



Universidad Autónoma de San Luis Potosí
Facultad de Ingeniería
Centro de Investigación y Estudios de Posgrado

**ANÁLISIS Y MODELADO DEL PROCESO DE
EMBUTIDO PROFUNDO DE LÁMINA METÁLICA
DE FORMAS ELÍPTICAS**

T E S I S

Que para obtener el grado de:

**MAESTRO EN INGENIERÍA MECÁNICA
CON ORIENTACIÓN TERMINAL EN
MECATRÓNICA Y SISTEMAS MECÁNICOS**

Presenta:

ING. EDMAR ALVAREZ SANCHEZ

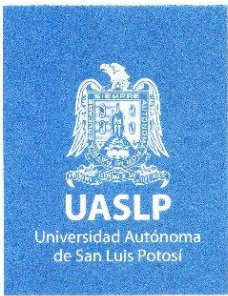
Asesor:

DR. HUGO IVÁN MEDELLÍN CASTILLO

San Luis Potosí, S. L. P.

Septiembre de 2019





FACULTAD DE
INGENIERÍA

15 de agosto de 2019

**ING. EDMAR ALVAREZ SÁNCHEZ
P R E S E N T E.**

En atención a su solicitud de Temario, presentada por el **Dr. Hugo Iván Medellín Castillo**, Asesor de la Tesis que desarrollará Usted, con el objeto de obtener el Grado de **Maestro en Ingeniería Mecánica con Orientación Terminal en Mecatrónica y Sistemas Mecánicos**, me es grato comunicarle que en la Sesión del H. Consejo Técnico Consultivo celebrada el día 15 de agosto del presente, fue aprobado el Temario propuesto:

TEMARIO:

“Análisis y modelado del proceso de embutido profundo de lámina metálica de formas elípticas”

Introducción

1. Antecedentes teóricos del formado de metal.
2. Análisis del embutido profundo de lámina metálica.
3. Modelo numérico para el análisis de embutido de lámina metálica.
4. Evaluación del desempeño de las ecuaciones de la fuerza y altura de embutido elíptico.
5. Análisis paramétrico de la fuerza y altura de embutido elíptico.
6. Análisis y discusión de resultados.

Conclusiones.

Referencias.

Anexos.

“MODOS ET CUNCTARUM RERUM MENSURAS AUDEBO”

ATENTAMENTE

**M. I. JORGÉ ALBERTO PÉREZ GONZÁLEZ
DIRECTOR.**

DE SAN LUIS POTOSÍ
FACULTAD DE INGENIERÍA
DIRECCION

www.uaslp.mx

Copia. Archivo.
*etn.

Av. Manuel Nava 8
Zona Universitaria - CP 78290
San Luis Potosí, S.L.P.
tel. (444) 826 2330 al39
fax (444) 826 2336

“2019, aniversario 160 de la fundación del Instituto Científico y Literario de San Luis Potosí”

Resumen

El proceso de embutido de lámina es ampliamente utilizado en la industria automotriz, aeronáutica, de electrodomésticos, y en general en toda la industria metalmecánica. La importancia de este proceso se debe a las características mejoradas en términos de resistencia/peso de los productos que se obtienen mediante este proceso. Sin embargo, aun cuando es un proceso ampliamente utilizado en la industria, su estudio y entendimiento es muy limitado debido a la complejidad de los mecanismos de deformación elasto-plástica que ocurren, así como a la influencia de los diversos parámetros del proceso involucrados. El proceso de embutido de formas circulares ha sido ampliamente estudiado; sin embargo, en el caso de embutidos de formas irregulares o diferentes a la circular, los conocimientos siguen siendo muy limitados.

El presente proyecto de tesis consiste en analizar y modelar numéricamente el proceso de embutido de lámina metálica de formas distintas a las circulares. En particular se pretende analizar la altura máxima y la fuerza máxima de embutido de formas elípticas. El objetivo es derivar y evaluar modelos teóricos para determinar la altura y fuerza máxima de embutido de piezas con forma elíptica. Para lograr lo anterior se utilizan modelos teóricos existentes para el embutido cilíndrico y rectangular, así como los resultados de modelos numéricos MEF y/o datos experimentales disponibles en la literatura o industria. Debido a que no fue posible encontrar casos experimentales de embutidos elípticos, se acondicionaron las formas circulares y rectangulares obtenidas de la literatura tomando únicamente las propiedades del material y las variables del proceso, pero modificando la geometría. De esta manera se obtuvo un número considerable de casos de estudio que fueron evaluados mediante MEF y mediante las expresiones analíticas propuestas para la fuerza y la altura máxima de embutido elíptico.

Contenido

Resumen	I
Contenido.....	II
Lista de figuras	VI
Lista de tablas	X
Nomenclatura	XI
Introducción.....	1
Planteamiento del proyecto de tesis	2
Objetivo general.....	2
Objetivos particulares	2
Estructura de tesis	3
Capítulo 1. Antecedentes teóricos del formado de metal.....	5
1.1. Fundamentos del formado de metal	5
1.1.1. Comportamiento elastoplástico del material	5
1.1.1.1. Curvas de esfuerzo-deformación de ingeniería.....	6
1.1.1.2. Curvas de esfuerzo-deformación verdadera	7
1.1.1.3. Endurecimiento por deformación.....	8
1.1.1.4. Sensibilidad a la velocidad de deformación.....	9
1.1.2. Anisotropía.....	10
1.2. Clasificación del formado de metal.....	12
1.2.1. Procesos de deformación volumétrica	13
1.2.2. Formado de lámina metálica	14
1.3. Embutido cilíndrico	16
1.4. Embutido de formas irregulares	19
1.4.1. Trabajos relacionados	19
1.5. Parámetros del embutido	20
1.5.1. Parámetros geométricos.....	21
1.5.2. Parámetros del material	24
1.5.3. Parámetros del proceso	26
1.6. Defectos de embutido	28
Capítulo 2. Análisis del embutido profundo de lámina metálica.....	30

2.1.	Análisis del embutido cilíndrico	30
2.1.1.	Esfuerzos en el embutido.....	33
2.1.2.	Deformaciones durante el embutido cilíndrico	34
2.1.3.	Fuerzas del embutido cilíndrico	38
2.1.3.1.	Fuerza por la deformación ideal	38
2.1.3.2.	Fuerza de doblado y enderezado.....	38
2.1.3.3.	Fuerza de fricción entre el pisador y el dado.....	39
2.1.3.4.	Fuerza de fricción en el radio del dado.....	39
2.1.3.5.	Fuerza total del embutido cilíndrico	40
2.1.3.6.	Otras expresiones para el cálculo de la fuerza de embutido cilíndrico	41
2.1.4.	Energía de deformación en el embutido cilíndrico.....	42
2.1.5.	Altura del embutido cilíndrico	43
2.2.	Análisis del embutido elíptico	44
2.2.1.	Concepto de diámetro equivalente	45
2.2.2.	Fuerzas del embutido elíptico.....	47
2.2.3.	Altura del embutido elíptico	49
2.2.3.1.	Otras expresiones para la altura máxima de embutido elíptico.....	51
Capítulo 3. Modelo numérico para el análisis de embutido de lámina metálica		52
3.1.	El método de elemento finito	52
3.1.1.	Software ANSYS LS-DYNA.....	54
3.1.2.	No linealidad	55
3.1.3.	Condiciones de simetría.....	56
3.1.4.	Contactos	57
3.1.5.	Mallado	57
3.2.	MEF en formado de metal	58
3.3.	Metodología de análisis	59
3.4.	Modelo geométrico	59
3.5.	Modelo MEF.....	61
3.5.1.	Tipo de análisis.....	61
3.5.2.	Tipo de elemento	63
3.5.3.	Mallado	64
3.5.4.	Condiciones de frontera.....	64
3.5.5.	Material.....	65

3.5.6.	Contactos	65
3.5.7.	Definición de cargas	66
3.5.8.	Criterio de falla.....	66
3.6.	Solución.....	66
3.7.	Post-procesamiento.....	67
3.8.	Validación del modelo MEF	67
3.8.1.	Comportamiento elastoplástico del material	70
3.8.2.	Deformación plástica	71
3.8.3.	Reducción de la lámina	73
3.8.4.	Distribución de espesor	74
3.8.5.	Fuerza y avance del punzón	76
Capítulo 4.	Evaluación del desempeño de las ecuaciones de la fuerza y altura de embutido elíptico	78
4.1.	Casos de estudio de embutido elíptico.....	78
4.2.	Fuerza de embutido elíptico	79
4.3.	Altura de embutido elíptico	81
Capítulo 5.	Análisis paramétrico de la fuerza y altura de embutido elíptico.....	84
5.1.	Análisis paramétrico.....	84
5.2.	Metodología.....	84
5.3.	Análisis de la fuerza de embutido elíptico	85
5.1.1.	Efectos de los parámetros del material	86
5.1.2.	Efectos de los parámetros geométricos	86
5.1.3.	Efecto de los parámetros del proceso	87
5.4.	Análisis de la altura de embutido elíptico.....	89
5.4.1.	Efectos de los parámetros del material	89
5.4.2.	Efectos de los parámetros geométricos	92
5.4.3.	Efecto de los parámetros del proceso	93
Capítulo 6.	Análisis y discusión de resultados.....	95
6.1.	Análisis comparativo del análisis paramétrico con la simulación numérica.....	95
6.1.1.	Metodología de análisis MEF	95
6.1.2.	Fuerza de embutido elíptico	96
Parámetros del material	96	
Parámetros geométricos.....	97	
Parámetros del proceso	99	

6.1.3.	Altura de embutido elíptico	100
	Parámetros del material	100
	Parámetros geométricos.....	101
	Parámetros del proceso	103
6.2.	Ajustes del modelo analítico propuesto para la fuerza de embutido elíptico.....	104
6.2.1.	Evaluación del desempeño general de ecuación propuesta para la fuerza máxima de embutido elíptico.....	108
6.3.	Ajustes del modelo analítico propuesto para la altura máxima de embutido elíptico.....	109
6.3.1.	Evaluación del desempeño general de ecuación propuesta para la altura de embutido elíptico	113
	Conclusiones	115
	Referencias.....	118
	Anexos.....	122
	A. Primer código de programación para validación modelo MEF	122
	B. Segundo código de programación para validar el modelo MEF	128
	C. Código de programación para el análisis paramétrico MEF	135

Lista de figuras

Figura 1. Productos obtenidos mediante el embutido profundo.	1
Figura 2. Esquema del proceso de embutido.	2
Figura 1.1. Probeta plana para un ensayo de tensión uniaxial.	6
Figura 1.2. Curvas de esfuerzo-deformación para diferentes materiales.	6
Figura 1.3. Curva esfuerzo-deformación de un acero de bajo carbono.	7
Figura 1.4. Curva esfuerzo-deformación verdadera.	8
Figura 1.5. Curva esfuerzo-deformación verdaderos en escala log-log [6].	8
Figura 1.6. Efecto de la velocidad de deformación sobre el esfuerzo de cedencia: a) trabajo en caliente y b) la misma relación en grafica log-log.	10
Figura 1.7. Efectos de la anisotropía en la deformación de una probeta en un ensayo de tensión [9].	11
Figura 1.8. Clasificación de los procesos de formado de metal de acuerdo a DIN 8582 [12].	12
Figura 1.9. Clasificación de las operaciones de formado de metales [4].	13
Figura 1.10. Procesos de deformación volumétrica: a) rolado, b) forjado, c) extrusión y d) estirado. El movimiento relativo en las operaciones se indica como v , y las fuerzas se indican como F [4].	13
Figura 1.11. Doblado de lámina metálica: a) nomenclatura, b) tensión y compresión en el doblado [4].	14
Figura 1.12. Operaciones básicas en el trabajo de láminas metálicas: a) doblado; b) embutido; c) corte, 1) al primer contacto del punzón con la lámina, 2) después del corte. La fuerza y el movimiento relativo se indican por F y v [4].	15
Figura 1.13. Operación de cizallado: a) vista lateral de la operación, b) vista frontal de la cizalla equipada con cuchilla superior sesgada [4].	16
Figura 1.14. a) Punzonado y b) perforado [4].	16
Figura 1.15. Embutido cilíndrico: a) elementos básicos: 1) antes de la operación y 2) final de la carrera del punzón; b) pieza de trabajo: 1) forma inicial del blank y 2) pieza embutida.	17
Figura 1.16. Embutido profundo en prensa de simple efecto: a) se coloca el blank entre pisador y dado, b) el dado baja y presiona contra el pisador, c) el dado y el pisador avanzan hacia el punzón, d) el dado y el pisador regresan a su posición inicial y el eyector expulsa la pieza fuera del dado.	17
Figura 1.17. Embutido profundo en prensa de doble efecto. a) Se coloca el blank entre el pisador y el dado. b) El pisador baja y ejerce fuerza contra el blank y el dado. c) El punzón baja y ejerce fuerza contra el blank introduciéndolo dentro del dado. d) El pisador y el punzón regresan a su posición inicial y el eyector expulsa la pieza fuera del dado.	18
Figura 1.18. Clasificación de los parámetros de embutido [25].	21
Figura 1.19. Efecto del radio del dado sobre la fuerza máxima de embutido para diferentes diámetros de blank con 1 mm de espesor para una aleación de bronce C27400. Un diámetro del punzón de 30.5 mm y un radio de punzón de 0.61 mm. Los diámetros de blank se indican en milímetros [29].	22
Figura 1.20. Curva fuerza del punzón-avance del punzón: proceso de planchado combinado con el embutido profundo.	24
Figura 1.21. Efecto del esfuerzo de cedencia inicial sobre la altura máxima de embutido [35].	25
Figura 1.22. Diagrama fuerza/carreara para un embutido profundo.	26
Figura 1.23. Efecto del coeficiente de fricción sobre la fuerza máxima de embutido.	28
Figura 1.24. Defectos comunes en las piezas embutidas: a) arrugamiento en brida, b) arrugamiento en pared, c) desgarramiento, d) orejeada y e) rayado superficial [4].	29
Figura 2.1. Fases del embutido profundo.	30

Figura 2.2. Idealización de la disminución del espesor de la lámina en el área del embutido. Disminución del espesor e : a) El radio del dado r_d y b) el radio del punzón r_{pb} .	31
Figura 2.3. Esfuerzos presentes en el embutido profundo [39].	31
Figura 2.4. Zonas de deformación durante el embutido profundo.	32
Figura 2.5. Variación del espesor a lo largo de la pieza embutida.	33
Figura 2.6. Distribución de esfuerzos: a) en etapa inicial y b) etapa intermedia.	33
Figura 2.7. Diámetros de los flancos considerados y curva de fluencia [39].	35
Figura 2.8. Curva de fluencia en diferentes etapas del embutido profundo [39].	36
Figura 2.9. Comportamiento del esfuerzo de fluencia de tres elementos de volumen en el flanco del blank durante el proceso de embutido [39].	37
Figura 2.10. Zonas del blank cuando se alcanza la fuerza máxima de embutido cilíndrico: a) vista perspectiva y b) vista axisimétrica.	37
Figura 2.11. Diámetro medio de la copa cilíndrica.	38
Figura 2.12. Relaciones geométricas para el doblado y desdoblado en el radio del dado [14].	39
Figura 2.13. Modelo de fricción tipo cuerda a través de una polea [25].	40
Figura 2.14. Comparativa de la energía de trabajo en: a) diagrama fuerza-avance del punzón y b) curva de un ensayo a tensión uniaxial.	42
Figura 2.15. Blank circular de radio R_0 y espesor t_0 , embutida a una copa cilíndrica de altura h .	43
Figura 2.16. Diagrama esquemático de los parámetros geométricos de un embutido elíptico.	45
Figura 2.17. Silueta del blanco: a) circular y b) rectangular.	45
Figura 2.18. Silueta del blanco: a) elipse y b) circular.	46
Figura 2.19. Perímetro de la sección transversal de una copa elipsoidal.	47
Figura 2.20. Parámetros geométricos: a) de una copa elíptica: h (altura de la pieza), a (semieje mayor del punzón) y b (semieje menor del punzón); b) una copa cilíndrica.	50
Figura 3.1. División de: a) un dominio en b) subdominios (nodos y elementos).	53
Figura 3.2. Elementos de línea, área y volumen con numeración de nodos [50].	53
Figura 3.3. Tipos de condiciones de simetría (de izquierda a derecha): axisimetría, rotacional, reflectiva/planar, y repetitiva/traslacional [50].	56
Figura 3.4. Submodelo de una polea: a) modelo con malla burda, y b) submodelo con una malla fina [51].	58
Figura 3.5. Metodología general para realizar el análisis MEF de un proceso de embutido.	60
Figura 3.6. Herramientas de embutido, dibujadas en Autodesk Inventor®: a) geometría completa y b) un cuarto de geometría.	60
Figura 3.7. Solución de Newton-Raphson: a) Una iteración y b) siguiente iteración [51].	62
Figura 3.8. Método de Newton-Raphson incremental.	62
Figura 3.9. Grupos de áreas para mallado automático: a) mallado fino, b) mallado burdo.	64
Figura 3.10. Vista simétrica del modelo MEF del proceso de embutido de una pieza cuadrada.	65
Figura 3.11. Dimensiones de las herramientas para el embutido cuadrado (mm) [57].	68
Figura 3.12. Simulaciones del modelo MEF con distintas velocidades de embutido.	69
Figura 3.13. Análisis de convergencia donde se varía el número de elementos lineales tipo SHELL163.	69
Figura 3.14. Distribución de deformaciones plásticas: zonas seleccionadas para verificar el comportamiento elastoplástico del material.	70
Figura 3.15. Comportamiento elastoplástico de las zonas de estudio.	70

Figura 3.16. Deformación plástica equivalente a una altura de embutido de 21.67 mm: a) ABAQUS® [58], b) ANSYS® [55], c) ANSYS® [25], d) Presente trabajo (ANSYS LS-DYNA®)	71
Figura 3.17. Deformación plástica equivalente a una altura de embutido de 29.98 mm: a) ABAQUS® [58], b) ANSYS® [55], c) ANSYS® [25], d) Presente trabajo (ANSYS LS-DYNA®)	72
Figura 3.18. Deformación plástica equivalente a una altura de embutido de 38.33 mm: a) ABAQUS® [58], b) ANSYS® [55], c) ANSYS® [25], d) Presente trabajo (ANSYS LS-DYNA®)	73
Figura 3.19. Un cuarto de geometría de pieza embutida. Se muestra la forma original y la forma deformada.....	74
Figura 3.20. Distribución de espesor a lo largo del perfil OA.	75
Figura 3.21. Distribución de espesor a lo largo del perfil OB.....	76
Figura 3.22. Geometría y dimensiones del herramental.	76
Figura 3.23. Fuerza de embutido vs Avance de punzón.	77
Figura 4.1. Modificación de formas circulares y rectangulares a forma elíptica.	79
Figura 4.2. Errores de predicción y variabilidad de las ecuaciones de fuerza propuestas.	81
Figura 4.3. Errores de predicción y variabilidad de las ecuaciones de altura propuestas.	83
Figura 5.1. Metodología para el análisis paramétrico.	85
Figura 5.2. Efectos de los parámetros del material sobre la fuerza máxima de embutido elíptico.	86
Figura 5.3. Efectos de los parámetros geométricos en la fuerza máxima de embutido elíptico: a) gráfica de los efectos y b) zonas de los parámetros de estudio.	87
Figura 5.4. Efectos de los parámetros del proceso en la fuerza máxima de embutido elíptico.....	88
Figura 5.5. Curva esfuerzo-deformación verdadera del material presentado en el caso de estudio 2.....	89
Figura 5.6. Obtención de σ_{UTS} para diferentes valores de K y n	90
Figura 5.7. Efectos de los parámetros del material sobre la altura máxima de embutido elíptico. Considerando σ_{UTS} variable.....	91
Figura 5.8. Curvas del material manteniendo el σ_{UTS} constante.	91
Figura 5.9. Influencia de los parámetros del material sobre la altura máxima de embutido elíptico. Considerando σ_{UTS} constante.	92
Figura 5.10. Efectos de los parámetros geométricos sobre la altura máxima de embutido elíptico.	93
Figura 5.11. Efectos de los parámetros del proceso sobre la altura máxima de embutido elíptico.	94
Figura 6.1. Metodología para el análisis paramétrico mediante MEF.....	96
Figura 6.2. Análisis comparativo de la influencia de los parámetros del material sobre la fuerza máxima de embutido elíptico (analítico vs. MEF)	97
Figura 6.3. Análisis comparativo de la influencia del espesor y del claro sobre la fuerza máxima de embutido elíptico (analítico vs. MEF)	98
Figura 6.4. Análisis comparativo de la influencia del radio del dado r_d y el radio del punzón r_{pb} sobre la fuerza máxima de embutido elíptico (analítico Vs. MEF)	98
Figura 6.5. Análisis comparativo de la influencia de las relaciones de aspecto $\gamma_{el,p}$ y $\gamma_{el,v}$ sobre la fuerza máxima de embutido elíptico (analítico vs MEF).....	99
Figura 6.6. Análisis comparativo de los parámetros del proceso (analítico vs. MEF).....	100
Figura 6.7. Análisis comparativo de la influencia de los parámetros del material sobre la altura máxima de embutido elíptico (analítico vs. MEF).	101
Figura 6.8. Análisis comparativo de la influencia del espesor y el claro sobre la altura de embutido elíptico (analítico vs. MEF).	102

Figura 6.9. Análisis comparativo de la influencia del radio del dado r_d y del punzón r_{pb} sobre la altura máxima de embutido elíptico (analítico vs. MEF).....	102
Figura 6.10. Análisis comparativo de la influencia de los aspectos de relación $\gamma_{el,P}$ y $\gamma_{el,V}$ sobre la altura máxima de embutido elíptico (analítico vs MEF).....	103
Figura 6.11. Análisis comparativo de los parámetros del proceso (Analítico Vs. MEF).....	104
Figura 6.12. Análisis paramétrico del radio del dado r_d y del punzón r_{pb} (analítico (Ec. (6.3)) Vs MEF). 105	
Figura 6.13. Análisis paramétrico (analítico Vs MEF) con Ec. (6.4).	106
Figura 6.14. Influencia de γ_{el} sobre la fuerza máxima de embutido elíptico (analítico Vs. MEF).	106
Figura 6.15. Análisis de la relación de aspecto γ_{el} , (Analítico Vs. MEF).	107
Figura 6.16. Influencia de t_0 sobre la altura máxima de embutido elíptico (Analítico Vs. MEF).....	109
Figura 6.17. Influencia de c sobre la altura máxima de embutido elíptico (Analítico Vs. MEF).	110
Figura 6.18. Influencia de r_d sobre la altura máxima de embutido elíptico (analítico Vs. MEF).....	110
Figura 6.19. Influencia de r_{pb} sobre la altura máxima de embutido elíptico (Analítico Vs. MEF).....	111
Figura 6.20. Influencia de la relación de aspecto γ_{el} sobre la altura máxima de embutido elíptico (analítico Vs. MEF).	111
Figura 6.21. Influencia de la fuerza del pisador F_{BH} sobre la altura máxima de embutido elíptico (Analítico Vs. MEF).	112
Figura 6.22. Influencia del espesor, el claro y el radio del dado sobre la altura máxima de embutido elíptico (analítico con Ec. (2.58) vs MEF).	113
Figura 6.23. Influencia del radio del punzón, la relación de aspecto y la fuerza del pisador sobre la altura máxima de embutido elíptico (analítico con Ec. (6.14) vs. MEF).	113

Lista de tablas

Tabla 1.1. Claro entre punzón y dado para diferentes materiales, t_0 =espesor del blank [28].	24
Tabla 1.2. Velocidades de embutido típicas para varios materiales [29].	27
Tabla 3.1. Grados de libertad y vector de fuerzas en MEF para diferentes disciplinas de la ingeniería [50].	53
Tabla 3.2. Propiedades del elemento SHELL 163 [54].	63
Tabla 3.3. Condiciones de frontera de los componentes (“x” indica restricción).	65
Tabla 3.4. Propiedades mecánicas del material utilizado para validación en [58].	67
Tabla 3.5. Velocidades típicas de embutido para diferentes materiales [29].	68
Tabla 3.6. Valores de reducción de lámina en mm.	74
Tabla 3.7. Propiedades mecánicas del material del blank.	77
Tabla 4.1. Casos de estudio de embutidos elípticos.	78
Tabla 4.2. Fuerza máxima de embutido de casos elípticos y error de predicción.	80
Tabla 4.3. Altura máxima de embutido de casos elípticos y error de predicción.	82
Tabla 5.1. Parámetros de referencia del caso 2.	85
Tabla 5.2. Obtención de σ_{UTS} de algunos casos para diferentes valores de K y n .	90
Tabla 5.3. Información de las curvas del material manteniendo σ_{UTS} constante.	92
Tabla 6.1. Evaluación de desempeño de las expresiones para el cálculo de la fuerza de embutido elíptico.	108
Tabla 6.2. Evaluación de desempeño de las expresiones para el cálculo de la altura de embutido elíptico.	114

Nomenclatura

a	=	Semieje mayor del punzón elíptico [mm].
A	=	Semieje mayor del blank elíptico [mm].
A_i	=	Área instantánea de la sección transversal de la probeta [mm ²].
A_0	=	Área de la sección transversal de la probeta [mm ²].
A_C	=	Área de un blank circular [mm ²].
A_{CC}	=	Área interna de una copa cilíndrica [mm ²].
A_{CE}	=	Área interna de una copa elíptica [mm ²].
A_E	=	Área de un blank elíptico [mm ²].
A_{PC}	=	Área de un punzón cilíndrico [mm ²].
A_{PE}	=	Área de un punzón elíptico [mm ²].
A_{PR}	=	Área de un punzón rectangular [mm ²].
A_R	=	Área de un blank rectangular [mm ²].
b	=	Semieje menor del punzón elíptico [mm].
B	=	Semieje menor del blank elíptico [mm].
c	=	Claro [mm].
C	=	Constante de resistencia.
c_0	=	Claro inicial [mm].
c_f	=	Factor de ajuste del claro para la altura de embutido elíptico.
D	=	Diámetro instantáneo del flanco [mm].
DR	=	Relación de embutido.
d_0	=	Diámetro al comienzo del radio del dado [mm].
$d_{f,max}$	=	Diámetro del flanco cuando la fuerza de embutido es máxima [mm].
d_m	=	Diámetro medio de la copa [mm].
d_p	=	Diámetro del punzón [mm].
$d_{p,e}$	=	Diámetro equivalente del punzón [mm].
D_1	=	Diámetro intermedio del flanco [mm].
D_b	=	Diámetro del blank [mm].
D_{bc}	=	Diámetro menor del blank elíptico [mm].
D_{bl}	=	Diámetro mayor del blank elíptico [mm].
$D_{b,e}$	=	Diámetro equivalente del blank [mm].
e_e	=	Deformación ingenieril.
E	=	Error de predicción de la fuerza de embutido elíptico.
E_H	=	Error de predicción de la altura de embutido elíptico.
E_Y	=	Módulo de Young [GPa].
F_1	=	Fuerza requerida para doblar la lámina [N].
F_b	=	Fuerza total para el doblado [N].
F_d	=	Fuerza de embutido cilíndrico [N].
F_{BH}	=	Fuerza del pisador [N].
F_{ff}	=	Fuerza de fricción [N].
F_{id}	=	Fuerza de embutido ideal [N].
F_{rd}	=	Fuerza debido al efecto del radio del dado [N].
$F_{d,i}$	=	Fuerza de embutido obtenida con la i^{th} ecuación [N].
$F_{BH,0}$	=	Fuerza del pisador inicial. [N]
$F_{BH,f}$	=	Factor de ajuste de la fuerza del pisador para la altura de embutido elíptico.
$F_{d,max}$	=	Fuerza máxima de embutido [N].

$F_{d,max,0}$	=	Fuerza máxima inicial de embutido elíptico [N]
$F_{d,ref}$	=	Fuerza de embutido de referencia [N].
h	=	Altura de la copa [mm].
h_e	=	Altura de embutido elíptico [mm].
$h_{f,max}$	=	Altura cuando la fuerza de embutido es máxima [mm].
$H_{e,i}$	=	Altura de embutido obtenida con la i^{th} ecuación [mm].
$H_{e,max,0}$	=	Altura máxima inicial de embutido elíptico [mm].
$H_{e,ref}$	=	Altura de embutido de referencia [mm].
k_c	=	Factor de ajuste según ductilidad del material.
K	=	Coefficiente de endurecimiento [MPa].
K_0	=	Coefficiente de endurecimiento inicial [MPa].
l	=	Longitud instantánea de la probeta [mm].
l_0	=	Longitud inicial de la probeta [mm].
l_1	=	Longitud final de la probeta [mm].
l_f	=	Longitud final de la probeta [mm].
m	=	Exponente de sensibilidad a la velocidad.
M_b	=	Momento de flexión [N·mm].
n	=	Exponente de endurecimiento.
n_0	=	Exponente de endurecimiento inicial.
P	=	Fuerza en ensayo a tensión uniaxial [N].
P_b	=	Perímetro del blank [mm].
P_m	=	Perímetro medio del punzón [mm].
P_p	=	Perímetro del punzón [mm].
r	=	Radio del borde interno [mm].
r_0	=	Dirección de rolado de la probeta a 0° .
r_{45}	=	Dirección de rolado de la probeta a 45° .
r_{90}	=	Dirección de rolado de la probeta a 90° .
r_a	=	Valor de anisotropía.
r_d	=	Radio del dado [mm].
r_e	=	Reducción de embutido.
r_i	=	Radio interno de la copa [mm].
r_m	=	Radio neutro [mm].
$r_{d,0}$	=	Radio del dado inicial [mm].
$r_{d,f}$	=	Factor de ajuste del radio del dado para la altura de embutido elíptico.
r_{pb}	=	Radio de esquina del punzón [mm].
$r_{p,f}$	=	Factor de ajuste del radio del punzón para la altura de embutido elíptico.
$r_{pb,0}$	=	Radio del punzón inicial [mm].
\bar{r}	=	Valor de la anisotropía normal.
R	=	Radio del borde exterior [mm].
R_0	=	Radio inicial del blank [mm].
t	=	Espesor del blank [mm].
t_0	=	Espesor inicial del blank [mm].
t_1	=	Espesor final de la probeta [mm].
t_f	=	Factor de ajuste del espesor para la altura de embutido elíptico [mm].
T_1	=	Fuerza de la cuerda antes de pasar por la polea [N].
T_2	=	Fuerza de la cuerda después de pasar por la polea [N].
T_b	=	Auxiliar para el cálculo del perímetro del blank.

T_f	=	Temperatura de fusión del material [°C].
T_m	=	Auxiliar para el cálculo del perímetro medio del punzón.
T_p	=	Auxiliar para el cálculo del perímetro del punzón.
U	=	Energía por unidad de volumen [J/mm ³].
v	=	Velocidad del cabezal [mm/s].
V	=	Volumen del blank [mm ³].
V_{blank}	=	Volumen del blank [mm ³].
V_{copa}	=	Volumen de la copa [mm ³].
w_0	=	Ancho inicial de la probeta [mm].
w_1	=	Ancho final de la probeta [mm].
W	=	Energía requerida para doblar la lámina [J].
W_d	=	Energía de deformación [J].
x	=	Valor modificado del parámetro.
x_0	=	Valor inicial del parámetro.
α	=	Ángulo de flexión [rad].
β	=	Relación de embutido.
β_0	=	Relación de embutido inicial.
β_e	=	Relación de embutido equivalente.
$\gamma_{el,0}$	=	Relación de aspecto de embutido elíptico inicial.
$\gamma_{el,P}$	=	Relación de aspecto de embutido elíptico, considerando perímetro del blank constante.
$\gamma_{el,V}$	=	Relación de aspecto de embutido elíptico, considerando volumen del blank constante.
γ_{el}	=	Relación de aspecto de embutido.
γ_{el}	=	Relación de aspecto para embutido elíptico.
γ_f	=	Factor de ajuste de la relación de aspecto para la fuerza de embutido elíptico.
δ	=	Desplazamiento controlado en ensayo a tensión uniaxial [mm].
ε	=	Deformación verdadera.
$\dot{\varepsilon}$	=	Tasa de deformación [1/s].
ε_1	=	Deformación principal en el eje x.
ε_2	=	Deformación principal en el eje y.
ε_3	=	Deformación principal en el eje z.
ε_e	=	Deformación elástica.
ε_l	=	Deformación principal en el largo de la probeta.
ε_p	=	Deformación plástica.
ε_p^{eff}	=	Deformación plástica equivalente.
ε_t	=	Deformación principal en el espesor de la probeta.
ε_w	=	Deformación principal en el ancho de la probeta.
η	=	Eficiencia de deformación.
κ	=	Factor de ajuste.
μ	=	Coeficiente de fricción.
μ_0	=	Coeficiente de fricción inicial.
σ	=	Esfuerzo verdadero [MPa].
σ_{UTS}	=	Esfuerzo último a tensión [MPa].
σ_{VM}	=	Esfuerzo de Von Mises [MPa].
σ_e	=	Esfuerzo ingenieril [MPa].
σ_f	=	Esfuerzo de fluencia [MPa].
σ_{f1}	=	Esfuerzo de fluencia en zona del flanco [MPa].
σ_{f2}	=	Esfuerzo de fluencia en zona del radio del dado [MPa].

σ_{ff}	=	Esfuerzo de fricción [MPa].
$\sigma_{fm,I}$	=	Esfuerzo de fluencia medio en la zona I [MPa].
$\sigma_{fm,II}$	=	Esfuerzo de fluencia en la zona II [MPa].
σ_{fm}	=	Esfuerzo de fluencia promedio [MPa].
σ_{id}	=	Esfuerzo de embutido ideal [MPa].
σ_n	=	Esfuerzo normal [MPa].
$\sigma_{r,id}$	=	Esfuerzo radial ideal [MPa].
σ_r	=	Esfuerzo radial [MPa].
σ_t	=	Esfuerzo tangencial [MPa].
σ_x	=	Esfuerzo normal en el eje x [MPa].
$\sigma_{y,0}$	=	Esfuerzo de cedencia inicial [MPa].
σ_y	=	Esfuerzo de cedencia [MPa].
σ_y	=	Esfuerzo normal en el eje y [MPa].
σ_z	=	Esfuerzo normal en el eje z [MPa].
τ_{xy}	=	Esfuerzo cortante en la dirección xy [MPa].
τ_{yz}	=	Esfuerzo cortante en la dirección yz [MPa].
τ_{zx}	=	Esfuerzo cortante en la dirección zx [MPa].
φ_1	=	Deformación ideal para el borde exterior.
φ_2	=	Deformación idea para el borde interior.
φ_3	=	Deformación ideal para en el fin del radio del dado.
φ_{tot}	=	Deformación natural total.
$\bar{\epsilon}$	=	Deformación de doblado media.
ϵ_s	=	Deformación incremental de las fibras exteriores.
$\bar{\epsilon}_{tot}$	=	Deformación media total del doblado.
Δl	=	Diferencia entre longitud inicial y final de la probeta.
Δr	=	Valor de la anisotropía planar.
$\{F^e\}$	=	Vector de fuerzas aplicadas en MEF.
$\{F_i^{nr}\}$	=	Vector de cargas restauradoras en MEF.
$[K^e]$	=	Matriz de rigidez en MEF.
$\{u^e\}$	=	Vector de desplazamientos en MEF.

Introducción

El proceso de embutido profundo de lámina metálica es un proceso muy común para la fabricación de productos de lámina metálica que pueden ser ensamblados en futuras operaciones. Este proceso implica pocas operaciones y reduce el desperdicio de material, lo cual lo convierte en un proceso económico y rápido al eliminar operaciones costosas como el maquinado o soldadura, además de que se pueden lograr piezas muy complejas. Desde un punto de vista funcional, el embutido profundo produce partes de alta resistencia y de poco peso, así como formas inalcanzables mediante otros procesos de manufactura [1].

El embutido profundo es el proceso de formado de lámina metálica más utilizado para producir componentes acopados a una tasa alta de producción. Este proceso se utiliza ampliamente en la fabricación de piezas de automóviles, latas, lavabos, y diferentes productos del hogar, y las áreas de aplicación se incrementan día a día. En la Figura 1 se muestran algunos productos obtenidos mediante el proceso de embutido profundo.



Figura 1. Productos obtenidos mediante el embutido profundo.

El proceso embutido se realiza colocando una lámina de metal sobre la cavidad de un dado y empujando el metal hacia la cavidad de éste con un punzón, como se puede ver en la Figura 2. Como resultado, la lámina se inserta dentro del dado generando una forma acopada. En general se le llama embutido profundo cuando la altura de la copa embutida supera el diámetro del blank. En la Figura 2 se puede ver un diagrama de la operación de embutido profundo.

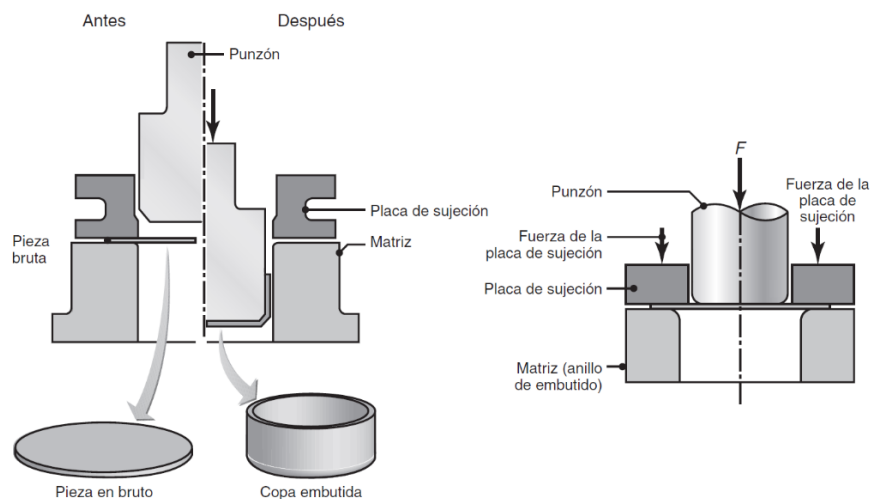


Figura 2. Esquema del proceso de embutido.

Entre los principales defectos de las piezas embutidas están las arrugas, las cuales se presentan en la zona del flanco debido a los esfuerzos de compresión excesivos causados por la reducción del diámetro externo del blank. La aparición de dichas arrugas es un indicador de los límites posibles en el embutido profundo. La fuerza del pisador en la parte superior del blank ejerce una fuerza compresiva sobre la pieza de trabajo. Mediante la fuerza del pisador es posible controlar el flujo del material dentro del dado; además, el utilizar los valores adecuados puede ayudar a prevenir las arrugas del flanco.

Desde los años 70's se ha estudiado extensamente el comportamiento de los esfuerzos y deformaciones presentes en el proceso de embutido profundo mediante las curvas de deformación característica obtenidas durante la deformación del blank [2]. En la literatura existen diversos modelos para analizar el proceso de embutido profundo convencional. Todos estos modelos consideran mayormente dos regiones para el modelado matemático del embutido profundo, el área del flanco y la pared de la copa. La pared de la copa está sujeta a una fuerza de embutido la cual causa la deformación en el flanco. Para blanks de diámetros grandes, los esfuerzos presentes en la pared de la copa pueden llegar a superar el esfuerzo último a tensión del material, causando adelgazamiento de la zona e incluso la fractura. La mayoría de la teoría sobre el embutido profundo estudiada en la actualidad tiene fundamentos en la teoría de Siebel [3], quien estudio a fondo los esfuerzos y las deformación presentes en el embutido profundo de copa cilíndrica. Siebel desarrolló expresiones analíticas para el cálculo de la fuerza máxima de embutido para piezas cilíndricas, así como expresiones para el cálculo de la altura máxima permisible que se puede lograr.

Planteamiento del proyecto de tesis

Dado que en la literatura no existen modelos analíticos capaces de predecir el formado de piezas elípticas, la industria recurre a métodos experimentales basados en reglas empíricas o métodos de prueba y error, lo cual origina altos tiempos de desarrollo y altos costos de producción. Por lo anterior, se identifica la necesidad de desarrollar expresiones analíticas para el cálculo de la fuerza y altura máxima de embutido de lámina de formas elípticas, los cuales permitan reducir los tiempos y costos de desarrollo de un producto.

Objetivo general

Derivar modelos teórico-numéricos para el análisis del embutido profundo de formas elípticas, en particular la altura y fuerza máxima de embutido.

Objetivos particulares

- Conocer el estado actual de las ecuaciones para el análisis del embutido de formas circulares y rectangulares.
- Analizar teóricamente el proceso de embutido de lámina de formas elípticas.
- Proponer modelos teóricos para el cálculo de la altura y fuerza máxima de embutido de formas elípticas.
- Desarrollar y validar un modelo MEF confiable para el análisis y simulación del proceso de embutido.
- Evaluar los modelos teóricos propuestos con base a resultados de simulaciones MEF y datos experimentales.

Estructura de tesis

La estructura del presente trabajo de tesis es la siguiente. En el primer capítulo se presenta una breve descripción de los procesos de formado de metal haciendo énfasis en el embutido profundo de piezas cilíndricas y elípticas. Además, se muestran los diferentes parámetros presentes en el proceso de embutido y la influencia que tienen éstos en el producto final. En el segundo capítulo se lleva a cabo un análisis teórico del embutido cilíndrico donde se describen las deformaciones y esfuerzos implicados en el proceso. También se derivan las nuevas expresiones para el cálculo de la fuerza y altura máxima de embutido elíptico utilizando conceptos de diámetro equivalente y conservación de volumen. En el tercer capítulo se desarrolla el modelo numérico mediante el uso del método de elemento finito MEF y utilizando un software comercial. Se validó dicho modelo con un caso experimental obtenido en la literatura. En el cuarto capítulo se evalúa el desempeño de las ecuaciones analíticas propuestas para el cálculo de la fuerza y altura máxima de embutido elíptico, identificando las que presentan mejor desempeño. En el quinto capítulo se utilizan las ecuaciones anteriores y se realiza un análisis paramétrico para evaluar la influencia que tiene cada parámetro sobre la fuerza y la altura máxima de embutido elíptico. En el capítulo 6 se compararán los resultados MEF y los resultados analíticos, proponiéndose algunos factores de corrección de las ecuaciones propuestas para el análisis de embutido de formas elípticas. Posteriormente se evalúan nuevamente los casos de estudio con las expresiones analíticas ajustadas y se discuten los resultados obtenidos. Finalmente se presentan las conclusiones obtenidas con el desarrollo del presente trabajo.

Capítulo 1. Antecedentes teóricos del formado de metal

En este capítulo se muestra una visión general de los fenómenos metalúrgicos que intervienen en el formado de metal. Además, se realiza un estudio de los conceptos básicos utilizados en los diferentes procesos de formado de metal, así como un breve análisis de los parámetros presentes en la deformación plástica del material. Asimismo, se hace énfasis en las teorías de análisis para el embutido profundo de piezas cilíndricas y elipsoidales, así como de los posibles defectos presentes en este proceso.

1.1. Fundamentos del formado de metal

El formado de metal se refiere a los procesos de manufactura que usan la deformación plástica para cambiar la forma del material y generar piezas metálicas. El formado de metal se puede realizar a diferentes rangos de temperaturas, las cuales se listan a continuación:

- a) Trabajo en frío: es el formado de metal que se realiza a temperatura ambiente o ligeramente arriba, normalmente a temperaturas menores a $0.3T_f$, donde T_f es la temperatura de fusión del metal. Las ventajas del formado en frío con respecto al trabajo en caliente son: mejor precisión dimensional y acabado superficial, el endurecimiento por deformación aumenta la resistencia y la dureza de la pieza, bajo costo de producción al no requerir calentamiento de la pieza de trabajo (se ahorran costos de horno y combustible), y mayores velocidades de producción.
- b) Trabajo en caliente por debajo de la temperatura de recristalización: en este trabajo las operaciones de formado se realizan en un rango de temperaturas de $0.3T_f$ hasta $0.5T_f$. Algunas ventajas son: fuerzas más bajas y menores requerimientos de potencia, es posible llevar a cabo trabajos más intrincados y se puede eliminar o reducir la necesidad de recocido.
- c) Trabajo en caliente: implica la deformación del material a temperaturas por encima de la temperatura de recristalización. La temperatura de trabajo en caliente se mantiene normalmente dentro del rango de $0.5T_f$ a $0.75T_f$. La ventaja más significativa del trabajo en caliente es la capacidad de producir grandes deformaciones plásticas del metal [4].

1.1.1. Comportamiento elastoplástico del material

Las propiedades mecánicas de un material son esenciales para determinar el comportamiento que éste tendrá en un proceso de formado de metal. Para conocer el comportamiento mecánico de un material se realiza un ensayo de tensión uniaxial en el cual una probeta normalizada del material de estudio, como la que se muestra en la Figura 1.1, se sujeta de un extremo y se le aplica una fuerza P en el otro extremo, logrando un desplazamiento controlado δ . A medida que se va deformando la probeta, se va registrando la fuerza hasta la fractura de la pieza. Como resultado de esta prueba se tiene una curva de fuerza contra alargamiento, los cuales se transforman en valores de esfuerzo y deformación. La curva generada se conoce como curva esfuerzo-deformación. En la Figura 1.2 se muestran las curvas esfuerzo-deformación características de 3 materiales comunes.

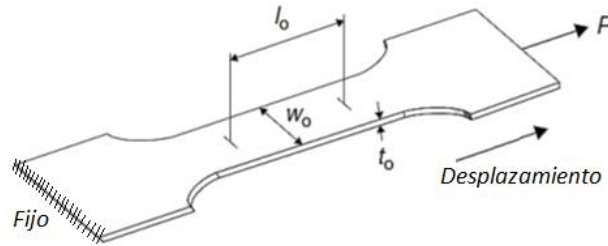


Figura 1.1. Probeta plana para un ensayo de tensión uniaxial.

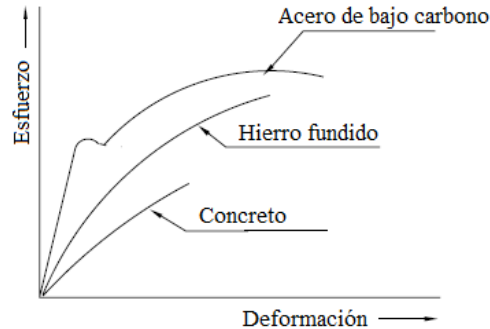


Figura 1.2. Curvas de esfuerzo-deformación para diferentes materiales.

1.1.1.1. Curvas de esfuerzo-deformación de ingeniería

El esfuerzo de ingeniería, σ_e , para cualquier punto de la curva esfuerzo-deformación (Figura 1.3) se define como la fuerza P medida durante el ensayo, dividida entre el área de la sección transversal inicial de la probeta A_0 :

$$\sigma_e = \frac{P}{A_0} \quad (1.1)$$

Los valores de deformación se determinan mediante la siguiente ecuación [5]:

$$e_e = \frac{\Delta l}{l_0} = \frac{l_f - l_0}{l_0} \quad (1.2)$$

donde e_e es la deformación ingenieril, l_0 es la longitud inicial de la probeta, y l_f es la longitud final de la probeta.

