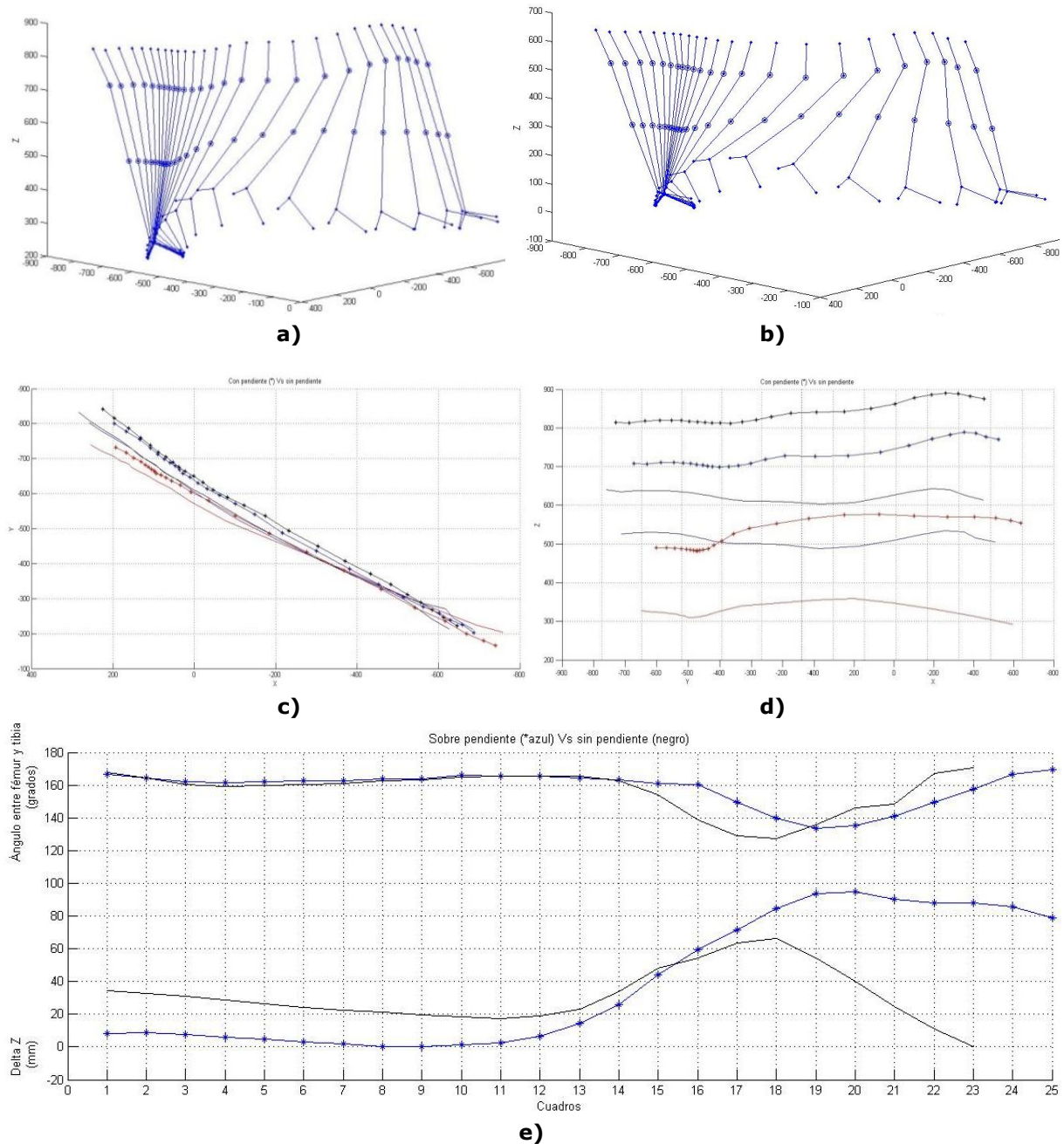


Figura 3.14. Efecto de caminar sobre pendiente y sin pendiente: a) 3D sobre pendiente, b) 3D sin pendiente, c) vista superior, d) vista frontal, e) ángulo entre fémur y tibia, y delta Z.

Efecto de caminar con braceo y sin braceo

La figura 3.15 muestra el resultado de las trayectorias que describen el efecto de caminar con braceo y sin braceo.

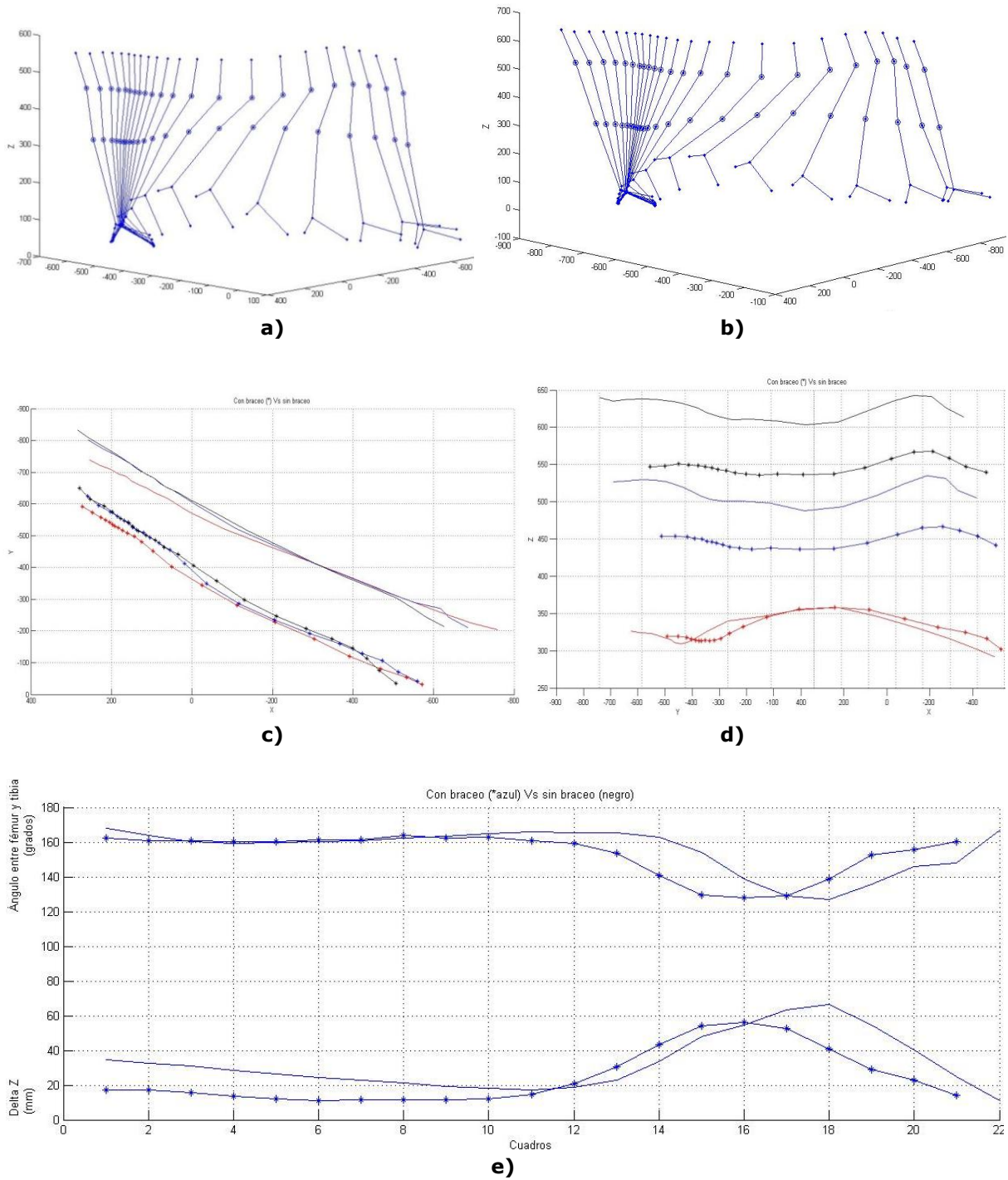


Figura 3.15. Efecto de caminar con braceo y sin braceo: a) 3D con braceo, b) 3D sin braceo, c) vista superior, d) vista frontal, e) ángulo entre fémur y tibia, y delta Z.

Efecto de caminar con carga lateral y sin carga

Las trayectorias que describen el efecto de caminar con carga lateral y sin carga se muestran en la figura 3.16.

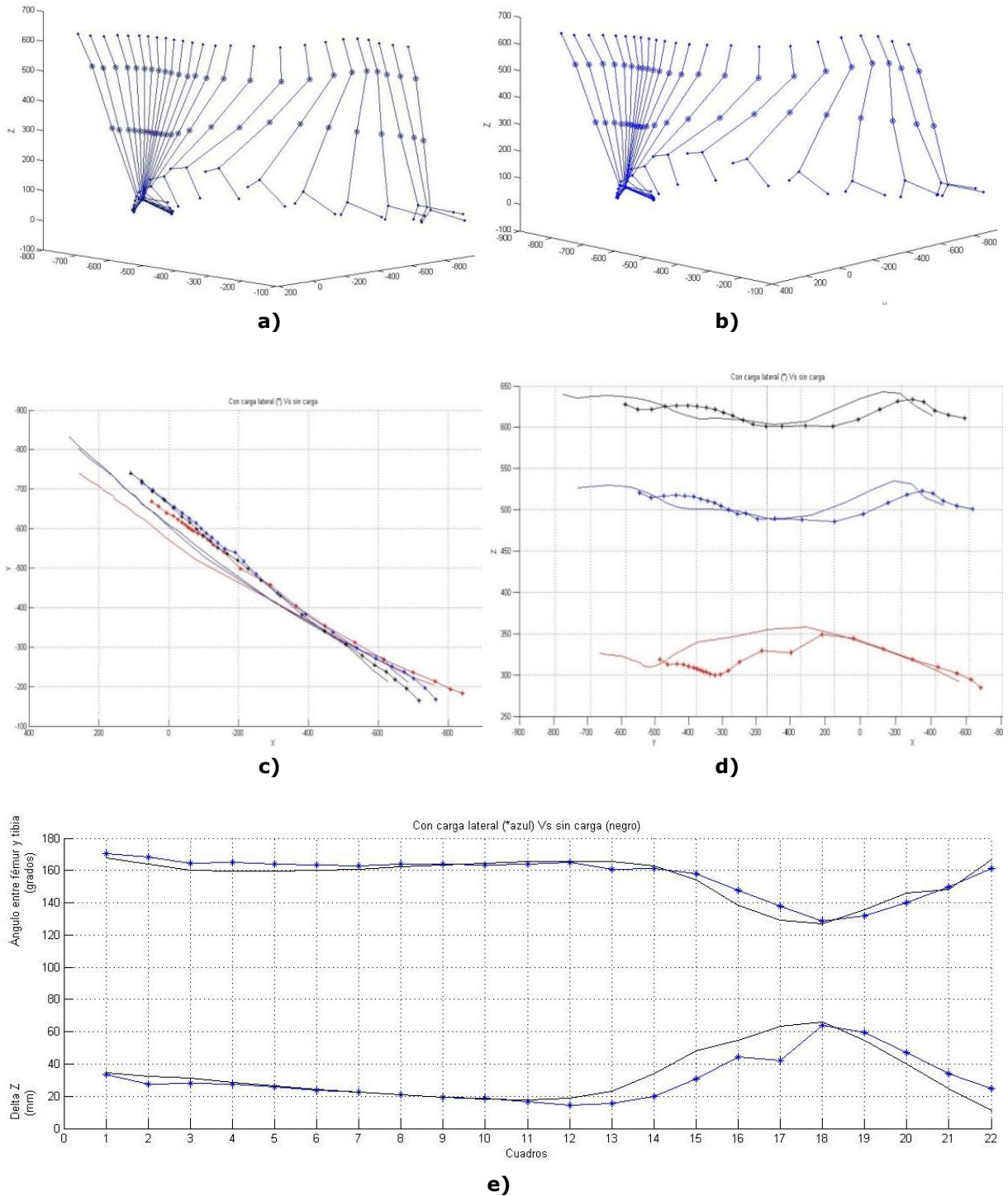


Figura 3.16. Efecto de caminar con carga lateral y sin carga: a) 3D con carga lateral, b) 3D sin carga, c) vista superior, d) vista frontal, e) ángulo entre fémur y tibia, y delta Z.

Efecto de caminar a paso lento y a paso veloz

La figura 3.17 muestra el resultado de las trayectorias que describen el efecto de caminar a paso lento y a paso veloz.

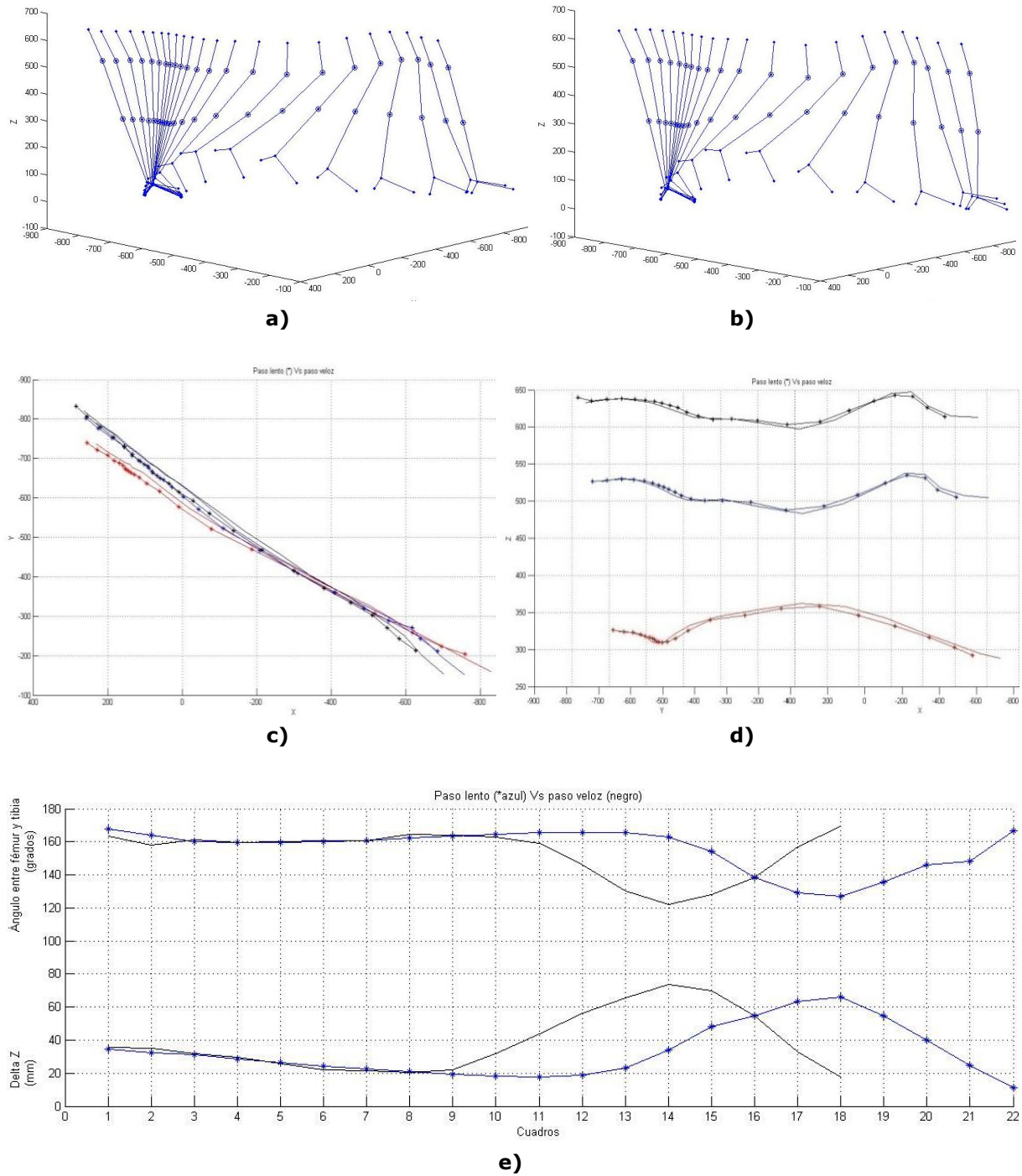


Figura 3.17. Efecto de caminar a paso lento y a paso veloz: a) 3D paso lento, b) 3D paso veloz, c) vista superior, d) vista frontal, e) ángulo entre fémur y tibia, y delta Z.

Efecto de caminar con carga al frente y con carga lateral

Las trayectorias que describen el efecto de caminar con carga al frente y con carga lateral se muestran en la figura 3.18.

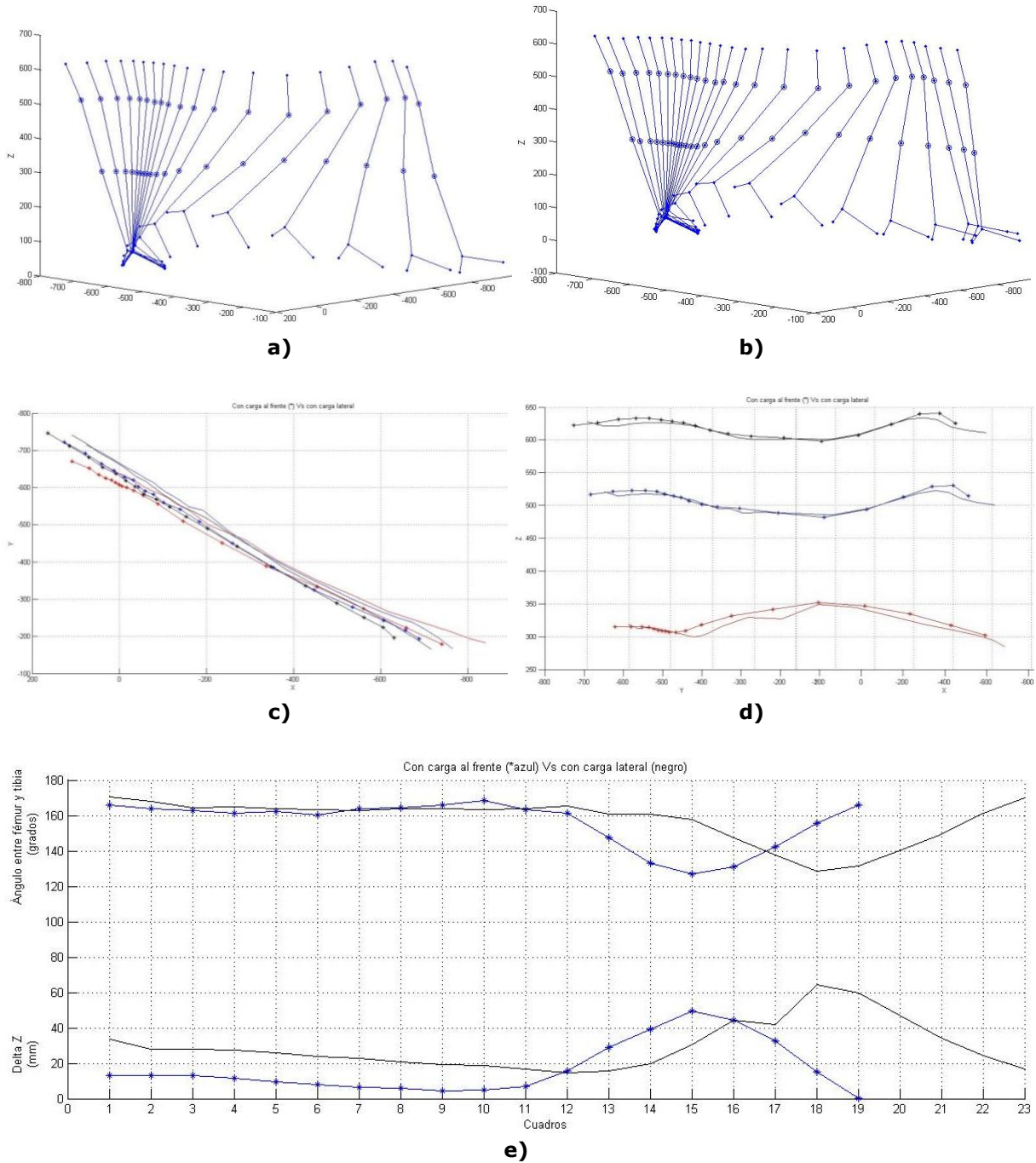


Figura 3.18. Efecto de caminar con carga al frente y con carga lateral: a) 3D carga al frente, b) 3D con carga lateral, c) vista superior, d) vista frontal, e) ángulo entre fémur y tibia, y delta Z.

3.5. Resultados cuantitativos del caminado bajo diversas condiciones

Para cada modelo y condición de caminado, se calcularon las variables características definidas previamente. La tabla 3.3 muestra los resultados obtenidos para cada modelo.

MODELO	Condición de caminado	Áng. min. y max. entre fémur y tibia (grados)		Amplitud de paso (mm)	Tiempo de ciclo (s)	Delta Z máx. (mm)	Desviación máx. entre tibia y fémur según plano sagital (mm)
1	Sobre pendiente	126.13	174.42	955.0	0.42	64.7	18.00
	Sin pendiente	116.64	174.97	1014.5	0.38	54.6	11.11
	Con braceo	116.64	174.97	1014.5	0.38	54.6	11.11
	Sin braceo	116.99	172.67	957.3	0.42	74.8	12.00
	Con carga lateral	117.28	173.58	994.2	0.42	74.2	8.30
	Sin carga	116.64	174.97	1014.5	0.38	54.6	11.11
	Paso lento	116.03	173.07	882.9	0.52	66.1	14.28
	Paso veloz	117.20	166.62	872.2	0.32	81.0	12.00
	Con carga al frente	117.34	172.05	990.9	0.40	77.6	8.00
	Con tacones	127.43	167.29	1037.3	0.38	37.2	14.00
	Sin tacones	116.64	174.97	1014.5	0.38	54.6	11.11
2	Sobre pendiente	120.85	169.45	1047.5	0.46	53.5	18.18
	Sin pendiente	128.12	163.64	1010.3	0.42	56.4	15.38
	Con braceo	128.12	163.64	1010.3	0.42	56.4	15.38
	Sin braceo	123.14	163.34	947.0	0.44	52.9	19.23
	Con carga lateral	128.14	167.98	994.8	0.42	43.9	20.00
	Sin carga	128.12	163.64	1010.3	0.42	56.4	15.38
	Paso lento	132.77	167.23	892.8	0.54	50.7	20.00
	Paso veloz	129.30	163.69	919.6	0.32	44.2	20.00
	Con carga al frente	130.27	170.47	1012.1	0.44	49.9	13.46
	Sin carga al frente	127.07	170.36	1153.7	0.44	66.2	20.00
3	Sobre pendiente	133.68	169.53	1137.0	0.52	65.4	13.95
	Sin pendiente	127.07	170.36	1153.7	0.44	66.2	20.00
	Con braceo	128.12	163.64	1153.7	0.42	56.5	15.00
	Sin braceo	127.07	170.36	1010.1	0.44	66.2	20.00
	Con carga lateral	128.55	173.61	971.9	0.44	64.2	11.11
	Sin carga	127.07	170.36	1153.7	0.44	66.2	20.00
	Paso lento	127.07	170.36	1153.7	0.44	66.2	20.00
	Paso veloz	121.92	169.36	1160.4	0.36	73.8	15.00
	Con carga al frente	127.06	168.32	876.6	0.38	49.7	16.00

Tabla 3.3. Valores característicos de los tres modelos.

