



**Universidad Autónoma de San Luis Potosí**  
**Facultad de Ingeniería**  
**Centro de Investigación y Estudios de Posgrado**

**Estabilidad Armónica en Microrredes de Corriente Alterna  
Interconectadas a la Red**

**T E S I S**

Que para obtener el grado de:

Maestro en Ingeniería Eléctrica

Presenta:

Julio Cesar Hernández Ramírez

Asesor:

Dr. Juan Segundo Ramírez





**Universidad Autónoma de San Luis Potosí**  
**Facultad de Ingeniería**  
**Centro de Investigación y Estudios de Posgrado**



**Maestría en Ingeniería Eléctrica**  
**Opción: Control Automático**

## **Estabilidad Armónica en Microrredes de Corriente Alterna Interconectadas a la Red**

Presenta:

---

Ing. Julio Cesar Hernández Ramírez

Sinodales:

---

Dr. Juan Segundo Ramírez  
Asesor

---

Dr. Mario Arturo González García

---

Dr. Ciro Alberto Núñez Gutiérrez

---

Dra. Nancy Visairo Cruz



**UASLP**

Universidad Autónoma  
de San Luis Potosí

15 de junio de 2017

**ING. JULIO CESAR HERNÁNDEZ RAMÍREZ  
P R E S E N T E.**

En atención a su solicitud de Temario, presentada por el **Dr. Juan Segundo Ramírez**, Asesor de la Tesis que desarrollará Usted, con el objeto de obtener el Grado de **Maestro en Ingeniería Eléctrica**, me es grato comunicarle que en la Sesión del H. Consejo Técnico Consultivo celebrada el día 15 de junio del presente, fue aprobado el Temario propuesto:

**TEMARIO:**

**“Estabilidad Armónica en Microrredes de Corriente Alterna  
Interconectadas a la Red”**

Introducción.

1. Microrredes de Corriente Alterna.
2. Modelo en el Dominio Armónico Extendido.
3. Estudio de la Estabilidad Por Medio de Análisis Modal.

Conclusiones.

Anexo.

Bibliografía.

**“MODOS ET CUNCTARUM RERUM MENSURAS AUDEBO”**

**A T E N T A M E N T E**

**M. I. JORGE ALBERTO PÉREZ GONZÁLEZ  
DIRECTOR.**

UNIVERSIDAD AUTONOMA  
DE SAN LUIS POTOSI  
FACULTAD DE INGENIERIA  
DIRECCION



**FACULTAD DE  
INGENIERÍA**

Copia. Archivo.  
\*etn.

Av. Manuel Nava 8  
Zona Universitaria • CP 78290  
San Luis Potosí, S.L.P.  
tel. (444) 826 2330 al39  
fax (444) 826 2336  
www.uaslp.mx

## *Agradecimientos*

A *Dios*, por brindar el bienestar físico y emocional a mis seres queridos y a mí.

A mis padres *Julio* y *Martha*, quienes siempre me brindaron apoyo emocional y económico a lo largo de mis años de estudio.

Al Dr. *Juan Segundo*, por todo el tiempo que me dedicó para que mis dudas se despejaran, por el apoyo que me brindó así como los consejos y observaciones para tratar de obtener un mejor trabajo.

Al Dr. *Fernando Martínez Cárdenas* por la licencia del software PSCAD que me brindó para realizar este trabajo.

A mis compañeros del Laboratorio: *Carlos Gurrola*, *Aarón Esparza* y *Omar Beltrán* por el tiempo que llegamos a convivir y la ayuda que tan amablemente me proporcionaron cuando la solicité.

A mis amigos: *Aarón*, *David*, *Alejandro*, *Ramón*, *Daniel*, *Jessica*, *Alfredo*; por las horas de estudio y esparcimiento que llegamos a convivir, y que recordaré gratamente.

Al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología por la beca número 417146 otorgada.

## *Resumen*

Actualmente los sistemas de potencia se encuentran en una etapa de transición incorporando fuentes de energía alternas para sustituir a los combustibles fósiles. Esto ha propiciado una gran penetración de sistemas basados en energías renovables, principalmente eólica y fotovoltaica, cuyo funcionamiento requiere de sistemas basados en convertidores de electrónica de potencia para el procesamiento y acondicionamiento de las formas de onda de voltaje y corriente. Un problema colateral del uso de convertidores conmutados es la generación de armónicos, cuyos efectos ya han sido reportados: envejecimiento prematuro de componentes, interferencia en los sistemas de comunicación y control, resonancias, interferencias en los sistemas de protección, aumento de pérdidas, entre otros [Medina et al., 2013]. Aunque recientemente se han reportado con mayor frecuencia problemas de inestabilidad armónica [Wang et al., 2014, Mollerstedt and Bernhardsson, 2000, Enslin and Heskes, 2004, Menth and Meyer, 2006, Segundo-Ramírez et al., 2012, Song and Blaabjerg, 2017] este concepto se presenta en 1967 [Ainsworth, 1967] para convertidores estáticos controlados en sistemas de transmisión de corriente directa en alto voltaje. La inestabilidad armónica causa oscilaciones sostenidas en el sistema, y en casos más severos la pérdida de estabilidad deriva en un paro de operación y posiblemente daños colaterales.

Para proponer formas que solucionen este problema, se deben de entender las causas del fenómeno. Por esta razón, en esta tesis se propone el análisis de pequeña señal para estudiar las interacciones paramétricas, modales y armónicas que llevan a los eigenvalores del sistema al semiplano derecho. El modelo utilizado se encuentra en forma de espacio de estado, el cual describe la evolución dinámica de los armónicos de cada variable, de esta forma se pueden relacionar los modos inestables del sistema con armónicos en particular. El modelo se encuentra descrito en el dominio armónico extendido [Rico et al., 2003, Chavez and Ramirez, 2008], que es similar al espacio de estado armónico [Wereley, 1990, Love and Wood, 2008] y que ambos se formulan en términos de los armónicos. Este marco de estudio permite que sistemas lineales y periódicos en el tiempo se representen como lineales e invariantes, dotando al sistema de una solución analítica y que permite aplicar técnicas ampliamente utilizadas para el estudio de estabilidad como son los diagramas de Bode y Nyquist. El sistema presentado se compone de un conjunto de  $N$  convertidores trifásicos de dos niveles con filtros LCL operando en paralelo e interconectados a la red eléctrica; esta configuración es típica en microrredes, parques eólicos y fotovoltaicos. Además, los convertidores son accionados por una modulación de ancho de pulso sinusoidal; sin embargo, es posible aplicar otras técnicas de modulación.

# Índice general

<b>Índice de Figuras</b>	VIII
<b>Índice de Tablas</b>	IX
<b>Introducción</b>	<b>1</b>
1. Generación Distribuida y Microrredes	2
2. Beneficios de una Microrred	3
3. Impacto de la interfaz electrónica en la red eléctrica	4
3.1. Interconexión de unidades de GD con la red	5
4. Definición del problema	8
5. Hipótesis	9
6. Justificación	9
7. Objetivo de la tesis	10
8. Esquema general de la tesis	11
<b>1. Microrredes de Corriente Alterna</b>	<b>13</b>
1.1. Descripción del modelo	15
1.1.1. Técnica de modulación SPWM	16
1.1.2. Dinámica en baja frecuencia	17
1.1.3. Desarrollo del esquema de control	18
1.1.4. Lazo de sincronización	21
1.2. Sistema en lazo cerrado	22
1.3. Evaluación numérica	24
<b>2. Modelo en el Dominio Armónico Extendido</b>	<b>28</b>
2.1. Marco de estudio	29
2.2. Linealización analítica	32
2.3. Linealización numérica	36
2.4. Comparación de modelos	38
<b>3. Estudio de la Estabilidad por Medio de Análisis Modal</b>	<b>43</b>
3.1. Conceptos fundamentales del Análisis Modal	43
3.1.1. Características propias de la matriz de estado	44
3.1.2. Sensibilidad de eigenvalores	45
3.1.3. Factores de participación	45
3.1.4. <i>Mode shape</i>	46

---

3.2. Descomposición modal del modelo de la microrred	47
<b>Conclusiones</b>	<b>58</b>
<b>Anexo</b>	<b>60</b>
<b>Bibliografía</b>	<b>62</b>

# Índice de figuras

1.	Generación Distribuida en sistemas eléctricos	1
2.	Elementos de una microrred	2
3.	Métodos para el estudio de estabilidad en pequeña señal	12
1.1.	Sistema de potencia con penetración de energía renovable	13
1.2.	Sistema con $N$ unidades de GD	14
1.3.	Modelo simplificado de la VSC en la $n$ -ésima unidad de generación	16
1.4.	Modulación SPWM	17
1.5.	Sistema simplificado en lazo abierto	19
1.6.	Sistema en lazo cerrado	19
1.7.	Diagrama de bloques del PLL	21
1.8.	Sistema de control y sincronización para la $n$ -ésima unidad de generación	22
1.9.	Corriente en la entrada del filtro LCL fase A, unidad VSC-1	25
1.10.	Corriente en la salida del filtro LCL fase A, unidad VSC-1	25
1.11.	Corriente en la entrada del filtro LCL fase A, unidad VSC-2	26
1.12.	Corriente en la salida del filtro LCL fase A, unidad VSC-2	27
1.13.	Corriente en la red fase A	27
2.1.	Comparación de la función de conmutación exacta y su aproximación lineal	35
2.2.	Frecuencia angular ante perturbación del 5%	39
2.3.	Variable $\Delta x_{in1}^d(t)$ , ante perturbación del 5%	39
2.4.	Corriente en la fase A en el Filtro LCL de la unidad VSC-1 ante perturbación del 5%	40
2.5.	Corriente en la fase A en el Filtro LCL de la unidad VSC-2 ante perturbación del 5%	40
2.6.	Variabes eléctricas de la red ante perturbación del 5%	41
2.7.	Parámetros de las moduladoras en las unidades VSC-1 y VSC-2	41
3.1.	Matriz de factores de participación $\mathbf{P}$ , con $k_{p1} = 17.532$ a frecuencia fundamental	47
3.2.	Sensibilidad de los eigenvalores inestables respecto a la matriz $\mathbf{A}_{EHD}$	49
3.3.	Evolución dinámica de los componentes armónicos en los ángulos estimados por los PLL	54
3.4.	<i>Mode shape</i> de los ángulos estimados por los PLL	55
3.5.	Evolución dinámica de los ángulos estimados por los PLL	55
3.6.	Eigenvalores del sistema	57



# Índice de tablas

1.1. Parámetros de la red y condiciones de operación	24
2.1. Comparación de diferentes enfoques de análisis armónico [Kwon et al., 2017]	29
2.2. Eigenvalores del sistema más a la derecha en el plano complejo	42
3.1. Sensibilidad de los eigenvalores inestables con el modelo a frecuencia fundamental	48
3.2. Variaciones del eigenvalor $\lambda_{68}$ ante pequeñas variaciones en $k_{i1}$	52
3.3. Efecto de $k_{i1}$ en la estabilidad del sistema no lineal	52
3.4. Efecto del cambio de la impedancia en la red en la estabilidad del sistema	53
3.5. Eigenvalores inestables del modelo lineal con $h = 40$	56
3.6. Variables más influenciadas por los eigenvalores inestables	56

# Lista de Símbolos y Acrónimos

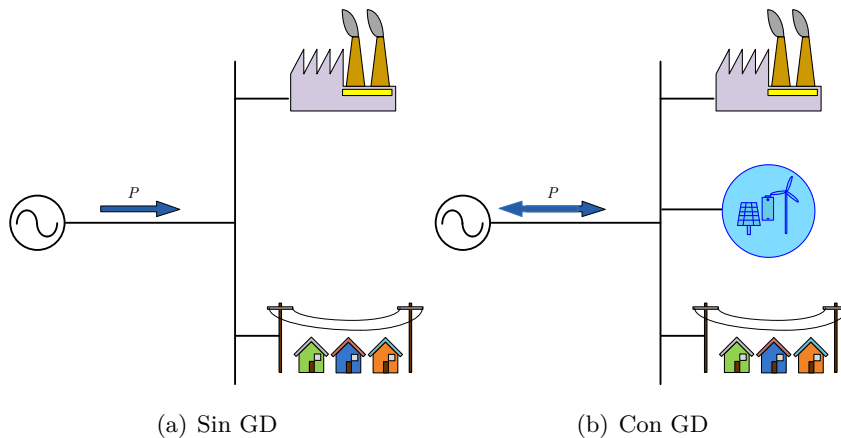
- GD — Generación Distribuida.
- DER — Recursos de Generación Distribuidos, por sus siglas en inglés Distributed Energy Resource.
- PCC — Punto de Conexión Común.
- f.p. — Factor de Potencia.
- VSC — Convertidor Fuente de Voltaje, por sus siglas en inglés Voltage Source Converter.
- PLL — Lazo de Seguimiento de Fase, por sus siglas en inglés Phase Locked Loop.
- CCM — Método de Conexión de Componente, por sus siglas en inglés Component Connection Method.
- PR — Proporcional Resonante.
- PI — Proporcional Integral.
- CA — Corriente Alterna.
- CD — Corriente Directa.
- SDLC — Capacitor Pequeño en el enlace de CD, por sus siglas en inglés Small DC-Link Capacitor.
- THD — Distorsión Armónica Total, por sus siglas en inglés Total Harmonic Distortion.
- SPWM — Modulación Sinusoidal por Ancho de Pulso, por sus siglas en inglés Pulse Width Modulation.
- $m_{an}(t)$  — Índice de modulación de amplitud de la señal portadora de la  $n$ -ésima unidad.
- $m_{fn}$  — Índice de modulación de frecuencia de la  $n$ -ésima unidad; es el cociente de la frecuencia de la señal triangular respecto a la de la moduladora.

- $\theta_n(t)$  — Ángulo de fase de la señal portadora de la  $n$ -ésima unidad.
- $\hat{\theta}_n(t)$  — Ángulo utilizado para realizar la transformación de Park en la  $n$ -ésima unidad.
- $s_{nx}(t)$  — Patrón de conmutación SPWM de la  $n$ -ésima unidad de generación, resultado de la comparación entre la moduladora sinusoidal y la señal triangular, para las fases  $x = A, B, C$ .
- $\bar{v}_{nx}(t)$  — Señal moduladora de la  $n$ -ésima unidad de generación para las fases  $x = A, B, C$ .
- $v_{inx}(t)$  — Voltaje en las terminales de la  $n$ -ésima unidad de generación para las fases  $x = A, B, C$ .
- $\omega_0$  — Frecuencia angular fundamental (en rad/s).
- SCC — Capacidad de Corto Circuito, por sus siglas Short Circuit Capacity (MVA).
- SCR — Relación de Corto Circuito, por sus siglas Short Circuit Ratio.
- $T_0$  — Periodo fundamental (s).
- $\omega_b$  — Frecuencia base (rad/s).
- $V_b$  — Voltaje base (V).
- $I_b$  — Corriente base (A).
- $\theta_b$  — Ángulo base (rad).
- $X_b$  — Término integral base asociado a los controles PI (V).
- p.u. — Por unidad.
- TD — Dominio del Tiempo, por sus siglas en inglés Time Domain.
- EHD — Dominio Armónico Extendido, por sus siglas en inglés Extended Harmonic Domain.
- DHD — Dominio Armónico Dinámico, por sus siglas en inglés Dynamic Harmonic Domain.
- SSA — Espacio de Estado Promedio, por sus siglas en inglés State Space Averaging.

- 
- GAM — Modelo Promedio Generalizado, por sus siglas en inglés Generalized Average Model.
- LTI — Lineal e Invariante en el Tiempo, por sus siglas en inglés Linear Time Invariant.
- LTP — Lineal y Periódico en el Tiempo, por sus siglas en inglés Linear Time Periodic.
- DEE — Método de disparo de la Expansión Exponencial Discreta, por sus siglas en inglés Discrete Exponential Expansion.
- $\mathbf{x}_\infty$  — Vector de estado en el tiempo en la solución de estado estacionario periódica.
- $\hat{\mathbf{x}}_\infty(t)$  — Trayectorias de estado estacionario de un sistema periódico, se obtienen realizando una integración numérica (durante un periodo fundamental) partiendo con las condiciones iniciales  $\mathbf{x}_\infty$ .
- $h$  — Cantidad de armónicos usados en los modelos EHD.
- SMA — Análisis Modal Selectivo, por sus siglas Selective Modal Analysis.

# Introducción

La operación tradicional del sistema eléctrico, se encuentra actualmente en una etapa de transformación principalmente influenciada por una serie de avances tecnológicos, preocupaciones ambientales y desregulaciones en el mercado energético [Vatu et al., 2017]. El sistema eléctrico tradicional se distinguía por la gran cantidad de cargas pasivas, de esta forma el flujo de potencia en los puntos de consumo seguía una dirección directamente hacia las cargas; sin embargo, con la llegada de los sistemas de GD (Generación Distribuida) esto ha cambiado pues ahora se puede tener flujo bidireccional de potencia en los puntos de carga y así el cliente ahora es capaz de inyectar potencia a la red [S. Chowdhury and Crossley, 2009] como se muestra en la Figura 1. Cabe mencionar que el flujo de potencia bidireccional es algo común en redes de transmisión o subtransmisión, pero en distribución se espera que la energía solo fluya hacia los clientes [Math H. J. Bollen, 2011].



**Figura 1:** Generación Distribuida en sistemas eléctricos

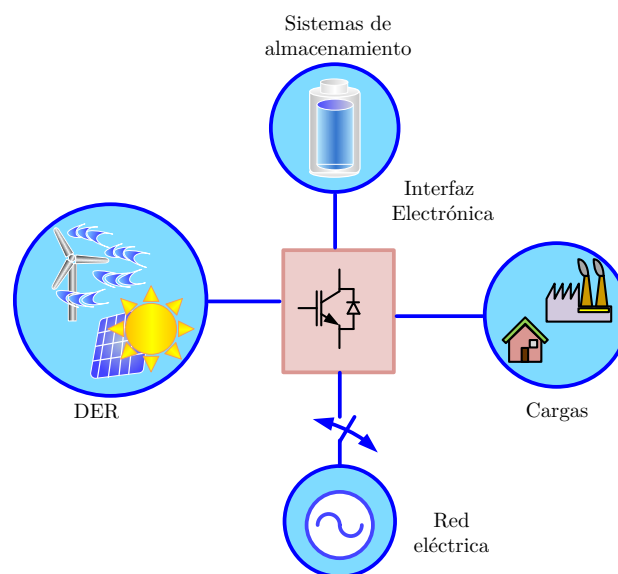
A su vez, la inclusión de sistemas de GD requiere del desarrollo de infraestructuras eléctricas adecuadas que puedan soportar a dichas unidades, pues a diferencia de la generación convencional (basada principalmente en máquinas síncronas) presentan fenómenos que no se habían contemplado antes [Hatzigryriou and Meliopoulos, 2002]. Por ejemplo, en [Math H. J. Bollen, 2011] se mencionan los siguientes efectos debido a la interconexión de unidades de GD en niveles de distribución:

- Sobrecarga en alimentadores y transformadores debido a sobregeneración en períodos de alta demanda.
- Incremento en las perturbaciones o condiciones que pueden afectar a los índices de calidad de la energía.

- Comportamiento incierto de las unidades de GD cuando se someten a grandes perturbaciones en sus condiciones de operación.

## 1. Generación Distribuida y Microrredes

A pesar de que se ha hablado de la Generación Distribuida, falta aclarar dicho concepto. Se dice que es la producción de energía localmente a nivel de distribución por medio de una fuente no convencional denominada Recurso de Generación Distribuido o DER (por sus siglas en inglés Distributed Energy Resource [Katiraei et al., 2008]) como: gas natural, biogas, eólica, fotovoltaica, celdas de combustible, sistemas de ciclo combinado, entre otros, y su integración a la red de distribución [S. Chowdhury and Crossley, 2009]. En dicha referencia se indica un rango de potencia que se ubica entre los 100 kW hasta los 20 MW y en [Kroposki et al., 2010] el rango va de 1 kW a 10 MW. Para el caso de México la Comisión Reguladora de Energía ha definido un rango que va desde cientos de kW hasta 10 MW [CONUEE, 2017]. De esta forma, las alternativas que buscan aprovechar los recursos solares, eólicos, hídricos entre otros, han llevado a que el concepto de microrred sea usado principalmente como una fuente local de energía renovable. Dicho concepto se define como un conjunto formado por fuentes de energía (generalmente renovables), un grupo de cargas a quienes alimentar y sistemas de almacenamiento que son vistos como una sola entidad por la red eléctrica convencional [Lasseter, 2002], que se encuentra controlado jerárquicamente [Rocabert et al., 2012] como se muestra en la Figura 2.



**Figura 2:** Elementos de una microrred

Las microrredes pueden operar de tres formas [Katiraei et al., 2007]:

- **Conectado a la red:** en esta condición la red impone las condiciones de operación con mayor fuerza, la frecuencia del sistema se encuentra dictada por la misma, la demanda de las cargas,

los perfiles de voltaje y la demanda de potencia reactiva se mantienen principalmente por la red convencional (la microrred aporta poco o nada de potencia reactiva).

- **Modo isla:** la frecuencia del sistema microrred-carga está en función del balance entre la potencia generada y demandada, y es posible que se presenten variaciones si la potencia producida por la microrred es inferior (disminución de frecuencia) o superior (aumento) a la carga. Los perfiles de tensión y demanda de potencia reactiva solo pueden ser cumplidos por la microrred y posiblemente por elementos reactivos (bancos de capacitores o reactores y compensadores activos).
- **Modo transición:** cuando se presenta un cambio entre los dos modos antes citados se debe de poner especial atención en las estrategias de control para lograr una transición exitosa, para ello puede ser necesario cambiar los controladores que se utilizan entre uno y otro modo; la facilidad o dificultad con la que se lleve a cabo este evento depende de la configuración del sistema, dinámicas transitorias, etc.

Normalmente la operación en forma autónoma (aislada) se puede deber a condiciones de falla o contingencias que lleven a la desconexión de una parte de la red o a eventos anticipados, por ejemplo si los índices de calidad en la red no son los adecuados es posible que los operarios de la microrred decidan separarse del sistema convencional; sin embargo, esto requiere que se cumplan con los estándares establecidos [iee, 2011]. En la Figura 2 se ilustra la opción de que una microrred trabaje conectada o no a la red por medio del interruptor.

## 2. Beneficios de una Microrred

La inclusión de generación distribuida puede beneficiar a la red convencional en varios aspectos, contribuyendo con ello a que el servicio proporcionado sea mejor. Algunas características que se pueden lograr son [Katiraei and Iravani, 2006], [S. Chowdhury and Crossley, 2009]:

- **Control del flujo de potencia:** por medio de interfaces basadas en convertidores electrónicos se puede tener acceso al control de magnitud y dirección de la potencia que se intercambia entre ambas partes.
- **Incrementa la confiabilidad:** como se mencionó, cuando una microrred se encuentra en modo conectado, las unidades de GD aportan menos potencia real a la carga, ya que la red es quien hace la mayor aportación, lo cual les permite responder ante cambios imprevistos en el sistema ya que dispone de recursos libres (reserva de recursos ante contingencias).
- **Reutilización de recursos:** algunos sistemas usan como fuente prima los residuos térmicos de procesos industriales y con ello suministran energía y calor a sectores residenciales o comerciales, contribuyendo a mejorar la eficiencia de los procesos industriales.

- **Eficiencia en el servicio:** generalmente la ubicación de las unidades de GD se encuentra cerca de los centros de consumo, suelen ser de pequeña capacidad y se conectan directamente al sistema de distribución. Esto reduce en cierta medida la infraestructura requerida para alimentar a un conjunto de cargas, las distancias son cortas por lo que las pérdidas disminuyen y con ello la eficiencia se incrementa.
- **Respuesta dinámica:** la operación de una microrred requiere de una interfaz para poder interconectarse a la red, comunmente basada en convertidores electrónicos, lo que permite mejorar los tiempos de respuesta del sistema cuando se implementa una estrategia adecuada de control.

Sin embargo, para lograr los puntos anteriores se requieren de estudios que permitan operar una microrred de tal forma que la calidad de la energía sea semejante a la de la red convencional, tratando siempre de mantener un balance entre la energía producida y la demandada.

Otro factor que se debe tomar en cuenta es la naturaleza estocástica de las fuentes renovables, ya que no se tiene control de las fuerzas naturales que modifican las velocidades del viento o la irradiación solar (y por lo tanto, de la producción en generadores eólicos o paneles fotovoltaicos, respectivamente) que se encuentran cambiando constantemente. Para lograr una mejora en la continuidad del servicio se implementan sistemas de almacenamiento como: bancos de baterías, volantes de inercia, sistemas de bombeo, etc.

Por otro lado, en relación al tipo de interfaz se tienen dos clases: aquellas que utilizan solo máquinas eléctricas como generadores síncronos o de inducción, y otras que utilizan convertidores de electrónica de potencia [Masaud and Mistry, 2016]. Estos últimos dotan al sistema de características superiores a los sistemas tradicionales, ya que permiten mejorar la respuesta del sistema en estado estacionario y transitorio. En este trabajo se estudiarán exclusivamente sistemas con esta última clase de interfaces.

### 3. Impacto de la interfaz electrónica en la red eléctrica

Se puede decir que la interfaz es el corazón de una microrred, ya que permite la interacción entre sistemas, acondiciona la energía que es producida por fuentes fotovoltaicas o eólicas, contribuye a reducir los impactos de las unidades de GD en la red ya que se puede controlar la potencia activa y reactiva, etc. Sin embargo, ello trae consigo una serie de problemas que no habían sido críticos en las interfaces tradicionales. Por un lado, al no contar con inercia mecánica es susceptible a perturbaciones en la red y con ello se compromete la estabilidad angular, de frecuencia y voltaje [Hatzargyriou and Meliopoulos, 2002].

Otro problema, que es en el que se centrará este trabajo, se relaciona con la propia operación de las interfaces electrónicas: la generación de armónicos. Dicho fenómeno ha sido estudiado en los sistemas de potencia convencionales desde hace algunas décadas; pero se ha enfocado más a problemas de resonancia y calidad de la energía, principalmente debido a que las cargas del cliente y la infraestructura del sistema en su mayoría estaba conformada por elementos pasivos RLC



[Arrillaga and Watson, 2008].

Gracias al desarrollo tecnológico se han mejorado y creado nuevas áreas como la industria de los semiconductores; dispositivos que no presentan un comportamiento lineal entre voltaje y corriente. Por otro lado, ya que los convertidores se basan en dispositivos semiconductores se producen tensiones y corrientes que contienen componentes armónicos de alto orden cuya presencia y magnitud dependen principalmente de la frecuencia en que opera la interfaz [Mohan et al., 1995].

La presencia de armónicos en sistemas de potencia se asocia a una serie de efectos nocivos: aumento en las pérdidas por efecto Joule (y con ello se disminuye la eficiencia), sobredimensionamiento de conductores, disminución en el tiempo de vida útil de equipos, interferencia entre los sistemas de comunicación, degradación de aislamientos en equipos, operación errónea de sistemas de protección, entre otros [Srividhya et al., 2016, Medina et al., 2013]. Ya que actualmente la interconexión en paralelo de múltiples unidades de GD con la red eléctrica es una condición común, se han venido detectando diversos fenómenos de gran interés que comprometen la seguridad y estabilidad en la operación del sistema [Mollerstedt and Bernhardsson, 2000], [Li et al., 2015], [Bian et al., 2014].

### 3.1. Interconexión de unidades de GD con la red

Anteriormente se han mencionado aquellas características que vuelven deseables a los sistemas de GD, por ejemplo, el mejoramiento en las respuestas ante eventos dinámicos y el control bidireccional de potencia; estas propiedades se deben en gran medida a las estrategias de control que se implementan y también a las características del convertidor de electrónica de potencia. Generalmente, las unidades de GD requieren de la medición de voltajes y corrientes en el PCC (Punto de Conexión Común) para poder procesar y sintetizar una ley que contribuya a lograr los objetivos especificados, tales como regulación de voltaje o control del factor de potencia (f. p.). Sin embargo, el diseño de dicha ley se dificulta debido a los armónicos que son producidos por las interfaces; por lo tanto, se hacen ciertas suposiciones que ayudan a simplificar la tarea, por ejemplo asumir un rizo de conmutación insignificante y despreciar componentes de alta frecuencia.

Cuando las unidades son puestas a operar en paralelo con la red, se producen acoplamientos entre las distintas variables del sistema, eso se debe a la interacción entre los lazos de control y corrientes y/o voltajes distorsionados, el efecto de la impedancia equivalente de la red y la presencia de filtros pasivos, entre otros.

#### Problemas reportados

En [Wang et al., 2016b] se estudia un modelo con interfaz electrónica del tipo VSC (Voltage Source Converter, por sus siglas en inglés) y filtro LCL, se incluye un control en lazo cerrado que toma en cuenta el efecto del retraso en el mismo. Para su estudio se emplea una linealización del modelo y posteriormente se analizan los cambios en los eigenvalores cuando se varían parámetros de los

controladores. Se observa que hay eventos de resonancia debido a las capacitancias del filtro y al efecto capacitivo en los conductores y líneas del sistema. Por otro lado, los problemas de estabilidad tienen que ver con la interacción de los lazos de control de las unidades y la impedancia de la red. Se concluyó que redes débiles son más propensas a presentar inestabilidad y que es importante garantizar la estabilidad interna de cada unidad, pues si alguna es internamente inestable puede llegar a afectar a todo el sistema.