Al graficar los valores de σ_e y e_e , se obtiene la curva de esfuerzo-deformación de ingeniería. La Figura 1.3 muestra los resultados típicos de un ensayo de tensión de un acero de bajo carbono. El punto A se conoce como límite de proporcionalidad y hasta este punto la relación entre el esfuerzo y la deformación es proporcional. Dicha relación lineal se conoce como la Ley de Hooke [1], la cual se establece como:

$$\sigma_e = E_Y e_e \quad (1.3)$$

donde E_Y es el módulo de Young o módulo elástico. Si se retira la carga mientras se encuentra en el tramo $0 - A$, la pieza de trabajo regresa a su forma original, lo cual se conoce como comportamiento elástico. El punto B se conoce como límite elástico. La resistencia del material disminuye después del pico de la curva, este punto se conoce como punto de cedencia Y del material. Para materiales dúctiles o blandos es difícil determinar el punto de cedencia exacto en la curva esfuerzo-deformación debido a que la pendiente de su sección recta disminuye lentamente. Por lo tanto, el límite de cedencia Y se determina

usualmente como el punto en la curva esfuerzo-deformación que está desfasado por una deformación de 0.002 o una elongación del 0.2%. Si se sigue aplicando una carga a la pieza de trabajo más allá del punto Y se empieza a tener deformación plástica hasta alcanzar el punto M , conocido como esfuerzo máximo o resistencia última del material. En este punto se comienza a disminuir la sección transversal de la pieza, también se le conoce como “encuellamiento”. Después de este punto el esfuerzo de ingeniería disminuye sugiriendo que el material se suaviza, de manera que cada incremento de deformación adicional requerirá de un esfuerzo menor. Sin embargo, dado que la sección transversal está disminuyendo cada vez más, el esfuerzo real o verdadero es mayor que el esfuerzo de ingeniería a partir del punto M . Finalmente la pieza se fractura en el punto F . Al esfuerzo en este punto se le conoce como esfuerzo de fractura o de ruptura.

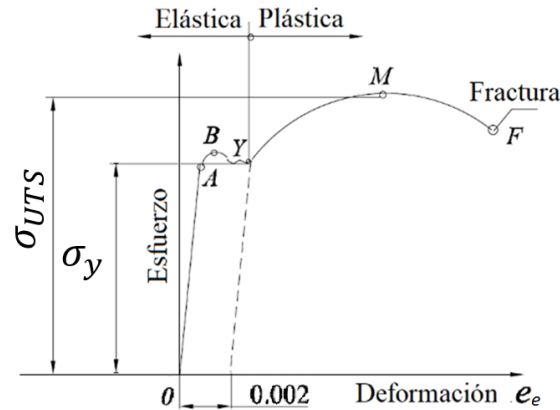


Figura 1.3. Curva esfuerzo-deformación de un acero de bajo carbono.

1.1.1.2. Curvas de esfuerzo-deformación verdadera

La curva ingenieril de esfuerzo-deformación debe interpretarse con precaución ya que su cálculo está basado en las dimensiones iniciales de la probeta. Si se toma en cuenta los cambios geométricos de la probeta a lo largo del ensayo, se puede calcular el esfuerzo real o verdadero mediante la siguiente ecuación:

$$\sigma = \frac{P}{A_i} \quad (1.4)$$

donde σ es el esfuerzo real, P es la fuerza aplicada y A_i es el área de la sección transversal instantánea de la probeta. La deformación verdadera ε se determina como un incremento secuencial del desplazamiento con respecto a la longitud inicial de la probeta:

$$\varepsilon = \ln \frac{l}{l_0} \quad (1.5)$$

donde l y l_0 son la longitud instantánea e inicial, respectivamente.

La curva esfuerzo-deformación real o verdadera puede ser determinada a partir de la curva de esfuerzo-deformación ingenieril aplicando el principio de conservación de volumen. Si se despeja el término l/l_0 de la Ec. (1.2) y se sustituye en la Ec. (1.5) se obtiene la deformación verdadera:

$$\varepsilon = \ln(1 + e_e) \quad (1.6)$$

De manera similar se puede obtener el esfuerzo verdadero σ , mediante la siguiente ecuación:

$$\sigma = \sigma_e(1 + e_e) \quad (1.7)$$

Estas ecuaciones pueden ser utilizadas para obtener la curva esfuerzo-deformación verdadera a partir de la curva esfuerzo-deformación ingenieril, como se muestra en la Figura 1.4. Sin embargo, esto solo se puede hacer hasta la deformación a la cual se comienza a formar el cuello de estricción (punto *M* de la Figura 1.3); más allá de este punto la deformación es no-uniforme en la zona de ensayo por lo que los valores de esfuerzo y deformación deben obtenerse a partir de las cargas y secciones transversales de las probetas reales.

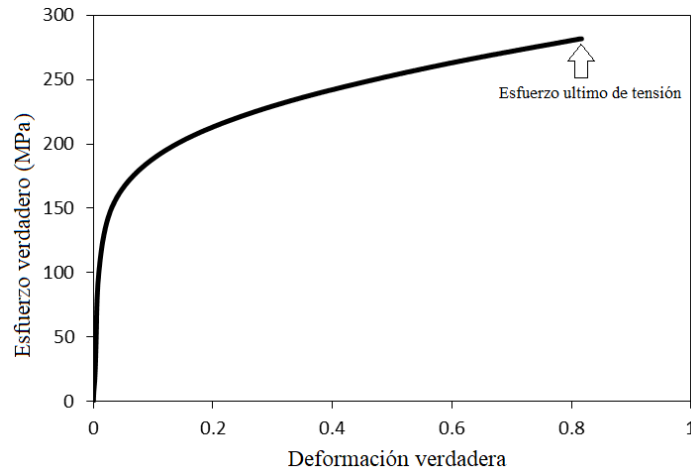


Figura 1.4. Curva esfuerzo-deformación verdadera.

1.1.1.3. Endurecimiento por deformación

Si la parte de la curva esfuerzo-deformación verdaderos que representa la región plástica se grafica en una escala log-log, el resultado sería una relación lineal, como se aprecia en la Figura 1.5. Así, la relación entre el esfuerzo verdadero y la deformación verdadera en la región plástica se expresa como:

$$\sigma = K \epsilon^n \tag{1.8}$$

donde *K* es el coeficiente de resistencia el cual es igual al valor del esfuerzo verdadero para una deformación verdadera igual a 1, y *n* es el exponente de endurecimiento por deformación el cual es igual a la pendiente de la recta que se observa en la Figura 1.5. La Ec. (1.8) se conoce como curva de flujo, y es una buena aproximación del comportamiento de los metales en la región plástica, inclusive de su capacidad de endurecerse por deformación. Su valor está directamente relacionado con la tendencia de un metal para endurecerse con el trabajo [4].

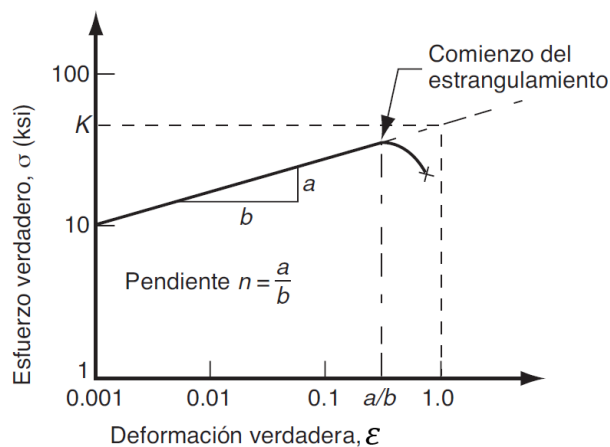


Figura 1.5. Curva esfuerzo-deformación verdaderos en escala log-log [6].

Existen diversos modelos para representar las curvas de esfuerzo-deformación reales, entre los cuales destacan los siguientes [7]:

1. Expresión de Ludwik:

$$\sigma = \sigma_y + K\varepsilon_p^n \quad (1.9)$$

donde σ_y es el esfuerzo de cedencia y ε_p es la deformación plástica. Esta expresión no aporta un buen ajuste para grandes deformaciones, ya que las curvas de esfuerzo-deformación reales de la mayoría de los metales tienen una pendiente constante a grandes deformaciones.

2. Expresión de Swift:

$$\sigma = K(\varepsilon_e + \varepsilon_p)^n \quad (1.10)$$

donde ε_e es la deformación elástica en la cedencia. Esta expresión se ajusta mejor a las curvas esfuerzo-deformación reales para grandes deformaciones que la expresión de Ludwik.

3. Expresión de Voce:

$$\sigma = \sigma_y + K[1 - e^{-n(\varepsilon_p)}] \quad (1.11)$$

Esta expresión se ajusta mejor a las curvas esfuerzo-deformación reales para valores moderados de deformación.

En todas las expresiones, K y n son las constantes plásticas del material y dependen de cada modelo. Cabe destacar que cuando $\varepsilon_p = 0$, σ se reduce a σ_y (esfuerzo de cedencia) en las tres expresiones anteriores.

1.1.1.4. Sensibilidad a la velocidad de deformación

La velocidad con la cual es deformado un metal se relaciona directamente con la velocidad de deformación $\dot{\varepsilon}$, de acuerdo con la siguiente ecuación [8]:

$$\dot{\varepsilon} = \frac{v}{l} \quad (1.12)$$

donde l es la longitud instantánea de la pieza de prueba y v es la velocidad del cabezal en el ensayo de tensión. En las temperaturas de trabajo en caliente, el esfuerzo de fluencia depende de la velocidad de deformación. El efecto de la velocidad de deformación sobre las propiedades de resistencia se conoce como sensibilidad a la velocidad de deformación. El efecto se puede ver en la Figura 1.6a). Al aumentar la velocidad de deformación, se incrementa la resistencia a la deformación. Esto se representa de manera usual como una línea aproximadamente recta en una gráfica log-log, lo cual conduce a la relación siguiente

$$\sigma_Y = C\dot{\varepsilon}^m \quad (1.13)$$

donde C es la constante de resistencia (similar pero no igual al coeficiente de endurecimiento K) y m es el exponente de sensibilidad a la velocidad. El valor de C se determina a una velocidad de deformación de 1.0, y m es la pendiente de la curva en la Figura 1.6b).

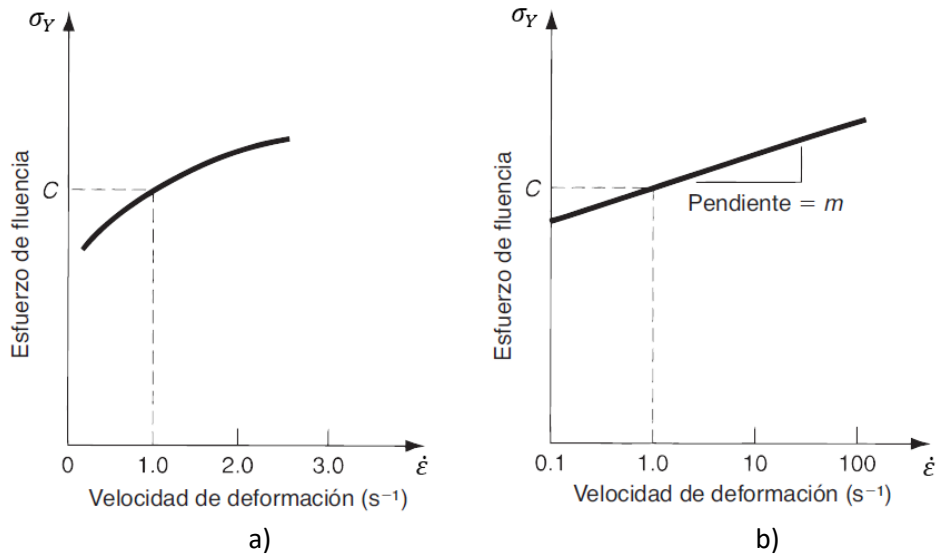


Figura 1.6. Efecto de la velocidad de deformación sobre el esfuerzo de cedencia: a) trabajo en caliente y b) la misma relación en grafica log-log.

Una expresión más completa para el esfuerzo de fluencia como función de la deformación y de la velocidad de deformación podría ser la siguiente [4]:

$$\sigma_y = A \epsilon^n \dot{\epsilon}^m \quad (1.14)$$

donde A = un coeficiente de resistencia que combina los efectos de los valores previos de K y de C . Para muchos materiales a temperatura ambiente, las propiedades mecánicas no varían para cambios pequeños en la velocidad de deformación.

1.1.2. Anisotropía

Los procesos de formado consideran inicialmente que el material metálico de trabajo es isotrópico, es decir, sus propiedades son iguales en todas las direcciones. En oposición a este concepto, la anisotropía es la característica del material de tener propiedades direccionales independientes, por lo que las propiedades del material varían según la dirección considerada. La anisotropía se ve reflejada en el comportamiento plástico de la lámina metálica de acuerdo con distintas direcciones. Un buen ejemplo del efecto de la anisotropía es la formación del orejado (ver sección 1.6) de las láminas metálicas durante el embutido profundo.

El principio de la invariabilidad del volumen (volumen constante) se puede expresar en términos de la deformación unitaria natural: la suma de las tres deformaciones principales verdaderas es igual a cero:

$$\epsilon_1 + \epsilon_2 + \epsilon_3 = 0 \quad (1.15)$$

En un ensayo de tensión la deformación principal ϵ_1 es positiva, mientras que las deformaciones transversales (de compresión) ϵ_2 y ϵ_3 son negativas. Por conveniencia, es usual hablar de deformación del largo ϵ_l , deformación del ancho ϵ_w , y deformación del espesor ϵ_t , como se muestra en la Figura 1.7. De esta manera:

$$\epsilon_l + \epsilon_w + \epsilon_t = 0 \quad (1.16)$$

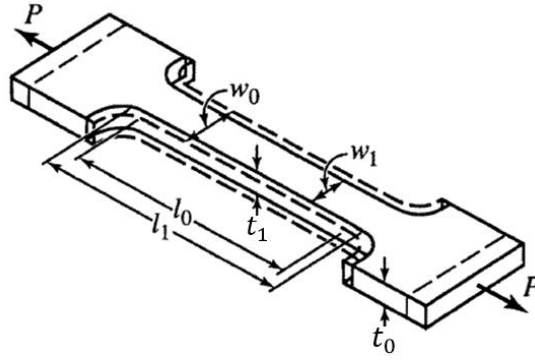


Figura 1.7. Efectos de la anisotropía en la deformación de una probeta en un ensayo de tensión [9].

Por convención, las magnitudes relativas de las deformaciones transversales se expresan con el valor r , el cual se define como la razón de la deformación del ancho $\varepsilon_w = \ln(w_1/w_0)$ respecto a la deformación del espesor $\varepsilon_t = \ln(t_1/t_0)$ [9]:

$$r_a = \frac{\varepsilon_w}{\varepsilon_t} \quad (1.17)$$

El valor r representa numéricamente la anisotropía de un material; a este parámetro también se le conoce como parámetro de Lankford o coeficiente de anisotropía [10]. En algunos casos, la deformación del espesor se mide directamente, pero en otros casos es necesario calcularla. En este último caso la relación de espesor se puede calcular mediante las medidas de la longitud y el ancho, y utilizando el criterio de volumen constante:

$$w_1 t_1 l_1 = w_0 t_0 l_0 \quad (1.18)$$

Despejando para la relación del espesor:

$$\frac{t_1}{t_0} = \frac{w_0 l_0}{w_1 l_1} \quad (1.19)$$

Por lo tanto, el valor r_a queda como:

$$r_a = \frac{\varepsilon_w}{\varepsilon_t} = \frac{\ln(w_1/w_0)}{\ln(t_1/t_0)} = \frac{\ln(w_1/w_0)}{\ln(w_0 l_0 / w_1 l_1)} \quad (1.20)$$

Dado que el espesor de la probeta es muy pequeño a comparación del ancho y la longitud, es más difícil tomar las mediciones del cambio de espesor durante el ensayo. Por tanto, el valor r_a se puede obtener mediante la Ec. (1.20). Si el cambio de ancho se mide durante el ensayo de tensión, el valor r_a se puede determinar continuamente y se podría observar alguna variación de este conforme la deformación se aumenta. Las medidas necesarias para determinar ε_w y ε_t se toman comúnmente a un valor de la deformación en el ensayo del 15% [8], o al 20% según [11].

La dirección en la cual se mide el valor r_a se indica por el sufijo r_0 , r_{45} y r_{90} para las direcciones de rolado, diagonal y transversal, respectivamente. Cuando estos valores son diferentes $r_0 \neq r_{45} \neq r_{90}$ se denomina anisotropía planar. La descripción más común para este caso es:

$$\Delta r = \frac{r_0 + r_{90} - 2r_{45}}{2} \quad (1.21)$$

La cual puede ser positiva o negativa, aunque para aceros es común que sea positivo. Si los valores r_a medidos en el plano de la lámina son idénticos en todas direcciones, pero distintos de la unidad ($r_0 = r_{45} = r_{90} \neq 1$), se denomina anisotropía normal porque la deformación de la probeta en dirección del espesor (normal a la superficie de la lámina) es mayor o menor en dirección del ancho. La anisotropía normal se define como:

$$\bar{r} = \frac{r_0 + 2r_{45} + r_{90}}{4} \quad (1.22)$$

Cuando el material es isotrópico $\varepsilon_w = \varepsilon_t$ y $r = 1$. No importa si la probeta se corta en dirección de laminación, a través de ella, o en un ángulo intermedio, en un material isotrópico:

$$r_0 = r_{45} = r_{90} = 1 \quad (1.23)$$

1.2. Clasificación del formado de metal

Los procesos de formado de metal se pueden clasificar de diversas maneras. De acuerdo a la norma DIN 8582 [12], los procesos de formado de metal se clasifican según el tipo de carga, como se muestra en la Figura 1.8.

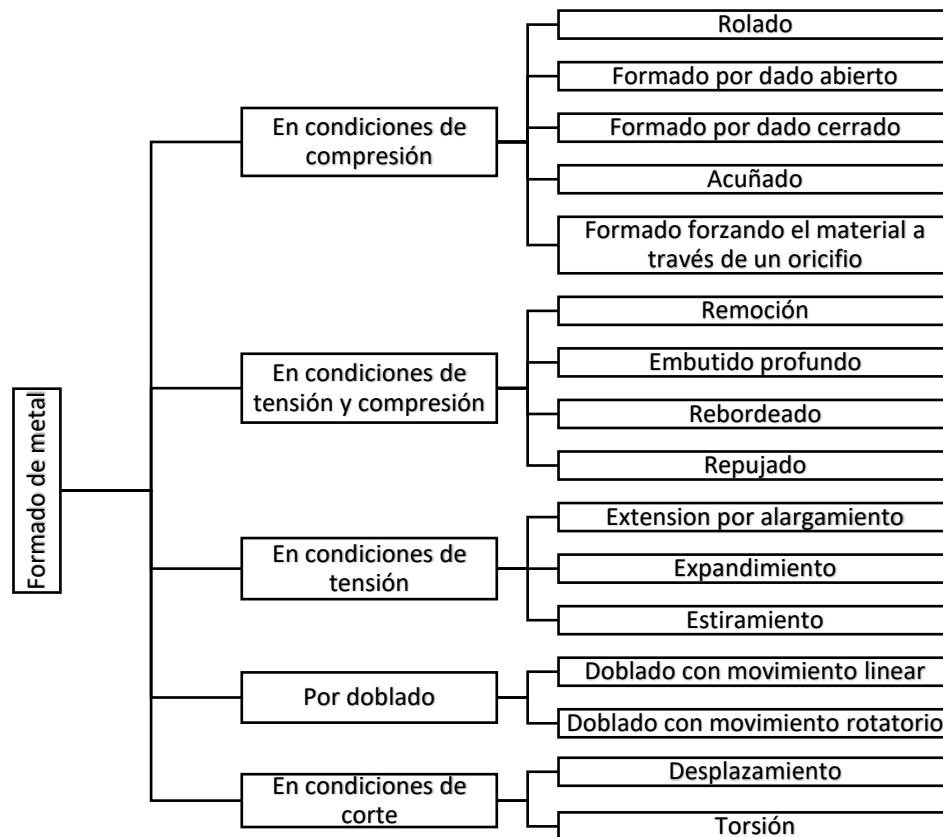


Figura 1.8. Clasificación de los procesos de formado de metal de acuerdo a DIN 8582 [12].

Otra de las clasificaciones más prácticas es de acuerdo con el tipo de materia prima o producto: procesos de deformación volumétrica y procesos de formado de lámina, como se muestra en la Figura 1.9.

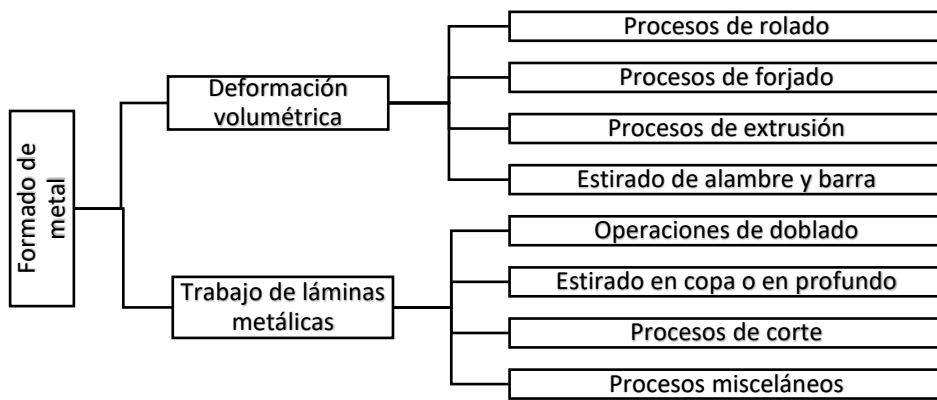


Figura 1.9. Clasificación de las operaciones de formado de metales [4].

1.2.1. Procesos de deformación volumétrica

Los procesos de deformación volumétrica se caracterizan por deformaciones significativas y grandes cambios de forma, además una baja relación entre el área superficial y el volumen de material de la pieza de trabajo. En la Figura 1.10 se muestran algunos procesos de deformación volumétrica.

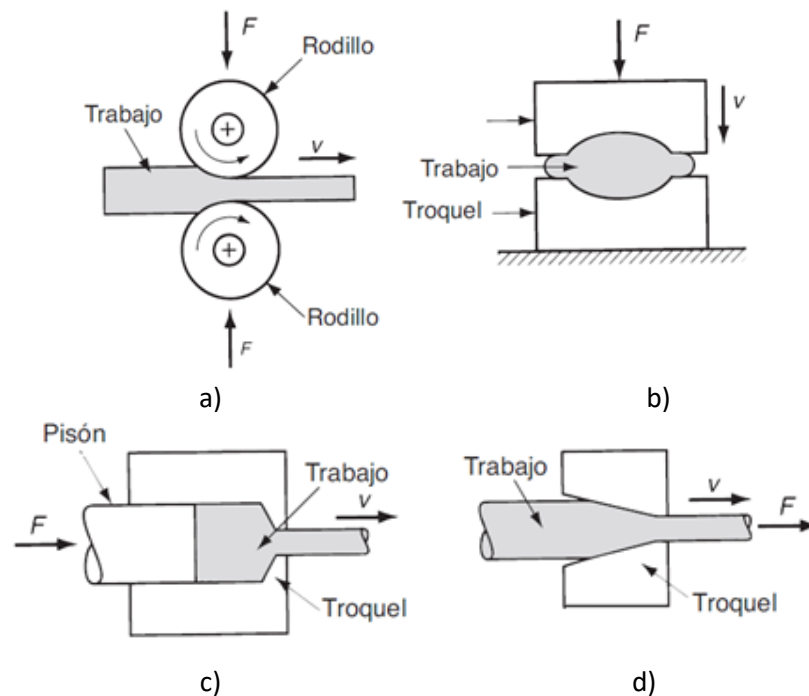


Figura 1.10. Procesos de deformación volumétrica: a) rolado, b) forjado, c) extrusión y d) estirado. El movimiento relativo en las operaciones se indica como v , y las fuerzas se indican como F [4].

Rolado/laminado: Es un proceso de deformación por compresión en el cual el espesor de una plancha o placa se reduce por medio de dos herramientas cilíndricas opuestas llamadas rodillos. Los rodillos giran para estirar y realizar el trabajo dentro de la abertura entre ellos y comprimirla. El proceso básico ilustrado en la Figura 1.10a) es el laminado plano, que se usa para reducir el espesor de una sección transversal rectangular.

Forjado: En el forjado se comprime una pieza de trabajo entre dos troqueles opuestos, de manera que la forma del troquel se imprima para obtener el trabajo requerido, como se muestra en la Figura 1.10b). El forjado es un proceso tradicional de trabajo en caliente, pero muchos tipos de forjado se hacen también en frío. Hay tres tipos de operaciones de forjado: a) forjado en troquel abierto, b) forjado en troquel impresor y c) forjado sin rebaba [4].

Extrusión: Es un proceso de compresión en el cual se fuerza el metal de trabajo a fluir a través de la abertura de un troquel para que tome la forma de la abertura de éste en su sección transversal, como se muestra en la Figura 1.10c). La extrusión se lleva a cabo de varias maneras. De acuerdo a la configuración física del proceso de extrusión, se distinguen dos tipos principales de extrusión: extrusión directa y extrusión indirecta [4].

Estirado: En este proceso de formado el diámetro de un alambre o barra se reduce cuando se tira del alambre a través de la abertura del troquel, como se muestra en la Figura 1.10d). Las características generales del proceso son similares a las del proceso de extrusión; la diferencia es que en el estirado el material de trabajo se jala a través del troquel, mientras que en la extrusión se empuja a través de él.

1.2.2. Formado de lámina metálica

Los procesos de trabajo de láminas metálicas son operaciones de formado o preformado de láminas, tiras y rollos de metal. La razón entre el área superficial y el volumen del material inicial es alta; por lo que esta relación es un medio útil para distinguir la deformación volumétrica de los procesos de láminas metálicas. En la Figura 1.12 se muestran las operaciones básicas de láminas metálicas.

Doblado: El doblado implica la deformación de una lámina metálica o placa para que adopte un ángulo respecto a un eje recto, en la mayoría de los casos. En la Figura 1.11a) se muestra la terminología utilizada en el doblado de una hoja (lámina) o placa, mientras que en la Figura 1.11b) se puede observar que las fibras exteriores del material se encuentran a tensión, mientras que las interiores están a compresión.

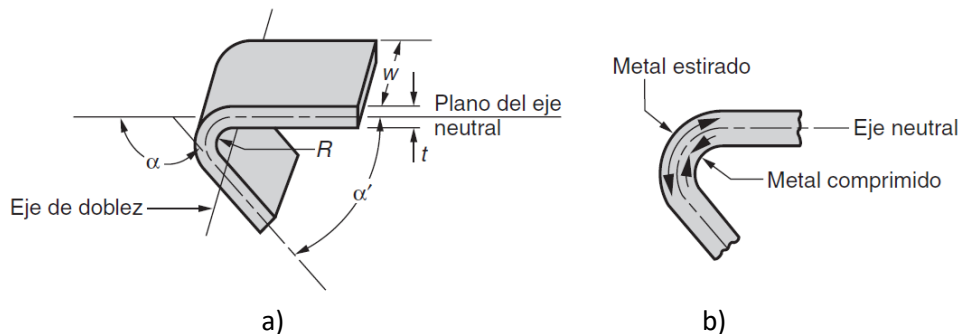


Figura 1.11. Doblado de lámina metálica: a) nomenclatura, b) tensión y compresión en el doblado [4].

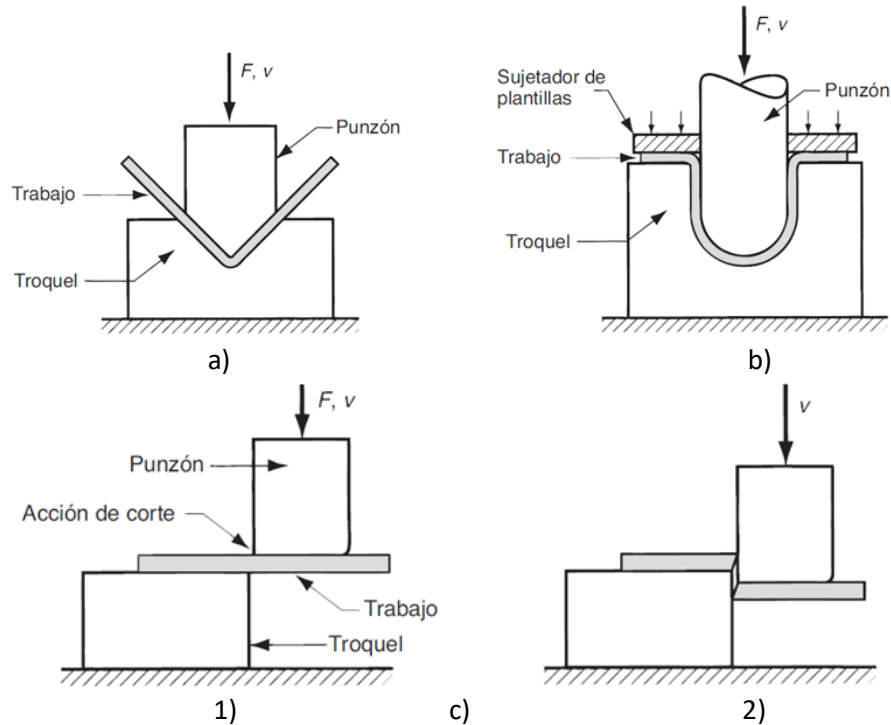


Figura 1.12. Operaciones básicas en el trabajo de láminas metálicas: a) doblado; b) embutido; c) corte, 1) al primer contacto del punzón con la lámina, 2) después del corte. La fuerza y el movimiento relativo se indican por F y v [4].

Corte: En esta operación se corta la pieza usando un punzón y un troquel, como se muestra en la Figura 1.12b). Aunque el corte no es un proceso de formado, se incluye aquí debido a que es una operación necesaria y muy común en el trabajo de láminas metálicas [4]. Hay tres operaciones principales de corte de lámina metálica: el cizallado, el punzonado y el perforado. El cizallado es la operación de corte de una lámina de metal a lo largo de una línea recta entre dos bordes de corte, como se muestra en la Figura 1.13. El punzonado implica el corte de una lámina de metal a lo largo de una línea cerrada en un solo paso para separar la pieza del material circundante, como se muestra en la Figura 1.14a). La pieza que se corta es el producto deseado en la operación y se designa como la parte o pieza deseada. El perforado es muy similar al punzonado excepto porque la pieza que se corta se desecha y se llama desperdicio. El material remanente es la pieza deseada, como se muestra en la Figura 1.14b).

Embutido / estirado: Se refiere a la transformación de una lámina plana de metal en una forma hueca o cóncava, como una copa, mediante el estirado del metal. Se usa un sujetador para mantener fija la plantilla, mientras el punzón empuja la lámina de metal, como se muestra en la Figura 1.12c). Para distinguir esta operación del estirado de barras y alambres, se usan frecuentemente los términos estirado en copa o estirado profundo. La diferencia entre el estirado y el embutido profundo es sustancial: en el primero, la pieza se sujeta y el aumento de área se obtiene a esta del espesor de la lámina; en el segundo, se permite, e incluso se fomenta, que el blanco se introduzca a la matriz, de manera tal que el espesor no cambie nominalmente [9].

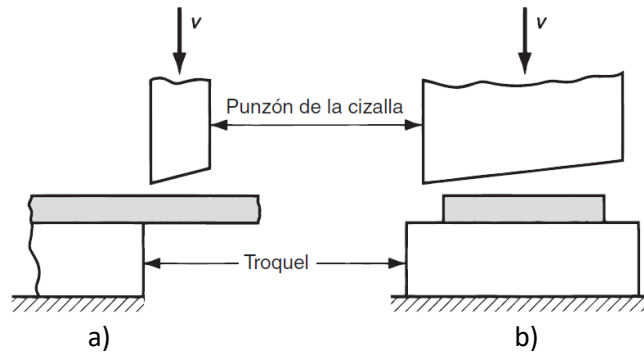


Figura 1.13. Operación de cizallado: a) vista lateral de la operación, b) vista frontal de la cizalla equipada con cuchilla superior sesgada [4].

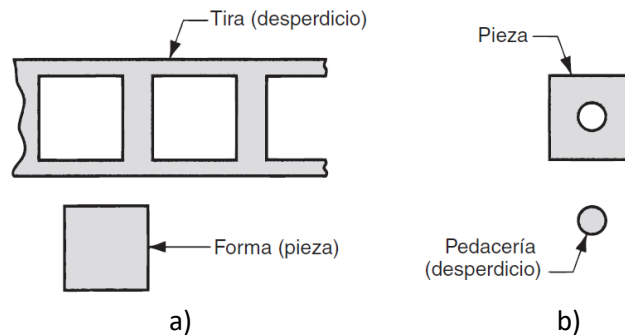


Figura 1.14. a) Punzonado y b) perforado [4].

1.3. Embutido cilíndrico

El embutido profundo es un proceso de formado de lámina metálica que se usa para hacer piezas de forma acopada, de caja y otras formas huecas más complejas. Este proceso involucra formado por tensión y compresión. El proceso consta de 4 componentes fundamentales: el dado o matriz, el punzón, el pisador y la lámina o blank, los cuales se muestran en la Figura 1.15. Durante el proceso de embutido la lámina se coloca sobre el dado y se mantiene en su lugar mediante el pisador. Posteriormente el punzón baja y empuja la lámina dentro del dado, convirtiéndola así en una forma acopada.

En el embutido cilíndrico se embute una pieza de trabajo (blank) con un diámetro D_b dentro de un dado por medio de un punzón de diámetro d_p . Tanto el punzón como el dado deben tener un radio en sus esquinas denominado r_p y r_d , respectivamente. Si estos radios no existieran ($r_p = r_d = 0$), el proceso que se llevaría a cabo sería el de corte de lámina. Otro aspecto importante es el claro c que debe existir entre el dado y el punzón, el cual debe ser un 10% mayor que el espesor del blank [4], mientras que en [6] se menciona que el claro debe estar en el rango del 7% al 14% mayor al espesor del blank.

Existen diversos tipos de prensas para llevar a cabo el proceso de embutido profundo entre los cuales destacan las de simple efecto y las de doble efecto. En la prensa de simple efecto el punzón permanece fijo mientras el dado y el pisador son móviles, Figura 1.16. En la prensa de doble efecto el dado permanece fijo mientras el pisador y el punzón son móviles, Figura 1.17. También hay una diferencia sobre el trabajo ejercido sobre el blanco, en la prensa de simple efecto el trabajo es ejercido tanto por el punzón como por el pisador, mientras que en la prensa de doble efecto solo recibe por parte de la fuerza del punzón

[13]. Cabe destacar que en el presente trabajo de tesis se considera el proceso de embutido con una prensa de doble efecto.

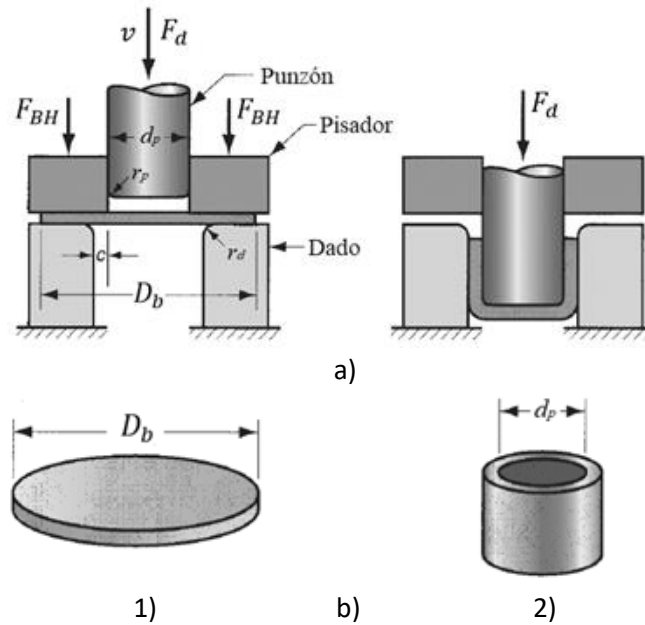


Figura 1.15. Embutido cilíndrico: a) elementos básicos: 1) antes de la operación y 2) final de la carrera del punzón; b) pieza de trabajo: 1) forma inicial del blank y 2) pieza embutida.

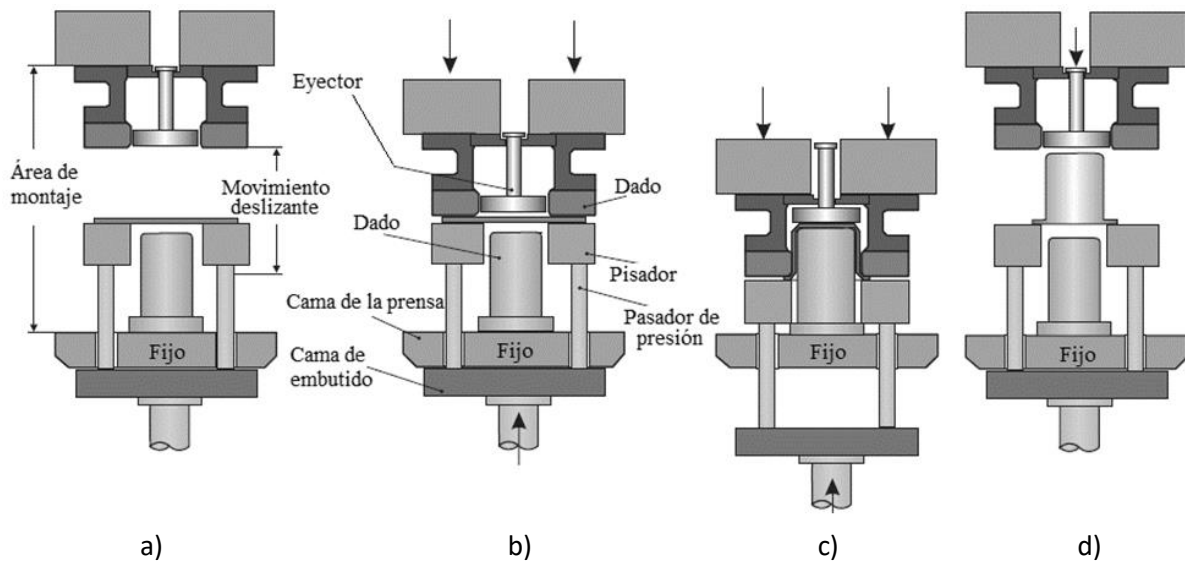


Figura 1.16. Embutido profundo en prensa de simple efecto: a) se coloca el blank entre pisador y dado, b) el dado baja y presiona contra el pisador, c) el dado y el pisador avanzan hacia el punzón, d) el dado y el pisador regresan a su posición inicial y el eyector expulsa la pieza fuera del dado.

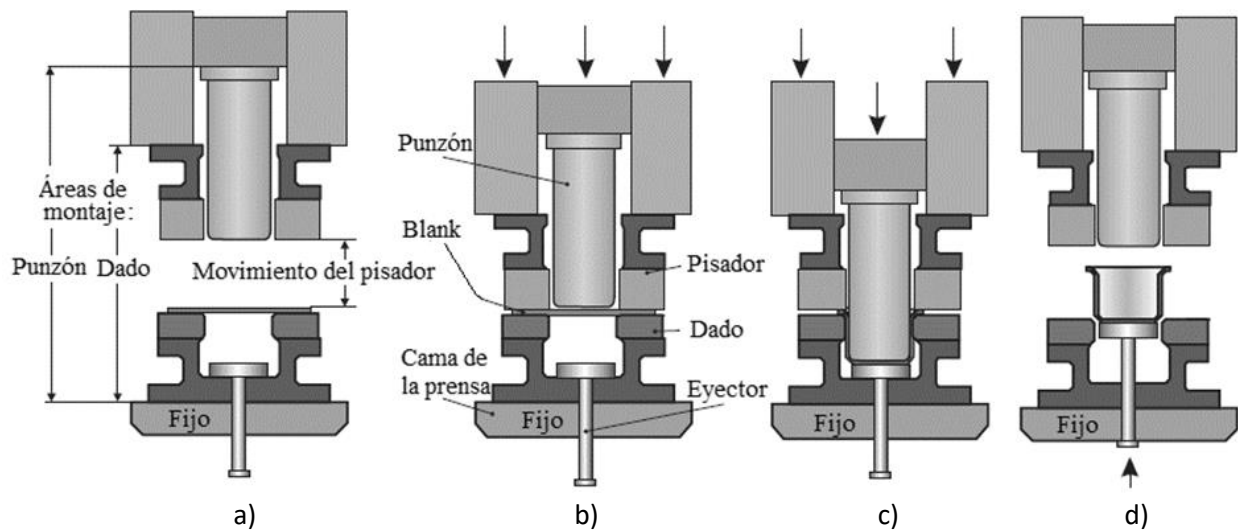


Figura 1.17. Embutido profundo en prensa de doble efecto. a) Se coloca el blank entre el pisador y el dado. b) El pisador baja y ejerce fuerza contra el blank y el dado. c) El punzón baja y ejerce fuerza contra el blank introduciéndolo dentro del dado. d) El pisador y el punzón regresan a su posición inicial y el eyector expulsa la pieza fuera del dado.

Una medida de la severidad de la operación de embutido es la relación de embutido DR , la cual se define para un embutido cilíndrico como la relación del diámetro del blank D_b y el diámetro del punzón d_p :

$$DR = \frac{D_b}{d_p} \quad (1.24)$$

Cuanto mayor sea la relación de embutido mayor será la severidad de la operación. El límite superior se determina por la aparición de grietas en el material. En el caso de aceros el límite superior no debe ser mayor a 2 [14]. Por otro lado, el límite inferior se caracteriza por la aparición de arrugas de segundo orden (ver sección 1.6) [15]. El valor límite para una determinada operación de embutido depende de los radios del punzón y del dado (r_p y r_d), las condiciones de fricción, la altura de embutido, y las propiedades mecánicas del material de la lámina de metal.

Otra forma de caracterizar una operación de embutido es mediante la reducción r , la cual se define como:

$$r = \frac{D_b - d_p}{D_b} \quad (1.25)$$

La reducción r está muy relacionada con la relación de embutido. En el caso de los aceros, si $DR \leq 2$, la reducción r debe ser menor a 0.50 [4].

Una tercera medida del embutido profundo es la relación espesor de la lámina a diámetro del blank (t/D_b). Se recomienda que esta relación sea mayor al 1% debido a que a medida que la relación (t/D_b) disminuye, la tendencia a la aparición de arrugas se incrementa [4].

1.4. Embutido de formas irregulares

El embutido de formas no cilíndricas es cada vez más frecuente en la industria. Sin embargo, la complejidad del mecanismo de deformación involucrado impide comúnmente el uso de las técnicas y procedimientos de diseño y manufactura inicialmente desarrollados para las formas cilíndricas. El embutido profundo de formas irregulares es un proceso complejo que demanda consideraciones especiales.

1.4.1. Trabajos relacionados

En [16] se desarrolló un nuevo proceso para incrementar la capacidad de embutido en copas de sección transversal triangular, estrella y trébol. Como resultado se pudieron obtener copas más altas embutiendo una lámina circular a través de un dado cónico, el cual tenía en la cavidad del fondo una de las formas mencionadas anteriormente. En [17] se realizaron experimentos de embutidos profundos hidrodinámicos de superficies irregulares con la finalidad de controlar el arrugado interno que se presenta durante la operación. De acuerdo con el análisis teórico del mecanismo de arrugamiento interno, la optimización de la presión de la cavidad es indispensable para formar una pieza sin arrugas, por lo que emplearon cordones o perlas semicirculares en las zonas exteriores del dado, eliminando de esta manera las arrugas internas de la pieza. Un estudio similar se llevó a cabo en [18] donde se propuso un modelo matemático para el líquido entre el flanco y el dado en un embutido profundo hidrodinámico de forma irregular. Este modelo se incorporó a un software comercial de elemento finito y comparando con información experimental se obtuvo un método mediante el cual se podían determinar los parámetros principales de una operación de embutido profundo hidrodinámico. Por otro lado, en [19] se investigó un método basado en el elemento finito para determinar la forma óptima del blank para piezas trapezoidales y formas de "L" en embutidos profundos. Se propuso la forma ideal de la pieza embutida y se analizó el flujo del material en reversa paso a paso para predecir la forma inicial del blank. La forma propuesta para el blank inicial de ambas figuras se comparó contra casos experimentales.

En [20] también se empleó el método de elemento finito en conjunto con una red abductiva para predecir el contorno óptimo del blank de un embutido profundo de copa elíptica sin orejas. Se utilizó un código basado en el método de elemento finito para investigar las características del flujo del material bajo diferentes parámetros del proceso, y la red abductiva se empleó para sintetizar los conjuntos de datos obtenidos de simulaciones numéricas, obteniendo de este modo, un modelo predictivo que permite obtener el contorno óptimo del blank para obtener una copa elíptica sin orejas. Un estudio similar se llevó a cabo en [21], donde se estudió la distribución de la fuerza del punzón en un embutido profundo de copa elíptica. En los experimentos realizados también se analizó la influencia que tienen tanto el radio del dado como el del punzón. Además, se determinó que la forma inicial del blank es de suma importancia para obtener una copa óptima. En [22] se utilizó el software DEFORM-3D® para simular embutidos profundos de copa elíptica de hoja metálica de aleación de magnesio AZ31 a temperaturas elevadas. Se utilizó el método de elementos finitos para determinar el esfuerzo efectivo y la fuerza de formado bajo diversas condiciones de parámetros del proceso.

Por otro lado, en [23] se investigó la aparición de arrugas en embutidos profundos de copa elíptica, cuya formación es severa en la región cercana al eje mayor. Se encontraron las primeras apariciones de arrugas cuando la relación de aspecto a/b es de 1.33, donde a y b son los semiejes mayor y menor del blank elíptico, respectivamente. Conforme esta relación aumenta la aparición de arrugas se retarda y la fractura se da antes en la región cercana al eje mayor. En [24] se consideró el radio del dado y el radio del punzón

como los parámetros principales de diseño y se llevaron a cabo diversas pruebas experimentales de embutido variando ambos parámetros. El objetivo fue obtener productos óptimos de embutido profundo de copa elíptica. Los resultados de los experimentos se compararon con los resultados numéricos obteniéndose muy buenas concordancias.