3.6. Análisis y discusión de resultados

En general existe gran similitud en todas las trayectorias descritas por el caminado bajo diversas condiciones, sin embargo hay algunas particularidades notorias que se presentan en el caminado de los tres modelos. En la tabla 3.4 se presentan los valores característicos promedio de cada modelo, así como los valores promedio totales, los cuales serán considerados en la síntesis del mecanismo de la prótesis. Cabe mencionar que para el cálculo del promedio del modelo 1 (mujer), no se consideraron los valores característicos de la condición con calzado de tacón; esto con la finalidad de obtener los promedios de los tres modelos bajo las mismas condiciones.

MODELO	Áng. min. y max. entre fémur y tibia (grados)		Amplitud de paso (mm)	Tiempo de ciclo (s)	Delta Z máx. (mm)	Desviación máx. entre tibia y fémur según plano sagital (mm)
1	118.6	172.7	977.1	0.40	63.1	11.9
2	127.6	165.9	982.7	0.43	51.6	17.4
3	127.5	169.5	1085.7	0.43	63.8	16.8
PROMEDIOS TOTALES	124.6	169.4	1015.2	0.42	59.5	15.4

Tabla 3.4. Promedios totales de los valores característicos de los tres modelos.

Amplitud de flexión de la rodilla

En la tabla 3.4 se observa que el modelo 1 (mujer) presentó la mayor amplitud del movimiento de flexión de la rodilla, de 118.6° a 172.7°, es decir una amplitud de 54.1°. En promedio la amplitud del movimiento de flexión fue de 124.6 a 169.4°, es decir una amplitud de 44.8°.

Amplitud de paso

De acuerdo a los datos corporales de los tres modelos (tabla 3.1), y en particular la estatura de cada modelo (1.62m, 1.68m y 1.72m respectivamente), se observa una relación proporcional entre la altura de los modelos y la amplitud del paso obtenida, como se aprecia en la tabla 3.4. Para el modelo más alto (1.72 m de estatura), le corresponde la amplitud de paso más grande (1085.7mm). Por otro lado, el modelo 1 que mide 1.62 m (el más bajo de estatura) le corresponde la amplitud de paso más baja (977.1mm). El promedio general de la amplitud de paso fue de 1015.2 mm. Cabe señalar que en el caso del modelo 1 bajo la condición de caminado con zapato de tacón, la amplitud de paso se incrementó a un valor de 1037.3 mm, lo cual está por encima del promedio del modelo 1 y del promedio general de todos los modelos.

Tiempo de ciclo

En relación al tiempo de ciclo, en la literatura se tienen registros de tiempos de ciclo que varían entre 0.4 a 0.8 s aproximadamente, pero de acuerdo a las pruebas realizadas en este trabajo, se obtuvo un valor promedio de tiempo de ciclo de 0.42 s. Como observación particular, el modelo 1 registró el tiempo de ciclo más corto, 0.40 s.

Altura del paso (delta Z)

Se obtuvo una altura o elevación de paso (delta Z) promedio de 59.5 mm, observándose que el modelo 2 tuvo la altura de paso más pequeña. Es importante destacar que de acuerdo a los resultados de la tabla 3.3 para la condición de caminado con zapato de tacón del modelo 1, se obtuvo el delta Z más bajo de todas las pruebas con un valor de 37.2 mm, lo que representa solo el 62.5% del delta Z promedio.

Desviación entre tibia y fémur

También se puede observar en las gráficas de las trayectorias presentadas anteriormente, específicamente las vistas superiores, que en el proceso de caminado existe un movimiento de la marca número tres colocada en la tibia con respecto al plano sagital. Este movimiento fue posible identificarlo gracias a la aplicación del método de reconstrucción 3D, de otra manera como en el caso de un análisis bidimensional no hubiera sido posible. Este movimiento es cuantificado mediante el valor característico llamado desviación máxima entre tibia y fémur según plano sagital. De acuerdo a los resultados numéricos de la tabla 3.4, la desviación máxima fue más notoria para los modelos 2 y 3, y en el caso del modelo 1 fue menor. La desviación máxima entre tibia y fémur según plano sagital promedio fue de 15.38 mm. Considerando una distancia promedio de 167.14 mm entre las marcas de fin de fémur y tibia, se obtiene un ángulo de 5.28° , el cual corresponde al ángulo promedio de giro de la marca en la tibia con respecto al plano sagital. Debido a la magnitud de este ángulo, es posible llegar a despreciar el movimiento de la tibia y fémur en el plano sagital durante el diseño de la prótesis de rodilla.

Similitud y diferencias entre las trayectorias descritas por las marcas 1, 2 y 3.

Las trayectorias que describen las marcas colocadas en el fémur y fin de fémur son semejantes en cuanto a forma (figura 3.19), lo cual era de esperarse, sin embargo al compararlas con la marca 3, la cual está colocada en la tibia, se observa una trayectoria opuesta, es decir, cuando las marcas 1 y 2 alcanzan su punto más bajo, la marca 3 alcanza su punto más alto y viceversa.

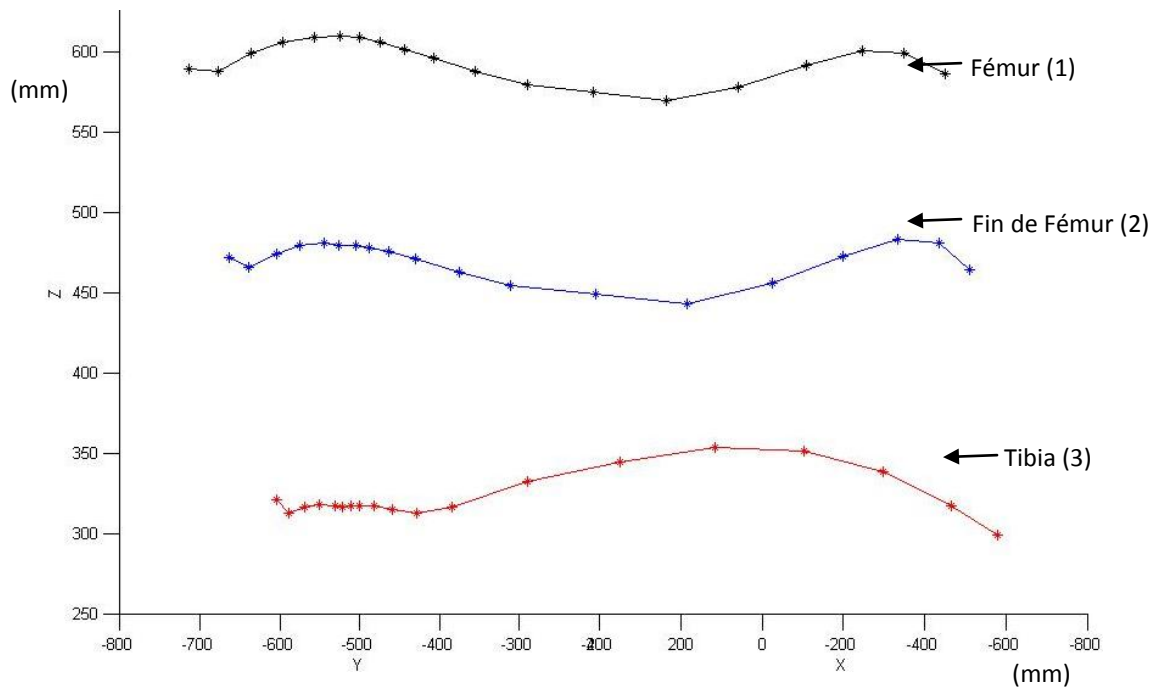


Figura 3.19. Vista frontal de la marca 1, 2 y 3.

Movimiento del pie

En todos los modelos se observa que en la fase de apoyo el pie sostiene todo el peso del cuerpo, y adopta una morfología distinta a la que tiene sin carga (fase de balanceo). Esto se deduce al estimar las distancias entre el tobillo y el talón (marca 4 y 5), la distancia entre el tobillo y los metatarsos (marca 4 y 6), y la distancia entre el talón y los metatarsos (marca 5 y 6). De la figura 3.20 (correspondientes al modelo 3) se estiman las distancias mencionadas, las cuales se muestran en la tabla 3.5. En la figura 3.21 se observa la variación de estas distancia a lo largo de un ciclo de caminado; la zona de apoyo se ubica en los primeros diez cuadros y después comienza la fase de balanceo (sin carga).

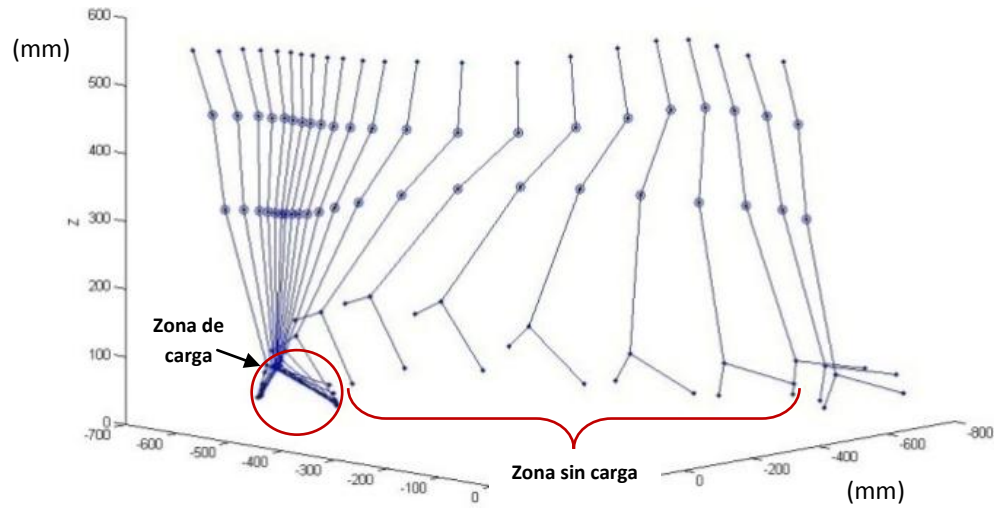


Figura 3.20. Zona de carga y sin carga del pie.

Cuadro	Longitud entre marca 4 y 5 L45 (mm)	Longitud entre marca 4 y 6 L46 (mm)	Longitud entre marca 5 y 6 L56 (mm)
1	49.171	108.8813	123.7243
2	47.9053	108.7572	123.4722
3	48.4769	108.3467	124.817
4	48.6777	108.0808	125.3562
5	47.8884	108.7532	124.8984
6	48.5173	109.103	125.2194
7	47.9479	107.7582	124.4795
8	47.075	107.6645	124.0556
9	46.7384	106.8163	123.3065
10	47.3528	108.5594	123.2528
11	47.1952	112.2593	125.3536
12	45.8594	115.3414	126.4797
13	44.3887	113.1154	125.9325
14	43.0665	116.6536	130.1021
15	47.0383	117.6774	132.1352
16	45.552	117.8726	128.3426
17	46.9172	115.0658	125.498
18	48.782	112.7089	121.7459
19	55.3959	109.9426	125.1121
20	62.9575	113.7844	133.8516

Tabla 3.5 Longitudes entre las marcas colocadas en el pie.

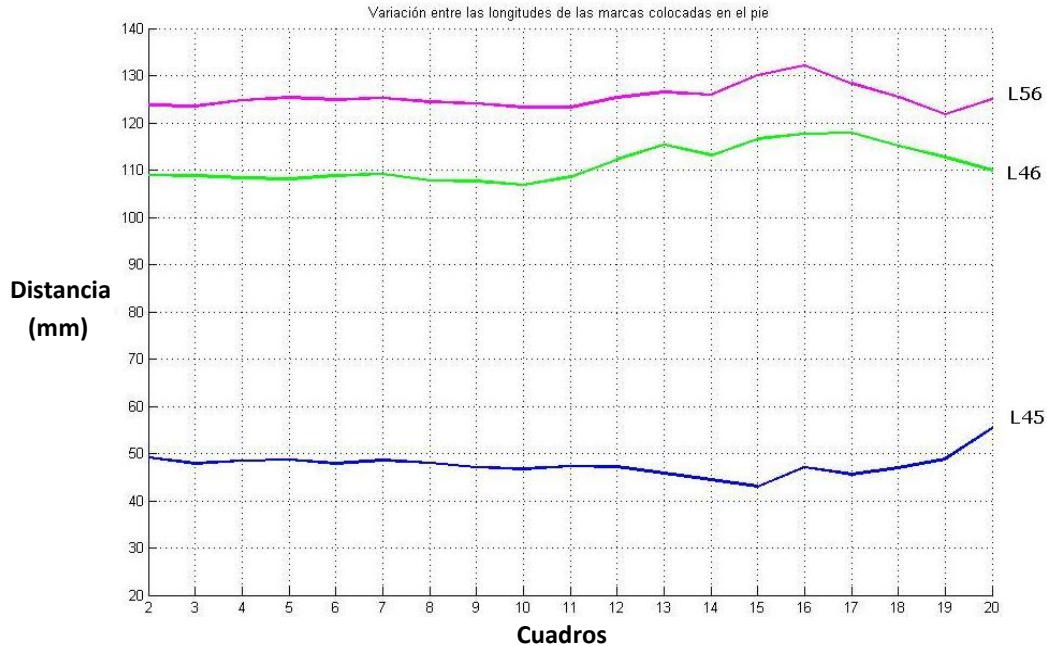


Figura 3.21. Gráfico de la variación de las longitudes de las marcas del pie.

Caminado con y sin braceo

En el caminado con braceo y sin braceo se observa una ligera distorsión en las trayectorias del caminado sin braceo. En relación a las variables características, se observa un tiempo de ciclo menor cuando se camina con braceo que cuando se camina sin braceo. El tiempo de ciclo promedio con braceo resultó de 0.41 s, y sin braceo fue de 0.43 s. Por lo anterior se puede decir que con el braceo la tendencia es caminar más aprisa. Por otro lado, la desviación máxima entre tibia y fémur resultó mayor en los tres modelos bajo la condición "sin braceo" (promedio de 17.07 mm) que con braceo (promedio de 13.83 mm). En cuanto a la amplitud del paso con braceo se obtuvo un promedio de 1059.5 mm, el cual resultó mayor comparado con la condición de sin braceo con un promedio de 971.5 mm. La amplitud de la flexión de la rodilla resultó mayor para la condición de sin braceo, con una amplitud promedio de 46.39°, comparado con el promedio de 43.12° para el caso de con braceo. En cuanto al delta Z, el cual tiene una estrecha relación con el parámetro anterior, resultó mayor para el caso de sin braceo con un promedio de 64.63 mm, comparado con el promedio de 55.83 mm para el caso de con braceo.

Caminado lento y veloz

En el caminado a paso lento y a paso veloz, se observa que al aumentar la velocidad de caminado se aumenta el tiempo en la fase de balanceo y se disminuye la fase de apoyo. Además, el tiempo del doble apoyo se disminuye al

aumentar la velocidad de la marcha. Por lo tanto, con un paso veloz el tiempo de carga (tiempo que la rodilla soporta el peso del cuerpo) es muy corto. La amplitud de la flexión de rodilla resultó ligeramente mayor para la condición del caminado lento con una amplitud promedio de 44.93° , comparado con el promedio de 43.75° para el caso del caminado veloz. En cuanto a la amplitud del paso en el caminado lento se obtuvo un promedio de 976.5 mm, el cual resultó ligeramente menor comparado con la condición del caminado veloz con un promedio de 984.1 mm. En cuanto al delta Z, resultó mayor para el caso del caminado veloz con un promedio de 66.33 mm, comparado con el promedio de 61 mm para el caso del caminado lento. La desviación entre tibia y fémur según plano sagital resultó mayor para el caso del caminado lento (promedio de 18.1 mm), comparado con el caminado veloz (promedio de 15.7 mm).

Caminado sobre y sin pendiente

Para la realización de la prueba del caminado sobre pendiente, se fabricó una rampa con una pendiente de 6° , este ángulo es el resultado del promedio de acuerdo a la información encontrada en cuanto a normativas tanto en México como en otros países, [47]. Cabe señalar que dicha prueba se realizó considerando solo el ascenso de la rampa debido a que se considera más crítico que el descenso.

En el caminado sobre pendiente y sin pendiente, la desviación entre tibia y fémur según plano sagital resultó ligeramente mayor para el caso del caminado sobre pendiente, con un promedio de 16.71 mm, comparado con el caminado sin pendiente con un promedio de 15.5 mm. En el caso del modelo 3 se presenta una desviación máxima entre tibia y fémur según plano sagital de 13.95 mm en el caminado sobre pendiente, el cual resulta menor comparado con los otros dos modelos (1 y 2). La amplitud de la flexión de rodilla resultó ligeramente mayor para la condición del caminado sin pendiente con una amplitud promedio de 45.71° , comparado con el promedio de 44.25° para el caso del caminado sobre pendiente. En la amplitud del paso en el caminado sin pendiente se obtuvo un promedio de 1059.5 mm, el cual resultó mayor comparado con la condición del caminado sobre pendiente con un promedio de 1046.5 mm. En los tres modelos se observa un tiempo de ciclo promedio de 0.47 s para el caso del caminado sobre pendiente, el cual es mayor comparado con el tiempo promedio del caminado sin pendiente que resultó de 0.41 s. En cuanto al delta Z, éste resultó ligeramente mayor para el caso del caminado sobre pendiente con un promedio de 61.2 mm, comparado con el promedio de 59.1 mm para el caso del caminado sin pendiente.

Caminado con y sin carga lateral

En la prueba con carga lateral, a los modelos se les pidió cargar una pesa de 8 kg. en cada mano en el caso de los varones, y una pesa de 4 kg. en el caso de la mujer. Lo anterior con el propósito de simular la carga que las personas pudieran llevar durante su caminado al realizar actividades como ir de compras al súper.

El caminar con y sin carga lateral resultó en una amplitud de paso promedio de 986.9 mm para el caso de caminar con carga lateral, mientras que el caminado sin carga resultó en una amplitud de paso promedio de 1059.5 mm. De estos resultados se puede observar que al caminar con carga lateral la amplitud del paso tiende a disminuirse. La amplitud de la flexión de la rodilla resultó muy similar para ambos casos, para la condición del caminado con carga lateral con una amplitud promedio de 47.1° , y para el caso del caminado sin carga con un promedio de 46.7° . El tiempo de ciclo promedio con carga lateral resultó ligeramente mayor con un promedio de 0.43 s, comparado con un promedio de 0.41 s sin carga. En cuanto al delta Z, resultó ligeramente mayor para el caso del caminado con carga lateral con un promedio de 60.8 mm, comparado con el promedio de 59.1 mm para el caso del caminado sin carga. La desviación entre tibia y fémur según plano sagital resultó menor para el caso del caminado con carga lateral con un promedio de 13.14 mm, comparado con el caminado sin carga con un promedio de 15.5 mm.

Caminado con carga al frente y con carga lateral

En la prueba con carga al frente, a los modelos se les pidió cargar al frente con ambas manos una pesa de 8 kg., simulando el efecto cuando la carga viene como una unidad, por ejemplo una caja.

Específicamente en el caminado con carga al frente del modelo 1 se presentó un tropiezo al inicio del ciclo. Este tropiezo pudo ser captado por el sistema de reconstrucción 3D, tal como se observa en la figura 3.22 en donde se aprecia una distorsión en las marcas 1, 2 y 3.

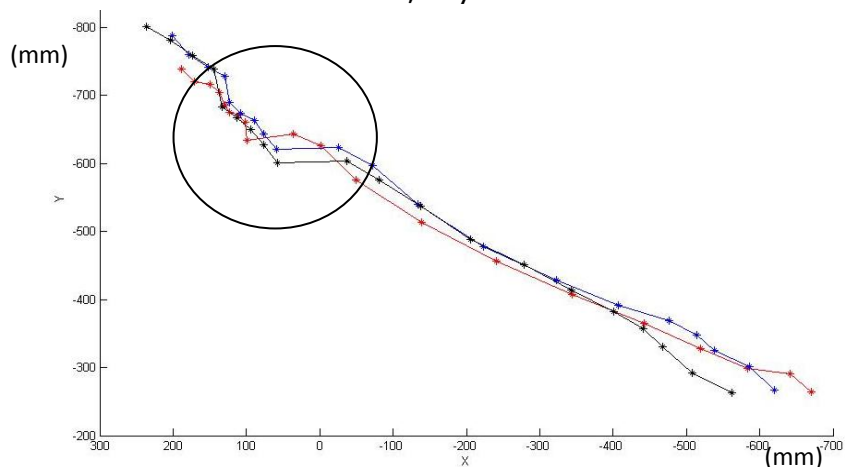


Fig. 3.22. Distorsión debido a un tropiezo en la condición de carga al frente del modelo 1, vista superior.

En el caminado con carga al frente y con carga lateral, la amplitud de la flexión de la rodilla resultó ligeramente mayor para la condición del caminado con carga lateral con una amplitud promedio de 47.1° , comparado con el promedio de 45.4° para el caso del caminado con carga al frente. La amplitud del paso en el caminado con carga lateral se obtuvo un promedio de 987 mm, el cual resultó mayor comparado con la condición del caminado con carga al frente con un promedio de 959.9 mm. El tiempo de ciclo promedio con carga lateral resultó ligeramente mayor, 0.43 s, comparado con un promedio de 0.41 s para el caso del caminado con carga al frente. En cuanto al delta Z, resultó ligeramente mayor para el caso del caminado con carga lateral con un promedio de 60.8 mm, comparado con el promedio de 59.1 mm para el caso del caminado con carga al frente. La desviación entre tibia y fémur según plano sagital resultó ligeramente mayor para el caso del caminado con carga lateral con un promedio de 13.1 mm, comparado con el caminado con carga al frente con un promedio de 12.5 mm.

Caminado con tacón alto

Con el uso de calzado de tacón alto (altura de tacón 60 mm), se observa que la flexión de rodilla genera un ángulo mínimo y máximo entre el fémur y la tibia de 127.4° y 167.2° respectivamente, lo que implica una amplitud máxima de 39.86° . Por otro lado, en el caminado sin zapato de tacón se obtiene un ángulo mínimo y máximo de 116.6° y 174.9° , dando una amplitud de 58.3° . Por lo tanto, se puede decir que con el uso de zapatos de tacón alto la amplitud del movimiento de flexión de la rodilla es menor. Tal como se observa en la figura 3.23, el uso de zapatos de tacón alto también genera alteraciones en la alineación sagital de los miembros inferiores y el tronco. Las marcas colocadas en el fémur, fin de fémur y tibia, quedan muy próximas entre sí en la fase de apoyo; es decir la recepción del peso sobre el pie no resulta tan paulatino como en el caso de las otras pruebas sin este tipo de calzado, en las cuales se observa que en la fase de apoyo tanto en la recepción del peso como en el despegue se describe un movimiento en forma de abanico, tal como se observa en la figura 3.24.