Por otra parte, en [Sun, 2011] utilizan el criterio de Nyquist, que se basa en las impedancias de secuencia positiva y negativa de los convertidores. Para sistemas simples donde es posible obtener un subsistema fuente y otro carga, se sabe que si ambos tienen funciones de transferencia estables su interconexión también lo será. En cambio para sistemas complejos es difícil poder hacer la subdivisión requerida y, por lo tanto, se vuelve necesario evaluar la posición de los eigenvalores además del criterio de Nyquist [Cao et al., 2016]. En [Wang et al., 2014] se establece la interacción de los lazos de control internos en los convertidores (de voltaje y corriente) con los componentes pasivos del sistema, pudiendo disparar oscilaciones de cientos de Hz o varios kHz que pueden empeorar debido a las resonancias causadas por los filtros. Como opciones para analizar el sistema se proponen métodos en espacio de estado y a pesar de que es posible explotar técnicas que permitan la formulación de sistemas dispersos, no la recomiendan debido a que es necesario modelar los sistemas con un alto grado de detalle para poder capturar las dinámicas de los convertidores. También se propone el estudio por medio del criterio de Nyquist y las impedancias del sistema y como una medida para evitar resonancias se propone el diseño de estimadores de fase (PLL, por sus siglas en inglés Phase Locked Loop) con anchos de banda abajo de la frecuencia fundamental.

Generalmente los estudios para evaluar la estabilidad de una red se realizan por medio de su formulación en el dominio de la frecuencia o por modelos en espacio de estado. Con esta última formulación se puede identificar la contribución de cada variable de estado en los modos del sistema linealizado. Sin embargo, en sistemas de gran dimensión con múltiples unidades de GD operando en paralelo se vuelve compleja su formulación. Como alternativa se ha utilizado el Método de Conexión de Componente o CCM (Component Connection Method por sus siglas en inglés) [Wang et al., 2016a] que permite modelar el sistema en forma de matrices dispersas (factor que ayuda a reducir el esfuerzo computacional) y también permite eliminar aquellas variables que no aporten información a los modos oscilatorios.

Gracias a los estudios en los cuales se hace descomposición modal es que se ha identificado que las oscilaciones de alta frecuencia son debidas a las interacciones dinámicas en los lazos de control internos de voltaje y corriente, mientras que las oscilaciones de baja frecuencia se deben a los lazos de control internos y de sincronización junto con controles del tipo de caída de frecuencia [Wang et al., 2015]; esta clase de controles permite ajustar la potencia que cada unidad GD debe de aportar a una carga sin la necesidad de utilizar enlaces de comunicación.

En lo que respecta a los lazos de sincronización, si el PLL no es capaz de generar una correcta referencia en fase para el controlador puede causar inestabilidad. Esta inestabilidad se presenta en frecuencias que están abajo de un tercio de la frecuencia de conmutación del convertidor [Salis et al., 2016].

Otro impacto que tiene el PLL es su influencia en la impedancia de salida del inversor que es vista por el equivalente de red; ya que se puede ver como una admitancia en paralelo a la admitancia del inversor y que afecta principalmente a sistemas con redes débiles. Este efecto disminuye los márgenes de estabilidad del sistema y excita oscilaciones de baja frecuencia [Zhang et al., 2015]; también se ha visto que incrementar el ancho de banda del PLL puede llevar a perder estabilidad [Wen et al., 2013].

Por otra parte, un sistema eléctrico interconectado con múltiples unidades GD ya presenta condiciones que pueden desencadenar resonancias en el sistema como se resume a continuación.

La interconexión de las unidades GD comprometen la calidad de la energía en el PCC, provocando picos de resonancia que se modifican en función de la cantidad de unidades y que generalmente se encuentran en bajas frecuencias, siendo considerados más peligrosos que aquellos localizados en altas frecuencias ya que el patrón de armónicos generado por los convertidores tiene elementos de bajo orden con amplitudes más dominantes. En ocasiones las resonancias no pueden ser bien reproducidas por los modelos matemáticos de parámetros concentrados ya que no son capaces de retener cierta información; por ejemplo, el efecto de la capacitancia distribuida en los conductores de gran longitud y las capacitancias parásitas en transformadores [Chen et al., 2017]. En estos casos las capacitancias deben de modificar el equivalente de los alimentadores y tomar modelos de parámetros distribuidos. En [Chen et al., 2017] también se exploran distintas resonancias que se presentan en el sistema y que son causadas por el efecto de controladores PR (Proporcionales Resonantes) en las frecuencias de sintonización.

En otras ocasiones, el surgimiento de resonancias se debe a los capacitores en los buses de CD que tienen los convertidores, de esta forma grandes bancos capacitivos llegan a incrementar el contenido armónico en las corrientes de CA [Zare and Kumar, 2016], [Yoo and Sul, 2009]. Como alternativas se han empleado convertidores con capacitores pequeños en el enlace de CD (SDLC, por sus siglas en inglés Small DC-Link Capacitor) cuyas capacitancias son menores a  $100 \mu F$  y que presentan mejores características de operación en comparación con los convertidores convencionales, principalmente se observa la presencia de resonancias en bandas de mayor frecuencia y además conforme trabajan a mayores potencias sus índices de distorsión disminuyen [Zare et al., 2017]. Sin embargo, el tamaño tan pequeño del capacitor hace que el bus de CD sea susceptible a presentar oscilaciones y grandes rizados.

En cuanto a su regulación, aún no se tienen establecidos estándares firmes sobre la generación de armónicos en ciertas bandas de frecuencia. Tradicionalmente los fenómenos reportados se dividían en baja frecuencia (menor a 2 kHz) y alta (más de 2 kHz). Pero las cuestiones relacionadas con limitaciones y/o condiciones de operación seguras solo se han propuesto con base en extrapolaciones de estándares ya establecidos, tomando en cuenta factores de corrección. El interés en este rango de frecuencias proviene del hecho de que los dispositivos electrónicos tales como arrancadores de motores, inversores, lámparas fluorescentes y/o LED son capaces de generar componentes armónicos entre 2-150 kHz. Dichos componentes se les ha llamado supraarmónicos [Bollen et al., 2014] y pueden ocasionar problemas en los sistemas de comunicación e interferencia electromagnética.

En este caso la IEC 61000 4-7 se encarga de regular frecuencias menores a 2 kHz y solo tiene un anexo donde se pone énfasis en el rango de 2-9 kHz [Bollen et al., 2008, Zare et al., 2017], la IEC 61000 3-8 establece índices para el rango de 9-148.5 kHz, un reporte publicado por el CENELEC del 2010 y en el EN 50160 se dan guías para tratar frecuencias arriba de 2 kHz [Bollen et al., 2014, Zare et al., 2017]. Cabe mencionar que los estándares anteriores se basan en una operación de estado estacionario del sistema; pero debido a la naturaleza dinámica de la red, cambios constantes en su topología y cargas no lineales variantes en el tiempo, las guías anteriores pueden no ser aplicables. Por lo tanto, se deben establecer regulaciones que consideren armónicos variantes en el tiempo. En [Barros et al., 2013] se proponen técnicas para estudiar esta clase de fenómenos basadas en el uso de transformadas wavelet y se presentan algunas características de operación de un dispositivo que sea capaz de registrar dichos eventos.

### Presencia de filtros pasivos

Lo anterior pone de manifiesto que la presencia de filtros pasivos contribuye en gran medida al problema de inestabilidad y resonancia, pero al mismo tiempo ayuda a reducir el rizo de conmutación en las variables eléctricas, permite alcanzar corrientes casi sinusoidales con una Distorsión Armónica Total o THD (Total Harmonic Distortion por sus siglas en inglés) aceptable y puede llegar a disminuir los efectos de la interferencia electromagnética. Para lograr esto se debe hacer un buen diseño de los elementos pasivos (resistencia, inductancia y capacitancia), de tal forma que no sean sobredimensionados pues por ejemplo, inductancias grandes significan que el inductor es más pesado y costoso. Por otro lado, a mayor inductancia se reduce la potencia máxima que es posible transferir. Además, una gran inductancia degrada el factor de potencia, aumentando la componente reactiva de la corriente, lo que termina por aumentar las pérdidas [Liserre et al., 2005].

Sin embargo, el procedimiento de diseño de filtros pasivos suele considerar que la red (o equivalente de ella) permanece constante durante todo el tiempo de operación, condición que no se cumple debido a cambios en la impedancia equivalente; esto puede llevar a que el filtro entre en una condición de resonancia. Como medida para prevenir esto, se utilizan estrategias de amortiguamiento activo [Liserre et al., 2006], que requieren de lazos de control internos y externos; volviendo al sistema en lazo cerrado fuertemente acoplado y nuevamente susceptible a la interacción armónica [Chen et al., 2016].

## 4. Definición del problema

La operación cambiante de los sistemas eléctricos en los que se interconectan unidades de GD basadas en convertidores de electrónica de potencia, así como otros factores (resonancias en la red o conexión de elementos pasivos no lineales) son capaces de generar o magnificar la circulación de componentes de alta frecuencia en la red y con ello se tienen distintos problemas como los que ya se

han mencionado anteriormente. Por lo tanto, se deben tener disponibles herramientas analíticas que permitan evaluar el efecto del acoplamiento armónico, el impacto de la variación de las ganancias de los controladores, los cambios en los elementos pasivos de la red, entre otros, en la preservación o pérdida de estabilidad del sistema. Desafortunadamente, el estudio de esta clase de sistemas supone grandes dificultades debido a su naturaleza periódica, no lineal y conmutada. Con la finalidad de volver más tratables estos sistemas se han desarrollado métodos que lo transforman en uno invariante y continuo, pero que aún conservan las no linealidades. Además, se tratan de construir modelos que sean más sencillos de analizar, por lo que en ocasiones se resta importancia a los componentes armónicos en los rizados de conmutación y se pone mayor atención en los componentes fundamentales de las variables.

## 5. Hipótesis

La influencia que tienen los parámetros de un sistema eléctrico, con penetración de convertidores basados en electrónica de potencia, sobre la estabilidad de las trayectorias de operación de estado estacionario se puede determinar por medio de modelos lineales e invariantes que muestren de manera explícita el contenido armónico asociado a las variables de estado.

## 6. Justificación

Se espera que el funcionamiento de los sistemas de potencia en el futuro se dirija hacia escenarios donde las redes tengan una gran proliferación de sistemas electrónicos intercomunicados y acoplados entre ellos, que serán susceptibles a los efectos de las cargas del cliente y a la operación de las interfaces electrónicas. Además tendrán el objetivo de satisfacer las necesidades del cliente, con un suministro eléctrico que cumpla con los requerimientos necesarios, de tal forma que las cargas alimentadas funcionen de manera normal y no se afecte su tiempo de vida útil. Por lo tanto, se requiere establecer estudios en un marco de referencia adecuado que permita evaluar la forma en que se modifican las propiedades de estabilidad en el sistema.

Algunos de los marcos más utilizados permiten adaptarse a esto pero en su formulación también se puede perder información. En la Figura 3 se muestran los marcos de trabajo que han permitido evaluar las características en pequeña señal de los sistemas eléctricos con interfaces electrónicas, entre ellos el modelo en espacio de estado promedio (SSA por sus siglas en inglés Space State Averaging), el modelo promedio generalizado (GAM por sus siglas Generalized Average Model), el modelo  $dq$  y el modelo en el dominio armónico extendido (EHD por sus siglas Extended Harmonic Domain), los cuales son ampliamente revisados en [Kwon et al., 2015, Kwon et al., 2017, Sun, 2009]. Vale la pena aclarar que el EHD, junto con el espacio de estado armónico (HSS por sus siglas Harmonic State Space) y el dominio armónico dinámico (DHD por sus siglas Dynamic Harmonic Domain) forman parte de un enfoque conocido como linealización armónica y tienen las mismas bases de

formulación de modelos; en este trabajo se referirá solo como EHD. Se muestran sus propiedades más importantes, así como la información que son capaces de retener, aquella que pierden y condiciones que son capaces de modelar. Algunos comentarios de la Figura 3 son los siguientes:

Inicialmente se parte de un modelo no lineal, periódico y conmutado (como lo son las microrredes de CA) y se busca una manera de obtener una representación de pequeña señal que pueda conservar la mayor parte de sus propiedades. Cada uno de los métodos que se han mencionado utilizan distintos enfoques para obtener un modelo lineal.

En el caso de los modelos  $dq$  y SSA se pierde la propiedad de periodicidad de una forma de onda sinusoidal y ésta se transforma a un valor constante en estado estacionario por medio de la transformación de Park (para el modelo  $dq$ ) y en el SSA se asume que solo la componente de CD es la más predominante, dejando fuera cualquier otra componente sinusoidal; estos modelos tienen la ventaja de que no crecen la dimensión del sistema de ecuaciones diferenciales del cual se parte. Sin embargo, estos enfoques no son capaces de linealizar a lo largo de un ciclo límite y tampoco pueden modelar los armónicos de forma explícita, sin dejar de ser LTI.

Los modelos GAM y EHD se basan en una expansión trunca de la serie de Fourier de una función variante y periódica, a pesar de que la formulación igualmente los vuelve invariantes se retienen los coeficientes de los componentes armónicos, por lo que de cierta forma se conserva la información sobre la periodicidad al mantener estos términos. Por otra parte el GAM es capaz de expresar los armónicos de forma explícita, sin embargo, para llevar a cabo la linealización del modelo se utiliza la función descriptiva la cual no es capaz de mantener esta propiedad. Por otra parte el EHD permite expresar a los armónicos explícitamente, mantener el acoplamiento armónico cruzado y linealizar sobre un ciclo límite.

El efecto de la discontinuidad y la conmutación del sistema original solo puede ser modelado por medio de la inclusión de más términos armónicos y de alto orden. A pesar que los modelos en el EHD y el GAM solo son capaces de obtener una aproximación suave, el modelo en el EHD tiene mejores resultados pues es capaz de incluir mayor cantidad de términos de alta frecuencia.

Las características más sobresalientes del enfoque EHD se encuentran en su capacidad de evaluar la linealización a lo largo de una trayectoria de operación (y no solo en un punto como los otros métodos), conservar el acoplamiento armónico y tener un modelo que muestre de forma explícita los términos armónicos en las señales del sistema; además su formulación basada en series de Fourier permite suavizar las discontinuidades presentes en la conmutación de los convertidores y de esta forma se pueden utilizar métodos de integración con pasos más grandes y reducir el esfuerzo computacional.

## 7. Objetivo de la tesis

Obtener un modelo en pequeña señal en el dominio armónico extendido de un sistema eléctrico con interfaces electrónicas y que incluya sus controles asociados en lazo cerrado. A este modelo se le debe poder aplicar herramientas de sistemas lineales basadas en la descomposición modal con la finalidad de determinar la influencia de la variación de los parámetros de la planta y/o modificación

en las ganancias de los controladores en la estabilidad del sistema. Además, el modelo debe permitir determinar qué armónicos son más sensibles ante dichos cambios, el impacto que tienen los armónicos inestables en las variables de estado y evaluar el efecto en la estabilidad que puede tener la presencia de armónicos en el modelo de un sistema.

## 8. Esquema general de la tesis

- **Capítulo 1 Microrredes de Corriente Alterna:** Se presentan las características de las microrredes con interfaz basada en electrónica de potencia, se muestra un modelo generalizado que puede considerar una cantidad arbitraria de unidades interconectadas a la red que incluyan control en lazo cerrado y se desarrolla su modelo matemático en el dominio del tiempo.
- **Capítulo 2 Modelo en el Dominio Armónico Extendido:** Se presenta el marco de estudio citado en el título, sus propiedades y se transforma el modelo obtenido en el capítulo anterior a este marco. Para ello se hace uso de un enfoque analítico y otro numérico, además se comparan estos dos modelos y se verá que se retienen las propiedades del sistema en torno a su trayectoria de operación y que el comportamiento dinámico ante pequeñas variaciones es muy similar al modelo exacto.
- **Capítulo 3 Estudio de la Estabilidad por Medio de Análisis Modal:** Se obtiene un modelo de pequeña señal sobre una trayectoria inestable y se evalúan los eigenvalores del sistema. Además, utilizando herramientas del Análisis Modal se determina la influencia de los parámetros del sistema en los modos del mismo, aquellos que son más sensibles al cambio y cómo influyen los modos inestables en las distintas variables del sistema.
- **Conclusiones:** Se recapitulan los resultados obtenidos indicando los logros y también se presentan próximos trabajos, los cuales se pueden plantear como continuación de esta tesis.

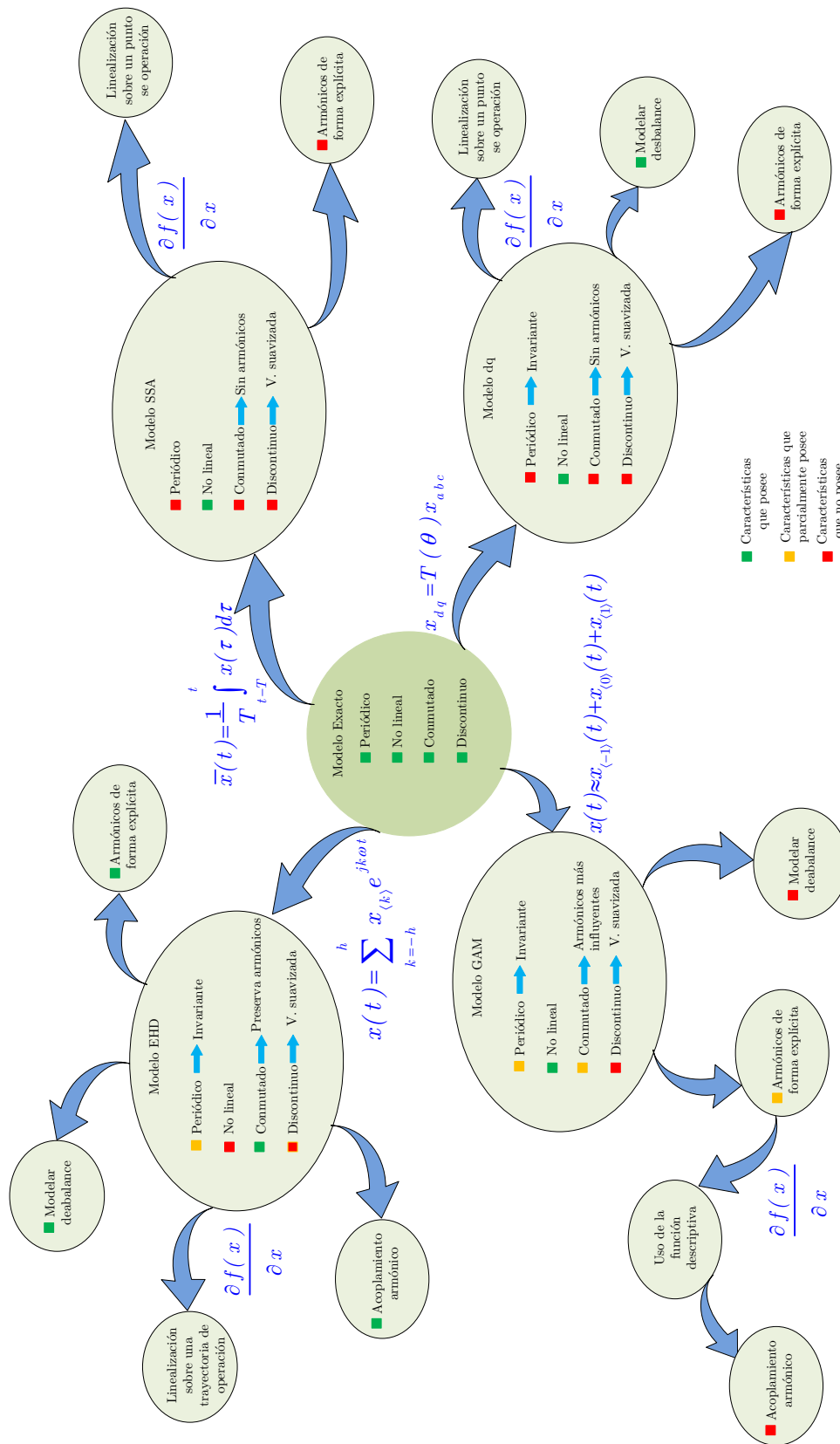


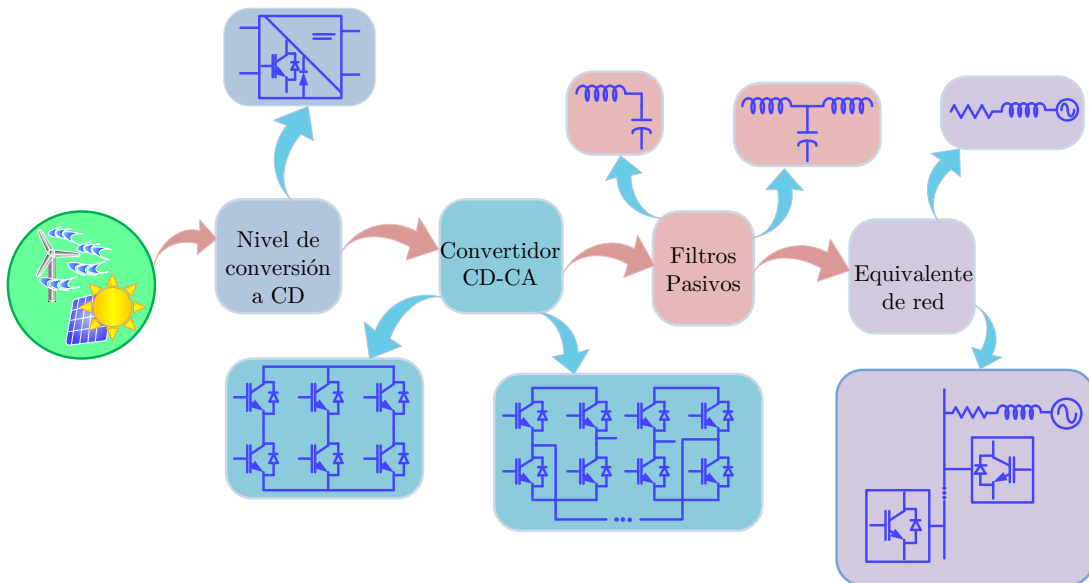
Figura 3: Métodos para el estudio de estabilidad en pequeña señal



# CAPÍTULO 1

## Microrredes de Corriente Alterna

Debido a los cambios actuales en el sector eléctrico, dominados por la penetración a gran escala de centros generadores de pequeña capacidad, en bajos niveles de tensión y basados en fuentes renovables, se vuelve difícil concebir un sistema eléctrico donde no se tenga un gran número de convertidores electrónicos operando en conjunto con unidades de generación convencionales. La estructura general de esta clase de sistemas se muestra en la Figura 1.1, la cual incluye las distintas etapas de procesamiento de energía que son necesarias.



**Figura 1.1:** Sistema de potencia con penetración de energía renovable

Primero se muestran unidades de generación renovables (como la eólica o fotovoltaica), posteriormente el procesamiento que se debe llevar a cabo para obtener una señal alterna comprende el uso de convertidores CD-CD (para regular y controlar la energía que proviene de recursos renovables, los cuales se caracterizan por la aleatoriedad de su disponibilidad) que tienen como salida un bus de voltaje constante y de convertidores CD-CA que transforman la tensión constante en voltajes con formas de onda cuadradas o alternas, pero con una gran cantidad de armónicos. En estas dos etapas se utilizan estrategias de control para garantizar el correcto funcionamiento de cada convertidor (el

cual está relacionado con índices de desempeño tanto en estado estacionario como transitorio) y además se pueden utilizar distintas topologías. Con la finalidad de reducir los rizados de conmutación se utilizan arreglos de filtros pasivos como L, LC, LCL o topologías de mayor orden y finalmente se realiza la interconexión de estas unidades, la cual puede ser directamente a una porción de la red (que se representa por medio de un equivalente Thévenin) o a un bus donde se tienen conectadas más unidades basadas en convertidores de electrónica de potencia y otros elementos.

En este capítulo se propone usar un sistema para estudiar los efectos de la interacción armónica, que considera un número arbitrario de unidades de GD en paralelo conectadas a un alimentador principal, el cual se muestra en la Figura 1.2. Se compone de  $N$  unidades de generación interconectadas a la red. Cada unidad tiene una interfaz de electrónica de potencia de dos niveles del tipo Convertidor Fuente de Voltaje (VSC por sus siglas en inglés Voltage Source Converter), accionada por una modulación sinusoidal de ancho de pulso; a pesar de que se pueden utilizar topologías con mayor cantidad de niveles y con ello se disminuye significativamente la distorsión armónica, se reduce la confiabilidad del sistema ya que se tiene un incremento en el número de dispositivos semiconductores que operan y pueden fallar, además las técnicas de control y conmutación se vuelven más sofisticadas y complejas.

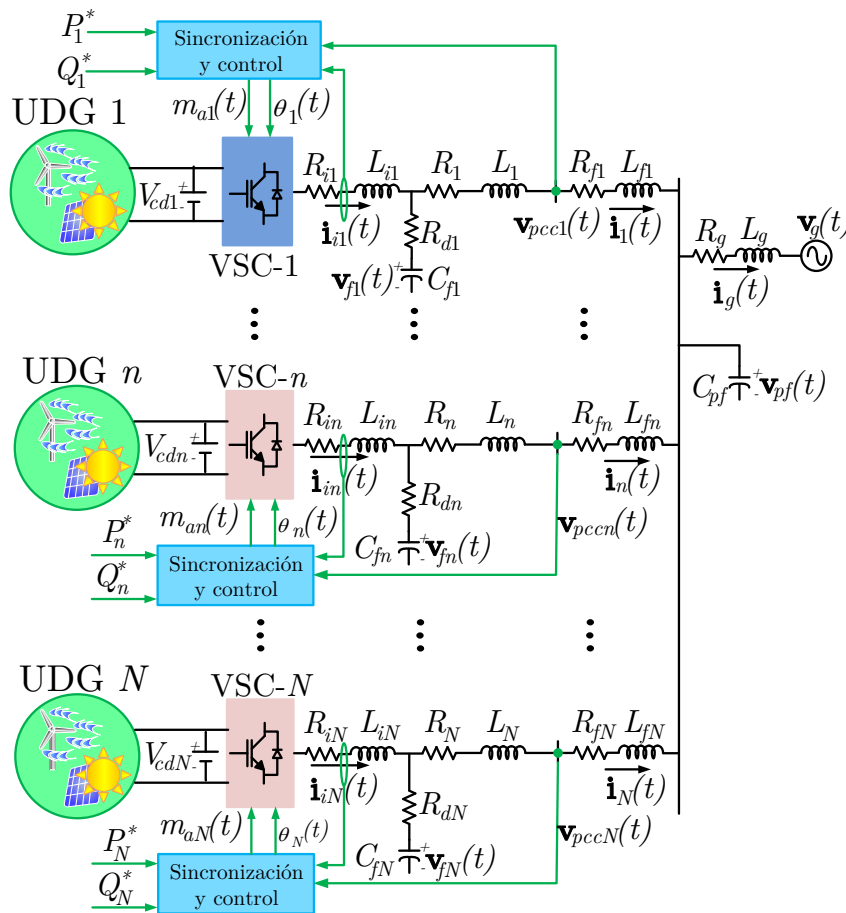


Figura 1.2: Sistema con  $N$  unidades de GD

Por otro lado los convertidores de dos niveles son ampliamente utilizados, con principios de operación

y control sencillos, alta confiabilidad, menos costosos y debido a sus niveles armónicos un poco más elevados (operando a bajas frecuencias de conmutación), presentan un caso de estudio interesante ya que vuelve más notable el efecto de los armónicos en el sistema. Los buses de CD en cada unidad se pueden considerar como fuentes ideales de voltaje bajo la suposición de que el convertidor CD-CD tiene un sistema de almacenamiento que es despachable, o bien que se opera por debajo del punto de máxima potencia tal que se tiene un margen despachable. Se incluye un filtro LCL para reducir el rizo de conmutación y se interconectan en sus respectivos PCC. El efecto de los conductores que interconectan a los inversores con el alimentador principal se representa por medio de los parámetros  $R_{fn}$  y  $L_{fn}$  (para  $n = 1, 2, \dots, N$ ). El capacitor  $C_{pf}$  se agrega para corregir el factor de potencia debido a los efectos inductivos de los conductores y la red se representa por su equivalente Thévenin. También se muestra el sistema del control, el cual busca cumplir que cada unidad contribuya a regular la potencia real y reactiva que se suministra o consume en los PCC de cada una (de acuerdo a las referencias indicadas al control) y las variables que requiere sensar para sintetizar su ley. Como se puede ver, las variables que se utilizan inherentemente llevan información que se encuentra contaminada por componentes de alta frecuencia los cuales influyen en las acciones de control. Las corrientes y voltajes para  $n = 1, 2, \dots, N$  se muestran como vectores de tres elementos:

$$\mathbf{i}_{in}(t) = \begin{bmatrix} i_{in_A}(t) \\ i_{in_B}(t) \\ i_{in_C}(t) \end{bmatrix} \quad \mathbf{i}_n(t) = \begin{bmatrix} i_{n_A}(t) \\ i_{n_B}(t) \\ i_{n_C}(t) \end{bmatrix} \quad \mathbf{i}_g(t) = \begin{bmatrix} i_{g_A}(t) \\ i_{g_B}(t) \\ i_{g_C}(t) \end{bmatrix} \quad \mathbf{v}_{fn}(t) = \begin{bmatrix} v_{fn_A}(t) \\ v_{fn_B}(t) \\ v_{fn_C}(t) \end{bmatrix} \quad \mathbf{v}_{pf}(t) = \begin{bmatrix} v_{pf_A}(t) \\ v_{pf_B}(t) \\ v_{pf_C}(t) \end{bmatrix} \quad (1.1)$$

La descripción del sistema se realiza de forma general con la finalidad de tener libertad de elegir la cantidad de unidades en paralelo, para ello se asume que la estrategia de control y que la topología utilizada de filtro LCL en cada unidad es la misma. A pesar de la semejanza entre las unidades se puede argumentar que su diferencia radica principalmente en las condiciones de operación (que le son consignadas por medio del control) y la frecuencia de conmutación en cada una, además el diseño de cada filtro se hace con la finalidad de atenuar cierto rango del espectro armónico que genera la conmutación de cada inversor.