De esta revisión bibliográfica se observa que se han investigado en gran medida diferentes métodos de optimización de la forma del blanks elípticos apoyándose en modelos numéricos basados en el método de elementos finitos, así como en pruebas experimentales que les permite corroborar la información obtenida mediante el primer medio mencionado. Se ha estudiado también el efecto de diversos parámetros geométricos sobre la fuerza de embutido, así como los defectos que la variación de éstos pudiera ocasionar en la copa elíptica. Sin embargo, no se encontró en la literatura el desarrollo de expresiones analíticas capaces de predecir la fuerza necesaria para llevar a cabo un embutido elíptico con base a los diferentes parámetros geométricos, del material y del proceso que se encuentran presentes en la operación. Al mismo tiempo se notó la ausencia en la literatura de expresiones analíticas para el cálculo de la altura máxima permisible para un embutido profundo elíptico.

1.5. Parámetros del embutido

El embutido profundo es afectado por diferentes parámetros los cuales influyen en el desempeño de la operación, así como en la calidad del producto terminado. Entre estos parámetros se encuentran los parámetros del material de trabajo, del proceso y parámetros geométricos. Los parámetros de mayor influencia son los radios del punzón y del dado, el claro entre ambos, la velocidad de la prensa, la lubricación, entre otros. Cabe destacar que dichos parámetros interactúan entre si durante el proceso, lo cual hace complicado estudiar la influencia que tiene cada uno de ellos en el resultado final. En la Figura 1.18 se muestra un esquema con la clasificación completa de los parámetros del proceso de embutido.

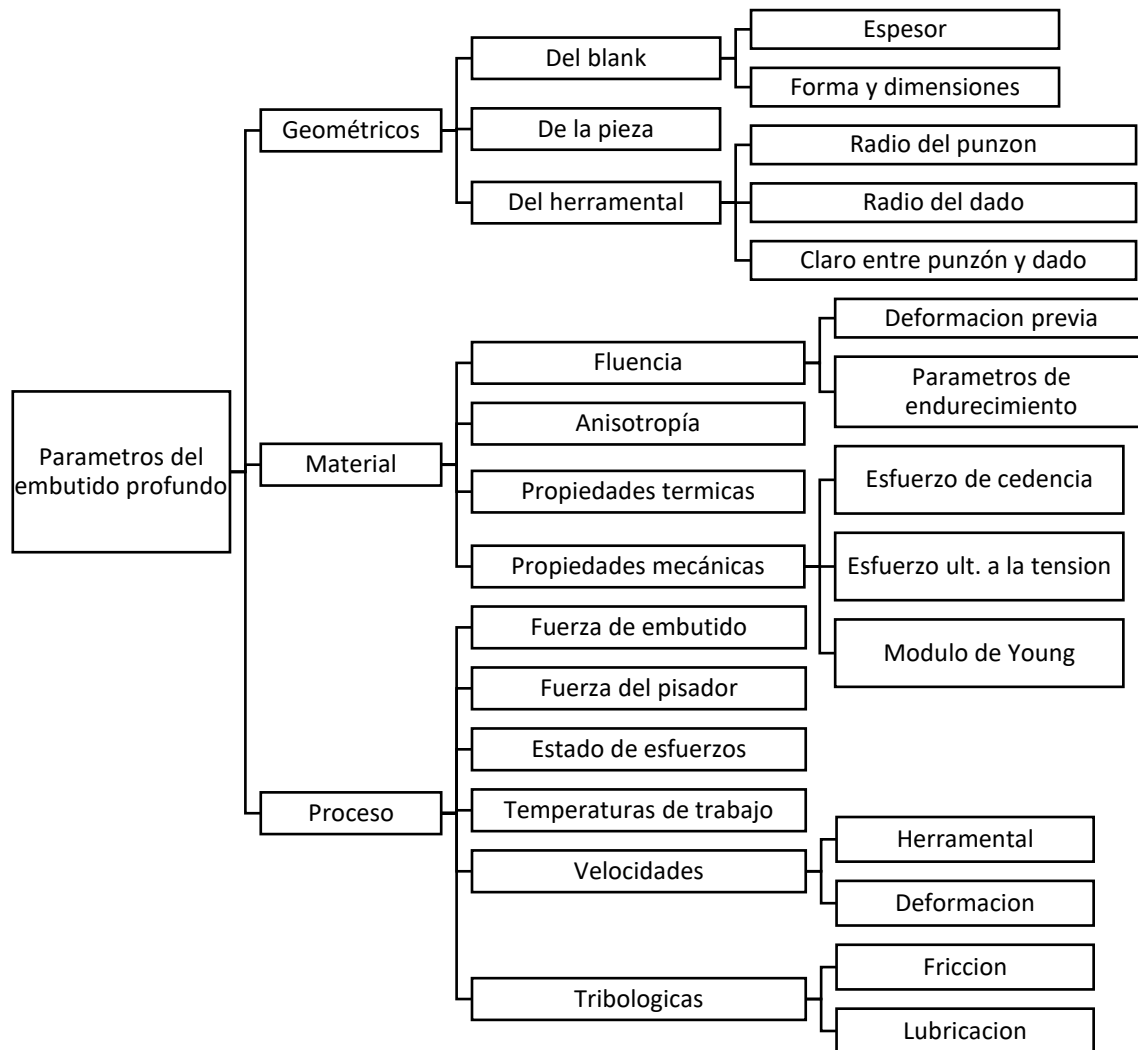


Figura 1.18. Clasificación de los parámetros de embutido [25].

1.5.1. Parámetros geométricos

El diámetro del blanco, el diámetro de la pieza y la altura de la pieza, son los parámetros geométricos más importantes en una operación de embutido profundo cilíndrico. Estos parámetros son la base del diseño para el embutido profundo.

a) Radio del dado

El dado del radio debe seleccionarse con base en el espesor y el diámetro del blank. Si el radio es demasiado pequeño puede ocurrir fractura. Por lo tanto, se prefiere que este radio sea grande para disminuir la fuerza de embutido e incrementar la relación de embutido. Sin embargo, el área de contacto entre el pisador y el flanco de la lámina se vuelve más pequeña al incrementar el radio del dado lo cual puede provocar arrugas en esa región.

En [26] se reportó que para un proceso de embutido determinado, la fuerza máxima de embutido necesaria para mover el blank hacia la cavidad del dado disminuye conforme el radio del dado aumenta.

Lo anterior debido a que los esfuerzos de doblado disminuyen. Dicho fenómeno se puede observar en la Figura 1.19.

En [27] se propuso una expresión matemática para evaluar el tamaño óptimo del radio del dado para una sola operación de embutido:

$$r_d = \sqrt{0.8(D_b - d_p)t_0} \quad (1.26)$$

donde:

D_b = diámetro del blank

d_p = diámetro del punzón

t_0 = espesor del blank

Por otro lado la norma CSN 22 7301 [28] recomienda un radio del dado $r_d = (6 \text{ a } 10)t_0$ para un embutido de una sola operación.

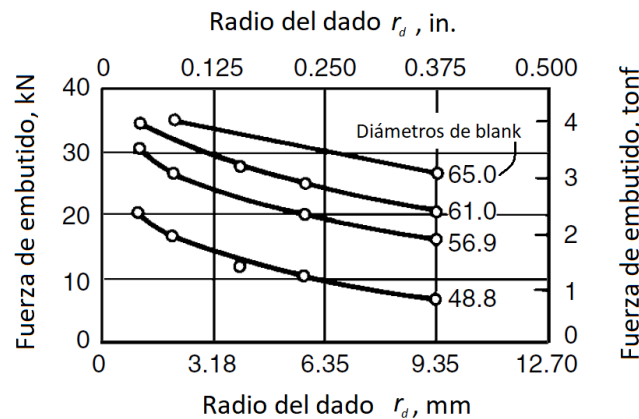


Figura 1.19. Efecto del radio del dado sobre la fuerza máxima de embutido para diferentes diámetros de blank con 1 mm de espesor para una aleación de bronce C27400. Un diámetro del punzón de 30.5 mm y un radio de punzón de 0.61 mm. Los diámetros de blank se indican en milímetros [29].

b) Radio inferior del punzón

La fractura normalmente ocurre en el fondo de la pared de la copa, justo donde el radio inferior del punzón hace contacto con la lámina. La copa es más débil en el fondo porque no se endurece tanto como las paredes de esta. Las paredes de la copa están endurecidas debido al doblado y desdoblado que sufre la lámina sobre el radio del dado. A medida que incrementa el radio del punzón la zona de falla se mueve un poco más arriba en la pared de la copa. De acuerdo a [26], si se incrementa el radio inferior del punzón de una a cinco veces el espesor de la lámina, la carga en la pared de la copa disminuirá de forma que la reducción del diámetro del blank se incrementará de 35% a cerca de un 50% (para aceros). Por lo tanto, la altura máxima del embutido puede ser más profunda antes de que la falla ocurra en las paredes de la copa. Por otra parte, en [29] se menciona que el radio inferior del punzón no puede ser mayor a 10 veces el espesor de la lámina sin que exista la probabilidad de arrugas. En [27] se llevaron a cabo estudios para investigar el efecto del radio inferior del punzón con diferentes materiales y se llegaron a las mismas conclusiones previamente señaladas. En [28] se recomiendan algunas expresiones para el cálculo del radio inferior del punzón según el diámetro del blank:

$$\text{Para } D_b = 6.3 \text{ a } 100\text{mm}, r_{pb} = (3 \text{ a } 4)t_0 \quad (1.27)$$

$$\text{Para } D_b = 100 \text{ a } 200\text{mm}, r_{pb} = (4 \text{ a } 5)t_0 \quad (1.28)$$

$$\text{Para } D_b > 200\text{mm}, r_{pb} = (5 \text{ a } 7)t_0 \quad (1.29)$$

El radio del punzón se ve influenciado por la altura de embutido, el porcentaje de reducción de la lámina y el tipo de metal [28].

c) Claro entre el punzón y el dado

La dimensión del claro entre el punzón y el dado se selecciona dependiendo del espesor, la resistencia del metal de trabajo y los requisitos del embutido. El claro se minimiza para prevenir arrugas en la pared de la copa. Cuando el metal se embute sobre el radio del dado hay una disminución seguida de un incremento gradual en el espesor de la lámina. Entonces, se emplea un claro con un 7-15% más grande que el espesor del blank lo cual ayuda a evitar el pulido en la pared de la copa y la ruptura en el fondo de la copa. Cuando el claro es mayor al 15-20% del espesor del blank las paredes de este no entran en contacto con las paredes del punzón y del dado, por lo tanto, la fuerza máxima de embutido disminuye. Se puede decir entonces que la fuerza máxima de embutido se incrementa conforme se disminuye el claro. Además, se tiene un segundo pico en la curva fuerza de embutido-avance del punzón, como se observa en la Figura 1.20. Cuando el espesor de la lámina aumenta hasta ser ligeramente mayor que el claro, ocurre el efecto de planchado. Durante el proceso de planchado la distancia del claro es mayor que el espesor inicial de la lámina, pero menor que el espesor esperado en la parte superior de la copa, por ende, la lámina se aprieta entre el punzón y el dado y se produce una pared de la copa más uniforme [30].

Suchy [28] recomienda que el claro entre el punzón y el dado se obtenga de la siguiente manera:

$$\text{claro} = c = 1.4t_0 \quad (1.30)$$

Además, la norma CSN(22 7301) [31] sugiere la siguiente expresión:

$$c = 1.2t_0 \quad (1.31)$$

Mientras que Oehler [32] propone la siguiente expresión para el cálculo del claro:

$$c = t_0 + k_c \sqrt{10t_0} \quad (1.32)$$

donde t_0 es el espesor inicial del blank y k_c es un factor cuyo valor varía entre 0.02 y 0.2 según la ductilidad del metal; por ejemplo, para aceros $k_c = 0.07$. En la Tabla 1.1 se muestra el claro ideal para un embutido de una etapa de acuerdo a [28].

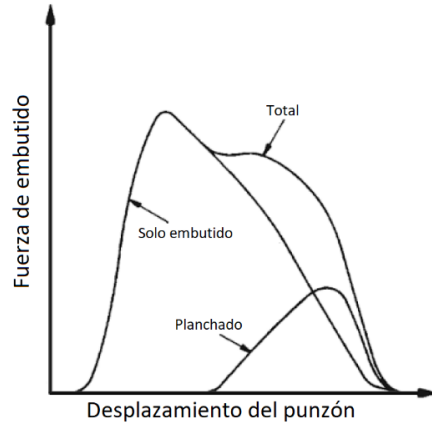


Figura 1.20. Curva fuerza del punzón-avance del punzón: proceso de planchado combinado con el embutido profundo.

Tabla 1.1. Claro entre punzón y dado para diferentes materiales, t_0 =espesor del blank [28].

Material	Claro
Aluminio	$1.25t_0$
Acero	$(1.1 \text{ a } 1.25)t_0$
Acero inoxidable	$(1.75 \text{ a } 2.25)t_0$

d) Espesor del blank

La tendencia a la aparición de arrugas en un blank grueso es menor que en uno delgado, por lo que la fuerza del pisador requerida para un blank grueso no es mayor que la necesaria para uno delgado y, por lo general, cuanto más delgado sea el blank, mayor será la fuerza del pisador, tal como se comprobó en [33]. Por otro lado, en [34] se concluyó que el aumento del espesor del blank provoca una disminución del límite de embutido lo cual podría causar orejado en la pieza final.

Generalmente la distribución de espesor debe ser uniforme en la pieza embutida; pero como el proceso de embutido profundo tiene diferentes etapas, y como las variables a controlar son impredecibles, el espesor puede variar un poco. La existencia de variación de espesor en las etapas del embutido puede causar concentración de esfuerzos, induciendo la presencia de defectos en la lámina tales como arrugas, fisuras y/o fracturas.

1.5.2. Parámetros del material

Durante el embutido profundo, los parámetros del material de trabajo tienen un efecto muy significativo en la calidad de la parte embutida. Por lo tanto, es muy importante conocer la influencia que tiene cada uno de ellos, siendo el coeficiente de resistencia K y el exponente de endurecimiento n los parámetros más estudiados en la literatura.

a) Coeficiente de endurecimiento, K

El coeficiente de endurecimiento afecta en muy poco la formabilidad de la lámina, pero influye en la fuerza máxima de embutido. Durante la operación de embutido, el material en el flanco debe ser embutido con facilidad sin causar fracturas en la pared de la copa. Un valor alto de K significa que la pared es más resistente, lo cual es benéfico al proceso, pero también se tiene un flanco resistente, por lo cual se requiere más fuerza para embutir. Por lo tanto, para tener una operación de embutido exitosa, el valor

de K debe ser suficientemente grande para asegurar resistencia en el producto final, pero no demasiado alto como para incrementar la fuerza requerida para llevar a cabo la operación.

b) Exponente de endurecimiento, n

El exponente de endurecimiento es un indicador de la formabilidad del material y juega un papel crucial en el proceso de formado. Un valor alto de n endurecerá la pared de la copa, pero también el flanco, lo cual significa mayor fuerza requerida para deformar la lámina. Sin embargo, la relación de embutido tiende a incrementarse cuando se incrementa el valor de n .

c) Esfuerzo de cedencia inicial, $\sigma_{y,0}$

Las propiedades del material también afectan la altura máxima que se puede embutir. En [35] se llevaron a cabo análisis paramétricos en embutidos cilíndricos y cuadrados, uno de ellos fue la influencia del esfuerzo de cedencia inicial, el cual se puede observar en la Figura 1.21. Para el embutido cilíndrico se determinó que al incrementar el esfuerzo de cedencia inicial se incrementa la altura máxima de embutido. Además, el incrementar el esfuerzo de cedencia inicial, se retrasa la aparición de deformación plástica. En el caso del embutido cuadrado se observó una menor influencia del esfuerzo de cedencia en la altura máxima de embutido.

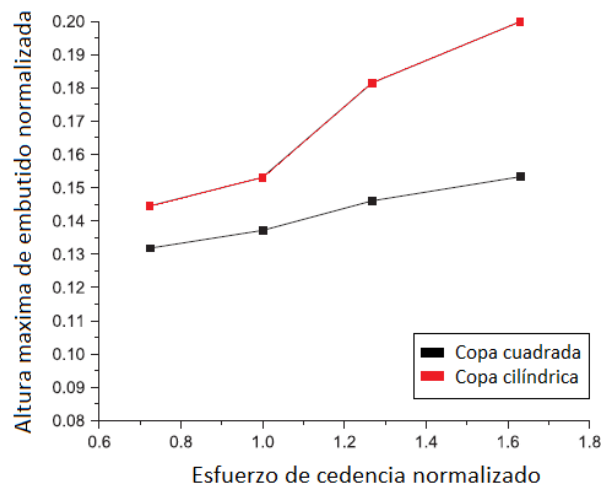


Figura 1.21. Efecto del esfuerzo de cedencia inicial sobre la altura máxima de embutido [35].

d) Módulo de elasticidad, E

En [36] se simuló embutidos cilíndricos para analizar la influencia que tienen algunos parámetros sobre la operación. Entre dichos parámetros analizaron el módulo de elasticidad, concluyendo que el incrementar este parámetro, se incrementa la deformación plástica y la fuerza máxima de embutido requerida para realizar la operación. La mayor influencia de este parámetro ocurre bajo la combinación con otros parámetros. Cuando E incrementa, pero el esfuerzo de cedencia $\sigma_{y,0}$ o el exponente de endurecimiento n disminuyen, la deformación plástica incrementa considerablemente y, generalmente, la mayor parte de la deformación plástica ocurre en la pared de la copa cerca al radio del dado. Por otro lado, cuando E decrece, pero $\sigma_{y,0}$ o n incrementan, el adelgazamiento máximo disminuye. Este parámetro es un buen ejemplo para visualizar la complejidad del proceso de embutido profundo, en el cual están involucrados muchos parámetros que interactúan entre sí.

1.5.3. Parámetros del proceso

Los parámetros del proceso tienen una gran influencia sobre el embutido profundo y pueden definir si la operación será llevada a cabo exitosamente o no. Entre los parámetros del proceso más comunes se encuentran la fuerza del pisador, el coeficiente de lubricación y la velocidad de la prensa.

a) Fuerza de embutido

La fuerza de embutido requerida y sus variaciones a lo largo de la carrera del punzón pueden determinarse de con ecuaciones teóricas basadas en la teoría de plasticidad, utilizando ecuaciones empíricas [14], o mediante simulaciones numéricas. La fuerza requerida para embutir la lámina en la posición intermedia tiene un mínimo de tres componentes [29]:

- La fuerza requerida para la compresión circunferencial y radial del metal en el flanco.
- La fuerza requerida para doblar y enderezar al metal que está fluyendo dentro de la cavidad del dado.
- La fuerza requerida para vencer la fricción del metal pasando a través del pisador y sobre el radio del dado.

Con base en este conjunto de fuerzas se logra obtener una fuerza de embutido resultante que es la fuerza del punzón requerida para formar la lámina.

En la Figura 1.22 se muestra un diagrama fuerza/carrera del punzón típico para un embutido profundo. Si el claro entre el punzón y el dado es muy pequeño (curva B), el espesor de la pared el cual se había incrementado debido al esfuerzo de compresión tangencial en el flanco se reducirá de nuevo con el efecto del planchado. Esto causará que la fuerza de embutido máxima ocurra después de una carrera más larga que en un caso donde no ocurre planchado. En la Figura 1.22 se puede observar que el esfuerzo de flujo $\sigma_{f,m}$ se incrementa continuamente conforme la deformación ocurre. Esto se debe al endurecimiento por deformación, mientras que el diámetro del flanco va decreciendo cada vez más hasta que la relación $\ln(d/d_m)$ se hace cero al final del embutido. El producto de esas dos cantidades muestra un máximo característico que se alcanza cuando la relación entre el diámetro del flanco con el diámetro del blanco es $d_{F,max}/D_b \cong 0.77$.

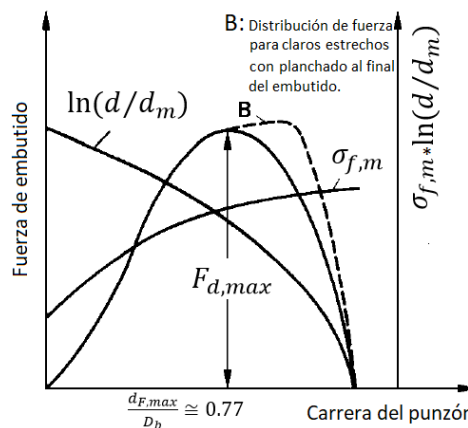


Figura 1.22. Diagrama fuerza/carrera para un embutido profundo.

b) Fuerza del pisador

Las fuerzas de compresión tangenciales en el área más allá del borde del dado hacen que el metal de trabajo se doble. Si este metal pandeado o arrugado se introduce en el troquel durante la operación de estirado, aumentará la deformación en el área de la punta del punzón hasta el punto en el que el metal de trabajo se fracturaría poco después del comienzo del embutido. Se utiliza la fuerza del pisador para evitar este pandeo y su posterior fallo. La cantidad de fuerza del pisador requerida es generalmente de aproximadamente un tercio de la fuerza requerida para el embutido. El espesor del blank también debe considerarse cuando se están formando formas simples; cuanto más delgado sea el blank, mayor será la fuerza del portaobjetos que se requiere.

No hay reglas absolutas para calcular la fuerza del pisador para una operación de embutido determinada; la mayoría de los valores de fuerza del pisador se encuentran empíricamente. Sin embargo, la fuerza del pisador debe ser suficiente para evitar las arrugas, y depende de la reducción del espesor y las propiedades del material del blank, el tipo de lubricación utilizada y otros factores. Para una aplicación particular, la fuerza del pisador se determina mejor experimentalmente.

c) Temperatura

En el proceso de embutido profundo la temperatura juega un papel muy importante en la reducción de defectos. Al llevar a cabo la operación de embutido profundo a temperaturas elevadas, se reducen los esfuerzos de flujo de material, se alivian los esfuerzos residuales y se aumenta la formabilidad del material, lo que facilita la deformación [36]. Esto permite un estirado más profundo y un mayor estiramiento en los productos finales. El embutido profundo de metales a temperaturas elevadas, pero por debajo de la temperatura de recristalización se considera como embutido profundo cálido. La desventaja al realizar una operación de embutido a temperaturas elevadas es que la pieza resultante no tendrá el mismo nivel de endurecimiento o resistencia que cuando se realiza la operación en frío.

d) Velocidad de embutido

La velocidad de embutido afecta la fricción en las interfaces herramental-material. La velocidad del punzón debe ajustarse según la complejidad de la geometría del dado y el desempeño del lubricante. En prensas hidráulicas o con servo-accionamiento, la velocidad del punzón se puede ajustar durante el proceso. Por otro lado, en prensas mecánicas se utilizan varias unidades de enlace para lograr un alto enfoque, bajo impacto, baja deformación y altas velocidades del punzón. En la Tabla 1.2 se muestran algunas velocidades típicas para diferentes materiales [29].

Tabla 1.2. Velocidades de embutido típicas para varios materiales [29].

Material	Velocidad del punzón	
	ft/min	mm/s
Acero	18-50	91-254
Acero inoxidable	30-40	152-203
Cobre	125-150	635-762
Zinc	125-150	635-762
Aluminio	150-175	762-889
Latón	175-200	889-1016

Las velocidades excesivas del punzón pueden provocar agrietamiento y adelgazamiento excesivo de la pared al embutir metales fuertes y menos dúctiles, como el acero inoxidable [29]. A altas velocidades, el

metal se adelgaza porque no puede reaccionar a la velocidad de impacto del punzón. Reducir la velocidad reduce el estiramiento y le da al metal el tiempo suficiente para fluir plásticamente.

e) Fricción y lubricación

La fricción es otro factor importante que influye en el proceso de embutido profundo. La fuerza máxima de embutido, la calidad de la superficie del producto terminado, la vida útil de la herramienta y la capacidad de estirado de la lámina de trabajo dependen de la presencia de una buena capa lubricante entre las superficies de contacto. En los procesos de formado de metal la fricción influye en la distribución de la deformación en la interfaz de la herramienta y la capacidad de estirado de la hoja de metal. El incrementar el coeficiente de fricción reduce el riesgo de arrugado del material, pero grandes valores de fricción pueden ocasionar grietas o la ruptura del material. Una lubricación adecuada mejora el acabado superficial de las piezas. En [37] se estudió el efecto que tiene el coeficiente de fricción sobre la fuerza de embutido, observándose que la fuerza máxima de embutido incrementa proporcionalmente con el coeficiente de fricción, ver Figura 1.23.

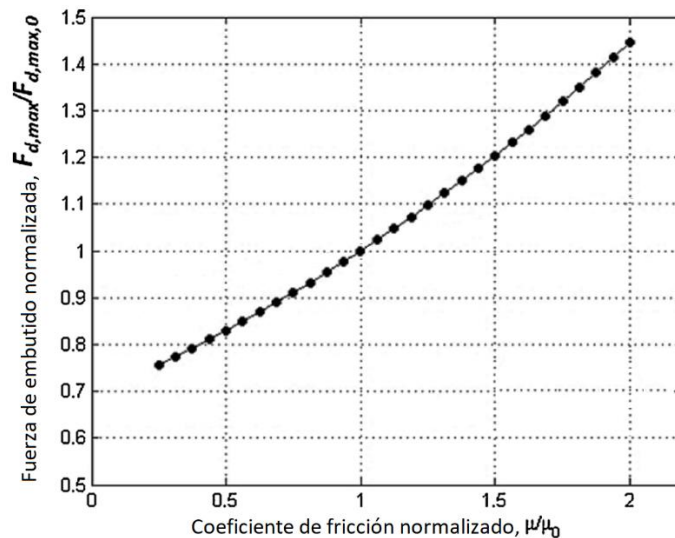


Figura 1.23. Efecto del coeficiente de fricción sobre la fuerza máxima de embutido.

Los lubricantes se utilizan en la mayoría de los procesos de embutido profundo y van desde el aceite más común hasta compuestos pigmentados. La selección del lubricante se basa en la habilidad que tiene éste para evitar las rozaduras entre el herramental y la pieza de trabajo, el arrugado o desgarrado durante la operación de embutido. También está influenciado por la facilidad tanto de aplicación como de remoción, la corrosividad y otros factores. En general, a medida que la efectividad del lubricante aumenta, la dificultad para removerlo aumenta por igual. El costo de aplicación y remoción del lubricante, así como su costo inicial, deben ser considerados dado que todos esos elementos pueden aumentar el costo final de la pieza embutida.

1.6. Defectos de embutido

Los defectos que se pueden presentar en una operación de embutido se muestran en la Figura 1.24, y se listan a continuación [4]:

- a) **Arrugamiento en la brida o pestaña.** Consiste en una serie de pliegues que se forman radialmente en la brida no embutida de la pieza de trabajo debido al pandeo por compresión. A estas arrugas

se les conoce también como arrugas de primer orden. Cuando las arrugas se forman en la zona de deformación entre el radio del punzón y el radio del dado, se les llama arrugas de segundo orden. Mientras que las arrugas de primer orden pueden corregirse variando la fuerza del pisador, las de segundo orden no. Para corregir estas últimas debe cambiarse la geometría del herramental y de la pieza de trabajo [38].

- b) Arrugamiento en la pared.** Si la brida arrugada se embute en el cilindro, estos pliegues aparecen en la pared vertical del cilindro.
- c) Desgarramiento.** Este defecto consiste en una grieta que se abre en la pared vertical, usualmente cerca de la base de la copa embutida. Este defecto se debe a los altos esfuerzos de tensión que causan adelgazamiento y rotura del metal en esta región. Este tipo de falla puede también ocurrir cuando el metal se estira sobre una esquina afilada del troquel.
- d) Orejeado.** Se refiere a la formación de irregularidades (llamadas orejas) en el borde superior de la pieza embutida, causada por anisotropía en la lámina de metal. Si el material es perfectamente isotrópico no se forman las orejas.
- e) Rayados superficiales.** Pueden ocurrir rayaduras en la superficie de la pieza embutida si el punzón y el troquel no son lisos o si la lubricación es insuficiente.

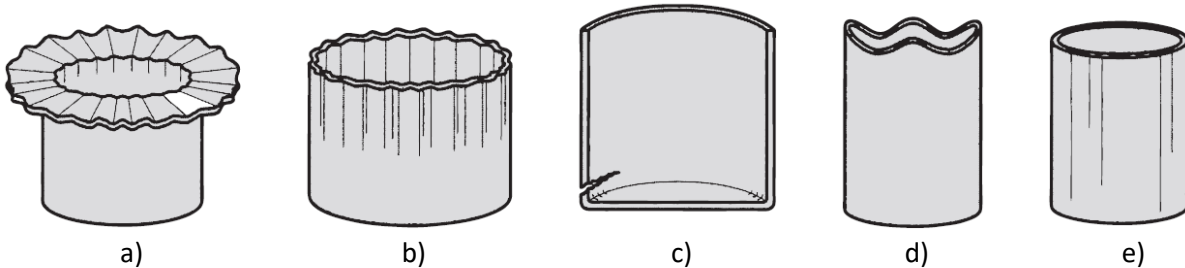


Figura 1.24. Defectos comunes en las piezas embutidas: a) arrugamiento en brida, b) arrugamiento en pared, c) desgarramiento, d) orejeada y e) rayado superficial [4].

Capítulo 2. Análisis del embutido profundo de lámina metálica

En el presente capítulo se realiza un análisis teórico del embutido cilíndrico, describiéndose las deformaciones y esfuerzos implicados en el proceso de embutido, y analizando las diferentes expresiones para el cálculo de la fuerza y altura máxima del embutido cilíndrico. Posteriormente se hace uso de los conceptos de diámetro equivalente, conservación de volumen y energía de deformación para derivar nuevas expresiones para el cálculo de la fuerza y altura máxima para embutidos elípticos a partir de la teoría desarrollada previamente para el embutido cilíndrico.

2.1. Análisis del embutido cilíndrico

El embutido cilíndrico es un proceso de formado de lámina metálica donde una lámina circular de diámetro D_b se sujeta entre un dado y un pisador, y mediante la fuerza de un punzón se inserta dentro del dado formando de esta manera una copa cilíndrica. La fuerza del pisador F_{BH} evita la formación de arrugas en el área del flanco. En la Figura 2.1 se muestran las primeras dos fases del embutido cilíndrico. En la primera fase del proceso de embutido profundo el punzón forma la parte del fondo de la copa del embutido. A este proceso se le conoce como planchado. La disminución del espesor de la lámina tiene lugar cerca del radio más pequeño; ya sea en el radio del dado r_d o en el radio del punzón r_{pb} , ambos casos se muestran en la Figura 2.2 a) y b) respectivamente. En cada caso, la grieta tiene lugar en el área donde el espesor es menor, y siempre en la pared de la copa; por ejemplo, en la zona del radio del punzón, si r_{pb} es el radio más pequeño.

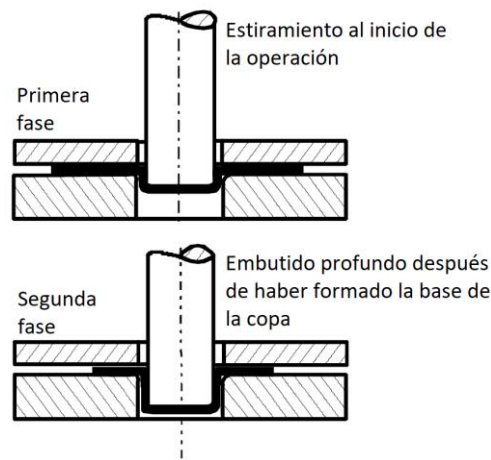


Figura 2.1. Fases del embutido profundo.

En la segunda fase, el punzón continúa introduciendo la lámina en la cavidad del dado generando la forma acopada. Si en la segunda fase del proceso de embutido, la fuerza del punzón supera la fuerza de arrastre del flanco, es decir, la suma de la fuerza de embutido ideal y la fuerza de fricción en el flanco (ver sección 2.1.3), se inicia el proceso de embutido profundo. El material comienza a fluir desde el área del flanco hacia las paredes de la copa que comienzan a formarse. Esto genera que la zona exterior (flanco) de la lámina comience a engrosarse.

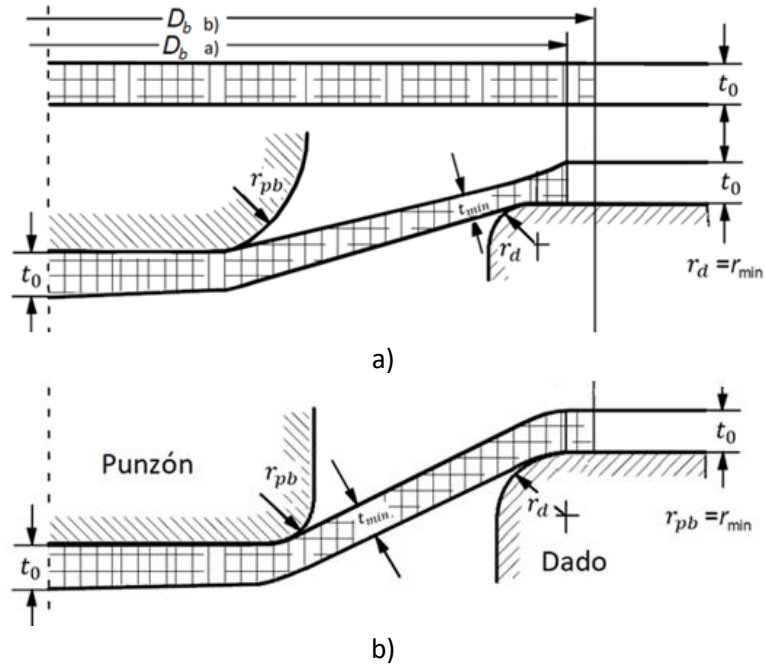


Figura 2.2. Idealización de la disminución del espesor de la lámina en el área del embutido. Disminución del espesor e : a) El radio del dado r_d y b) el radio del punzón r_{pb} .

Dado que la fuerza de formado se aplica en la parte inferior de la pieza embutida y pasa a través de las paredes de la copa a las zonas de formado, el embutido profundo es un proceso con aplicación indirecta de fuerza. El embutido profundo se caracteriza por los siguientes tipos de esfuerzos, los cuales se muestran en la Figura 2.3 [39]:

- Área del flanco: esfuerzo radial de tensión, esfuerzo tangencial de compresión y esfuerzo normal a compresión.
- Área del fondo de la copa: esfuerzos de tensión.
- Salida del radio del punzón: esfuerzo radial de tensión y esfuerzo tangencial de tensión.

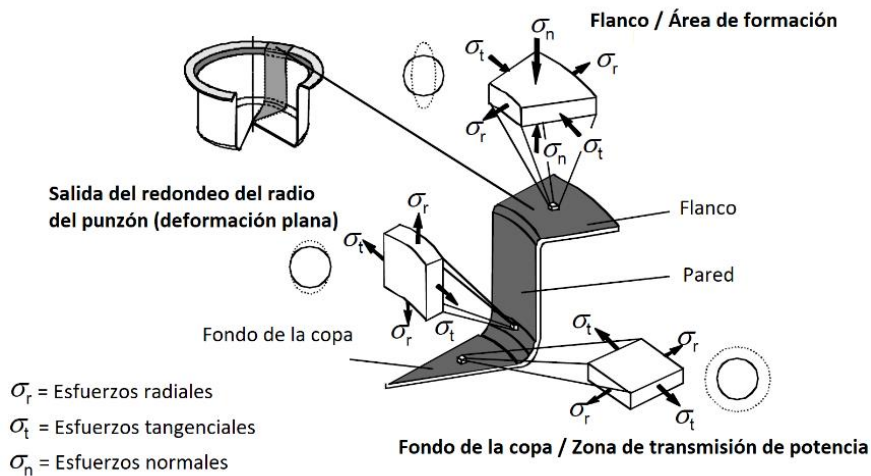


Figura 2.3. Esfuerzos presentes en el embutido profundo [39].

Como se puede observar en la Figura 2.3, el proceso de embutido profundo involucra diversos tipos de fuerzas y modos de deformación, tales como tensión en la pared y en el fondo de la copa, compresión y tensión en el flanco, doblado en el radio del dado y estiramiento en la pared del mismo. En un embutido profundo cilíndrico se pueden identificar varias zonas de deformación, las cuales se muestran en la Figura 2.4. El flanco, también llamado borde o pestaña de la copa, se ubica en la zona A-C. Esta zona se encuentra bajo tensión radial y compresión tangencial. En esta zona es donde se da la mayor parte de la deformación. A medida que el punzón baja e incrusta la lámina dentro del dado, el perímetro externo de la lámina se ve forzado a un diámetro más pequeño cada vez, lo cual resulta en un engrosamiento de la zona A-B. Además, el material cercano al radio del dado (zona B-C) tiende a una pequeña reducción del espesor por lo cual esta zona podría no estar en contacto con el pisador completamente. Una vez que el material de la pestaña supera la compresión comienza a doblarse y desdoblarse en la zona C-D. En dicha zona si tiene elongación radial y doblado sobre el radio del dado. Si el radio del dado es muy pequeño, la lámina podría romperse en esta zona. Y si es muy grande, la altura máxima de embutido puede incrementarse, al reducir el esfuerzo a causa del doblado y desdoblado del blank en esta zona. En la zona D-E se tiene tanto tensión radial como tangencial. Si el claro entre el punzón y el dado es muy grande, la pared de la copa podría sufrir fruncido (similar al arrugado). En la zona E-F la lámina se encuentra bajo tensión radial y doblado sobre el radio del punzón. Conforme el material se dobla sobre el radio del punzón, éste se va endureciendo. Por lo tanto, el material que forma la pared de la copa se vuelve más resistente. Esta es la zona más común donde ocurren las fallas dado que es la porción de la lámina que más se adelgaza, tal como se observa en la Figura 2.5. Finalmente, en la zona F-G es donde se da la fricción más elevada entre el punzón y el fondo de la copa. Además, la deformación es muy pequeña. Cabe destacar que en la literatura se sugieren diversas reglas para determinar la fuerza del pisador adecuada, por ejemplo, en [6] la presión del pisador se elige entre 0.7% y 1% de la suma de la resistencia a la fluencia y la resistencia máxima a la tensión del material del blank. Mientras que en [4] se menciona que la fuerza del pisador es usualmente un tercio de la fuerza de embutido.

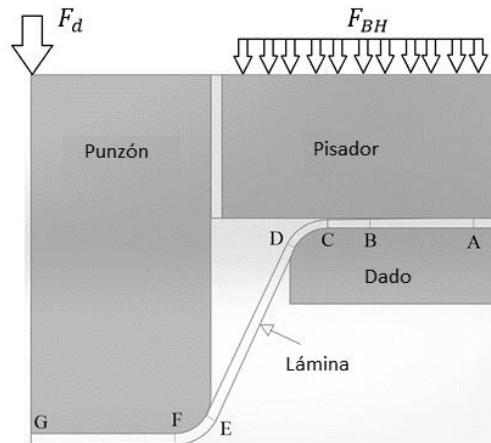


Figura 2.4. Zonas de deformación durante el embutido profundo.

La deformación del blank durante el proceso de embutido profundo suele tener tres consecuencias principales:

- La zona de la periferia del blank suele engrosarse ligeramente. Mientras el flanco del blank se mueve hacia dentro del dado, el diámetro exterior se va reduciendo y por lo tanto tiende a incrementar su espesor, tal como se muestra en la Figura 2.5.

- La zona de la periferia del blank se mueve hacia dentro del dado bajo esfuerzos combinados de tensión y compresión, resultado de la fuerza del punzón.
- La zona adyacente al radio del punzón se adelgaza a causa de la tensión impuesta por la resistencia que la zona de la periferia encuentra al estar bajo compresión tangencial, y la fricción tanto de la superficie del pisador como del dado. Este fenómeno se puede observar en la Figura 2.5.

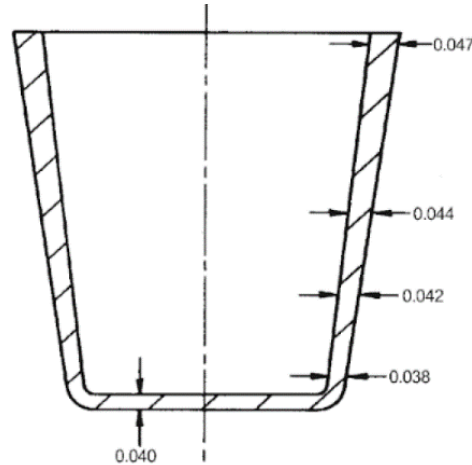


Figura 2.5. Variación del espesor a lo largo de la pieza embutida.

2.1.1. Esfuerzos en el embutido

La deformación del área del flanco se caracteriza por una superposición del esfuerzo de tensión radial σ_r , del esfuerzo de compresión tangencial σ_t y de los esfuerzos de compresión normales σ_n . El pisador impide que la lámina se arrugue debido a los esfuerzos de compresión. En la zona de la pared de la copa hay esfuerzos de tensión debido a la fuerza introducida en el fondo de la copa mediante el punzón. Durante todo el proceso de embutido profundo, los esfuerzos de tensión radiales y tangenciales actúan sobre el área del fondo de la pieza embutida.

La Figura 2.6 muestra la distribución de los esfuerzos de tensión radiales (σ_r) y tangenciales (σ_t) utilizando el ejemplo de un elemento volumétrico en el flanco de la pieza embutida. Los esfuerzos de compresión normales σ_n actúan en la dirección del espesor de la lámina.

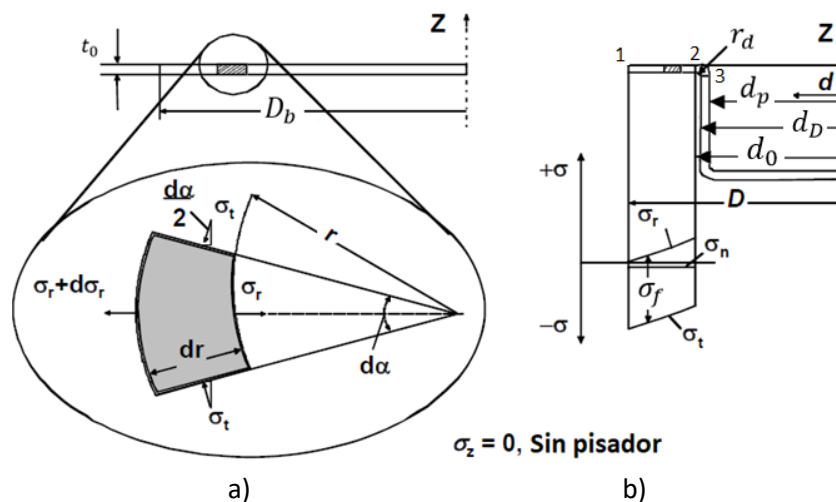


Figura 2.6. Distribución de esfuerzos: a) en etapa inicial y b) etapa intermedia.

La fuerza de embutido ideal F_{id} incluye el esfuerzo ideal σ_{id} correspondiente al esfuerzo radial σ_r , sin tomar en cuenta la fricción. El esfuerzo radial se puede calcular de la siguiente manera [39]:

$$\sigma_r \cdot r \cdot d\alpha \cdot t_0 - (\sigma_r + d\sigma_r) \cdot (r + dr) \cdot d\alpha \cdot t_0 + 2 \cdot \sigma_t \cdot t_0 \cdot \frac{d\alpha}{2} \cdot dr = 0 \quad (2.1)$$

donde r es el radio del borde interno, t_0 es el espesor de la lámina y α es el ángulo de la porción considerada. Desarrollando la Ec. (2.1), se obtiene:

$$-d\sigma_r \cdot r - \sigma_r \cdot dr - d\sigma_r \cdot dr + \sigma_t \cdot dr = 0 \quad (2.2)$$

y asumiendo que no existe un cambio de esfuerzo radial a lo largo de la zona de estudio [39]:

$$d\sigma_r \cdot dr = 0 \quad (2.3)$$

De la Ec. (2.2) se obtiene:

$$d\sigma_r = -(\sigma_r - \sigma_t) \cdot \frac{dr}{r} \quad (2.4)$$

Con el criterio de flujo según Tresca, $\sigma_f = \sigma_{max} - \sigma_{min}$, se pueden obtener los esfuerzos radiales:

$$\sigma_r(r) = - \int_{r=R}^r \sigma_f(r) \frac{dr}{r} = -\sigma_f(r) \cdot \ln\left(\frac{r}{R}\right) \text{ ó } \sigma_r(r) = \sigma_f(r) \cdot \ln\left(\frac{R}{r}\right) \quad (2.5)$$

Se puede reemplazar $\sigma_f(r)$ por el esfuerzo de fluencia promedio σ_{fm} (Figura 2.7), el cual se obtiene como sigue:

$$\sigma_{fm} = \frac{1}{2}(\sigma_{f1} + \sigma_{f2}) \quad (2.6)$$

Sustituyendo σ_{fm} en la Ec. (2.5), se obtiene:

$$\sigma_r(r) = \sigma_{fm} \cdot \int_{r=r}^{r=R} \frac{dr}{r} \quad (2.7)$$

donde, r es el radio del borde interior mientras que R es el radio del borde exterior. Este esfuerzo σ_r corresponde al esfuerzo radial ideal $\sigma_{r,id}$, es decir:

$$\sigma_r(r = r_0) = \sigma_{fm} \cdot \ln\left(\frac{R}{r_0}\right) = \sigma_{fm} \cdot \ln\left(\frac{D}{d_0}\right) \quad (2.8)$$

Se tiene la relación de embutido:

$$\beta = \frac{D}{d_0} \quad (2.9)$$

Sustituyendo la Ec. (2.9) en la Ec. (2.8), se obtiene:

$$\sigma_r(r = r_0) = \sigma_{fm} \cdot \ln(\beta) \quad (2.10)$$

Para el cálculo del esfuerzo tangencial ideal $\sigma_{t,id}$, éste será referido como σ_t :

$$\sigma_{fm} = \sigma_r - \sigma_t \rightarrow \sigma_t = \sigma_r - \sigma_{fm} \quad (2.11)$$

2.1.2. Deformaciones durante el embutido cilíndrico

En la Figura 2.7 se muestran dos áreas sombreadas en la zona del flanco de la pieza de trabajo, en las que se supone que el espesor t_0 de la lámina es constante. Se supone también que las áreas de ambas superficies (exterior e interior) son iguales.

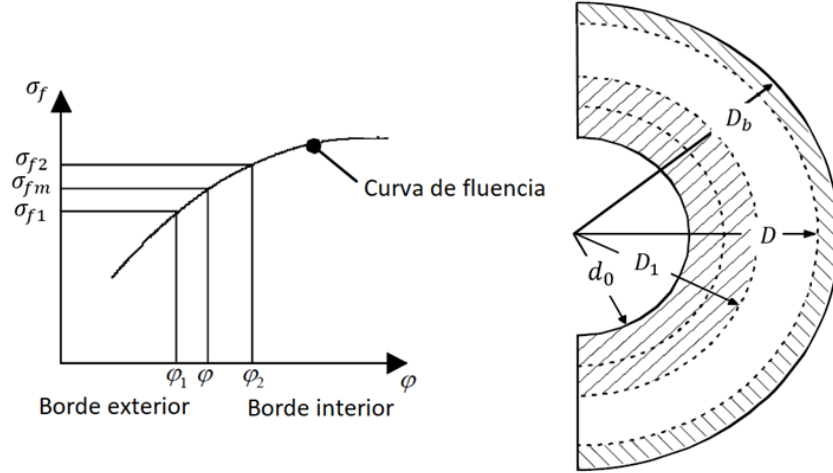


Figura 2.7. Diámetros de los flancos considerados y curva de fluencia [39].