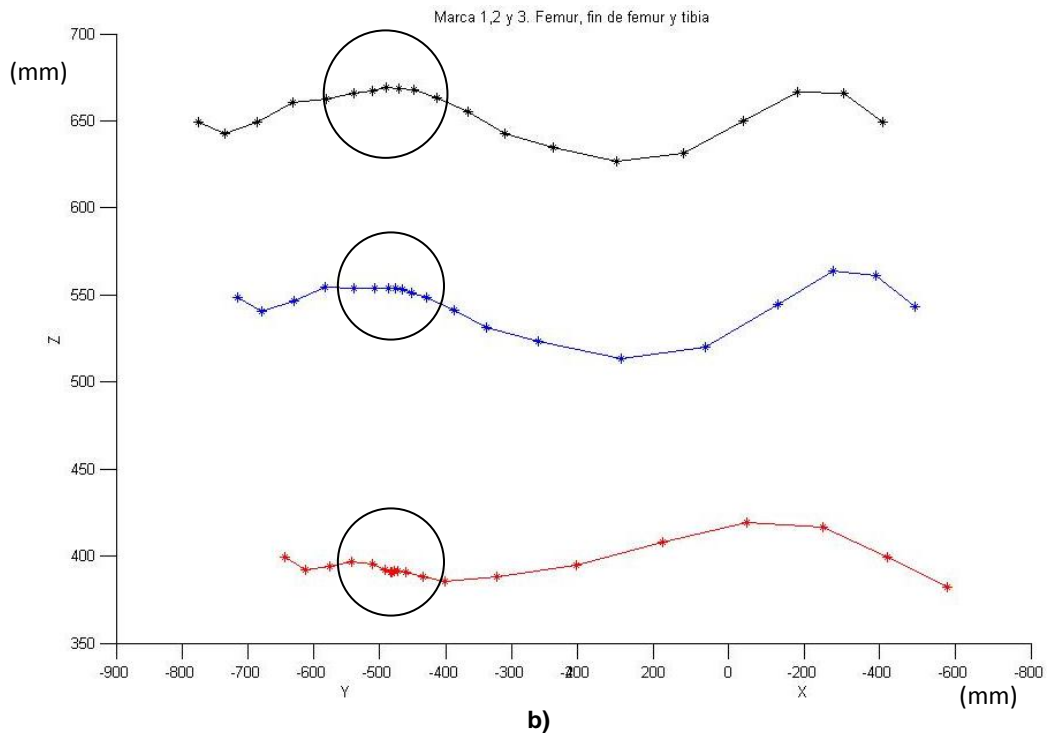
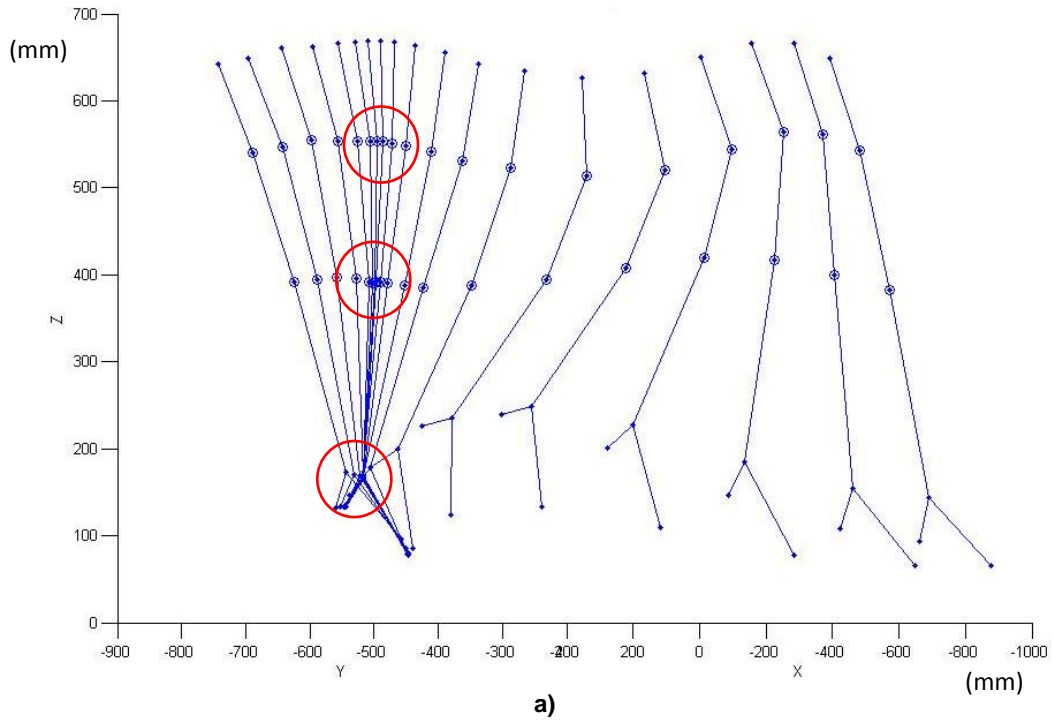


Figura 3.23. Trayectorias 3D del caminado con el uso de calzado de tacón alto: a) vista frontal de las seis marcas, b) vista frontal de las trayectoria descrita por las marcas 1, 2 y 3.

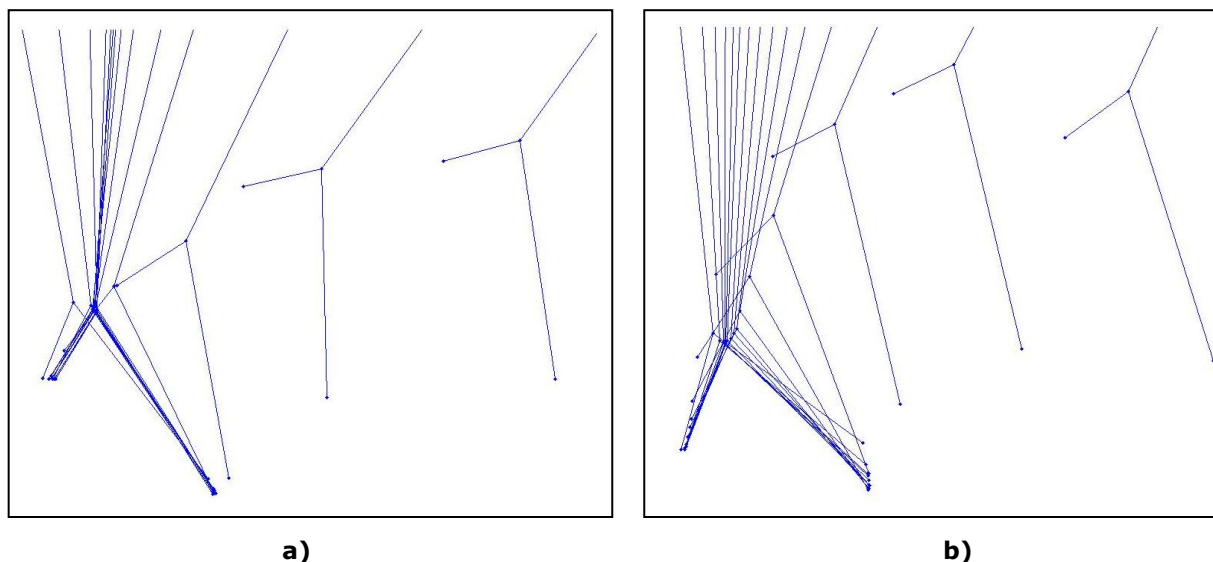


Figura 3.24. Fase de apoyo: a) Con calzado de tacón alto, b) Sin calzado.

En general el peso de una persona se distribuye en el pie tanto en el tarso anterior, como en el tarso posterior, aproximadamente el 50%; pero con el uso de tacón estas proporciones varían según el tamaño del mismo. Con este tipo de calzado la proporción del peso aumenta notablemente en el tarso anterior, transformando la mecánica normal de la pisada. El inicio de la pisada debe ser con el talón. La mujer que usa tacones muy altos no puede pisar correctamente, la mayor parte del peso recae en la parte delantera del pie y el esfuerzo llega a la rodilla en flexión. De acuerdo a la literatura, el uso de tacón podría causar a lo largo de los años: problemas en la rodilla y la espalda, caídas peligrosas, reducir los músculos de la pantorrilla, inflamar el tendón de Aquiles, dedos de martillo, neuromas (tumores benignos constituidos principalmente por fibras y células nerviosas), metatarsalgia (dolor fuerte en los metatarsos del pie a nivel de la planta), entre otros.

Cabe indicar que esta prueba de caminado con tacones no tiene relevancia para el diseño de la prótesis, pero su importancia radica en el caracterizado del caminado humano bajo diversas condiciones, tratando de identificar características cualitativas y cuantitativas que podrían ser utilizadas para el estudio y análisis bajo esta condición en trabajos futuros no necesariamente relacionados al diseño de prótesis. Cabe recordar que en los resultados mostrados en la tabla 3.4 se descartaron los valores correspondientes a la prueba del caminado con tacón.

3.7 Flexión de la rodilla

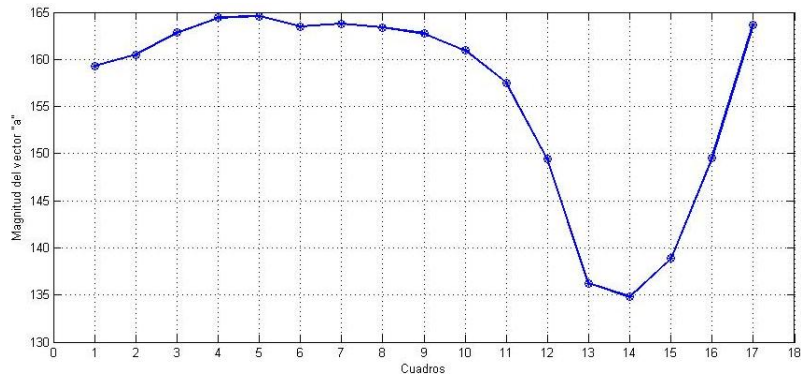
En todos los modelos se observa que la magnitud del vector entre la marca 2 y la marca 3 (fin de fémur y tibia), definido anteriormente como vector **a**, varía conforme se flexiona la pierna. Analizando la información de las diferentes condiciones de caminado para cada modelo, se encuentra gran similitud en los tres modelos en cuanto a esta variación en la longitud del vector **a**. La tabla 3.6 muestra los datos de las magnitudes del vector **a** en un ciclo de caminado, y en la figura 3.25 se grafican las variación en su magnitud. La máxima variación del vector **a** para el modelo 1 fue de 29.79 mm, para el modelo 2 de 27.89 mm, y para el modelo 3 de 25.51 mm.

MODELO 1	MODELO 2	MODELO 3
159.2831	138.5376	209.6865
160.4813	137.9498	211.0368
162.8275	137.7924	211.6156
164.4464	138.4759	213.5419
164.5945	138.9901	213.06
163.502	137.3359	212.6834
163.798	137.4396	213.4396
163.3931	136.3792	214.4958
162.7333	134.6685	214.4446
160.9624	132.3094	214.3141
157.541	131.0982	213.7931
149.3938	131.9109	212.53
136.2612	133.9483	212.2449
134.8027	137.952	209.0111
138.8689	138.425	205.847
149.5643		198.971
163.6657		195.023
		193.8092
		197.4064
		206.766
		214.6134

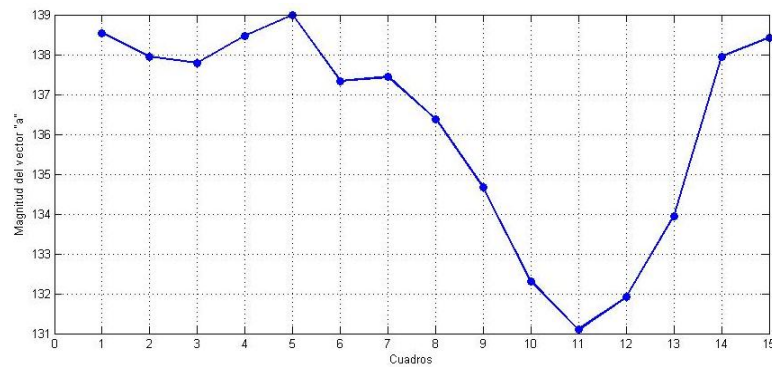
Tabla 3.6. Magnitudes del vector “a” para cada modelo.

De acuerdo a los resultados obtenidos de la reconstrucción de las trayectorias 3D del caminado bajo diversas condiciones, se destaca la importancia de considerar la articulación de la rodilla como el elemento crucial en el diseño de una prótesis transfemoral. Esto debido a que la rodilla es la encargada de la estabilidad y movilidad de la pierna en el caminar, y es la responsable de acortar la longitud de la pierna en la fase de balanceo para evitar

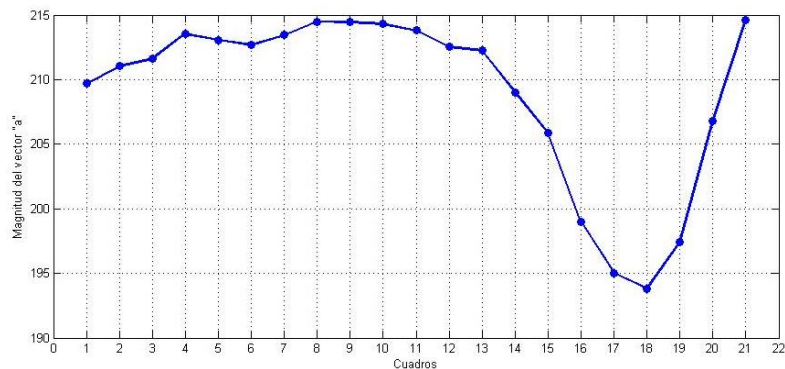
tropiezos. Por tal motivo, en el análisis y síntesis del mecanismo se considerará como primera prioridad el sintetizar un mecanismo que cumpla con este efecto de acortar la longitud de la pierna de acuerdo a la variación del vector \mathbf{a} (distancia entre la marca del fin de fémur y la tibia). Debido al resultado de la variación de este vector, se puede concluir que las prótesis para rodilla del tipo eje sencillo o tipo bisagra, aún cuando son las más usadas en todo el mundo por su bajo costo, son las menos indicadas debido a que el vector \mathbf{a} es siempre constante, por lo que puede originar tropiezos y entorpecer el caminado.



a)



b)



c)

Figura 3.25. Gráficas de la variación de la magnitud del vector \mathbf{a} : a) modelo 1, b) modelo 2, c) modelo 3.

Capítulo 4

Análisis y síntesis del mecanismo para el movimiento de la rodilla humana

En el capítulo anterior se determinaron los parámetros que describen el caminado humano bajo diversas condiciones y desde un punto de vista 3D, toda la información obtenida del análisis del caminado humano se aplicará finalmente en el diseño del mecanismo que satisfaga las necesidades de movimiento de la rodilla para la prótesis transfemoral. Para llevar a cabo el análisis y síntesis del mecanismo para el movimiento de la rodilla, se tomará como primera prioridad la variación de la magnitud del vector que va de la marca colocada en el fin de fémur (marca 2) a la marca colocada en la tibia (marca 3), definido anteriormente como vector \mathbf{a} , el cual disminuye de longitud en función de la flexión de la rodilla; es decir que la longitud más grande de este vector es cuando la pierna se encuentra en la fase de apoyo, y la longitud más corta se presenta cuando se alcanza la máxima flexión de la rodilla. Este efecto analizado en el final del capítulo anterior es lo que se denomina el efecto de acortar la longitud de la pierna en función de la flexión de la rodilla (término utilizado también en la literatura). Por otro lado, el valor característico definido como *desviación máxima entre tibia y fémur*, el cual corresponde a un ángulo promedio de 5.28° , se considerará despreciable para la síntesis del mecanismo; simplificando el problema a la síntesis de un mecanismo plano.

4.1. Síntesis de mecanismos planos

Sintetizar un mecanismo significa que dado un movimiento a generar, se trata de encontrar aquél mecanismo que cumpla con dicho movimiento. El encontrar o configurar un mecanismo implica conocer el tipo de mecanismo del que se trata, saber el número de uniones y eslabones que lo conforman, y finalmente conocer sus dimensiones. Por lo tanto la síntesis de un mecanismo comprende:

- a) Síntesis de tipo
- b) Síntesis de número
- c) Síntesis dimensional

Síntesis de tipo y número

La síntesis de tipo consiste en seleccionar el tipo de mecanismo mediante el cual se puede generar el movimiento deseado. En este proceso se consideran ampliamente los factores cinemáticos del mecanismo, entre los cuales destacan: procesos de manufactura, materiales a utilizar, confiabilidad, espacio disponible, costos, entre otros. Para esta aplicación particular de la síntesis de un mecanismo para una prótesis tipo transfemoral, en la sección 1.1.6 se describieron dos de los mecanismos más utilizados: el tipo bisagra y el policéntrico. Como se indicó en el capítulo anterior y al inicio de este capítulo, la principal característica a considerar del movimiento es que la magnitud del vector \mathbf{a} disminuye con la flexión de la rodilla, por lo que el mecanismo tipo policéntrico es el más conveniente.

En lo que respecta a la síntesis de número, la cual consiste en conocer el número de eslabones y articulaciones que deberá tener el mecanismo con la finalidad de obtener una movilidad determinada, se propone el uso de una rodilla del tipo policéntrica basado en un *mecanismo de cuatro barras* como el que se muestra en la figura 4.1, donde L_1 corresponde a la barra conductora, L_2 es la barra acopladora, L_3 es la barra conducida y L_4 es la barra fija.

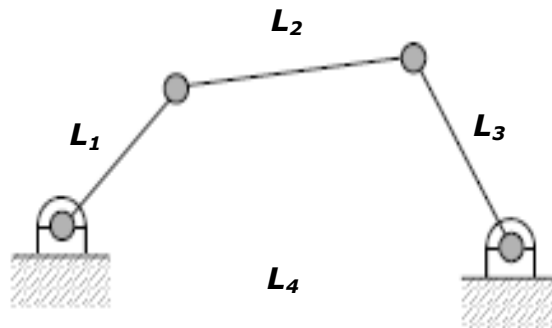


Figura 4.1. Mecanismo de cuatro barras.

4.2. Síntesis dimensional

La síntesis dimensional está orientada a determinar las dimensiones individuales de los eslabones, de tal manera que el mecanismo cumpla con el rango de amplitudes del movimiento requerido. La síntesis dimensional puede clasificarse en tres tipos principales:

- **Generación de funciones.** Este tipo de síntesis consiste en obtener las dimensiones de un mecanismo de manera tal que se pueda generar una

determinada función. Por lo general, la generación de la función será exacta solamente en puntos específicos de la misma y será aproximada en el resto de la función.

- **La generación de trayectorias.** En este caso se obtienen las dimensiones geométricas del mecanismo para generar una determinada trayectoria. Por lo general la trayectoria la genera un punto sobre el eslabón acoplador.
- **Conducción de cuerpo rígido.** En este caso la síntesis dimensional se realiza con el propósito de que un cuerpo rígido pase a través de una serie de configuraciones deseadas. Por lo general el cuerpo rígido va unido a la barra acopladora.

Para este caso de estudio en particular, se selecciona el tipo de síntesis dimensional por conducción de cuerpo rígido, ya que el cuerpo conducido será el conjunto tibia, tobillo y pie, los cuales deberán moverse de acuerdo a las configuraciones deseadas.

4.2.1. Definición de las configuraciones deseadas

Para definir las configuraciones o posiciones deseadas del mecanismo, se determinan los cuadros más representativos de la trayectoria promedio del caminado, los cuales se muestran en la figura 4.2. En estos cuadros se visualizan las marcas 1, 2 y 3, (fémur, fin de fémur y tibia, respectivamente) y en el apéndice E se presentan sus coordenadas espaciales promedio.

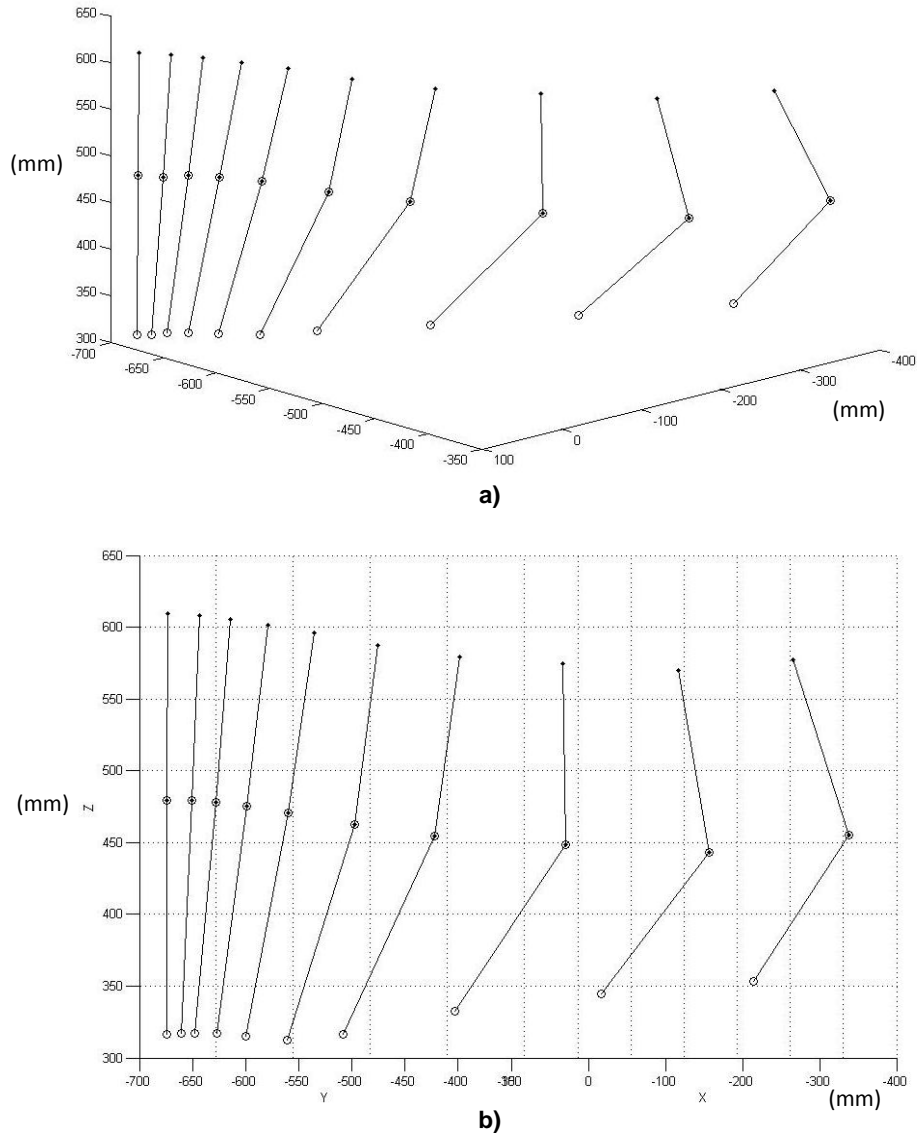


Figura 4.2. Cuadros representativos del proceso de caminado promedio de las tres primeras marcas (fémur, fin de fémur y tibia): a) vista 3D, b) vista frontal.

Para el análisis y síntesis del mecanismo solo se consideran tres cuadros: uno para la fase de apoyo, otro para la transición entre la fase de apoyo y balance, y otro último para la fase de balanceo que corresponde a la flexión más grande en promedio. Los cuadros considerados se muestran en la figura 4.3. En la tabla 4.1 se muestran los parámetros de interés de los tres cuadros seleccionados.