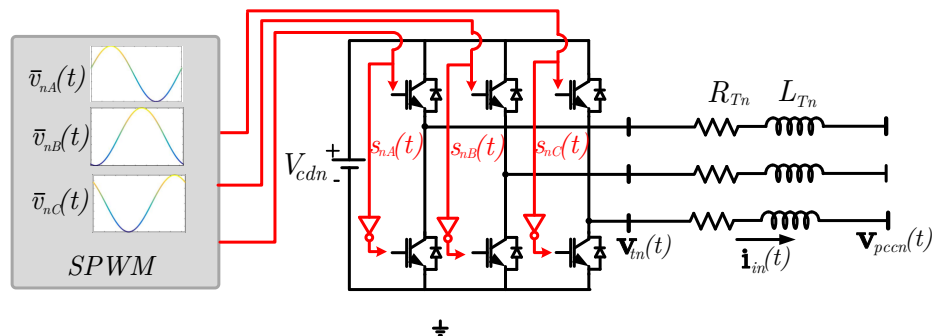
A continuación se presenta el desarrollo del modelo matemático que describe al sistema en el dominio del tiempo (TD por sus siglas en inglés Time Domain). Vale la pena mencionar que el análisis del mismo se dificulta debido a su naturaleza no lineal, periódica y conmutada.

## 1.1. Descripción del modelo

Con la finalidad de mostrar la idea utilizada para deducir la estrategia de control que se utilizará, se describirá el sistema de la Figura 1.3 y que es semejante al mostrado en [Schauder and Mehta, 1993]; donde además se muestra la técnica de modulación que se produce a partir de las moduladoras. La interfaz electrónica que se utiliza está basada en un VSC que permite obtener un conjunto de

voltajes trifásicos a partir de un suministro en CD. El convertidor es capaz de regular alguna de las siguientes características en el PCC (identificado en la Figura 1.3 como  $\mathbf{v}_{pccn}(t)$ ):

- Potencia real y reactiva.
- Potencia real y nivel de voltaje.
- Potencia real y factor de potencia.



**Figura 1.3:** Modelo simplificado de la VSC en la  $n$ -ésima unidad de generación

Cuando se utiliza una frecuencia de conmutación adecuada junto con un diseño apropiado del filtro, la red ve al VSC como una fuente de voltaje con magnitud y fase variable a la frecuencia fundamental de la red eléctrica; lo que permite modificar la inyección de potencia en el sistema.

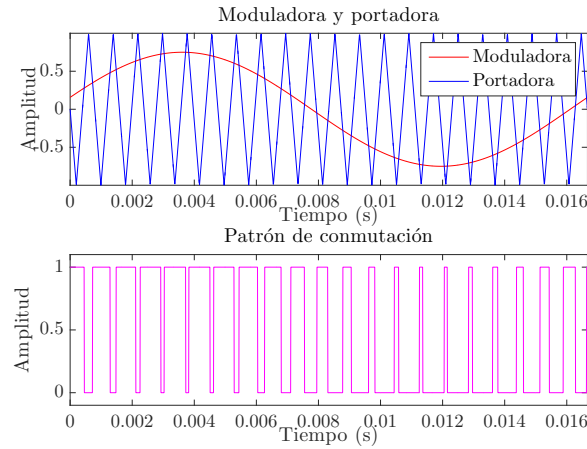
### 1.1.1. Técnica de modulación SPWM

La técnica de modulación SPWM se basa en la comparación de dos señales: una triangular (portadora) y otra sinusoidal (moduladora) como se muestra en la Figura 1.4, produciéndose un patrón de conmutación que es aplicado a los interruptores semiconductores del convertidor. Los armónicos que se generan aparecen en bandas laterales de los múltiplos de la frecuencia de la portadora [Mohan et al., 1995].

Para lograr la operación en convertidores trifásicos se deben hacer las comparaciones con tres señales sinusoidales desfasadas  $120^\circ$  entre ellas obteniéndose tres patrones de conmutación:  $s_{nA}(t)$ ,  $s_{nB}(t)$  y  $s_{nC}(t)$  que son aplicados a cada rama del dispositivo.

En función del cociente de frecuencias moduladora-portadora y sus amplitudes relativas, el patrón de armónicos generados cambia y se puede tener presencia de componentes no deseados. De esta forma si el cociente de frecuencias es un número entero se dice que es modulación síncrona y evita la presencia de interarmónicos en corrientes y voltajes. Por otra parte, si la amplitud de la moduladora es menor o igual que la portadora, existirá una relación lineal entre el voltaje en las terminales del convertidor (componente fundamental) y la amplitud de la moduladora.

Generalmente el proceso de modulación involucra señales normalizadas, por lo tanto la amplitud de la portadora se pone en 1 y las moduladoras para un sistema trifásico se definen de la siguiente



**Figura 1.4:** Modulación SPWM

manera:

$$\begin{aligned}
 \bar{v}_{nA}(t) &= m_{an}(t) \text{sen}(\omega_0 t + \theta_n(t)) \\
 \bar{v}_{nB}(t) &= m_{an}(t) \text{sen}\left(\omega_0 t + \theta_n(t) - \frac{2\pi}{3}\right) \\
 \bar{v}_{nC}(t) &= m_{an}(t) \text{sen}\left(\omega_0 t + \theta_n(t) + \frac{2\pi}{3}\right)
 \end{aligned} \tag{1.2}$$

Donde  $m_{an}(t) \leq 1$  y se le llama índice modulación de amplitud y  $\theta_n(t)$  es la fase de la moduladora. Por medio de dichos parámetros se pueden controlar las tensiones en terminales del convertidor y con ello la magnitud y sentido de la potencia real y reactiva que puede entregar o consumir.

### 1.1.2. Dinámica en baja frecuencia

El voltaje en las terminales de la  $n$ -ésima unidad  $\mathbf{v}_{tn}(t)$  en la Figura 1.3 se encuentra dado por [Blasko and Kaura, 1996, Nabavi-Niaki and Irvani, 1996]:

$$\mathbf{v}_{tn}(t) = V_{cdn} \begin{bmatrix} s_{nA}(t) - \frac{1}{3} \sum_{k=A,B,C} s_{nx}(t) \\ s_{nB}(t) - \frac{1}{3} \sum_{k=A,B,C} s_{nx}(t) \\ s_{nC}(t) - \frac{1}{3} \sum_{k=A,B,C} s_{nx}(t) \end{bmatrix} \tag{1.3}$$

Cuya componente fundamental ( $\mathbf{v}_{tn}^{(1)}(t)$ ), se relaciona con las moduladoras de la siguiente forma:

$$\mathbf{v}_{tn}^{(1)}(t) = \frac{V_{cdn}}{2} \begin{bmatrix} \bar{v}_{nA}(t) \\ \bar{v}_{nB}(t) \\ \bar{v}_{nC}(t) \end{bmatrix} \tag{1.4}$$

Entonces el sistema de la Figura 1.3 se describe por las siguientes ecuaciones:

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_{inA}(t) \\ i_{inB}(t) \\ i_{inC}(t) \end{bmatrix} = -\frac{R_{Tn}}{L_{Tn}} \begin{bmatrix} i_{inA}(t) \\ i_{inB}(t) \\ i_{inC}(t) \end{bmatrix} + \frac{V_{cdn}}{2L_{Tn}} \begin{bmatrix} \bar{v}_{nA}(t) \\ \bar{v}_{nB}(t) \\ \bar{v}_{nC}(t) \end{bmatrix} - \frac{1}{L_{Tn}} \begin{bmatrix} v_{pccnA}(t) \\ v_{pccnB}(t) \\ v_{pccnC}(t) \end{bmatrix} \quad (1.5)$$

Este resulta ser un sistema con una respuesta forzada variante en el tiempo, pero por medio de la transformada de Park es posible volverla invariante:

$$\begin{bmatrix} x_d \\ x_q \\ x_0 \end{bmatrix} = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} \text{sen}(\hat{\theta}_n) & \text{sen}(\hat{\theta}_n - \frac{2\pi}{3}) & \text{sen}(\hat{\theta}_n + \frac{2\pi}{3}) \\ \text{cos}(\hat{\theta}_n) & \text{cos}(\hat{\theta}_n - \frac{2\pi}{3}) & \text{cos}(\hat{\theta}_n + \frac{2\pi}{3}) \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_a \\ x_b \\ x_c \end{bmatrix} \quad (1.6)$$

En la cual,  $x$  puede ser un voltaje o una corriente. Dicha transformación necesita una fase ( $\hat{\theta}_n$ ) que permite definir el marco de referencia sobre el que se transformarán las señales. Este se obtiene por medio de un PLL como se menciona más adelante. Cuando se aplica al sistema (1.5) se obtiene [Schauder and Mehta, 1993]:

$$\begin{aligned} L_{Tn} \frac{di_{in_d}(t)}{dt} &= \omega_0 L_{Tn} i_{in_q}(t) - R_{Tn} i_{in_d}(t) + \frac{V_{cdn}}{2} s_{dn}(t) - v_{pccn_d}(t) \\ L_{Tn} \frac{di_{in_q}(t)}{dt} &= -\omega_0 L_{Tn} i_{in_d}(t) - R_{Tn} i_{in_q}(t) + \frac{V_{cd}}{2} s_{qn}(t) - v_{pccn_q}(t) \end{aligned} \quad (1.7)$$

Donde se asume un sistema balanceado y por lo tanto no hay componente cero. Su estado estacionario ahora consta de señales cuyo valor es constante (valor de CD), lo que facilita el diseño de una estrategia de control.

### 1.1.3. Desarrollo del esquema de control

En [A. Yazdani, 2010] se muestra detalladamente la estrategia de control usada en esta tesis, para ello tomando la transformada de Laplace en (1.7) se obtiene:

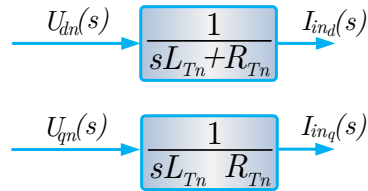
$$\begin{aligned} I_{in_d}(s) &= \frac{1}{sL_{Tn} + R_{Tn}} \left( \omega_0 L_{Tn} I_{in_q}(s) + \frac{V_{cdn}}{2} S_{dn}(s) - V_{pccn_d}(s) \right) \\ I_{in_q}(s) &= \frac{1}{sL_{Tn} + R_{Tn}} \left( -\omega_0 L_{Tn} I_{in_d}(s) + \frac{V_{cd}}{2} S_{qn}(s) - V_{pccn_q}(s) \right) \end{aligned} \quad (1.8)$$

Se observa que las ecuaciones son simétricas y acopladas entre ellas debido a los términos  $\omega_0 L_{Tn}$  y el efecto de los voltajes  $V_{pccn_d}(s)$  y  $V_{pccn_q}(s)$  se pueden ver como perturbaciones; sin embargo, al definirse las entradas  $S_{dn}(s)$  y  $S_{qn}(s)$  de una forma adecuada se pueden obtener dos sistemas

independientes y para ello se utilizan las siguientes expresiones:

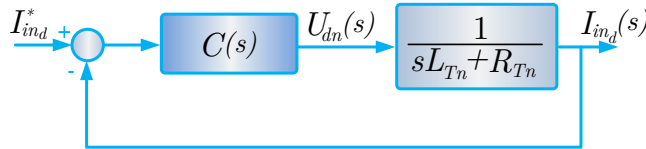
$$\begin{aligned} S_{dn}(s) &= \frac{2}{V_{cdn}} [-\omega_0 L_{Tn} I_{in_q}(s) + U_{dn}(s) + V_{pccn_d}(s)] \\ S_{qn}(s) &= \frac{2}{V_{cdn}} [\omega_0 L_{Tn} I_{in_d}(s) + U_{qn}(s) + V_{pccn_q}(s)] \end{aligned} \quad (1.9)$$

Simplificando (1.8) con (1.9) se obtienen sistemas de primer orden como se muestra en la Figura 1.5. Las nuevas acciones de control  $U_{dn}(s)$  y  $U_{qn}(s)$  permiten influir de manera independiente sobre las corrientes en  $d$  y  $q$ . Además, ya que ambas tienen la misma planta es posible diseñar una ley de control en alguna de ellas y utilizar las mismas constantes para las otras.



**Figura 1.5:** Sistema simplificado en lazo abierto

Utilizando la planta para la corriente en  $d$  se tiene el sistema en lazo cerrado de la Figura 1.6. La elección de  $C(s)$  debe de cumplir con una serie de requerimientos en el desempeño del sistema como puede ser restricciones en el sobretiro, tiempo de asentamiento, errores de estado estacionario, márgenes de ganancia, etc.



**Figura 1.6:** Sistema en lazo cerrado

Las especificaciones que se desean imponer son: eliminar el error en estado estacionario y que cumpla con un tiempo de asentamiento preestablecido. El hecho de ser un sistema de orden cero indica la necesidad de agregar un polo en el origen para eliminar el error, así que se elige un control PI. El sistema en lazo cerrado es el siguiente:

$$\begin{aligned} \frac{I_{in_d}(s)}{I_{in_d}^*} &= \frac{\frac{k_{pn}s + k_{in}}{s} \cdot \frac{1}{sL_{Tn} + R_{Tn}}}{1 + \frac{k_{pn}s + k_{in}}{s} \cdot \frac{1}{sL_{Tn} + R_{Tn}}} \\ &= \frac{\frac{k_{pn}}{sL} \frac{s + k_{in}/k_{pn}}{s + R_{Tn}/L_{Tn}}}{1 + \frac{k_{pn}}{sL_{Tn}} \frac{s + k_{in}/k_{pn}}{s + R_{Tn}/L_{Tn}}} \end{aligned} \quad (1.10)$$

Al seleccionarse las constantes de tal forma que cancelen al polo de la planta, es decir  $k_{in}/k_{pn} = R_{Tn}/L_{Tn}$  se obtiene finalmente un sistema de primer orden:

$$\frac{I_{in_d}(s)}{I_{in_d}^*} = \frac{\frac{k_{pn}}{sL_{Tn}}}{1 + \frac{k_{pn}}{sL_{Tn}}} \quad (1.11)$$

Cuya constante de tiempo es  $\tau_n = \frac{L_{Tn}}{k_{pn}}$ . De forma similar la constante integral se relaciona con la resistencia por medio de  $\tau_n = \frac{R_{Tn}}{k_{in}}$  y así es posible sintonizar los controles PI para los ejes  $dq$ . Por otra parte, las referencias para la potencia activa  $I_{in_d}^*$  y reactiva  $I_{in_q}^*$ , se obtienen por medio de expresiones para la potencia medida en el PCC:

$$\begin{aligned} P_n(t) &= \frac{3}{2} [v_{pccn_d}(t)i_{in_d}(t) + v_{pccn_q}(t)i_{in_q}(t)] \\ Q_n(t) &= \frac{3}{2} [-v_{pccn_d}(t)i_{in_q}(t) + v_{pccn_q}(t)i_{in_d}(t)] \end{aligned} \quad (1.12)$$

Si el PLL sincroniza al sistema completamente con respecto a la componente  $d$  del voltaje, entonces en estado estacionario  $v_q(t) = 0$ , por lo que se tendrían las siguientes expresiones:

$$\begin{aligned} P(t) &= \frac{3}{2} v_{pccn_d}(t)i_{in_d}(t) \\ Q(t) &= -\frac{3}{2} v_{pccn_d}(t)i_{in_q}(t) \end{aligned} \quad (1.13)$$

Y  $v_{pccn_d}(t)$ ,  $i_{in_d}(t)$  e  $i_{in_q}(t)$  serán valores constantes en estado estacionario. De donde es directo definir las referencias de estado estacionario  $i_{in_d}^*$  e  $i_{in_q}^*$  conociendo el voltaje en el PCC y la potencia activa y reactiva que cada unidad aporte. Las ecuaciones de control para (1.9) en el dominio del tiempo son:

$$\begin{aligned} s_{dn}(t) &= \frac{2}{V_{cdn}} [-\omega_0 L_{Tn} i_{in_q}(t) + u_{dn}(t) + v_{pccn_d}(t)] \\ s_{qn}(t) &= \frac{2}{V_{cdn}} [\omega_0 L_{Tn} i_{in_d}(t) + u_{qn}(t) + v_{pccn_q}(t)] \\ u_{dn}(t) &= k_{pn} (i_{in_d}^*(t) - i_{in_d}(t)) + x_{inn}^d(t) \\ u_{qn}(t) &= k_{pn} (i_{in_q}^*(t) - i_{in_q}(t)) + x_{inn}^q(t) \\ \frac{dx_{inn}^d(t)}{dt} &= k_{in} (i_{in_d}^*(t) - i_d(t)) \\ \frac{dx_{inn}^q(t)}{dt} &= k_{in} (i_{in_q}^*(t) - i_q(t)) \end{aligned} \quad (1.14)$$



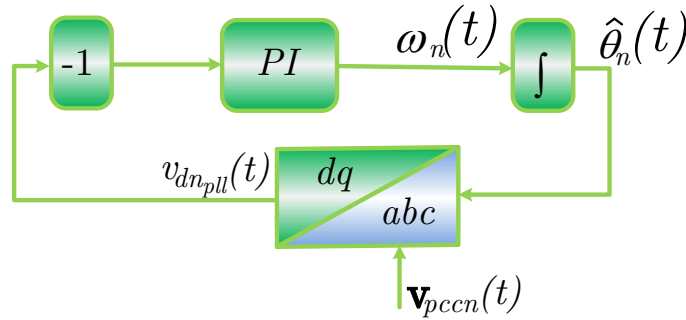
Utilizando  $s_{dn}(t)$  y  $s_{qn}(t)$  se sintetizan las variables para las moduladoras:

$$\begin{aligned} m_{an}(t) &= \frac{\sqrt{s_{dn}^2(t) + s_{qn}^2(t)}}{V_{cdn}} \\ \theta_n(t) &= \tan^{-1} \left( \frac{s_{qn}(t)}{s_{dn}(t)} \right) \end{aligned} \quad (1.15)$$

Donde los componentes  $dq$  del voltaje en el PCC se obtienen usando la transformación (1.6) con las tensiones  $v_{1tA}(t)$ ,  $v_{1tB}(t)$  y  $v_{1tC}(t)$ .

#### 1.1.4. Lazo de sincronización

Una de las capacidades más reconocidas que poseen los sistemas basados en convertidores electrónicos es la capacidad para controlar el flujo de potencia, esto quiere decir que también es posible ajustar el factor de potencia del sistema de manera arbitraria; por lo tanto se requiere tener información precisa sobre las tensiones en la red, siendo el seguimiento de fase una de las características más importantes. La técnica de PLL se ha utilizado como una forma de recuperar y sintetizar información de la red eléctrica, acerca de su fase y frecuencia las cuales permiten realizar la sincronización de voltajes y corrientes entre la red y el convertidor. La estructura del PLL usada en esta tesis se muestra a continuación en la Figura 1.7 [Chung, 2000].



**Figura 1.7:** Diagrama de bloques del PLL

La salida del sistema es la fase  $\hat{\theta}_n(t)$  y la entrada es un conjunto de tensiones trifásicas, que se muestran en la Figura 1.7 como  $\mathbf{v}_{pccn}(t)$ . El PLL permite obtener las variables de la frecuencia angular  $\omega_n(t)$  y la fase  $\gamma_n(t)$  de la tensión en el PCC. Si a las constantes del control PI se les llama  $K_{pn_{pll}}$  y  $K_{in_{pll}}$  se tiene que:

$$\begin{aligned} \omega_n(t) &= -K_{pn_{pll}} v_{dn_{pll}}(t) - K_{in_{pll}} \int_0^t v_{dn_{pll}}(\tau) d\tau \\ \frac{d\hat{\theta}_n(t)}{dt} &= \omega_n(t) \end{aligned} \quad (1.16)$$

Defínase a  $\hat{\theta}_n(t)$  de la siguiente forma:

$$\hat{\theta}_n(t) = \omega_0 t + \gamma_n(t) \quad (1.17)$$

Donde  $\omega_0$  es la frecuencia fundamental del sistema. Por lo que, al derivar (1.17) y utilizando (1.16) se tiene:

$$-K_{pn_{pll}} v_{dn_{pll}}(t) - K_{in_{pll}} \int_0^t v_{dn_{pll}}(\tau) d\tau = \omega_0 + \frac{d\gamma_n(t)}{dt} \quad (1.18)$$

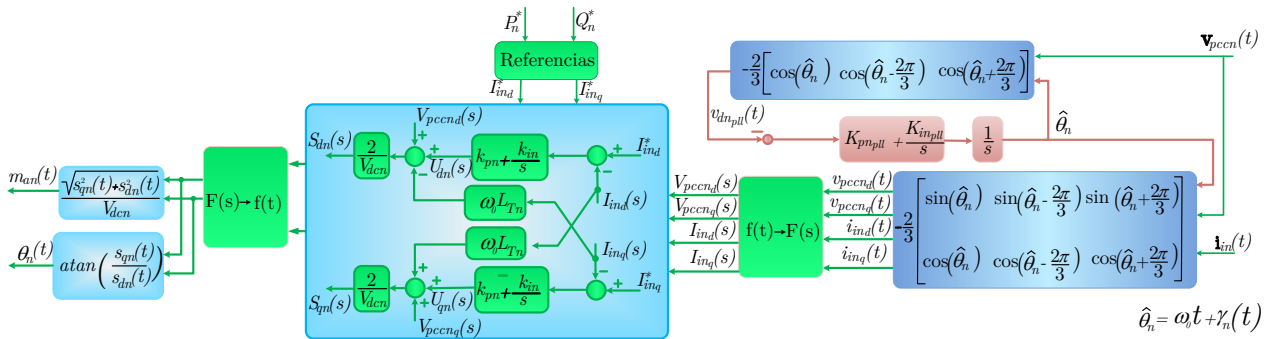
Al definir a  $\hat{\omega}_n(t)$  como el término integral de la última ecuación, se tiene el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\begin{aligned} \frac{d\gamma_n(t)}{dt} &= -\omega_0 + \hat{\omega}_n(t) - K_{pn_{pll}} v_{dn_{pll}}(t) \\ \frac{d\hat{\omega}(t)}{dt} &= -K_{in_{pll}} v_{dn_{pll}}(t) \end{aligned} \quad (1.19)$$

Vale la pena aclarar que la componente en  $d v_{dn_{pll}}(t)$ , que se muestra en la Figura 1.7, se obtiene de la siguiente forma:

$$v_{dn_{pll}}(t) = -\frac{2}{3} \left[ \cos(\hat{\theta}_n) v_{pccn_A}(t) + \cos\left(\hat{\theta}_n - \frac{2\pi}{3}\right) v_{pccn_B}(t) + \cos\left(\hat{\theta}_n + \frac{2\pi}{3}\right) v_{pccn_C}(t) \right] \quad (1.20)$$

La generación de los parámetros para formar a las moduladora a partir de la estrategia de control y etapa de sincronización se muestra en la Figura 1.8 en donde se puede ver cómo el sistema de sincronización aporta la información de la fase en el PCC, la cual es requerida para llevar a cabo la estrategia de control.



**Figura 1.8:** Sistema de control y sincronización para la  $n$ -ésima unidad de generación

## 1.2. Sistema en lazo cerrado

A pesar de que la planta de estudio no tiene la misma topología que el sistema con el cual se desarrolló la estrategia de control y sintonización es posible extrapolar los resultados con las siguientes aclaraciones: la presencia del filtro LCL, como se muestra en la Figura 1.2, tiene una corriente de entrada  $i_{in}$  y una de salida  $i_n$  y para aplicar las ecuaciones de control en (1.14) se utiliza

la corriente del lado del inversor [Liserre et al., 2005], esta elección se justifica cuando el convertidor y el filtro no están integrados en un solo sistema [Liserre et al., 2007] y también si el propio inversor tiene integrados los sensores de corriente [Liserre et al., 2005], [Dannehl et al., 2009]; el sistema de sincronización se implementa utilizando la tensión nombrada  $\mathbf{v}_{pccn}(t)$  y la información relativa a la fase sirve para hacer la transformación de Park en cada unidad; las constantes del control se encuentran en función de los parámetros del filtro:

$$\begin{aligned} R_{T_n} &= R_{in} + R_n \\ L_{T_n} &= L_{in} + L_n \end{aligned} \quad (1.21)$$

Para  $n = 1, \dots, N$  se determinan  $R_{T_n}$  y  $L_{T_n}$ , que son utilizadas (junto con la constante de tiempo  $\tau_n$ ) para calcular las constantes integral y proporcional de cada convertidor, así cada unidad se puede reducir a dos plantas como las de la Figura 1.5 y donde se puede modificar el desempeño transitorio de cada una por medio de  $\tau_n$ .

La  $n$ -ésima unidad de GD en la Figura 1.2 se describe por el conjunto de ecuaciones de estado (1.23); este sistema consta de trece ecuaciones: nueve describen las variables eléctricas en los filtros y cuatro representan las dinámicas en el control. El acoplamiento entre los armónicos generados por ambas unidades se refleja en el PCC de cada una de ellas y en el capacitor  $C_{pf}$  por medio de las siguientes ecuaciones:

$$\begin{aligned} \frac{d\mathbf{v}_{pf}(t)}{dt} &= \omega_b \frac{1}{C_{pf}} \sum_{n=1}^N \mathbf{i}_n(t) - \omega_b \frac{1}{C_{pf}} \mathbf{i}_g \\ \frac{d\mathbf{i}_g}{dt} &= -\omega_b \frac{R_g}{L_g} \mathbf{i}_g(t) + \omega_b \frac{1}{L_g} \mathbf{v}_{pf}(t) - \omega_b \frac{1}{L_g} \mathbf{v}_g(t) \end{aligned} \quad (1.22)$$

Como un caso de estudio en particular se tomarán dos unidades operando en paralelo, en la Tabla 1.1 se muestran los parámetros del sistema (donde los valores de los filtros fueron tomados de [Esparza et al., 2017a]); el capacitor  $C_{pf}$  tiene un valor de 120  $\mu\text{F}$  y la red tiene una resistencia de 3.85278  $\text{m}\Omega$ , una inductancia de 0.102198  $\text{mH}$  y una tensión de 480 V (rms) a 60 Hz. El modelo descrito por el conjunto de ecuaciones (1.22) y (1.23) se encuentra en valores por unidad (p.u.) y las variables  $\omega_b$ ,  $I_b$ ,  $V_b$ ,  $X_b$  y  $\theta_b$  son la frecuencia, corriente, voltaje, término integral y ángulo base respectivamente, para el caso presentado los valores base son  $\omega_b = 120\pi$  rad/s,  $\theta_b = 1$  rad,  $V_b = 480$  V,  $X_b = 10^5$  V y una potencia base de 1.5 MVA. El sistema debe su no linealidad a la sintetización del índice de amplitud y la fase en las moduladoras de cada unidad; además, del cálculo de los voltajes  $dq$  en el PCC. Junto a esto hay que agregar el hecho de que el sistema resulta ser conmutado y periódico en estado estacionario. Estas características lo vuelven difícil de analizar, teniendo que recurrir a estudios basados en simulaciones numéricas.

Debe de tenerse en cuenta la formulación del sistema pues la falta de elementos disipativos pasivos reducen el amortiguamiento y las soluciones son susceptibles a presentar oscilaciones, las constantes de la planta pueden llevar a la formulación de sistemas rígidos, un paso o método de integración mal seleccionados pueden llevar a oscilaciones numéricas o tiempos de cálculo largos.