Igualando las áreas de las superficies exterior e interior:

$$\frac{\pi}{4} \cdot (D_b^2 - D^2) = \frac{\pi}{4} \cdot (D_1^2 - d_0^2) \quad (2.12)$$

donde D_b es el diámetro inicial del blank, D es el diámetro instantáneo del flanco, D_1 es el diámetro intermedio del flanco y d_0 es el diámetro al radio del dado o al punto 2 de la Figura 2.6. Considerando que:

$$d_0 = d_p + 2t_0 + 2r_d \quad (2.13)$$

De la Ec. (2.12) se despeja el diámetro desconocido D_1 como sigue:

$$D_1^2 = D_b^2 - D^2 + d_0^2 \quad (2.14)$$

Dividiendo entre el diámetro del punzón d_0 :

$$\frac{D_1^2}{d_0^2} = \frac{D_b^2}{d_0^2} - \frac{D^2}{d_0^2} + 1 \quad \text{ó} \quad \frac{D_1^2}{d_0^2} = \left(\frac{D_b}{d_0}\right)^2 - \left(\frac{D}{d_0}\right)^2 + 1 \quad (2.15)$$

Considerando que:

$$\beta_0 = \frac{D_b}{d_0} \quad \text{y} \quad \beta = \frac{D}{d_0} \quad (2.16)$$

Sustituyendo β_0 y β en la Ec. (2.15), se tiene:

$$\frac{D_1^2}{d_0^2} = \beta_0^2 - \beta^2 + 1 \quad (2.17)$$

Finalmente se obtienen las deformaciones ideales para los bordes exterior e interior, respectivamente [39]:

$$\varphi_1 = \ln\left(\frac{D_b}{D}\right) \quad (2.18)$$

$$\varphi_2 = \ln\left(\frac{D_1}{d_0}\right) = \ln\left(\sqrt{\beta_0^2 - \beta^2 + 1}\right) = \ln\left(\frac{\sqrt{D_b^2 - D^2 + (d_0)^2}}{d_0}\right) \quad (2.19)$$

donde φ_1 y φ_2 se refieren a las deformaciones ideales en los puntos 1 y 2 de la Figura 2.6b) respectivamente. En la Figura 2.8 se muestra el comportamiento del esfuerzo de fluencia medio en las diferentes etapas del embutido profundo. El esfuerzo de fluencia medio aumenta durante el proceso de embutido debido entre otras cosas, al fenómeno de endurecimiento por deformación. En la Figura 2.9 se muestra el comportamiento cualitativo del esfuerzo de fluencia medio de tres elementos de volumen en el flanco de la lámina durante el proceso de embutido profundo [39].

Para obtener la deformación ideal φ_3 del punto 3 (Figura 2.6b), se utiliza la siguiente expresión [14]:

$$\varphi_3 = \varphi_{tot} + \varphi_2 \quad (2.20)$$

En el doblado, la deformación incremental ϵ_s de las fibras exteriores puede ser determinada a partir del radio neutro r_m de la curvatura y del espesor de la lámina t_0 :

$$\epsilon_s = \frac{t_0}{2r_m} = \frac{t_0}{2(r_d + 0.5t_0)} = \frac{t_0}{2r_d + t_0} \quad (2.21)$$

Dado que la distribución de deformaciones es lineal a lo largo del espesor de la lámina, la deformación de doblado media $\bar{\epsilon}$ en la sección transversal es:

$$\bar{\epsilon} = \frac{\epsilon_s}{2} \quad (2.22)$$

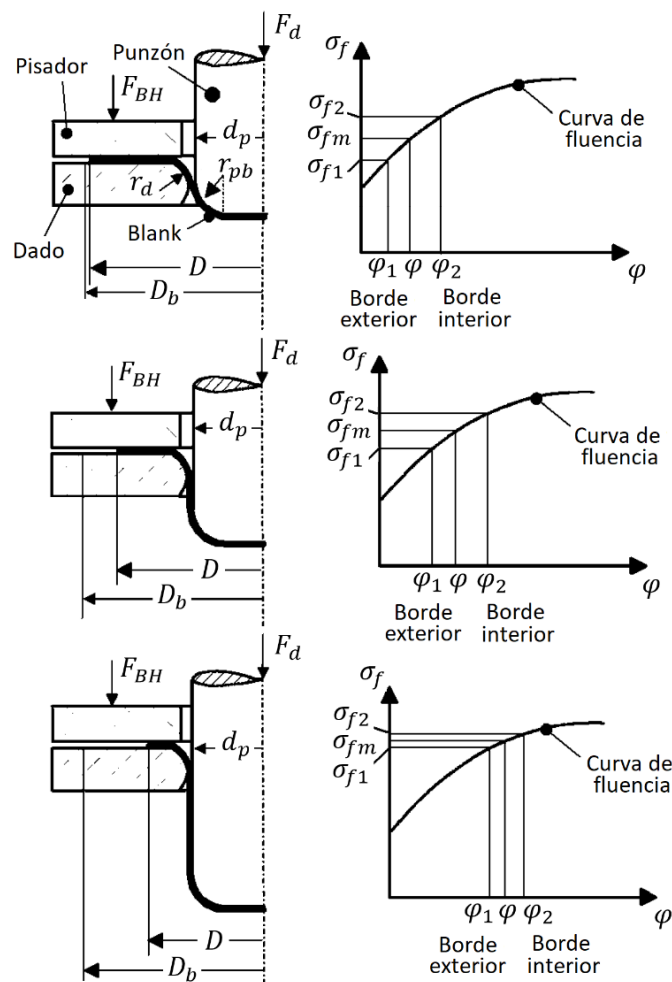


Figura 2.8. Curva de fluencia en diferentes etapas del embutido profundo [39].

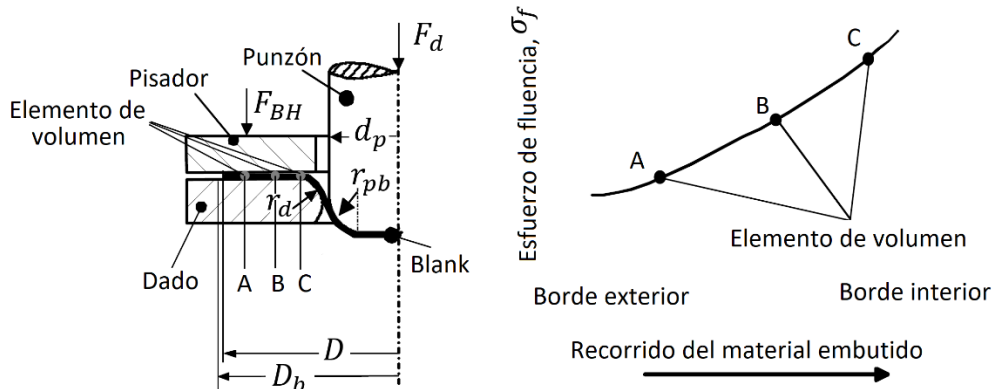


Figura 2.9. Comportamiento del esfuerzo de fluencia de tres elementos de volumen en el flanco del blank durante el proceso de embudo [39].

La pieza de trabajo sufre un doblado doble en la región del radio del dado, de modo que la deformación media total de doblado después de ser desdoblada es:

$$\bar{\epsilon}_{\text{tot}} = 2\bar{\epsilon} = \epsilon_s \quad (2.23)$$

La deformación natural correspondiente φ_{tot} esta dada por:

$$\varphi_{\text{tot}} = \ln(1 + \bar{\epsilon}_{\text{tot}}) \quad (2.24)$$

Haciendo las sustituciones correspondientes, se obtiene la deformación ideal del punto 3 como sigue [14]:

$$\varphi_3 = \ln\left(1 + \frac{t_0}{2r_d + t_0}\right) + \varphi_2 \quad (2.25)$$

El valor medio del esfuerzo de fluencia en la zona del flanco desde el diámetro exterior hasta el inicio del radio del dado (puntos 1 y 2 respectivamente, Figura 2.10) se representa por $\sigma_{fm,I}$. Por otro lado, el esfuerzo medio de fluencia en la zona del radio desde el inicio hasta el fin de éste (puntos 2 y 3 respectivamente, Figura 2.10) se representa por $\sigma_{fm,II}$. Sus valores en función de las deformaciones ideales y tomando en cuenta el endurecimiento por deformación se determinan como [37]:

$$\sigma_{fm,I} = 0.5K(\varphi_1^n + \varphi_2^n) \quad (2.26)$$

$$\sigma_{fm,II} = 0.5K(\varphi_2^n + \varphi_3^n) \quad (2.27)$$

Donde K y n son el coeficiente y exponente de endurecimiento del material de trabajo, respectivamente.

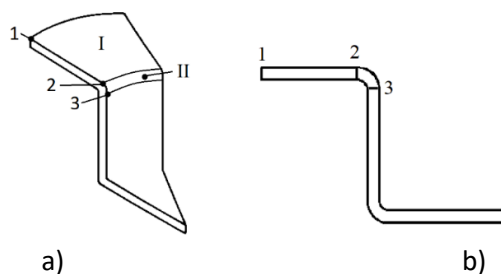


Figura 2.10. Zonas del blank cuando se alcanza la fuerza máxima de embudo cilíndrico: a) vista perspectiva y b) vista axisimétrica.

2.1.3. Fuerzas del embutido cilíndrico

2.1.3.1. Fuerza por la deformación ideal

El esfuerzo radial calculado en la Ec. (2.5) utiliza el criterio de Tresca. Este criterio da condiciones de flujo que son en promedio 10% más bajas que el criterio de von Mises [14]. Por lo tanto, se utiliza un factor de corrección 1.1 haciendo que el esfuerzo radial ideal quede como sigue:

$$\sigma_{r,id} = 1.1 \cdot \sigma_{fm,I} \cdot \ln\left(\frac{D}{d_0}\right) \quad (2.28)$$

Multiplicando el esfuerzo radial ideal por el área de la sección transversal de la pared de la copa (Figura 2.11) es posible calcular la fuerza de embutido necesaria para la deformación del flanco:

$$F_{id} = \pi \cdot d_m \cdot t_0 \cdot 1.1 \cdot \sigma_{fm,I} \cdot \ln\left(\frac{D}{d_0}\right) \quad (2.29)$$

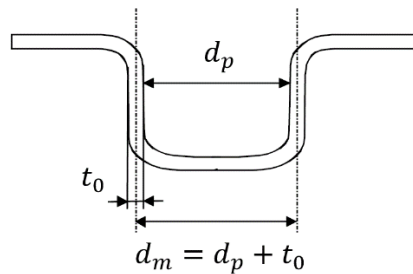


Figura 2.11. Diámetro medio de la copa cilíndrica.

2.1.3.2. Fuerza de doblado y enderezado

En [14] se calcula la fuerza requerida para el doblado considerando un elemento de espesor t_0 y ancho b en la entrada del radio del dado r_d , como se puede ver en la sección 1 de la Figura 2.12. El trabajo W requerido para el doblado es igual al momento de flexión M_b por el ángulo de flexión α :

$$W = M_b \cdot \alpha = F_1 \cdot r_d \cdot \alpha \rightarrow F_1 = \frac{M_b}{r_d} \quad (2.30)$$

Durante el doblado, las fibras individuales son estiradas y comprimidas hasta que el momento interno de la sección transversal es igual al momento de doblado externo aplicado. El momento interno puede calcularse considerando que el material es perfectamente plástico y que el esfuerzo de doblado es igual al esfuerzo de fluencia medio en la zona del radio $\sigma_{fm,II}$:

$$M_b = \frac{\sigma_{fm,II} \cdot b \cdot t_0^2}{4} \quad (2.31)$$

Combinando las ecuaciones (2.30) y (2.31) se obtiene:

$$F_1 = \frac{\sigma_{fm,II} \cdot b \cdot t_0^2}{4r_d} \quad (2.32)$$

A la salida del radio del dado (sección 2 de la Figura 2.12) la lámina se endereza de nuevo. Dado que esto restaura el estado original, se necesita la misma cantidad de trabajo que en la sección 1 asumiendo que el material no se endurece debido a la deformación. La fuerza total requerida para el doblado, la cual será transmitida en la sección 2, es:

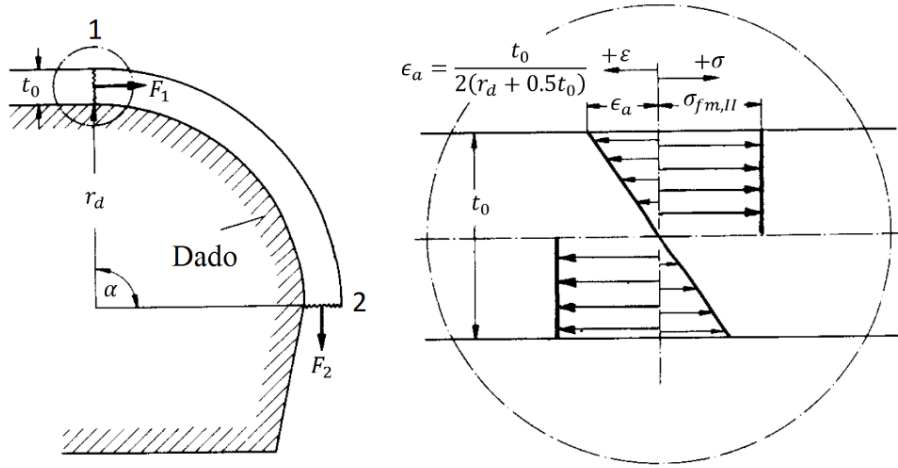
$$F_b = 2 \cdot F_1 = \frac{\sigma_{fm,II} \cdot b \cdot t_0^2}{2r_d} \quad (2.33)$$

Para embutidos cilíndricos la anchura b está dada por:

$$b = \pi \cdot d_m \quad (2.34)$$

donde d_m es el diámetro medio de la pared de la copa cilíndrica como se muestra en la Figura 2.11. Entonces, la fuerza de doblado queda como sigue [14]:

$$F_b = \frac{\pi \cdot \sigma_{fm,II} \cdot d_m \cdot t_0^2}{2r_d} \quad (2.35)$$



Distribución de esfuerzos y deformaciones en la sección 1

Figura 2.12. Relaciones geométricas para el doblado y desdoblado en el radio del dado [14].

2.1.3.3. Fuerza de fricción entre el pisador y el dado

La fuerza de fricción entre el pisador y el dado se calcula a partir de la fuerza del pisador usando la ley de Coulomb [39]:

$$F_{ff} = 2 \cdot \mu \cdot F_{BH} \quad (2.36)$$

donde F_{ff} es la fuerza de fricción considerada. Debido a que la fuerza de fricción actúa en la dirección opuesta al movimiento del flanco, se utiliza el área de sección transversal de éste para el cálculo del esfuerzo de fricción [39]. El esfuerzo de fricción se obtiene al dividir la fuerza de fricción entre el área de la sección transversal del flanco de la siguiente manera:

$$\sigma_{ff} = \frac{F_{ff}}{\pi \cdot D \cdot t_0} = \frac{2 \cdot \mu \cdot F_{BH}}{\pi \cdot D \cdot t_0} \quad (2.37)$$

Multiplicando el esfuerzo de fricción por el área transversal de la pared de la copa se tiene:

$$F_{ff} = \sigma_{ff} \cdot A = \pi \cdot d_m \cdot t_0 \cdot \frac{2 \cdot \mu \cdot F_{BH}}{\pi \cdot D \cdot t_0} \quad (2.38)$$

2.1.3.4. Fuerza de fricción en el radio del dado

El efecto de la fricción entre la lámina y el radio del dado requiere una fuerza adicional del punzón, la cual se puede calcular mediante la teoría de poleas o bandas de Euler [37], Figura 2.13.

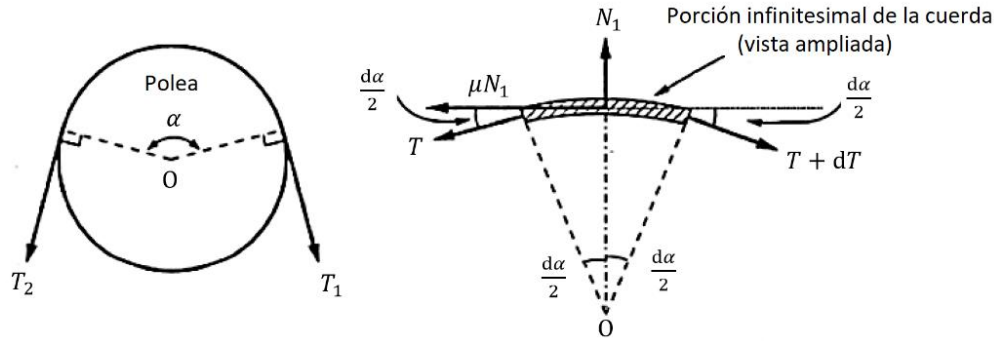


Figura 2.13. Modelo de fricción tipo cuerda a través de una pulea [25].

De esta teoría se sabe que:

$$T_1 = T_2 e^{\mu\alpha} \quad (2.39)$$

donde T_1 representa la fuerza de la cuerda antes de pasar por la pulea, T_2 representa la fuerza de la cuerda después de pasar por la pulea, α representa el ángulo sobre el cual se mueve la cuerda, y μ es el coeficiente de fricción entre la pulea y la cuerda. Para el caso del incremento de fuerza en el radio del dado, se tiene que la fuerza por deformación ideal y la fuerza de fricción son afectadas de la siguiente manera [39]:

$$F_{rd} = (e^{\mu\alpha} - 1) \cdot (F_{id} + F_{ff}) \quad (2.40)$$

donde F_{rd} es la fuerza debido al efecto del radio del dado, F_{id} es la fuerza por la deformación ideal, F_{ff} es la fuerza de fricción entre el pisador y el dado, μ es el coeficiente de fricción entre la lámina y el radio del dado y α es el ángulo del radio del dado, normalmente de 90° , o $\pi/2$ en radianes.

2.1.3.5. Fuerza total del embutido cilíndrico

De acuerdo con Siebel [3] la fuerza total de embutido cilíndrico se calcula como sigue:

$$F_d = F_{id} + F_b + F_{ff} + F_{rd} \quad (2.41)$$

donde F_{id} es la fuerza por la deformación ideal, F_b es la fuerza de doblado y enderezado de la lámina, F_{ff} es la fuerza de fricción entre el pisador y la lámina, y F_{rd} es la fuerza debido a la fricción en el radio del dado. La fuerza total de embutido se obtiene al sumar las diferentes componentes analizadas previamente:

$$F_d = \pi d_m t_0 \left[e^{\frac{\mu\pi}{2}} \left(1.1 \sigma_{fml} \left(\ln \frac{D}{d_m} \right) + \frac{2\mu F_{BH}}{\pi D t_0} \right) + \sigma_{fml} \frac{t_0}{2r_d} \right] \quad (2.42)$$

donde F_d es la fuerza de embutido para un diámetro del flanco instantáneo y d_m es el diámetro medio de la pared de la copa, el cual se determina como $d_m = d_p + t_0$ para un embutido cilíndrico. Para obtener la fuerza máxima de embutido se necesita conocer el valor del diámetro del flanco D al cual ésta se alcanza. En [3] se sugirió que la fuerza máxima de embutido se presenta cuando el diámetro del flanco es:

$$d_{f,max} \approx 0.77 D_b \quad (2.43)$$

Sustituyendo este término en la Ec. (2.42), se obtiene la fuerza máxima de embutido cilíndrico:

$$F_{d,max} = \pi d_m t_0 \left[e^{\frac{\mu\pi}{2}} \left(1.1\sigma_{f,ml} \left(\ln \frac{d_{f,max}}{d_m} \right) + \frac{2\mu F_{BH}}{\pi d_{f,max} t_0} \right) + \sigma_{f,mII} \frac{t_0}{2r_d} \right] \quad (2.44)$$

La Ec. (2.44) es la expresión reportada en [14] para el cálculo de la fuerza máxima de embutido cilíndrico. Sin embargo, existen otras expresiones en la literatura para obtener $F_{d,max}$ las cuales se describen a continuación.

2.1.3.6. Otras expresiones para el cálculo de la fuerza de embutido cilíndrico

a) Fuerza de embutido empírica de Siebel – Beisswanger

Una versión simplificada con datos empíricos de la ec. (2.44) es la siguiente [3]:

$$F_{d,max} = \pi d_m t_0 \left[\frac{1.1\sigma_{f,ml}}{\eta} \left(\ln \frac{D_b}{d_p} - 0.25 \right) \right] \quad (2.45)$$

donde D_b es el diámetro del blanco, d_p es el diámetro del punzón y $\eta = 0.75$ representa un factor de corrección debido principalmente al efecto de la fricción [40].

b) Fuerza de embutido ideal de Lange

Una ecuación para obtener la fuerza máxima de embutido ideal, y que es ampliamente utilizada en el sector industrial, es la siguiente [14], [40]:

$$F_{d,max} = \frac{1}{\eta} \pi d_p t_0 \sigma_f \ln \frac{D_b}{d_p} \quad (2.46)$$

El esfuerzo de fluencia según [40] es $\sigma_f = 0.5(\sigma_{f,m,I} + \sigma_{f,m,II})$, y con $\eta = 0.75$ que representa la eficiencia debido principalmente a la fricción.

c) Fuerza de embutido de Schedin

La ecuación desarrollada por Schedin [41] y [42] relaciona la fuerza de embutido con la altura instantánea de la copa, y también con el flanco correspondiente, siendo una ecuación más exacta al integrar la deformación ideal del flanco. La fuerza máxima de embutido de Schedin está compuesta por los mismos elementos de la Ec. (2.42):

$$F_{d,max} = \pi d_p t_0 \left(e^{\frac{\mu\pi}{2}} \left(K \left(\frac{2b}{b+1} \right)^{\frac{1+n}{2}} \int_{x=\frac{d_p e}{2}}^{x=\frac{D}{2}} \left(\ln \sqrt{1 + \frac{d_p e H}{x^2}} \right)^n \frac{dx}{x} + \frac{2F_{BH}\mu}{\pi D t_0} \right) + \frac{t_0 K}{2r_d} \left(\frac{2b}{b+1} \right)^{\frac{n}{2}} \left(\ln \sqrt{1 + \frac{4H}{d_p}} \right)^n \right) \quad (2.47)$$

donde H y D son la altura y el diámetro del flanco cuando la fuerza es máxima, respectivamente. Por ende, D debe ser sustituido por $d_{f,max}$. Los términos de anisotropía son suprimidos, haciendo $\frac{2b}{b+1} = 1$, donde $b = \frac{(1+r)}{r}$ y r es el coeficiente de anisotropía [37]. Se considera un material isotrópico $r = 1$.

d) Fuerza de embutido de Groover

La expresión para el cálculo de la fuerza máxima de embutido reportada en el libro de Groover [4] es muy utilizada para un diseño rápido de un proceso de embutido. La expresión indica que:

$$F_{d,max} = \pi d_p t_0 \sigma_{UTS} \left(\frac{D_b}{d_p} - 0.7 \right) \quad (2.48)$$

donde σ_{UTS} es el esfuerzo último a la tensión de la lámina, D_b es el diámetro del blank, y d_p es el diámetro del punzón.

e) *Fuerza de embutido de Turner*

La expresión reportada en [43] se caracteriza por dar diferente ponderación a los términos que representan la deformación ideal y la fricción:

$$F_{d,max} = \pi d_p t_0 \sigma_{UTS} \left(-\frac{2.4D_p}{d_p} + 2.32 \right) \quad (2.49)$$

f) *Fuerza de embutido de Romanowski*

La ecuación para la fuerza máxima de embutido de Romanowski reportada en [28] es muy utilizada por la industria [44], y proviene de la Ec. (2.46) pero relaciona el esfuerzo último y un factor de corrección. Dicha ecuación es:

$$F_{d,max} = \pi d_p t_0 \sigma_{UTS} \left(\frac{D_b}{d_p} - 0.9 \right) \quad (2.50)$$

2.1.4. Energía de deformación en el embutido cilíndrico

En el proceso de embutido la relación fuerza - avance del punzón representa el trabajo principal realizado durante la operación de embutido. Tomando un caso ideal sin pérdidas de energía, el área bajo esta curva debe ser equivalente al área bajo la curva de esfuerzo-deformación efectiva del material tomando la misma deformación efectiva para ambos casos [25], como se puede observar en la Figura 2.14. Según [45] la curva esfuerzo-deformación verdadero (denominada curva de flujo) se puede considerar como la curva de flujo de esfuerzo-deformación efectiva.

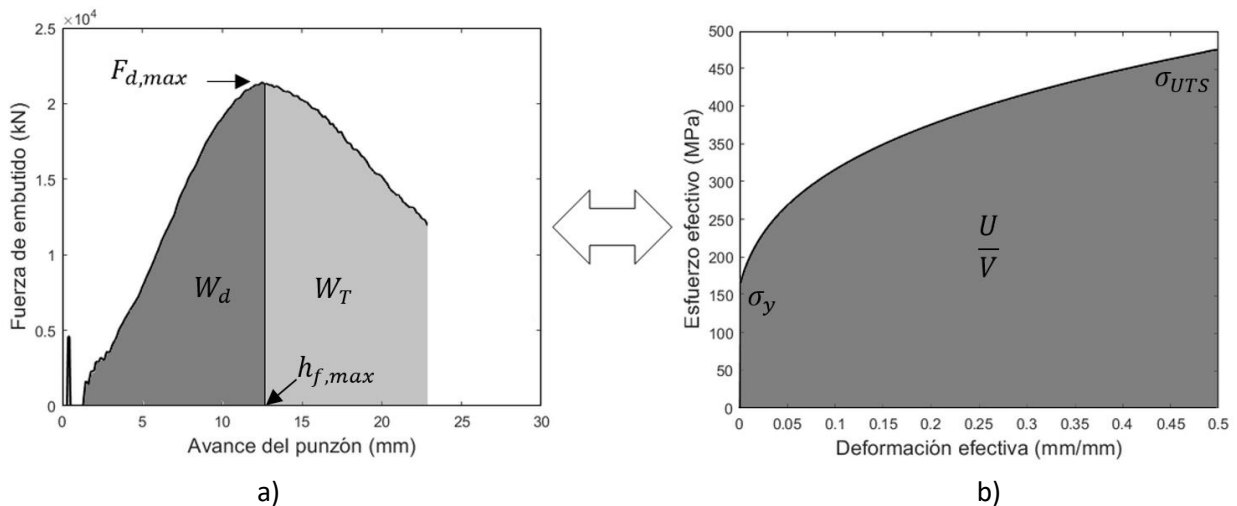


Figura 2.14. Comparativa de la energía de trabajo en: a) diagrama fuerza-avance del punzón y b) curva de un ensayo a tensión uniaxial.

La energía de deformación disponible W_d es el trabajo ideal requerido para realizar el embutido profundo de una copa, W_T es el trabajo real realizado por la prensa, $F_{d,max}$ es la fuerza máxima de embutido y

$h_{f,max}$ es la altura de embutido cuando se alcanza $F_{d,max}$, Figura 2.14a). Una forma de estimar el trabajo en una prensa de doble efecto es por medio de $F_{d,max}$, la altura de la pieza obtenida h , y utilizando un factor de ajuste κ [14],[13]:

$$W_d = \kappa F_{d,max} h \quad (2.51)$$

El factor de ajuste κ depende de la relación de embutido, así como de las características de la curva de la fuerza; el valor de este factor varía entre 0.5 y 0.8. Los valores más altos son para materiales suaves, los cuales pueden ser embutidos con la relación de embutido máxima y para copas con flancos, es decir, que solo son embutidos parcialmente y no completamente. Los valores bajos son para materiales más duros y para embutidos con relaciones de embutido pequeñas, es decir, alturas de embutido pequeñas. Para materiales comunes en el embutido profundo el valor de éste factor de corrección se puede tomar entre 0.65 y 0.75 [13]. De la Figura 2.14b), se puede decir que:

$$W_d = \eta \frac{U}{V_s} \cdot V \quad (2.52)$$

donde V_s es el volumen de la probeta, V es el volumen de la lámina y η es la eficiencia de deformación para el embutido profundo, la cual varía entre 0.5 y 0.7 según [3]. Los valores pequeños de η corresponden espesores delgados de lámina, mientras que los valores altos corresponden a espesores gruesos de lámina.

2.1.5. Altura del embutido cilíndrico

Por otro lado, la altura máxima permisible de la copa embutida se determina principalmente por el diámetro del blank. Como ya se mencionó previamente, durante el embutido del flanco la región externa del blank tenderá a aumentar de espesor y la parte superior de la copa será más gruesa que el espesor inicial, como se muestra en la Figura 2.15.

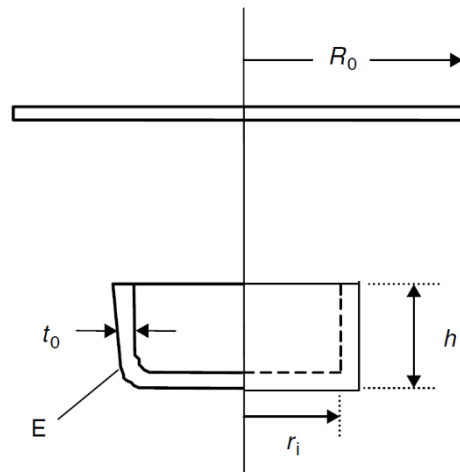


Figura 2.15. Blank circular de radio R_0 y espesor t_0 , embutida a una copa cilíndrica de altura h .

La zona más delgada estará cerca del punto E donde la lámina se dobla y desdobra sobre el radio del punzón. En algún punto medio de la pared de la copa el espesor será el mismo que el espesor inicial. Se puede obtener una aproximación de la altura final de la copa considerando el principio de conservación de volumen, es decir, el volumen del blank V_{blank} debe ser igual al volumen de la copa V_{copa} . Además, se asume que el espesor de la copa final es igual al espesor inicial del blank [8], tal como se puede observar en la parte derecha de la Figura 2.15.

$$V_{blank} = V_{copa} \quad (2.53)$$

$$\pi R_0^2 t_0 = \pi r_i^2 t_0 + 2\pi r_i t_0 h \quad (2.54)$$

La altura máxima de la copa está dada por:

$$h \approx \frac{r_i}{2} \left\{ \left(\frac{R_0}{r_i} \right)^2 - 1 \right\} \quad (2.55)$$

En [25] se lleva a cabo un desarrollo similar, pero trabajando con diámetros del blank y del punzón en lugar de los radios, obteniendo así una expresión equivalente:

$$h = \frac{D_b^2 - d_p^2}{4d_p} \quad (2.56)$$

Para que la Ec. (2.56) sea válida, debe existir una relación entre el diámetro de la pieza formada y su radio del fondo mayor o igual a 20, en otras palabras $\frac{d_p}{r_{pb}} \geq 20$ [14]. En caso de que la relación sea menor, se deben considerar las áreas que representan los arcos en los bordes. Si se toma en cuenta el radio inferior del punzón r_{pb} en el cálculo del volumen de la pieza final, la altura máxima de embutido resulta en [25]:

$$h = \frac{D_b^2 - d_p^2 + 4(\pi - 3)r_{pb}^2}{d_p} + 0.43r_{pb} \quad (2.57)$$

Para evaluar piezas embutidas con formas más complejas, se puede aplicar el principio de conservación del volumen para obtener la altura de la pared de la forma acopada [14].

Otra forma de calcular la altura máxima de embutido cilíndrico es mediante el concepto de energía de deformación. La energía de deformación W_d se puede calcular con la curva del ensayo a tensión uniaxial del material de trabajo. De la Ec. (2.51) se puede despejar la altura máxima de embutido h , resultando en:

$$h = \frac{W_d}{\kappa F_{d,max}} \quad (2.58)$$

2.2. Análisis del embutido elíptico

La búsqueda de una solución a los problemas encontrados en la determinación de los parámetros adecuados para el embutido de formas elípticas debe considerar un análisis detallado del proceso, partiendo del análisis teórico de esfuerzos, los obstáculos para su cálculo exacto y las deformaciones. En general los parámetros presentes en el proceso de embutido cilíndrico también están presentes en el embutido elíptico, sólo varían algunos de los parámetros geométricos del herramental como se puede apreciar en la Figura 2.16. En un embutido elíptico los diámetros de la forma cilíndrica se sustituyen por los diámetros mayor y menor de la forma elíptica. Además, se cuenta con la relación de aspecto $\gamma_{el} = D_{bc}/D_{bl}$ que indica que tan larga es la elipse; por ejemplo, para un embutido profundo de forma circular $D_{bc}/D_{bl} = 1$.

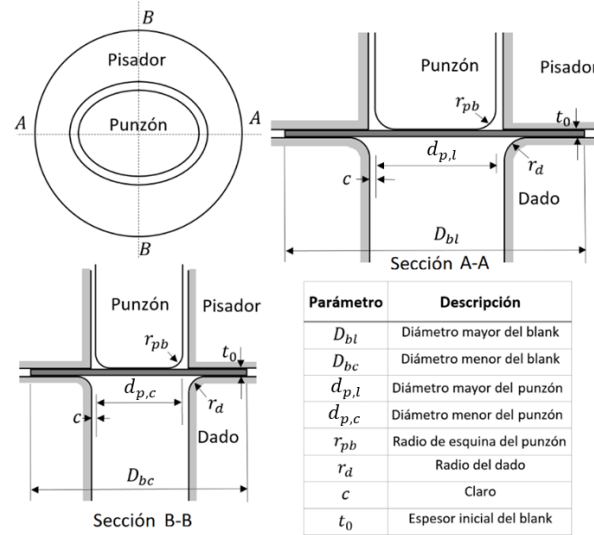


Figura 2.16. Diagrama esquemático de los parámetros geométricos de un embutido elíptico.

2.2.1. Concepto de diámetro equivalente

La teoría del embutido cilíndrico puede ser utilizada para otras formas geométricas si se utiliza el concepto de “diámetro equivalente”. Este concepto ya ha sido utilizado y evaluado en la literatura para embutidos de forma rectangular [14], [25], [10], [46] y [47]. Algunos trabajos han estudiado el embutido de formas no regulares utilizando una relación de embutido equivalente, la cual está basada en el área del blanco, y el área transversal del punzón y la altura de la pieza, así como en el principio de conservación de volumen [15]. En el caso de formas rectangulares, existen algunas variantes para determinar el diámetro equivalente o círculo equivalente. De acuerdo con Lange [14], el diámetro equivalente $D_{b,e}$ es definido como el diámetro de un blanco circular cuya área A_C es igual al área de un blanco rectangular A_R , con un largo A y ancho B (Figura 2.17). Por tanto, considerando $A_C = A_R$ el diámetro equivalente $D_{b,e}$ puede ser obtenido como:

$$D_{b,e} = 2 \sqrt{\frac{AB}{\pi}} \quad (2.59)$$

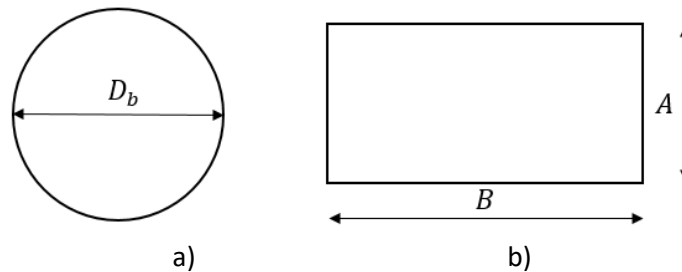


Figura 2.17. Silueta del blanco: a) circular y b) rectangular.

De igual manera para obtener el diámetro equivalente del punzón, $d_{p,e}$, éste se define como el diámetro de un punzón para embutido cilíndrico cuya área A_{PC} es igual al área de sección transversal de un punzón rectangular A_{PR} , con un largo a y ancho b . Por tanto, considerando $A_{PC} = A_{PR}$ el diámetro equivalente $d_{p,e}$ puede ser obtenido como:

$$d_{p,e} = 2 \sqrt{\frac{A_{PR}}{\pi}} \quad (2.60)$$

donde $A_{PR} = ab$ sin tomar en cuenta los radios de la esquina, ó $A_{PR} = ab - (4 - \pi)r_{pc}^2$ si se toman en cuenta los radios de la esquina del punzón.

A partir del concepto de diámetro equivalente también se puede determinar el diámetro equivalente para otras figuras geométricas, tales como la elipse. En el caso de la elipse, el diámetro equivalente $D_{b,e}$ se puede definir como el diámetro de un blanco circular cuya área A_C es igual al área de un blank elíptico A_E , con un semieje mayor A y un semieje menor B (Figura 2.18). Considerando $A_C = A_E$ el diámetro equivalente $D_{b,e}$ puede ser obtenido como:

$$D_{b,e} = 2\sqrt{AB} \quad (2.61)$$

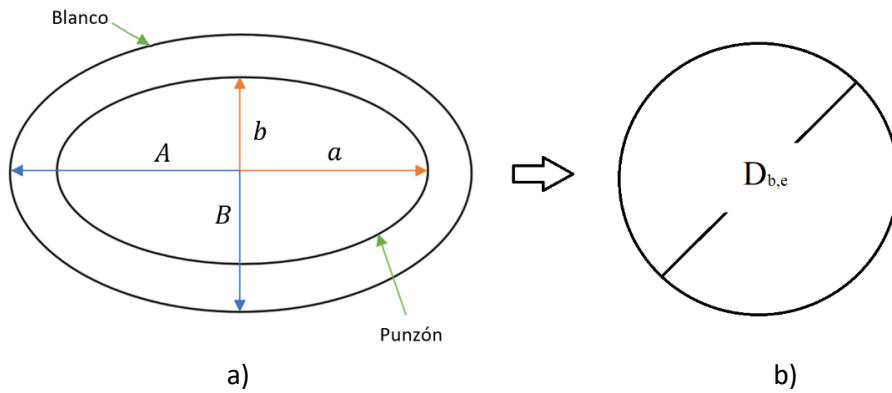


Figura 2.18. Silueta del blanco: a) elipse y b) circular.

Para obtener el diámetro equivalente del punzón, $d_{p,e}$, se define de la misma forma que para el diámetro equivalente del blanco, solo que en este caso se igualan las áreas de las secciones transversales del punzón circular A_{PC} y del punzón elipsoidal A_{PE} .

$$d_{p,e} = 2\sqrt{ab} \quad (2.62)$$

También es necesario utilizar conceptos como el perímetro del punzón P_p y perímetro medio P_m como se muestra en la Figura 2.18 y Figura 2.19. Además, se utilizó el perímetro del blanco P_b .

El perímetro del punzón se obtiene de la siguiente forma:

$$P_p = \pi(a + b) \left(1 + \frac{3T_p}{10 + \sqrt{4 - 3T_p}} \right) \quad (2.63)$$

Donde: $T_p = \left(\frac{a-b}{a+b} \right)^2$. El perímetro medio se obtiene de la siguiente forma:

$$P_m = \pi(L + H) \left(1 + \frac{3T_m}{10 + \sqrt{4 - 3T_m}} \right) \quad (2.64)$$

Donde: $T_m = \left(\frac{L-H}{L+H} \right)^2$, $L = a + \frac{t_0}{2}$ y $H = b + \frac{t_0}{2}$.

Finalmente, el perímetro del blanco elipsoidal es:

$$P_b = \pi(A + B) \left(1 + \frac{3T_b}{10 + \sqrt{4 - 3T_b}} \right) \quad (2.65)$$

Donde: $T_b = \left(\frac{A-B}{A+B}\right)^2$.

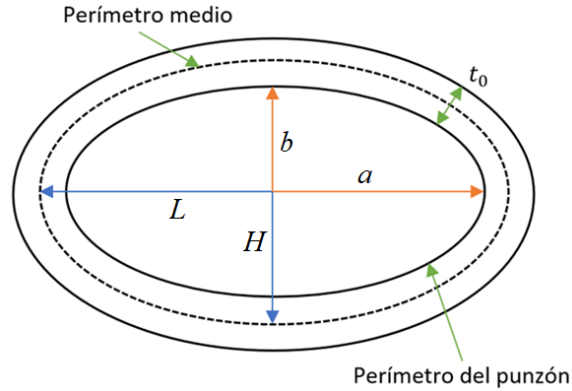


Figura 2.19. Perímetro de la sección transversal de una copa elipsoidal.

2.2.2. Fuerzas del embutido elíptico

Dado que en la literatura no existen expresiones para el cálculo de la altura o fuerza máxima para embutidos elípticos, se utilizó el concepto de diámetro equivalente para derivar expresiones basándose en la teoría del embutido cilíndrico.

a) Fuerza de embutido elipsoidal de Siebel

A partir de la Ec. (2.44) se sustituye el perímetro medio (πd_m) de una copa cilíndrica por el perímetro medio de una copa elíptica (P_m) y se sustituye el perímetro externo del flanco cuando la fuerza de embutido es máxima ($0.77\pi D_b$) por ($0.77P_b$). Los diámetros cilíndricos D_b y d_p se sustituyen por diámetros equivalentes $D_{b,e}$ y $d_{p,e}$ para obtener una expresión para la fuerza máxima de embutido elipsoidal de la siguiente manera:

$$F_{d,max} = P_m t_0 \left[e^{\frac{\mu\pi}{2}} \left(1.1\sigma_{fml} \ln \left(\frac{0.77D_{b,e}}{d_{p,e} + t_0} \right) + \frac{2\mu F_{BH}}{0.77P_b t_0} \right) + \sigma_{fmlI} \frac{t_0}{2r_d} \right] \quad (2.66)$$

donde $D_{b,e}$ y $d_{p,e}$ son los diámetros equivalentes del blanco y punzón elípticos, los cuales se calculan con la Ec. (2.61) y la Ec. (2.62), respectivamente. Los esfuerzos de fluencia promedio σ_{fml} y σ_{fmlI} son obtenidos mediante la Ec. (2.26) y la Ec. (2.27), respectivamente (sustituyendo los diámetros con los diámetros). P_m es el perímetro medio de la copa elíptica, calculado con la Ec. (2.64) y P_b es el perímetro del blanco elipsoidal el cual se calcula con la Ec. (2.65).

b) Fuerza de embutido elipsoidal de Siebel – Beisswanger

De igual manera que la ecuación anterior, se toma la Ec. (2.45) y se sustituye el perímetro medio πd_m de una copa cilíndrica por el perímetro medio de una copa elíptica P_m y los diámetros por diámetros equivalentes en la ecuación presentada en [25] y se obtiene:

$$F_{d,max} = P_m t_0 \left[\frac{1.1\sigma_{fml}}{\eta} \left(\ln \left(\frac{D_{b,e}}{d_{p,e}} \right) - 0.25 \right) \right] \quad (2.67)$$

No hay estudios para estimar la eficiencia η en embutido elipsoidal, por lo cual se utiliza el mismo valor que en el embutido cilíndrico, es decir $\eta = 0.75$.

c) *Fuerza de embutido elipsoidal ideal de Lange*

La versión de fuerza máxima de embutido para piezas elipsoidales de la Ec. (2.46) presentada en [25] es:

$$F_{d,max} = \frac{1}{\eta} P_m t_0 \sigma_f \ln \frac{D_{b,e}}{d_{p,e}} \quad (2.68)$$

donde σ_f es el esfuerzo de fluencia y puede ser calculado como $\sigma_f = 0.5(\sigma_{fml} + \sigma_{fmll})$ y η se considera igual que para la Ec. (2.67).

d) *Fuerza de embutido elipsoidal de Schedin*

Tomando como referencia la Ec. (2.47) para el cálculo de la fuerza máxima de embutido cilíndrico presentada en [25], se sustituyó el perímetro del punzón circular πd_p con el perímetro del punzón elíptico P_p . Asimismo, se sustituyó el perímetro del blank circular πD_b con el del blank elíptico P_b . Aplicando las sustituciones correspondientes, se obtiene:

$$F_{d,max} = P_p t_0 \left[e^{\frac{\mu\pi}{2}} \left(K \left(\frac{4}{3} \right)^{\frac{1+n}{2}} \int_{x=\frac{d_{p,e}}{2}}^{x=\frac{0.77D_{b,e}}{2}} \left(\ln \sqrt{1 + \frac{d_{p,e}H}{x^2}} \right)^n \frac{dx}{x} + \frac{2F_{BH}\mu}{0.77P_b t_0} \right) + \frac{t_0}{2r_d} K \left(\frac{4}{3} \right)^{\frac{n}{2}} \left(\ln \sqrt{1 + \frac{2H}{\frac{d_{p,e}}{2}}} \right)^n \right] \quad (2.69)$$

donde H es la altura cuando la fuerza de embutido es máxima, y se obtiene experimental o numéricamente por FEM. K y n son el coeficiente y el exponente de endurecimiento exponencial del material, respectivamente. La integral solo se puede resolver numéricamente, por lo cual no se puede desarrollar. Para los términos de anisotropía $\left(\frac{2b}{b+1}\right)$ donde $b = \frac{1+r}{r}$ se manejó como un material isotrópico, es decir, el coeficiente de anisotropía $r = 1$, obteniéndose 4/3.

e) *Fuerza de embutido elipsoidal de Groover*

De la Ec. (2.48) presentada en [4], se sustituye el perímetro del punzón cilíndrico πd_p por el perímetro del punzón elíptico P_p , obteniendo:

$$F_{d,max} = P_p t_0 \sigma_{UTS} (\beta_e - 0.7) \quad (2.70)$$

donde P_p es el perímetro del punzón elíptico, t_0 es el espesor inicial de la lámina y β_e es la relación de embutido equivalente $\beta_e = \frac{D_{b,e}}{d_{p,e}}$.

f) *Fuerza de embutido elipsoidal de Turner*

De la Ec. (2.49)(2.48) presentada en [43], se sustituye el perímetro del punzón cilíndrico πd_p por el perímetro del punzón elíptico P_p , obteniendo:

$$F_{d,max} = P_p t_0 \sigma_{UTS} (-2.4\beta_e + 2.32) \quad (2.71)$$

donde P_p es el perímetro del punzón elíptico, t_0 es el espesor inicial de la lámina y β_e es la relación de embutido equivalente $\beta_e = \frac{D_{b,e}}{d_{p,e}}$.

g) *Fuerza de embutido elipsoidal de Romanowski*

De la Ec. (2.50) presentada en [28], se sustituye el perímetro del punzón cilíndrico πd_p por el perímetro del punzón elíptico P_p , obteniendo:

$$F_{d,max} = P_p t_0 \sigma_{UTS} (\beta_e - 0.9) \quad (2.72)$$

donde P_p es el perímetro del punzón elíptico, t_0 es el espesor inicial de la lámina y β_e es la relación de embutido equivalente $\beta_e = \frac{D_{b,e}}{d_{p,e}}$.

2.2.3. Altura del embutido elíptico

Para determinar la altura máxima permisible a la cual se puede embutir una pieza elíptica, se propone una formulación geométrica usando el concepto del diámetro equivalente y las ecuaciones para el embutido circular. Este desarrollo se llevó a cabo en la sección 1.4.1 del presente trabajo.