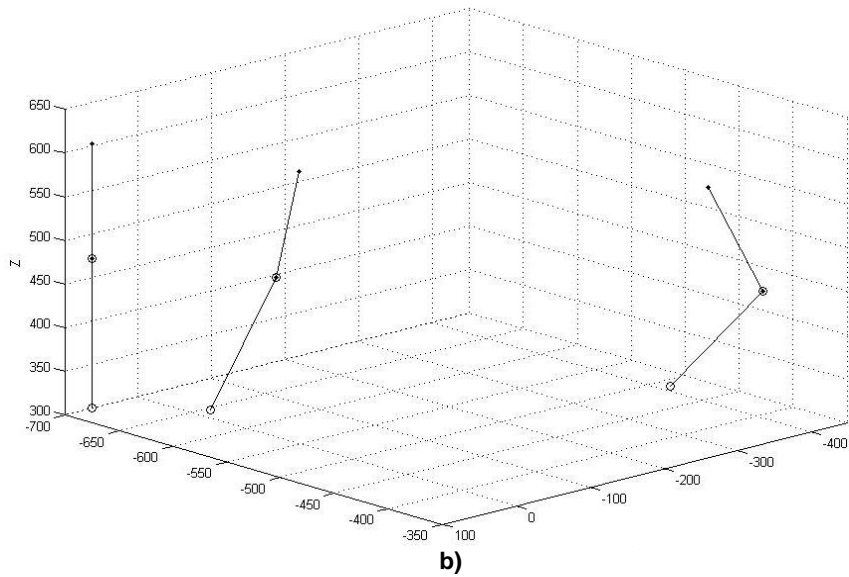
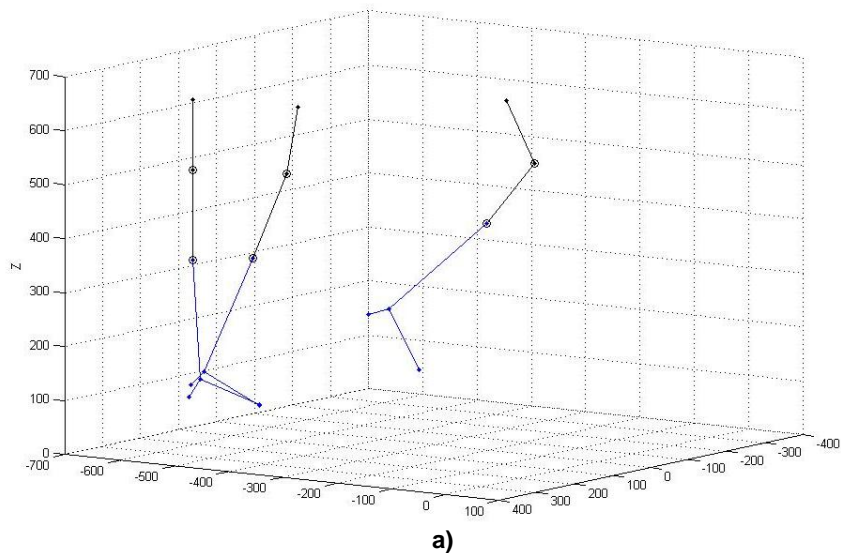


Figura 4.3. Los tres cuadros representativos del proceso del caminado promedio: a) seis marcas, b) tres marcas.

Cuadro	Θ (grados)	Delta Z (mm)	a (mm)
1	174.11	17.17	164.59
2	164.65	13.45	160.96
3	116.64	54.60	134.80

Tabla 4.1. Parámetros de los tres cuadros representativos.

A partir de la figura 4.3b, se colocan líneas rectas perpendiculares al vector **a** y con una longitud de 40 mm. Estas líneas corresponden a la barra acopladora

L_2 del mecanismo de cuatro barras mostrada en la figura 4.1, la cual servirá de referencia para apoyar y ensamblar la extremidad inferior (debajo de la rodilla) de la pierna para la prótesis. Las posiciones de estas tres líneas corresponden a las configuraciones deseadas que el mecanismo a sintetizar deberá cumplir. Dichas configuraciones se muestran en detalle en la figura 4.4.

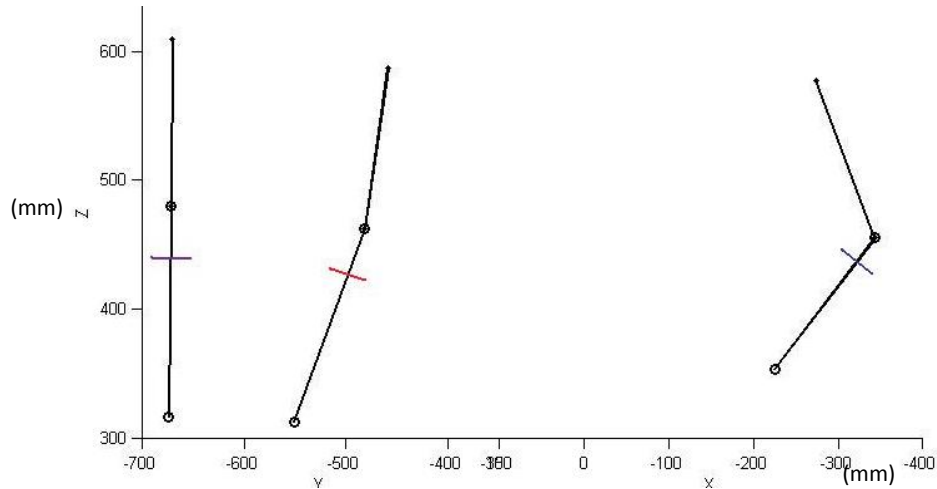


Figura 4.4. Colocación de líneas de referencia a los cuadros representativos del caminado promedio.

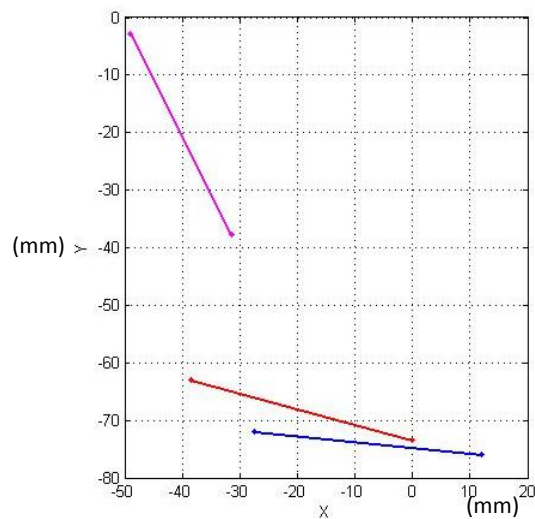


Figura 4.5. Configuraciones deseadas para la síntesis del mecanismo.

Las configuraciones deseadas se ubican considerando como referencia el fémur verticalmente hacia arriba. En la tabla 4.2 se muestran las coordenadas de los extremos a y s de cada línea correspondiente a cada configuración deseada. Con estas coordenadas se llevará a cabo la síntesis dimensional del mecanismo para conducción de cuerpo rígido.

Configuración	a	s
	(mm)	(mm)
1	(12,-76)	(-27.5,-72)
2	(0,-73.5)	(-38.5,-63)
3	(-31.5,-37.7)	(-49,-2.8)

Tabla 4.2. Coordenadas de los extremos de cada línea según cada configuración.

4.2.2. Síntesis para conducción de cuerpo rígido

En síntesis de conducción de cuerpos rígidos se realiza colocando el cuerpo sobre la barra acopladora, en este caso será el conjunto tibia, tobillo y pie. El objetivo es determinar la ubicación y la dimensión de la barra conductora y conducida. El problema de síntesis se formula como: dadas las posiciones y orientaciones del cuerpo rígido (barra acopladora L_2), se requiere encontrar la posición del pivote de la barra entrada (conducadora L_1) definido por P y el pivote de la barra de salida (conducida L_3) definido por Q ; así como las longitudes de dichas barras (figura 4.6).

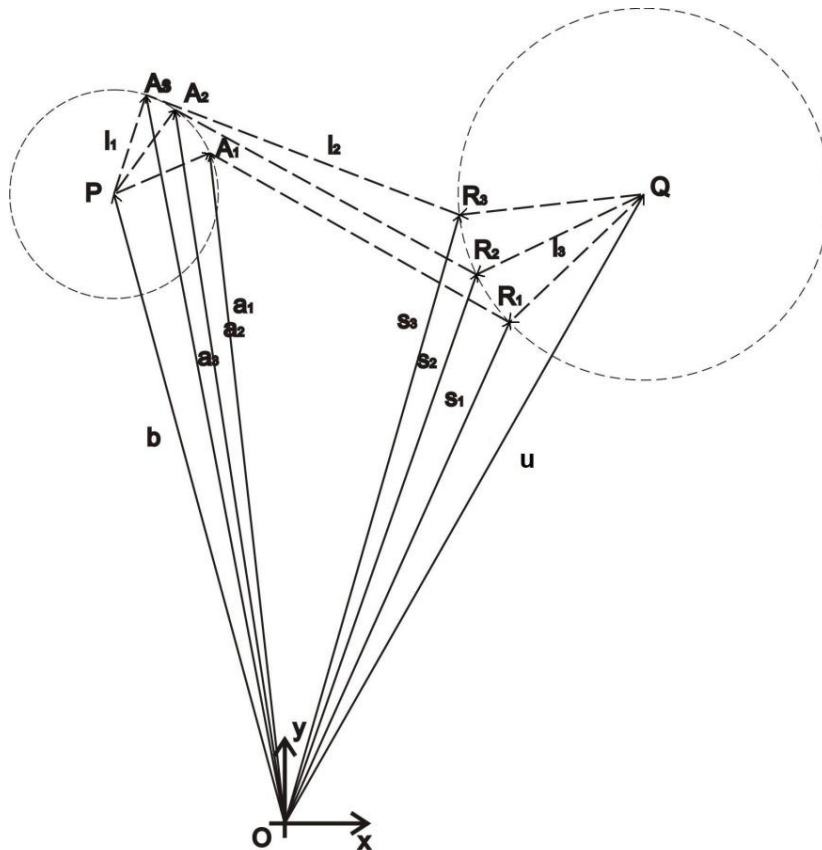


Figura 4.6. Tres configuraciones del mecanismo de cuatro barras.

Cálculo de la ubicación y longitud de la barra conductora (L_1)

Para el cálculo de la ubicación del punto P y la longitud de la barra conductora L_1 , se hará referencia a la figura 4.6, de donde se define lo siguiente:

O : Representa el origen del sistema de coordenadas x-y.

P : Punto de pivoteo de la barra conductora.

b : Vector que define la posición del punto P .

$A1, A2, A3$: Configuraciones conocidas de la articulación barra conductora y barra acopladora, y de las cuales se conocen sus coordenadas, tabla 4.2.

$R1, R2, R3$: Configuraciones conocidas de la articulación barra acopladora y barra conducida, y de las cuales se conocen sus coordenadas, tabla 4.2.

Para la realización del análisis y determinación del punto P , se parte de la restricción de que la longitud de la barra conductora es constante.

De la figura 4.6 se pueden observar las siguientes expresiones vectoriales:

$$a_1 = b + l_{11} \quad (4.1)$$

$$a_2 = b + l_{12} \quad (4.2)$$

$$a_3 = b + l_{13} \quad (4.3)$$

Considerando el producto punto de cada lado:

$$(a_1 - b) \cdot (a_1 - b) = (a_2 - b) \cdot (a_2 - b) \quad (4.4)$$

Desarrollando la ecuación anterior se llega a la siguiente expresión:

$$2(a_{2x} - a_{1x})b_x + 2(a_{2y} - a_{1y})b_y = a_{2x}^2 + a_{2y}^2 - a_{1x}^2 - a_{1y}^2 \quad (4.5)$$

Haciendo un cambio de variables, la ecuación (4.5) se transforma a:

$$fb_x + gb_y = H \quad (4.6)$$

donde:

$$f = 2(a_{2x} - a_{1x}) \quad (4.7)$$

$$g = 2(a_{2y} - a_{1y}) \quad (4.8)$$

$$H = a_{2x}^2 + a_{2y}^2 - a_{1x}^2 - a_{1y}^2 \quad (4.9)$$

De la misma manera se puede decir que:

$$(a_1 - b)(a_1 - b) = (a_3 - b)(a_3 - b) \quad (4.10)$$

Desarrollando se obtiene la siguiente expresión:

$$2(a_{3x} - a_{1x})b_x + 2(a_{3y} - a_{1y})b_y = a_{3x}^2 + a_{3y}^2 - a_{1x}^2 - a_{1y}^2 \quad (4.11)$$

Haciendo un cambio de variables la ecuación anterior se puede reescribir como:

$$rb_x + tb_y = U \quad (4.12)$$

donde:

$$r = 2(a_{3x} - a_{1x}) \quad (4.13)$$

$$t = 2(a_{3y} - a_{1y}) \quad (4.14)$$

$$U = a_{3x}^2 + a_{3y}^2 - a_{1x}^2 - a_{1y}^2 \quad (4.15)$$

Por lo tanto se establece un sistema de dos ecuaciones:

$$\begin{aligned} fb_x + gb_y &= H \\ rb_x + tb_y &= U \end{aligned} \quad (4.16)$$

De donde se obtiene el vector b que define la posición del punto P :

$$\begin{bmatrix} b_x \\ b_y \end{bmatrix} = \text{inv} \begin{bmatrix} f & g \\ r & t \end{bmatrix} \begin{bmatrix} H \\ U \end{bmatrix} \quad (4.17)$$

Ahora se puede calcular la longitud de la barra conductora:

$$l_1 = \sqrt{(a_{1x} - b_x)^2 + (a_{1y} - b_y)^2} \quad (4.18)$$

Cálculo de la ubicación y longitud de la barra conducida (L_3)

Para el cálculo de la ubicación del punto Q y la longitud de la barra conducida definido como L_3 se hará referencia a la figura 4.6, de donde se define lo siguiente:

Q : Punto de pivoteo de la barra conducida.

u : Vector que define la posición del punto Q .

s_1, s_2, s_3 : Vectores que definen la ubicación de la articulación entre la barra acopladora y la barra conducida, y de las cuales se conocen sus coordenadas, tabla 4.2.

Para determinar la ubicación del punto Q se parte de que la longitud de la barra conducida es constante.

De la figura 4.6 se pueden deducir las siguientes expresiones vectoriales:

$$s_1 = u + l_{31} \quad (4.19)$$

$$s_2 = u + l_{32} \quad (4.20)$$

$$s_3 = u + l_{33} \quad (4.21)$$

Por lo tanto al aplicar la condición de longitud constante de la barra conducida y el producto punto de cada lado:

$$(s_1 - u) \cdot (s_1 - u) = (s_2 - u) \cdot (s_2 - u) \quad (4.22)$$

Al desarrollar la expresión anterior se obtiene la siguiente expresión:

$$2(s_{2x} - s_{1x})u_x + 2(s_{2y} - s_{1y})u_y = s_{2x}^2 + s_{2y}^2 - s_{1x}^2 - s_{1y}^2 \quad (4.23)$$

Haciendo un cambio de variables la ecuación 4.21 queda representada como:

$$iu_x + ju_y = K \quad (4.24)$$

donde:

$$i = 2(s_{2x} - s_{1x}) \quad (4.25)$$

$$j = 2(s_{2y} - s_{1y}) \quad (4.26)$$

$$K = s_{2x}^2 + s_{2y}^2 - s_{1x}^2 - s_{1y}^2 \quad (4.27)$$

De la misma manera se puede decir que:

$$(s_1 - u)(s_1 - u) = (s_3 - u)(s_3 - u) \quad (4.28)$$

Se llega a la siguiente expresión:

$$2(s_{3x} - s_{1x})u_x + 2(s_{3y} - s_{1y})u_y = s_{3x}^2 + s_{3y}^2 - s_{1x}^2 - s_{1y}^2 \quad (4.29)$$

Haciendo un cambio de variables la ecuación 4.24 queda representada como:

$$mu_x + nu_y = O \quad (4.30)$$

donde:

$$m = 2(s_{3x} - s_{1x}) \quad (4.31)$$

$$n = 2(s_{3y} - s_{1y}) \quad (4.32)$$

$$O = s_{3x}^2 + s_{3y}^2 - s_{1x}^2 - s_{1y}^2 \quad (4.33)$$

Por lo tanto se establece un sistema de dos ecuaciones:

$$\begin{aligned} iu_x + ju_y &= K \\ mu_x + nu_y &= O \end{aligned} \quad (4.34)$$

De donde se obtiene el vector u que define la posición del punto Q:

$$\begin{bmatrix} u_x \\ u_y \end{bmatrix} = \text{inv} \begin{bmatrix} i & j \\ m & n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} K \\ O \end{bmatrix} \quad (4.35)$$

La longitud de la barra conducida se puede calcular como:

$$l_3 = \sqrt{(s_{1x} - u_x)^2 + (s_{1y} - u_y)^2} \quad (4.36)$$

Cálculo de la longitud de la barra fija (L_4)

Para determinar la longitud de la barra o eslabón fijo, se calcula la magnitud del vector del punto P al punto Q (PQ):

$$PQ = \sqrt{(u_x - b_x)^2 + (u_y - b_y)^2} \quad (4.37)$$

Mientras que para calcular la orientación se determina el ángulo del vector PQ

$$AngPQ = \arctan \frac{u_y - b_y}{u_x - b_x} \quad (4.38)$$

4.2.3 Resultados de la síntesis dimensional

Como se mencionó anteriormente, para realizar la síntesis dimensional por conducción de cuerpo rígido se propuso una barra acopladora L_2 con una longitud de 40 mm, y las tres configuraciones deseadas que se indican en la figura 4.5 y la tabla 4.2. Para el cálculo de la ubicación y longitud tanto de la barra conductora como la conducida, se resolvieron las ecuaciones presentadas en la subsección anterior utilizando Matlab® (apéndice F). Los resultados obtenidos de la síntesis dimensional del mecanismo se muestran en la tabla 4.3, mientras que en la figura 4.7 se muestra el mecanismo resultante.

Parámetro	Localización y magnitud (mm)
b_x	15.7670
b_y	-27.8686
b	32.0196
L_1	48.2786
u_x	1.8109
u_y	-24.9533
u	25.0190
L_3	55.4303
$L_4 = PQ$	14.2573
$AngPQ$	-11.7988°

Tabla 4.3. Resultados numéricos de la síntesis dimensional del mecanismo de cuatro barras.

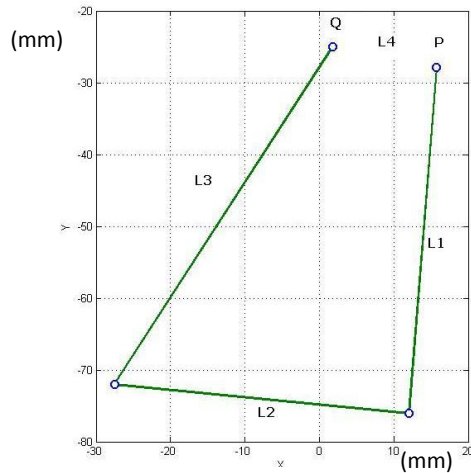


Figura 4.7. Resultado del mecanismo de cuatro barras.

Con los resultados obtenidos, se procedió a realizar la simulación cinemática del mecanismo con el propósito de verificar la solución obtenida. La figura 4.8 presenta gráficamente el resultado de la simulación del mecanismo para las tres configuraciones deseadas.

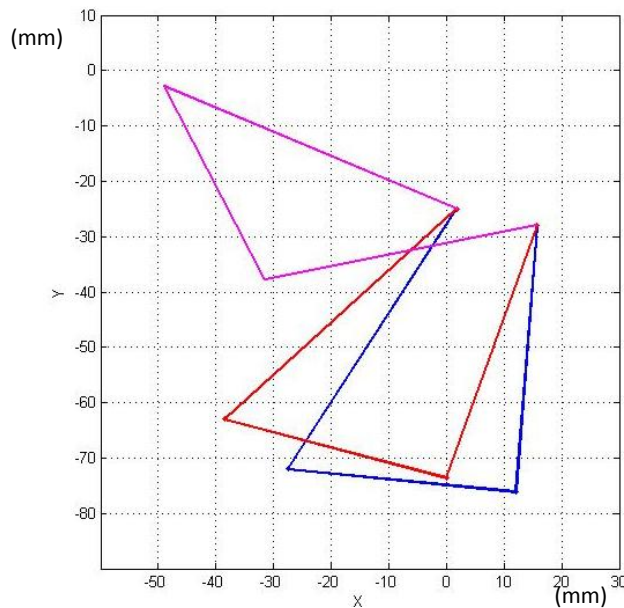


Figura 4.8. Resultado de la simulación del mecanismo sintetizado.

4.3. Diseño final propuesto del mecanismo para la rodilla

La figura 4.9 muestra el diseño final propuesto del mecanismo para la prótesis de rodilla. Este mecanismo está basado en la trayectoria promedio del

caminado humano, y del resultado del análisis y síntesis presentado anteriormente. El mecanismo propuesto se adecúa a las necesidades del movimiento de la rodilla de la pierna humana. Los dibujos técnicos de detalle para la fabricación de cada eslabón se anexan en el apéndice G.

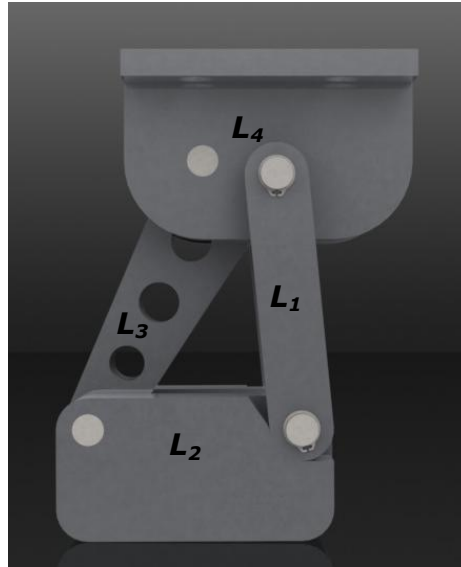


Figura 4.9. Rodilla tipo policéntrica propuesta, resultado de la síntesis dimensional.

4.4. Análisis comparativo de la rodilla propuesta y la rodilla humana

De acuerdo a los antecedentes mostrados en el capítulo 1 con respecto a la biomecánica articular de la rodilla humana, se determinó que los principales elementos encargados de la movilidad y la estabilidad son los cuatro ligamentos: *los ligamentos colaterales* y *los ligamentos cruzados anterior y posterior*. En la figura 4.10a se observa el prototipo virtual del mecanismo policéntrico propuesto, en donde se observa el eslabón correspondiente a la barra conducida (L_3), el cual realizará una función análoga a los ligamentos cruzados. De la misma manera se pueden observar dos eslabones correspondientes a las barras conductoras (L_1), uno en cada lado, y cuya función es análoga a los ligamentos colaterales de la rodilla humana.

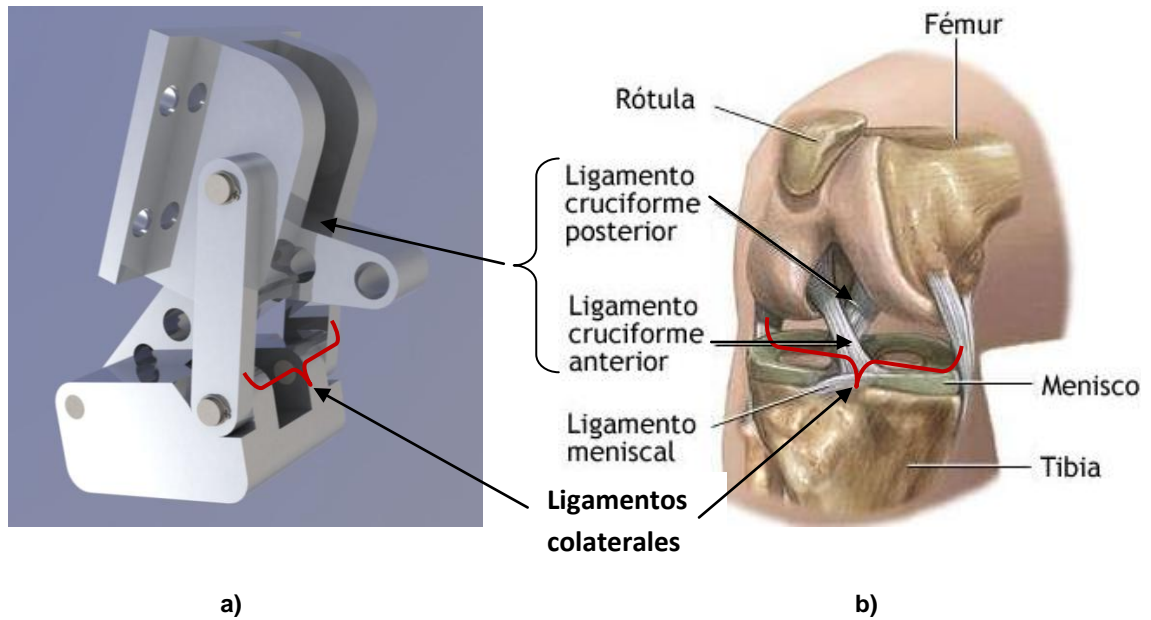
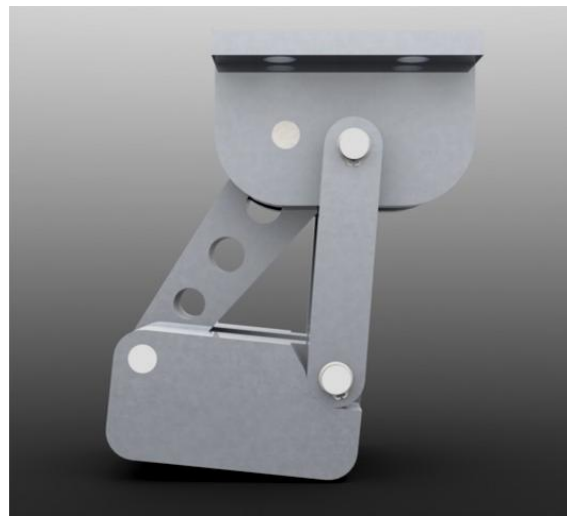


Figura 4.10. Comparativa entre: a) mecanismo policéntrico propuesto para la prótesis de rodilla y b) rodilla humana.