**Tabla 1.1:** Parámetros de la red y condiciones de operación

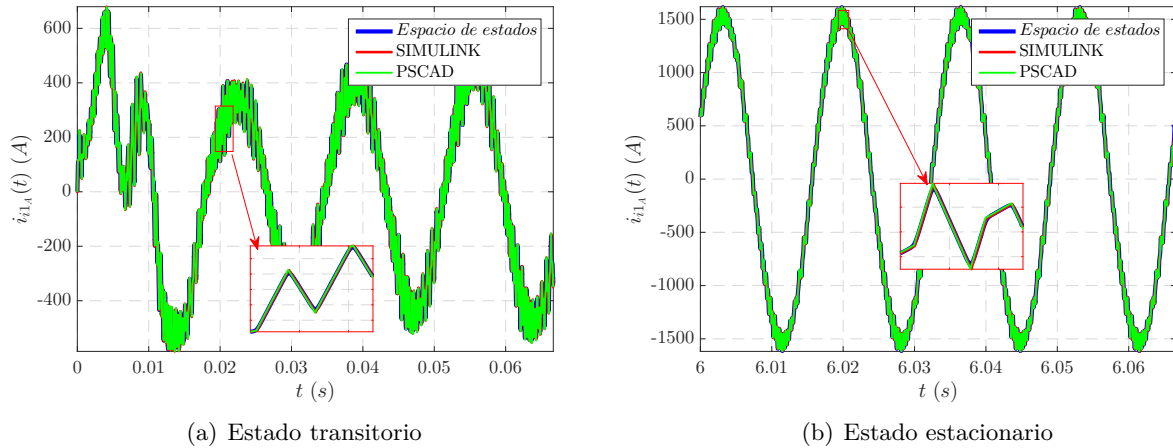
Unidad ( $n$ )	$R_{in}$ (m $\Omega$ )	$L_{in}$ (mH)	$R_{dn}$ (m $\Omega$ )	$C_{fn}$ (mF)	$R_n$ (m $\Omega$ )	$L_n$ ( $\mu$ H)	$R_{fn}$ (m $\Omega$ )	$L_{fn}$ ( $\mu$ H)
1	0.64544	0.435	6.3	5.3	0.32266	1.33	0.770556	20.4396
2	0.968	0.5135	0.2484	8.7	0.70986	0.6012	0.770556	20.4396
Unidad ( $n$ )	$m_{fn}$	$V_{cdn}$ (kV)	$K_{pnpll}$	$K_{inpll}$	$P_n$ (MW)	$Q_n$ (MVAR)	$k_{pn}$	$k_{in}$
1	27	1.8	4	4000	0.9	0	174.532	387.196
2	21	1.8			1.275	0	205.6404	671.1439

$$\begin{aligned}
\frac{d\mathbf{i}_{in}(t)}{dt} &= -\omega_b \frac{R_{in} + R_{dn}}{L_{in}} \mathbf{i}_{in}(t) + \omega_b \frac{R_{dn}}{L_{in}} \mathbf{i}_n(t) + V_b \frac{V_{cdn}}{L_{in}} \mathbf{g}(m_{an}(t), \theta_n(t)) - \omega_b \frac{\mathbf{v}_{fn}(t)}{L_{in}} \\
\frac{d\mathbf{v}_{fn}(t)}{dt} &= \omega_b \frac{\mathbf{i}_{in}(t)}{C_{fn}} - \omega_b \frac{\mathbf{i}_n(t)}{C_{fn}} \\
\frac{d\mathbf{i}_n(t)}{dt} &= -\omega_b \frac{R_{dn} + R_n + R_{fn}}{L_n + L_{fn}} \mathbf{i}_n(t) + \omega_b \frac{R_{dn}}{L_n + L_{fn}} \mathbf{i}_{in}(t) + \omega_b \frac{\mathbf{v}_{fn}(t)}{L_n + L_{fn}} - \omega_b \frac{\mathbf{v}_{pf}(t)}{L_n + L_{fn}} \\
\frac{d\gamma_n(t)}{dt} &= -\frac{\omega_0}{\theta_b} + \frac{\omega_b \hat{\omega}_n(t)}{\theta_b} - K_{pnpll} \frac{V_b v_{dnpll}(t)}{\theta_b} \\
\frac{d\hat{\omega}_n(t)}{dt} &= -K_{inpll} \frac{V_b v_{dnpll}(t)}{\omega_b} \\
\frac{dx_{inn}^d(t)}{dt} &= \frac{k_{in} I_b}{X_b} \left( i_{ind}^*(t) - i_{ind}(t) \right) \\
\frac{dx_{inn}^q(t)}{dt} &= \frac{k_{in} I_b}{X_b} \left( i_{inq}^*(t) - i_{inq}(t) \right)
\end{aligned} \tag{1.23}$$

### 1.3. Evaluación numérica

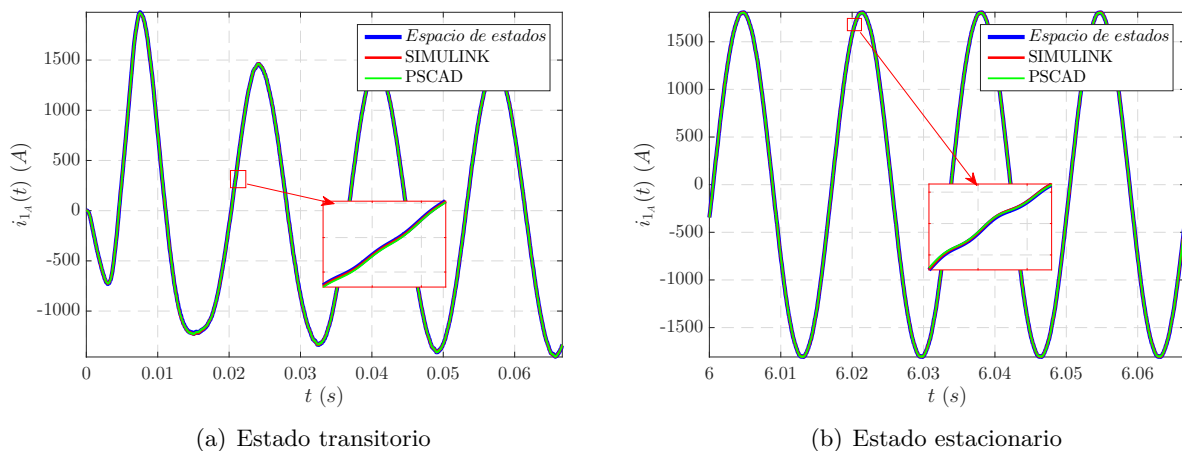
Con la finalidad de validar el modelo desarrollado se implementaron las ecuaciones en MATLAB y se compararon con sistemas implementados en los simuladores PSCAD/EMTDC y SIMULINK, los resultados mostrados corresponden a la energización del sistema mostrando el transitorio en algunas variables. Debido a los bajos índices de modulación de frecuencia, las corrientes de cada convertidor muestran grandes rizados como se ve en las Figuras 1.9 y 1.11 que vuelven difícil identificar el comportamiento asociado al transitorio. Después de la etapa de filtrado se tiene una reducción en los rizados en las corrientes como se ve en las Figuras 1.10 y 1.12, se puede apreciar que las corrientes en la salida de los dos filtros tienen una dinámica más rápida, respecto a las corrientes en el lado del inversor, pues en las Figuras 1.10 y 1.12 se ve que durante los primeros ciclos del transitorio las corrientes casi han alcanzado su valor de estado estacionario, con esto se trata de mostrar que el

modelo en ecuaciones de estado es capaz de reproducir la dinámica tanto en estado transitorio como estacionario.

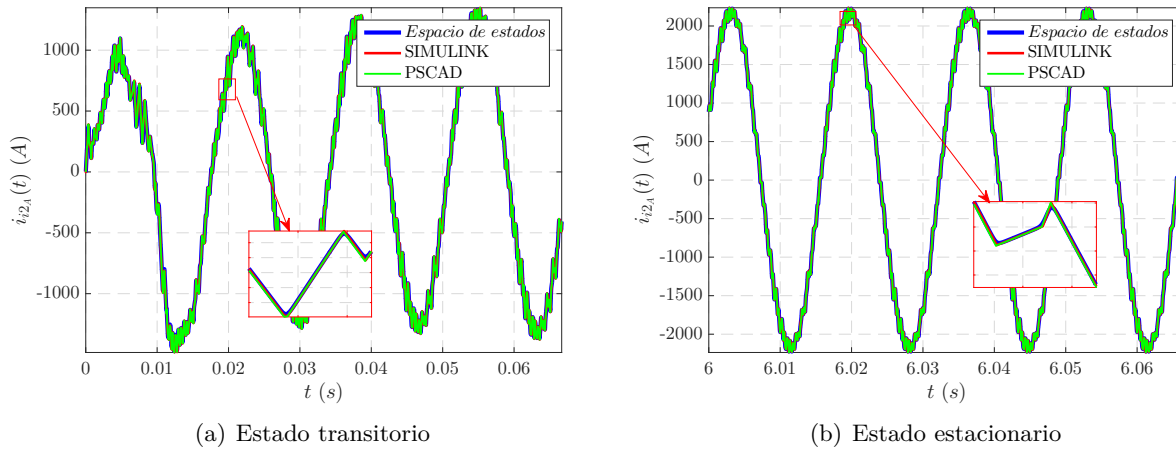


**Figura 1.9:** Corriente en la entrada del filtro LCL fase A, unidad VSC-1

Es importante resaltar el buen desempeño de los filtros pasivos, que han contribuido notablemente a mejorar la forma de onda de las corrientes; sin embargo, debido a que en general las inductancias del lado de los convertidores son de mayor valor que las que se encuentran hacia el lado de la red, terminan por causar las dinámicas lentas que se han visto con anterioridad. Esto pone de manifiesto la compleja tarea que es, realizar un diseño óptimo de un filtro pues, en la búsqueda por lograr bajas distorsiones en las variables eléctricas de la red, se puede terminar con filtros que contribuyan con un pobre amortiguamiento, lo que a su vez limita la cantidad de potencia que una unidad es capaz de transferir. Vale la pena aclarar que el objetivo de este trabajo, no se encuentra orientado hacia el diseño y construcción de filtros.



**Figura 1.10:** Corriente en la salida del filtro LCL fase A, unidad VSC-1



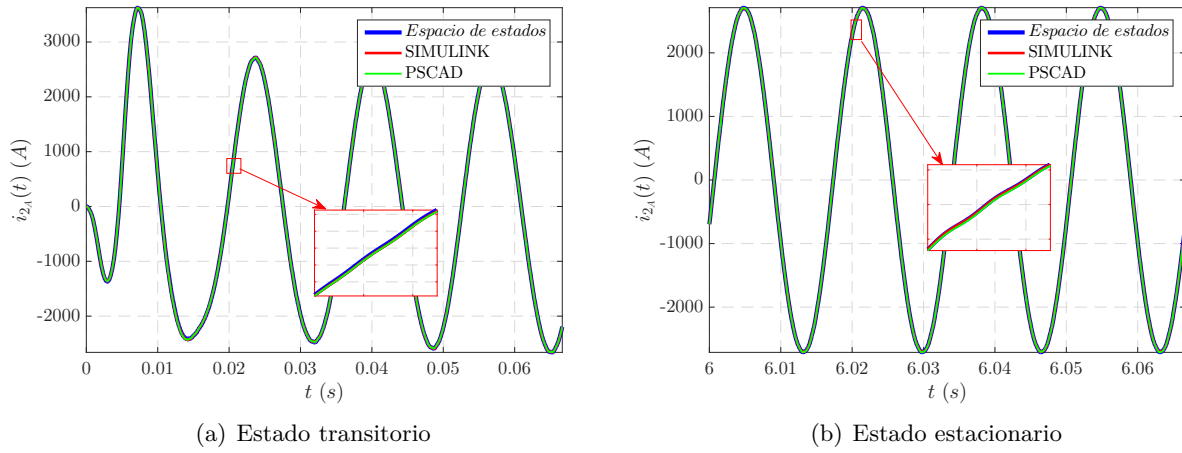
**Figura 1.11:** Corriente en la entrada del filtro LCL fase A, unidad VSC-2

Por otra parte, la corriente en la red es prácticamente una forma de onda sinusoidal como se ve en la Figura 1.13 a pesar de que las frecuencias de conmutación son de 1.62 kHz y 1.26 kHz para las unidades 1 y 2, respectivamente. En general se puede observar que los tres resultados se traslapan en cualquier variable, siendo verificada la validez del modelo descrito por (1.22) y (1.23) por dos simuladores comerciales distintos. Como se mencionó anteriormente, la naturaleza de los convertidores puede llegar a causar problemas a los métodos de integración, por ejemplo el Runge-Kutta, pues se asume que para un sistema del tipo:

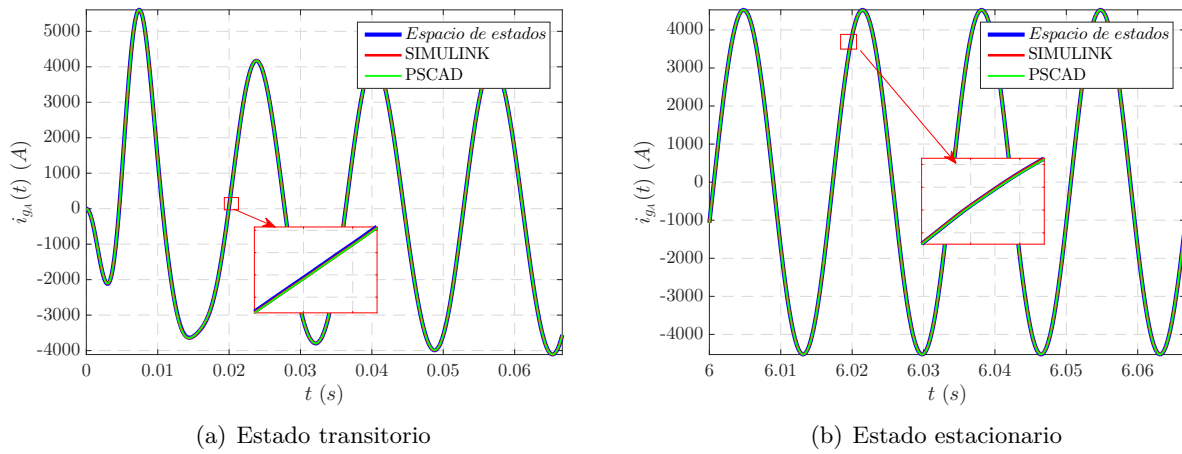
$$\frac{dx(t)}{dt} = f(t, x) \quad (1.24)$$

El campo vectorial  $f(t, x)$  es continuo y diferenciable, un requerimiento que no se cumple ya que la técnica PWM introduce discontinuidades en los instantes de conmutación. Estos cambios abruptos requieren términos de alto orden cuando son sintetizados por medio de su descomposición en series de Fourier, que como se verá más adelante puede incrementar la dimensión del modelo.

En la práctica no es posible trabajar más allá de un ancho de banda que se encuentra limitado por la capacidad de procesamiento en los dispositivos de medición y normalmente conforme se incrementa el orden armónico su impacto en la respuesta total de una variable puede ignorarse. Bajo esta circunstancia vale la pena reflexionar qué utilidad tiene representar modelos capaces de describir dinámicas que en la práctica no es posible llegar a registrarlas y la posibilidad de obtener modelos más sencillos de resolver numéricamente reduciendo el esfuerzo computacional. Como solución se ha utilizado una aproximación de la SPWM basada en aproximaciones por funciones hiperbólicas [Segundo-Ramirez and Medina, 2009], enfoque que también permite la convergencia de los métodos Newton [Aprille and Trick, 1972] para determinar el estado estacionario de sistemas periódicos tales como microrredes de CA [Agundis-Tinajero et al., 2016]. Esta última característica se requiere para poder desarrollar el análisis del próximo capítulo.



**Figura 1.12:** Corriente en la salida del filtro LCL fase A, unidad VSC-2



**Figura 1.13:** Corriente en la red fase A

# CAPÍTULO 2

## Modelo en el Dominio Armónico Extendido

Con la validación del conjunto de ecuaciones de estado (1.22) y (1.23) se procede a investigar la posibilidad de aplicar técnicas analíticas que permitan estudiar la estabilidad del sistema. La no linealidad del modelo vuelve difícil determinar su comportamiento ante las variaciones de parámetros y/o ganancias del sistema. El enfoque por medio del cual se enfrentan esta clase de análisis requiere la linealización del modelo (sistema en pequeña señal) y el posterior cálculo de los eigenvalores del sistema.

El problema que se encuentra al tratar de obtener su equivalente lineal, radica principalmente en que, a diferencia de la linealización usual, las condiciones de operación de estado estacionario no son valores constantes ya que se tienen órbitas periódicas. Algunas técnicas que se han empleado son modelos en el marco  $dq$ , modelos promedio, promedio generalizado y linealización armónica como se discute en [Sun, 2009]. Sin embargo, el uso de la linealización armónica presenta ciertas ventajas respecto a los otros métodos; en [Kwon et al., 2015] se presenta la comparación del espacio de estado promedio, promedio generalizado y espacio de estado armónico principalmente para modelar convertidores trifásicos, cuyas principales características se muestran en la Tabla 2.1, que también es extraída de la misma referencia.

De estos, el espacio de estado armónico posee cualidades que lo vuelven atractivo destacando su capacidad de manejar grandes sistemas y mostrar explícitamente la estabilidad asociada a cada componente armónico, pero estas ventajas conllevan el desarrollo y solución de un sistema de mayor orden. Pese a la gran carga computacional que esto puede llegar a ocasionar, las ventajas de este enfoque son reconocibles: tratar sistemas lineales y periódicos en el tiempo (LTP por sus siglas en inglés Linear Time Periodic) transformándolos en sistemas LTI y capturando el acoplamiento entre armónicos con un alto grado de precisión. Al ser LTI es posible obtener una solución analítica, poder describir sistemas desbalanceados, incluir el efecto de elementos pasivos no lineales (como ramas de magnetización en transformadores) e incluir el efecto de componentes interarmónicos [Ramirez, 2011].

Para obtener el modelo se debe de linealizar en torno a una trayectoria y para ello se requiere una representación analítica de la señal de conmutación SPWM, las expresiones que se presentan se basan en una expansión en series de Fourier y en los instantes de conmutación, cabe aclarar que a pesar de que estos instantes se determinan de forma recursiva el primer resultado que se obtiene



tiene una alta precisión y por lo tanto se usa esta primera aproximación. Además se presenta un modelo obtenido numéricamente para el cual no es necesario contar con expresiones analíticas de las funciones de conmutación y por lo tanto resulta ser más práctico para cualquier estructura del sistema no lineal y periódico.

**Tabla 2.1:** Comparación de diferentes enfoques de análisis armónico [Kwon et al., 2017]

	Espacio de estado promedio	Promedio generalizado	Espacio de estado armónico (o EHD)
Incluye conmutación	Promedio	Promedio	•
Análisis de pequeña señal	•	•	•
Análisis de acoplamiento CA-CD	×	×	•
Análisis de desbalance armónico	×	×	•
Incluye elementos pasivos no lineales	×	◦	•
Análisis de grandes redes	×	◦	•
Usos	Análisis de estabilidad y diseño de control	Análisis de estabilidad y diseño de control	Análisis de estabilidad, diseño de control, análisis armónico
Complejidad	Baja	Alta	Alta

◦ Parcialmente posible

× Imposible

• Posible

## 2.1. Marco de estudio

El EHD se basa en la idea de que una señal periódica se puede expresar por su desarrollo en series de Fourier [Rico et al., 2003]:

$$x(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} X_{(k)} e^{jk\omega_0 t} \quad (2.1)$$

Teóricamente (2.1) es la representación exacta, pero en aplicaciones prácticas no se puede analizar una cantidad infinita de componentes por lo cual se limita el ancho de banda en la señal y por lo tanto solo se considerará hasta un armónico máximo  $h$ . De esta forma la expresión (2.1) se puede reescribir como la multiplicación de dos vectores:

$$x(t) = \mathbf{G}(t)\mathbf{X} \quad (2.2)$$

Donde  $\mathbf{G}(t) = \begin{bmatrix} e^{-jh\omega_0 t} & \dots & e^{-j\omega_0 t} & 1 & e^{j\omega_0 t} & \dots & e^{jh\omega_0 t} \end{bmatrix}$  es un vector que contiene a la base del espacio armónico y  $\mathbf{X} = \begin{bmatrix} X_{\langle -h \rangle} & \dots & X_{\langle -1 \rangle} & X_{\langle 0 \rangle} & X_{\langle 1 \rangle} & \dots & X_{\langle h \rangle} \end{bmatrix}^T$  son los coeficientes complejos de la serie. Esta representación permite mapear la ecuación diferencial lineal de orden 1, variante en el tiempo y periódica:

$$\dot{x}(t) = a(t)x(t) \quad (2.3)$$

a un marco de referencia invariante de tal forma que el sistema se vuelve lineal e invariante en el tiempo (LTI). Para esto se requieren definir dos operaciones: la derivación de una señal y la multiplicación entre dos señales.

- **Derivación:** derivando término a término (2.2) se tiene:

$$\dot{x}(t) = \mathbf{G}(t)\dot{\mathbf{X}} + \mathbf{G}(t)[\mathbf{D}]\mathbf{X} \quad (2.4)$$

Donde la variable que ahora es derivada corresponde a los coeficientes de la serie que en estado estacionario son valores constantes. La matriz  $[\mathbf{D}]$  tiene la siguiente estructura diagonal:

$$\mathbf{D} = j\omega_0 \text{diag}(-h, \dots, -1, 0, 1, \dots, h) \quad (2.5)$$

- **Multiplicación:** El producto de dos funciones periódicas se encuentra por medio de la siguiente expresión si se desprecian todos los armónicos superiores a  $h$ :

$$a(t)x(t) = \mathbf{G}(t)[\mathbf{A}]\mathbf{X}(t) \quad (2.6)$$

Donde la matriz  $[\mathbf{A}]$  tiene una estructura Toeplitz:

$$[\mathbf{A}] = \begin{bmatrix} A_{(0)} & A_{(-1)} & \cdots & A_{(-h)} & & & \\ A_{(1)} & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & & \\ \vdots & \ddots & A_{(0)} & A_{(-1)} & \ddots & \ddots & \\ A_{(h)} & \ddots & A_{(1)} & A_{(0)} & A_{(-1)} & \ddots & A_{(-h)} \\ & \ddots & \ddots & A_{(1)} & A_{(0)} & \ddots & \vdots \\ & & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & A_{(-1)} \\ & & & A_{(h)} & \cdots & A_{(1)} & A_{(0)} \end{bmatrix} \quad (2.7)$$

Por lo tanto usando (2.4) y (2.6) se tiene el siguiente sistema:

$$\dot{\mathbf{X}}(t) = ([\mathbf{A}] - [\mathbf{D}]) \mathbf{X}(t) \quad (2.8)$$

Donde se han agrupado términos semejantes y se ha eliminado al vector  $\mathbf{G}(t)$ . Se observa que una ecuación mapeada al EHD se transforma en  $2h + 1$  ecuaciones, conforme se eligen valores de  $h$  de mayor orden se incrementa el número de ecuaciones lo cual puede ser visto como una desventaja de este marco de estudio. Afortunadamente es posible reducir el número de ecuaciones diferenciales: un sistema balanceado permite obtener un modelo monofásico [Karami et al., 2017, Esparza et al., 2017b]; en función del valor del índice de modulación de frecuencia hay armónicos que no se presentan; es posible eliminar aquellas variables que tienen un comportamiento dinámico relativamente pequeño con respecto a variables de gran amplitud [Esparza et al., 2017b]; por ejemplo, en [Vargas and Ramirez, 2016] proponen no considerar aquellos armónicos cuya magnitud sea menor al 5% respecto a la fundamental. Sin embargo, a cambio se tiene una expresión explícita para cada armónico que se requiera analizar, además ahora el sistema (2.8) es invariante en el tiempo lo cual permite conocer su solución de forma analítica por medio de la matriz exponencial:

$$\mathbf{X}(t) = e^{([\mathbf{A}] - [\mathbf{D}])t} \mathbf{X}_0 \quad (2.9)$$

Para poder mapear el sistema (1.22) y (1.23) primero éste debe linealizarse para obtener su modelo variacional

$$\Delta \dot{\mathbf{x}} = \mathbf{J}(t) \Delta \mathbf{x} \quad (2.10)$$

Pero la evaluación de  $\mathbf{J}(t)$  requiere conocer todas las trayectorias de estado estacionario y una forma de realizar las derivadas parciales que necesita el Jacobiano. A continuación se muestra una forma analítica y otra numérica de llevar a cabo esta tarea.

## 2.2. Linealización analítica

Tomando el sistema (1.23) es posible derivar cada término; sin embargo, usando la aproximación en [Segundo-Ramirez and Medina, 2009] basada en funciones hiperbólicas para  $\mathbf{g}(m_a, \theta)$  no es fácil realizar una derivación en función de sus argumentos. Como alternativa se utiliza un enfoque basado en series de Fourier como se muestra en [Segundo-Ramirez and Medina, 2009]. Entonces las funciones de conmutación para la  $n$ -ésima unidad VSC se pueden escribir como se muestra a continuación:

$$s_{nA}(t) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \sum_{k=1}^h \left( C_{a\langle k \rangle}(t) e^{jk\omega_0 t} + C_{a\langle -k \rangle}(t) e^{-jk\omega_0 t} \right)$$

donde:

$$C_{a\langle k \rangle}(t) = -\frac{1}{j\pi k} \sum_{m=1}^{2m_{fn}} (-1)^{m+1} e^{-jk\omega_0 t_A(m)} \quad (2.11)$$

y

$$t_A(m) = a_{(n)} - \frac{m_{an}(t) \operatorname{sen}(\omega_0 a_{(m)} + \theta_n(t))}{\omega_0 m_{an}(t) \cos(\omega_0 a_{(m)} + \theta_n(t)) - m_p (-1)^{m+1}}$$

De manera similar para las otras dos fases:

$$s_{nB}(t) = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \sum_{k=1}^h \left( C_{b\langle k \rangle}(t) e^{jk\omega_0 t} + C_{b\langle -k \rangle}(t) e^{-jk\omega_0 t} \right)$$

$$C_{b\langle k \rangle}(t) = -\frac{1}{j\pi k} \sum_{m=1}^{2m_{fn}} (-1)^{m+1} e^{-jk\omega_0 t_b(m)} \quad (2.12)$$

$$t_B(m) = b_{(m)} - \frac{m_{an}(t) \operatorname{sen}(\omega_0 b_{(m)} + \theta_n(t) - \frac{2\pi}{3})}{\omega_0 m_{an}(t) \cos(\omega_0 b_{(m)} + \theta_n(t) - \frac{2\pi}{3}) - m_p (-1)^m}$$

$$s_{nC}(t) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \sum_{k=1}^h \left( C_{c\langle k \rangle}(t) e^{jk\omega_0 t} + C_{c\langle -k \rangle}(t) e^{-jk\omega_0 t} \right)$$

$$C_{c\langle k \rangle}(t) = -\frac{1}{j\pi k} \sum_{m=1}^{2m_{fn}} (-1)^{m+1} e^{-jk\omega_0 t_c(m)} \quad (2.13)$$

$$t_C(m) = c_{(m)} - \frac{m_{an}(t) \operatorname{sen}(\omega_0 c_{(m)} + \theta_n(t) + \frac{2\pi}{3})}{\omega_0 m_{an}(t) \cos(\omega_0 c_{(m)} + \theta_n(t) + \frac{2\pi}{3}) - m_p (-1)^{m+1}}$$

Además,

$$a_{(m)} = c_{(m)} = \frac{T_0 m}{2m_f}, \quad b_{(m)} = \frac{T_0(m-1)}{2m_f} \quad \text{y} \quad m_p = \frac{4m_f}{T_0}$$