De la Ec. (2.56) para la altura máxima de un embutido cilíndrico se pueden sustituir los diámetros del blank D_b y del punzón d_p por los diámetros del blank y punzones equivalentes, obteniendo una expresión para el cálculo de la altura máxima permisible para un embutido elíptico:

$$h_e = \frac{D_{b,e}^2 - d_{p,e}^2}{4d_{p,e}} \quad (2.73)$$

Aplicando el mismo criterio sobre la Ec. (2.57), se obtiene:

$$h_e = \frac{D_{b,e}^2 - d_{p,e}^2 + 4(\pi - 3)r_{pb}^2}{d_{p,e}} + 0.43r_{pb} \quad (2.74)$$

Por otro lado, considerando el concepto de relación de embutido “LDR” para el embutido cilíndrico e incorporando el diámetro equivalente, se deduce la siguiente expresión:

$$\frac{D_b}{d_p} = \frac{D_{b,e}}{d_{p,e}} \quad (2.75)$$

donde $D_{b,e}$ es diámetro equivalente del blank elíptico y $d_{p,e}$ es diámetro equivalente del punzón elíptico. Considerando que el máximo porcentaje de reducción $100(1 - d_p/D_b)$ que se obtiene en la práctica para una sola operación de embutido, es de 50% bajo condiciones óptimas del herramental y metal involucrado [14], entonces:

$$100 \left(1 - \frac{d_p}{D_b} \right) = 100 \left(1 - \frac{d_{p,e}}{D_{b,e}} \right) = 50\% \quad (2.76)$$

Resolviendo para $d_{p,e}$:

$$d_{p,e} = 0.5D_{b,e} = \sqrt{AB} \quad (2.77)$$

Donde A y B son el semieje mayor y menor del blank elíptico, respectivamente. Sustituyendo $d_{p,e}$ en la Ec. (2.73), se obtiene la expresión para la altura máxima permisible de la copa cilíndrica en función del diámetro equivalente:

$$h_c = \left[\frac{D_{b,e}^2 - (0.5D_{b,e})^2}{4(0.5D_{b,e})} \right] = \frac{3}{8}D_{b,e} = \frac{3}{4}\sqrt{AB} \quad (2.78)$$

Durante el proceso de embutido se mantiene el volumen constante, es decir, se cambia la forma de la pieza más no el volumen del material. Además, el espesor de la lámina se mantiene constante en relación con la lámina inicial, entonces el área del recipiente circular es el mismo que el área del recipiente elíptico. Así se definen las siguientes expresiones de área para los dos recipientes:

Área interna de la copa cilíndrica, ver Figura 2.20b:

$$A_{CC} = \frac{\pi d_{p,e}^2}{4} + \pi d_{p,e} h_c \quad (2.79)$$

Área interna de la copa elíptica, ver Figura 2.20a:

$$A_{CE} = \pi ab + P_p h_e \quad (2.80)$$

donde h_c y h_e son la altura máxima permisible de la copa cilíndrica y la elíptica, respectivamente, y P_p es el perímetro interno de la copa o perímetro del punzón elíptico, obtenido mediante la Ec. (2.63).

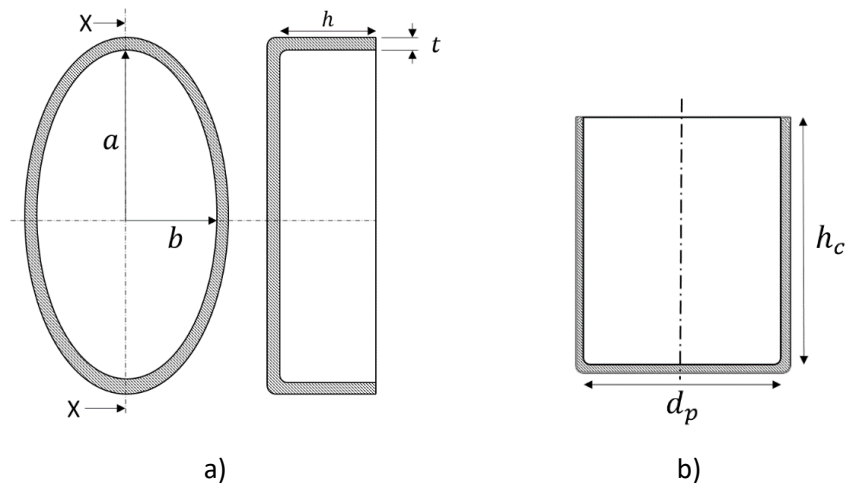


Figura 2.20. Parámetros geométricos: a) de una copa elíptica: h (altura de la pieza), a (semieje mayor del punzón) y b (semieje menor del punzón); b) una copa cilíndrica.

Igualando ambas áreas y despejando la altura máxima permisible para el recipiente elíptico, h_e , se obtiene:

$$h_e = \frac{\pi d_{p,e} h_c + \frac{\pi d_{p,e}^2}{4} - \pi ab}{P_p} \quad (2.81)$$

Substituyendo los valores de h_c y $d_{p,e}$, se obtiene la siguiente expresión:

$$h_e = \frac{3\pi(\sqrt{ab}\sqrt{AB} - ab)}{4P_p} \quad (2.82)$$

Esta ecuación representa la altura máxima permisible del embutido elíptico. Cabe mencionar que esta ecuación es válida cuando el espesor de la lámina t es muy pequeño en relación con las dimensiones de la pieza, satisfaciendo lo siguiente: $t \ll a$ y $t \ll b$.

Otra expresión para determinar la altura máxima permisible para embutidos elípticos es mediante la Ec. (2.58) desarrollada anteriormente mediante el concepto de energía de deformación.

2.2.3.1. Otras expresiones para la altura máxima de embutido elíptico

En la literatura se encontraron dos diferentes formulaciones para obtener la altura máxima permisible en el embutido rectangular, las cuales pueden adaptarse para obtener expresiones para el cálculo de la altura máxima de embutidos de forma elíptica. Dichas expresiones se describen a continuación:

a) Smith-Bakerjian [48]

Smith-Bakerjian [48] consideran que la altura máxima de embutido depende del radio del punzón. Consideran que la altura permisible de embutido es seis veces el radio del punzón:

$$\frac{h_e}{r_{pb}} \leq 6 \quad (2.83)$$

b) Society of Manufacturing Engineers [49]

La ecuación propuesta por SME [49] considera los mismos parámetros que la Ec. (2.56), en la cual se sustituyen los diámetros del blank D_b y del punzón d_p con los diámetros equivalentes $D_{b,e}$ y $d_{p,e}$. Al desarrollar se obtiene la siguiente expresión:

$$h_e = \frac{AB - ab}{2\sqrt{ab}} \quad (2.84)$$

La SME suma al denominador de la Ec. (2.84) el producto de ' π ' por el espesor de la lámina t_0 :

$$h_e = \frac{AB - ab}{2\sqrt{ab} + \pi t_0} \quad (2.85)$$

Capítulo 3. Modelo numérico para el análisis de embutido de lámina metálica

En el presente capítulo se presenta una breve introducción al método de elemento finito. Se desarrolla un modelo numérico para simular el proceso de embutido profundo de lámina metálica utilizando un software comercial ANSYS APDL®. Dicho modelo se valida comparando los resultados obtenidos con los modelos MEF de otros autores, además con los resultados de un caso experimental tomado de la literatura.

3.1. El método de elemento finito

El método de elemento finito (MEF) es un método numérico que puede ser utilizado para solucionar diversos problemas de ingeniería que implican geometrías, físicas o condiciones de frontera muy complicadas. El fundamento de este método consiste en la descomposición del dominio de trabajo en un número finito de subdominios (elementos) para los cuales se construye una solución sistemática aproximada aplicando cualquiera de los métodos de variación tradicionales.

Un análisis MEF comprende de manera general las siguientes etapas y pasos [50]:

Etapa de pre procesamiento

1. Discretización del dominio en un número finito de subdominios; es decir, subdividir el problema en nodos y elementos.
2. Selección de las funciones de interpolación que representan el comportamiento físico del elemento y desarrollar las ecuaciones para cada uno de los elementos y colocarlos en su forma de matriz elemental:

$$[K^e] \{u^e\} = \{F^e\} \quad (3.1)$$

3. Ensamblar todas las ecuaciones originadas en el paso 2 para construir una matriz global de rigidez.
4. Aplicar las condiciones de frontera, condiciones iniciales y cargas.

Etapa de solución

5. Se resuelven los conjuntos de ecuaciones lineales o no-lineales simultáneamente para obtener las soluciones nodales.

Etapa de post procesamiento

6. Se analizan y procesan los resultados obtenidos para determinar información adicional relevante para el estudio en cuestión.

Existen tres enfoques principales para construir la solución aproximada basada en el MEF: 1) la formulación directa, 2) la formulación de energía potencial total mínima, y 3) la formulación de residuos ponderados. Cabe resaltar que los pasos básicos involucrados en cualquier análisis de elemento finito, sin importar como se genere el modelo de elemento finito, serán siempre los listados arriba.

La transformación de un problema de ingeniería en una representación matemática se logra al discretizar el dominio de interés en elementos (subdominios), como se muestra en la Figura 3.1. Estos elementos están conectados entre sí por sus nodos "comunes". Un nodo especifica la ubicación de coordenadas en el espacio donde existen grados de libertad y acciones del problema físico. El (los) nodo (s) desconocido (s) en el sistema matricial de ecuaciones representa una (o más) de las variables de campo primarias. Las

variables nodales asignadas a un elemento se denominan grados de libertad del elemento. Los nodos comunes en el dominio proporcionan continuidad para las variables nodales (grados de libertad). Los grados de libertad (DOF) de un nodo están dictados por la naturaleza física del problema y el tipo de elemento. La Tabla 3.1 presenta el DOF y las "fuerzas" correspondientes utilizadas en MEF para diferentes problemas físicos.

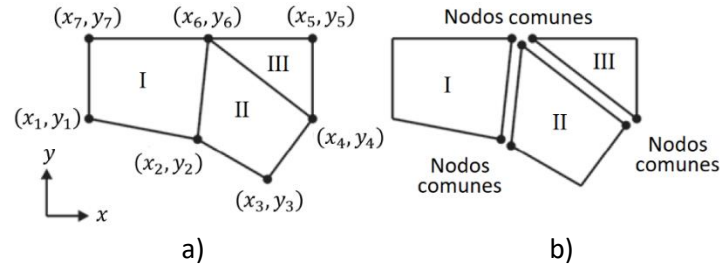


Figura 3.1. División de: a) un dominio en b) subdominios (nodos y elementos).

Tabla 3.1. Grados de libertad y vector de fuerzas en MEF para diferentes disciplinas de la ingeniería [51].

Disciplina	DOF	Vector de Fuerzas
Estructural / sólidos	Desplazamientos	Fuerzas mecánicas
Transferencia de calor	Temperatura	Flujo de calor
Fluidos acústicos	Desplazamiento potencial	Velocidad de partícula
Flujo potencial	Presión	Velocidad de partícula
Flujos en general	Velocidad	Flujo
Electroestática	Potencial eléctrico	Densidad de carga
Magnetoestática	Potencial magnético	Intensidad magnética

Dependiendo de la geometría y la naturaleza física del problema, el dominio de interés se puede discretizar empleando elementos de 1 (línea), 2 (área) o 3 (volumen) dimensiones. Algunos de los elementos más comunes en MEF se muestran en la Figura 3.2. Cada elemento, identificado por un número de elemento, se define por una secuencia específica de números de nodo globales. La secuencia específica (generalmente en sentido contrario a las agujas del reloj) se basa en la numeración de nodos en el nivel del elemento.

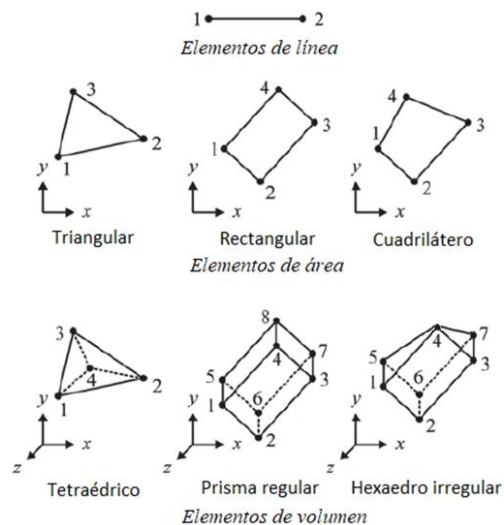


Figura 3.2. Elementos de línea, área y volumen con numeración de nodos [51].

3.1.1. Software ANSYS LS-DYNA

ANSYS® es un software MEF de propósito general capaz de realizar análisis estáticos, dinámicos, transferencia de calor, flujo de fluidos y electromagnetismo. Por su parte, LS-DYNA® es un paquete de software cuya formulación explícita permite simular la respuesta de los materiales bajo grandes cargas en cortos periodos de tiempo mediante análisis dinámicos no lineales. Cuenta con una gran variedad de elementos, formulaciones para contactos, modelos de materiales y otros controles que pueden usarse para la simulación de modelos complejos manteniendo el control sobre todos los detalles del problema. Algunos ejemplos de estos problemas son procesos de impacto, de aplastamiento y de deformación rápida. Estos problemas denominados explícitos no se pudieran resolver eficientemente con ANSYS®, y por lo tanto requieren de un motor de resolución adecuado. ANSYS LS-DYNA® combina el código explícito de elementos finitos LS-DYNA® con las capacidades de pre y post procesado de ANSYS®. Con este paquete integrado se puede modelar la estructura en ANSYS®, obtener la solución dinámica explícita a través de LS-DYNA® y comprobar los resultados vía las herramientas estándar de post procesado de ANSYS®.

El software reúne las siguientes características que ayudan en una simulación del proceso de embutido:

- Se pueden realizar análisis no lineales de estructuras complejas.
- Contiene elementos que admiten modelar las grandes deformaciones en una lámina con tiempos de cómputo relativamente cortos.
- Contiene modelos que permiten modelar plasticidad y anisotropía de la lámina metálica.
- Contiene elementos para modelar el contacto entre las herramientas sin entrar en su desarrollo matemático.
- Se pueden resolver problemas explícitos tales como: formado de metal, pruebas de impacto, contacto entre superficies, grandes deformaciones y múltiples no-linealidades.
- Tiene algoritmos que facilitan la convergencia del algoritmo explícito sin la necesidad de configurar muchos parámetros.

En el caso estructural se pueden realizar los siguientes tipos análisis en ANSYS:

- **Análisis estático:** las fuerzas aplicadas y las condiciones de soporte del cuerpo sólido no cambian con el tiempo. Los materiales no-lineales y propiedades geométricas como plasticidad, contactos, creep (sección 3.1.2), etc., están disponibles en este tipo de análisis [51].
- **Análisis modal:** este tipo de análisis concierne a las frecuencias naturales y formas modales de una estructura.
- **Análisis armónico:** se estudia la respuesta de una estructura sujeta a cargas que exhiben un comportamiento senoidal en el tiempo.
- **Análisis transiente dinámico:** se estudia la respuesta de una estructura sujeta a cargas con comportamiento arbitrario en el tiempo.
- **Eigenvalue Buckling:** este tipo de análisis concierne a cargas de pandeo y nodos de pandeo de una estructura.

En general, en MEF existen dos enfoques para la resolución de problemas donde se tiene movimiento en el tiempo: el modo de integración implícito y el explícito.

La integración explícita es restringidamente estable, ósea que el paso de tiempo se ve restringido por un tiempo crítico que depende del tipo de problema. Este tipo de resolución realiza un procedimiento

iterativo incremental y al final de cada incremento actualiza la matriz de rigidez con los cambios geométricos y de los materiales. Luego construye una nueva matriz y en el siguiente incremento esta matriz se aplica al sistema. En este tipo de análisis se precisa de incrementos pequeños para conseguir buenos resultados. La necesidad de realizar pequeños incrementos es su principal desventaja. En este método no se busca el equilibrio entre las fuerzas internas y las fuerzas aplicadas, esta condición se presupone, y para que sea válida esa suposición los incrementos deben ser muy pequeños. Por su parte, la integración implícita es incondicionalmente estable y facilitan pasos de tiempo más largos, además que la solución, para cualquier condición inicial, no crece sin límites para cualquier paso de tiempo. Este método consiste en realizar el mismo proceso iterativo que la explícita, pero al final de cada incremento se realiza otra iteración mediante Newton-Raphson u otros métodos para invertir la matriz de rigidez, lo cual para modelos grandes puede ser muy costoso computacionalmente hablando. Este tipo de análisis es más preciso y permite realizar pasos de tiempo mayores, sin embargo, el método implícito puede necesitar altos tiempo de computo para resolver problemas dinámicos-no lineales.

El paso de tiempo en una solución explícita debe ser menor al tiempo que tarda una onda de sonido en viajar a través del elemento. Si los pasos de tiempo superan ese tamaño, la respuesta generalmente será inestable y el análisis fallará después de unos pocos pasos de tiempo. El tamaño de paso de tiempo está limitado por el elemento más pequeño en el modelo, no por el tamaño promedio. Los métodos de solución implícitos difuminan esos efectos locales. La propagación de los efectos dinámicos alrededor de la estructura está controlada por la inercia (masa) de la estructura, no por la velocidad local del sonido.

La malla para una solución implícita solo necesita ser lo suficientemente fina para capturar la deformación general de la estructura, y los pasos de tiempo solo necesitan ser lo suficientemente pequeños para capturar el espectro de frecuencia de la respuesta que le interesa. Un análisis estático es "implícito" por definición: la respuesta estática ignora cualquier comportamiento transitorio que se produce mientras se aplican las cargas a la estructura. A menos que necesite los detalles precisos de un análisis explícito, una solución implícita generalmente se ejecutará mucho más rápida, posiblemente varios órdenes de magnitud más rápido.

3.1.2. No linealidad

La mayoría de los fenómenos físicos exhiben un comportamiento no lineal. Sin embargo, existen muchas situaciones en las cuales se pueden obtener resultados satisfactorios cuando se asumen comportamientos lineales. Por otro lado, bajo algunas circunstancias o fenómenos se requiere de una solución no lineal. Un comportamiento estructural no lineal puede surgir debido a las no linealidades geométricas y de materiales, así como a un cambio en las condiciones de frontera y la integridad estructural.

Existen dos tipos de no linealidades geométricas principales:

- **Grandes deformaciones y rotaciones:** si la estructura experimenta grandes desplazamientos en comparación con su dimensión más pequeña, y rotaciones de tal manera que sus dimensiones y posición originales, así como la dirección de carga, cambien significativamente, el análisis de grandes deformaciones y rotaciones se hace necesario. Por ejemplo, una caña de pescar con una rigidez lateral baja debajo de una carga lateral experimenta grandes deflexiones y rotaciones.
- **Rigidez por esfuerzo:** cuando el esfuerzo en una dirección afecta a la rigidez en otra dirección, se produce rigidez por esfuerzo. Típicamente, una estructura que tiene poca o ninguna rigidez en la

compresión mientras que tiene una rigidez considerable en la tensión exhibe este comportamiento. Los cables, las membranas o las estructuras que giran exhiben rigidez por esfuerzo [51].

El comportamiento no lineal de los materiales se caracteriza por:

- **Plasticidad:** la deformación plástica (permanente) se presenta cuando los esfuerzos superan el límite de cedencia del material.
- **Creep:** es una tendencia del material a deformarse permanentemente cuando está expuesta a largos períodos de tiempo bajo esfuerzos constantes que están por debajo del límite de fluencia.
- **Elasticidad no lineal:** algunos materiales presentan una curva esfuerzo-deformación no lineal en la zona elástica; sin embargo, al igual que la elasticidad lineal, al retirar la carga antes del límite de cedencia la estructura regresa a su estado original. No hay deformación permanente.
- **Viscoelasticidad:** es similar al creep, pero una parte de la deformación se recupera cuando se retira la carga. Un material viscoelástico común es el vidrio y algunos plásticos.
- **Hyperelasticidad:** es un tipo de material elástico por el cual la ecuación constitutiva que relaciona esfuerzos y deformaciones puede obtenerse a partir de un potencial elástico o energía elástica de deformación. Es utilizada para analizar materiales como el caucho/ goma bajo grandes deformaciones y desplazamientos con pequeños cambios de volumen.

3.1.3. Condiciones de simetría

Si el sistema físico en consideración muestra simetría en la geometría, las propiedades del material y la carga, entonces es computacionalmente ventajoso modelar solo una parte representativa. El sistema físico debe mostrar simetría en todo lo siguiente:

- Geometría
- Propiedades del material
- Cargas
- Condiciones de frontera

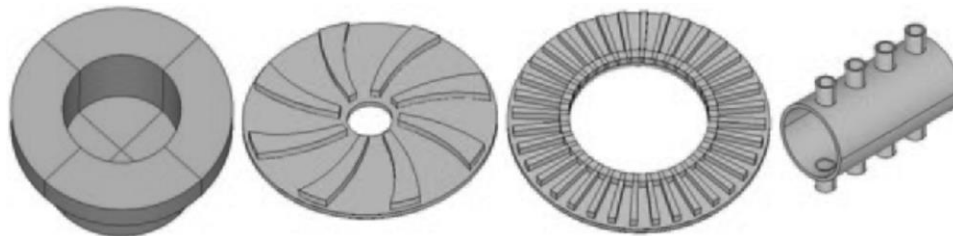


Figura 3.3. Tipos de condiciones de simetría (de izquierda a derecha): axisimetría, rotacional, reflectiva/planar, y repetitiva/traslacional [51].

Los diferentes tipos de simetría se listan a continuación y se muestran en la Figura 3.3:

- **Axisimetría:** es la simetría acerca de un eje central; por ejemplo, bombillas, tubos rectos, conos, placas circulares y cúpulas.
- **Simetría rotacional:** una estructura posee simetría rotacional cuando está formada por segmentos repetidos ordenados alrededor de un eje central.
- **Simetría planar o reflectiva:** cuando la mitad de una estructura es una imagen espejo de la otra mitad, la simetría planar o reflectiva existe.

- **Simetría repetitiva o traslacional:** este tipo de simetría existe cuando una estructura tiene segmentos repetidos alineados en fila, por ejemplo, un tubo largo con aletas espaciadas uniformemente.

3.1.4. Contactos

Durante el proceso de embutido profundo el herramental se encuentra en contacto con la pieza de trabajo. En ANSYS®, un contacto es un tipo de conexión entre dos sólidos, superficies o cuerpos de línea. La selección del tipo de contacto depende del problema en particular. A continuación, se listan los tipos de contactos disponibles en ANSYS®:

- **Unido:** es la configuración predeterminada y se aplica a todas las regiones de contacto (superficies, sólidos, líneas, caras, bordes). Si las regiones de contacto están unidas, no se permite el deslizamiento o la separación entre caras o bordes.
- **Sin separación:** esta configuración de contacto es similar a la del caso unido, la separación de las geometrías en contacto no está permitida, pero pueden ocurrir pequeñas cantidades de deslizamiento sin fricción a lo largo de las geometrías de contacto.
- **Sin fricción:** esta configuración modela el contacto unilateral estándar; es decir, la presión normal es igual a cero si se produce una separación. Por lo tanto, se pueden formar huecos en el modelo entre cuerpos dependiendo de la carga. Esta solución no es lineal porque el área de contacto puede cambiar a medida que se aplica la carga. Se supone un coeficiente de fricción cero, lo que permite el deslizamiento libre.
- **Áspero:** este ajuste modela el contacto de fricción perfectamente áspero donde no hay deslizamiento. Por defecto, no se realiza el cierre automático de huecos. Este caso corresponde a un coeficiente de fricción infinito entre los cuerpos en contacto.
- **Fricción:** en esta configuración las dos geometrías en contacto pueden soportar esfuerzos cortantes hasta una cierta magnitud a través de su interfaz antes de que comiencen a deslizarse entre sí. Este estado se conoce como "pegado". El modelo define un esfuerzo cortante equivalente a la cual el deslizamiento en la geometría comienza como una fracción de la presión de contacto. Una vez que se excede la tensión de corte, las dos geometrías se deslizarán una con respecto a la otra. El coeficiente de fricción puede ser cualquier valor no negativo.

3.1.5. Mallado

El mallado consiste en discretizar (dividir) un dominio continuo (la pieza de estudio) en un número finito de elementos. La precisión de la solución depende de la calidad de la malla. En general, cuanto más delgada sea la malla mayor será la precisión. Sin embargo, en algunos casos un número excesivo de elementos puede aumentar el error de redondeo, además que el incremento de elementos aumenta el tiempo de cálculo. Por lo tanto, es importante que la malla sea adecuadamente fina o gruesa en las regiones apropiadas. Existen algunas técnicas que pueden ser utilizadas para determinar el tamaño óptimo de la malla:

- **Malla adaptativa:** esta técnica utiliza el valor del tamaño del elemento semilla para determinar el tamaño inicial de la malla. El tamaño del elemento semilla se puede definir por el usuario o puede ser calculado automáticamente por el software en cuestión. Cuando comienza el mallado, los bordes son mallados inicialmente con este tamaño y luego se refinan para la curvatura y proximidad 2D.

Después, ocurre el delineado basado en la malla. La malla del borde final se pasa a una función de ajuste de tamaño de mínimos cuadrados [52].

- **Prueba de refinamiento de malla:** consiste en realizar un análisis con una malla inicial, luego se realizan análisis posteriores con una malla cada vez más fina y se van comparando los resultados obtenidos en cada análisis hasta que converjan satisfactoriamente. A este proceso se le llama también análisis de convergencia de malla, y sirve para obtener una solución lo suficientemente precisa con una malla suficientemente densa, pero que no demande una cantidad de recursos de procesamiento excesivos.
- **Submodeling:** es una técnica utilizada para obtener resultados de mayor precisión en una región particular del modelo, por ejemplo, los esfuerzos en una zona de concentración de esfuerzos. El mallado inicial puede ser demasiado grueso para producir resultados satisfactorios para la región de interés. Sin embargo, los resultados fuera de esta región pudieran ser satisfactorios. Entonces se crea un submodelo con una malla más fina sobre la zona de interés. Se utilizan los desplazamientos del modelo grueso y se aplican sobre el submodelo como condiciones de frontera y de esta forma se obtienen resultados más precisos en el área de interés. La Figura 3.4 muestra cómo tratar un problema utilizando el “submodeling”.

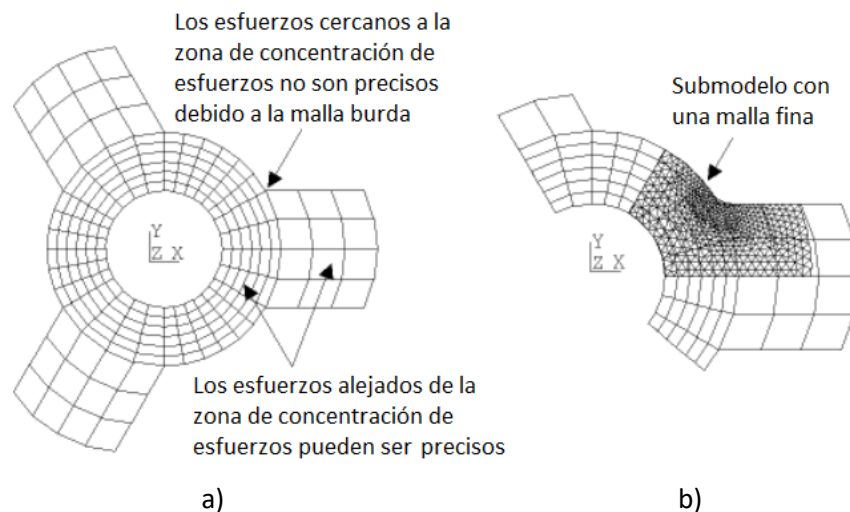


Figura 3.4. Submodelo de una polea: a) modelo con malla burda, y b) submodelo con una malla fina [52].

3.2. MEF en formado de metal

El modelado de diferentes procesos para el análisis y comprensión de la mecánica de deformación se ha convertido en una línea de investigación importante. La aplicación y uso del MEF en el modelado del proceso de formado de metal se ha incrementado enormemente. Esta aplicación comenzó como una extensión de los análisis estructurales al régimen de deformación plástica. El uso del MEF en el área de formado de metal, para muchos casos, puede ser justificada solamente por la fiabilidad de la solución y la eficiencia computacional, además de la resolución de problemas que sería casi imposible resolver analíticamente. Existen diversos estudios de investigación donde se emplea el MEF para estudiar procesos de formado de metal, específicamente el embutido profundo de lámina metálica. En [35] se estudia el daño y la iniciación de fracturas en embutidos rectangulares. Para ello utilizan MEF y se analizan diversos casos de estudio. Además, se presenta un análisis paramétrico para determinar la influencia que tienen los parámetros del material y geométricos sobre la aparición de las fracturas. Un estudio similar se llevó

a cabo en [53] pero con un embutido semiesférico, donde se analizó la influencia de los parámetros de material sobre la fuerza total de embutido. Por otra parte, en [54] se estudió el efecto de la fuerza del pisador sobre un embutido rectangular. Se realizaron casos experimentales los cuales fueron validados con un modelo MEF donde se analizó la aparición de arrugas, el adelgazamiento de las paredes de la copa y la ruptura de esta, bajo diferentes condiciones de carga. En [42] se estudió la relación de embutido y otras características de láminas de aluminio como función del radio del dado con casos de embutido profundo experimentales y con modelo MEF.

Por su parte, en [40] se llevó a cabo una comparación de la estimación de la fuerza total de embutido para una pieza cilíndrica bajo diferentes métodos de análisis, tales como analíticos, numéricos (MEF) y experimentales. Se utilizaron diversas expresiones propuestas por diferentes autores, concluyendo que la de Siebel presentada en [14] provee una mayor precisión. Otro estudio muy interesante donde se aprovechó el MEF fue en [37], donde se derivó una expresión para el cálculo de la fuerza máxima de embutido rectangular, basándose en la teoría del embutido cilíndrico y utilizando conceptos de diámetro equivalente y conservación de volumen. Dicha expresión fue comparada con resultados experimentales y MEF.

Existen también diversos trabajos donde se utiliza el MEF para analizar el proceso de embutido profundo de formas irregulares, los cuales se expusieron en la sección 1.4 del presente trabajo.

3.3. Metodología de análisis

La metodología utilizada en la simulación numérica MEF del proceso de embutido de lámina se muestra en la Figura 3.5. Esta metodología se describe a continuación mediante el desarrollo de un modelo de embutido profundo de lámina de una copa cuadrada, el cual servirá como modelo base para la validación del modelo MEF y se utilizará para la evaluación de piezas elípticas.

3.4. Modelo geométrico

Las geometrías de las herramientas del embutido se modelaron en el software Autodesk Inventor®. Las piezas dibujadas fueron el punzón, el pisador, la lámina y el dado, los cuales se dibujaron como superficie, es decir, no poseen volumen. Además, se aplicó simetría al modelo dibujando solamente un cuarto de la geometría con el fin de ahorrar tiempo de computo. Las piezas dibujadas pueden observarse en la Figura 3.6.

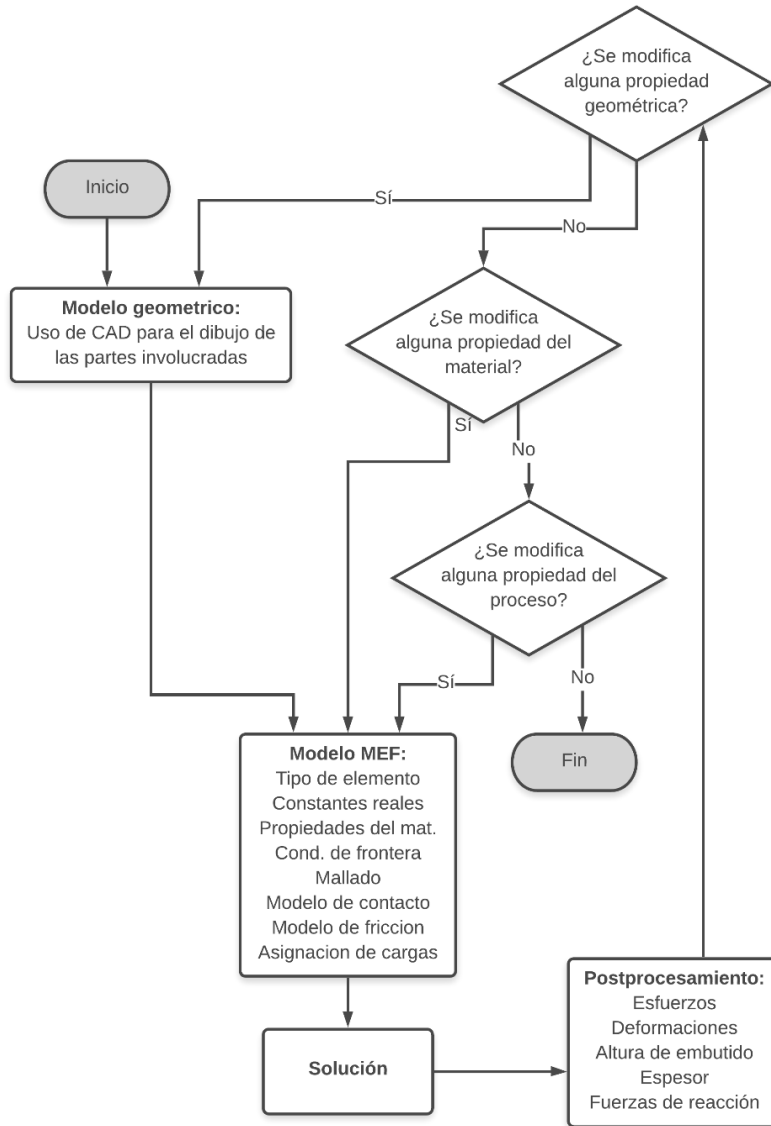


Figura 3.5. Metodología general para realizar el análisis MEF de un proceso de embutido.

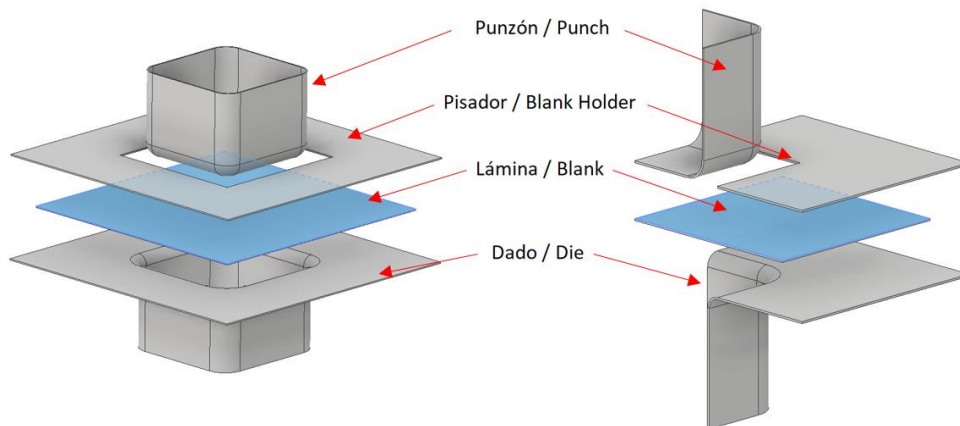


Figura 3.6. Herramientas de embutido, dibujadas en Autodesk Inventor®: a) geometría completa y b) un cuarto de geometría.

3.5. Modelo MEF

El modelo MEF engloba un conjunto de características que van desde el tipo de análisis que se adapte mejor al problema, el tipo de elemento que se utilizará, la densidad de malla, los contactos y la fricción en caso de estar presentes en el problema, así como las condiciones de frontera, entre otras.

3.5.1. Tipo de análisis

El proceso de formado de lámina metálica que se quiere simular es el embutido profundo. Dicho proceso se ejecuta en un periodo de tiempo muy corto e involucra grandes deformaciones en la pieza de trabajo y fricción entre sus componentes, por lo que se tienen no linealidades. Por lo tanto, se requiere de un análisis transiente dinámico no lineal para el cual se utilizará ANSYS LS-DYNA® explícito como medio de solución. Para ello, ANSYS LS-DYNA® emplea el método de “Newton-Raphson”, el cual es un método iterativo muy utilizado para la solución de problemas no lineales y se puede expresar como sigue:

$$[K_i^T] \{\Delta u_i\} = \{F^a\} - \{F_i^{nr}\} \quad (3.2)$$

$$\{u_{i+1}\} = \{u_i\} + \{\Delta u_i\} \quad (3.3)$$

donde $[K_i^T]$ es la matriz de rigidez, $\{u_i\}$ es el vector de desplazamientos, i representa número de iteración, $\{F^a\}$ es el vector de cargas aplicadas y $\{F_i^{nr}\}$ es el vector de cargas restauradoras correspondientes a las cargas internas de los elementos. El método evalúa a $[K_i^T]$ y $\{F_i^{nr}\}$ basándose en los valores otorgados por $\{u_i\}$. El lado derecho de la Ec. (3.2) es el vector residual o desbalanceado; es decir, es la cantidad que el sistema está fuera de equilibrio. Se necesita más de una iteración para obtener la solución convergida, el algoritmo general que describe éste método se puede resumir como [52]:

1. Asumir $\{u_0\}$, el cual es usualmente la solución convergida del paso previo. En el primer paso $\{u_0\} = \{0\}$.
2. Se calcula de la matriz de rigidez $[K_i^T]$ y las cargas restauradoras $\{F_i^{nr}\}$ con la configuración $\{u_i\}$.
3. Se calcula $\{\Delta u_i\}$ con la Ec. (3.2)
4. Se añade $\{\Delta u_i\}$ a $\{u_i\}$ con el fin de obtener la siguiente aproximación $\{u_{i+1}\}$, tal como se muestra en la Ec. (3.3).
5. Se repiten los pasos 2 a 4 hasta que se obtenga convergencia en la solución.

En la Figura 3.7a) se muestra la solución para una sola iteración ($i + 1$) para un modelo de 1 DOF mientras que en la Figura 3.7b) se muestra la solución para la siguiente iteración ($i + 2$), las iteraciones siguientes procederían de una manera similar. La solución obtenida al final del proceso iterativo corresponderá al vector de fuerzas aplicadas $\{F^a\}$. La solución final convergida estará en equilibrio, de tal manera que el vector de fuerzas restauradoras $\{F_i^{nr}\}$ será igual al vector $\{F^a\}$ (o al menos se aproximará mucho). Ninguna de las soluciones intermedias estará en equilibrio.

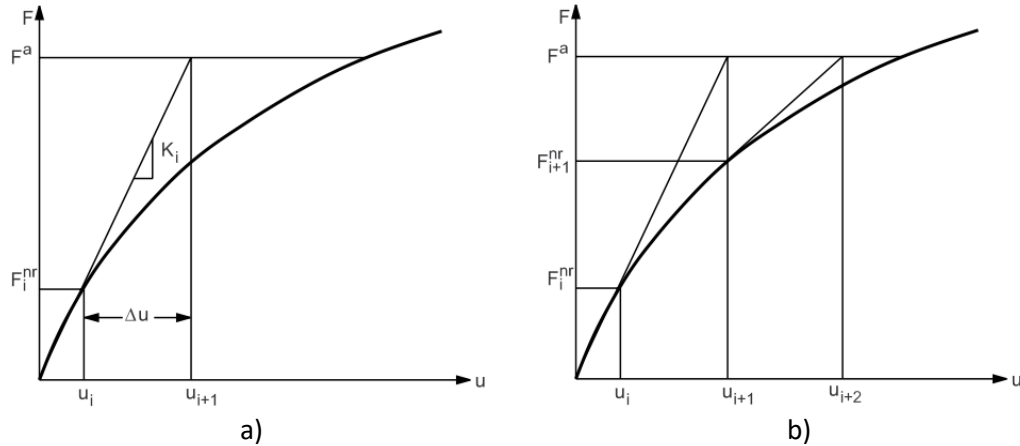


Figura 3.7. Solución de Newton-Raphson: a) Una iteración y b) siguiente iteración [52].

Si el análisis incluye no-linealidades dependientes de una ruta (tal como plasticidad), el proceso de solución requiere de algunos pasos intermedios en el equilibrio con el fin de seguir correctamente la ruta de carga. Esto se puede realizar exitosamente especificando un análisis incremental paso a paso, de esta manera el vector final de carga $\{F^a\}$ es alcanzado aplicando la carga en incrementos y aplicando las iteraciones de Newton-Raphson en cada paso [52]:

$$[K_{n,i}^T] \{\Delta u_i\} = \{F_n^a\} - \{F_{n,i}^{nr}\} \quad (3.4)$$

donde $[K_{n,i}^T]$ es la matriz de rigidez para cada paso de tiempo n e iteración i , $\{F_n^a\}$ es el vector de fuerzas totales aplicadas en cada paso de tiempo n y $\{F_{n,i}^{nr}\}$ es el vector de fuerzas restauradoras para cada paso de tiempo n e iteración i . Este proceso es el método de Newton-Raphson incremental y se muestra en la Figura 3.8. El método de Newton-Raphson garantiza convergencia solamente si la solución en cualquier iteración $\{u_i\}$ esta "cerca" de la solución exacta. Por lo tanto, incluso con no-linealidades dependiente de una ruta, éste método incremental (aplicar las cargas en incrementos) es necesaria en algunas ocasiones para obtener la solución correspondiente a las cargas finales [52].

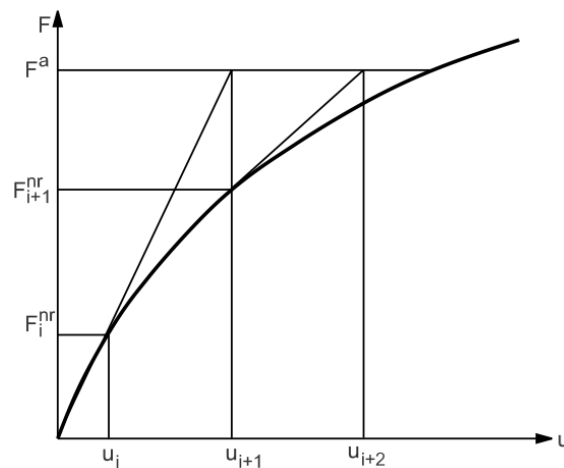


Figura 3.8. Método de Newton-Raphson incremental.

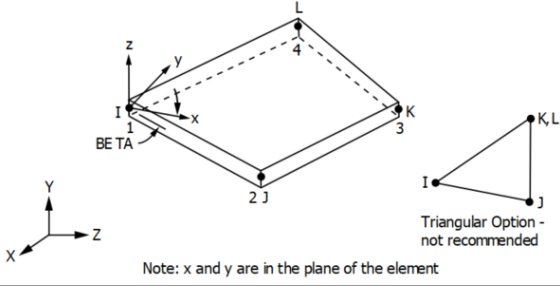
3.5.2. Tipo de elemento

Las estructuras de pared delgada son extensamente utilizadas en la industria dada su alta capacidad de carga por unidad de peso. Sin embargo, las estructuras de paredes delgadas presentan desafíos únicos para la simulación numérica. Es conceptualmente simple representar una estructura de pared delgada utilizando elementos solidos 3D tradicionales, pero es difícil construir mallas precisas y eficientes. Además, modelar estructuras de pared delgada utilizando elementos solidos puede resultar computacionalmente muy costoso. Por otro lado, los elementos tipo Shell son una alternativa para modelar este tipo de estructuras dada su bajo costo computacional. Este tipo de elementos crean una idealización matemática en 2D de una estructura 3D que no requiere el modelado explícito de la dimensión delgada. También permite ver los cambios de espesor como una variable de salida en la solución del análisis.

Dado que el embutido profundo consiste en la deformación de una lámina delgada, resulta conveniente utilizar elementos tipo Shell para las simulaciones que se llevarán a cabo. Entonces, el modelo MEF utiliza elementos tipo cascarón SHELL163 disponible en ANSYS LS- DYNA® cuyas propiedades se muestran en la Tabla 3.2.

Cabe destacar que las simulaciones se realizaron con la formulación de Belytschko–Tsay dado que es la más económica computacionalmente hablando y es la formulación por defecto de ANSYS®. Se utilizaron 3 puntos de integración a lo largo del espesor virtual que maneja el elemento SHELL163 dado que el uso de 5 puntos (opción por defecto) no mejoraba los resultados obtenidos, pero si aumentaba levemente el tiempo computacional. Se definieron también las constantes reales donde se establece el espesor del elemento SHELL163.

Tabla 3.2. Propiedades del elemento SHELL 163 [55].

Elemento	SHELL 163
Representación	
Tipo de análisis	LS-DYNA explícito
Nodos	4
Grados de libertad	12
Constantes reales	SHRF: Factor de corte NIP: Número de puntos de integración T1, T2, T3, T4: Espesores en cada nodo NLOC: Ubicación de superficie de referencia ESOP: Opción para el espaciado de los puntos de integración MAT(i): Identificación del material para cada capa
Cargas superficiales	Presión (aplicada en la superficie media)
Cargas de cuerpo	Temperatura
Características especiales	Admite todas las características no lineales para un análisis explícito dinámico en ANSYS LS-DYNA®

3.5.3. Mallado

El tamaño del elemento en el blank es de 1 mm. El número de elementos utilizados para el modelado MEF se eligió con base a un análisis convergencia (que se muestra más adelante), obteniendo una variación máxima del 0.74% en la solución respecto al tamaño de elemento más pequeño (0.5 mm). Para realizar el mallado, las superficies fueron divididas en 2 grupos de áreas, como se muestra en la Figura 3.9. El primer grupo utiliza un mallado burdo para las caras cuya interacción con la lámina no es determinante en el proceso como las caras laterales del punzón y del dado, y el segundo con un mallado fino para las caras que están en contacto permanentemente con la lámina durante el proceso como los radios del punzón y del dado, así como el pisador y la lámina. Se utilizó el mallado de mapeado automático del ANSYS®.

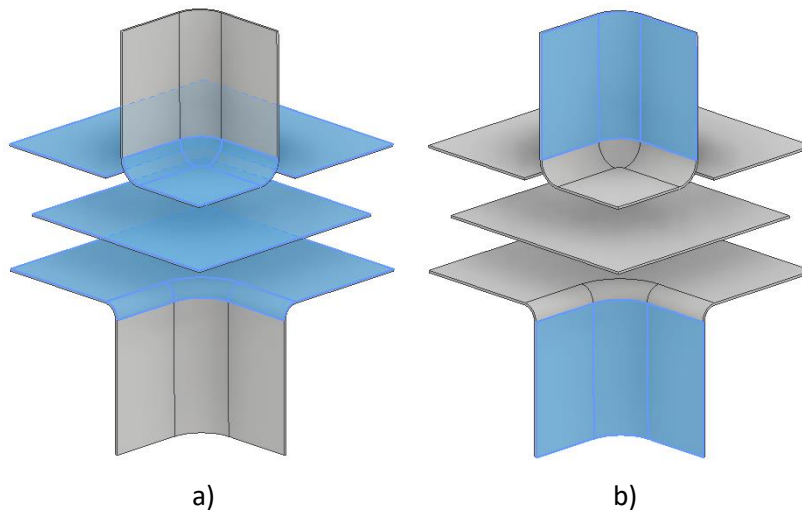


Figura 3.9. Grupos de áreas para mallado automático: a) mallado fino, b) mallado burdo.