La figura 4.11 muestra una comparativa de la rodilla del mecanismo policéntrico propuesto y la rodilla humana en las tres configuraciones deseadas. En las imágenes del lado izquierdo se quitaron los ligamentos a propósito, solo para poder apreciar mejor los movimientos relativos entre el fémur y la tibia.



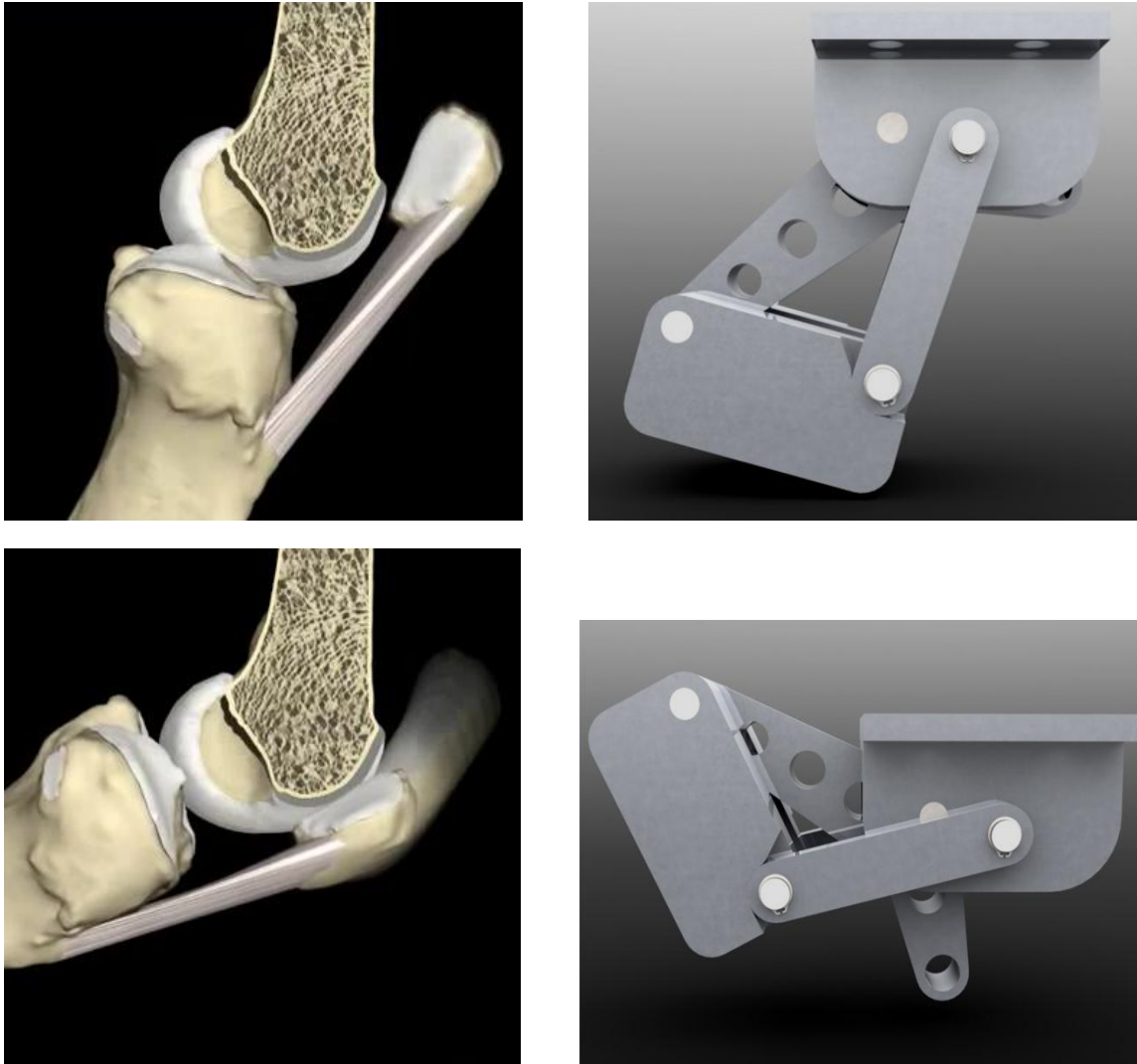


Figura 4.11. Comparativa de la rodilla humana con la rodilla del mecanismo policéntrico propuesto en las tres configuraciones deseadas.

4.5. Prótesis transfemoral

El conjunto encaje, rodilla, tibia, tobillo y pie que finalmente conforman la prótesis transfemoral propuesta se presenta en la figura 4.12. En esta figura se observa la integración de todos los sistemas: el encaje del tipo de contacto total (descrito en la sección 1.3.1), la rodilla protésica resultado de reconstrucción 3D de trayectorias de caminado y la síntesis de un mecanismo policéntrico, la tibia del tipo barra ajustable a diferentes longitudes de acuerdo a las dimensiones de cada paciente, y finalmente el subconjunto tobillo pie; en donde la propuesta para este último sistema está basado en una prótesis de pie de respuesta dinámica descrita y analizada en la sección 1.2.5.

La prótesis transfemoral propuesta no es del tipo unitalla, lo único común para todos los pacientes será solo el mecanismo policéntrico para la rodilla, pero lo que respecta al subconjunto tobillo pie y el encaje, dependerán de las características y necesidades de cada paciente.

En esta prótesis la rodilla policéntrica se flexionará al primer impulso hacia adelante proporcionado por el muñón, de ahí la importancia de incorporar un encaje de contacto total, el cual estimula la respuesta sensorial del muñón, lo que proporciona al paciente un buen control de su prótesis. Y después de la etapa de balanceo, regresará por impulso del mismo muñón y por gravedad a la fase de apoyo, en donde la barra conducida (L_3) juega un papel importante, de ahí la razón de su forma en la parte superior la cual será el apoyo de la barra fija (L_4). Como trabajo futuro se contempla incorporar un freno para asegurar que no se flexione en la fase de apoyo, al igual que incorporarle un actuador para asistir el movimiento de flexión de la rodilla. Cabe hacer mención que la prótesis propuesta puede llegar a ser controlada utilizando técnicas avanzadas que permitan el control mediante impulsos sensoriales del paciente, logrando así una prótesis biónica.

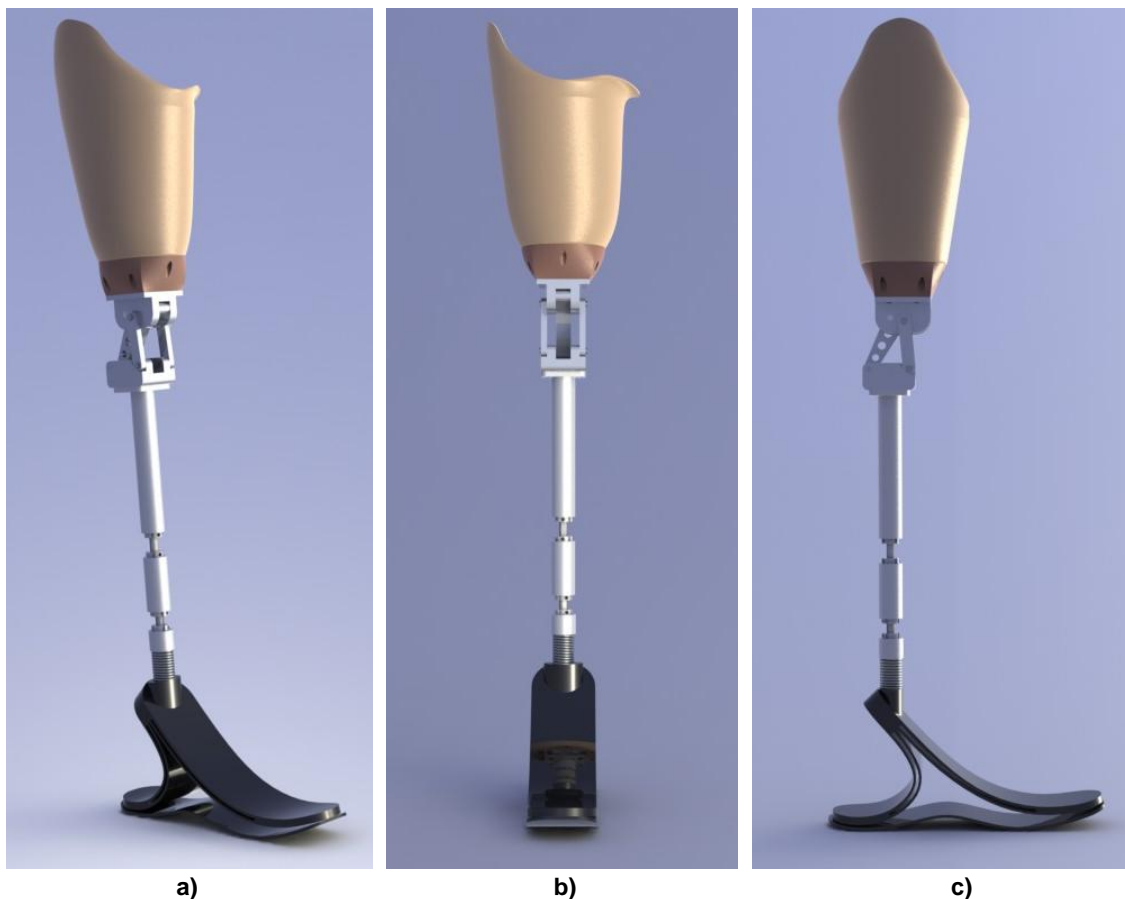


Figura 4.12. Prótesis transfemoral completa: a) vista 3D, b) vista frontal, c) vista lateral.

Con el propósito de verificar la funcionalidad de la prótesis transfemoral propuesta, se realizó un análisis comparativo en las tres configuraciones deseadas del conjunto total que conforma la prótesis transfemoral con respecto a la pierna humana. La figura 4.13 muestra los resultados obtenidos de esta comparativa.



a)

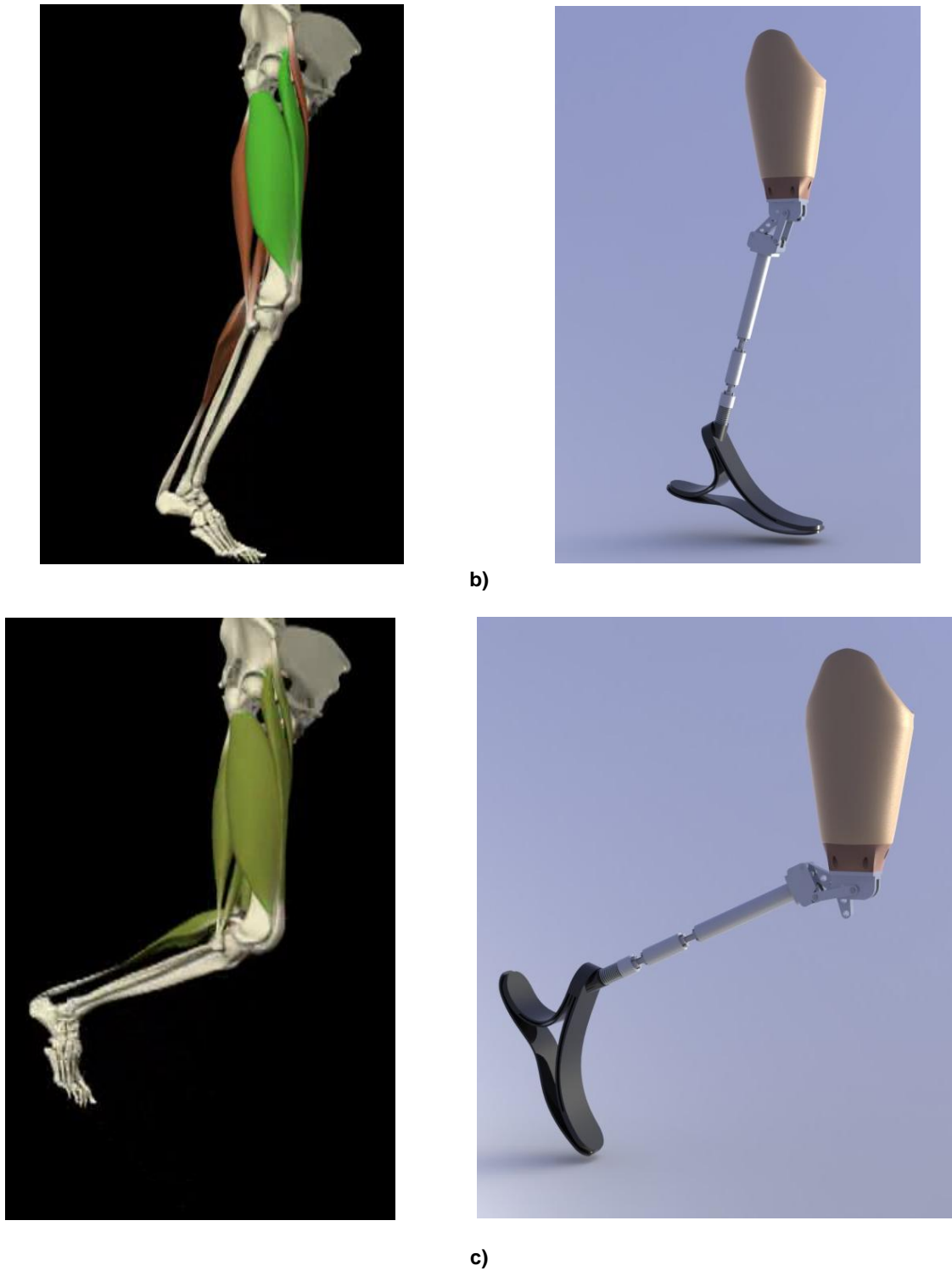


Figura 4.13. Comparativa del movimiento de la pierna humana con respecto al movimiento de la prótesis transfemoral propuesta en las tres configuraciones deseadas: a) configuración 1, b) configuración 2, c) configuración 3,

A través de la síntesis dimensional por conducción de cuerpo rígido de un mecanismo de cuatro barras que integra la rodilla protésica del tipo policéntrica, se logró obtener las tres configuraciones deseadas en el movimiento de la pierna humana. Estas tres configuraciones representan las fases críticas en el ciclo del caminado, es decir, la fase de apoyo, la fase intermedia entre el apoyo y el balanceo, y la fase de balanceo máximo promedio, que esta última fase se alcanza cuando la amplitud de la flexión promedio obtenida entre el fémur y la tibia es máxima.

Conclusiones

Con el desarrollo del presente proyecto de tesis, se llegó a las siguientes conclusiones:

- Se destaca a la rodilla como uno de los elementos más importantes y complejos en la tarea del caminado, siendo la rodilla una articulación dotada de un solo grado de libertad de movimiento: la flexión-extensión.
- De manera adicional la rodilla posee un segundo grado de libertad: la rotación sobre el eje longitudinal de la pierna, que sólo aparece cuando la rodilla está flexionada. En diseño propuesto, este segundo grado de libertad se ha despreciado (5.28°), quedando como trabajo futuro su posible consideración.
- En una prótesis transfemoral se debe considerar a la rodilla como el elemento crucial, debido a que la rodilla aparte de ser la encargada de la estabilidad y movilidad de la pierna en el caminar, es la responsable de acortar la longitud de la pierna en la fase de balanceo.
- Con esto se demuestra que aún cuando las rodillas protésicas del tipo bisagra son la más utilizadas en todo el mundo principalmente por su bajo costo, son las menos indicas por entorpecer el caminado y originar tropiezos.
- El pie humano es considerado un mecanismo todo terreno y sus principales funciones son proveer de estabilidad y balance cuando la persona se encuentra de pie o en movimiento.
- En la selección o diseño de una prótesis de pie humano es de vital importancia considerar las características dinámicas de un pie sano, tales como los movimientos de: Flexión-Dorsiflexión, la Eversión-Inversión, la Abducción-Aducción, el retorno de energía y la absorción de impacto.
- El encaje juega un papel importante ya que proporciona estabilidad a la rodilla. El encaje del tipo contacto total es el más adecuado para esta aplicación debido a sus características tales como el aumento del área de

soporte, estimula la respuesta sensorial del muñón y adicionalmente contribuye a normalizar la circulación sanguínea del muñón.

- En el caso particular de la caracterización del caminado humano presentada en este trabajo, se identificaron a los dos métodos lineales: el método basado en la solución no homogénea y la homogénea de la matriz de calibración, como los métodos con menor error dimensional.
- La precisión en la reconstrucción 3D de las trayectorias utilizando los métodos lineales depende de diversos factores tales como la calidad de los lentes de las cámaras, la calidad de las cámaras y del proceso de calibración.
- Para la obtención de una buena calidad del proceso de calibración, fue importante asegurar la perpendicularidad de los planos del patrón de calibración, así como la precisión en la colocación y medición de los seis puntos en el patrón.
- La caracterización del caminado humano bajo diversas condiciones aportó el conocimiento y comprensión del patrón de caminado normal (persona sana). Esta caracterización sirve como base para diversos estudios como el caso del tratamiento sistemático de caminado patológico, especialmente cuando se pretende aplicar una prótesis o una órtesis.
- Existen variaciones del patrón de caminado en función de las diferentes condiciones de caminado.
- Como resultado del análisis y síntesis dimensional del mecanismo, se obtuvo que el mecanismo de cuatro barras seleccionado satisface las necesidades de movimiento de la rodilla protésica de manera similar a la rodilla anatómica.
- La combinación de las cuatro barras articuladas de la rodilla protésica, conduce a que los movimientos articulares de la extremidad portadora de la prótesis y la de la pierna sana sean semejantes durante el caminado.

Contribuciones

- ✓ Se logró caracterizar el caminado humano bajo diversas condiciones de caminado desde el punto de vista tridimensional. Esta caracterización está basada en personas cuya antropometría corresponde a la población mexicana, lo cual no se encontró reportado en la literatura.

- ✓ Se definieron parámetros cuantitativos tales como la amplitud de flexión de la rodilla, amplitud de paso, tiempo de ciclo, altura de paso y desviación entre tibia y fémur según plano sagital, los cuales permiten hacer un análisis y descripción más completo del caminado. Este tipo de parámetros tampoco se encontraron en la literatura, por lo que se considera una aportación.
- ✓ Se logró determinar con mayor precisión la trayectoria del movimiento de caminado, para diseñar el mecanismo de prótesis de rodilla. Cabe resaltar que en la literatura no se encontró un estudio cuantitativo completo en el cual basar el diseño de dicho mecanismo.
- ✓ Se demostró cualitativamente y cuantitativamente que la prótesis basada en el mecanismo de tipo bisagra para la rodilla, aún cuando es la más utilizada en mundo y en México por su bajo costo, es la menos indicada por entorpecer el caminado y originar tropiezos; ya que no presenta la característica de acortar la longitud del vector que va del final del fémur a la tibia.

Trabajo Futuro

- Como trabajo futuro se considera aplicar el procedimiento de "flattening" para intentar mejorar los resultados obtenidos con el método de CSM. Siendo este procedimiento de flattening una medida para incrementar la precisión y que consiste en modificar las muestras obtenidas en el plano de la imagen, de tal manera que sean consistentes con el modelo de estimación basado en un modelo ortográfico de cámara.
- También se considera como trabajo futuro incrementar el número de personas (modelos) para obtener una muestra más representativa de las trayectorias de caminado.
- Aplicar los métodos de reconstrucción 3D basados en visión para caracterizar la forma del muñón de cada paciente y poder adecuar de mejor manera el encaje.
- Implementar un sistema de freno en la rodilla protésica para asegurar que no se flexione en la fase de apoyo.
- Adicionalmente se considera la fabricación de la prótesis y su implementación en algún paciente para evaluar el desempeño de ésta.

- Una vez realizadas las pruebas se revisará el diseño de la rodilla propuesta y se analizará la posibilidad de considerar el movimiento relativo sagital de la tibia y fémur.
- Se aplicará este mismo método para la obtención de trayectorias de caminado para personas que presenten desviaciones patológicas conocidas como *genu valgum* y *genu varum* mostradas en la figura 1.3, así como para personas con *pie plano*, para evaluar y comparar con los resultados obtenidos de los modelos en condiciones sanas. Lo anterior con el propósito de determinar la posibilidad de adecuar el mecanismo de rodilla para estos casos, o la posibilidad del diseño de un tipo de plantilla para adecuar la prótesis para personas cuya pierna sana presente alguno de estas desviaciones patológicas.
- Se aplicará otro tipo de método mediante la aplicación de sensores de posición electromagnéticos, para validar y comparar la reconstrucción obtenida con los métodos de visión.

Bibliografía

- [1] Secretaría de Salud, Estadística. Año de consulta: Enero 2010. <http://www.ssa.gob.mx/>.
- [2] Akin O. Kapti, M. Sait Yucenur, "Design and control of an active artificial knee joint", *Mechanism and Machine Theory*, 41, 2006, pp. 1477–1485, Elsevier Science Press.
- [3] Srinivasan S., Westervelt E. R., Hansen A. H., "A Low-Dimensional Sagittal-Plane Forward-Dynamic Model for Asymmetric Gait and Its Application to Study the Gait of Transtibial Prosthesis Users", *Journal of Biomechanical Engineering*, Vol. 131/031003-1-9, 2009.
- [4] Anderson Frank C., Pandy Marcus G., "Dynamic Optimization of Human Walking", *Journal of Biomechanical Engineering*, Vol. 123, 2001, pp. 381-390.
- [5] Van Keeken Helco G., Vrieling Aline H., Hof At L., "Controlling Propulsive Forces in Gait Initiation in Transfemoral Amputees", *Journal of Biomechanical Engineering*, Vol. 130, 2008, pp. 011002-1-9.
- [6] Roa Máximo Alejandro, Villegas Camilo y Garzón-Alvarado Diego Alexander, "Modelling, stability and biomechanical implications of three DOF passive bipedal gait", *Ingeniería e investigación*, vol. 27, número 002, 2007, Bogotá Colombia.
- [7] Gavrilu D. M., "The Visual Analysis of Human Movement: A Survey", *Computer Vision and Image Understanding*, Vol. 73, No. 1, January 1999, pp. 82–98.
- [8] Au S. K., Dilworth P., and Herr H., 2006, "An Ankle-Foot Emulation System for the Study of Human Walking Biomechanics", *IEEE International Conference on Robotics and Automation, Proceedings of the 2006 Orlando, FL*.
- [9] Hansen A. H., Childress D. S., Miff S. C., Gard S. A., and Mesplay K. P., "The Human Ankle During Walking: Implications for Design of Biomimetic Ankle Prostheses", *Journal Biomech*, 37, 2004, pp. 1467–1474.
- [10] Glaister Brian C., Schoen Jason A., Orendurff Michael S., Klute Glenn K., "A Mechanical Model of the Human Ankle in the Transverse Plane During Straight Walking: Implications for Prosthetic Design", *Journal of Biomechanical Engineering*, Vol. 131 / 034501-1-5, March 2009.
- [11] Coalición de Amputados de América. Año de consulta: Enero 2010. <http://www.amputee-coalition.org/>
- [12] Gard Steven A., Childress Dudley S., Uellendahl Jack E., "The Influence of Four-Bar Linkage Knees on Prosthetic Awing-Phase Floor Clearance", *Journal of Prosthetics and Orthotics*, Volume 8, Number 2, Spring 1996.