Las expresiones anteriores se definen en función de la cantidad de armónicos  $h$ , el periodo de la moduladora  $T_0$ , el ángulo de fase  $\theta_n(t)$ , el índice de modulación de amplitud  $m_{an}(t)$  y el de índice de frecuencia  $m_{fn}$ . Pero ya que las acciones de control se definen por medio de  $m_{an}(t)$  y  $\theta_n(t)$ , se requieren las derivadas solo respecto de estos argumentos:

$$\begin{aligned}\frac{\partial s_{nA}(t)}{\partial m_{an}(t)} &= \frac{1}{2} \sum_{k=1}^h \left( \tilde{C}_{a_{(k)}}(t) e^{jk\omega_0 t} + \tilde{C}_{a_{(-k)}}(t) e^{-jk\omega_0 t} \right) \\ \tilde{C}_{a_{(k)}}(t) &= \frac{2}{T_0} \sum_{m=1}^{2m_{fn}} (-1)^{m+1} A_{a(m)}(t) e^{-jk\omega_0 t_{a(m)}} \\ A_{a(m)}(t) &= \frac{m_p(-1)^{m+1} \operatorname{sen}(\omega_0 a_{(m)} + \theta_n(t))}{\left[ \omega_0 m_{an}(t) \cos(\omega_0 a_{(m)} + \theta_n(t)) - m_p(-1)^{m+1} \right]^2}\end{aligned}\quad (2.14)$$

$$\begin{aligned}\frac{\partial s_{nA}(t)}{\partial \theta_n(t)} &= \frac{1}{2} \sum_{k=1}^h \left( \hat{C}_{a_{(k)}}(t) e^{jk\omega_0 t} + \hat{C}_{a_{(-k)}}(t) e^{-jk\omega_0 t} \right) \\ \hat{C}_{a_{(k)}}(t) &= \frac{2}{T_0} \sum_{m=1}^{2m_{fn}} (-1)^{m+1} B_{a(m)}(t) e^{-jk\omega_0 t_{a(m)}} \\ B_{a(m)}(t) &= \frac{m_{an}(t) m_p(-1)^{m+1} \cos(\omega_0 a_{(m)} + \theta_n(t)) - \omega_0 m_{an}^2(t)}{\left[ \omega_0 m_{an}(t) \cos(\omega_0 a_{(m)} + \theta_n(t)) - m_p(-1)^{m+1} \right]^2}\end{aligned}\quad (2.15)$$

$$\begin{aligned}\frac{\partial s_{nB}(t)}{\partial m_{an}(t)} &= -\frac{1}{2} \sum_{k=1}^h \left( \tilde{C}_{b_{(k)}}(t) e^{jk\omega_0 t} + \tilde{C}_{b_{(-k)}}(t) e^{-jk\omega_0 t} \right) \\ \tilde{C}_{b_{(k)}}(t) &= \frac{2}{T_0} \sum_{m=1}^{2m_{fn}} (-1)^{m+1} A_{b(m)}(t) e^{-jk\omega_0 t_{b(m)}} \\ A_{b(m)}(t) &= \frac{m_p(-1)^m \operatorname{sen}(\omega_0 b_{(m)} + \theta_n(t) - \frac{2\pi}{3})}{\left[ \omega_0 m_{an}(t) \cos(\omega_0 b_{(m)} + \theta_n(t) - \frac{2\pi}{3}) - m_p(-1)^m \right]^2}\end{aligned}\quad (2.16)$$

$$\begin{aligned}\frac{\partial s_{nB}(t)}{\partial \theta_n(t)} &= -\frac{1}{2} \sum_{k=1}^h \left( \hat{C}_{b_{(k)}}(t) e^{jk\omega_0 t} + \hat{C}_{b_{(-k)}}(t) e^{-jk\omega_0 t} \right) \\ \hat{C}_{b_{(k)}}(t) &= \frac{2}{T_0} \sum_{m=1}^{2m_{fn}} (-1)^{m+1} B_{b(m)}(t) e^{-jk\omega_0 t_{b(m)}} \\ B_{b(m)}(t) &= \frac{m_{an}(t) m_p(-1)^m \cos(\omega_0 b_{(m)} + \theta_n(t) - \frac{2\pi}{3}) - \omega_0 m_{an}^2(t)}{\left[ \omega_0 m_{an}(t) \cos(\omega_0 b_{(m)} + \theta_n(t) - \frac{2\pi}{3}) - m_p(-1)^m \right]^2}\end{aligned}\quad (2.17)$$

$$\begin{aligned}\frac{\partial s_n C(t)}{\partial m_{an}(t)} &= \frac{1}{2} \sum_{k=1}^h \left( \tilde{C}_{c_{(k)}}(t) e^{jk\omega_0 t} + \tilde{C}_{c_{(-k)}}(t) e^{-jk\omega_0 t} \right) \\ \tilde{C}_{c_{(k)}}(t) &= \frac{2}{T_0} \sum_{m=1}^{2m_{fn}} (-1)^{m+1} A_{c(m)}(t) e^{-jk\omega_0 t c(m)} \\ A_{c(m)}(t) &= \frac{m_p (-1)^{m+1} \text{sen} \left( \omega_0 c_{(m)} + \theta_n(t) + \frac{2\pi}{3} \right)}{\left[ \omega_0 m_{an}(t) \cos \left( \omega_0 c_{(m)} + \theta_n(t) + \frac{2\pi}{3} \right) - m_p (-1)^{m+1} \right]^2}\end{aligned}\quad (2.18)$$

$$\begin{aligned}\frac{\partial s_n C(t)}{\partial \theta_n(t)} &= \frac{1}{2} \sum_{k=1}^h \left( \hat{C}_{c_{(k)}}(t) e^{jk\omega_0 t} + \hat{C}_{c_{(-k)}}(t) e^{-jk\omega_0 t} \right) \\ \hat{C}_{c_{(k)}}(t) &= \frac{2}{T_0} \sum_{m=1}^{2m_{fn}} (-1)^{n+1} B_{c(n)}(t) e^{-jk\omega_0 t c(m)} \\ B_{c(n)}(t) &= \frac{m_{an}(t) m_p (-1)^{m+1} \cos \left( \omega_0 c_{(m)} + \theta_n(t) + \frac{2\pi}{3} \right) - \omega_0 m_{an}^2(t)}{\left[ \omega_0 m_{an}(t) \cos \left( \omega_0 c_{(m)} + \theta_n(t) + \frac{2\pi}{3} \right) - m_p (-1)^{m+1} \right]^2}\end{aligned}\quad (2.19)$$

Como ejemplo se muestra la linealización de un patrón de conmutación SPWM en torno a los puntos  $m_{a0} = 0.76$  y  $\theta_0 = 0.32$ ; la triangular tiene un  $m_f = 21$  y se utilizarán 120 armónicos. Hay variaciones  $\Delta m_a$  y  $\Delta \theta$  del 5 % respecto a su valor nominal, para mostrar el desempeño de la linealización. La versión lineal tiene la siguiente expresión:

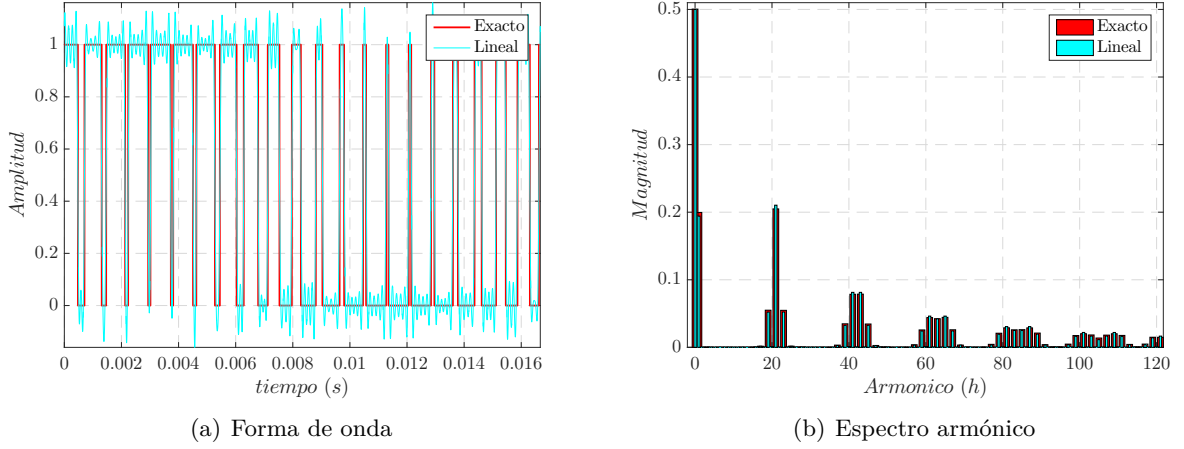
$$s_{AL}(t) = s(m_{a0}, \theta_0) + \left( \frac{\partial s_a}{\partial m_a} \Big|_{m_{a0}, \theta_0} \right) \Delta m_a + \left( \frac{\partial s_a}{\partial \theta} \Big|_{m_{a0}, \theta_0} \right) \Delta \theta \quad (2.20)$$

Mientras que la moduladora de la función exacta tiene la siguiente expresión:

$$\bar{v}_{1A}(t) = (m_{a0} + \Delta m_a) \text{sen}(\omega_0 t + \theta_0 + \Delta \theta) \quad (2.21)$$

En la Figura 2.1 (a) se muestra la sintetización que se logró, la forma de onda presenta oscilaciones notables en los puntos de discontinuidad y parece poco semejante respecto a la función exacta. Esto se debe al hecho de trabajar con un ancho de banda limitado, conforme se incrementa el valor de  $h$  los términos de alta frecuencia se encargan de recrear mejor los cambios abruptos en las conmutaciones. Por otra parte, el espectro en frecuencia (hasta el ancho de banda elegido) concuerda con lo esperado como se puede ver en la Figura 2.1 (b), siendo los errores entre ambos modelos menores al 7 % para los armónicos que se encuentran alrededor de las bandas correspondientes a  $h = 21, 42, 63, 84$ , en cambio para la banda alrededor de  $h = 105$  el error llega hasta el 10 %, pero las amplitudes de estos armónicos son bajas (aproximadamente un décimo de la componente fundamental). Vale la pena observar que conforme se incrementa el orden del armónico, el espectro en frecuencia muestra

componentes de menor amplitud; sin embargo, aun cuando se puede pensar en despreciar dichos elementos, su efecto es muy marcado en el dominio del tiempo, pues los términos de alta frecuencia definen las formas de onda menos suaves en el dominio del tiempo. Cabe mencionar que el desarrollo para obtener las fórmulas de sintetización asumen que la moduladora es una señal seno y que la portadora inicia como se muestra en la Figura 1.4, pero por medio del ángulo de la moduladora es posible considerar cualquier otra condición.



**Figura 2.1:** Comparación de la función de conmutación exacta y su aproximación lineal

Utilizando las fórmulas anteriores es posible encontrar las derivadas de las funciones de conmutación  $\mathbf{g}(m_{an}(t), \theta_n(t))$  respecto a cualquier variable de estado que intervenga en la formación de las acciones de control  $m_{an}(t)$  y  $\theta_n(t)$ . De forma compacta se tiene que (2.10) se puede escribir de la siguiente manera:

$$\begin{bmatrix} \Delta \dot{x}_1 \\ \Delta \dot{x}_2 \\ \vdots \\ \Delta \dot{x}_{\ell-1} \\ \Delta \dot{x}_\ell \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} J_{1,1}(t) & J_{1,2}(t) & \dots & J_{1,\ell-1}(t) & J_{1,\ell}(t) \\ J_{2,1}(t) & J_{2,2}(t) & \dots & J_{2,\ell-1}(t) & J_{2,\ell}(t) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ J_{\ell-1,1}(t) & J_{\ell-1,2}(t) & \dots & J_{\ell-1,\ell-1}(t) & J_{\ell-1,\ell}(t) \\ J_{\ell,1}(t) & J_{\ell,2}(t) & \dots & J_{\ell,\ell-1}(t) & J_{\ell,\ell}(t) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta x_1 \\ \Delta x_2 \\ \vdots \\ \Delta x_{\ell-1} \\ \Delta x_\ell \end{bmatrix} \quad (2.22)$$

Cada elemento  $J_{i,j}(t)$  (para  $i, j = 1, 2, \dots, \ell$  con  $\ell = 13N + 6$ ) es una función periódica variante en el tiempo que se evalúa con la información de las trayectorias en estado estacionario durante un periodo fundamental del sistema:

$$J_{i,j}(t) = \left. \frac{\partial f_i(t, \mathbf{x})}{\partial x_j} \right|_{\hat{\mathbf{x}}_\infty(t)} \quad (2.23)$$

donde  $\hat{\mathbf{x}}_\infty(t)$  representa las trayectorias de estado estacionario que se obtuvieron utilizando el método de Expansión Exponencial Discreta (DEE por sus siglas en inglés Discrete Exponential Expansion) [Segundo-Ramirez and Medina, 2010], aunque también es posible utilizar otros métodos Newton o simulación por fuerza bruta. Posteriormente cada  $J_{i,j}(t)$  se transforma al dominio de la frecuencia, calculando sus coeficientes de Fourier y arreglándolos según (2.7). El sistema resultante tiene la siguiente forma:

$$\begin{bmatrix} \Delta \dot{\mathbf{X}}_1 \\ \Delta \dot{\mathbf{X}}_2 \\ \vdots \\ \Delta \dot{\mathbf{X}}_{\ell-1} \\ \Delta \dot{\mathbf{X}}_\ell \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{J}_{1,1} - \mathbf{D} & \mathbf{J}_{1,2} & \cdots & \mathbf{J}_{1,\ell-1} & \mathbf{J}_{1,\ell} \\ \mathbf{J}_{2,1} & \mathbf{J}_{2,2} - \mathbf{D} & \cdots & \mathbf{J}_{2,\ell-1} & \mathbf{J}_{2,\ell} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ \mathbf{J}_{\ell-1,1} & \mathbf{J}_{\ell-1,2} & \cdots & \mathbf{J}_{\ell-1,\ell-1} - \mathbf{D} & \mathbf{J}_{\ell-1,\ell} \\ \mathbf{J}_{\ell,1} & \mathbf{J}_{\ell,2} & \cdots & \mathbf{J}_{\ell,\ell-1} & \mathbf{J}_{\ell,\ell} - \mathbf{D} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \mathbf{X}_1 \\ \Delta \mathbf{X}_2 \\ \vdots \\ \Delta \mathbf{X}_{\ell-1} \\ \Delta \mathbf{X}_\ell \end{bmatrix} \quad (2.24)$$

Que de forma compacta se puede escribir de la siguiente forma:

$$\Delta \dot{\mathbf{X}}_{EHD} = \mathbf{A}_{EHD} \Delta \mathbf{X}_{EHD} \quad (2.25)$$

El sistema inicialmente se compone de  $(13N + 6)(2h + 1)$  variables de estado; como se tienen dos unidades VSC,  $N = 2$  lo cual es  $32(2h + 1)$  ecuaciones. Hay que tomar en cuenta que de los posibles armónicos que se encuentran entre el rango  $-h$  a  $h$  hay algunos de magnitud cero; por ejemplo para las variables de CA solo se toman en cuenta los impares no múltiplos de 3 (debido a la técnica de modulación SPWM) y para las variables de CD (acciones de control) se tienen a los múltiplos de 6, además el algoritmo para el cálculo de los coeficientes de Fourier (herramienta de la Transformada Rápida de Fourier, MATLAB) junto con el método DEE tienen un error numérico que afecta el resultado, introduciendo términos con amplitudes muy pequeñas pero que no resultan ser cero. Por lo tanto se eliminan los renglones y columnas en el sistema (2.25) asociados a los armónicos antes descritos.

### 2.3. Linealización numérica

Este enfoque utiliza el método de disparo DEE [Segundo-Ramirez and Medina, 2010] para construir el jacobiano, a continuación se muestra su planteamiento. Primero considere el sistema no lineal y periódico con condiciones iniciales dadas [Aprille and Trick, 1972]:

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{f}(t, \mathbf{x}), \quad \mathbf{x}(t_0) = \mathbf{x}_0 \quad (2.26)$$

Entonces  $\mathbf{f}(t, \cdot) = \mathbf{f}(t + T_0, \cdot)$ , también se asume que la solución es periódica  $\mathbf{x}(t) = \mathbf{x}(t + T_0)$ , donde  $T_0$  es el periodo fundamental. Esta solución resulta ser una órbita del sistema (2.26) en el ciclo límite,



la cual puede ser encontrada extrapolando las variables de estado hacia dicho ciclo, por medio del mapa de Poincaré [Parker and Chua, 2012].

Cuando el sistema llega al ciclo límite su dinámica puede ser descrita aproximadamente por la siguiente expresión:

$$\frac{d\Delta\mathbf{x}(t)}{dt} = \mathbf{J}(t)\Delta\mathbf{x}(t) \quad (2.27)$$

Siendo  $\mathbf{J}(t)$  el jacobiano del sistema (2.26) y cuya solución tiene una forma discreta para instantes múltiplos del periodo:

$$\Delta\mathbf{x}_{k+1} = \Phi_k \Delta\mathbf{x}_k \quad (2.28)$$

Donde  $\Delta\mathbf{x}_k = \Delta\mathbf{x}(kT_0)$  y  $\Phi_k$  es la matriz de transición, que se determina por medio de los estados del sistema al inicio y al final de una integración con duración de un periodo. La recursividad de (2.28) permite que se exprese el estado del sistema de la siguiente forma:

$$\Delta\mathbf{x}_m = (\Phi_{m-1} \Phi_{m-2} \cdots \Phi_n) \Delta\mathbf{x}_n \quad (2.29)$$

Para  $n$  y  $m$  enteros tales que  $m > n$ , además se asume que las matrices de transición son aproximadamente iguales en cada instante donde se obtiene el equivalente del sistema discretizado, por lo tanto (2.29) se puede expresar como se muestra:

$$\Delta\mathbf{x}_m = \Phi^{m-n} \Delta\mathbf{x}_n \quad (2.30)$$

Ahora bien, cada iteración se acerca a la trayectoria del ciclo límite y partiendo de una condición inicial en el instante  $n$ -ésimo después de hacer  $K$  iteraciones el estado del sistema se expresa:

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_K &= \mathbf{x}_n + \Delta\mathbf{x}_n + \Delta\mathbf{x}_{n+1} + \cdots + \Delta\mathbf{x}_{K-1} \\ &= \mathbf{x}_n + \left( \mathbf{I} + \Phi + \cdots + \Phi^{K-1-n} \right) \Delta\mathbf{x}_n \\ &= \mathbf{x}_n + (\mathbf{I} - \Phi)^{-1} (\mathbf{I} - \Phi^{K-n}) \Delta\mathbf{x}_n \end{aligned} \quad (2.31)$$

De esta forma cuando  $K \rightarrow \infty$  se obtendría la condición de estado estacionario, es decir  $\mathbf{x}_\infty$ :

$$\mathbf{x}_\infty = \mathbf{x}_i + (\mathbf{I} - \Phi)^{-1} (\mathbf{x}_{i+1} - \mathbf{x}_i) \quad (2.32)$$

La expresión (2.32) corresponde al método Newton-Raphson [Aprille and Trick, 1972], donde  $\mathbf{x}_{i+1}$  y  $\mathbf{x}_i$  son los vectores de estado al final e inicio de un ciclo fundamental, respectivamente, y  $\Phi$  es el jacobiano del mapa de Poincaré. Para su cálculo se requiere de integrar el sistema durante un período  $T_0$  y se encuentra de la siguiente forma [Segundo-Ramirez and Medina, 2010]:

$$\Phi \approx \prod_{m=1}^M e^{\mathbf{J}_m \Delta t} \quad (2.33)$$

Donde  $M$  representa la cantidad de muestras utilizadas para realizar la integración durante un periodo y la matriz  $\mathbf{J}_m$  se determina por medio de:

$$\mathbf{J}_m = \frac{\partial}{\partial \mathbf{x}} \mathbf{f}(t, \mathbf{x}) \Big|_{\frac{t_m - t_{m-1}}{2}, \frac{x(t_m) - x(t_{m-1})}{2}} \quad (2.34)$$

Se puede ver que cada iteración para determinar  $\mathbf{x}_\infty$  requiere actualizar las trayectorias del sistema, es decir volver a integrar el sistema durante un ciclo completo. En la última iteración, cuando se cumpla el criterio de convergencia para (2.32) se tendrá el vector  $\mathbf{x}_\infty$  y por lo tanto se habrá que integrar el sistema durante un período más para obtener las trayectorias  $\hat{\mathbf{x}}_\infty(t)$  que permiten calcular el jacobiano de (2.26) por medio de la aproximación de diferencias hacia adelante [Nocedal and Wright, 2006, Capítulo 8] columna a columna:

$$\mathbf{J}_i(t) = \frac{\mathbf{f}(t, \hat{\mathbf{x}}_\infty(t) + \epsilon \mathbf{U}_i) - \mathbf{f}(t, \hat{\mathbf{x}}_\infty(t))}{\epsilon}, \text{ para } i = 1, 2, \dots, \ell \quad (2.35)$$

Donde  $\mathbf{U}_i$  es la  $i$ -ésima columna de una matriz identidad de dimensión  $\ell \times \ell$ . Posteriormente de cada elemento de  $\mathbf{J}_i(t)$  se obtienen sus coeficientes complejos de la serie de Fourier y se acomodan en estructura Toeplitz. Por conveniencia,  $\mathbf{x}_\infty = \hat{\mathbf{x}}_\infty(0)$ .

## 2.4. Comparación de modelos

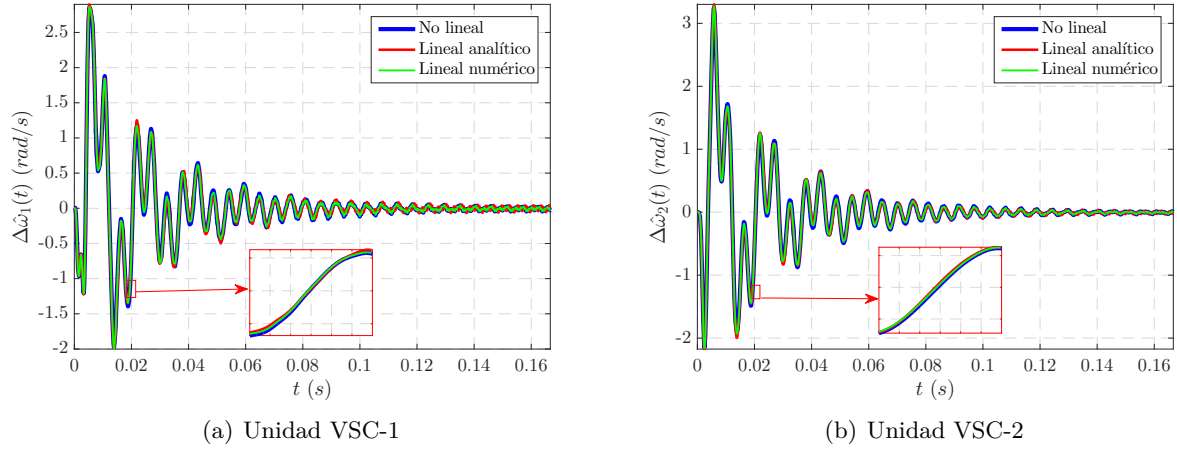
A continuación se muestran los resultados que se obtuvieron de los modelos variacionales no lineal y los enfoques de linealización analítica y numérica. Los sistemas lineales se construyen de las formas descritas en las dos secciones anteriores. Para el no lineal primero se simula un ciclo en estado estacionario partiendo de las condiciones  $\mathbf{x}_\infty$  y posteriormente se genera un nuevo vector  $\mathbf{x}^*$  que se forma al agregar una perturbación en alguna de las variables:

$$\mathbf{x}^* = \left[ x_{1\infty} \quad \dots \quad x_{k\infty} \times (1 + \delta) \quad \dots \quad x_{\ell\infty} \right]^T \quad (2.36)$$

Donde  $\delta$  representa la perturbación respecto al valor en estado estacionario; aún cuando solo se ha perturbado una variable, es posible perturbar varias al mismo tiempo. Con la nueva condición (2.36) se obtiene otra solución del sistema durante un periodo, finalmente la diferencia entre este último resultado y las trayectorias de estado estacionario conformarán la solución del modelo variacional no lineal.

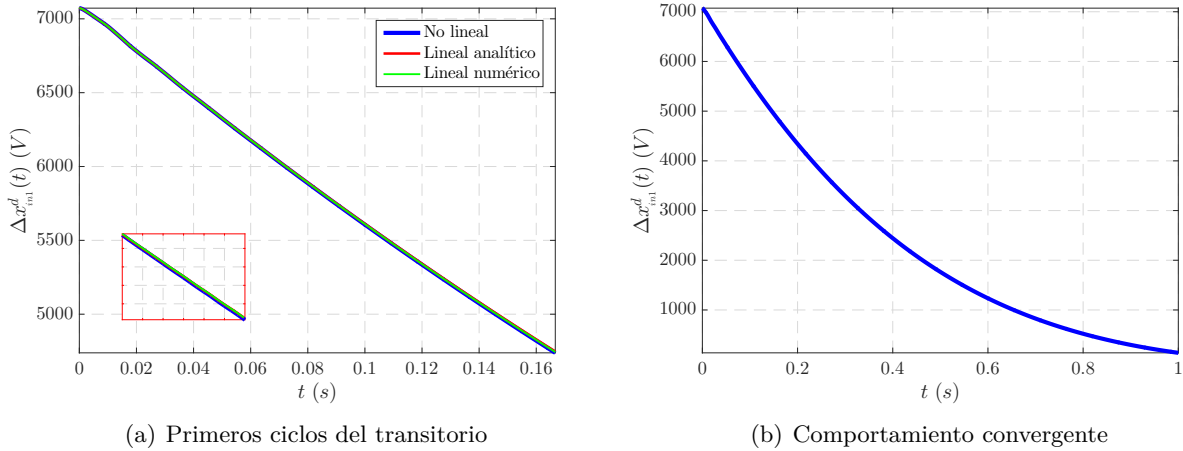
Ya que los modelos linealizados son válidos en torno a un punto de operación, la condición inicial debe de ser un vector con ceros para todas las variables (componentes armónicos), excepto la componente de CD de la  $k$ -ésima variable, esta tendrá un valor de  $x_{k\infty} \delta$ . En la prueba que se realizó, se perturbó a la variable  $x_{in1}^d(t)$  un 5% respecto a su valor de estado estacionario y se utilizó  $h = 200$ . El sistema se encontraba operando en un ciclo límite estable por lo tanto las trayectorias de los modelos lineales convergen a cero. Ya que se tiene  $h = 200$  la dimensión de la

matriz  $\mathbf{A}_{EHD} \in \mathbb{R}^{12832 \times 12832}$ , pero al eliminar los renglones asociados a los armónicos que no están presentes se tiene que  $\mathbf{A}_{EHD} \in \mathbb{R}^{3776 \times 3776}$



**Figura 2.2:** Frecuencia angular ante perturbación del 5%

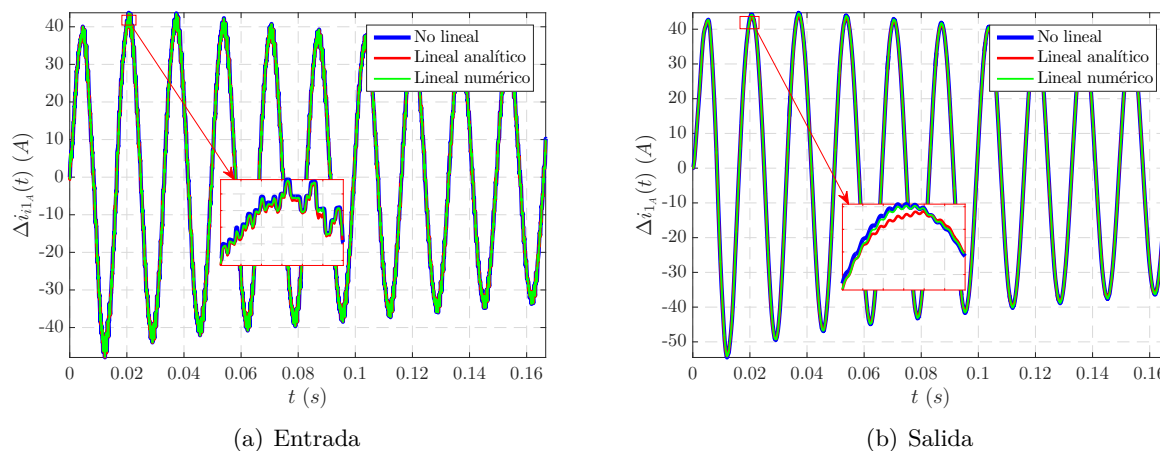
La Figura 2.2 muestra que la variación en la frecuencia angular estimada por el PLL en cada unidad converge a cero; ya que las dos unidades VSC se encuentran interconectadas, se espera que la frecuencia quede fija por la red; sin embargo, se observa que hay excitación de armónicos de alta frecuencia que los enfoques lineales son capaces de reproducir. La Figura 2.3 muestra la variable que



**Figura 2.3:** Variable  $\Delta x_{in1}^d(t)$ , ante perturbación del 5%

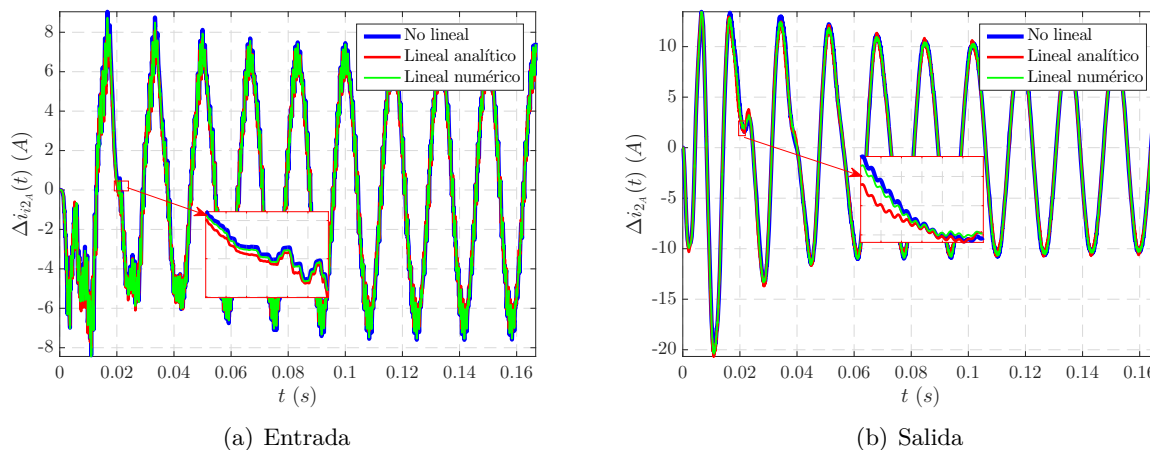
es perturbada directamente, la cual se observa que tiene una evolución predominantemente como un sistema de primer orden y se encuentra libre de armónicos. Esta característica puede ayudar a reducir el orden del sistema de ecuaciones diferenciales en el EHD, ya que puede ser posible eliminar los componentes armónicos de  $\Delta x_{in1}^d(t)$ , sin afectar su dinámica.