3.5.4. Condiciones de frontera

Dado que no es de interés conocer su comportamiento durante el proceso de embutido, las partes correspondientes al herramental se simularon como un cuerpo rígido, es decir, no sufrirán deformaciones. Dichas partes están compuestas por el punzón, el pisador y el dado. El primero no puede rotar en ninguna dirección y sus desplazamientos están restringido en todas las direcciones excepto en el eje Y. Las mismas condiciones se aplican para el pisador. El dado por su parte se encuentra empujado, es decir, está restringido en todos sus grados de libertad. Al pisador se le aplica durante toda la simulación una fuerza constante en $-Y$. Al punzón se le agrega un desplazamiento controlado en $-Y$. Por otro lado, la lámina es un cuerpo deformable y se mantiene libre en todos sus grados de libertad. En la Figura 3.10 se muestran un cuarto de la geometría de un embutido rectangular, así como una breve descripción de sus componentes. En la Tabla 3.3 se muestran las restricciones impuestas a los cuatro componentes presentes en la simulación.

Con la finalidad de ahorrar tiempo de computo, se aplicó simetría normal al eje Z a todos los nodos (de los 4 componentes) ubicados sobre el eje X. Esto restringe los desplazamientos en Z, las rotaciones en X e Y. Asimismo se aplicó simetría normal al eje X a todos los nodos ubicados sobre el eje Y, lo cual restringe los desplazamientos en X y las rotaciones en Z e Y. Basándose en la Figura 3.10.

Tabla 3.3. Condiciones de frontera de los componentes (“x” indica restricción).

Componente	Desplazamientos			Rotaciones		
	X	Y	Z	θ_x	θ_y	θ_z
Lámina	X					
Dado	x	x	x	x	x	x
Pisador	x		x	x	x	x
Punzón						

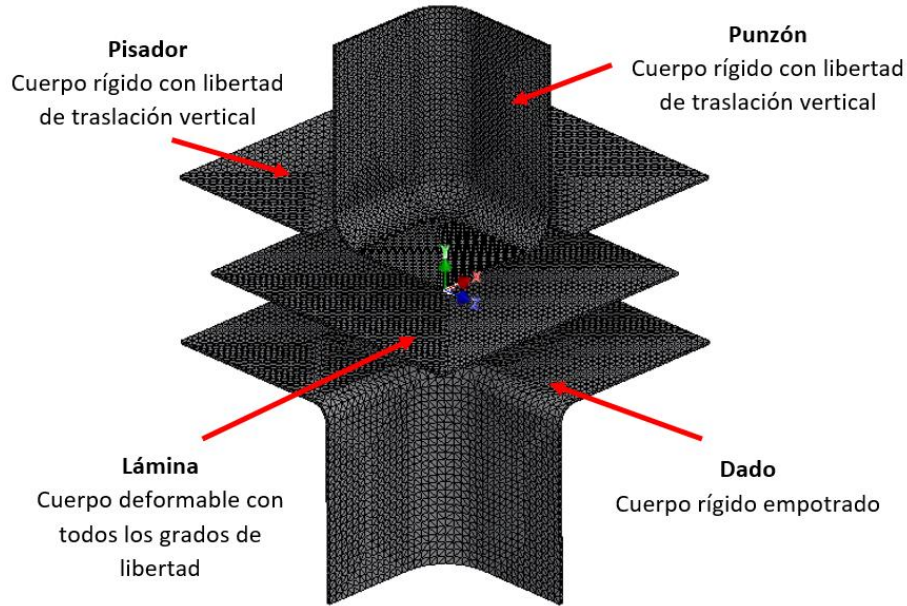


Figura 3.10. Vista simétrica del modelo MEF del proceso de embutido de una pieza cuadrada.

3.5.5. Material

El modelo de material utilizado para modelar el material deformable (lámina) es el modelo de plasticidad de Power Law definido por la siguiente expresión [52]:

$$\sigma_y = \left[1 + \left(\frac{\dot{\epsilon}}{C} \right)^{\frac{1}{P}} \right] K [\epsilon_e + \epsilon_p^{eff}]^n \quad (3.5)$$

donde ϵ_p^{eff} es la deformación plástica equivalente, ϵ_e es la deformación elástica (cuando se alcanza la cedencia), K y n son el coeficiente y el exponente de endurecimiento, respectivamente. C y P son los parámetros de la tasa de deformación de Cowper-Symonds, a los cuales se les asigna un valor de $C = 10,000$ y $P = 1$ de manera que el término $\left[1 + \left(\frac{\dot{\epsilon}}{C} \right)^{\frac{1}{P}} \right]$ tienda a 1. De esta manera la Ec. (3.5) es comparable con el modelo de endurecimiento exponencial de Swift.

$$\sigma = K(\epsilon_e + \epsilon_p)^n \quad (3.6)$$

3.5.6. Contactos

En un proceso de embutido profundo existe el contacto constante entre el herramental y la pieza de trabajo, la cual al desplazarse hacia dentro del dado genera fricción en estas interfaces. Por ende, es necesario definir los contactos correspondientes en la simulación MEF para llegar a una solución más

precisa del análisis. Para definir los contactos se deben determinar las superficies que están en contacto, el tipo de contacto y las opciones de fricción en el mismo. En el presente trabajo se utilizó el criterio de fricción de Coulomb para los contactos utilizados. Además, se seleccionó el tipo de contacto de superficie a superficie y su opción dirigida al formado de metal, en la cual el herramental se define típicamente como la superficie objetivo (maestro) mientras que la pieza de trabajo (lamina) se define como la superficie de contacto (esclavo) [52].

3.5.7. Definición de cargas

Para definir las cargas en ANSYS LS-DYNA® se utilizan vectores, un vector para la carga y otro para el tiempo. El software se encarga de interpolar entre ambos vectores para asignar el valor de carga correspondiente a cada paso de tiempo. En ANSYS LS-DYNA® el concepto de carga no indica solamente fuerzas o presiones, sino que incluye también desplazamientos, velocidades y aceleraciones.

De esta forma se define un solo vector de desplazamiento para controlar el desplazamiento del punzón, y un vector de fuerza para el pisador. Ambos vectores se interpolan con un solo vector de tiempo.

3.5.8. Criterio de falla

Para realizar el análisis de falla de un sólido en tres dimensiones, se debe convertir el estado de esfuerzos tridimensional a un valor equivalente que represente el estado de esfuerzos. Los tres criterios de falla más comúnmente utilizados son: Criterio de Tresca, Criterio de Mohr-Coulomb, Criterio de Von Mises. De estos tres criterios el más utilizado para el caso de falla de metales con comportamiento isotrópico es el Criterio de Von Mises [56]:

$$\sigma_{VM} = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + (\sigma_y - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_x)^2 + 6(\tau_{xy}^2 + \tau_{yz}^2 + \tau_{zx}^2)} \quad (3.7)$$

donde σ_x , σ_y y σ_z son los esfuerzos normales en las direcciones x , y y z . τ_{xy} , τ_{yz} y τ_{zx} son los esfuerzos cortantes en las direcciones x , y y z .

En el caso del material isotrópico considerado para la lámina, el criterio de falla utilizado fue el siguiente:

$$falla = \frac{\sigma_{VM}}{\sigma_{UTS}} \quad (3.8)$$

donde σ_{UTS} es el esfuerzo último de tensión del material y σ_{VM} es el esfuerzo equivalente de Von Mises. La falla ocurre cuando $\sigma_{VM} > \sigma_{UTS}$, es decir, cuando $falla > 1$, tal como se planteó en un trabajo similar [25]. La altura máxima del embutido se obtiene en el momento inmediato anterior a cuando ocurre la falla ($falla > 1$).

3.6. Solución

Una vez completos todos los pasos del pre-proceso, se puede dar comienzo a la solución del análisis. El tiempo de la simulación se definió en función de la velocidad deseada para el punzón el cual tiene un desplazamiento definido. ANSYS LS-DYNA® permite definir el intervalo de pasos a los cuales se escribirán los resultados de la simulación, así como el número de pasos a los cuales se escribirá el historial del tiempo de la simulación. Estos datos se escriben en un documento de texto generado automáticamente durante la simulación, y a los cuales se tiene acceso una vez la simulación haya terminado.

3.7. Post-procesamiento

Una vez finalizada la simulación, se pueden consultar los archivos de texto con la información correspondiente a las fuerzas y desplazamientos nodales y/o elementales, según se requiera. Para graficar el cambio en el espesor de la lámina a lo largo de una dirección específica se obtiene un archivo con el número de elemento, así como su espesor correspondiente, de ahí se seleccionan solamente los elementos de interés y su espesor. De otro archivo se extraen las coordenadas de los elementos de interés, y teniendo como referencia el espesor inicial de la lámina, se puede graficar el cambio de espesor de la lámina en una dirección particular.

Por otro lado, para graficar la curva fuerza-avance del punzón es necesario consultar el archivo donde se encuentran las fuerzas de reacción en los contactos definidos previamente, así como el tiempo de cada paso donde se registró dicha fuerza. Para el caso de la fuerza de punzón, se consulta la fuerza de reacción en el contacto definido para el punzón y la lámina. Se puede convertir el tiempo en desplazamiento multiplicándolo por la velocidad de embutido, la cual es función del desplazamiento del punzón y del tiempo total de simulación definido previamente. De esta manera se puede graficar la fuerza del punzón ó fuerza de embutido contra el avance de este.

Para obtener la altura máxima de embutido se utiliza el criterio de falla definido en la sección 3.5.8. Se consultan los esfuerzos equivalentes de Von Mises resultantes en la lámina mediante el GUI. De esta manera se puede consultar el paso de tiempo inmediatamente anterior en el cual se cumple el criterio de falla ($falla > 1$). El tiempo cuando ocurre $falla > 1$ puede convertirse a desplazamiento multiplicándolo por la velocidad de embutido y por ende, se obtiene la altura máxima permisible del embutido simulado.

3.8. Validación del modelo MEF

Se seleccionó un caso experimental de un embutido rectangular presentado en [57] y [58] con la finalidad de validar el modelo MEF propuesto. Se seleccionó este caso debido a que ha sido utilizado por otros autores para validar sus modelos MEF, tal como en [25], [56], [59] y [60]. En la Figura 3.11 se muestran las dimensiones geométricas del herramental y de la lámina. La Tabla 3.4 muestra las propiedades del material de la lámina, el cual es un acero de bajo carbono, ideal para procesos de formado de metal [57]. La lámina fue modelada como un material elastoplástico isotrópico con endurecimiento por deformación de acuerdo al modelo de endurecimiento de Swift presentado en la Ec. (3.6).

El espesor de la lámina es de 0.8mm, la carrera del punzón fue de 40mm, la fuerza del pisador de 19.6kN, la elongación en la ruptura es de 36.4% y el esfuerzo ultimo a tensión de 437.4 MPa. La lubricación utilizada en el proceso produce un coeficiente de fricción de Coulomb de $\mu = 0.144$ [57], [58].

Tabla 3.4. Propiedades mecánicas del material utilizado para validación en [59].

Propiedades mecánicas	Valores[58]
Módulo de elasticidad (E)	206 GPa
Esfuerzo de cedencia ($\sigma_{y,0}$)	164.1 MPa
Densidad (ρ)	7800 kg/m^3
Exponente de endurecimiento (n)	0.2637
Coefficiente de endurecimiento (K)	567.29 Mpa
Relación de Poisson (ν)	0.3
Deformación previa (ϵ_0)	0.007127

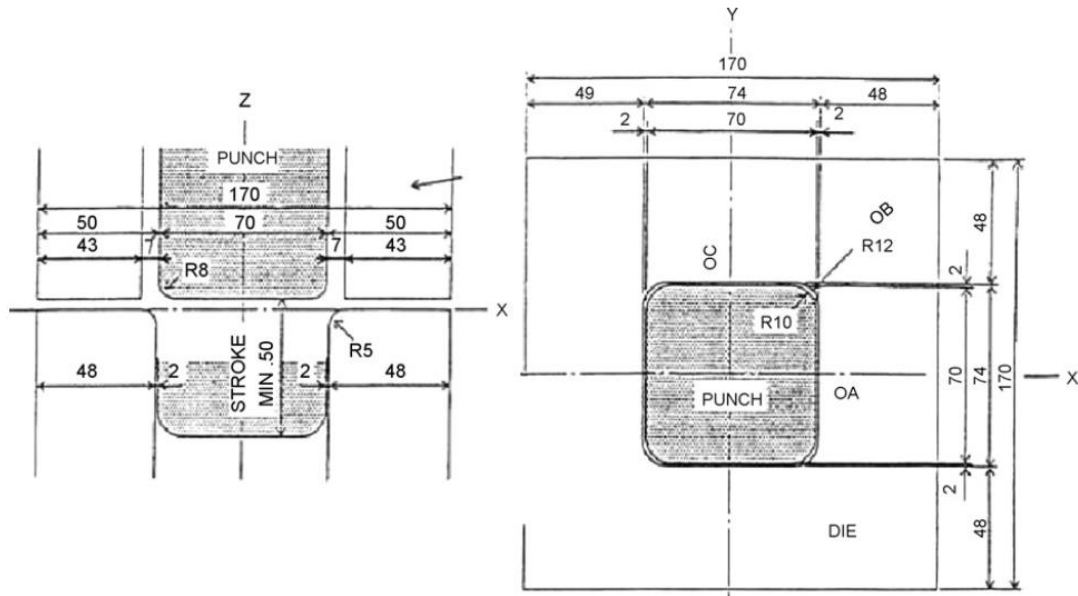


Figura 3.11. Dimensiones de las herramientas para el embutido cuadrado (mm) [58].

Como parte de la validación del modelo MEF se estudió la influencia que tiene la densidad de la malla y la velocidad del punzón, dado que son las principales variables de interés en una simulación MEF explícita. Como se mencionó previamente, la velocidad del embutido se define con el desplazamiento definido para el punzón y con el tiempo total de simulación. Según [29], la velocidad ideal para un embutido profundo para una lámina de acero esta entre 91.6 mm/s y 253 mm/s. En el primer análisis de convergencia se realizaron simulaciones con velocidades de embutido de 100, 170 y 250 mm/s. En la Figura 3.12 se muestran los resultados obtenidos, donde se puede observar que el esfuerzo de VM máximo no tuvo una diferencia significativa para las tres simulaciones. Sin embargo, cuanto mayor sea la velocidad de embutido, menor será el tiempo de simulación, por lo tanto, se optó por utilizar la velocidad de 250 mm/s como la velocidad estándar para las futuras simulaciones en el presente trabajo.

Tabla 3.5. Velocidades típicas de embutido para diferentes materiales [29].

Material	Velocidad de embutido		
	m/min	Ft/min	m/s
Aluminio	45.7 – 53.3	150 – 175	0.761 – 0.888
Latón	53.3 – 61.0	175 – 200	0.888 – 1.016
Cobre	38.1 – 45.7	125 – 150	0.635 – 0.761
Acero	5.50 – 15.2	18 – 50	0.091 – 0.253
Acero inoxidable	9.10 – 12.2	30 – 40	0.151 – 0.203
Zinc	38.1 – 45.7	125 – 150	0.635 – 0.761

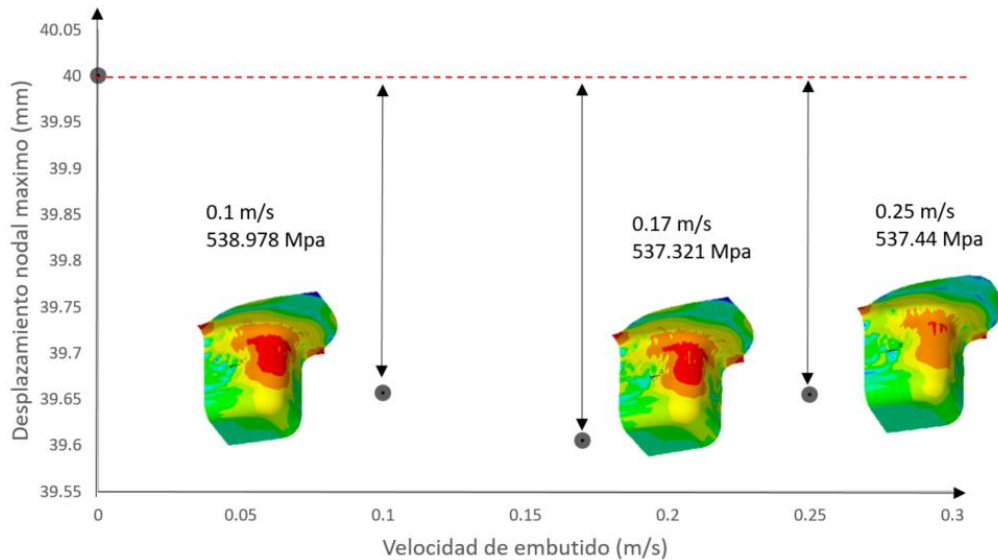


Figura 3.12. Simulaciones del modelo MEF con distintas velocidades de embutido.

Teniendo la velocidad de embutido definida, se continuó con un segundo análisis de convergencia donde se varió la densidad de la malla. Se tomaron tamaños de elemento desde 0.5 hasta 2 mm. Los resultados obtenidos se presentan en la Figura 3.13. Como se había comentado en secciones anteriores, cuanto mayor densa sea la malla más precisos serán los resultados obtenidos dado que la solución tiende a converger. Sin embargo, el aumento en la densidad de la malla aumenta también el costo computacional requerido. Entonces, es necesario seleccionar un tamaño de elemento que otorgue una solución lo suficientemente buena y que requiera de un costo computacional razonable. Se optó por seleccionar un tamaño de elemento de 1mm, dado que tiene un error de 0.74% con respecto a la solución convergida y requiere de un tiempo de computo de entre 30 y 40 minutos. Cabe destacar que el tiempo de computo varía entre cada computadora y depende de las capacidades de computo de éste.

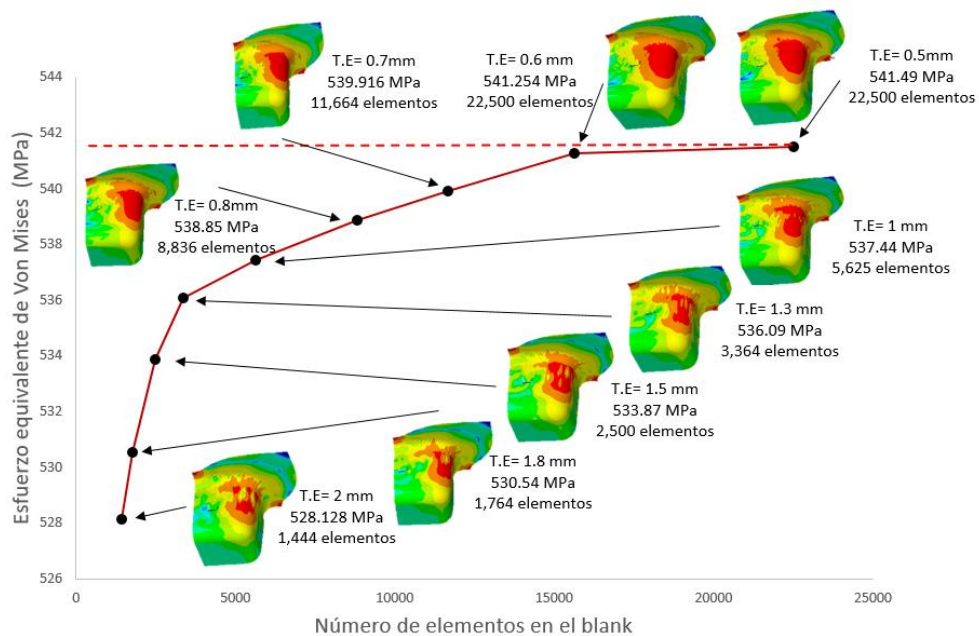


Figura 3.13. Análisis de convergencia donde se varía el número de elementos lineales tipo SHELL163.

3.8.1. Comportamiento elastoplástico del material

Con la finalidad de validar que el modelo MEF estuviera modelando correctamente el comportamiento elastoplástico del material, se obtuvieron los esfuerzo y deformaciones de elementos ubicados en diferentes zonas de la lámina. Esto cuando se alcanza la deformación a la ruptura del material. En la Figura 3.14 se puede observar la distribución de las deformaciones plásticas cuando el material falla, así como las zonas donde se tomaron las muestras (zonas 1-6).

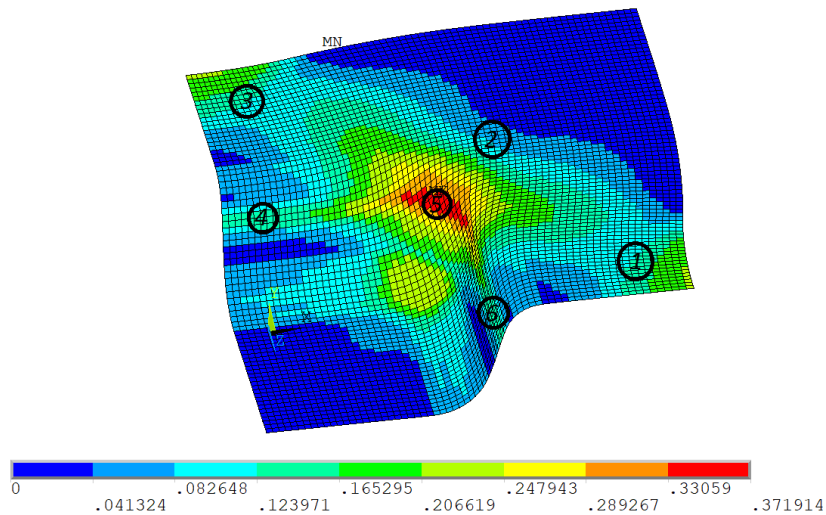


Figura 3.14. Distribución de deformaciones plásticas: zonas seleccionadas para verificar el comportamiento elastoplástico del material.

En la Figura 3.15 se muestran los comportamientos elastoplástico de cada una de las zonas que se tomaron de muestra así como la curva de flujo de referencia correspondiente al material del caso de estudio, definido en la Tabla 3.4. Se puede observar que efectivamente el modelo MEF propuesto modela correctamente el comportamiento elastoplástico del material.

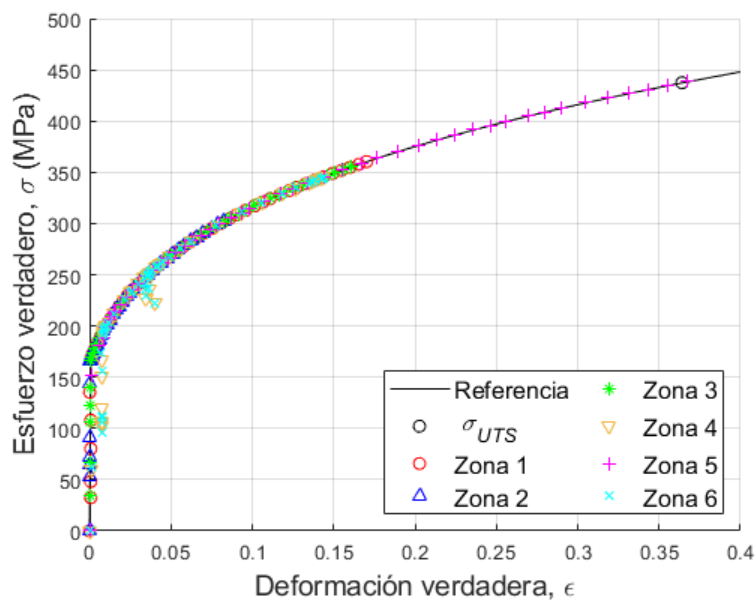


Figura 3.15. Comportamiento elastoplástico de las zonas de estudio.

3.8.2. Deformación plástica

Otro aspecto que se evaluó como parte de la validación del modelo MEF fueron los resultados obtenidos de las deformaciones plásticas presentes en la lámina a 3 diferentes alturas de embutido. Los resultados obtenidos se compararon con los resultados de los modelos MEF de otros autores [25], [56] y [59]. En la Figura 3.16 se muestran las deformaciones plásticas a una altura de embutido de 21.67 mm obtenidas por el modelo MEF propuesto, y los resultados de otros autores. En los 4 casos se puede observar una coincidencia en la zona de mayor deformación. El error entre el resultado de a) con d) es del 32.68%, el error entre b) y d) es del 28.95% y entre c) y d) es del 16.16%. Se tiene un error promedio del 25.93% respecto a los modelos de otros autores.

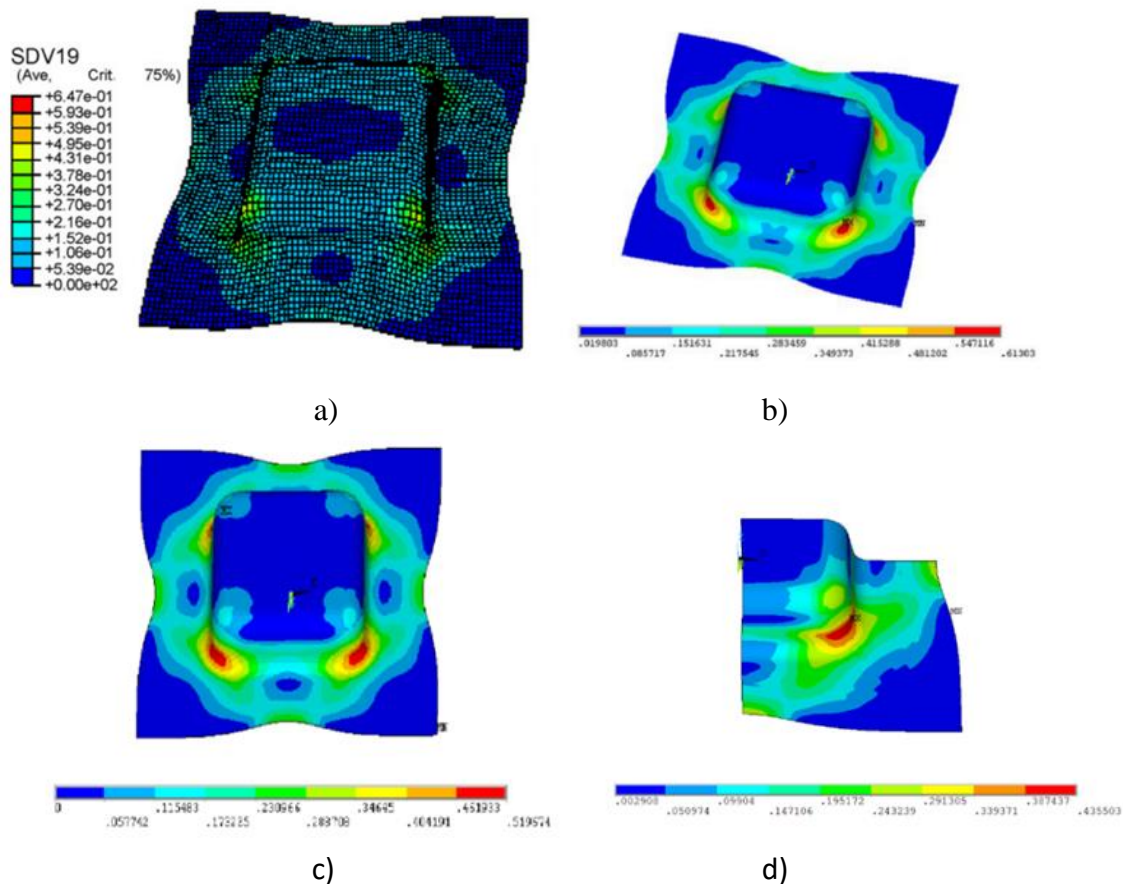


Figura 3.16. Deformación plástica equivalente a una altura de embutido de 21.67 mm: a) ABAQUS® [59], b) ANSYS® [56], c) ANSYS® [25], d) Presente trabajo (ANSYS LS-DYNA®)

Para el caso de las deformaciones a una altura de embutido de 29.98 mm, la deformación máxima se presenta aún en la misma zona que para el caso anterior, para los 4 casos. Los resultados se pueden observar en la Figura 3.17, donde se puede observar que la deformación máxima presentada en [56] es de 0.6992, en [25] es de 0.7617 y la presentada en [59] es de 0.699 mientras que en el presente trabajo se obtuvo un valor máximo de 0.6213. En este caso el error entre el modelo a) y d) es del 7.12% y el error entre b) y d) es del 11.13%, entre c) y d) es del 18.42%. De lo cual se puede decir que el presente modelo presenta un error promedio del 12.22% respecto a los modelos MEF presentados por otros autores.

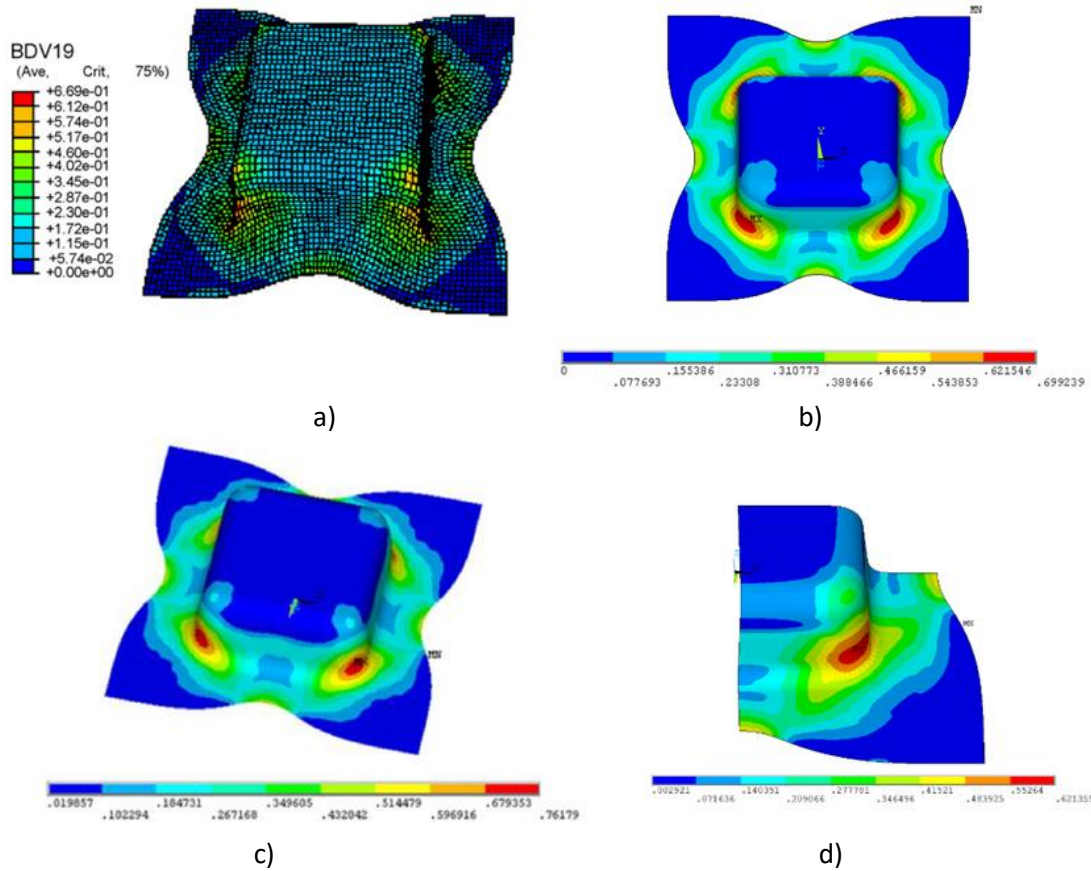


Figura 3.17. Deformación plástica equivalente a una altura de embutido de 29.98 mm: a) ABAQUS® [59], b) ANSYS® [56], c) ANSYS® [25], d) Presente trabajo (ANSYS LS-DYNA®)

Por último, la Figura 3.18 muestra las deformaciones plásticas para una altura de embutido de 38.33 mm. El error presente entre a) y d) es del 8.14%, el error entre b) y d) es del 3.57%, y entre c) y d) es del 7.92%, y la zona máxima de deformación continúa siendo la esquina del radio del dado. Por lo tanto, el modelo presenta un error promedio del 6.54% respecto a los modelos MEF presentados por otros autores.

Con estas evaluaciones se puede concluir que en general el presente modelo (ANSYS LS-DYNA®) presenta un promedio de 14.89% de diferencia en relación a los modelos reportados en [25], [56] y [59]. Este porcentaje de error se considera aceptable ya que los valores de deformación plástica entre los modelos de referencia y el presente tienen valores de deformación plástica muy similares cualitativamente hablando, además de que los modelos MEF presentados por los otros autores muestran zonas similares en donde se presentan las deformaciones máximas. Esto se debe a que en esa zona se tiene una combinación de esfuerzos radiales a tensión, esfuerzos tangenciales de compresión, así como los esfuerzos a causa del doblado y desdoblado de la lámina, los cuales se comentaron en el capítulo 2 del presente trabajo. Una diferencia en el presente trabajo respecto a lo reportado en [59] es en el modelado constitutivo del material, mientras que en [59] se tomó en cuenta la anisotropía del material de acuerdo al criterio de HILL 48, el presente modelo considera un comportamiento isotrópico, motivo por el cual se pudo haber incrementado el error promedio entre los tres modelos. Otro motivo puede ser que en [56] se trabajó con un tamaño de elemento de 2mm y en [25] se trabajó con un tamaño de elemento de 0.5mm mientras que en el presente trabajo se seleccionó 1mm como el tamaño de elemento óptimo.

Es importante resaltar que los tres casos contra los que se comparó el presente trabajo son modelos MEF de otros autores, es decir, la información contra la cual se compara el modelo MEF del presente trabajo no es experimental, esto dado que no estaban disponible los resultados experimentales en la literatura [57] o [58].

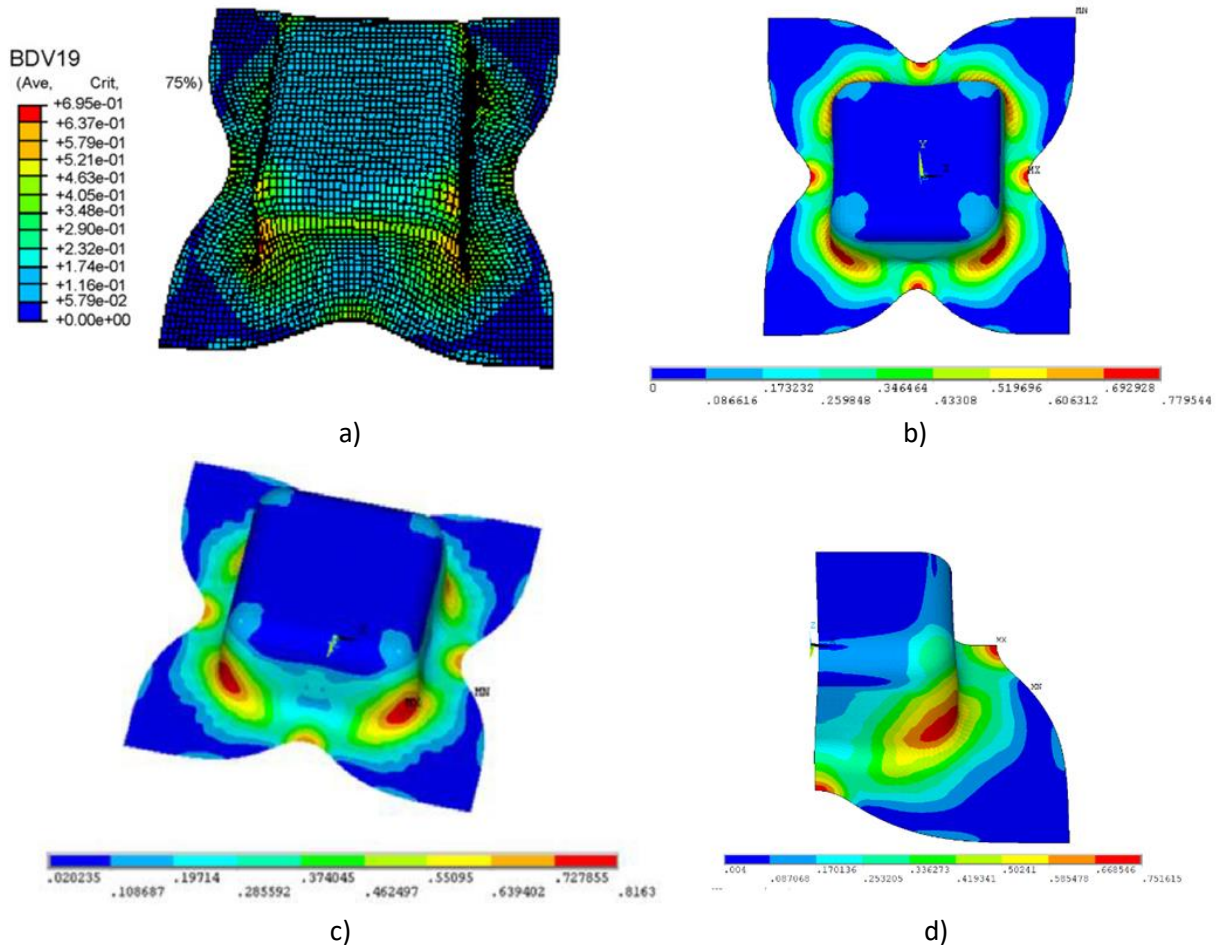


Figura 3.18. Deformación plástica equivalente a una altura de embutido de 38.33 mm: a) ABAQUS® [59], b) ANSYS® [56], c) ANSYS® [25], d) Presente trabajo (ANSYS LS-DYNA®)

3.8.3. Reducción de la lámina

Como complemento para la validación del modelo MEF propuesto, se comparó la contracción de la lámina en las direcciones DX, DY y DD mostradas en la Figura 3.19 con los valores MEF presentados en [25], [56] y [59], así como los valores experimentales presentados por Danckert [57], Makinouchi [58] y Zhang [60]. Los resultados obtenidos se presentan en la Tabla 3.6. Se calculó el error del resultado obtenido con el presente modelo MEF con respecto a cada autor, y posteriormente se obtuvo un error promedio. Como resultado se determinó un error promedio en la dirección DX de 1.97%, 3.4% en la dirección DY y un error de 2.17% en la dirección DD.

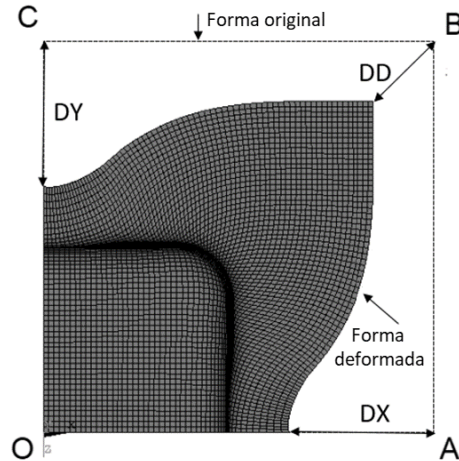


Figura 3.19. Un cuarto de geometría de pieza embutida. Se muestra la forma original y la forma deformada.

Tabla 3.6. Valores de reducción de lámina en mm.

Autor	DX	DY	DD
Experimental (Makinouchi et al., 1993) [58]	27.95	-	15.00
Zhang (Zhang et al.) [60]	28.37	-	15.51
Coupled vumat (Khelifa y Oudjene) [59]	28.10	26.10	13.50
Experimental (Danckert) [57]	28.64	28.45	15.78
F.J. Colorado [56]	29	-	16
Aarón Rivas [25]	28.54	-	15.71
ANSYS LS – DYNA®	28.99	-	15.53

3.8.4. Distribución de espesor

Como parte de la validación del modelo MEF también se compararon los cambios de espesor resultantes en las direcciones OA y OB de la Figura 3.19 para una altura de embutido de 40 mm. Los resultados obtenidos con el modelo MEF propuesto y los obtenidos por otros autores ([25], [56], [57], [58], [59] y [61]) para la dirección OA se presentan en la Figura 3.20, donde se observa que la línea continua azul (simulación ANSYS LS-DYNA®) tiene una buena aproximación con respecto a la línea continua negra del modelo experimental [58]. Los valores obtenidos presentan un error absoluto de aproximadamente 2.25% de cambio de espesor con respecto a los valores experimentales. La gráfica de la Figura 3.20 indica que a lo largo de la dirección de OA, de 0 a 40 mm de distancia se mantiene un adelgazamiento mínimo del 1% y se va incrementando conforme se acerca a la zona del radio del dado hasta un 4% aproximadamente de la lámina. Esto es debido a que esta es la zona del fondo de la copa, la cual solo tiene esfuerzos a tensión de muy baja intensidad como se explicó en el capítulo 2; además que en esta zona las deformaciones son muy pequeñas, tal como se pudo observar en la sección 3.8.1. De los 40mm a los 60mm se tiene un adelgazamiento aun mayor que llega hasta un 7%. Se considera la zona del radio del punzón, la pared de la copa y la zona del radio del dado, los cuales tienden a adelgazarse s debido a los grandes esfuerzos radiales de tensión. La zona donde se presenta el mayor adelgazamiento de la lámina coincide con las zonas de mayor deformación, pero a partir de 60 mm la lámina empieza a engrosarse hasta un 29% del espesor inicial de la lámina. En esta zona comienza el flanco o pestaña de la copa la cual tiende a engrosarse debido a los esfuerzos tangenciales de compresión que se generan en el perímetro externo del blank.

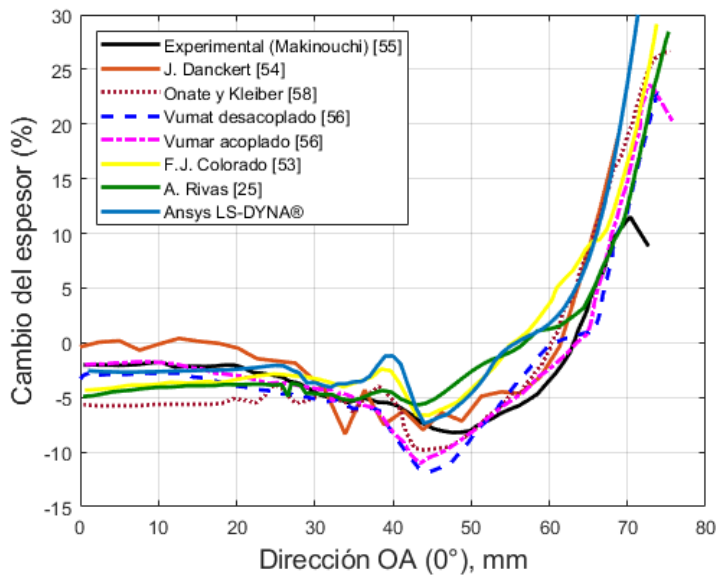


Figura 3.20. Distribución de espesor a lo largo del perfil OA.

Los resultados para la dirección OB se presentan en la Figura 3.21. Se obtuvo un error absoluto del 2.69% de cambio de espesor con respecto a los resultados experimentales [58]. La grafica indica que a lo largo del perfil OB, de 0 a los 70mm se tienen los mismos fenómenos que para el perfil OA con la diferencia que el perfil OB presenta un mayor adelgazamiento en las zonas del radio del punzón, la esquina de la copa y el radio del dado, alcanzando un adelgazamiento de hasta 18%. Esto se debe a que estas zonas además del esfuerzo radial de tensión están bajo esfuerzos tangenciales de tensión debido a que están en la esquina de la copa y el material se ve forzado a fluir hacia las paredes de la copa conforme va entrando a la cavidad del dado. Por ese motivo, en los embutidos rectangulares la zona de la esquina debajo del radio del dado es donde se presentan con mayor frecuencia las fallas o rupturas del material.

En adición, se puede apreciar en la Figura 3.21 que a partir de los 70 mm la lámina comienza a adelgazarse hasta llegar a su espesor inicial. Esto se debe a que la distancia OB es mayor a la distancia OA, por lo tanto, los esfuerzos tangenciales de compresión no afectan más allá de la mínima "circunferencia" generada por la geometría del blank. Esto se puede entender dibujando una circunferencia cuyo radio es OA y otra circunferencia cuyo radio es OB. El esfuerzo tangencial de compresión mayor se dará siempre hasta la circunferencia generada por OA, mientras más se aleje de esta circunferencia, menores serán los esfuerzos de compresión hasta el punto donde sean casi despreciables (circunferencia OB).

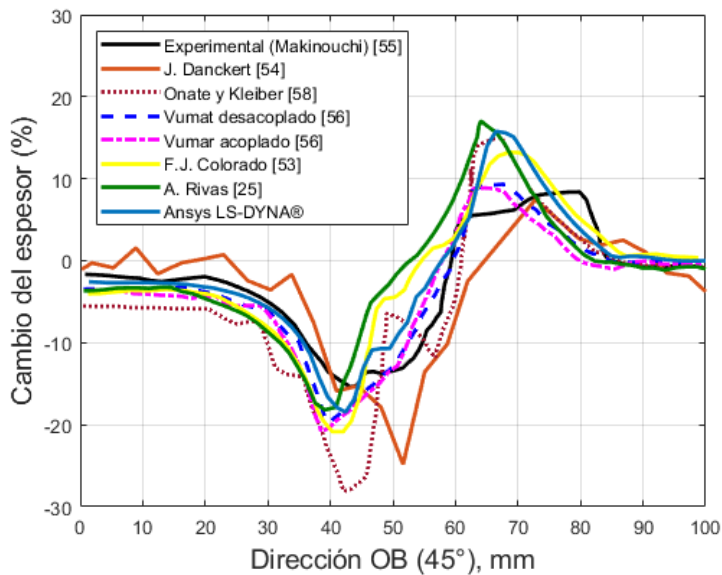


Figura 3.21. Distribución de espesor a lo largo del perfil OB.

3.8.5. Fuerza y avance del punzón

Dado que el caso experimental con el que se validaron las secciones anteriores no contaba con las curvas experimentales de la fuerza de embutido, se utilizó el caso presentado en [62] para poder validar este parámetro. En la Figura 3.22 se muestran la geometría y dimensiones del herramental utilizado. El blank que se utilizó fue una lámina de acero de bajo carbón grado DC04 con un espesor nominal de 0.85mm. Las propiedades mecánicas del material de trabajo se muestran en la Tabla 3.7. El dado y el blank fueron lubricados con grasa de grafito, con un coeficiente de fricción $\mu=0.15$.