-
- [13] Radcliffe C. W., "Four-bar linkage prosthetics Knee mechanisms: Kinematics, alignment and prescription criteria", *Journal of Prosthetics and Orthotics International*, 18, 1994, pp. 159-173.
- [14] Agencia de Administración de Financiamiento para el Cuidado de la Salud. Año de consulta: Enero 2010. <http://www.hcfa.gov>.
- [15] Latarjet M, Ruiz L. "Anatomía Humana", 3 ed. México DF, 1996: t 2:2001-16, Editorial Médica Panamericana.
- [16] Kuitinen S, Komi PV, Kyrolinen H., "Knee and ankle joint stiffness in sprint running", *Med Sci Sports Exerc*, 34(1), 2002, pp. 166-73.
- [17] Boonstra AM, Van WD, Eisma W. "International forum—Silicone suction socket (3S) versus supracondylar PTB prosthesis with pelite liner: transtibial amputees preferences", *Journal of Prosthetics and Orthotics*, 8(3), 1996, pp. 96-99.
- [18] Clinton L, Donald B. "Atlas de prótesis", Cap. I: Historical development of artificial limbs. pp. 1-20.
- [19] Hahl J, Minoru T. "Experimental and numerical predictions of the ultimate strength of a low-cost composite transtibial prosthesis", *Journal Rehabil Res Dev* 2000, 37(4).
- [20] Printham H. Charles. "Thermoplastics in lower extremity prosthetics: equipment, components and techniques", *Journal of Prosthetics and Orthotics*, 3(1), 1991, pp.14-21.
- [21] Valenti J.T., "Experience with endoflex: A monolithic thermoplastic prosthesis for below-knee amputees", *Journal of Prosthetics and Orthotics*, 3(1), 1991, pp. 43-50.
- [22] Madsen AT, Marque et al., "A device for applying static loads to prosthetic limbs of transtibial amputees during spiral CT examination", *Journal Rehabil Res Dev*, 37(4), 2001.
- [23] Convery Y.P., Buis A.W., "Socket/stump interface dynamic pressure distributions recorded during the prosthetic stance phase of gait of a transtibial amputee wearing a hydrocast socket", *Prosthet Orthot Int*, 23(2), 1999; pp. 107-112.
- [24] Zachariah SG, Sanders J.E., "Finite element estimates of interface stress in the trans-tibial prosthesis using gap elements are different from those using automated contac", *Journal Biomech* 33(7), 2000, pp. 895-899.
- [25] Pitkin R.M., "Mechanical outcomes of a rolling-joint prosthetic foot and its performance in the dorsiflexion phase of transtibial amputee gait", *Journal of Prosthetics and Orthotics*, 7(4), 1992, pp. 114-123.
- [26] Viladot R, Cohi O, Clavell S., "Ortesis y prótesis del aparato locomotor Extremidad inferior", Barcelona: Masson; 1991 .
- [27] Vera Luna Pedro, "Biomecánica de la marcha humana normal y patológica", Valencia, 1999, editorial IBV.

-
- [28] Nordin Margareta, Frankel Victor H., "Biomecánica Básica del sistema Musculoesquelético", 2004, Mc Graw Hill Interamericana.
- [29] Duane Knudson, "Fundamentals of Biomechanics", Second edition, 2007, Springer.
- [30] Tozeren Aydin "Human Body Dynamics: Classical Mechanics and Human Movement", 2000, Springer.
- [31] Hamill Joseph, Knutzen Kathleen M., "Biomechanical Basis of Human Movement", third edition, 2009, Lippincott Williams & Wilkins.
- [32] Hartley Richard, Zisserman Andrew, "Multiple View Geometry in computer vision", second edition, 2003, Cambridge University press.
- [33] Trucco E. and Verri A., "Introductory to techniques for 3-D computer vision", 1998, Prentice Hall.
- [34] Covarrubias González N.Y., de la Peña Contreras F.A., Cárdenas Galindo J.A., González Galván E. J., "Un Algoritmo de Visión de Máquina para la Definición Automática de Superficies de Trabajo Planas para Tareas Repetitivas de un Robot Manipulador Industrial", VII Congreso Mexicano de Robótica, COMRob. México, 2004.
- [35] Moons Theo, "A Guided Tour Through Multiview Relations", Katholieke Mercierlaan 94, 3001 Leuven, Belgium, 2000.
- [36] Tsai R. Y., "An efficient and accurate camera calibration technique for 3d machine vision", Proceedings of IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition, Florida, USA 1996. pp. 364-374.
- [37] Zhang Z., "A flexible new technique for camera calibration", IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 2000, pp. 1330-1334.
- [38] Isern González Josep, "Estudio experimental de Métodos de Calibración y Autocalibración de Cámaras", Tesis Doctoral, Universidad de las Palmas de Gran Canaria, septiembre 2003.
- [39] Aracena Pizarro Diego, Campos Pedro, Tozzi Clésio Luis, "Comparación de técnicas de calibración de cámaras digitales". Rev. Fac. Ing., Univ. Tarapacá, vol. 13 no. 1, 2005.
- [40] Skaar S.B., Brockman W.H., Hanson R., "Camera Space Manipulation", The International Journal of Robotics Research, 6(4), 1987. pp. 20-32.
- [41] González-Galván E.J., Loredó-Flores A., Cervantes-Sánchez J.J., Aguilera-Cortés L.A., Skaar, S.B., "An Optimal Path-generation Algorithm for Surface Manufacturing of Arbitrarily Curved Surfaces using Uncalibrated Vision", Robotics and Computer-Integrated Manufacturing, Vol. 24, No. 1, February 2008, pp. 77-91.
- [42] González-Galván E.J., Cruz-Ramírez S.R., Seelinger M.J., Cervantes-Sánchez J.J., "An Efficient Multi-camera, Multi-target Scheme for the Three-Dimensional Control of Robots Using Uncalibrated Vision", Robotics and

- Computer-Integrated Manufacturing, 19(5), Agosto de 2003, pp. 387-400. Elsevier Science Press ISSN 0736-5845.
- [43] Ferrer Gutiérrez Vicente, "Calibración de una cámara por seguimiento de características en una secuencia de imágenes", Tesis de Maestría, IPICYT, México, 2004.
- [44] Nassir Navab. "SVD abstract" en la documentación "3D Computer Vision Script Draft", Technische Universität München, 2006, pp. 48-51.
- [45] Salvi J., Armangué X. and Batlle J., "A comparative review of camera calibrating methods with accuracy evaluation", Pattern Recognition, 35(7), 2002, pp. 1617-1635,
- [46] Gonzalez-Galvan E.J., Skaar S.B., Korde U.A., Chen W.Z. "Application of a Precision Enhancing Measure in 3-D Rigid-Body Positioning Using Camera-Space Manipulation", The International Journal of Robotics Research, Vol. 16, No. 2, April 1997, pp. 240-257, ISSN 0278-3649.
- [47] Asociaciones de personas con discapacidad. Año de consulta: Febrero 2010. <http://www.discapacinet.com>.

Apéndice A

Este apéndice presenta los códigos en Matlab®, para el cálculo de las matrices de calibración para ambas cámaras, mediante los dos métodos lineales.

A.1 Código en Matlab® para la estimación de las matrices de calibración mediante SVD

El siguiente código realiza el cálculo de las matrices de calibración de la cámara 1 y 2 mediante el método lineal basado en la **solución homogéna** y la descomposición en valores singulares (**SVD**) de la matriz de calibración.

```
clc
clear all

%          CALIBRACION DE CAMARAS POR SVD          %
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%% FÓRMULAS
%x=[x;y;w] --pixel   X=[X;Y;Z;1] --3D
% P=[P11 P12 P13 P14;
%    P21 P22 P23 P24;
%    P31 P32 P33 P34]
% A=[ 0 0 0 0 -wX -wY -wZ -w  yX  yY  yZ  y;
%     wX wY wZ w  0 0 0 0 -xX -xY -xZ -x]
% P=[P1;P2;P3;P4;P5;P6;P7;P8;P9;P10;P11;P12]
% A*P=0
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%          *****CAMARA 1*****          %
% COORDENADAS EN EL PLANO DE LA IMÁGEN EN PÍXELES DE LOS SEIS PUNTOS
%COLOCADOS EN LA PATRÓN DE CALIBRACIÓN:
p1=[947;739;1];
p2=[781;747;1];
p3=[735;572;1];
p4=[751;479;1];
p5=[943;597;1];
p6=[920;449;1];
% COORDENADAS ESPACIALES EN MILÍMETROS DE LOS SEIS PUNTOS COLOCADOS EN EL
%PATRÓN DE CALIBRACIÓN:
E1=[90;170;0;1];
E2=[170;90;0;1];
E3=[90;0;90;1];
E4=[70;0;150;1];
E5=[0;110;70;1];
E6=[0;90;170;1];

% DEFINICIÓN DE LA MATRIZ A:
A=[ 0 0 0 0 -p1(3)*E1(1) -p1(3)*E1(2) -p1(3)*E1(3) -p1(3) p1(2)*E1(1)
p1(2)*E1(2) p1(2)*E1(3) p1(2);
p1(3)*E1(1) p1(3)*E1(2) p1(3)*E1(3) p1(3) 0 0 0 0 -p1(1)*E1(1) -
p1(1)*E1(2) -p1(1)*E1(3) -p1(1);
0 0 0 0 -p2(3)*E2(1) -p2(3)*E2(2) -p2(3)*E2(3) -p2(3) p2(2)*E2(1)
p2(2)*E2(2) p2(2)*E2(3) p2(2);
```

```

    p2(3)*E2(1) p2(3)*E2(2) p2(3)*E2(3) p2(3) 0 0 0 0 -p2(1)*E2(1) -
p2(1)*E2(2) -p2(1)*E2(3) -p2(1);
    0 0 0 0 -p3(3)*E3(1) -p3(3)*E3(2) -p3(3)*E3(3) -p3(3) p3(2)*E3(1)
p3(2)*E3(2) p3(2)*E3(3) p3(2);
    p3(3)*E3(1) p3(3)*E3(2) p3(3)*E3(3) p3(3) 0 0 0 0 -p3(1)*E3(1) -
p3(1)*E3(2) -p3(1)*E3(3) -p3(1);
    0 0 0 0 -p4(3)*E4(1) -p4(3)*E4(2) -p4(3)*E4(3) -p4(3) p4(2)*E4(1)
p4(2)*E4(2) p4(2)*E4(3) p4(2);
    p4(3)*E4(1) p4(3)*E4(2) p4(3)*E4(3) p4(3) 0 0 0 0 -p4(1)*E4(1) -
p4(1)*E4(2) -p4(1)*E4(3) -p4(1);
    0 0 0 0 -p5(3)*E5(1) -p5(3)*E5(2) -p5(3)*E5(3) -p5(3) p5(2)*E5(1)
p5(2)*E5(2) p5(2)*E5(3) p5(2);
    p5(3)*E5(1) p5(3)*E5(2) p5(3)*E5(3) p5(3) 0 0 0 0 -p5(1)*E5(1) -
p5(1)*E5(2) -p5(1)*E5(3) -p5(1);
    0 0 0 0 -p6(3)*E6(1) -p6(3)*E6(2) -p6(3)*E6(3) -p6(3) p6(2)*E6(1)
p6(2)*E6(2) p6(2)*E6(3) p6(2);
    p6(3)*E6(1) p6(3)*E6(2) p6(3)*E6(3) p6(3) 0 0 0 0 -p6(1)*E6(1) -
p6(1)*E6(2) -p6(1)*E6(3) -p6(1)];

```

% DESCOMPOSICIÓN EN VALORES SINGULARES:

```

[U,D,V] = svd(A);
P1=reshape(V(:,12) ',4,3)';
P1=P1/P1(3,4)

```

%%%

*****CAMARA 2***** %

% COORDENADAS EN EL PLANO DE LA IMÁGEN EN PÍXELES DE LOS SEIS PUNTOS
%COLOCADOS EN LA PATRÓN DE CALIBRACIÓN:

```

p1=[602;766;1];
p2=[451;756;1];
p3=[491;600;1];
p4=[512;518;1];
p5=[669;638;1];
p6=[653;500;1];

```

% COORDENADAS ESPACIALES EN MILÍMETROS DE LOS SEIS PUNTOS COLOCADOS EN EL
%PATRÓN DE CALIBRACIÓN:

```

E1=[90;170;0;1];
E2=[170;90;0;1];
E3=[90;0;90;1];
E4=[70;0;150;1];
E5=[0;110;70;1];
E6=[0;90;170;1];

```

% DEFINICIÓN DE LA MATRIZ A:

```

A=[ 0 0 0 0 -p1(3)*E1(1) -p1(3)*E1(2) -p1(3)*E1(3) -p1(3) p1(2)*E1(1)
p1(2)*E1(2) p1(2)*E1(3) p1(2);
    p1(3)*E1(1) p1(3)*E1(2) p1(3)*E1(3) p1(3) 0 0 0 0 -p1(1)*E1(1) -
p1(1)*E1(2) -p1(1)*E1(3) -p1(1);
    0 0 0 0 -p2(3)*E2(1) -p2(3)*E2(2) -p2(3)*E2(3) -p2(3) p2(2)*E2(1)
p2(2)*E2(2) p2(2)*E2(3) p2(2);
    p2(3)*E2(1) p2(3)*E2(2) p2(3)*E2(3) p2(3) 0 0 0 0 -p2(1)*E2(1) -
p2(1)*E2(2) -p2(1)*E2(3) -p2(1);
    0 0 0 0 -p3(3)*E3(1) -p3(3)*E3(2) -p3(3)*E3(3) -p3(3) p3(2)*E3(1)
p3(2)*E3(2) p3(2)*E3(3) p3(2);
    p3(3)*E3(1) p3(3)*E3(2) p3(3)*E3(3) p3(3) 0 0 0 0 -p3(1)*E3(1) -
p3(1)*E3(2) -p3(1)*E3(3) -p3(1);
    0 0 0 0 -p4(3)*E4(1) -p4(3)*E4(2) -p4(3)*E4(3) -p4(3) p4(2)*E4(1)
p4(2)*E4(2) p4(2)*E4(3) p4(2);

```

```

    p4(3)*E4(1) p4(3)*E4(2) p4(3)*E4(3) p4(3) 0 0 0 0 -p4(1)*E4(1) -
p4(1)*E4(2) -p4(1)*E4(3) -p4(1);
    0 0 0 0 -p5(3)*E5(1) -p5(3)*E5(2) -p5(3)*E5(3) -p5(3) p5(2)*E5(1)
p5(2)*E5(2) p5(2)*E5(3) p5(2);
    p5(3)*E5(1) p5(3)*E5(2) p5(3)*E5(3) p5(3) 0 0 0 0 -p5(1)*E5(1) -
p5(1)*E5(2) -p5(1)*E5(3) -p5(1);
    0 0 0 0 -p6(3)*E6(1) -p6(3)*E6(2) -p6(3)*E6(3) -p6(3) p6(2)*E6(1)
p6(2)*E6(2) p6(2)*E6(3) p6(2);
    p6(3)*E6(1) p6(3)*E6(2) p6(3)*E6(3) p6(3) 0 0 0 0 -p6(1)*E6(1) -
p6(1)*E6(2) -p6(1)*E6(3) -p6(1)];

```

```

% DESCOMPOSICIÓN EN VALORES SINGULARES:
[U,D,V] = svd(A);
P2=reshape(V(:,12) ', 4, 3)';
P2=P2/P2(3,4)
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

```

%% RESULTADOS DE LAS MATRICES DE CALIBRACIÓN:

```

%Matriz de Calibración (VSD) Cámara ***1***
% P1=[-0.9765    1.0858   -0.1224   807.9606;
%      0.1471    0.1266   -1.4751   671.1407;
%      -0.0002   -0.0001   -0.0002    1.0000];
%Matriz de Calibración (VSD) Cámara ***2***
% P2=[-1.2591    0.3639   -0.1302   599.8515
%      0.0300   -0.0212   -1.3493   698.5640
%      -0.0002   -0.0004   -0.0002    1.0000];

```

A.2 Código en Matlab® para la estimación de las matrices de calibración mediante la solución no homogénea

El siguiente código realiza el cálculo de las matrices de calibración de la cámara 1 y 2 mediante el método lineal basado en la ***solución no homogénea*** de la matriz de calibración.

```

clc
clear all
%%
% "CALIBRACION DE CAMARAS POR SOLUCIÓN NO HOMOGÉNEA"           %
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%% FÓRMULAS
% Punto_n=[Xi; Yi; Zi]
% Pixel_n=[xi; yi]
% p11Xi + p12Yi + p13Zi + p14 - p31xiXi - p32xiYi -p33xiZi - p34xi = 0
% p21Xi + p22Yi + p23Zi + p24 - p31yiXi - p32yiYi -p33yiZi - p34yi = 0
% ( p11Xi + p12Yi + p13Zi + p14 - p31xiXi - p32xiYi -p33xiZi - p34xi )/p34
= 0
% ( p21Xi + p22Yi + p23Zi + p24 - p31yiXi - p32yiYi -p33yiZi - p34yi )/p34
= 0
% ECUACION 1:
% (p11/p34)Xi + (p12/p34)Yi + (p13/p34)Zi + (p14/p34) - (p31/p34)xiXi -
(p32/p34)xiYi - (p33/p34)xiZi = xi;
% (e1)      Xi + (e2)      Yi + (e3)      Zi + (e4)      - (e9)      xiXi -
(e10)     xiYi - (e11)     xiZi = xi;
% ECUACION 2:
% (p21/p34)Xi + (p22/p34)Yi + (p23/p34)Zi + (p24/p34) - (p31/p34)yiXi -
(p32/p34)yiYi - (p33/p34)yiZi = yi;
% (e5)      Xi + (e6)      Yi + (e7)      Zi + (e8)      - (e9)      xiXi -
(e10)     xiYi - (e11)     xiZi = yi;

% Ax = b;
% A= [Xi; Yi; Zi; 1; Xi; Yi; Zi; 1; -xiXi; -xiYi; -xiZi]
% x= [e1; e2; e3; e4; e5; e6; e7; e8; e9; e10; e11]
% b= [xi; yi]

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%
%*****CAMARA 1*****
%
% DATOS DE LAS COORDENADAS ESPACIALES Y BIDIMENSIONALES DE LOS SEIS PUNTOS
REQUERIDOS PARA LA CALIBRACIÓN DE CADA CÁMARA:
p1=[90 170 0]; pp1=[947 739];
p2=[170 90 0]; pp2=[781 747];
p3=[90 0 90]; pp3=[735 572];
p4=[70 0 150]; pp4=[751 479];
p5=[0 110 70]; pp5=[943 597];
p6=[0 90 170]; pp6=[920 449];

%ECUACIONES Ax=b
A1=[p1(1) p1(2) p1(3) 1 0 0 0 0 -p1(1)*pp1(1) -p1(2)*pp1(1) -p1(3)*pp1(1)];
A2=[0 0 0 0 p1(1) p1(2) p1(3) 1 -p1(1)*pp1(2) -p1(2)*pp1(2) -p1(3)*pp1(2)];
A3=[p2(1) p2(2) p2(3) 1 0 0 0 0 -p2(1)*pp2(1) -p2(2)*pp2(1) -p2(3)*pp2(1)];
A4=[0 0 0 0 p2(1) p2(2) p2(3) 1 -p2(1)*pp2(2) -p2(2)*pp2(2) -p2(3)*pp2(2)];
A5=[p3(1) p3(2) p3(3) 1 0 0 0 0 -p3(1)*pp3(1) -p3(2)*pp3(1) -p3(3)*pp3(1)];

```



```

A6=[0 0 0 0 p3(1) p3(2) p3(3) 1 -p3(1)*pp3(2) -p3(2)*pp3(2) -p3(3)*pp3(2)];
A7=[p4(1) p4(2) p4(3) 1 0 0 0 0 -p4(1)*pp4(1) -p4(2)*pp4(1) -p4(3)*pp4(1)];
A8=[0 0 0 0 p4(1) p4(2) p4(3) 1 -p4(1)*pp4(2) -p4(2)*pp4(2) -p4(3)*pp4(2)];
A9=[p5(1) p5(2) p5(3) 1 0 0 0 0 -p5(1)*pp5(1) -p5(2)*pp5(1) -p5(3)*pp5(1)];
A10=[0 0 0 0 p5(1) p5(2) p5(3) 1 -p5(1)*pp5(2) -p5(2)*pp5(2) -
p5(3)*pp5(2)];
A11=[p6(1) p6(2) p6(3) 1 0 0 0 0 -p6(1)*pp6(1) -p6(2)*pp6(1) -
p6(3)*pp6(1)];
% TERMINOS INDEPENDIENTES:
b1=[pp1(1);pp1(2)]; b2=[pp2(1);pp2(2)]; b3=[pp3(1);pp3(2)];
b4=[pp4(1);pp4(2)]; b5=[pp5(1);pp5(2)]; b6=[pp6(1);pp6(2)];
%No se utiliza la coordenada yi del Punto_6
b5_5=[pp6(1)];
% MATRIZ DE ECUACIONES Ax=b
A=[A1;A2;A3;A4;A5;A6;A7;A8;A9;A10;A11];
b=[b1; b2; b3; b4; b5; b5_5];
x=inv(A)*b;
% ELEMENTO p34/p34
x(12)=1; % POR QUE SE ESTÁ APLICANDO LA SOLUCIÓN NO HOMOGÉNEA.

%MATRIZ DE CAMARA P(4x3) / p34:
k=1;
for i=1:3
    for j=1:4
        P(i,j)=x(k);
        k=k+1;
    end
end
P1=P

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%% *****CAMARA 2***** %
% DATOS DE LAS COORDENADAS ESPACIALES Y BIDIMENSIONALES DE LOS SEIS PUNTOS
REQUERIDOS PARA LA CALIBRACIÓN DE CADA CÁMARA:
p1=[90 170 0]; pp1=[602 766];
p2=[170 90 0]; pp2=[451 756];
p3=[90 0 90]; pp3=[491 600];
p4=[70 0 150]; pp4=[512 518];
p5=[0 110 70]; pp5=[669 638];
p6=[0 90 170]; pp6=[653 500];

%ECUACIONES Ax=b
A1=[p1(1) p1(2) p1(3) 1 0 0 0 0 -p1(1)*pp1(1) -p1(2)*pp1(1) -p1(3)*pp1(1)];
A2=[0 0 0 0 p1(1) p1(2) p1(3) 1 -p1(1)*pp1(2) -p1(2)*pp1(2) -p1(3)*pp1(2)];
A3=[p2(1) p2(2) p2(3) 1 0 0 0 0 -p2(1)*pp2(1) -p2(2)*pp2(1) -p2(3)*pp2(1)];
A4=[0 0 0 0 p2(1) p2(2) p2(3) 1 -p2(1)*pp2(2) -p2(2)*pp2(2) -p2(3)*pp2(2)];
A5=[p3(1) p3(2) p3(3) 1 0 0 0 0 -p3(1)*pp3(1) -p3(2)*pp3(1) -p3(3)*pp3(1)];
A6=[0 0 0 0 p3(1) p3(2) p3(3) 1 -p3(1)*pp3(2) -p3(2)*pp3(2) -p3(3)*pp3(2)];
A7=[p4(1) p4(2) p4(3) 1 0 0 0 0 -p4(1)*pp4(1) -p4(2)*pp4(1) -p4(3)*pp4(1)];
A8=[0 0 0 0 p4(1) p4(2) p4(3) 1 -p4(1)*pp4(2) -p4(2)*pp4(2) -p4(3)*pp4(2)];
A9=[p5(1) p5(2) p5(3) 1 0 0 0 0 -p5(1)*pp5(1) -p5(2)*pp5(1) -p5(3)*pp5(1)];
A10=[0 0 0 0 p5(1) p5(2) p5(3) 1 -p5(1)*pp5(2) -p5(2)*pp5(2) -
p5(3)*pp5(2)];
A11=[p6(1) p6(2) p6(3) 1 0 0 0 0 -p6(1)*pp6(1) -p6(2)*pp6(1) -
p6(3)*pp6(1)];
%TERMINOS INDEPENDIENTES:

```

```
b1=[pp1(1);pp1(2)]; b2=[pp2(1);pp2(2)]; b3=[pp3(1);pp3(2)];
b4=[pp4(1);pp4(2)]; b5=[pp5(1);pp5(2)]; b6=[pp6(1);pp6(2)];
%No se utiliza la coordenada yi del Punto_6
b5_5=[pp6(1)];
% MATRIZ DE ECUACIONES Ax=b
A=[A1;A2;A3;A4;A5;A6;A7;A8;A9;A10;A11];
% x= [e1; e2; e3; e4; e5; e6; e7; e8; e9; e10; e11]
b=[b1; b2; b3; b4; b5; b5_5];
x=inv(A)*b;
%ELEMENTO p34/p34
x(12)=1; % Por aplicar la solución no homogénea.
%Matriz de Camara P(4x3) / p34:
k=1;
for i=1:3
    for j=1:4
        P(i,j)=x(k);
        k=k+1;
    end
end
P2=P

%% RESULTADOS DE LAS MATRICES DE CALIBRACIÓN:

%Matriz de Calibración (NO HOMOGÉNEA) Cámara ***1***
% P1 = [-0.9597    1.0682   -0.1221   807.5851;
%        0.1548    0.1071   -1.4843   672.3690;
%        -0.0002   -0.0002   -0.0002    1.0000];

%Matriz de Calibración (NO HOMOGÉNEA) Cámara ***2***
% P2=[-1.2388    0.3333   -0.1219   598.8730
%       0.0371   -0.0739   -1.3628   701.4754
%       -0.0002   -0.0005   -0.0002    1.0000];
```

Apéndice B

Este apéndice presenta el algoritmo del método de estimación no lineal llamado "Corrección Diferencial de Mínimos Cuadrados".