Debido a que la variable perturbada incide directamente en las acciones de control, se espera que



**Figura 2.4:** Corriente en la fase A en el Filtro LCL de la unidad VSC-1 ante perturbación del 5%

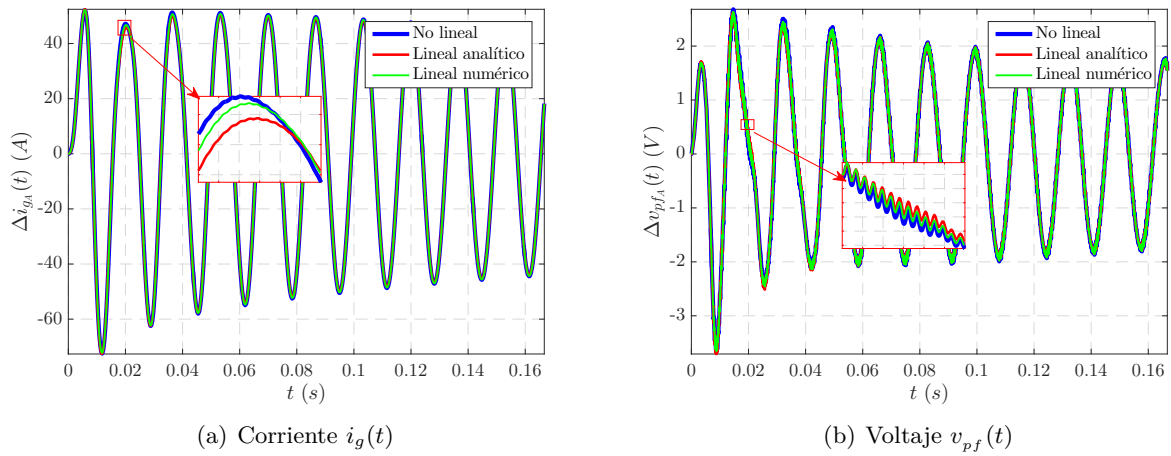
corrientes y voltajes presenten un evento transitorio, esto se muestra en las Figuras 2.4 y 2.5 donde se tiene el comportamiento de las corrientes en las dos unidades VSC; se aprecia que la corriente en la unidad perturbada tiene mayor amplitud, aproximadamente 5 veces mayor que la unidad que no es perturbada, pues en la Figura 2.4-(a) se tiene que la primer oscilación llega aproximadamente 40 A, y en la Figura 2.5-(a) la primer oscilación es de aproximadamente 8 A. Finalmente en la Figura



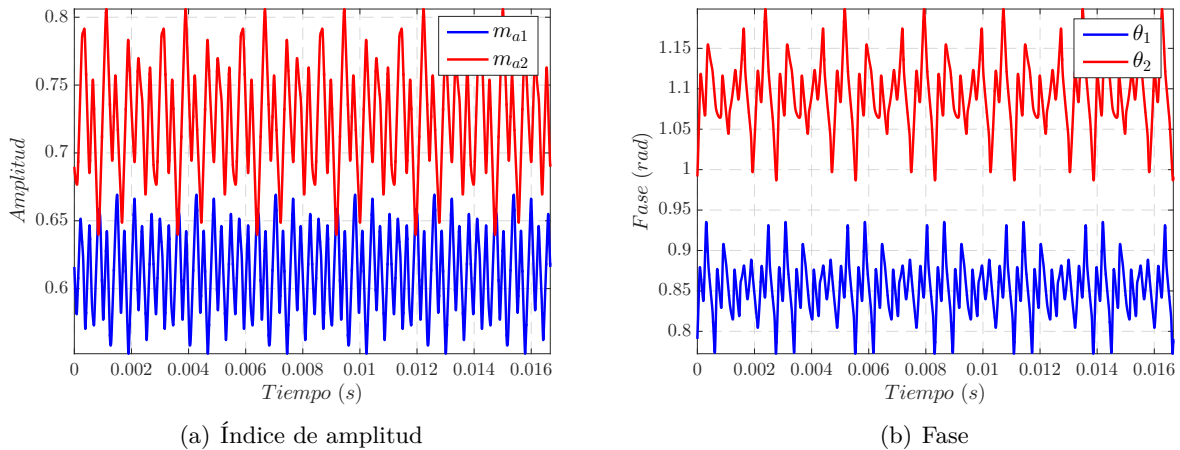
**Figura 2.5:** Corriente en la fase A en el Filtro LCL de la unidad VSC-2 ante perturbación del 5%

2.6 se tienen la corriente en la red y el voltaje del capacitor  $C_{pf}$  que son variables cuyos armónicos son de baja amplitud debido a que los filtros LCL casi eliminan el rizo de conmutación. Se puede observar que los enfoques de linealización propuestos permiten reproducir la dinámica del sistema, sobresaliendo la aproximación numérica respecto a la analítica. Esto se hace más notable en aquellas variables con una gran distorsión armónica como lo son las corrientes en el lado del inversor. El enfoque numérico se asemeja más al no lineal; esto se debe a que la linealización analítica hace

suposiciones conservadoras respecto a las condiciones de operación del sistema. Por ejemplo, para la implementación del modelo analítico se asume que los valores  $m_{an}(t)$  y  $\theta_n(t)$  son constantes en estado estacionario y solo se toma su valor promedio; sin embargo, la Figura 2.7 muestra que ambas tienen rizo, siendo muy alto, pues ronda alrededor del 17 % de los valores promedio para ambas variables. Este componente de alta frecuencia tiene información que es capaz de afectar la aproximación que se logra con el modelo analítico. Por otro lado, vale la pena observar que la modulación SPWM de ambas unidades se encuentra funcionando en su zona lineal, suposición que es muy importante para el modelo desarrollado, pues en caso de sobremodulación los enfoques de linealización aquí presentados comienzan a diferir del sistema no lineal.



**Figura 2.6:** Variables eléctricas de la red ante perturbación del 5 %



**Figura 2.7:** Parámetros de las moduladoras en las unidades VSC-1 y VSC-2

Además de lo anterior, ambos modelos lineales son capaces de retener las propiedades de estabilidad del sistema; para demostrar esto se procede a modificar las ganancias de algún control para cambiar

la posición de los exponentes característicos asociados a los multiplicadores de Floquet que se relacionan con la estabilidad del sistema y los cuales se obtienen calculando los eigenvalores de la matriz  $\Phi$  (que se determina durante la aplicación del método de disparo sobre el sistema no lineal). En la Tabla 2.2 se muestra el cambio en los eigenvalores de las matrices  $\Phi$  y  $\mathbf{A}_{EHD}$  (matriz calculada por medio de los dos enfoques de linealización) conforme se modifica el valor de la ganancia  $k_{p1}$ . Los criterios de estabilidad son los siguientes: para el modelo no lineal la estabilidad se preservará si ninguno de los eigenvalores de la matriz  $\Phi$  tienen una magnitud mayor a la unidad; para el lineal (EHD) ninguno de los eigenvalores de  $\mathbf{A}_{EHD}$  deberá de tener parte real positiva. Es posible obtener los exponentes característicos de  $\Phi$  por medio de la siguiente relación:

$$\rho_m = e^{T_0 \lambda_m}. \quad (2.37)$$

Donde  $\rho_m$  representa algún eigenvalor de  $\Phi$ ,  $T_0$  es el periodo fundamental del sistema y  $\lambda_m$  es el eigenvalor característico asociado a  $\rho_m$ . De esta forma si  $\rho_m$  tiene una magnitud mayor a la unidad,  $\lambda_m$  tendrá parte real positiva.

**Tabla 2.2:** Eigenvalores del sistema más a la derecha en el plano complejo

Modelo	Ganancia $k_{p1}$			
	174.532	157.078	34.906	17.4532
No lineal	$-2.260 \pm j1.223$	$-2.505 \pm j1.569$	$0.365 \pm j4.655$	$1.231 \pm j4.336$
Analítico	$-2.249 \pm j1.243$	$-2.488 \pm j1.609$	$0.364 \pm j4.638$	$1.226 \pm j4.332$
Numérico	$-2.250 \pm j1.249$	$-2.494 \pm j1.602$	$0.371 \pm j4.630$	$1.228 \pm j4.323$

Es importante mencionar que el modelo lineal llega a presentar dificultades para establecer las fronteras de la región de estabilidad al modificarse la ganancia  $k_{p1}$ . Esto se relaciona con las simplificaciones que se llevaron a cabo para obtener este modelo, así que se vuelve importante dar una interpretación a los resultados que se pueden obtener y a la precisión que es capaz de proporcionar; por lo cual es posible decir que los resultados proporcionan una idea cualitativa del escenario en el cuál puede operar el sistema. Los cambios que puede llegar a presentar  $k_{p1}$  y por medio de los cuales se tienen comportamientos estables o inestables, solo son para demostrar que los enfoques lineales en el EHD retienen dicha información.

Por otra parte, el modelo lineal permite evaluar la estabilidad del sistema de una forma más sencilla; en otro caso, el sistema debería de ser analizado por medio del criterio de estabilidad de Lyapunov por medio del modelo no lineal, lo cual es difícil [Kwon et al., 2017]. Cabe mencionar que la inestabilidad debe de ser interpretada de distinta forma dependiendo del modelo analizado; por ejemplo, para el sistema no lineal la inestabilidad se puede ver en una respuesta en el dominio del tiempo que se aleja de la trayectoria de linealización y posteriormente puede llegar a una nueva condición de operación inestable pero acotada.

# CAPÍTULO 3

## Estudio de la Estabilidad por Medio de Análisis Modal

En el capítulo anterior se mostró que el modelo lineal obtenido en el EHD era capaz de retener la información relacionada con las propiedades de estabilidad del sistema, y calculando la parte real de los eigenvalores del sistema se podía inferir si la trayectoria en torno a la cual se estaba haciendo la linealización era estable o no. Sin embargo, a pesar de que por medio del cálculo de los eigenvalores se puede obtener una idea local de la estabilidad del sistema y sus características de desempeño en torno a pequeñas perturbaciones de dicha órbita sobre la cual se ha linealizado; aún se desconoce la forma en que impactan los parámetros del sistema sobre los modos del mismo.

Para ello se recurre al Análisis Modal, herramienta que brinda una visión cualitativa del impacto de los eigenvalores en las variables y a su vez permite identificar la influencia de los parámetros del modelo en el comportamiento dinámico del mismo. Esto permite que el Análisis Modal pueda utilizarse para el estudio de condiciones de operación estresadas (por ejemplo, con una gran cantidad de cargas no lineales interconectadas, fallas eléctricas que modifiquen la impedancia equivalente de la red, unidades de generación que operen con bajas frecuencias de conmutación, entre otras) o como una herramienta auxiliar para el diseño de elementos pasivos en los filtros y de ganancias en los controles. En este capítulo se muestra un ejemplo del uso del Análisis Modal para identificar qué elementos del sistema son más susceptibles a modificar la estabilidad del mismo, y el efecto que los modos con mayor potencial de volverse inestables tienen sobre las variables de estado del sistema. En [Wang et al., 2017] se presenta un estudio similar donde por medio de factores de participación identifican aquellas variables que más influyen en la estabilidad del modelo en pequeña señal; sin embargo, ese estudio no considera el contenido armónico y termina trabajando con un modelo promedio, aunque sí considera el retardo asociado a la implementación digital del control.

### 3.1. Conceptos fundamentales del Análisis Modal

El SMA (por sus siglas en inglés Selective Modal Analysis) es una herramienta que permite efectuar las tareas antes mencionadas, y que está basada en el análisis de sensibilidad que logra identificar

las variables físicas o componentes del sistema que afectan a los modos, permite reducir el orden de los modelos y proporciona un medio para calcular de forma eficiente y precisa los modos que son de mayor importancia e interés en el modelo [Pérez-Arriaga et al., 1990]. El SMA cuenta con tres descomposiciones principales: sensibilidad de eigenvalores, factores de participación y *mode shape*; antes de describir cada uno, se recuerdan propiedades de la matriz de estado [Kundur, 1994].

### 3.1.1. Características propias de la matriz de estado

Los eigenvalores de una matriz son el conjunto de escalares  $\lambda_i$  tales que, para un vector no nulo  $\mathbf{v}_i$  se cumple la siguiente ecuación:

$$\mathbf{A}\mathbf{v}_i = \lambda_i \mathbf{v}_i \quad (3.1)$$

Donde  $\mathbf{A}$  es de dimensión  $n \times n$ . Por lo que los eigenvalores se pueden determinar resolviendo la ecuación:

$$|\lambda \mathbf{I} - \mathbf{A}| = 0 \quad (3.2)$$

Para cada  $\lambda_i$  que se obtiene se vincula un vector (eigenvector) columna  $\mathbf{v}_i$ . De forma similar es posible determinar un vector renglón  $\mathbf{w}_i$  que cumple con la siguiente expresión para cada valor propio:

$$\mathbf{w}_i \mathbf{A} = \lambda_i \mathbf{w}_i \quad (3.3)$$

Con el conjunto de vectores  $\{\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \dots, \mathbf{v}_n\}$  y  $\{\mathbf{w}_1, \mathbf{w}_2, \dots, \mathbf{w}_n\}$  se forman las matrices modales de eigenvectores derechos ( $\mathbf{V}$ ) e izquierdos ( $\mathbf{W}$ ) de la siguiente forma:

$$\begin{aligned} \mathbf{V} &= \begin{bmatrix} \mathbf{v}_1 & \mathbf{v}_2 & \dots & \mathbf{v}_n \end{bmatrix} \\ \mathbf{W} &= \begin{bmatrix} \mathbf{w}_1^T & \mathbf{w}_2^T & \dots & \mathbf{w}_n^T \end{bmatrix}^T \end{aligned} \quad (3.4)$$

Los eigenvectores derechos e izquierdos que no están asociados al mismo eigenvalor son ortogonales, por lo que se tiene:

$$\mathbf{w}_i \mathbf{v}_j = K \delta_{ij} \quad (3.5)$$

Donde  $K$  es una constante cualquiera y  $\delta_{ij}$  es el delta de Kronecker. Cabe mencionar que por la forma en que se calculan los eigenvectores es posible obtener distintos vectores solo difiriendo por un factor de escalamiento; por lo tanto es posible normalizarlos y obtener  $\mathbf{w}_i \mathbf{v}_j = \delta_{ij}$ .



### 3.1.2. Sensibilidad de eigenvalores

Consideremos cómo afecta el cambio en un elemento de la matriz  $\mathbf{A}$  (digamos  $a_{kj}$ ) a un eigenvalor  $\lambda_i$ . Tomando (3.1) y derivando respecto a  $a_{kj}$  se tiene [Kundur, 1994]:

$$\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial a_{kj}} \mathbf{v}_i + \mathbf{A} \frac{\partial \mathbf{v}_i}{\partial a_{kj}} = \frac{\partial \lambda_i}{\partial a_{kj}} \mathbf{v}_i + \lambda_i \frac{\partial \mathbf{v}_i}{\partial a_{kj}} \quad (3.6)$$

Premultiplicando por  $\mathbf{w}_i$  y asumiendo que se han normalizado se puede reducir a lo siguiente:

$$\mathbf{w}_i \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial a_{kj}} \mathbf{v}_i = \frac{\partial \lambda_i}{\partial a_{kj}} \quad (3.7)$$

Desarrollando el lado izquierdo se tiene:

$$\begin{bmatrix} w_{i1} & w_{i2} & \dots & w_{ik} & \dots & w_{in} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & \dots & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_{1i} \\ v_{2i} \\ \vdots \\ v_{ji} \\ \vdots \\ v_{ni} \end{bmatrix} = w_{ik} v_{ji} \quad (3.8)$$

Así, la sensibilidad del eigenvalor  $\lambda_i$  respecto al elemento  $a_{kj}$  es el producto de los elementos en las posiciones  $k$ -ésima y  $j$ -ésima de los eigenvectores izquierdo y derecho respectivamente, es decir:

$$\mathcal{S}_{k,j}^i \triangleq \frac{\partial \lambda_i}{\partial a_{kj}} = w_{ik} v_{ji} \quad (3.9)$$

Para el caso en el cual (3.5) tiene a  $K \neq 1$ , la sensibilidad se puede calcular de la siguiente forma:

$$\mathcal{S}_{k,j}^i \triangleq \frac{\partial \lambda_i}{\partial a_{kj}} = \frac{w_{ik} v_{ji}}{\mathbf{w}_i \mathbf{v}_i} \quad (3.10)$$

### 3.1.3. Factores de participación

Por medio de los eigenvalores derechos e izquierdos es posible identificar las relaciones que existen entre las variables de estado y los modos [Kundur, 1994]; sin embargo, los elementos en los eigenvectores se encuentran fuertemente influenciados por factores de escala que dependen de las unidades en que se expresan las variables de estado. Para ello se pueden combinar los vectores de las matrices  $\mathbf{V}$  y  $\mathbf{W}$  para medir la asociación que existe entre los modos y las variables, es decir la influencia que ejerce un modo en cierta variable y viceversa. La matriz de participación  $\mathbf{P}$  se define de la siguiente

forma:

$$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} \mathbf{p}_1 & \mathbf{p}_2 & \dots & \mathbf{p}_n \end{bmatrix}, \text{ donde:} \quad (3.11)$$

$$\mathbf{p}_i = \begin{bmatrix} v_{1i}w_{i1} & v_{2i}w_{i2} & \dots & v_{ni}w_{in} \end{bmatrix}^T$$

El elemento  $k$ -ésimo de  $\mathbf{p}_i$  (donde  $1 \leq k \leq n$ )  $p_{ki}$ , es denominado el factor de participación y el efecto de multiplicar los elementos de ambos eigenvectores vuelve a  $p_{ki}$  adimensional.

En función de la sensibilidad de los eigenvalores, se tiene que  $p_{ki}$  representa la sensibilidad de  $\lambda_i$  respecto al elemento  $a_{kk}$ :

$$p_{ki} = \frac{\partial \lambda_i}{\partial a_{kk}} = v_{ki}w_{ik} \quad (3.12)$$

### 3.1.4. Mode shape

Considérese el siguiente sistema lineal:

$$\Delta \dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A} \mathbf{x}(t) \quad (3.13)$$

Ya que en general  $\mathbf{A}$  puede tener valores en cualquiera de sus elementos  $a_{i,j}$ , se aprecia un acoplamiento de las variables de estado en cada ecuación diferencial; sin embargo, se puede formular un nuevo sistema equivalente que no tenga dicho acoplamiento por medio de un nuevo vector de estado  $\mathbf{z}(t)$ :

$$\Delta \mathbf{x}(t) = \mathbf{V} \mathbf{z}(t) \quad (3.14)$$

Donde  $\mathbf{V}$  es la matriz de eigenvectores derechos. Sustituyendo (3.14) en (3.13) y simplificando se tiene:

$$\dot{\mathbf{z}}(t) = \mathbf{V}^{-1} \mathbf{A} \mathbf{V} \mathbf{z}(t) = \Lambda \mathbf{z}(t) \quad (3.15)$$

Si  $\mathbf{A}$  no tiene eigenvalores repetidos entonces  $\Lambda$  es una matriz con los eigenvalores en la diagonal. Por lo tanto (3.15) se define como  $n$  ecuaciones de primer orden del tipo  $\dot{z}_i(t) = \lambda_i z_i(t)$ , cuya solución es de la forma  $z_i(t) = z_i(0)e^{\lambda_i t}$  donde  $z_i(0)$  es la condición inicial asociada a la  $i$ -ésima variable. Utilizando (3.14) se encuentra la solución para las variables de estado reales:

$$\Delta \mathbf{x}(t) = \mathbf{V} e^{\Lambda t} \mathbf{V}^{-1} \Delta \mathbf{x}(0) \quad (3.16)$$

Si cada elemento del vector  $\mathbf{V}^{-1} \Delta \mathbf{x}(0)$  se le llama  $c$ , se puede expresar la solución de la siguiente forma:

$$\Delta \mathbf{x}(t) = \sum_{k=1}^n \mathbf{v}_k c_k e^{\lambda_k t} \quad (3.17)$$

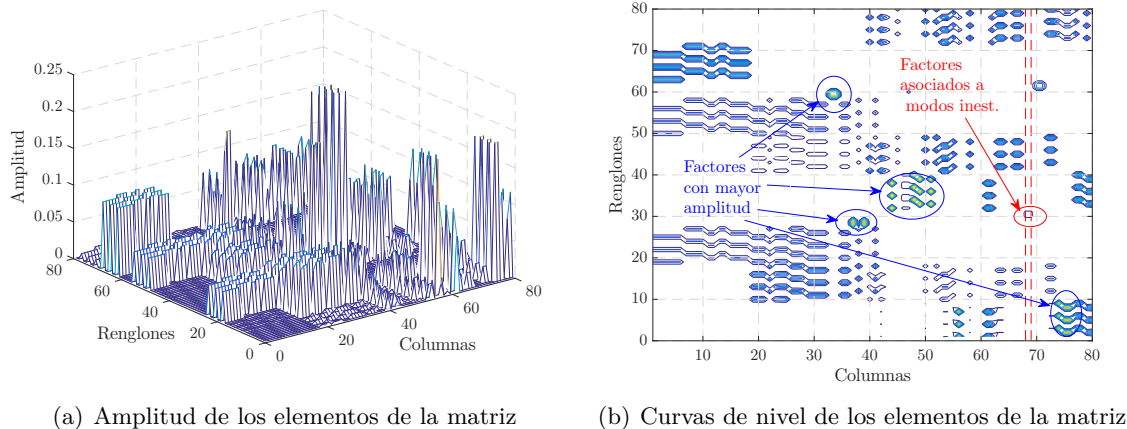
Para la  $i$ -ésima variable se tiene:

$$\Delta x_i(t) = v_{i1}c_1 e^{\lambda_1 t} + v_{i2}c_2 e^{\lambda_2 t} + \dots + v_{in}c_n e^{\lambda_n t} \quad (3.18)$$

Por medio de la magnitud de los coeficientes que multiplican a los términos exponenciales se puede determinar el impacto que cada modo tiene en la variable de interés y como se puede ver, esto se determina por medio de  $\mathbf{V}$  junto con la condición inicial de perturbación.

### 3.2. Descomposición modal del modelo de la microrred

Cuando el sistema se encuentra operando en una condición inestable, se pone en riesgo tanto la infraestructura del sistema como la continuidad en el servicio que se proporciona al cliente. En casos severos se puede presentar una pérdida total en la operación de los elementos generadores (sean generadores síncronos o convertidores de electrónica de potencia); debido a esta razón, es que se vuelve importante determinar la influencia de los parámetros del sistema en su estabilidad, con la finalidad de saber cómo cambiar una condición de operación inestable. Como ejemplo se propone el caso de estudio indicado en la Tabla 2.2 bajo una condición inestable con  $k_{p1} = 17.532$ , escenario en el cual se desea determinar alguna acción operativa que vuelva estable las trayectorias de estado estacionario. Ya que el modelo EHD incrementa su dimensión conforme se considera el efecto de un ancho de banda más amplio (lo que vuelve difícil tratar de representar gráficamente los factores de participación y su relación con variables físicas del sistema) se considera solo la frecuencia fundamental con propósitos meramente ilustrativos; ya que se puede dar una interpretación gráfica de los factores de participación y sensibilidades más sencillo (debido a que el sistema es de menor dimensión), pero es importante recalcar que este mismo estudio puede realizarse para un modelo que considere los armónicos. El modelo a frecuencia fundamental tiene 80 eigenvalores, al calcularlos, se encontró que la inestabilidad se debía a un par complejo conjugado ( $\lambda_{68}$  y  $\lambda_{69}$ ). En la Figura 3.1 se muestra la matriz de factores de participación asociada al sistema.



**Figura 3.1:** Matriz de factores de participación  $\mathbf{P}$ , con  $k_{p1} = 17.532$  a frecuencia fundamental

Como se puede ver en las ecuaciones (3.11) y (3.12), cada columna de  $\mathbf{P}$  se relaciona con un eigenvalor del sistema y cada elemento de dicha columna con un elemento en la diagonal de la matriz  $\mathbf{A}_{EHD}$ .

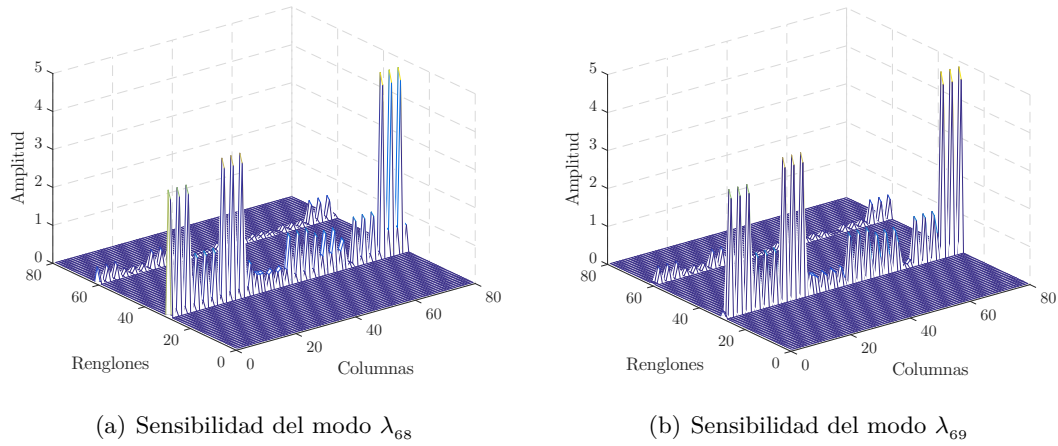
En la Figura 3.1-(b) se muestra en óvalos de color azul algunos factores con las mayores amplitudes; sin embargo, las columnas donde se encuentran estos valores están asociadas a modos estables, por lo cual ante variaciones ligeras en algún(os) parámetro(s) del sistema estos modos continuarán siendo estables. Por otro lado, con líneas rojas discontinuas se indican las columnas que se relacionan con los eigenvalores inestables, de donde se puede apreciar que éstos solo tienen factores de participación en los renglones 30 y 31 quienes se relacionan con las acciones de control integral  $d$  y  $q$  en la unidad VSC-1, es decir  $\Delta x_{in_1}^d(t)$  y  $\Delta x_{in_1}^q(t)$ . Por lo tanto se tiene que  $\frac{\partial \lambda_{68}}{\partial a_{30,30}}$ ,  $\frac{\partial \lambda_{68}}{\partial a_{31,31}}$ ,  $\frac{\partial \lambda_{69}}{\partial a_{30,30}}$  y  $\frac{\partial \lambda_{69}}{\partial a_{31,31}}$  son los factores más importantes ya que determinan la estabilidad, además es posible realizar las siguientes aproximaciones:

$$\begin{aligned}
 \Delta \lambda_{68} &\approx p_{30,68} \Delta a_{30,30} \\
 \Delta \lambda_{68} &\approx p_{31,68} \Delta a_{31,31} \\
 \Delta \lambda_{69} &\approx p_{30,69} \Delta a_{30,30} \\
 \Delta \lambda_{69} &\approx p_{31,69} \Delta a_{31,31}
 \end{aligned} \tag{3.19}$$

De esta forma, es posible determinar qué parámetros del sistema se encuentran en los elementos  $a_{30,30}$  y  $a_{31,31}$  y relacionarlos con los cambios en los eigenvalores indicados. Además, es posible determinar cómo afecta cada término de la matriz del modelo lineal a los eigenvalores inestables, esto por medio del cálculo de sensibilidades. En la Figura 3.2 se muestran las sensibilidades de  $\lambda_{68}$  y  $\lambda_{69}$  respecto a cada elemento de  $\mathbf{A}_{EHD}$  la cual muestra que principalmente se relacionan con los términos ubicados en los renglones 30 y 31 que se relacionan con  $\Delta x_{in_1}^d(t)$  y  $\Delta x_{in_1}^q(t)$ , respectivamente. Cabe mencionar que aunque hay elementos que pueden indicar una gran influencia debida a algún elemento particular de  $\mathbf{A}_{EHD}$ , revisando sus elementos se encontró que este era un término vacío, ya que no contenía información algún parámetro del sistema. En la Tabla 3.1 se muestran las sensibilidades que se relacionan con elementos no nulos de la matriz.