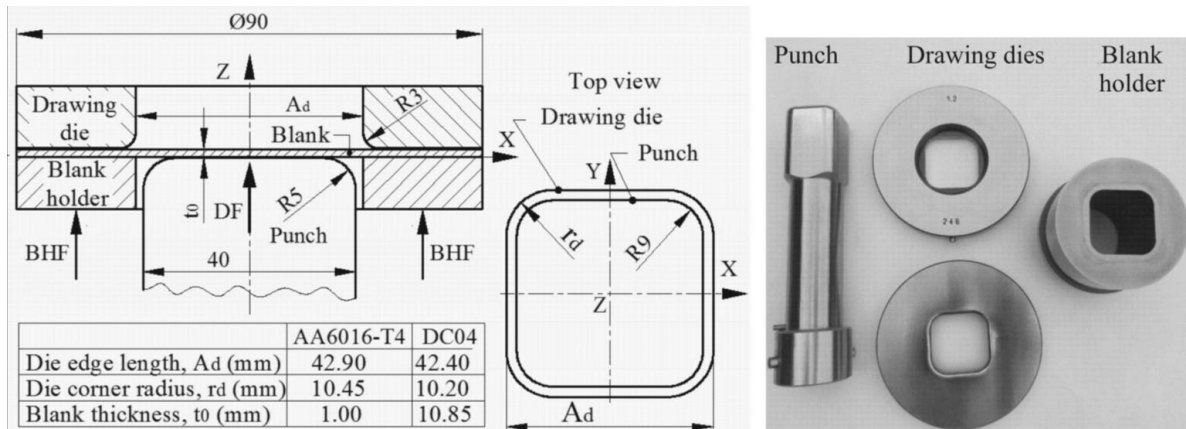


Figura 3.22. Geometría y dimensiones del herramental.

Se tomó como base el modelo MEF anterior, sustituyendo únicamente la nueva geometría, las propiedades del material y modificando el coeficiente de fricción en los contactos definidos. En Figura 3.23 se muestran los resultados obtenidos mediante la simulación en ANSYS LS-DYNA® y las curvas experimentales presentadas en [62]. El valor de la fuerza máxima de embutido para un valor de fuerza de pisador de 10kN tuvo un error del 0.611% con respecto a la curva experimental, mientras que para una fuerza de pisador de 13kN se tuvo un error del 1.607% con respecto a la curva experimental. Lo cual indica una muy buena aproximación del modelo MEF con los valores de fuerza de embutido experimentales.

Tabla 3.7. Propiedades mecánicas del material del blank.

Propiedades mecánicas	Valores
Módulo de elasticidad (E)	170.92 GPa
Esfuerzo de cedencia ($\sigma_{y,0}$)	196.241 MPa
Densidad (ρ)	7800 kg/m^3
Exponente de endurecimiento (n)	0.209
Coefficiente de endurecimiento (K)	526.759 Mpa
Relación de Poisson (ν)	0.3

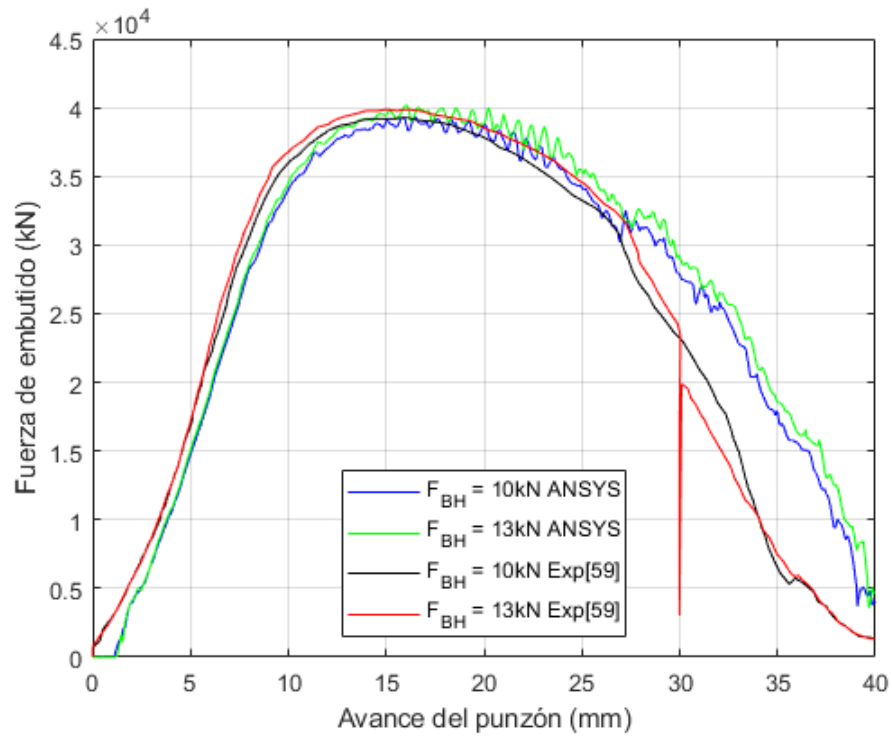


Figura 3.23. Fuerza de embutido vs Avance de punzón.

Capítulo 4. Evaluación del desempeño de las ecuaciones de la fuerza y altura de embutido elíptico

En el presente capítulo se definieron los casos de estudio de embutidos elípticos, los cuales fueron evaluados numéricamente mediante el modelo MEF desarrollado en el capítulo anterior. Los resultados obtenidos sirvieron como referencia para evaluar las ecuaciones propuestas en el capítulo 2 para el cálculo de la fuerza y la altura máximas de embutido elíptico, identificando las ecuaciones con el mejor desempeño en términos del error de predicción.

4.1. Casos de estudio de embutido elíptico

Dado que no fue posible encontrar en la literatura casos experimentales de embutidos profundos elípticos, se propuso tomar los casos experimentales circulares y rectangulares presentados en [37]. A dichos casos se les aplicó una relación de forma $\gamma_{el} = \frac{B}{A} < 1$ para obtener una forma elíptica (Figura 4.1), de manera que cuando $\gamma_{el} = 1$ se tiene un círculo o un cuadrado, según el caso de estudio reportado en [37]. Cabe destacar que se mantuvieron todos los parámetros del material, geométricos y del proceso de cada caso experimental. Los casos de estudio obtenidos se presentan en la Tabla 4.1.

Tabla 4.1. Casos de estudio de embutidos elípticos.

Caso	Material	A (mm)	a (mm)	γ_{el}	t (mm)	c (mm)	r_d (mm)	r_{pb} (mm)	K (MPa)	n	σ_{UTS} (MPa)	σ_y (MPa)	F_{BH} (kN)	μ
1 [63]	Acero inoxidable	50	30	0.63	0.8	1	5	5	1400	0.4	964.6	315	16	0.1
2 [63]	Acero	50	30	0.63	0.8	1	5	5	567.29	0.2637	437.4	164	16	0.1
3 [63]	Acero	50	30	0.63	0.8	1	5	0.41	567.29	0.2637	460	164	16	0.1
4 [63]	Acero	50	30	0.63	0.8	1	5	10	567.29	0.2637	460	164	16	0.1
5 [63]	Acero	50	30	0.7	0.8	1	5	5	567.29	0.2637	460	164	16	0.1
6 [63]	Acero	50	30	0.8	0.8	1	5	5	567.29	0.2637	460	164	16	0.1
7 [40]	Acero de bajo carbono DC03	36.5	23	0.8	1	1.25	8	10	348	0.07	325	164	3	0.15
8 [64]	Acero AKDQ	55	25	0.75	0.74	1	8	8	560	0.259	430	220	19.6	0.17
9 [65]	Acero AKDQ	60	30	0.8	0.8	1.25	5	5	510	0.247	396.9	172	9.81	0.12
10 [66]	Cobre recocido	90	50	0.75	0.9	1.25	5	8	423	0.3	295.6	172	29.4	0.22
11 [67]	Acero	45	24	0.8	0.6	1	3	3	566	0.345	392	79	3	0.168
12 [68]	Bronce	100	50	0.8	0.7	1.25	5	13	895	0.42	608	183	100	0.06
13 [68]	Acero de calidad para DD	100	50	0.8	0.7	1.25	5	13	547	0.18	450.8	200	80	0.22
14 [68]	Acero de alta resistencia	100	50	0.8	0.7	1.25	5	13	1059	0.18	810	220	80	0.15
15 [62]	Acero de bajo carbono DC04	45	25	0.75	0.85	1.19	3	6	526.76	0.209	417.8	158.1	13	0.15
16 [69]	Acero galvanizado	60.5	27.5	0.95	0.87	1.75	8	4	519	0.103	469.2	196.2	26	0.03
17 [69]	Acero galvanizado	60.5	27.5	0.85	0.84	1.75	8	4	522	0.228	428.4	357	26	0.03
18 [59]	Acero	75	35	0.8	0.78	2	5	8	567.92	0.2637	460	145	19.6	0.144
19 [59]	Acero	75	35	0.7	0.78	2	5	8	567.92	0.2637	460	164	19.6	0.144
20 [35]	Acero	62	35	0.75	1	2	5	8	604	0.272	476.8	164	15	0.05
21 [69]	Acero galvanizado	60.5	27.5	0.65	0.75	1.75	8	4	542	0.19	452.5	276	26	0.03

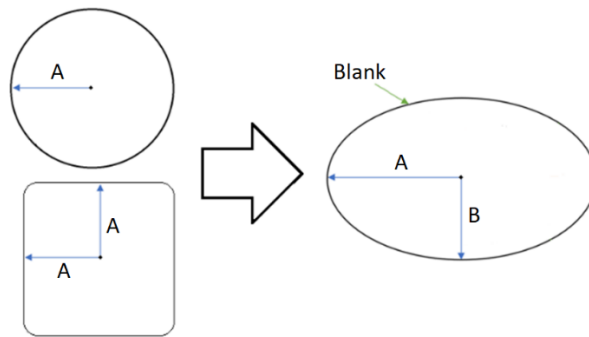


Figura 4.1. Modificación de formas circulares y rectangulares a forma elíptica.

4.2. Fuerza de embutido elíptico

El desempeño de las ecuaciones propuestas en el capítulo 2 para la fuerza máxima de embutido elíptico se puede evaluar en términos de que tan bien predicen la fuerza máxima requerida para llevar a cabo la operación. Dicho desempeño se puede cuantificar de dos maneras: el error de predicción y la variabilidad de éste. El error de predicción se define como:

$$E = \frac{F_{d,i} - F_{d,ref}}{F_{d,ref}} \times 100\% \quad (4.1)$$

donde E es el error de predicción, $F_{d,ref}$ es la fuerza de referencia obtenida mediante MEF y $F_{d,i}$ es la fuerza obtenida por la i^{th} ecuación propuesta; donde $i =$ Ec. (2.66), Ec. (2.67),... Ec. (2.72). Como se mencionó anteriormente, al no contar con información experimental de embutidos elípticos, se utilizó como referencia la fuerza obtenida mediante la simulación MEF para cada uno de los casos mostrados en la Tabla 4.1. Lo anterior se consideró factible dado que el modelo MEF se validó previamente con casos experimentales circulares y rectangulares, obteniéndose errores menores al 2% en la fuerza máxima de embutido (véase sección 3.8.5).

Por otro lado, la variabilidad del error de predicción es evaluada en términos de la desviación estándar. Un error de predicción positivo indica una sobre predicción de la fuerza máxima de embutido, mientras que un error de predicción negativo indica una sub predicción.

En la Tabla 4.2 se muestran los resultados obtenidos de las simulaciones MEF y de las ecuaciones propuestas, así como los errores de predicción y variabilidad, para cada caso de estudio. De estos resultados se puede observar que las ecuaciones (2.68) a (2.72) tienen errores de predicción promedio arriba del 50%. Por otro lado, la Ec. (2.67) tiene un error de predicción promedio de -3.34%, el cual es menor que el 7.5% obtenido por la Ec. (2.66). Sin embargo, se observa que la Ec. (2.67) sub predice la fuerza máxima mientras que la Ec. (2.66) la sobre predice, tal como se observa en la Figura 4.2. Desde un punto de vista práctico se considera más conveniente una sobre predicción dado que se seleccionaría una prensa de mayor capacidad, asegurando de esta manera la producción de la pieza; mientras que en una sub predicción se estaría en una situación contraria a la mencionada anteriormente. No obstante, una sobre predicción incrementaría el costo de la prensa según el porcentaje de sobre predicción. Además, el error de sobre predicción afectaría la eficiencia del proceso, cuanto más grande sea el error de sobre

predicción menor será la eficiencia de la operación. Por lo anterior, la Ec. (2.66) resultó tener el mejor desempeño para la predicción de la fuerza máxima de embutido elíptico, por lo tanto, su uso es recomendado.

Tabla 4.2. Fuerza máxima de embutido de casos elípticos y error de predicción.

Casos [referencia]	F _{d,ref}	Ec. (2. 66)	Ec. (2. 67)	Ec. (2. 68)	Ec. (2. 69)	Ec. (2. 70)	Ec. (2. 71)	Ec. (2. 72)
1 [63]	39,100.00	42,836.48	39,628.70	72,972.52	13,931.83	115,754.28	-200,823.19	91,695.82
2 [63]	21,420.00	22,222.30	19,220.32	35,040.98	7,299.00	52,489.03	-91,063.72	41,579.67
3 [63]	22,760.00	22,222.30	19,220.32	35,040.98	7,079.87	55,201.09	-95,768.89	43,728.05
4 [63]	20,110.00	22,222.30	19,220.32	35,040.98	7,571.86	55,201.09	-95,768.89	43,728.05
5 [63]	24,220.00	23,188.17	20,153.49	36,595.47	7,573.51	57,440.64	-99,827.87	45,556.37
6 [63]	27,600.00	24,394.98	21,276.93	38,673.35	7,870.92	60,535.14	-105,205.91	48,010.63
7 [40]	13,340.00	13,877.72	13,029.68	25,820.69	3,603.75	37,607.57	-63,121.73	29,127.43
8 [64]	35,060.00	38,581.13	33,704.08	46,044.96	6,694.11	65,937.48	-130,116.63	57,145.82
9 [65]	33,800.00	35,662.32	34,360.18	50,482.72	6,349.10	70,242.09	-134,000.30	59,435.62
10 [66]	51,720.00	57,058.83	36,839.98	60,534.75	17,030.44	80,855.68	-147,010.33	66,154.65
11 [67]	18,030.00	20,133.46	17,328.41	27,405.69	4,014.00	37,622.55	-69,801.83	31,218.71
12 [68]	73,050.00	75,275.88	73,229.08	110,862.05	18,705.10	156,919.44	-299,354.00	132,777.98
13 [68]	64,680.00	98,216.31	58,254.44	85,095.31	29,850.66	116,347.50	-221,955.24	98,447.89
14 [68]	109,900.00	135,118.08	112,781.45	164,745.76	29,147.66	209,053.85	-398,810.43	176,891.72
15 [62]	26,320.00	31,854.01	24,216.57	39,436.12	10,096.93	53,966.09	-98,120.16	44,154.07
16 [69]	51,150.00	45,224.60	54,175.62	73,022.15	5,254.96	103,168.67	-203,586.17	89,412.84
17 [69]	38,830.00	36,190.08	43,166.65	59,003.04	4,502.92	86,418.77	-170,533.03	74,896.26
18 [59]	52,310.00	54,943.53	50,126.59	70,708.76	10,106.95	102,779.28	-201,081.05	88,532.65
19 [59]	46,280.00	52,208.47	47,496.02	66,945.37	9,806.90	97,525.30	-190,801.97	84,006.94
20 [35]	40,410.00	39,826.68	39,963.30	66,546.88	11,217.94	98,800.54	-178,104.44	80,357.77
21 [69]	27,490.00	31,220.67	37,481.26	50,875.23	3,703.82	73,388.60	-144,820.17	63,603.45
Error de predicción (%) ± variabilidad (%)		7.50 ± 13.79	-3.34 ± 13.20	53.35 ± 19.27	-70.66 ± 11.47	123.35 ± 35.82	-511.01 ± 55.96	84.28 ± 26.05

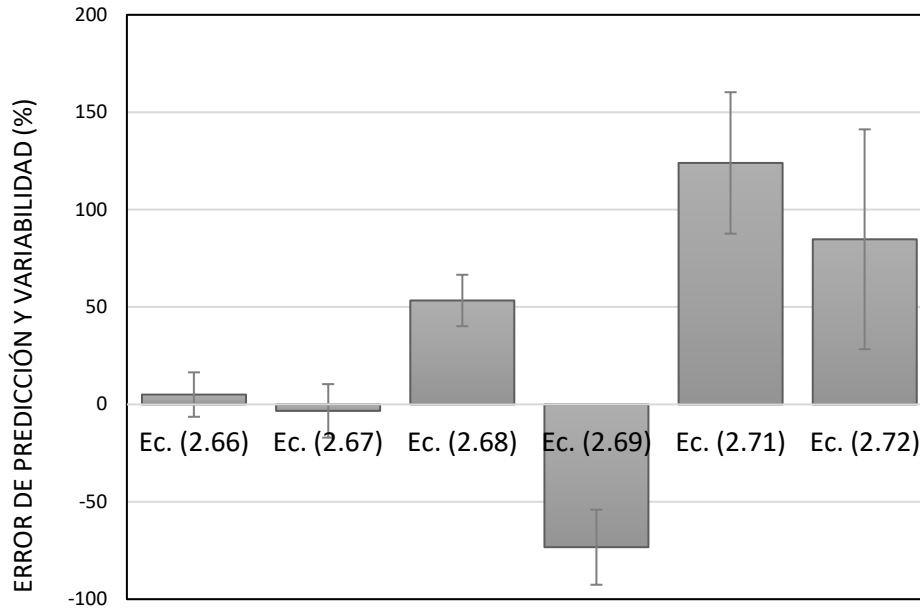


Figura 4.2. Errores de predicción y variabilidad de las ecuaciones de fuerza propuestas.

4.3. Altura de embutido elíptico

Para evaluar el desempeño de las ecuaciones para el cálculo de la altura máxima permisible de embutido de formas elípticas se siguió la misma metodología que para la fuerza de embutido. En este caso el error de predicción se define como:

$$E_H = \frac{H_{e,i} - H_{e,ref}}{H_{e,ref}} \times 100\% \quad (4.2)$$

donde E_H es el error de predicción, $H_{e,ref}$ es la altura máxima de referencia obtenida mediante MEF y $H_{e,i}$ es la altura máxima obtenida por la i^{th} ecuación propuesta; donde $i =$ Ec. (2.58), Ec. (2.73), Ec. (2.74), Ec. (2.82), ... Ec. (2.85). Por otro lado, la variabilidad del error de predicción es evaluada en términos de la desviación estándar.

Para el caso de la Ec. (2.58) se tomó un valor de 0.5 para la eficiencia η dado que las láminas de los casos evaluados son delgadas [3]. Asimismo se tomó el factor de ajuste κ con un valor de 0.7, al ser el valor promedio del rango indicado en [13]. Ambos valores se seleccionaron con base en el desarrollo de la sección 2.1.4. Al mismo tiempo, la $F_{d,max}$ requerida en la Ec. (2.58) se calcula con la Ec. (2.66). En la Tabla 4.3 se muestran los resultados obtenidos de las simulaciones MEF y de las ecuaciones propuestas, así como los errores de predicción y variabilidad.

Tabla 4.3. Altura máxima de embutido de casos elípticos y error de predicción.

Casos	$H_{e,ref}$	Ec. (2.58)	Ec. (2.73)	Ec. (2.74)	Ec. (2.82)	Ec. (2.83)	Ec. (2.84)	Ec. (2.85)
1 [63]	17.70	15.37	21.05	86.64	5.71	21.05	30.00	19.99
2 [63]	14.09	16.28	21.05	86.64	5.71	21.05	30.00	19.99
3 [63]	11.30	16.28	21.05	84.37	5.71	21.05	2.46	19.99
4 [63]	18.50	16.28	21.05	89.68	5.71	21.05	60.00	19.99
5 [63]	16.19	17.33	22.31	91.68	6.13	22.31	30.00	21.25
6 [63]	17.39	18.83	23.85	97.82	6.65	23.85	30.00	22.78
7 [40]	17.90	15.43	15.62	68.15	4.49	15.62	60.00	14.51
8 [64]	18.60	11.88	41.57	170.55	9.59	41.57	48.00	39.45
9 [65]	13.80	16.47	40.25	163.41	9.97	40.25	30.00	38.45
10 [66]	18.80	14.75	48.50	197.85	12.79	48.50	48.00	46.96
11 [67]	8.40	10.33	27.00	109.41	6.98	27.00	18.00	25.86
12 [68]	29.19	27.80	67.08	274.99	16.62	67.08	78.00	65.47
13 [68]	16.00	16.53	67.08	274.99	16.62	67.08	78.00	65.47
14 [68]	17.10	14.25	67.08	274.99	16.62	67.08	78.00	65.47
15 [62]	9.50	10.24	24.25	100.05	6.40	24.25	36.00	22.84
16 [69]	17.70	22.69	51.46	207.74	12.06	51.46	24.00	48.97
17 [69]	17.10	21.07	48.68	196.62	11.35	48.68	24.00	46.27
18 [59]	23.90	18.36	56.22	228.90	13.29	56.22	48.00	54.10
19 [59]	23.80	16.91	52.59	214.42	12.26	52.59	48.00	50.48
20 [35]	19.60	23.54	32.40	133.64	8.63	32.40	48.00	30.81
21 [69]	16.60	17.68	42.57	172.20	9.64	42.57	24.00	40.42
Error de predicción (%) ± variabilidad (%)		1.73 ± 21.15	127.38 ± 89.18	829.74 ± 360.03	-42.90 ± 20.91	127.38 ± 89.18	139.25 ± 109.49	117.85 ± 87.23

En la Tabla 4.3 se puede observar que de las 7 ecuaciones propuestas solamente la Ec. (2.58) y la Ec. (2.82) tienen errores menores al 100%, por lo tanto, el resto de las ecuaciones demuestran ser inadecuadas para el cálculo de la altura máxima permisible de embutidos elípticos. La Ec. (2.82) presenta un error de predicción de -42.9% y una desviación estándar de $\pm 20.91\%$, es decir sub-predice a los valores de referencia. Cabe destacar que esta ecuación depende únicamente de parámetros geométricos lo cual puede ser el motivo del error tan significativo. Por otra parte, la Ec. (2.58) muestra un error de predicción de 1.73% y una variabilidad de $\pm 21.15\%$, es decir, también sub-predice la altura máxima respecto a los valores de referencia, pero en menor medida. Cuantitativamente hablando, la Ec. (2.58) tiene un mejor desempeño que la Ec. (2.82). En la Figura 4.3 se muestran los errores de predicción y la variabilidad de todas las ecuaciones propuestas para el cálculo de la altura máxima permisible para embutidos elípticos. Se puede observar que la Ec. (2.58) es la que tiene mejor desempeño, por lo tanto, su uso es recomendado. Además, la Ec. (2.58) es la única expresión para el cálculo de la altura máxima que no depende únicamente de parámetros geométricos, sino que también incluye parámetros del material y del proceso incluidos en la Ec. (2.66).

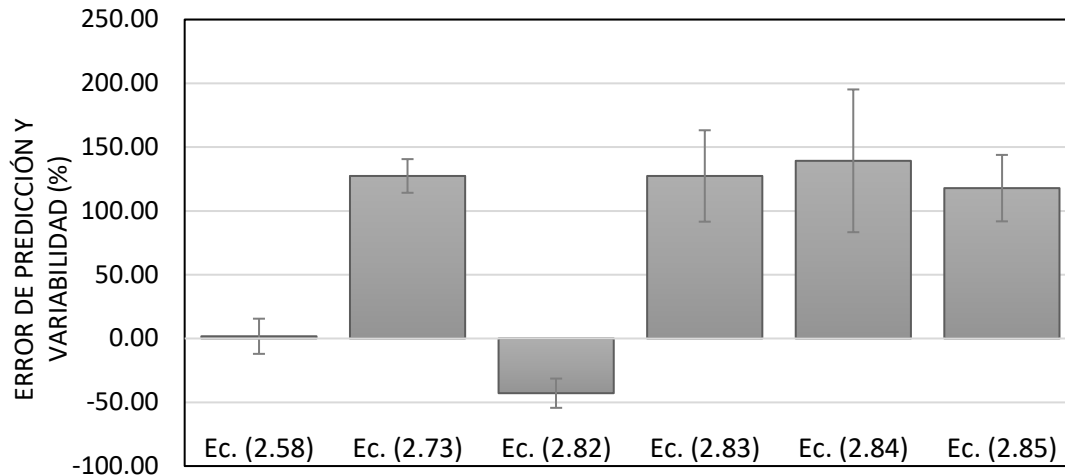


Figura 4.3. Errores de predicción y variabilidad de las ecuaciones de altura propuestas.

La Ec. (2.58) y la Ec. (2.66) son las que tuvieron mejor desempeño para el cálculo de la altura y la fuerza máxima de embutido elíptico, respectivamente. Para el caso de la primera, es importante que tenga un error de predicción cercano al cero para tener una certeza de que realmente predice la altura máxima de la copa de un embutido elíptico y que puede ser utilizada en la etapa de diseño de algún producto que requiera este proceso de fabricación. De esta manera se puede evitar el uso del método de prueba y error, lo que resultaría en una reducción de los tiempos y costos de diseño. La importancia del buen desempeño de la ecuación para el cálculo de la fuerza de embutido elíptico se explicó anteriormente y está relacionada con la correcta selección de la prensa que realizará el trabajo.

Capítulo 5. Análisis paramétrico de la fuerza y altura de embutido elíptico

En el presente capítulo se llevó a cabo un análisis paramétrico teórico con las ecuaciones para el cálculo de la fuerza y altura máximas de embutido elíptico que mostraron mejor desempeño. De esta manera se pudo conocer el efecto que tiene cada uno de los parámetros considerados en el análisis paramétrico sobre la fuerza y la altura máximas de embutido elíptico.

5.1. Análisis paramétrico

El análisis paramétrico se puede definir como un experimento diseñado para descubrir los efectos diferenciales de un rango de valores de una variable independiente [70]. En el formado de metal se puede aplicar este tipo de análisis para descubrir el efecto que tiene algún parámetro de estudio (variable independiente) sobre alguna variable de interés (variable dependiente). Para el embutido profundo de lámina metálica se tienen diversos parámetros de estudio, entre ellos están los parámetros del material de la lámina, los parámetros geométricos tanto de la lámina como del herramental y los parámetros del proceso. Las variables de interés son la fuerza máxima de embutido requerida para lograr la operación satisfactoriamente y la altura máxima de embutido, la cual depende de las características deseadas para el producto final. La importancia del análisis paramétrico en el embutido profundo recae en la etapa de retroalimentación entre el diseño y la fabricación de la pieza. Una vez terminada la etapa de diseño se pasa a la etapa de fabricación, donde se podría presentar alguna falla en el producto. A causa de ello, se requiere ajustar alguno de los parámetros presentes en la operación de embutido con la finalidad de corregir la falla en el producto. El análisis paramétrico permite decidir cuál parámetro se podría modificar para corregir la falla, dependiendo además de la viabilidad de cambiar uno u otro parámetro según las características deseadas del producto y de los costos que causaría la modificación.

5.2. Metodología

La metodología propuesta para llevar a cabo el análisis paramétrico se muestra en la Figura 5.1. Se inicia teniendo como referencia los resultados de las ecuaciones para la fuerza $F_{d,max,0}$ y altura $H_{e,max,0}$ del embutido elíptico aplicadas a un caso de referencia. A continuación, se determina el parámetro de estudio con el cual se realizará el análisis paramétrico, así como su valor inicial x_0 . Se modifica dicho parámetro obteniendo un nuevo valor x y se evalúan las ecuaciones de la fuerza y altura máxima obteniendo nuevos valores para ellas: $F_{d,max}$ y $H_{e,max}$, respectivamente. Los nuevos valores se normalizan con respecto a los valores iniciales para observar la razón de cambio tanto para la fuerza y la altura $\left(\frac{F_{d,max}}{F_{d,max,0}} \text{ y } \frac{H_{e,max}}{H_{e,max,0}}\right)$ como para el parámetro $\left(\frac{x}{x_0}\right)$. Los resultados se presentan en una gráfica cuyo eje de ordenadas corresponde al valor normalizado de la fuerza o la altura máxima de embutido y el eje de abscisas corresponde al valor normalizado del parámetro de estudio. Este ciclo se repite hasta que ya no se requiera variar el parámetro de estudio.

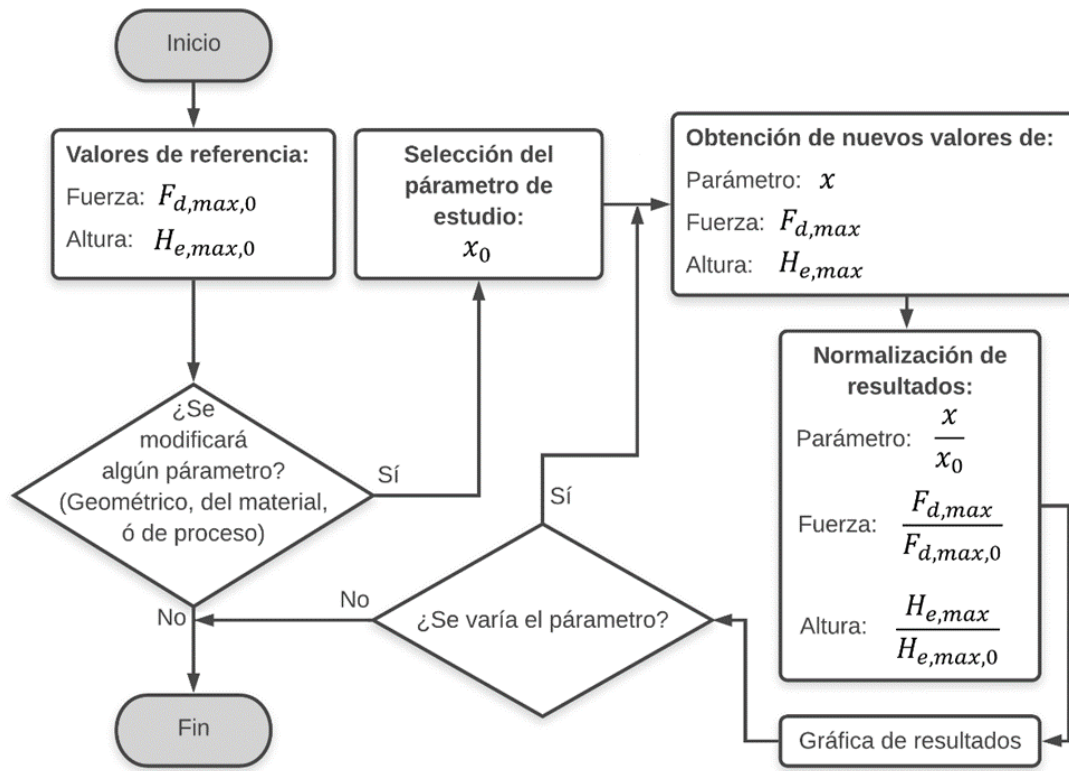


Figura 5.1. Metodología para el análisis paramétrico.

Los parámetros de estudio se seleccionaron con base en trabajos de la literatura donde analizan procesos de embutido cilíndricos y rectangulares [35], [37], [71] y [72], entre otros. Dichos parámetros se muestran a continuación:

- Parámetros del material: K, n
- Parámetros geométricos: $t, c, r_d, r_{pb}, \gamma_{el}$
- Parámetros del proceso: F_{BH}, μ

5.3. Análisis de la fuerza de embutido elíptico

Dado que la Ec. (2.66) tuvo el mejor desempeño entre las ecuaciones propuestas, ésta fue seleccionada para llevar a cabo el análisis paramétrico. Para realizar este análisis se seleccionó el caso 2 presentado en el capítulo 4, el cual tuvo el error de predicción más bajo de todos los casos, 3.74%. En la Tabla 5.1 se muestran la información correspondiente a los parámetros de referencia del caso 2. Con la finalidad de conocer la influencia que tiene cada parámetro sobre la fuerza máxima de embutido elíptico, se varió cada uno de los parámetros de estudio dejando el resto constantes.

Tabla 5.1. Parámetros de referencia del caso 2.

Caso	Material	A (mm)	a (mm)	γ_{el}	t (mm)	c (mm)	r_d (mm)	r_{pb} (mm)	K (MPa)	n	σ_{UTS} (MPa)	σ_y (MPa)	F_{BH} (kN)	μ
2 [63]	Acero	50	30	0.63	0.8	1	5	5	567.29	0.2637	437.4	164	16	0.1

5.1.1. Efectos de los parámetros del material

En la Figura 5.2 se puede apreciar el efecto que tienen los parámetros plásticos del material sobre la fuerza máxima de embutido elíptico. Los resultados muestran que la fuerza máxima de embutido es proporcional al incremento del coeficiente de endurecimiento K mientras que es inversamente proporcional al incremento del exponente de endurecimiento n . El incremento de K causa que el material se vuelve más rígido ó menos dúctil, lo cual provoca un incremento en la fuerza necesaria para llevar a cabo la deformación de la lámina. Mientras que el incrementar n causa que el material tenga una mayor formabilidad y disminuye el fenómeno de endurecimiento por deformación, lo cual ocasiona que la fuerza necesaria para deformar la lámina sea menor. Se puede observar que K tiene una mayor influencia sobre la fuerza máxima de embutido que n . Esto se debe a que, a una misma tasa de cambio de ambos parámetros, K incrementa en mayor medida que n los esfuerzos de cedencia del material.

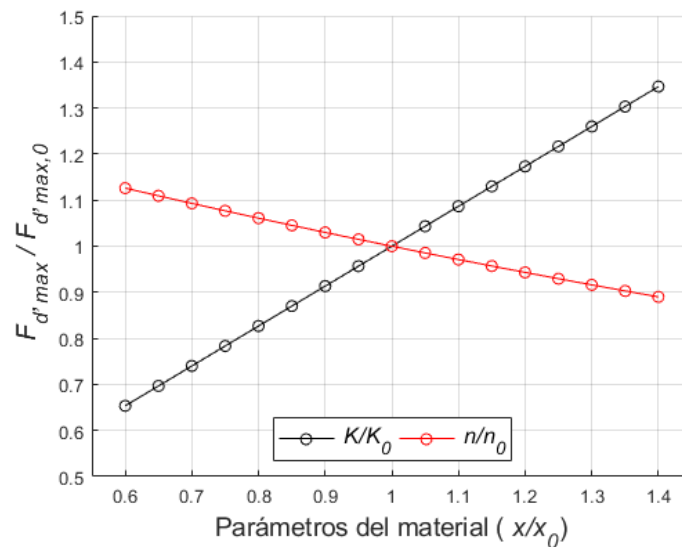


Figura 5.2. Efectos de los parámetros del material sobre la fuerza máxima de embutido elíptico.

5.1.2. Efectos de los parámetros geométricos

Los resultados mostrados en la Figura 5.3a) muestran la influencia de los parámetros geométricos sobre la fuerza máxima de embutido. Cabe destacar que el claro c es función del espesor t , y se debe mantener la condición $c > 1.1t_0$ según [4] y [6]. En el caso 2 se tiene que $c = 1.25t_0$, entonces en el análisis paramétrico para cada nuevo valor de t se obtendrá un valor de c tal que se cumpla esta condición. Se puede observar que la fuerza máxima de embutido es proporcional al incremento del espesor del blanco. En el caso del radio del dado, la fuerza máxima de embutido es inversamente proporcional al incremento de éste. Sin embargo, al disminuir este parámetro la fuerza máxima de embutido muestra un comportamiento creciente no lineal dado que al disminuir el radio del dado disminuye la facilidad con la que la lámina fluye hacia la cavidad del dado convirtiendo la operación de embutido en una operación de punzonado conforme el valor del radio del dado tienda a cero.

Para el caso de la relación de aspecto γ_{el} , se consideraron dos enfoques: el primero donde el perímetro del blank se mantiene constante y se varía el volumen del blank; y el segundo donde se mantiene constante el volumen del blank, pero se varía su perímetro. Para el primer enfoque se denominó a la relación de aspecto $\gamma_{el,P}$ y para el segundo enfoque $\gamma_{el,V}$. Al variar la relación de aspecto para ambos enfoques se obtuvieron nuevos valores del semieje mayor A y del semieje menor B del blank elíptico, y

nuevos valores del semieje mayor a y semieje menor b del punzón, manteniendo las condiciones de cada uno de los enfoques. Se puede apreciar que cuando se varia la relación de aspecto $\gamma_{el,P}$ el efecto sobre la fuerza máxima de embutido es casi nulo. Esto se debe a que el perímetro se mantiene constante para cualquier relación de aspecto $\gamma_{el,P}$. El perímetro es un coeficiente que multiplica a todas las variables incluidas en la Ec. (2.66) y, al no variarse no hay un efecto significativo en la fuerza máxima de embutido resultante. Por otro lado, el incrementar la relación de aspecto $\gamma_{el,V}$ considerando un volumen constante incrementa el perímetro del blank ocasionando que la fuerza máxima de embutido sea mayor. El efecto contrario se muestra cuando se disminuye $\gamma_{el,V}$.

Los parámetros del claro c y del radio del punzón r_{pb} , al no estar presentes en la Ec. (2.66) no mostraron influencia alguna sobre la fuerza máxima de embutido elíptico. Se puede concluir que el espesor t es el parámetro geométrico que tiene mayor influencia sobre la fuerza máxima de embutido debido a que aparece como un coeficiente que multiplica a todos los componentes de la Ec. (2.66) además de estar presente en todos ellos. Desde un punto de vista práctico, se requerirá una mayor fuerza para deformar una lámina conforme su espesor se incremente. Asimismo, es necesario agregar los términos del claro c y del radio del punzón r_{pb} a la Ec. (2.66) con la finalidad que esta modele la influencia de ambos parámetros sobre la fuerza máxima de embutido.

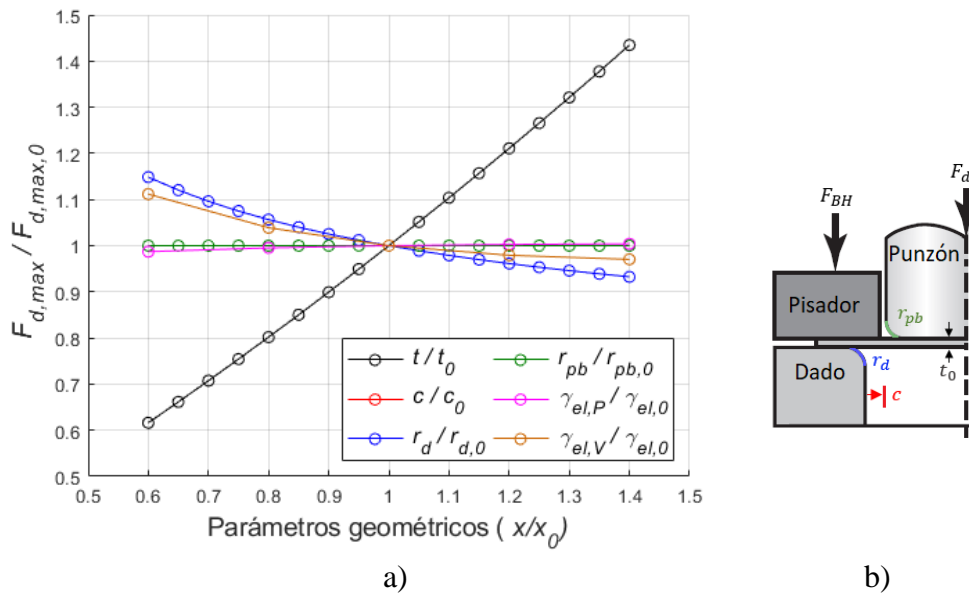


Figura 5.3. Efectos de los parámetros geométricos en la fuerza máxima de embutido elíptico: a) gráfica de los efectos y b) zonas de los parámetros de estudio.

5.1.3. Efecto de los parámetros del proceso

En la Figura 5.4 se muestra la influencia que tienen los parámetros del proceso sobre la fuerza máxima de embutido elíptico. De estos resultados se puede observar que la fuerza de embutido es proporcional al incremento de la fuerza del pisador F_{BH} al igual que al coeficiente de fricción μ ; ambas tendencias son las esperadas. Al aumentar la fuerza del pisador se está causando una mayor presión en la interfaz pisador-blank-dado, la cual debe ser vencida por la fuerza del punzón. Por su parte, al aumentar el coeficiente de fricción, se está generando una mayor oposición al deslizamiento en las interfaces pisador-blank y blank-dado. Esta oposición al deslizamiento debe ser vencida por la fuerza del punzón. En ambos casos, un incremento del parámetro significa un aumento de la fuerza máxima de embutido. El coeficiente de

fricción μ mostró tener una mayor influencia sobre la fuerza máxima de embutido que la fuerza del pisador F_{BH} . Esto se puede atribuir a que el incrementar F_{BH} solo incrementa la fuerza de fricción en la interfaz pisador-dado mientras que el incrementar μ incrementa, en adición a la mencionada previamente, la fuerza de fricción en el radio del dado y en la pared de la copa.

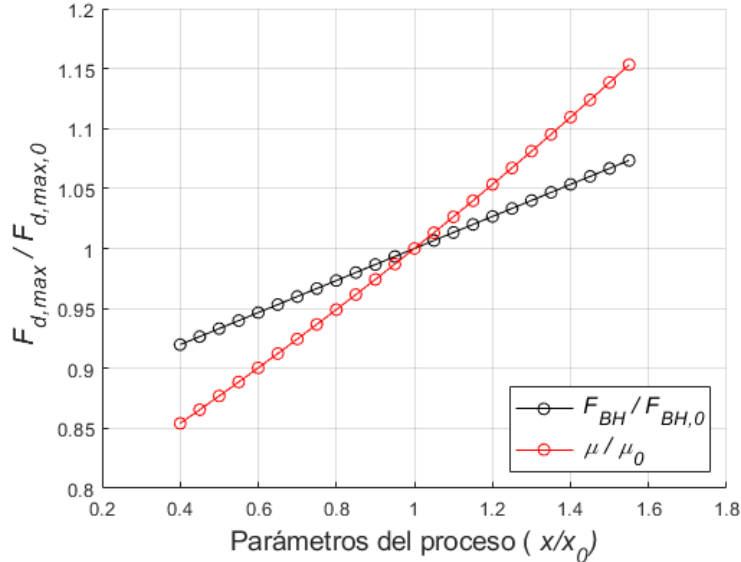


Figura 5.4. Efectos de los parámetros del proceso en la fuerza máxima de embutido elíptico.

De los análisis paramétricos llevados a cabo se puede concluir que los parámetros que tienen una mayor influencia sobre la fuerza máxima de embutido elíptico son: los parámetros del material (K y n) y del proceso (F_{BH} y μ), además del espesor t_0 de la lámina, el radio del dado r_d y la relación de aspecto $\gamma_{el,v}$. Los parámetros plásticos del material K y n modifican la formabilidad del material lo cual influye en las fuerzas requeridas para deformar la lámina; F_{BH} y μ tienen una gran influencia sobre las fuerzas de fricción en las zonas de contacto de la lámina con el herramental; el espesor t influye considerablemente en la fuerza necesaria para poder deformar la lámina (mayor t mayor fuerza, y viceversa); el radio del dado r_d determina que tan fácil fluirá el material hacia dentro del dado de tal manera que un radio del dado muy pequeño podría convertir la operación de embutido en una operación de corte, lo cual aumentaría la fuerza necesaria para completar la operación; la relación de aspecto $\gamma_{el,v}$ modifica el perímetro el cual tiene una gran influencia en la Ec. (2.66).

Por otro lado, los parámetros que presentaron una menor influencia sobre la fuerza máxima de embutido fueron el radio del punzón r_{pb} , el claro c y la relación de aspecto $\gamma_{el,p}$. Cabe destacar que ninguno de los 3 parámetros está incluido en la Ec. (2.66), por lo tanto, no es posible conocer la influencia que tiene la variación de ellos sobre la fuerza máxima de embutido. En la práctica, los parámetros que se manipulan comúnmente para corregir defectos en el proceso de embutido son la fuerza del pisador F_{BH} y el coeficiente de fricción μ dado que son fácilmente manipulables mediante la prensa o el lubricante utilizado. Por lo general los herramentales utilizados son caros, por lo que se evita modificar algún parámetro geométrico. Además, el producto deseado tiene una geometría definida y en la mayoría de los casos, no se puede modificar. Adicionalmente, el producto terminado podría requerir ciertas propiedades estructurales, por lo que las propiedades del material o materia prima tampoco se pueden modificar tan fácilmente.

5.4. Análisis de la altura de embutido elíptico

Debido a que la Ec. (2.58) tuvo el mejor desempeño en términos del error de predicción de la altura máxima de embutido, ésta fue seleccionada para llevar a cabo el análisis paramétrico sobre el caso de estudio número 2 presentado en el capítulo 4. La Ec. (2.58) es función de la energía de deformación W_d obtenida mediante la curva del material, y de la fuerza máxima de embutido elíptico obtenida mediante la Ec. (2.66). A su vez, la energía de deformación W_d depende del volumen del blank y de los parámetros del material. De esta manera, la altura máxima de embutido elíptico se verá afectada cuando la energía de deformación cambie, es decir, cuando varíe el volumen del blank o cuando varíen los parámetros del material. Asimismo, la altura máxima se verá afectada cuando varíe algún parámetro presente en la Ec. (2.66). Con el objetivo de conocer la influencia que tiene cada parámetro de estudio sobre la altura máxima de embutido elíptico, se varió cada uno de los parámetros dejando el resto constantes.

5.4.1. Efectos de los parámetros del material

La Ec. (2.66) depende de los parámetros del material para el cálculo de la fuerza máxima de embutido elíptico, entre ellos está el coeficiente K y el exponente n de endurecimiento, además del esfuerzo último a tensión σ_{UTS} . El valor de este último depende del valor de los dos primeros y del porcentaje de elongación en la ruptura del material. Por ejemplo, el caso de estudio 2 utiliza un acero con un valor de K_0 de 567.29 MPa, un valor de n_0 de 0.2637 y un porcentaje de elongación en la fractura de 36.4%, como se puede apreciar en la Tabla 5.1. Por lo tanto, el esfuerzo último a tensión σ_{UTS} puede obtenerse al graficar la curva esfuerzo-deformación verdadera del material utilizando la Ec. (3.6), como se puede ver en la Figura 5.5.

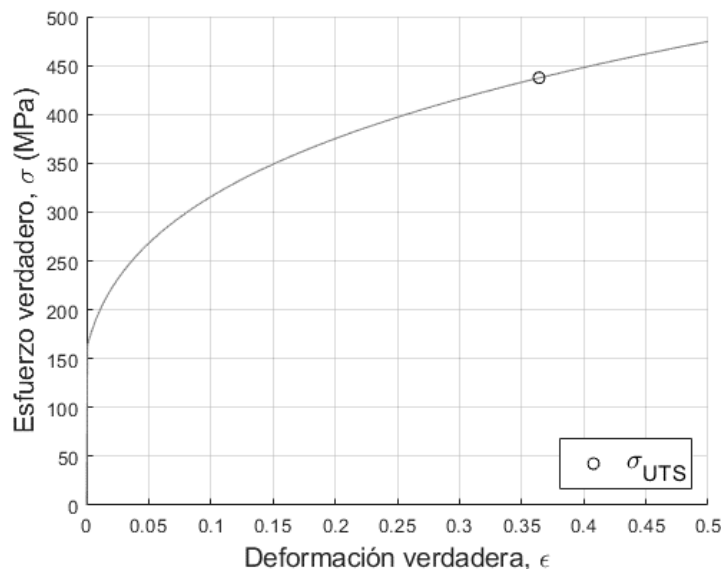


Figura 5.5. Curva esfuerzo-deformación verdadera del material presentado en el caso de estudio 2.