B.1 Procedimiento de estimación no lineal de Corrección Diferencial de Mínimos Cuadrados

A continuación se describe paso a paso el procedimiento de estimación no lineal.

1. Se obtienen las mediciones y los pesos relativos asignados a estas:

$$Y = \begin{bmatrix} y_1 \\ \vdots \\ y_m \end{bmatrix} \quad W = \begin{pmatrix} w_{11} & \dots & w_{1m} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ w_{m1} & \dots & w_{mm} \end{pmatrix}$$

2. Se seleccionan valores iniciales para los parámetros:

$$X_c = \begin{bmatrix} x_{1c} \\ \vdots \\ x_{nc} \end{bmatrix}$$

3. Se calcule los valores actuales del modelo:

$$Y_c = \begin{bmatrix} y_{1c} \\ \vdots \\ y_{mc} \end{bmatrix}$$

Donde:

$$y_{ic} = \phi_i(X_c) \quad i = 1, \dots, m$$

4. Se evalúa la matriz de derivadas parciales:

$$A = \begin{pmatrix} \frac{\partial \phi_1}{\partial x_1} & \dots & \frac{\partial \phi_1}{\partial x_n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial \phi_m}{\partial x_1} & \dots & \frac{\partial \phi_m}{\partial x_n} \end{pmatrix}_c$$

5. Se calculan los residuales:

$$\Delta Y_c = Y - Y_c$$

y se estima la suma de los cuadrados de los residuos actuales:

$$J_c = \Delta Y_c^T W \Delta Y_c$$

Continuar al paso 8 si se logra la convergencia.

6. Se determine el valor de corrección ΔX a partir de:

$$\Delta x = (A^T W A)^{-1} A^T W \Delta Y$$

7. Aplicar las correcciones obtenidas del paso anterior, reemplazando las estimaciones actuales previas, de acuerdo a:

$$X_{C_nuevo} = X_{C_anterior} + \Delta x$$

Regresar al paso 3.

8. Considerar la opción óptima $\hat{X} = X_c$ correspondiente a la última iteración en caso de que haber convergencia.

La convergencia es evidente si J_c cambia de manera despreciable en iteraciones sucesivas o si el vector ΔX tiene elementos muy pequeños. Un proceso en el que no exista convergencia se caracteriza por ejemplo, por llegar al máximo número de iteraciones permitidas o cuando J_c aumenta en iteraciones sucesivas. Cuando existen problemas de convergencia, generalmente ocurre por alguna de las siguientes razones:

- Las estimaciones iniciales X_c están muy alejadas del valor óptimo \hat{X}
- Dificultades numéricas encontradas en la solución de las correcciones ΔX , causadas por errores aritméticos que corrompen el algoritmo usado para evaluar estas correcciones, o bien porque la matriz A tiene menos que n renglones o columnas linealmente independientes.

El proceso de corrección diferencial de mínimos cuadrados descrito arriba, se ha aplicado con éxito a una amplia variedad de problemas de estimación no lineales.

B.2 Diagrama de flujo del procedimiento Corrección Diferencial de Mínimos Cuadrados

La figura B.2.1 describe el diagrama de flujo del procedimiento de estimación no lineal denominado "Corrección diferencial de mínimos cuadrados".

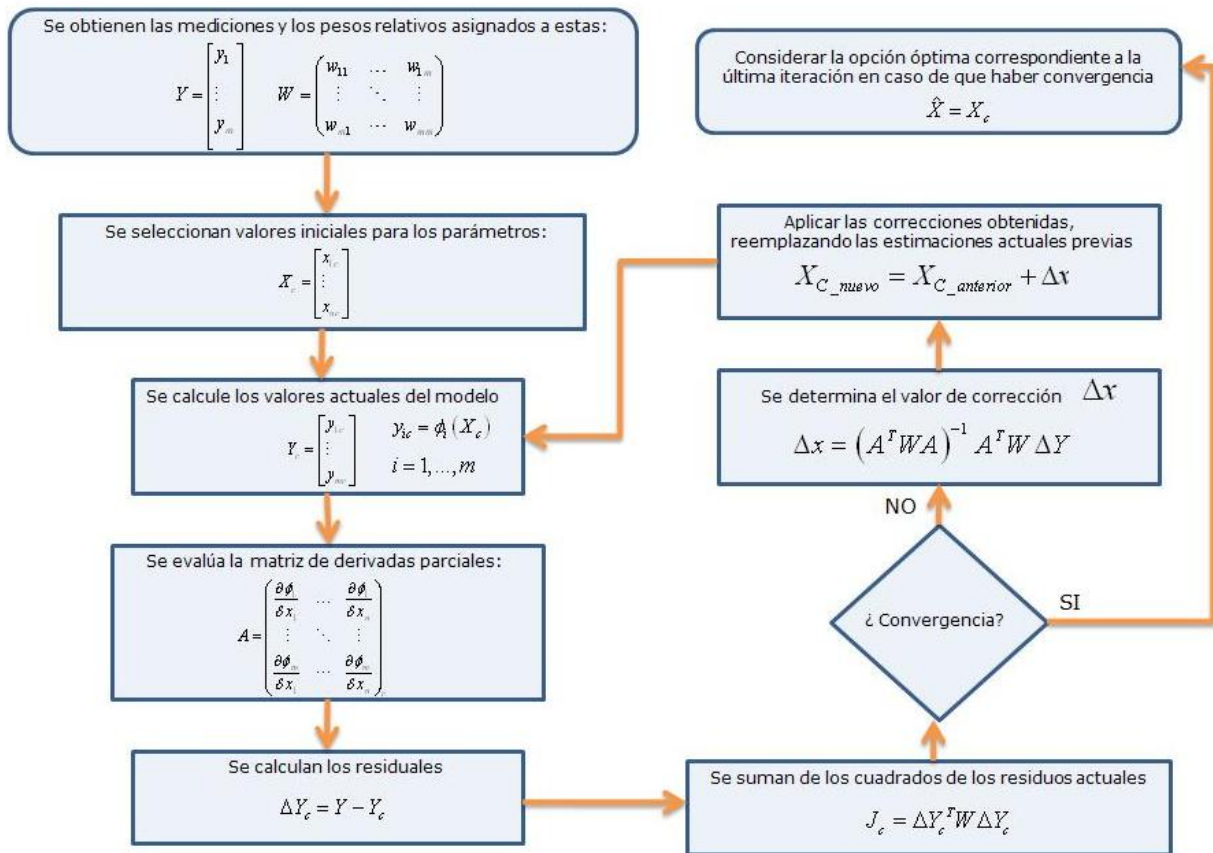


Figura B.2.1. Diagrama de flujo del algoritmo de "Corrección diferencial de mínimos cuadrados".

Apéndice C

Este apéndice presenta tanto los dos archivos necesarios para la obtención de los parámetros de visión, como los códigos en Matlab® para la estimación de dichos parámetros.

C.1 Archivos utilizados para la obtención de los parámetros de visión de las cámaras

A continuación se presentan los dos archivos generados, correspondientes a cada cámara en cuestión 'datosCam1Aumentado.dat' y 'datosCam2Aumentado.dat', los cuales contienen información de 15 puntos (en este caso sobre el mismo patrón de calibración) y sus correspondientes coordenadas medidas tanto en el plano de la imagen como en el espacio tridimensional. Además se ha considerado un peso relativo asignado de 1 para cada medición. Para cada renglón los datos vienen listados en el siguiente orden:

$$i, x_{ci}, y_{ci}, x_i, y_i, z_i, W_i$$

CÁMARA 1: 'datosCam1Aumentado.dat'

1	947	739	90	170	0	1
2	781	747	170	90	0	1
3	735	572	90	0	90	1
4	751	479	70	0	150	1
5	943	597	0	110	70	1
6	920	449	0	90	170	1
7	918	805	230	230	0	1
8	613	398	230	0	230	1
9	1105	383	0	230	230	1
10	852	703	50	70	0	1
11	805	722	110	70	0	1
12	701	641	130	0	50	1
13	768	504	50	0	130	1
14	969	543	0	130	110	1
15	944	510	0	110	130	1

CÁMARA 2: 'datosCam2Aumentado.dat'

1	602	766	90	170	0	1
2	451	756	170	90	0	1
3	491	600	90	0	90	1
4	512	518	70	0	150	1
5	669	638	0	110	70	1
6	653	500	0	90	170	1
7	463	814	230	230	0	1
8	312	432	230	0	230	1
9	752	444	0	230	230	1
10	584	729	50	70	0	1
11	513	739	110	70	0	1
12	443	660	130	0	50	1

```

13    537    541    50     0    130    1
14    682    589     0    130    110    1
15    668    558     0    110    130    1

```

C.2 Código en Matlab® para la estimación de los seis parámetros de visión para las cámaras

Código en Matlab® para el cálculo de los seis parámetros de visión para la cámara 1 y 2, mediante el método descrito en el apéndice B,

```

%*****CAMARA 1*****
%Código para encontrar los seis parámetros de visión para la CÁMARA 1
clc
clear all
% Iniciando el proceso de estimación con estos valores para los parámetros
% de visión.
Ccam1=[1 1 1 1 1 1]';
% Cargando el archivo "datosCam1Aumentado.dat"
load('datosCam1Aumentado.dat')
% Almacenando las coordenadas en pixeles de la imagen.
xc=datosCam1Aumentado(:,2);
yc=datosCam1Aumentado(:,3);
% Almacenando las coordenadas espaciales.
x=datosCam1Aumentado(:,4);
y=datosCam1Aumentado(:,5);
z=datosCam1Aumentado(:,6);
% Almacenando los pesos relativos de cada observación.
W=datosCam1Aumentado(:,7);
%Definiendo el número de iteraciones igual a j=20.
for j=1:20
% Las siguientes Funciones b1,...,b8 agrupan a una expresión no lineal que
% depende de los parámetros de visión C1,...C6. Y se definen a
continuación:
b(1)=Ccam1(1,j)^2+Ccam1(2,j)^2-Ccam1(3,j)^2-Ccam1(4,j)^2;
b(2)=2*(Ccam1(2,j)*Ccam1(3,j)+Ccam1(1,j)*Ccam1(4,j));
b(3)=2*(Ccam1(2,j)*Ccam1(4,j)-Ccam1(1,j)*Ccam1(3,j));
b(4)=Ccam1(5,j);
b(5)=2*(Ccam1(2,j)*Ccam1(3,j)-Ccam1(1,j)*Ccam1(4,j));
b(6)=Ccam1(1,j)^2-Ccam1(2,j)^2+Ccam1(3,j)^2-Ccam1(4,j)^2;
b(7)=2*(Ccam1(3,j)*Ccam1(4,j)+Ccam1(1,j)*Ccam1(2,j));
b(8)=Ccam1(6,j);
% Definiendo la matriz de derivadas parciales de las funciones b1,...,b8 con
respecto a los parámetros de visión.

A_DerivParc=[
    2*Ccam1(1,j)  2*Ccam1(2,j)  -2*Ccam1(3,j)  -2*Ccam1(4,j)  0  0;
    2*Ccam1(4,j)  2*Ccam1(3,j)   2*Ccam1(2,j)   2*Ccam1(1,j)  0  0;
   -2*Ccam1(3,j)  2*Ccam1(4,j)  -2*Ccam1(1,j)   2*Ccam1(2,j)  0  0;
    0             0             0             0             1  0;
   -2*Ccam1(4,j)  2*Ccam1(3,j)   2*Ccam1(2,j)  -2*Ccam1(1,j)  0  0;
    2*Ccam1(1,j)  -2*Ccam1(2,j)  2*Ccam1(3,j)  -2*Ccam1(4,j)  0  0;
    2*Ccam1(2,j)  2*Ccam1(1,j)   2*Ccam1(4,j)   2*Ccam1(3,j)  0  0;
    0             0             0             0             0  1];

```

```

% Relaciones fx & fy obtenidas mediante la suposición de un modelo
% ortográfico, se definen a continuación: (Para las 143 observaciones)
for i=1:15
    fx=b(1)*x(i)+b(2)*y(i)+b(3)*z(i)+b(4);
    fy=b(5)*x(i)+b(6)*y(i)+b(7)*z(i)+b(8);
    %para minimizar la suma de los cuadrados de los residuales
    %J(Ccam1)=deltaY'*w*deltaY, habrá de calcular:
% Calculando el vector de residuos deltaY.
deltaY(2*i-1,1)=xc(i)-fx; %Nones
deltaY(2*i,1)=yc(i)-fy; %Pares
% Matriz cuadrada diagonal de los pesos relativos W.
w(2*i-1,2*i-1)=W(i); %Nones
w(2*i,2*i)=W(i); %Pares
% Definiendo la matriz A1 que multiplicada por A_DerivParc se obtendrá la
% matriz A.
A1(2*i-1,:)= [x(i) y(i) z(i) 1 0 0 0 0]; %Nones
A1(2*i,:)= [0 0 0 0 x(i) y(i) z(i) 1]; %Pares
end
% Calculando la matriz A de 2m x 6:
A=A1*A_DerivParc;
% Calculando deltaC:
deltaCcam1=inv(A'*w*A)*(A'*w*deltaY);
Ccam1(:,j+1)=Ccam1(:,j)+deltaCcam1;
end
Ccam1

Iteraciones=[0:20];
plot(Iteraciones,Ccam1(1,:), '-*', 'LineWidth',1);
figure,plot(Iteraciones,Ccam1(2,:), '-*', 'LineWidth',1);
figure,plot(Iteraciones,Ccam1(3,:), '-*', 'LineWidth',1);
figure,plot(Iteraciones,Ccam1(4,:), '-*', 'LineWidth',1);
figure,plot(Iteraciones,Ccam1(5,:), '-*', 'LineWidth',1);
figure,plot(Iteraciones,Ccam1(6,:), '-*', 'LineWidth',1);

%%
%*****CAMARA 2*****
%Código para encontrar los seis parámetros de visión para la CÁMARA 2
% Iniciando el proceso de estimación con estos valores para los parámetros
% de visión.
Ccam2=[1 1 1 1 1 1]';
% Cargando el archivo "datosCam2Aumentado.dat"
load('datosCam2Aumentado.dat')
% Almacenando las coordenadas en pixeles de la imagen.
xc=datosCam2Aumentado(:,2);
yc=datosCam2Aumentado(:,3);
% Almacenando las coordenadas espaciales.
x=datosCam2Aumentado(:,4);
y=datosCam2Aumentado(:,5);
z=datosCam2Aumentado(:,6);
% Almacenando los pesos relativos de cada observación.
W=datosCam2Aumentado(:,7);
%Definiendo el número de iteraciones igual a j=20.
for j=1:20
% Las siguientes Funciones b1,...,b8 agrupan a una expresión no lineal que
% depende de los parámetros de visión C1,...C6. Y se definen a
continuación:

```



```

b(1)=Ccam2(1,j)^2+Ccam2(2,j)^2-Ccam2(3,j)^2-Ccam2(4,j)^2;
b(2)=2*(Ccam2(2,j)*Ccam2(3,j)+Ccam2(1,j)*Ccam2(4,j));
b(3)=2*(Ccam2(2,j)*Ccam2(4,j)-Ccam2(1,j)*Ccam2(3,j));
b(4)=Ccam2(5,j);
b(5)=2*(Ccam2(2,j)*Ccam2(3,j)-Ccam2(1,j)*Ccam2(4,j));
b(6)=Ccam2(1,j)^2-Ccam2(2,j)^2+Ccam2(3,j)^2-Ccam2(4,j)^2;
b(7)=2*(Ccam2(3,j)*Ccam2(4,j)+Ccam2(1,j)*Ccam2(2,j));
b(8)=Ccam2(6,j);
% Definiendo la matriz de derivadas parciales de las funciones b1,...,b8 con
respecto a los parámetros de visión.

A_DerivParc=[
    2*Ccam2(1,j)  2*Ccam2(2,j)  -2*Ccam2(3,j)  -2*Ccam2(4,j)  0  0;
    2*Ccam2(4,j)  2*Ccam2(3,j)   2*Ccam2(2,j)   2*Ccam2(1,j)  0  0;
   -2*Ccam2(3,j)  2*Ccam2(4,j)  -2*Ccam2(1,j)   2*Ccam2(2,j)  0  0;
    0             0             0             0             1  0;
   -2*Ccam2(4,j)  2*Ccam2(3,j)   2*Ccam2(2,j)  -2*Ccam2(1,j)  0  0;
    2*Ccam2(1,j)  -2*Ccam2(2,j)  2*Ccam2(3,j)  -2*Ccam2(4,j)  0  0;
    2*Ccam2(2,j)  2*Ccam2(1,j)   2*Ccam2(4,j)   2*Ccam2(3,j)  0  0;
    0             0             0             0             0  1];
% Relaciones fx & fy obtenidas mediante la suposición de un modelo
% ortográfico, se definen a continuación: (Para las 143 observaciones)
for i=1:15
    fx=b(1)*x(i)+b(2)*y(i)+b(3)*z(i)+b(4);
    fy=b(5)*x(i)+b(6)*y(i)+b(7)*z(i)+b(8);
    %para minimizar la suma de los cuadrados de los residuales
    %J(Ccam2)=deltaY'*w*deltaY, habrá de calcular:
% Calculando el vector de residuos deltaY.
    deltaY(2*i-1,1)=xc(i)-fx; %Nones
    deltaY(2*i,1)=yc(i)-fy;  %Pares
% Matriz cuadrada diagonal de los pesos relativos W.
    w(2*i-1,2*i-1)=W(i);  %Nones
    w(2*i,2*i)=W(i);     %Pares
% Definiendo la matriz A1 que multiplicada por A_DerivParc se obtendrá la
% matriz A.
    A1(2*i-1,:)= [x(i) y(i) z(i) 1 0 0 0 0]; %Nones
    A1(2*i,:)= [0 0 0 0 x(i) y(i) z(i) 1]; %Pares
end
% Calculando la matriz A de 2m x 6:
A=A1*A_DerivParc;
% Calculando deltaCcam2:
deltaCcam2=inv(A'*w*A)*(A'*w*deltaY);
Ccam2(:,j+1)=Ccam2(:,j)+deltaCcam2;
end
Ccam2

Iteraciones=[0:20];
plot(Iteraciones,Ccam2(1,:), '-*', 'LineWidth',1);
figure,plot(Iteraciones,Ccam2(2,:), '-*', 'LineWidth',1);
figure,plot(Iteraciones,Ccam2(3,:), '-*', 'LineWidth',1);
figure,plot(Iteraciones,Ccam2(4,:), '-*', 'LineWidth',1);
figure,plot(Iteraciones,Ccam2(5,:), '-*', 'LineWidth',1);
figure,plot(Iteraciones,Ccam2(6,:), '-*', 'LineWidth',1);

```

Apéndice D

Este apéndice presenta el código en Matlab® para el procesamiento de las imágenes y el cálculo de los centroides correspondientes a las marcas colocadas en la pierna.

```

clc
clear all
F=imread('F1.6-OK.jpg');
imshow(F);
BN=rgb2gray(F);
figure, imshow(BN);
Binary=BN>=87;
figure,imshow(Binary);
Regiones_manchas=bwlabel(Binary);%Almacenando las regiones con manchas.
% 'PixelIdxList' - p-element vector containing the linear indices of the
pixels in the region.
% 'PixelList' - p-by-ndims(L) matrix specifying the locations of pixels in
the region. Each row
%of the matrix has the form [x y z ...] and specifies the coordinates of
one pixel in the region.
Propiedades_mancha=regionprops(Regiones_manchas,'PixelIdxList','PixelList')
; %Guardando los índices de las manchas y sus correspondientes ubicaciones.
[renglones , columnas] = size(Binary); %Determinando el tamaño en pixeles
de la imagen.
imshow(Binary, []);
hold on
for i = 1:numel(Propiedades_mancha);
    idx = Propiedades_mancha(i).PixelIdxList; %Almacenando los índices de
los pixeles de las manchas.
    val_pixel = double(Binary(idx)); %Almacenando los valores de los
pixeles de las manchas.
    sum_val_pixel = sum(val_pixel); %Sumando los valores de los pixeles.
    x = Propiedades_mancha(i).PixelList(:, 1); %Almacenando las
coordenadas de x, para todos los renglones en la 1° columna.
    y = Propiedades_mancha(i).PixelList(:, 2); %Almacenando las
coordenadas de y, para todos los renglones en la 2° columna.
    Xtestada = sum(x .* val_pixel) / sum_val_pixel; %Coordenada del
centroide en x
    Ytestada = sum(y .* val_pixel) / sum_val_pixel; %Coordenada del
centroide en y
    Centroides(i,1) = Xtestada;
    Centroides(i,2) = Ytestada;
    plot(Xtestada, Ytestada, '*r','MarkerSize',9);
end
hold off
Centroides %Desplegando el valor de los centroides.

```

Apéndice E

Este apéndice presenta las coordenadas espaciales promedio de los cuadros representativos del caminado humano.