**Tabla 3.1:** Sensibilidad de los eigenvalores inestables con el modelo a frecuencia fundamental

Eigenvalor $\lambda_{68}$		Eigenvalor $\lambda_{69}$	
Respecto al elemento	Valor ( $\mathcal{S}_{i,j}^{68}$ )	Respecto al elemento	Valor ( $\mathcal{S}_{i,j}^{69}$ )
$a_{30,1}$	$-2.9731 + j0.8963$	$a_{30,3}$	$-2.9731 - j0.8963$
$a_{30,4}$	$0.7103 - j3.0230$	$a_{30,6}$	$0.7103 + j3.0230$
$a_{30,7}$	$2.2628 + j2.1266$	$a_{30,9}$	$2.2628 - j2.1266$
$a_{31,1}$	$0.5252 + j3.2662$	$a_{31,3}$	$0.5252 - j3.2662$
$a_{31,4}$	$-3.0913 - j1.1782$	$a_{31,6}$	$-3.0913 + j1.1782$
$a_{31,7}$	$2.566 - j2.088$	$a_{31,9}$	$2.566 + j2.088$
$a_{30,28}$	$-0.2165 + j0.7739$	$a_{30,28}$	$-0.2165 - j0.7739$
$a_{31,28}$	$0.7865 + j0.3382$	$a_{31,28}$	$0.7865 - j0.3382$



**Figura 3.2:** Sensibilidad de los eigenvalores inestables respecto a la matriz  $\mathbf{A}_{EHD}$

Lor renglones 30 y 31 tienen las siguientes ecuaciones en el dominio del tiempo:

$$\begin{aligned}
 \frac{d\Delta x_{in1}^d(t)}{dt} &= -\frac{2k_{i1}I_b}{3X_b} \text{sen}(\omega_0 t + \gamma_{10}) \Delta i_{i1a} - \frac{2k_{i1}I_b}{3X_b} \text{sen}\left(\omega_0 t + \gamma_{10} - \frac{2\pi}{3}\right) \Delta i_{i1b} \\
 &\quad - \frac{2k_{i1}I_b}{3X_b} \text{sen}\left(\omega_0 t + \gamma_{10} + \frac{2\pi}{3}\right) \Delta i_{i1c} \\
 &\quad - \frac{2k_{i1}I_b}{3X_b} \left[ \cos(\omega_0 t + \gamma_{10}) i_{i1a} + \cos\left(\omega_0 t + \gamma_{10} - \frac{2\pi}{3}\right) i_{i1b} + \cos\left(\omega_0 t + \gamma_{10} + \frac{2\pi}{3}\right) i_{i1c} \right] \Delta \gamma_1 \\
 \frac{d\Delta x_{in1}^q(t)}{dt} &= -\frac{2k_{i1}I_b}{3X_b} \cos(\omega_0 t + \gamma_{10}) \Delta i_{i1a} - \frac{2k_{i1}I_b}{3X_b} \cos\left(\omega_0 t + \gamma_{10} - \frac{2\pi}{3}\right) \Delta i_{i1b} \\
 &\quad - \frac{2k_{i1}I_b}{3X_b} \cos\left(\omega_0 t + \gamma_{10} + \frac{2\pi}{3}\right) \Delta i_{i1c} \\
 &\quad + \frac{2k_{i1}I_b}{3X_b} \left[ \text{sen}(\omega_0 t + \gamma_{10}) i_{i1a} + \text{sen}\left(\omega_0 t + \gamma_{10} - \frac{2\pi}{3}\right) i_{i1b} + \text{sen}\left(\omega_0 t + \gamma_{10} + \frac{2\pi}{3}\right) i_{i1c} \right] \Delta \gamma_1
 \end{aligned} \tag{3.20}$$

Donde se ve que las variables de estado se multiplican por términos variantes y periódicos en el tiempo que se evalúan en las trayectorias de estado estacionario. Transformando al EHD es posible identificar los elementos de  $\mathbf{A}_{EHD}$  que se indican en la Tabla 3.1:

$$\begin{aligned}
 a_{30,1} &= -\frac{2k_{i1}I_b}{j6X_b} e^{j\gamma_{10}} & a_{30,3} &= \frac{2k_{i1}I_b}{j6X_b} e^{-j\gamma_{10}} \\
 a_{30,4} &= -\frac{2k_{i1}I_b}{j6X_b} e^{j(\gamma_{10}-2\pi/3)} & a_{30,6} &= \frac{2k_{i1}I_b}{j6X_b} e^{-j(\gamma_{10}-2\pi/3)} \\
 a_{30,7} &= -\frac{2k_{i1}I_b}{j6X_b} e^{j(\gamma_{10}+2\pi/3)} & a_{30,9} &= \frac{2k_{i1}I_b}{j6X_b} e^{-j(\gamma_{10}+2\pi/3)}
 \end{aligned} \tag{3.21}$$

$$\begin{aligned}
a_{31,1} &= -\frac{2k_{i1}I_b}{6X_b} e^{j\gamma_{10}} & a_{31,3} &= -\frac{2k_{i1}I_b}{6X_b} e^{-j\gamma_{10}} \\
a_{31,4} &= -\frac{2k_{i1}I_b}{6X_b} e^{j(\gamma_{10}-2\pi/3)} & a_{31,6} &= -\frac{2k_{i1}I_b}{6X_b} e^{-j(\gamma_{10}-2\pi/3)} \\
a_{31,7} &= -\frac{2k_{i1}I_b}{6X_b} e^{j(\gamma_{10}+2\pi/3)} & a_{31,9} &= -\frac{2k_{i1}I_b}{6X_b} e^{-j(\gamma_{10}+2\pi/3)}
\end{aligned} \tag{3.22}$$

Los elementos  $a_{30,28}$  y  $a_{31,28}$  se pueden encontrar transformando al EHD (3.23) y (3.24) respectivamente.

$$a_{30,28} = -\frac{2k_{i1}I_b}{3X_b} \left[ \cos(\omega_0 t + \gamma_{10}) i_{i1a} + \cos\left(\omega_0 t + \gamma_{10} - \frac{2\pi}{3}\right) i_{i1b} + \cos\left(\omega_0 t + \gamma_{10} + \frac{2\pi}{3}\right) i_{i1c} \right] \tag{3.23}$$

$$a_{31,28} = \frac{2k_{i1}I_b}{3X_b} \left[ \text{sen}(\omega_0 t + \gamma_{10}) i_{i1a} + \text{sen}\left(\omega_0 t + \gamma_{10} - \frac{2\pi}{3}\right) i_{i1b} + \text{sen}\left(\omega_0 t + \gamma_{10} + \frac{2\pi}{3}\right) i_{i1c} \right] \tag{3.24}$$

Ya que se supone un sistema balanceado, las corrientes sobre las que se evalúan las expresiones conforman un conjunto trifásico y suponiendo que dicha corriente se puede expresar de la siguiente forma para la fase A:

$$i_{i1A} = A_1 \text{sen}(\omega_0 t + \alpha_1) \tag{3.25}$$

En dicha expresión  $A_1$  es la amplitud y  $\alpha_1$  la fase de la corriente en terminales de la unidad VSC-1. Obteniendo expresiones similares para las fases B y C se pueden simplificar (3.23) y (3.24) obteniendo los siguientes coeficientes:

$$a_{30,28} = -\frac{k_{i1}I_b A_1}{X_b} \text{sen}(\alpha_1 - \gamma_{10}) \quad a_{31,28} = \frac{k_{i1}I_b A_1}{X_b} \cos(\alpha_1 - \gamma_{10}) \tag{3.26}$$

Debido a que se tiene un modelo a frecuencia fundamental la diferencia angular en los argumentos será una constante, lo cual indica que  $a_{30,28}$  y  $a_{31,28}$  también lo son. El cambio en  $\lambda_{68}$  respecto a los elementos  $a_{i,j}$  indicados en la Tabla 3.1 se expresa de la siguiente forma:

$$\begin{aligned}
\Delta\lambda_{68} &\approx \mathcal{S}_{30,1}^{68} \Delta a_{30,1} + \mathcal{S}_{30,4}^{68} \Delta a_{30,4} + \mathcal{S}_{30,7}^{68} \Delta a_{30,7} + \mathcal{S}_{30,28}^{68} \Delta a_{30,28} \\
&\quad + \mathcal{S}_{31,1}^{68} \Delta a_{31,1} + \mathcal{S}_{31,4}^{68} \Delta a_{31,4} + \mathcal{S}_{31,7}^{68} \Delta a_{31,7} + \mathcal{S}_{31,28}^{68} \Delta a_{31,28}
\end{aligned} \tag{3.27}$$

Una expresión similar se puede obtener para  $\Delta\lambda_{69}$ ; los cambios en los elementos  $a_{i,j}$  pueden ser ocasionados por eventos tales como desajustes de ganancias, desconexión de una línea de transmisión o falla en la misma, conexión o desconexión de cargas, reconfiguración del sistema, entre otras. Se puede observar que el valor propio puede cambiar tanto su frecuencia (parte imaginaria) como su amortiguamiento (parte real) modificando alguno de los siguientes parámetros: la ganancia integral del control de la unidad VSC-1 ( $k_{i1}$ ), los valores base  $I_b$  y  $X_b$ , o modificando el ángulo calculado por el PLL ( $\gamma_{10}$ ). Ahora bien, los valores base se relacionan con el tamaño del sistema, es decir para sistemas de gran capacidad y bajo voltaje  $I_b$  y  $X_b$  serán grandes. Por otra parte la ganancia  $k_{i1}$  contribuye a modificar el desempeño del sistema en el transitorio; sin embargo, no influye en el valor

de estado estacionario pero sí en la estabilidad de dicho estado (de esta forma las trayectorias sobre las que se linealiza no se modifican o lo hacen poco, respecto a las que se calculan con la ganancia indicada en la Tabla 1.1).

En cuanto al ángulo  $\gamma_{10}$ , al ser la fase del voltaje en el PCC de la unidad VSC-1, se relaciona con los valores del alimentador:  $R_{f1}$  y  $L_{f1}$ , la impedancia de la red y la corriente que circula por el mismo (que a su vez se relaciona directamente con la potencia real y reactiva que dicha unidad entrega); también se observa que al ser  $\gamma_{10}$  argumento de una exponencial compleja, puede cambiar las partes reales e imaginarias de  $\lambda_{68}$ . Primero se considerará que solo se puede operar sobre la ganancia del control  $k_{i1}$  (los otros parámetros no se mantienen constantes) y como segundo ejemplo se verá el efecto del cambio solo en  $\gamma_{10}$ .

A partir de (3.27) se pueden expresar las variaciones en  $k_{i1}$  de la siguiente forma:

$$\begin{aligned} \Delta\lambda_{68} \approx & -\frac{I_b}{X_b} \left[ \mathcal{S}_{30,1}^{68} \frac{e^{j\gamma_{10}}}{j3} + \mathcal{S}_{30,4}^{68} \frac{e^{j(\gamma_{10}-2\pi/3)}}{j3} + \mathcal{S}_{30,7}^{68} \frac{e^{j(\gamma_{10}+2\pi/3)}}{j3} + \mathcal{S}_{30,28}^{68} A_1 \text{sen}(\alpha_1 - \gamma_{10}) \right. \\ & \left. + \mathcal{S}_{31,1}^{68} \frac{e^{j\gamma_{10}}}{3} + \mathcal{S}_{31,4}^{68} \frac{e^{j(\gamma_{10}-2\pi/3)}}{3} + \mathcal{S}_{31,7}^{68} \frac{e^{j(\gamma_{10}+2\pi/3)}}{3} - \mathcal{S}_{31,28}^{68} A_1 \text{cos}(\alpha_1 - \gamma_{10}) \right] \Delta k_{i1} \end{aligned} \quad (3.28)$$

Realizando las operaciones indicadas en (3.28) con  $\gamma_{10} = 21.47^\circ$ ,  $I_b = 1804.42$  A,  $X_b = 10 \times 10^5$  V,  $A_1 = 0.8484$  p.u. y bajo la suposición de que el PLL es capaz de estimar correctamente el ángulo del PCC, entonces el esquema de control de la unidad VSC-1 fuerza a que las corrientes del lado del inversor se encuentren en fase con el voltaje del PCC (además, ya que la unidad VSC-1 está trabajando con f.p.= 1 quiere decir que  $\alpha_1 = \gamma_{10}$ ), se tiene la siguiente simplificación:

$$\Delta\lambda_{68} \approx (0.002937 - j0.01089) \Delta k_{i1} \quad (3.29)$$

Esto indica una tendencia del eigenvalor a moverse hacia el semiplano derecho complejo al presentarse incrementos en la ganancia  $k_{i1}$  respecto a su valor nominal y también que el modo se dirigirá hacia el semiplano izquierdo cuando la ganancia disminuya. Es importante mencionar que la relación (3.29) será válida para variaciones pequeñas en  $k_{i1}$ , por lo cual el nuevo eigenvalor  $\lambda_{68}^{approx}$  se obtiene como se muestra a continuación:

$$\lambda_{68}^{approx} \approx \lambda_{68}^o + \Delta\lambda_{68} \quad (3.30)$$

Donde  $\lambda_{68}^o$  es el modo original del sistema cuando no hay cambios en  $k_{i1}$  (para el caso de estudio presentado  $\lambda_{68}^o = 1.2260 - j4.332$ ). En la Tabla 3.2 se muestran las comparaciones entre los modos calculados utilizando (3.30) y el exponente característico asociado al máximo multiplicador de Floquet, ambos para distintas ganancias.

En la Tabla 3.3 se consideran cambios de mayor porcentaje y se compara el eigenvalor del modelo lineal con el correspondiente exponente característico asociado al máximo multiplicador de Floquet del sistema no lineal. Al incrementar la ganancia el sistema se vuelve más inestable y conforme disminuye, el eigenvalor dominante del sistema muestra una tendencia a dirigirse hacia el semiplano izquierdo. Sin embargo, se puede ver que para grandes reducciones en la ganancia  $k_{i1}$ , el cambio

**Tabla 3.2:** Variaciones del eigenvalor  $\lambda_{68}$  ante pequeñas variaciones en  $k_{i1}$ 

$k_{i1}$	$\Delta k_{i1}$ (%)	$\lambda_{68}^{approx}$ (ec. (3.29) y ec. (3.30))	Exponente característico	Error (%)
387.196	0%	$1.2260 - j4.3320$	$1.2305 - j4.3363$	$0.3657 + j0.0992$
406.55	+5%	$1.2828 - j4.5428$	$1.2871 - j4.5479$	$0.3341 + j0.1121$
425.909	+10%	$1.3397 - j4.7536$	$1.3435 - j4.7590$	$0.2828 + j0.1135$
445.268	+15%	$1.3965 - j4.9644$	$1.3996 - j4.9706$	$0.2215 + j0.1247$
329.11	-15%	$1.0554 - j3.6995$	$1.0584 - j3.7007$	$0.2834 + j0.0324$
348.471	-10%	$1.1122 - j3.9103$	$1.1161 - j3.9128$	$0.3494 + j0.0639$

**Tabla 3.3:** Efecto de  $k_{i1}$  en la estabilidad del sistema no lineal

$k_{i1}$	$\Delta k_{i1}$ (%)	$\lambda_{68}^{approx}$ (ec. (3.29) y ec. (3.30))	Exponente característico	Error (%)
774.391	+100	$2.3631 - j8.5485$	$2.3330 - j8.5364$	$1.2902 + j0.1417$
503.354	+30	$1.5671 - j5.5969$	$1.5667 - j5.6030$	$0.0255 + j0.1089$
174.532	-54.92	$0.6014 - j2.0160$	$0.5771 - j1.9955$	$4.2107 + j1.0273$
46.635	-87.95	$0.2257 - j0.6232$	$0.1531 - j0.5436$	$47.4200 + j14.6431$

aproximado ya no se puede obtener utilizando la aproximación lineal, pues deja de ser válida.

Ahora se considerará que se puede cambiar el ángulo de la fase en el voltaje del PCC de la unidad VSC-1 ( $\gamma_{10}$ ), esto se puede lograr modificando las referencias de potencia en el control de dicha unidad, o cambiando la impedancia de la red.

El efecto que tiene una variación en dicho ángulo se puede determinar utilizando (3.27) pero ahora los cambios en los términos  $\Delta a_{i,j}$  se obtienen derivando respecto a ( $\gamma_{10}$ ), lo cual resulta en la siguiente expresión:

$$\Delta \lambda_{68} \approx -\frac{k_{i1} I_b}{X_b} \left[ \mathcal{S}_{30,1}^{68} \frac{e^{j\gamma_{10}}}{3} + \mathcal{S}_{30,4}^{68} \frac{e^{j(\gamma_{10}-2\pi/3)}}{3} + \mathcal{S}_{30,7}^{68} \frac{e^{j(\gamma_{10}+2\pi/3)}}{3} - \mathcal{S}_{30,28}^{68} A_1 \cos(\alpha_1 - \gamma_{10}) \right. \\ \left. + j \mathcal{S}_{31,1}^{68} \frac{e^{j\gamma_{10}}}{3} + j \mathcal{S}_{31,4}^{68} \frac{e^{j(\gamma_{10}-2\pi/3)}}{3} + j \mathcal{S}_{31,7}^{68} \frac{e^{j(\gamma_{10}+2\pi/3)}}{3} - \mathcal{S}_{31,28}^{68} A_1 \sin(\alpha_1 - \gamma_{10}) \right] \Delta \gamma_{10} \quad (3.31)$$

Bajo las mismas condiciones de operación utilizadas para el caso anterior:  $\gamma_{10} = 21.47^\circ$ ,  $I_b = 1804.42$  A,  $X_b = 10 \times 10^5$  V,  $A_1 = 0.8484$  p.u.,  $k_{i1} = 387.196$  y  $\alpha_1 = \gamma_{10}$  se tiene:

$$\Delta \lambda_{68} \approx (4.2915 - j1.1298) \Delta \gamma_{10} \quad (3.32)$$



Se puede ver que el modo es más sensible a cambios en el ángulo del PCC, en la Tabla 3.4 se muestran variaciones de la impedancia de la red y el cambio que se logra en el ángulo  $\gamma_{10}$ . La relación lineal (3.32) se mantiene para variaciones muy pequeñas en torno a  $\gamma_{10}$ , aproximadamente alrededor del  $\pm 10\%$  del valor en torno al cual se obtiene el modelo lineal; es decir, el modo más dominante del modelo lineal es muy cercano al máximo multiplicador de Floquet (del modelo no lineal), pues el error entre estos dos valores es menor al 7%.

**Tabla 3.4:** Efecto del cambio de la impedancia en la red en la estabilidad del sistema

Impedancia (%)	$\Delta\gamma_{10}$ (%)	$\lambda_{68}^n$	Exponente característico	Error (%)
-70 %	-65.02	$0.1803 - j4.6072$	$-0.4403 - j5.2800$	$140.9494 + j12.7424$
-50 %	-46.716	$0.4747 - j4.5297$	$0.5302 - j5.104$	$10.4677 + j11.2520$
-20 %	-18.896	$0.92212 - j4.4119$	$0.7741 - j4.7022$	$19.1216 + j6.1737$
-10 %	-9.492	$1.0733 - j4.3721$	$1.0055 - j4.5290$	$6.7429 + j3.4643$
-5 %	-4.755	$1.1495 - j4.3521$	$1.1189 - j4.4350$	$2.7348 + j1.8692$
-3 %	-2.850	$1.1801 - j4.3440$	$1.1637 - j4.3964$	$1.4093 + j1.1919$
-2 %	-1.900	$1.1954 - j4.3400$	$1.1860 - j4.3766$	$0.7926 + j0.8363$
-1 %	-0.945	$1.2107 - j4.3360$	$1.2083 - j4.3566$	$0.1986 + j0.4728$
0 %	0	$1.2260 - j4.3320$	$1.2305 - j4.3363$	$0.3657 + j0.0992$
1 %	0.964	$1.2415 - j4.3279$	$1.2526 - j4.3159$	$0.8862 + j0.2780$
2 %	1.918	$1.2568 - j4.3238$	$1.2746 - j4.2953$	$1.3965 + j0.6635$
3 %	2.878	$1.2722 - j4.3198$	$1.2965 - j4.2745$	$1.8743 + j1.0598$
5 %	4.797	$1.3031 - j4.3116$	$1.3402 - j4.2322$	$2.7682 + j1.8761$
10 %	9.618	$1.3806 - j4.2912$	$1.4478 - j4.1230$	$4.6415 + j4.0796$
20 %	19.361	$1.5373 - j4.2500$	$1.6561 - j3.8880$	$7.1735 + j9.3107$

Para variaciones mayores, se muestra una discrepancia notable cuando la impedancia cambia hasta un 50 y 70 por ciento de su valor nominal; sin embargo, cuando se tiene un  $\Delta\gamma_{10}$  negativo se tiene una reducción en la ubicación del exponente característico, lo cual concuerda cualitativamente con (3.32) pues el aporte en la parte real del eigenvalor sería negativo.

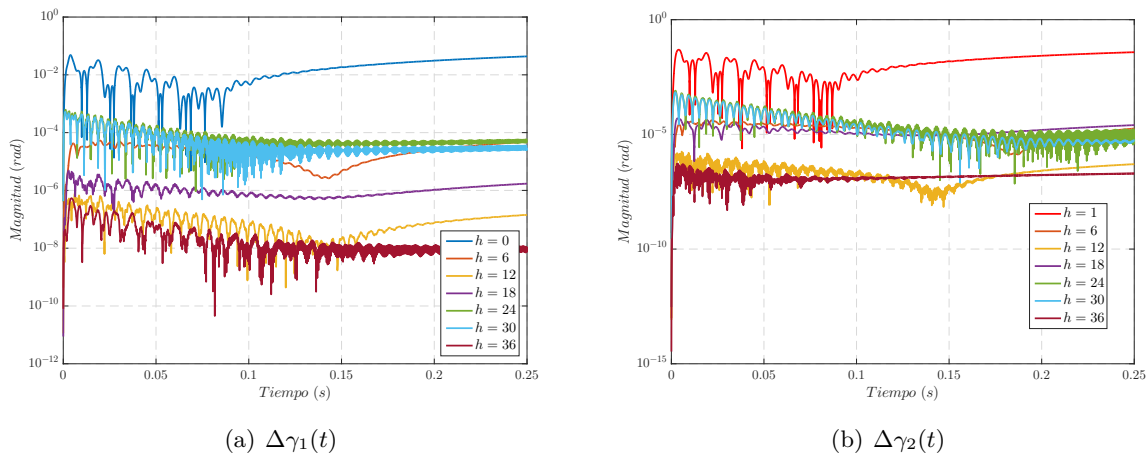
El cambio en la impedancia puede llegar a deberse a fallas en el sistema eléctrico, de tal forma que una porción del mismo se desconecta, lo cual termina por afectar a la impedancia que es representada en el equivalente Thévenin; además, la misma red eléctrica tiene un comportamiento dinámico de tal forma que constantemente se reconfigura y de esta forma cambia su impedancia equivalente.

Lo anterior mostró que es posible volver estable la operación del sistema no lineal y por otro lado, el impacto directo que tiene la impedancia de la red sobre la estabilidad del sistema. Se puede

decir que el modelo lineal es capaz de proporcionar información que permite establecer condiciones de operación que contribuyen a que los eigenvalores pierdan o ganen amortiguamiento y con ello determinar si el sistema puede volver a operar en una condición segura o si es riesgoso continuar trabajando.

Por último se presentan los *mode shape* del sistema en la condición de inestabilidad. De manera semejante al análisis que se realiza sobre sistemas con generadores síncronos donde se tratan de ubicar oscilaciones congruentes o en contrafase que puedan ayudar a determinar modos y oscilaciones inter-área, es posible utilizar el modelo que se tiene en el EHD para determinar qué unidades de generación VSC pueden comenzar a oscilar con respecto a otras unidades.

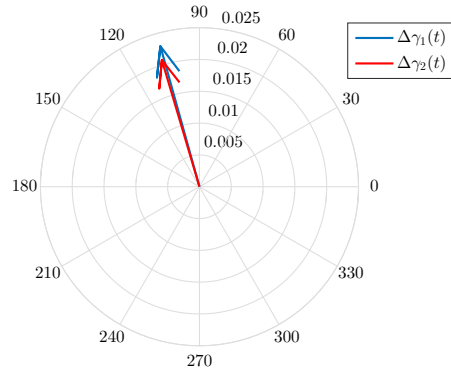
Ya que en los sistemas con generadores síncronos convencionales usualmente se determina el *mode shape* de los ángulos internos de los rotores como una medida para estudiar la evolución del amortiguamiento en las oscilaciones de los rotores y también el intercambio entre la energía cinética que se almacena en dicha máquina, sería natural investigar el equivalente en una unidad de generación VSC: el ángulo de la moduladora  $\theta_n(t)$ ; sin embargo, este no es una variable de estado pero depende en gran medida del ángulo del PCC (ya que de esta manera, conociendo el ángulo de la moduladora en una unidad y del PCC, es posible determinar la transferencia de potencia) el cual sí es variable de estado. Por lo tanto se selecciona el ángulo estimado por el PLL de las dos unidades para determinar la forma en que oscilan. Ahora se utiliza un modelo con  $h = 40$  y se observa la evolución dinámica de los componentes armónicos de los ángulos  $\Delta\gamma_1(t)$  y  $\Delta\gamma_2(t)$  que se muestran en la Figura 3.3 y corresponde a la magnitud de los armónicos de cada variable, donde la escala vertical es logarítmica.



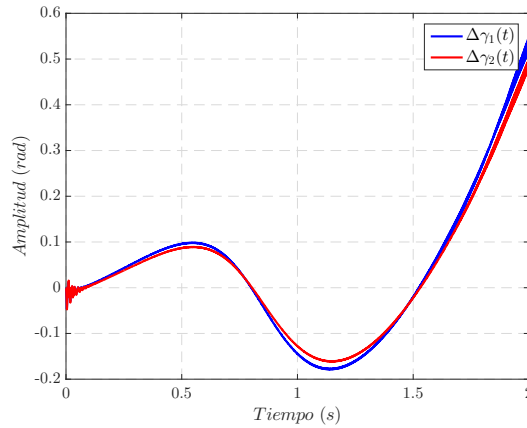
**Figura 3.3:** Evolución dinámica de los componentes armónicos en los ángulos estimados por los PLL

El componente con mayor amplitud en ambos casos es la de CD, en la Figura 3.4 se muestran los *mode shape* del componente de CD, los cuales se encuentran casi en fase por lo tanto se puede esperar que ambas unidades comiencen a oscilar congruentemente. En la Figura 3.5 se puede ver la forma en que diverge la fase del voltaje en los dos PCC, las cuales efectivamente se encuentran casi en fase. Este fenómeno puede relacionarse de forma semejante a las oscilaciones que tienen los

generadores síncronos; sin embargo, las unidades basadas en electrónica de potencia no tienen inercia física, por lo que pueden ser más susceptibles a perturbaciones en la red que pongan en riesgo el buen funcionamiento del sistema y en un caso severo pueden dejar fuera de operación a la unidad afectada.



**Figura 3.4:** *Mode shape* de los ángulos estimados por los PLL



**Figura 3.5:** Evolución dinámica de los ángulos estimados por los PLL

Además para este modelo con  $h = 40$  en la Figura 3.6-(a) se muestra la ubicación de los eigenvalores del sistema (para ello se utilizó el modelo analítico): en rojo se muestran los que son inestables y en azul los estables, se aprecia un patrón de ubicación sobre bandas a lo largo de partes reales constantes, de esta forma pareciera que se tienen bandas verticales, sin embargo, realizando un acercamiento se ven pequeñas diferencias en la parte real de los modos. Para este caso se tienen 26 eigenvalores en el semiplano derecho, los cuales se enlistan en la Tabla 3.5.

En la Figura 3.6-(b) se muestra la influencia de estos valores propios sobre las variables de estado. Se puede observar que solo un par tiene valores de gran magnitud que impactan a las variables del sistema, que corresponde a  $\lambda_{710}$  y  $\lambda_{711}$  es decir  $1.2285 \pm j4.3279$ . En la Tabla 3.6 se muestran las variables de estado en el EHD más influenciadas por estos eigenvalores, las cuales son las corrientes

en la entrada y salida del filtro LCL en la unidad VSC-1, junto con la corriente de la red  $\mathbf{i}_g(t)$ . Ya que la perturbación se aplicó sobre el control de esta unidad es de esperar que sus variables se relacionen más con los eigenvalores inestables del sistema. Cabe mencionar que a pesar de que no se muestra el efecto de otros valores propios en el sistema (debido a que su efecto sobre las variables del sistema es menor al 5 % con respecto al efecto de  $\lambda_{710}$  y  $\lambda_{711}$ ) si tienen un impacto negativo sobre la operación del sistema aunque, es más notable el efecto de los eigenvalores propios dominantes de baja frecuencia.

**Tabla 3.5:** Eigenvalores inestables del modelo lineal con  $h = 40$

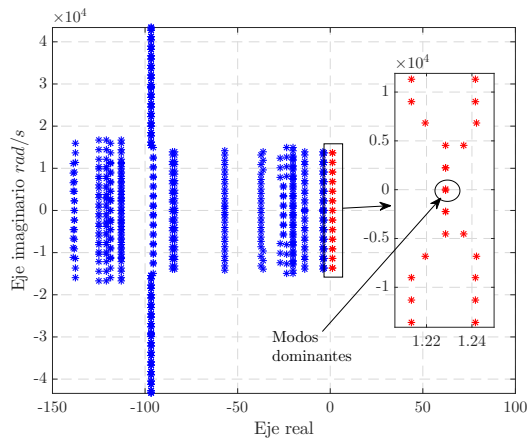
Eigenvalor $\lambda_x$	Valor	Eigenvalor $\lambda_x$	Valor	Eigenvalor $\lambda_x$	Valor
232	$1.2135 - j1.3576 \times 10^4$	657	$1.2285 - j2.2663 \times 10^4$	299	$1.2415 + j1.1305 \times 10^4$
202	$1.2135 + j1.3576 \times 10^4$	655	$1.2285 - j2.2576 \times 10^3$	302	$1.2415 - j1.1305 \times 10^4$
297	$1.2135 + j1.1314 \times 10^4$	658	$1.2285 + j2.2576 \times 10^3$	365	$1.2415 + j9.0435 \times 10^3$
300	$1.2135 - j1.1314 \times 10^4$	710	$1.2285 - j4.3279$	379	$1.2415 - j9.0435 \times 10^3$
377	$1.2135 - j9.0521 \times 10^3$	711	$1.2285 + j4.3279$	201	$1.2415 + j1.3567 \times 10^4$
366	$1.2135 + j9.0521 \times 10^3$	556	$1.2285 + j4.5282 \times 10^3$	233	$1.2415 - j1.3567 \times 10^4$
466	$1.2192 + j6.7902 \times 10^3$	565	$1.2285 - j4.5282 \times 10^3$	481	$1.2421 - j6.7815 \times 10^3$
480	$1.2192 - j6.7902 \times 10^3$	559	$1.2363 + j4.5196 \times 10^3$	469	$1.2421 + j6.7815 \times 10^3$
661	$1.2285 + j2.2663 \times 10^3$	563	$1.2363 - j4.5196 \times 10^3$		

**Tabla 3.6:** Variables más influenciadas por los eigenvalores inestables

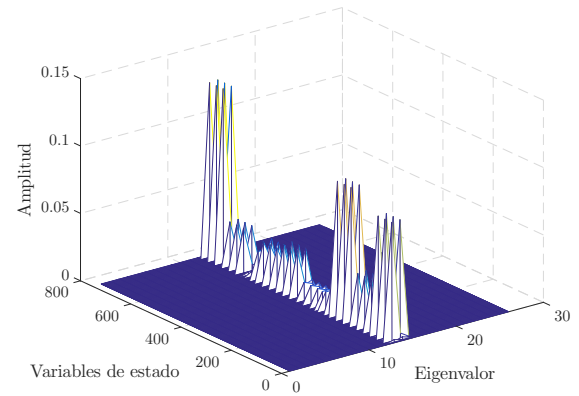
$\lambda_{710}$	$\lambda_{711}$
$I_{i1_{A(-1)}}(t)$	$I_{i1_{A(1)}}(t)$
$I_{i1_{B(-1)}}(t)$	$I_{i1_{B(1)}}(t)$
$I_{i1_{C(-1)}}(t)$	$I_{i1_{C(1)}}(t)$
$I_{1_{A(-1)}}(t)$	$I_{1_{A(1)}}(t)$
$I_{1_{B(-1)}}(t)$	$I_{1_{B(1)}}(t)$
$I_{1_{C(-1)}}(t)$	$I_{1_{C(1)}}(t)$
$I_{g_{A(-1)}}(t)$	$I_{g_{A(1)}}(t)$
$I_{g_{B(-1)}}(t)$	$I_{g_{B(1)}}(t)$
$I_{g_{C(-1)}}(t)$	$I_{g_{C(1)}}(t)$

Determinar el *mode shape* de las unidades de generación, permite identificar islas o grupos de unidades que pueden llegar a oscilar en fase y este agrupamiento en islas permite simplificar el análisis ya que todas las unidades se pueden representar por medio de una sola unidad equivalente.

Además, también puede ser posible utilizar el conocimiento de la formación de islas para establecer zonas de protección de tal forma que al comenzar a oscilar se desconecten de la microrred.



(a) Ubicación de los modos del sistema



(b) Efecto sobre las variables de estado

**Figura 3.6:** Eigenvalores del sistema

# Conclusiones

El desarrollo tecnológico está impulsando cada vez más el uso de la electrónica de potencia en distintos niveles de consumo y potencia, una de las grandes aplicaciones que se la ha dado está relacionada con la integración de fuentes de generación no convencionales a la red tradicional. A pesar de los índices de desempeño y comportamiento dinámico que se pueden lograr con el uso de convertidores basados en electrónica de potencia en lazo cerrado, inyectan armónicos en el sistema. Como se vió, estos componentes de alta frecuencia interactúan con los elementos reactivos del sistema y los lazos de control, volviendo susceptible a la red eléctrica de perder estabilidad. Los métodos de análisis que se han empleado para estudiar la propiedad de estabilidad del sistema, hacen uso de modelos en pequeña señal y son obtenidos sobre un punto de operación. Sin embargo, los marcos de estudio que se utilizan con mayor frecuencia (como los que se mencionaron en este trabajo) hacen suposiciones conservadoras en las condiciones de operación del sistema y terminan por despreciar el contenido armónico propio de los convertidores y al final pueden resultar en modelos promediados. En esta tesis se propuso un modelo en ecuaciones de espacio de estado que permite representar un sistema con múltiples unidades de generación conectadas en paralelo, el sistema se comparó contra simuladores comerciales y con esto se pudo validar su formulación. Posteriormente se empleó el EHD, para obtener un modelo de pequeña señal; este marco de estudio permitió retener el efecto de los armónicos y el acoplamiento que se presenta. Además, el sistema se linealizó sobre una trayectoria de operación. Se propusieron dos modelos lineales de estudio: uno cuya formulación es analítica y otro numérica, debido a que los modelos se tienen que evaluar sobre una trayectoria de operación de estado estacionario, el sistema debe de integrarse hasta que el transitorio se extinga; sin embargo, esto causa problemas debido a los tiempos que se necesitan invertir para el cálculo de la simulación y por otro lado la conmutación de los convertidores requiere que los pasos de integración sean pequeños. Como una alternativa se utilizó el método de disparo DEE para llevar al sistema a su estado estacionario y con la finalidad de disminuir la rigidez de los modelos en el dominio del tiempo se utilizaron aproximaciones de las funciones de conmutación basadas en aproximaciones hiperbólicas y de series de Fourier.

Por otra parte, el uso del método de disparo permitió establecer el cálculo del modelo linealizado en el EHD de forma numérica, este modelo es capaz de modelar prácticamente cualquier sistema no lineal, periódico y conmutado que pueda escribirse en forma de espacio de estado. Se compararon ambos modelos y se encontró que son capaces de reproducir el comportamiento del sistema no lineal así como su estabilidad, teniendo ligeramente mejores aproximaciones en el modelo numérico. Con el modelo lineal se pueden realizar varios estudios de sistemas lineales (diagramas de Bode o Nyquist que son comunmente utilizados en los estudios de estabilidad), y como prueba se realizó una descomposición

modal para identificar aquellos eigenvalores que causaban el comportamiento inestable. Por medio de los factores de participación se identificó qué parámetros del sistema se encuentran más fuertemente relacionados con la estabilidad del sistema, que resultaron ser la ganancia proporcional del controlador y la impedancia equivalente de la red. En los casos de estudios presentados se determinó que la ganancia asociada al término integral del control en la unidad 1 puede influir en la ubicación de los eigenvalores en el plano complejo. El efecto que se pudo observar se propagó en las variables del sistema las cuales resultaron con oscilaciones sostenidas. Los eigenvalores que se calcularon pusieron de manifiesto el poco amortiguamiento de los modos dominantes que además contribuye al crecimiento de las oscilaciones. Sin embargo, este valor es tan pequeño que el sistema evoluciona muy lento, de esta forma se pueden tratar de implementar acciones correctivas para regresar al sistema a su trayectoria estable.

Finalmente este trabajo puede continuar, logrando alcances más amplios que los que se han mostrado, por lo que se proponen las siguientes trabajos futuros:

- Investigar el acoplamiento armónico entre variables de CA y el bus de CD, debido a esto se debe de considerar cambiar la estructura del control en cada unidad VSC.
- Bajo la hipótesis de continuar trabajando un sistema balanceado, obtener un modelo monofásico en el EHD.
- Considerar sistemas desbalanceados y su efecto en la estabilidad.
- Obtener un modelo lineal que considere un sistema excitado del tipo:

$$\Delta \dot{x} = A\Delta x + B\Delta u$$

- Estudiar el efecto de distintos tipos de modulación PWM en la operación del convertidor electrónico.
- Modelar sistemas con la inclusión de convertidores multinivel.
- Realizar una reducción de orden en el sistema utilizando el análisis modal.
- Incluir modelos de parámetros distribuidos y dependientes de la frecuencia.
- Modelar sistemas que tengan el efecto del retardo debido a la implementación digital de los controladores y a los tiempos de viaje de las ondas viajeras.

# Anexo

A continuación se muestra el archivo que contiene el sistema de ecuaciones diferenciales del modelo de estudio presentado en el Capítulo 1 para  $N$  unidades interconectadas a la red.

```
1 function dx=inversorLCL_multi_pu_latex(t,x)
2 %El vector x tiene 13*num+6 variables de estado, donde
3 %num es la cantidad de inversores en paralelo
4 %sistema modelado en pu
5 global Ri Li Rd Cf R L Rf Lf KP KI VCD IDREF IQREF MF Lg Rg
6 global Ccap kp_pll ki_pll Vp f num
7 global Vb Sb Ib Zb Anb wb Xb Lb Cb
8 w0=2*pi*f;
9 vred=Vp*[sin(w0*t); sin(w0*t-2*pi/3); sin(w0*t+2*pi/3)];
10 AA=zeros(3,1);
11 for k=1:num
12     ii=x(13*(k-1)+1:13*(k-1)+3);
13     vf=x(13*(k-1)+4:13*(k-1)+6);
14     ig=x(13*(k-1)+7:13*(k-1)+9);
15     gamma=x(13*(k-1)+10);
16     wi=x(13*(k-1)+11);
17     xind=x(13*(k-1)+12);
18     xinq=x(13*(k-1)+13);
19     v_cap=x(13*num+1:13*num+3);
20     it=x(13*num+4:13*num+6);
21
22     Theta1=w0*t+Anb*gamma;
23     T1=-2/3*[cos(Theta1) cos(Theta1-2*pi/3) cos(Theta1+2*pi/3)];
24
25     C1=2/3*[sin(Theta1) sin(Theta1-2*pi/3) sin(Theta1+2*pi/3)
26            cos(Theta1) cos(Theta1-2*pi/3) cos(Theta1+2*pi/3)];
27
28     d_ig1=Rd(k)*wb/(Lf(k)+L(k))*ii-(Rd(k)+Rf(k)+R(k))*wb/(Lf(k)+L(k))*ig+vf*wb/(
29         Lf(k)+L(k))-v_cap*wb/(Lf(k)+L(k));
30
31     vpcc1=Rf(k)*(ig)+Lf(k)/wb*d_ig1+v_cap;
32
33     vtpcc1=T1*vpcc1; %para la sincronizacion1
34
35     %componentes en dq de la corriente y el voltaje
36     idq1=C1*ii;
37     vred_dq1=C1*vtpcc1;
```



```

38     %err_d1=IDREF(k)-idq1(1);
39     %err_q1=IQREF(k)-idq1(2);
40
41     %ud1=KP(k)*err_d1/Zb+xind*Xb/Vb;
42     %uq1=KP(k)*err_q1/Zb+xinq*Xb/Vb;
43
44     Leq=Li(k)+L(k);
45
46     sd1=2/VCD(k)*(-w0*Leq*idq1(2)/wb+vred_dq1(1)+KP(k)*(IDREF(k)-idq1(1))/Zb+Xb*
47         xind/Vb);
48     sq1=2/VCD(k)*(w0*Leq*idq1(1)/wb+vred_dq1(2)+KP(k)*(IQREF(k)-idq1(2))/Zb+Xb*
49         xinq/Vb);
50
51     ma1=sqrt(sd1^2+sq1^2)/Vp;
52     theta1=atan2(sq1,sd1);
53
54     %moduladoras para VSC1
55     modA1=ma1*sin(w0*t+theta1);
56     modB1=ma1*sin(w0*t+theta1-2*pi/3);
57     modC1=ma1*sin(w0*t+theta1+2*pi/3);
58     trian1=sawtooth(MF(k)*w0*t+1.5*pi,0.5);
59
60     %%Conmutado
61     C_pwm=15;
62     sa1=(tanh(C_pwm*(modA1-trian1))+1)/2;
63     sb1=(tanh(C_pwm*(modB1-trian1))+1)/2;
64     sc1=(tanh(C_pwm*(modC1-trian1))+1)/2;
65
66     ss1=(sa1+sb1+sc1)/3;
67
68     g1=[sa1-ss1;sb1-ss1;sc1-ss1];
69     AA=AA+ig;
70     dx(13*(k-1)+1:13*k,1)=[-(Ri(k)+Rd(k))*wb/Li(k)*ii-wb/Li(k)*vf+Rd(k)*wb/Li(k)*
71         ig+VCD(k)*wb/Li(k)*g1
72         wb*1/Cf(k)*ii-wb*1/Cf(k)*ig
73         d_ig1
74         -w0/Anb+wi*wb/Anb-kp_pll*vtpcc1*Vb/
75         Anb
76         -ki_pll*vtpcc1*Vb/wb
77         KI(k)*(IDREF(k)-idq1(1))*Ib/Xb
78         KI(k)*(IQREF(k)-idq1(2))*Ib/Xb];
79 end
80
81 dx(13*num+1:13*num+6,1)=[wb*1/(Ccap/Cb)*(AA-it)
82     -(Rg/Zb)*wb/(Lg/Lb)*it+v_cap*wb/(Lg/Lb)-(vred/Vb)*wb/(Lg/Lb)];
83 end

```

# Bibliografía

- [iee, 2011] (2011). IEEE Guide for Design, Operation, and Integration of Distributed Resource Island Systems with Electric Power Systems. *IEEE Std 1547.4-2011*, pages 1–54.
- [A. Yazdani, 2010] A. Yazdani, R. I. (2010). *Voltage-Sourced Converters in Power Systems: Modeling, Control and Applications*. IET.
- [Agundis-Tinajero et al., 2016] Agundis-Tinajero, G., Segundo, J., Pena, R., Nunez, C., Visairo, N., Guerrero, J., and Savaghebi, M. (2016). Harmonic issues assessment on pwm vsc-based controlled microgrids using newton methods. *IEEE Transactions on Smart Grid*.
- [Ainsworth, 1967] Ainsworth, J. D. (1967). Harmonic instability between controlled static convertors and a.c. networks. *Electrical Engineers, Proceedings of the Institution of*, 114(7):949–957.
- [Aprille and Trick, 1972] Aprille, T. J. and Trick, T. N. (1972). Steady-state analysis of nonlinear circuits with periodic inputs. *Proceedings of the IEEE*, 60(1):108–114.
- [Arrillaga and Watson, 2008] Arrillaga, J. and Watson, N. (2008). The harmonic domain revisited. In *Harmonics and Quality of Power, 2008. ICHQP 2008. 13th International Conference on*, pages 1–9. IEEE.
- [Barros et al., 2013] Barros, J., Diego, R. I., and de Apraíz, M. (2013). A discussion of new requirements for measurement of harmonic distortion in modern power supply systems. *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, 62(8):2129–2139.
- [Bian et al., 2014] Bian, J., Li, H., and Zheng, T. Q. (2014). Stability analysis of grid-connected inverters with lcl-filter based on harmonic balance and floquet theory. In *2014 International Power Electronics Conference (IPEC-Hiroshima 2014 - ECCE ASIA)*, pages 3314–3319.
- [Blasko and Kaura, 1996] Blasko, V. and Kaura, V. (1996). A novel control to actively damp resonance in input lc filter of a three phase voltage source converter. In *Applied Power Electronics Conference and Exposition, 1996. APEC '96. Conference Proceedings 1996., Eleventh Annual*.
- [Bollen et al., 2014] Bollen, M., Olofsson, M., Larsson, A., Rönnberg, S., and Lundmark, M. (2014). Standards for supraharmonics (2 to 150 khz). *IEEE Electromagnetic Compatibility Magazine*, pages 114–119.
- [Bollen et al., 2008] Bollen, M. H. J., Ribeiro, P. F., Larsson, E. O. A., and Lundmark, C. M. (2008). Limits for voltage distortion in the frequency range 2 to 9 khz. *IEEE Transactions on Power Delivery*, pages 1481–1487.

- [Cao et al., 2016] Cao, W., Ma, Y., and Wang, F. (2016). Harmonic stability analysis and controller parameter design of three-phase inverter-based multi-bus ac systems based on sequence impedances. In *2016 IEEE Energy Conversion Congress and Exposition (ECCE)*, pages 1–8.
- [Chavez and Ramirez, 2008] Chavez, J. J. and Ramirez, A. (2008). Dynamic harmonic domain modeling of transients in three-phase transmission lines. *IEEE Transactions on Power Delivery*, 23(4):2294–2301.
- [Chen et al., 2016] Chen, Z., Chen, Y., Guerrero, J., Kuang, H., Huang, Y., Zhou, L., and Luo, A. (2016). Generalized coupling resonance modeling, analysis, and active damping of multi-parallel inverters in microgrid operating in grid-connected mode. *Journal of Modern Power Systems and Clean Energy*, pages 63–75.
- [Chen et al., 2017] Chen, Z., Luo, A., Kuang, H., Zhou, L., Chen, Y., and Huang, Y. (2017). Harmonic resonance characteristics of large-scale distributed power plant in wideband frequency domain. *Electric Power Systems Research*, pages 53 – 65.
- [Chung, 2000] Chung, S.-K. (2000). A phase tracking system for three phase utility interface inverters. *IEEE Transactions on Power Electronics*.
- [CONUEE, 2017] CONUEE (2017). Ley para el aprovechamiento de energías renovables y el financiamiento de la transición energética. <https://www.gob.mx/conuee/acciones-y-programas/que-es-la-generacion-distribuida>.
- [Dannehl et al., 2009] Dannehl, J., Wessels, C., and Fuchs, F. W. (2009). Limitations of voltage-oriented pi current control of grid-connected pwm rectifiers with *lcl* filters. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 56(2):380–388.
- [Enslin and Heskes, 2004] Enslin, J. H. R. and Heskes, P. J. M. (2004). Harmonic interaction between a large number of distributed power inverters and the distribution network. *IEEE Transactions on Power Electronics*, 19(6):1586–1593.
- [Esparza et al., 2017a] Esparza, M., Segundo, J., Núñez, C., Wang, X., and Blaabjerg, F. (2017a). A comprehensive design approach of power electronic-based distributed generation units focused on power-quality improvement. *IEEE Transactions on Power Delivery*, 32(2):942–950.
- [Esparza et al., 2017b] Esparza, M., Segundo-Ramírez, J., Kwon, J. B., Wang, X., and Blaabjerg, F. (2017b). Modeling of vsc-based power systems in the extended harmonic domain. *IEEE Transactions on Power Electronics*, 32(8):5907–5916.
- [Hatziargyriou and Meliopoulos, 2002] Hatziargyriou, N. D. and Meliopoulos, A. P. S. (2002). Distributed energy sources: technical challenges. In *2002 IEEE Power Engineering Society Winter Meeting. Conference Proceedings (Cat. No.02CH37309)*, volume 2, pages 1017–1022 vol.2.

- [Karami et al., 2017] Karami, E., Madrigal, M., Gharehpetian, G. B., Rouzbehi, K., and Rodriguez, P. (2017). Single-phase modeling approach in dynamic harmonic domain. *IEEE Transactions on Power Systems*, PP(99):1–1.
- [Katiraei and Iravani, 2006] Katiraei, F. and Iravani, M. R. (2006). Power management strategies for a microgrid with multiple distributed generation units. *IEEE Transactions on Power Systems*.
- [Katiraei et al., 2007] Katiraei, F., Iravani, M. R., and Lehn, P. W. (2007). Small-signal dynamic model of a micro-grid including conventional and electronically interfaced distributed resources. *IET Generation, Transmission Distribution*.
- [Katiraei et al., 2008] Katiraei, F., Iravani, R., Hatziargyriou, N., and Dimeas, A. (2008). Microgrids management. *IEEE Power and Energy Magazine*, 6(3):54–65.
- [Kroposki et al., 2010] Kroposki, B., Pink, C., DeBlasio, R., Thomas, H., Simões, M., and Sen, P. K. (2010). Benefits of power electronic interfaces for distributed energy systems. *IEEE Transactions on Energy Conversion*, 25(3):901–908.
- [Kundur, 1994] Kundur, P. (1994). *Power System Stability and Control*. McGraw-Hill, California.
- [Kwon et al., 2015] Kwon, J., Wang, X., Bak, C. L., and Blaabjerg, F. (2015). Comparative evaluation of modeling methods for harmonic stability analysis of three-phase voltage source converters. In *Proceedings of PCIM Europe 2015; International Exhibition and Conference for Power Electronics, Intelligent Motion, Renewable Energy and Energy Management*, pages 1–9.
- [Kwon et al., 2017] Kwon, J., Wang, X., Blaabjerg, F., Bak, C., Wood, A., and Watson, N. (2017). Linearized modeling methods of ac-dc converters for an accurate frequency response. *IEEE Journal of Emerging and Selected Topics in Power Electronics*.
- [Lasseter, 2002] Lasseter, R. H. (2002). Microgrids. In *Power Engineering Society Winter Meeting, 2002. IEEE*, volume 1, pages 305–308 vol.1.
- [Li et al., 2015] Li, H., Bian, J., Shang, J., Zheng, T. Q., and Hao, R. (2015). A novel stability analysis method for the dc-ac inverter with nonlinear loads based on harmonic balance and floquet theory. In *2015 9th International Conference on Power Electronics and ECCE Asia (ICPE-ECCE Asia)*, pages 2382–2387.
- [Liserre et al., 2005] Liserre, M., Blaabjerg, F., and Hansen, S. (2005). Design and control of an lcl-filter-based three-phase active rectifier. *IEEE Transactions on Industry Applications*, 41(5):1281–1291.
- [Liserre et al., 2007] Liserre, M., Blaabjerg, F., and Teodorescu, R. (2007). Grid impedance estimation via excitation of lcl -filter resonance. *IEEE Transactions on Industry Applications*, 43(5):1401–1407.

- [Liserre et al., 2006] Liserre, M., Teodorescu, R., and Blaabjerg, F. (2006). Stability of photovoltaic and wind turbine grid-connected inverters for a large set of grid impedance values. *IEEE Transactions on Power Electronics*, 21(1):263–272.
- [Love and Wood, 2008] Love, G. N. and Wood, A. R. (2008). Harmonic state space model of power electronics. In *Harmonics and Quality of Power, 2008. ICHQP 2008. 13th International Conference on*, pages 1–6. IEEE.
- [Masaud and Mistry, 2016] Masaud, T. M. and Mistry, R. D. (2016). Fault current contribution of Renewable Distributed Generation: An overview and key issues. In *2016 IEEE Conference on Technologies for Sustainability (SusTech)*, pages 229–234.
- [Math H. J. Bollen, 2011] Math H. J. Bollen, F. H. (2011). *Integration of Distributed Generation in the Power System*. Wiley.
- [Medina et al., 2013] Medina, A., Segundo-Ramirez, J., Ribeiro, P., Xu, W., Lian, K. L., Chang, G. W., Dinavahi, V., and Watson, N. R. (2013). Harmonic analysis in frequency and time domain. *IEEE Transactions on Power Delivery*, 28(3):1813–1821.
- [Menth and Meyer, 2006] Menth, S. and Meyer, M. (2006). Low frequency power oscillations in electric railway systems. *ELEKTRISCHE BAHNEN-CHARLOTTENBURG THEN BERLIN THEN MUNCHEN-*, 104(5):216.
- [Mohan et al., 1995] Mohan, N., Underland, M., T., and Robins, W. P. (1995). *Power Electronics: Converters, Applications and Design*. Wiley.
- [Mollerstedt and Bernhardsson, 2000] Mollerstedt, E. and Bernhardsson, B. (2000). Out of control because of harmonics-an analysis of the harmonic response of an inverter locomotive. *IEEE Control Systems*, 20(4):70–81.
- [Nabavi-Niaki and Iravani, 1996] Nabavi-Niaki, A. and Iravani, M. R. (1996). Steady-state and dynamic models of unified power flow controller (upfc) for power system studies. *IEEE Transactions on Power Systems*, 11(4):1937–1943.
- [Nocedal and Wright, 2006] Nocedal, J. and Wright, S. J. (2006). *Numerical Optimization*. Springer New York.
- [Parker and Chua, 2012] Parker, T. S. and Chua, L. (2012). *Practical numerical algorithms for chaotic systems*. Springer Science & Business Media.
- [Pérez-Arriaga et al., 1990] Pérez-Arriaga, I. J., Verghese, G. C., Pagola, F., Sancha, J. L., and Schweppe, F. C. (1990). Developments in selective modal analysis of small-signal stability in electric power systems. *Automatica*, pages 215 – 231.
- [Ramirez, 2011] Ramirez, A. (2011). The modified harmonic domain: Interharmonics. *IEEE Transactions on Power Delivery*, 26(1):235–241.

- [Rico et al., 2003] Rico, J. J., Madrigal, M., and Acha, E. (2003). Dynamic harmonic evolution using the extended harmonic domain. *IEEE Transactions on Power Delivery*, 18(2):587–594.
- [Rocabert et al., 2012] Rocabert, J., Luna, A., Blaabjerg, F., and Rodríguez, P. (2012). Control of Power Converters in AC Microgrids. *IEEE Transactions on Power Electronics*, 27(11):4734–4749.
- [S. Chowdhury and Crossley, 2009] S. Chowdhury, S. P. C. and Crossley, P. (2009). *Microgrids and Active Distribution Networks*. IET.
- [Salis et al., 2016] Salis, V., Costabeber, A., Zanchetta, P., and Cox, S. (2016). Stability analysis of single-phase grid-feeding inverters with pll using harmonic linearisation and linear time periodic (ltp) theory. In *2016 IEEE 17th Workshop on Control and Modeling for Power Electronics (COMPEL)*, pages 1–7.
- [Schauder and Mehta, 1993] Schauder, C. and Mehta, H. (1993). Vector analysis and control of advanced static var compensators. *IEE Proceedings C - Generation, Transmission and Distribution*, 140(4):299–306.
- [Segundo-Ramirez and Medina, 2009] Segundo-Ramirez, J. and Medina, A. (2009). Modeling of facts devices based on spwm vsocs. *IEEE Transactions on Power Delivery*, 24(4):1815–1823.
- [Segundo-Ramirez and Medina, 2010] Segundo-Ramirez, J. and Medina, A. (2010). Computation of the steady-state solution of nonlinear power systems by extrapolation to the limit cycle using a discrete exponential expansion method. *International Journal of Nonlinear Sciences and Numerical Simulation*.
- [Segundo-Ramírez et al., 2012] Segundo-Ramírez, J., Medina, A., Ghosh, A., and Ledwich, G. (2012). Stability boundary analysis of the dynamic voltage restorer in weak systems with dynamic loads. *International journal of circuit theory and applications*, 40(6):551–569.
- [Song and Blaabjerg, 2017] Song, Y. and Blaabjerg, F. (2017). Analysis on the behavior of undamped and unstable high frequency resonance in dfig system. *IEEE Transactions on Power Electronics*, PP(99):1–1.
- [Srividhya et al., 2016] Srividhya, J. P., Sivakumar, D., and Shanmathi, T. (2016). A review on causes, effects, and detection techniques of harmonics in the power system. In *2016 International Conference on Computation of Power, Energy Information and Communication (ICCPEIC)*, pages 680–686.
- [Sun, 2009] Sun, J. (2009). Small-signal methods for ac distributed power systems; a review. *IEEE Transactions on Power Electronics*, 24(11):2545–2554.
- [Sun, 2011] Sun, J. (2011). Impedance-based stability criterion for grid-connected inverters. *IEEE Transactions on Power Electronics*, 26(11).

- [Vargas and Ramirez, 2016] Vargas, U. and Ramirez, A. (2016). Reduced-order extended harmonic domain modeling of switched networks. In *2016 17th International Conference on Harmonics and Quality of Power (ICHQP)*, pages 581–586.
- [Vatu et al., 2017] Vatu, R., Seritan, G., Ceaki, O., and Mancasi, M. (2017). Microgrids operation improvement using storage technologies. In *2017 10th International Symposium on Advanced Topics in Electrical Engineering (ATEE)*, pages 791–796.
- [Wang et al., 2014] Wang, X., Blaabjerg, F., and Wu, W. (2014). Modeling and analysis of harmonic stability in an ac power-electronics-based power system. *IEEE Transactions on Power Electronics*.
- [Wang et al., 2015] Wang, Y., Wang, X., Blaabjerg, F., and Chen, Z. (2015). Eigenvalue-based harmonic stability analysis method in inverter-fed power systems. In *IECON 2015 - 41st Annual Conference of the IEEE Industrial Electronics Society*, pages 003277–003282.
- [Wang et al., 2016a] Wang, Y., Wang, X., Blaabjerg, F., and Chen, Z. (2016a). Harmonic stability analysis of inverter-fed power systems using component connection method. In *2016 IEEE 8th International Power Electronics and Motion Control Conference (IPEMC-ECCE Asia)*, pages 2667–2674.
- [Wang et al., 2017] Wang, Y., Wang, X., Blaabjerg, F., and Chen, Z. (2017). Harmonic instability assessment using state-space modeling and participation analysis in inverter-fed power systems. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 64(1):806–816.
- [Wang et al., 2016b] Wang, Y., Wang, X., Chen, Z., and Blaabjerg, F. (2016b). State-space-based harmonic stability analysis for paralleled grid-connected inverters. In *IECON 2016 - 42nd Annual Conference of the IEEE Industrial Electronics Society*, pages 7040–7045.
- [Wen et al., 2013] Wen, B., Boroyevich, D., Mattavelli, P., Shen, Z., and Burgos, R. (2013). Influence of phase-locked loop on input admittance of three-phase voltage-source converters. In *2013 Twenty-Eighth Annual IEEE Applied Power Electronics Conference and Exposition (APEC)*, pages 897–904.
- [Wereley, 1990] Wereley, N. M. (1990). *Analysis and control of linear periodically time varying systems*. PhD thesis, Massachusetts Institute of Technology.
- [Yoo and Sul, 2009] Yoo, H. and Sul, S. K. (2009). A novel approach to reduce line harmonic current for a three-phase diode rectifier-fed electrolytic capacitor-less inverter. In *2009 Twenty-Fourth Annual IEEE Applied Power Electronics Conference and Exposition*, pages 1897–1903.
- [Zare and Kumar, 2016] Zare, F. and Kumar, D. (2016). Harmonics analysis of industrial and commercial distribution networks with high penetration of power electronics converters. In *2016 Australasian Universities Power Engineering Conference (AUPEC)*, pages 1–6.

- 
- [Zare et al., 2017] Zare, F., Soltani, H., Kumar, D., Davari, P., Delpino, H. A. M., and Blaabjerg, F. (2017). Harmonic emissions of three-phase diode rectifiers in distribution networks. *IEEE Access*, 5:2819–2833.
- [Zhang et al., 2015] Zhang, C., Wang, X., and Blaabjerg, F. (2015). Analysis of phase-locked loop influence on the stability of single-phase grid-connected inverter. In *2015 IEEE 6th International Symposium on Power Electronics for Distributed Generation Systems (PEDG)*, pages 1–8.