CUADRO	X	Y	Z
1	78.0743	-689.3251	609.3840
2	59.0934	-673.4287	608.3722
3	37.6822	-659.2535	605.6595
4	14.1651	-640.7665	601.4175
5	-15.2718	-618.8471	596.0511
6	-52.0292	-586.0156	587.1916
7	-102.1327	-545.5872	579.2275
8	-172.2277	-498.7028	574.7303
9	-251.1511	-447.6226	569.5606
10	-331.2151	-397.6532	577.4290

Marca 1 (fémur)

CUADRO	X	Y	Z
1	80.8334	-688.0411	479.4312
2	67.2228	-674.4625	479.0888
3	44.0903	-668.7093	477.7737
4	21.6778	-655.5718	475.3711
5	-6.4273	-637.0656	470.7855
6	-44.1136	-602.0042	462.5864
7	-95.0377	-563.9078	454.3251
8	-169.1616	-494.2075	448.7733
9	-267.8231	-430.6175	443.0809
10	-378.0557	-379.3038	455.3145

Marca 2 (fin de fémur)

CUADRO	X	Y	Z
1	97.7279	-676.1533	316.1382
2	90.6526	-667.7437	317.4138
3	76.3764	-664.6594	317.2402
4	62.6627	-654.5089	317.2053
5	40.3843	-642.9693	315.0423
6	7.6583	-627.9904	312.4090
7	-29.4205	-602.5488	316.4105
8	-86.3558	-537.8541	332.3401
9	-182.9006	-470.7046	344.3474
10	-294.3310	-407.7364	353.5623

Marca 3 (tibia)

Apéndice F

Este apéndice presenta el código en Matlab® para el análisis y síntesis dimensional por conducción de cuerpo rígido del mecanismo de cuatro barras, específicamente el cálculo de la ubicación y longitud tanto de la barra conductora como de la barra conducida de la sección 4.4.

```
% SÍNTESIS DIMENSIONAL POR CONDUCCIÓN DE CUERPO RÍGIDO DEL MECANISMO DE
%CUATRO BARRAS.
```

```
%% Ubicación y dimensionamiento de la barra conductora "L1"
```

```
%%
```

```
clc
```

```
clear all
```

```
%% DATOS:
```

```
a1=[12 -76];
```

```
a2=[0 -73.5];
```

```
a3=[-31.5 -37.7];
```

```
a1x=a1(1);
```

```
a1y=a1(2);
```

```
a2x=a2(1);
```

```
a2y=a2(2);
```

```
a3x=a3(1);
```

```
a3y=a3(2);
```

```
%%
```

```
% fbx + gby = H
```

```
f=2*(a2(1)-a1(1));
```

```
g=2*(a2(2)-a1(2));
```

```
H=(a2(1))^2+(a2(2))^2-(a1(1))^2-(a1(2))^2;
```

```
%%
```

```
% rbx + tby = U
```

```
r=2*(a3(1)-a1(1));
```

```
t=2*(a3(2)-a1(2));
```

```
U=(a3(1))^2+(a3(2))^2-(a1(1))^2-(a1(2))^2;
```

```
%% Forma matricial de las ecuaciones anteriores:
```

```
% A*B=C
```

```
% Donde:
```

```
A = [ f g;
      r t ];
```

```
%B=[bx; *****INCÓGNITA Vector que define el la posición P *****
```

```
% by]
```

```
C = [ H;
      U ];
```

```
% Despejando B
```

```
B=inv(A)*C;
```

```
bx=B(1)
```

```
by=B(2)
```

```
b=sqrt((B(1))^2+(B(2))^2) %Vector que define la posición del pivote "P".
```

```
%% Longitud barra conductora:
```

```
% L1=a1-b
```

```
% L1=[ax-bx;ay-by]
```

```
L1=sqrt((a1(1)-B(1))^2 + (a1(2)-B(2))^2)
```

```

%% RESULTADOS:
% bx = 15.7670
% by = -27.8686
% b = 32.0196
% L1 = 48.2786
%%

%% Ubicación y dimensionamiento de la barra conducida "L3"
%% DATOS:
s1=[-27.5 -72];
s2=[-38.5 -63];
s3=[-49 -2.8];
s1x=s1(1);
s1y=s1(2);
s2x=s2(1);
s2y=s2(2);
s3x=s3(1);
s3y=s3(2);
%%
% ibx + jby = K
i=2*(s2(1)-s1(1));
j=2*(s2(2)-s1(2));
K=(s2(1))^2+(s2(2))^2-(s1(1))^2-(s1(2))^2;

%%
% mbx + nby = 0
m=2*(s3(1)-s1(1));
n=2*(s3(2)-s1(2));
O=(s3(1))^2+(s3(2))^2-(s1(1))^2-(s1(2))^2;

%% Forma matricial de las ecuaciones anteriores:
% A*B=C
% Donde:
A = [ i j;
      m n ];
%B=[bx; *****INCÓGNITA Vector que define el la posición Q *****
    by]
C = [ K;
      O ];
% Despejando B
B=inv(A)*C;
ux=B(1)
uy=B(2)
u=sqrt((B(1))^2+(B(2))^2) %Vector que define el la posición "Q".

%% Longitud barra conductora:
% L3=s1-u
% L3=[sx-ux;sy-uy]
L3=sqrt((s1(1)-B(1))^2 + (s1(2)-B(2))^2)

%% RESULTADOS:
% ux = 1.8109
% uy = -24.9533
% u = 25.0190
% L3 = 55.4303

```

```
%% CALCULO DE LA DISTANCIA PQ=L4

PQ = sqrt((ux-bx)^2+(uy-by)^2)

% Cálculo del ángulo con respecto al eje x positivo.

AngPQ = (180/pi)*atan((by-uy)/(bx-ux))

%% RESULTADOS:
% PQ = 14.2573
% AngPQ = -11.7988

X=[bx;a1x;s1x;ux]
Y=[by;a1y;s1y;uy]
plot(X,Y)
hold on
X=[bx;a2x;s2x;ux]
Y=[by;a2y;s2y;uy]
plot(X,Y)
hold on
X=[bx;a3x;s3x;ux]
Y=[by;a3y;s3y;uy]
plot(X,Y)
hold on
```

Apéndice G

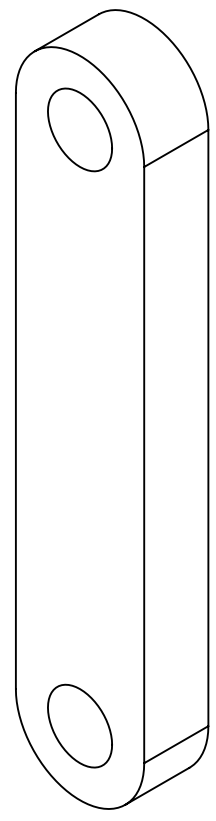
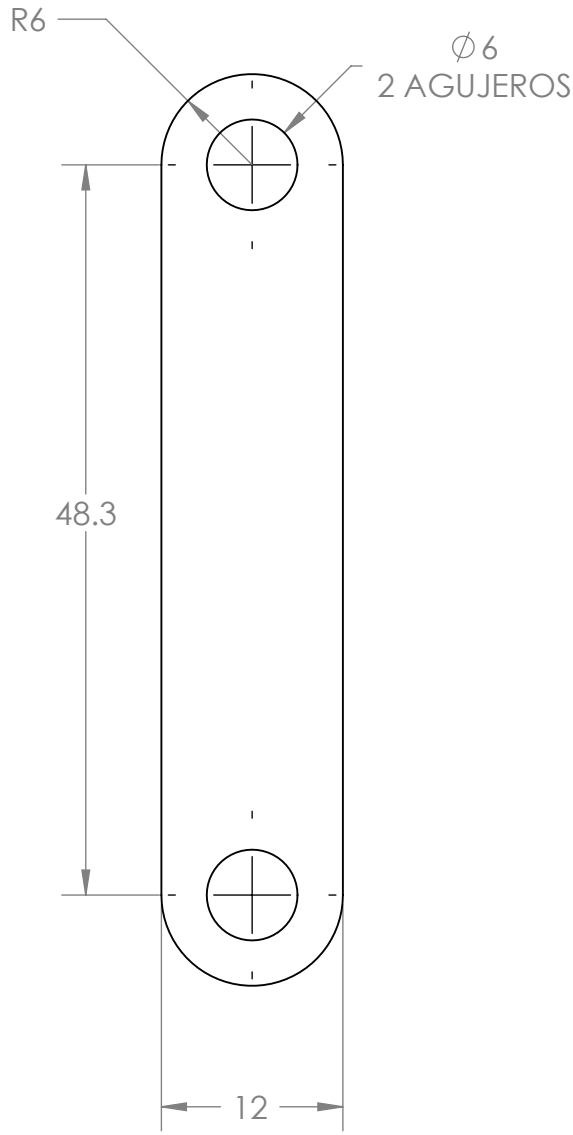
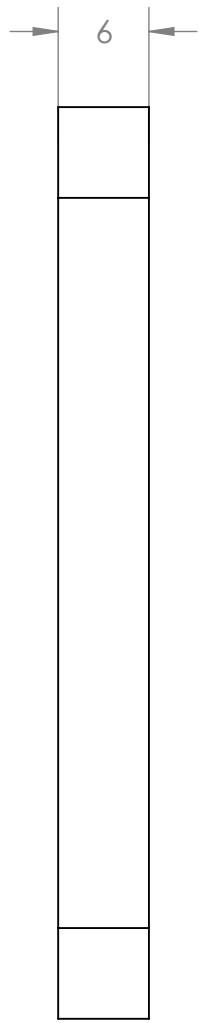
A

B

C

D

E



SI NO SE INDICA LO CONTRARIO:
LAS COTAS SE EXPRESAN EN MM
ACABADO SUPERFICIAL:
TOLERANCIAS:
LINEAL:
ANGULAR:

ACABADO:

REBARBAR Y
ROMPER ARISTAS
VIVAS

NO CAMBIE LA ESCALA

REVISIÓN

	NOMBRE	FIRMA	FECHA		
DIBUJ.					
VERIF.					
APROB.					
F FABR.					
CALID.				MATERIAL:	
				PESO:	

TÍTULO:		BARRA CONDUCTORA (L1)	
N.º DE DIBUJO	G-1		
ESCALA:2:1	HOJA1 DE 4	A4	

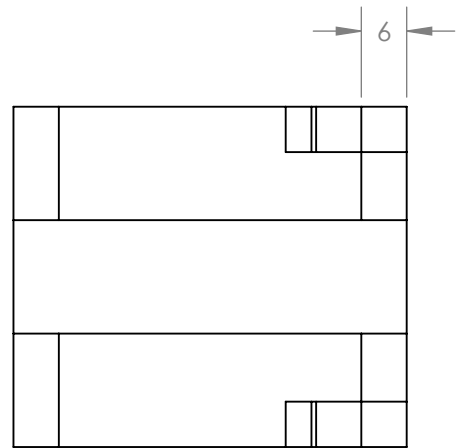
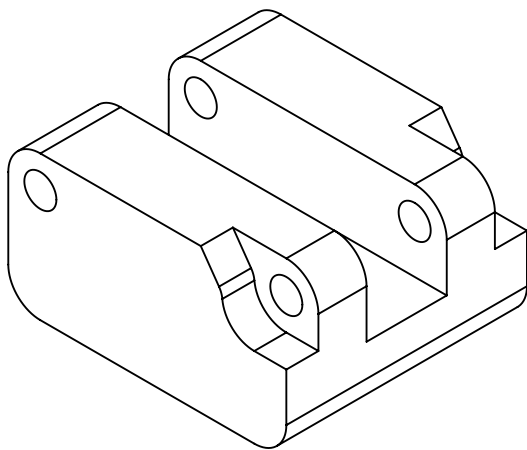
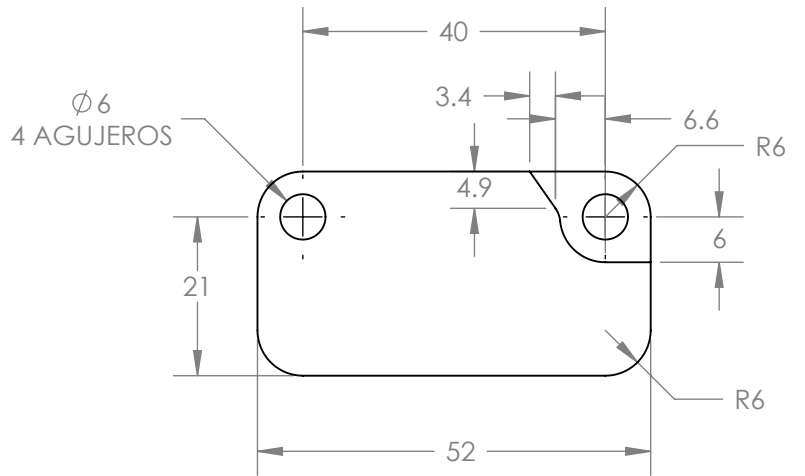
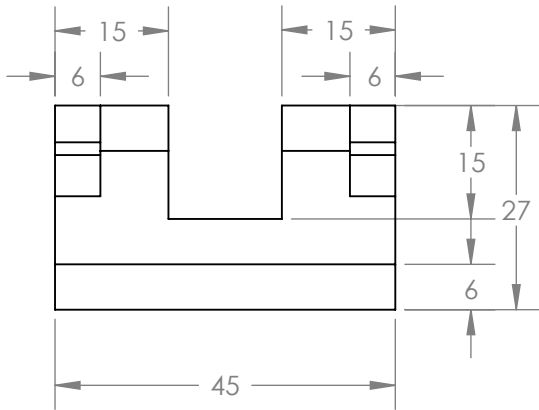
A

B

C

D

E



SI NO SE INDICA LO CONTRARIO:
LAS COTAS SE EXPRESAN EN MM
ACABADO SUPERFICIAL:
TOLERANCIAS:
LINEAL:
ANGULAR:

ACABADO:

REBARBAR Y
ROMPER ARISTAS
VIVAS

NO CAMBIE LA ESCALA

REVISIÓN

	NOMBRE	FIRMA	FECHA		
DIBUJ.					
VERIF.					
APROB.					
F FABR.					
CALID.				MATERIAL:	
				PESO:	

TÍTULO: BARRA ACOPLADORA (L2)	
N.º DE DIBUJO G-2	A4
ESCALA: 1:1	HOJA 2 DE 4

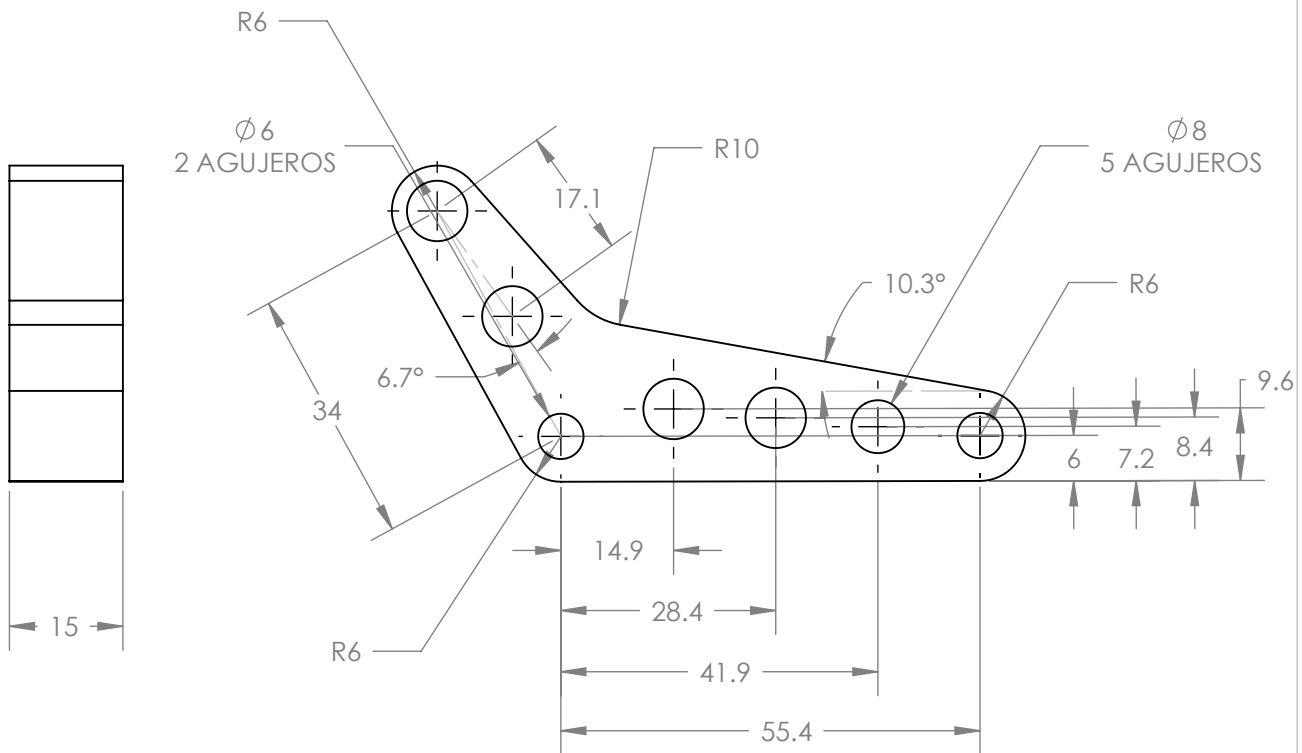
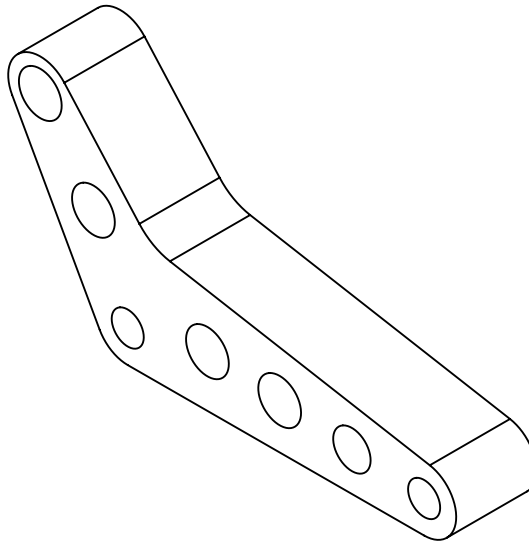
A

B

C

D

E



SI NO SE INDICA LO CONTRARIO:
 LAS COTAS SE EXPRESAN EN MM
 ACABADO SUPERFICIAL:
 TOLERANCIAS:
 LINEAL:
 ANGULAR:

ACABADO:

REBARBAR Y
 ROMPER ARISTAS
 VIVAS

NO CAMBIE LA ESCALA

REVISIÓN

	NOMBRE	FIRMA	FECHA		
DIBUJ.					
VERIF.					
APROB.					
F FABR.					
CALID.				MATERIAL:	
				PESO:	

TÍTULO:		NO CAMBIE LA ESCALA		REVISIÓN	
BARRA CONDUCTIDA (L3)					
N.º DE DIBUJO			G-3		A4
ESCALA: 1:1			HOJA 3 DE 4		

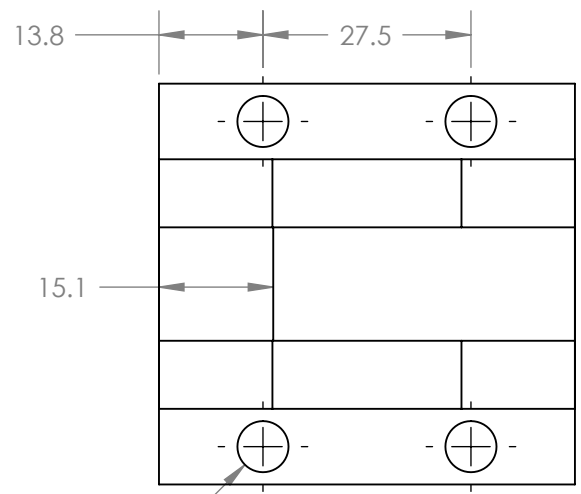
A

B

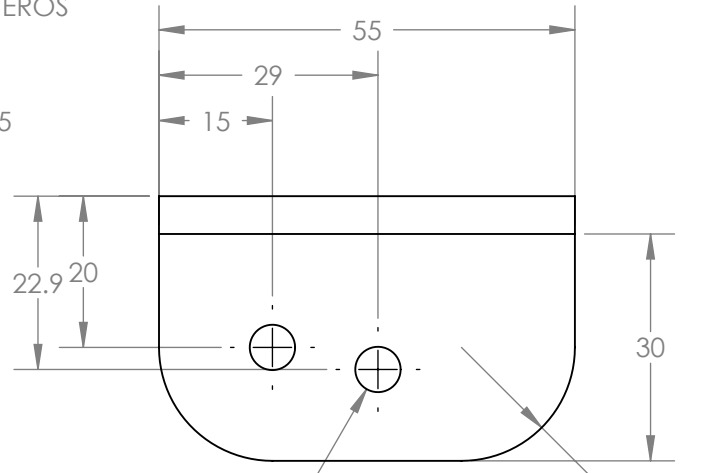
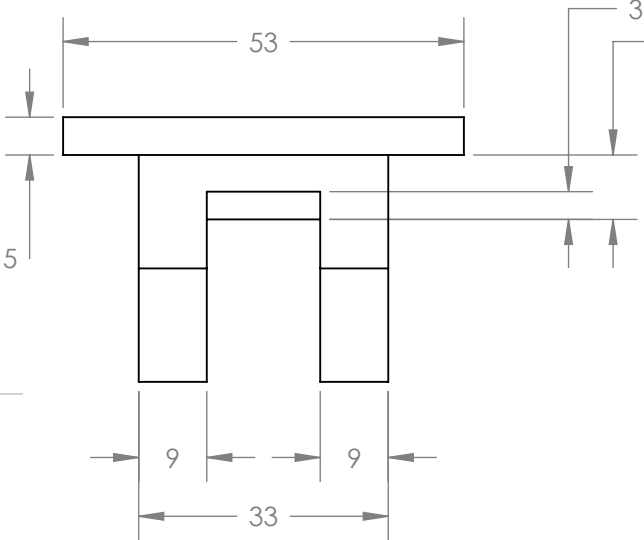
C

D

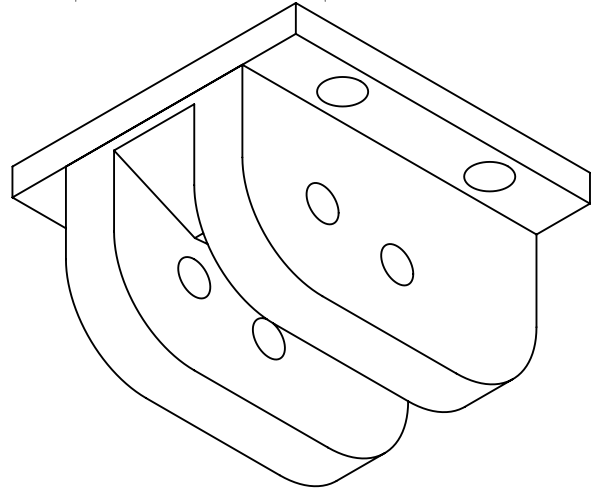
E



Ø 6.8
4 AGUJEROS



Ø 6
4 AGUJEROS



SI NO SE INDICA LO CONTRARIO: LAS COTAS SE EXPRESAN EN MM ACABADO SUPERFICIAL: TOLERANCIAS: LINEAL: ANGULAR:			ACABADO:		REBARBAR Y ROMPER ARISTAS VIVAS		NO CAMBIE LA ESCALA		REVISIÓN		
							TÍTULO: ESLABÓN BASE (L4)				
							N.º DE DIBUJO		G-4		A4
							PESO:		ESCALA:1:1		HOJA4 DE 4

	NOMBRE	FIRMA	FECHA			
DIBUJ.						
VERIF.						
APROB.						
FABR.						
CALID.						