Para realizar el análisis paramétrico de los parámetros K y n , por cada nuevo valor que se le asigna a cada uno de ellos, se obtiene también un nuevo esfuerzo último σ_{UTS} del material manteniendo el porcentaje de elongación constante. En la Figura 5.6 se pueden apreciar las curvas del material para nuevos valores del coeficiente de endurecimiento K y para el exponente de endurecimiento n , así como el nuevo valor de σ_{UTS} de cada uno y en la Tabla 5.2 se muestran los valores para las 5 curvas.

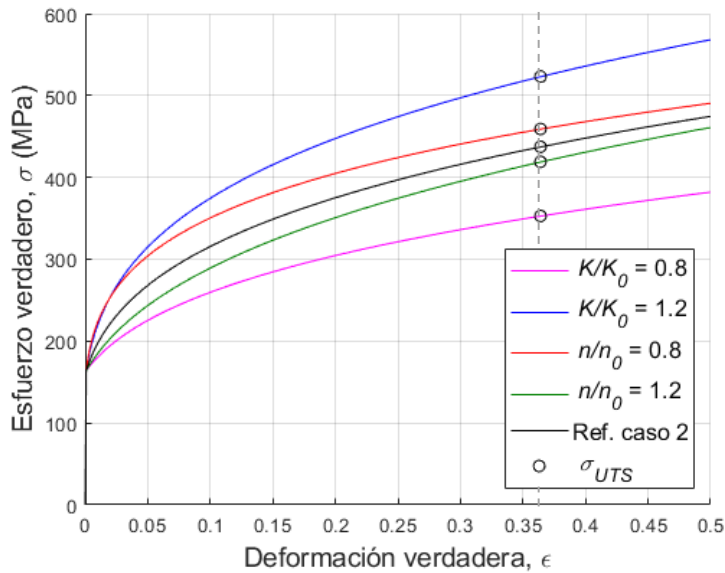


Figura 5.6. Obtención de σ_{UTS} para diferentes valores de K y n .

Tabla 5.2. Obtención de σ_{UTS} de algunos casos para diferentes valores de K y n .

Caso de estudio	elongación a la ruptura (%)	Módulo de Young (GPa)	K (MPa)	n	σ_{UTS} (MPa)
Referencia (caso 2)	36.4	206	567.29	0.2637	437.4
$K/K_0 = 0.8$	36.4	206	453.83	0.2637	352.86
$K/K_0 = 1.2$	36.4	206	680.75	0.2637	523.2
$n/n_0 = 0.8$	36.4	206	567.29	0.211	459.11
$n/n_0 = 1.2$	36.4	206	567.29	0.316	418.99

En la Figura 5.7 se muestra la influencia que tienen los parámetros del material sobre la altura máxima de embutido elíptico. La altura máxima de embutido muestra un efecto proporcional tendiendo a un comportamiento no lineal tanto con el coeficiente K como con el exponente n de endurecimiento. Como se mencionó previamente, el incrementar K vuelve al material más rígido, pero también aumenta su esfuerzo último a tensión σ_{UTS} permitiendo de esta manera mayores esfuerzos en la lámina y como resultado, se logra una mayor altura máxima de embutido. Un caso similar sucede con n , el cual al incrementarse se mejora la formabilidad y se disminuye el efecto de endurecimiento por deformación permitiendo mayores alturas máxima de embutido, tal como se expone en [25] y en [73]. El incrementar ambos parámetros provoca un aumento de la altura de embutido elíptico, y viceversa.

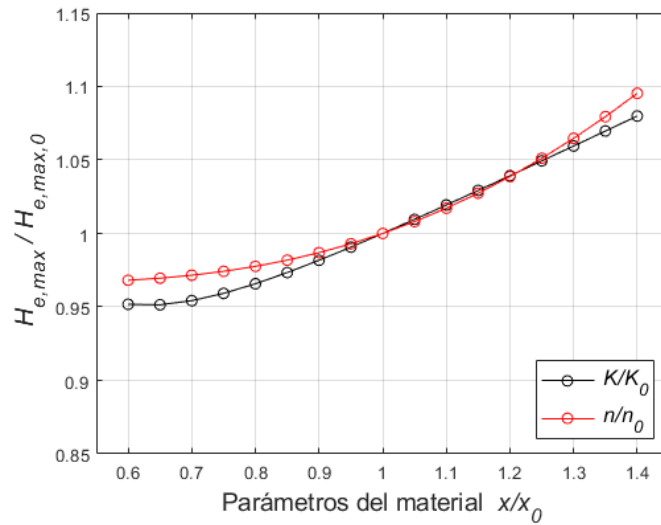


Figura 5.7. Efectos de los parámetros del material sobre la altura máxima de embutido elíptico. Considerando σ_{UTS} variable.

Desde un punto de vista práctico, la manera de modificar los parámetros plásticos (K y n) del material sería mediante un tratamiento térmico o un endurecimiento previo. En ambos casos no se modifica el esfuerzo último a tensión σ_{UTS} del material, sino que modifica el porcentaje de elongación a la ruptura del material. Por este motivo, se tomó un nuevo criterio para la obtención de las curvas del material cuando se varíen K y n , manteniendo el σ_{UTS} constante. Esto ocasiona un cambio en el porcentaje de elongación a la ruptura del material, tal como se muestra en la Figura 5.8.

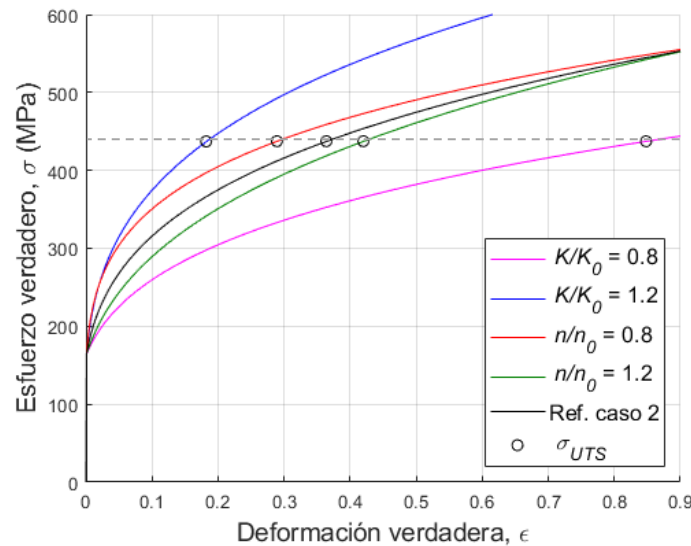


Figura 5.8. Curvas del material manteniendo el σ_{UTS} constante.

La Tabla 5.3 muestra la información de las curvas mostradas en la Figura 5.8. Con esta nueva consideración, se realiza de nuevo el análisis paramétrico para K y n , obteniéndose los resultados presentados en la Figura 5.9. Se puede apreciar que el disminuir K ocasiona un aumento en la altura máxima de embutido. Esto se debe a que conforme se disminuye K el material va adquiriendo un

comportamiento perfectamente plástico, motivo por el cual se pueden lograr alturas cada vez mayores. Caso contrario cuando se aumenta el valor de K , el material se hace más rígido y pierde ductilidad ocasionando que se logren alturas menores. Para el caso de n , conforme éste se incrementa el material tiende a ser perfectamente plástico, logrando alturas mayores y viceversa.

Tabla 5.3. Información de las curvas del material manteniendo σ_{UTS} constante.

Caso de estudio	% elongación	Módulo de Young (GPa)	K (MPa)	n	σ_{UTS} (MPa)
Referencia (caso 2)	36.4	206	567.29	0.2637	437.4
$K/K_0 = 0.8$	84.8	206	453.83	0.2637	437.4
$K/K_0 = 1.2$	18.2	206	680.75	0.2637	437.4
$n/n_0 = 0.8$	28.9	206	567.29	0.211	437.4
$n/n_0 = 1.2$	42	206	567.29	0.316	437.4

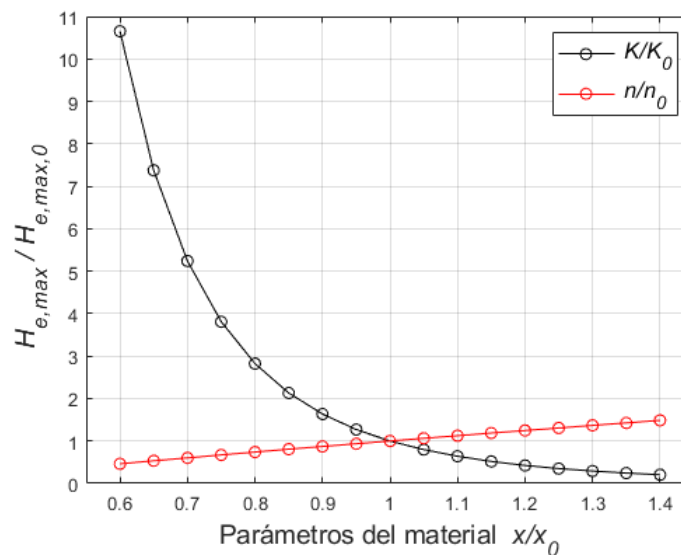


Figura 5.9. Influencia de los parámetros del material sobre la altura máxima de embutido elíptico. Considerando σ_{UTS} constante.

5.4.2. Efectos de los parámetros geométricos

En la Figura 5.10 se puede observar la influencia que tienen los parámetros geométricos sobre la altura máxima permisible de embutido elíptico. El aumento de espesor incrementa el volumen de la lámina y como resultado, la energía de deformación W_d también aumenta. Además, en la Figura 5.3 se mostró que el incremento del espesor tiene una gran influencia sobre la fuerza máxima de embutido. Como resultado, el espesor t no muestra una influencia significativa sobre la altura máxima de embutido obtenida con la Ec. (2.58), como se puede observar en la Figura 5.10. Dichos resultados no parecen tener congruencia debido a que el incremento de espesor incrementa a su vez la fuerza máxima de embutido, lo cual incrementa los esfuerzos sobre la lámina alcanzando el esfuerzo último a tensión σ_{UTS} a una menor altura máxima. Por lo tanto, la Ec. (2.58) no modela correctamente la influencia del espesor sobre la altura máxima de embutido.

Dado que la variación del claro c no modifica el volumen del blank, la energía de deformación W_d permanece constante. Además, al no estar presente en la Ec. (2.66) la variación de c tampoco cambia la

fuerza máxima de embutido elíptico $F_{d,max}$. Por lo tanto, el claro c no presenta ninguna influencia sobre la altura máxima de embutido. La misma situación de c se repite para el radio del punzón r_{pb} . El radio del dado r_d tiene un efecto proporcional/no-lineal con la altura máxima de embutido, es decir, el aumento de r_d causa un aumento en la altura máxima permisible. La relación de aspecto $\gamma_{el,P}$ presentó una influencia considerable sobre la altura máxima de embutido, a diferencia de la que presento para la fuerza máxima de embutido. Esto se debe a que los parámetros geométricos que varían al cambiar $\gamma_{el,P}$ no tienen una gran influencia en la Ec. (2.66) para el cálculo de la fuerza máxima de embutido, sin embargo, el variar $\gamma_{el,P}$ sí afecta el volumen del blank, lo cual modifica la energía de deformación W_d , y por ende afecta la altura máxima de embutido elíptico. Como se mencionó en secciones anteriores, el variar $\gamma_{el,V}$ mantiene el volumen constante, es decir, no se afecta la energía de deformación W_d . No obstante, $\gamma_{el,V}$ sí modifica el perímetro del blank lo cual afecta a la fuerza máxima de embutido obtenida mediante la Ec. (2.66), por lo tanto, la influencia que $\gamma_{el,V}$ tiene sobre la altura máxima de embutido es la opuesta a la que tiene sobre la fuerza máxima de embutido.

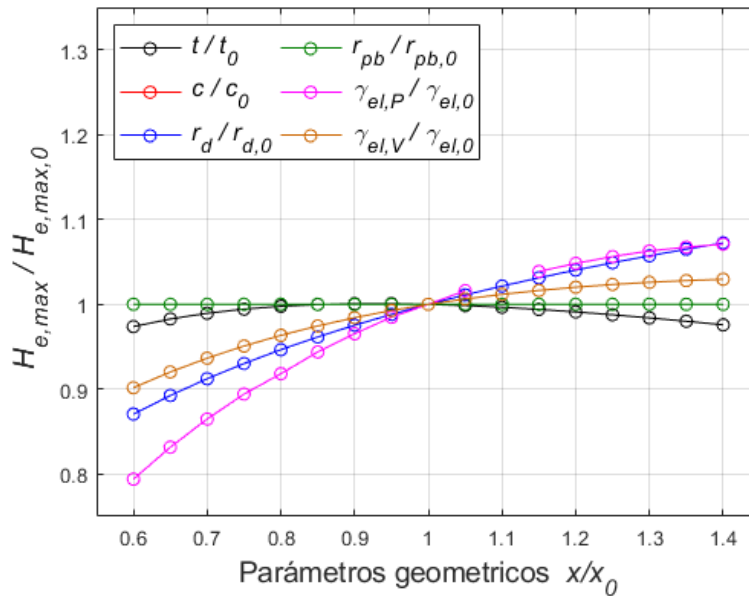


Figura 5.10. Efectos de los parámetros geométricos sobre la altura máxima de embutido elíptico.

5.4.3. Efecto de los parámetros del proceso

La Figura 5.11 muestra que la altura máxima de embutido presenta un comportamiento inversamente proporcional tanto a la fuerza del pisador F_{BH} como al coeficiente de lubricación μ . Cabe destacar que la variación de los dos parámetros no tiene un efecto sobre la energía de deformación W_d , según la curva esfuerzo-deformación del material. Sin embargo, si tienen un efecto sobre la fuerza máxima de embutido, como se observa en la Figura 5.4. Ambos resultados muestran congruencia, dado que el incrementar cualquiera de los dos parámetros incrementa las fuerzas de fricción presentes entre la lámina y el herramental causando esfuerzos más altos, y por lo tanto logrando alturas menores de embutido.

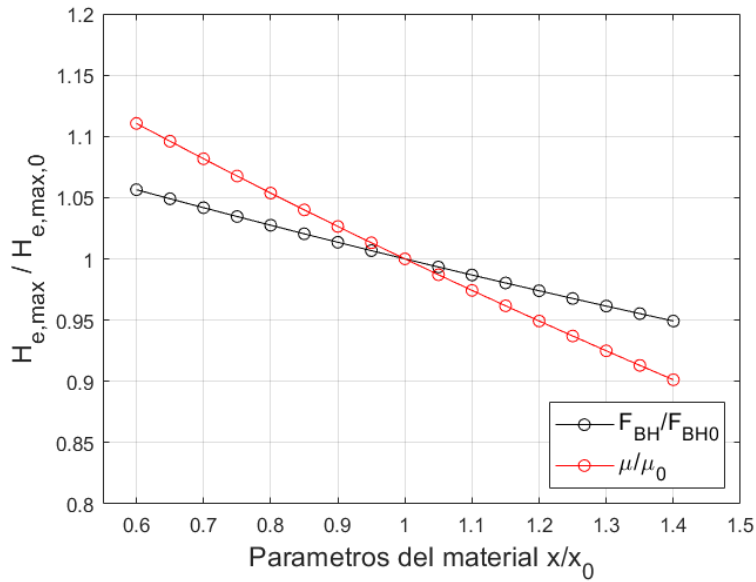


Figura 5.11. Efectos de los parámetros del proceso sobre la altura máxima de embutido elíptico.

Los parámetros que presentan una mayor influencia sobre la altura máxima de embutido elíptico son la relación de aspecto γ_{el} , la fuerza del pisador F_{BH} y el coeficiente de fricción μ . Algunos parámetros por considerar son el espesor t , el cual muestra una influencia casi insignificante sobre la altura máxima de embutido. El claro c y el radio del punzon r_{pb} no presentan ninguna influencia sobre la altura máxima debido a su ausencia en la expresión analítica propuesta para la fuerza máxima de embutido, y a que no modifican el volumen del blank. Como ya se comentó previamente, para fines prácticos los parámetros que se modifican con el fin de corregir algún defecto en el producto son el coeficiente de fricción μ y la fuerza del pisador F_{BH} .

En general, las curvas obtenidas en los análisis paramétricos tanto para la fuerza como para la altura máxima de embutido elíptico muestran la influencia que tienen los parámetros presentes en el proceso sobre la fuerza y altura máxima de embutido elíptico. Esta información resulta de gran utilidad para el diseño de productos que serán fabricados mediante el proceso de embutido profundo, ya que permite decidir qué parámetro variar para alcanzar las características deseadas en el producto o para corregir fallas en él.

Capítulo 6. Análisis y discusión de resultados

En este capítulo se presenta el análisis paramétrico del proceso de embutido elíptico utilizando el modelo MEF propuesto. Dicho análisis se compara con los resultados obtenidos en el capítulo anterior mediante las expresiones analíticas propuestas. De esta manera se analiza si las ecuaciones propuestas modelan correctamente la influencia de los parámetros sobre la fuerza y altura máxima de embutido elíptico, y en caso de ser necesario aplicar factores de corrección a las expresiones propuestas.

6.1. Análisis comparativo del análisis paramétrico con la simulación numérica

Con el fin de evaluar si las expresiones analíticas propuestas para el cálculo de la fuerza y la altura máxima para embutidos elípticos modelan correctamente el comportamiento de éstos, se llevó a cabo un análisis paramétrico MEF siguiendo la misma metodología que se utilizó para el análisis paramétrico de las ecuaciones propuestas. Los resultados obtenidos se tomaron como referencia y se compararon con los comportamientos obtenidos mediante el análisis paramétrico de las expresiones analíticas.

6.1.1. Metodología de análisis MEF

La metodología utilizada para llevar a cabo los análisis paramétricos mediante el modelo MEF propuesto en el capítulo 3 se muestra en la Figura 6.1. Se inicia teniendo como referencia los parámetros geométricos, del material y del proceso del caso de estudio 2. Al resolverlo mediante el modelo numérico se obtienen los valores de referencia para: la fuerza máxima de embutido elíptico $F_{d,max,0}$ y la altura máxima de embutido $H_{e,max,0}$. A continuación, se determina el parámetro de estudio con el cual se realizará el análisis paramétrico, así como su valor inicial x_0 . Se varía el parámetro obteniendo un nuevo valor x y se evalúa nuevamente el modelo numérico obteniéndose los nuevos valores de la $F_{d,max}$ y $H_{e,max}$ de embutido elíptico. Los nuevos valores se normalizan con respecto a los valores iniciales para observar la razón de cambio tanto para la fuerza y la altura $\left(\frac{F_{d,max}}{F_{d,max,0}} \text{ y } \frac{H_{e,max}}{H_{e,max,0}}\right)$ como para el parámetro $\left(\frac{x}{x_0}\right)$. Los resultados se presentan en una gráfica cuyo eje de ordenadas corresponde al valor normalizado de la fuerza o la altura máxima de embutido y el eje de abscisas corresponde al valor normalizado del parámetro de estudio. Este ciclo se repite hasta que ya no se requiera variar el parámetro de estudio.

Los parámetros de estudio son los mismos que se tomaron en cuenta en el capítulo 5. Dichos parámetros se muestran a continuación:

- Parámetros del material: K, n
- Parámetros geométricos: $t, c, r_d, r_{pb}, \gamma_{el}$
- Parámetros del proceso: F_{BH}, μ

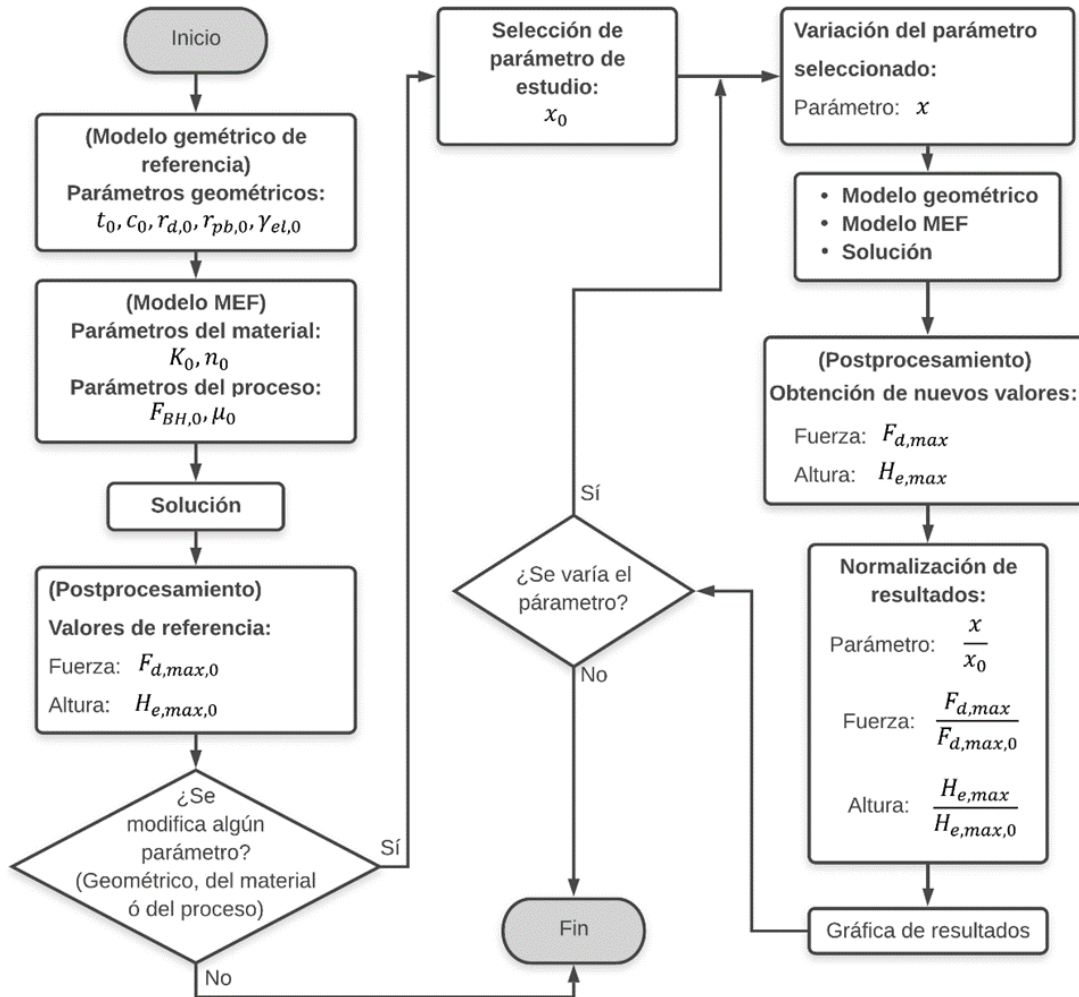


Figura 6.1. Metodología para el análisis paramétrico mediante MEF.

6.1.2. Fuerza de embutido elíptico

Parámetros del material

En la Figura 6.2 se puede apreciar la influencia que presenta el coeficiente K y el exponente de endurecimiento n sobre la fuerza máxima de embutido elíptico, tanto en MEF como en la expresión analítica definida por la Ec. (2.66). Tanto el comportamiento del coeficiente de endurecimiento K y el del exponente de endurecimiento n obtenido mediante la expresión analítica se adapta muy bien a los resultados obtenidos mediante MEF; por lo tanto, la Ec. (2.66) no requiere ajustes para los parámetros del material. Cabe resaltar que los resultados obtenidos concuerdan con un estudio similar [37] en el cual se estudiaron las formas rectangulares.

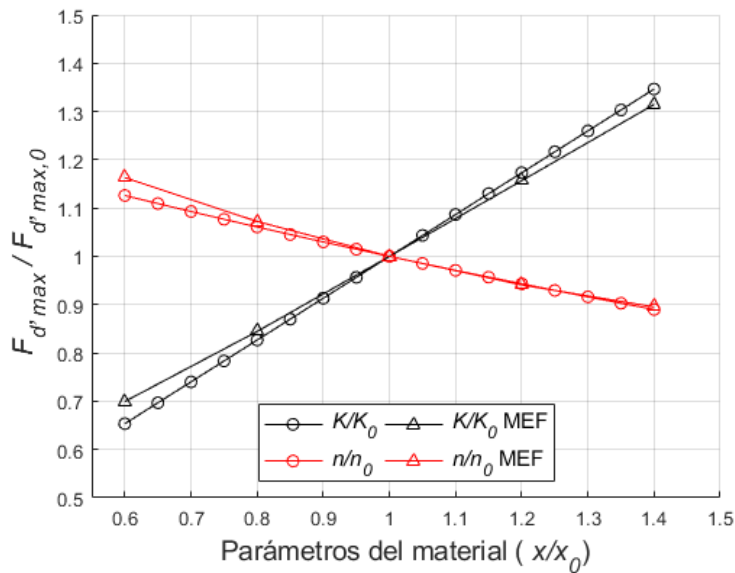


Figura 6.2. Análisis comparativo de la influencia de los parámetros del material sobre la fuerza máxima de embutido elíptico (analítico vs. MEF)

Parámetros geométricos

La Figura 6.3 muestra la influencia de los parámetros geométricos sobre la fuerza máxima de embutido elíptico tanto numérica (MEF) como analíticamente mediante la Ec. (2.66). Mediante un análisis comparativo se puede verificar que la influencia del espesor t obtenido mediante la expresión analítica modela correctamente el comportamiento obtenido mediante MEF. Cabe destacar que al variar el espesor t también se varió el tamaño del claro c , teniendo como condición $c = 1.25t$, tal como se consideró en el capítulo 5.

Por su parte, para el análisis del claro c se tomó como condición que $t > c$. De esta manera el claro nunca es menor que el espesor de la lámina permitiendo así que esta pueda fluir hacia la cavidad del dado. Los resultados MEF indican que la fuerza máxima de embutido elíptico tiene un comportamiento inversamente proporcional al aumento del claro c . Por otro lado, la ausencia de c en la Ec. (2.66) causa que esta no modele la influencia del parámetro en cuestión sobre la fuerza máxima de embutido elíptico. Sin embargo, el efecto del claro c sobre la fuerza máxima mostrado en MEF muestra que cuando éste se varia hasta un 40% de su valor original la diferencia con respecto al caso de referencia es apenas del 5%; es decir, el claro c no tiene un efecto significativo sobre la fuerza máxima de embutido elíptico. Por lo tanto, se concluye que la Ec. (2.66) modela correctamente la influencia de ambos parámetros sobre la fuerza máxima de embutido.

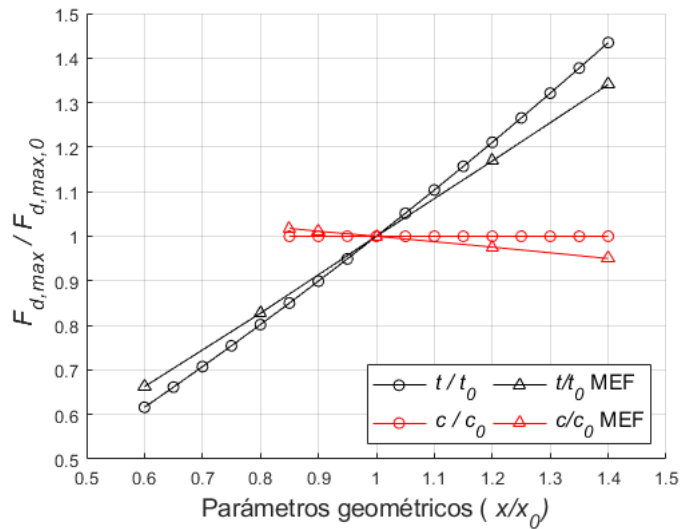


Figura 6.3. Análisis comparativo de la influencia del espesor y del claro sobre la fuerza máxima de embutido elíptico (analítico vs. MEF)

En la Figura 6.4 se muestra la influencia que tiene el radio del dado r_d y del punzón r_{pb} sobre la fuerza máxima de embutido, tanto por MEF como por la Ec. (2.66). Se puede apreciar que la expresión analítica modela muy bien la influencia de estos dos parámetros con respecto al comportamiento obtenido mediante MEF. En el caso del radio del punzón r_{pb} se observa una influencia poco significativa sobre la fuerza máxima de embutido elíptico al tener una variación de $\pm 2\%$ cuando los valores del parámetro varían hasta un 40% de su valor original. Cabe destacar que el comportamiento obtenido para r_d coincide con lo presentado en [29].

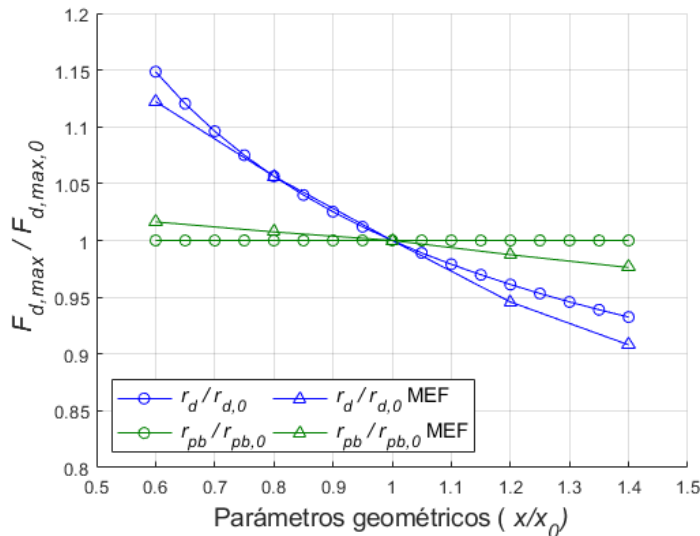


Figura 6.4. Análisis comparativo de la influencia del radio del dado r_d y el radio del punzón r_{pb} sobre la fuerza máxima de embutido elíptico (analítico Vs. MEF)

La Figura 6.5 muestra la influencia que tienen las relaciones de aspecto $\gamma_{el,P}$ y $\gamma_{el,V}$ sobre la fuerza máxima de embutido, tanto en MEF como por la Ec. (2.66). El parámetro $\gamma_{el,P}$ mostró tener una mayor influencia sobre la fuerza máxima de embutido elíptico en MEF en comparación con $\gamma_{el,V}$. Por otra parte, se puede

apreciar que la Ec. (2.58) no modela correctamente la influencia de ninguna de las dos relaciones de aspecto sobre la fuerza máxima de embutido elíptico, tomando como referencia los comportamientos obtenidos mediante MEF. La influencia que tiene $\gamma_{el,V}$ obtenida analíticamente es opuesta a la obtenida mediante MEF, mientras que $\gamma_{el,P}$ no presenta una influencia notoria analíticamente. Esto último debido a que el parámetro γ_{el} no está incluido en la ecuación propuesta para el cálculo de la fuerza máxima de embutido; sin embargo, el modificar dicho parámetro modifica las dimensiones A , B , a y b del blank elipsoidal y del punzón. Ambas dimensiones son necesarias para el cálculo de algunos parámetros necesarios en la expresión cuyo impacto en el resultado final no es muy relevante. Por lo tanto, es necesario aplicar un factor de corrección a la ecuación donde se incluya el parámetro γ_{el} , y de esta manera la influencia de la expresión propuesta se aproxime a los valores de referencia (MEF).

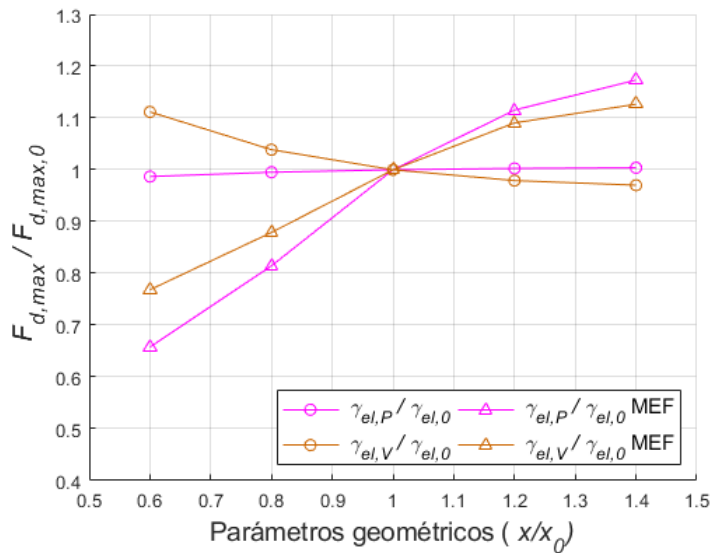


Figura 6.5. Análisis comparativo de la influencia de las relaciones de aspecto $\gamma_{el,P}$ y $\gamma_{el,V}$ sobre la fuerza máxima de embutido elíptico (analítico vs MEF).

Parámetros del proceso

En la Figura 6.6 se puede apreciar las influencias de los parámetros del proceso sobre la fuerza máxima de embutido elíptico. Es notorio que tanto el comportamiento de la fuerza del pisador F_{BH} como el del coeficiente de fricción μ obtenido mediante la expresión analítica se adapta muy bien a los resultados obtenidos mediante MEF. Por lo tanto, la expresión analítica propuesta no requiere de ajustes para los parámetros del proceso. En [47], [25] y [74] se llevaron estudios donde se analizó el efecto de la fuerza del pisador F_{BH} sobre la fuerza máxima de embutido de piezas rectangulares, observándose el mismo comportamiento que en el presente trabajo.

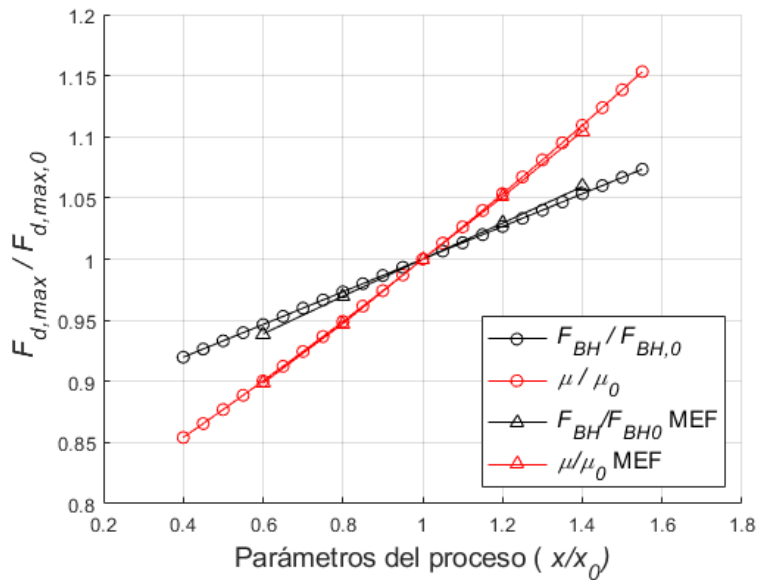


Figura 6.6. Análisis comparativo de los parámetros del proceso (analítico vs. MEF).

6.1.3. Altura de embutido elíptico

Parámetros del material

Como se mencionó en el capítulo 5, se consideraron dos enfoques para el análisis paramétrico de K y de n . El primero donde se consideraba constante el porcentaje de elongación en la ruptura del material y al variar K o n se obtenía un nuevo σ_{UTS} , tal como se puede observar en la Figura 5.6. El segundo enfoque, consistía en mantener el σ_{UTS} constante y al variar K o n se modificaba el porcentaje de elongación en la ruptura del material, tal como muestra en la Figura 5.8. Para realizar el análisis paramétrico mediante MEF se optó por considerar el primero enfoque.

En la Figura 6.7 se pueden observar los valores obtenidos mediante la expresión analítica además del obtenido mediante MEF. Se puede apreciar que la Ec. (2.58) modela correctamente la influencia de ambos parámetros sobre la altura máxima de embutido en comparación con MEF, cualitativamente hablando. Sin embargo, cuantitativamente hablando las tendencias analíticas del coeficiente K como el exponente n de endurecimiento no se aproximan a los valores MEF. Al variar ambos parámetros hasta un 40% de su valor inicial se tiene una diferencia entre valores analíticos y numéricos de hasta 6% y 9% para K y n , respectivamente. Por lo tanto, se pueden añadir factores de corrección a la expresión analítica propuesta para el cálculo de la altura máxima de embutido elíptico con el fin de tener una mejor aproximación a las tendencias MEF de ambos parámetros.

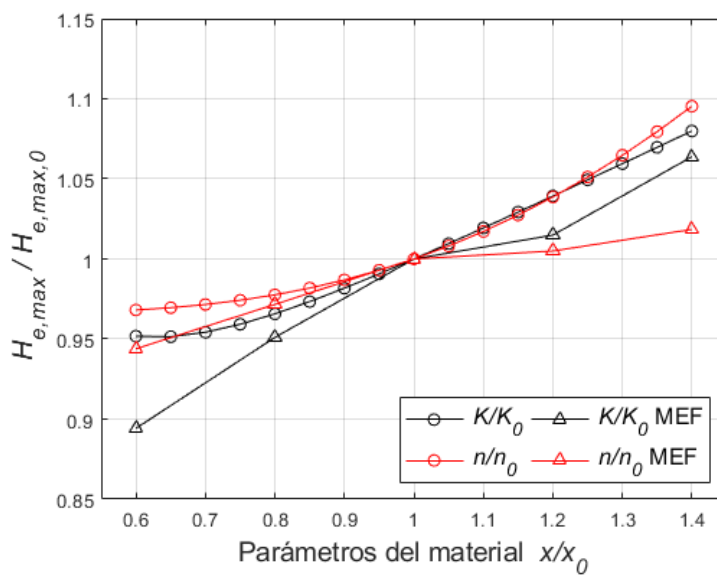


Figura 6.7. Análisis comparativo de la influencia de los parámetros del material sobre la altura máxima de embutido elíptico (analítico vs. MEF).

Parámetros geométricos

Para llevar a cabo el análisis paramétrico del espesor t se consideró que el valor del claro c estaría dado por la condición de $c = 1.25t$. Para el análisis paramétrico del claro c se tomó en cuenta la condición que $t > c$, con la finalidad de permitir que la lámina fluyera hacia dentro del dado sin impedimentos geométricos. En la Figura 6.8 se presentan las influencias que tienen el espesor y el claro sobre la altura máxima de embutido elíptico, tanto numérica como analíticamente. En el capítulo 5 se explicó el comportamiento que presenta la altura máxima de embutido al variar el espesor, esto mediante la Ec. (2.58). Este comportamiento surge de la combinación del aumento tanto de W_d como de $F_{d,max}$ al aumentar el espesor. A pesar de ser un comportamiento anómalo, resulta coincidir con los resultados presentados por [25] donde se evaluó la influencia del espesor sobre la altura máxima de embutido rectangular. Asimismo, la influencia del espesor sobre la altura máxima de embutido obtenida mediante MEF muestra congruencia, el disminuir el espesor disminuye los esfuerzos sobre la lámina resultando en alturas máximas de embutido mayores. MEF modela correctamente este comportamiento cualitativamente, aunque cuantitativamente el espesor mostró tener poca influencia sobre la altura máxima de embutido. Por lo tanto, se recomienda añadir un factor de ajuste sobre la Ec. (2.58) con el fin de que modele correctamente la influencia del espesor sobre la altura máxima de embutido.

Por otro lado, el análisis paramétrico MEF del claro c muestra que el aumentar el claro aumenta también la altura máxima de embutido elíptico. Analizando la influencia del claro sobre la fuerza máxima de embutido se puede notar que el disminuir el claro disminuye los esfuerzos del blank, logrando de esta manera alturas de embutido mayores, tal como se muestra en la Figura 6.8. Es posible notar que la expresión analítica propuesta no modela correctamente la influencia del claro debido a la ausencia de este en la Ec. (2.66) y a que no afecta a la energía de deformación W_d . Por lo tanto, es necesario aplicar un factor de corrección sobre la Ec. (2.58) para este parámetro con la finalidad de modelar su efecto.

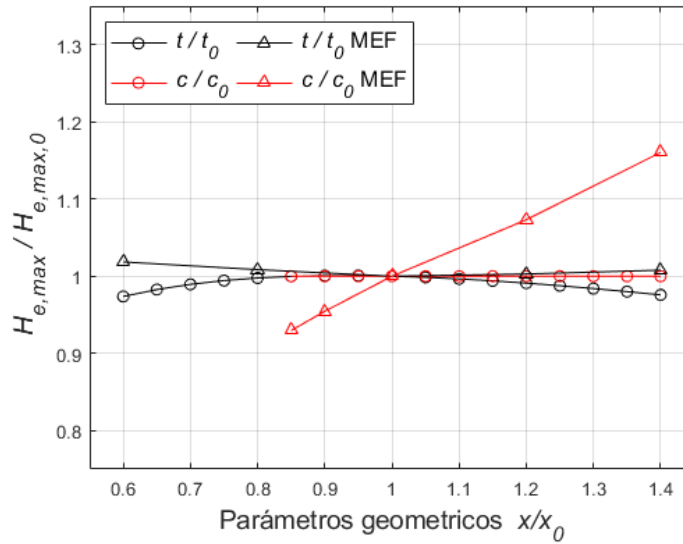


Figura 6.8. Análisis comparativo de la influencia del espesor y el claro sobre la altura de embutido elíptico (analítico vs. MEF).

En la Figura 6.9 se muestran las influencias que tienen r_d y r_{pb} sobre la altura máxima de embutido elíptico, tanto en MEF como analítico. Los resultados MEF muestran que incrementar tanto el radio del dado r_d como el del punzón r_{pb} incrementa también la altura máxima permisible. Esto se debe a que el incremento de ambos parámetros disminuye la fuerza de doblado F_b definida en la Ec. (2.35), una menor fuerza sobre la misma área de contacto resulta en un menor esfuerzo y, por tanto, es posible alcanzar alturas mayores de embutido. Se puede observar que los comportamientos obtenidos con la Ec. (2.58) modela correctamente el comportamiento cualitativo obtenido mediante MEF para r_d . Sin embargo, el comportamiento cuantitativo no se adapta muy bien. El radio del punzón no afecta a $F_{d,max}$ ni a W_d , motivo por el cual la Ec. (2.58) no modela la influencia de este parámetro sobre la altura máxima de embutido. Por lo tanto, es necesario incluir factores de ajuste a la Ec. (2.58) de ambos parámetros con la finalidad de tener un comportamiento más apegado a la referencia (MEF).

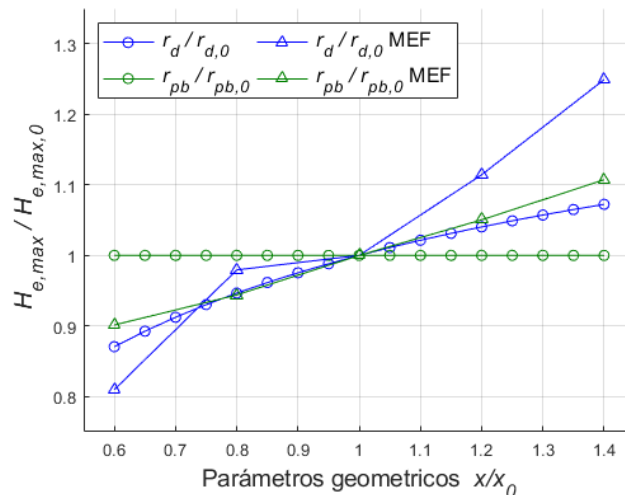


Figura 6.9. Análisis comparativo de la influencia del radio del dado r_d y del punzón r_{pb} sobre la altura máxima de embutido elíptico (analítico vs. MEF).

En la Figura 6.10 se puede apreciar la influencia que tienen las relaciones de aspecto $\gamma_{el,P}$ y $\gamma_{el,V}$ sobre la altura máxima de embutido elíptico, tanto MEF como analítico. Se puede observar que las influencias de ambos parámetros son muy parecidas en MEF. Sin embargo, las influencias obtenidas mediante la Ec. (2.58) muestran que $\gamma_{el,P}$ tiene una mayor influencia sobre la altura máxima que $\gamma_{el,V}$. Esto se debe a que el primero modifica el volumen de la pieza mientras que el segundo no lo hace. El volumen modifica la energía de deformación W_d y por lo tanto afecta a la Ec. (2.58).

Un incremento de la relación de aspecto γ_{el} indica que la elipse es más “redonda”, de manera que cuando $\gamma_{el} = 1$ se tiene un círculo y conforme γ_{el} tienda a 0 se ira generando una elipse cada vez más “alargada”. Cuando la relación $\frac{\gamma_{el}}{\gamma_{el,0}}$ es baja la curvatura que genera el semieje mayor de la elipse es más compacta, lo cual genera concentración de esfuerzos en esa zona; por lo tanto, se alcanza más pronto el esfuerzo último del material de la pieza de trabajo obteniéndose así alturas de embutido más bajas.

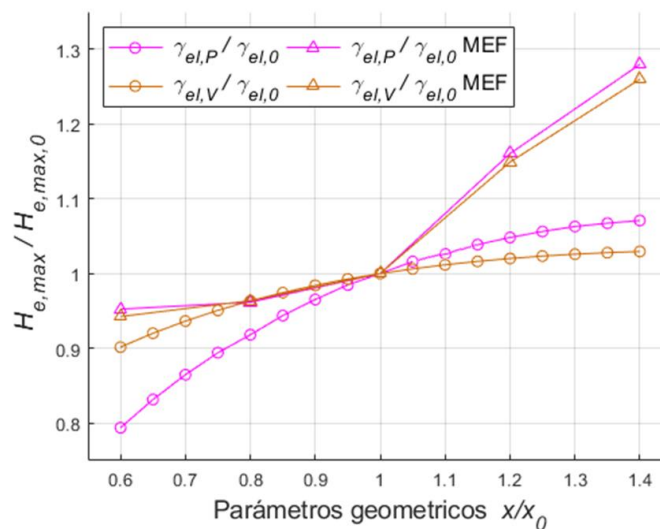


Figura 6.10. Análisis comparativo de la influencia de los aspectos de relación $\gamma_{el,P}$ y $\gamma_{el,V}$ sobre la altura máxima de embutido elíptico (analítico vs MEF).

Parámetros del proceso

En la Figura 6.11 se presentan las influencias que tienen los parámetros del proceso sobre la altura máxima de embutido obtenidas mediante MEF y mediante la Ec. (2.58). El incrementar el coeficiente de fricción μ entre las superficies del herramental y la pieza de trabajo incrementa por igual la fuerza de fricción F_{ff} definida por la Ec. (2.38). Esto aporta a que la fuerza máxima de embutido elíptico sea mayor y ocasiona esfuerzos mayores, de esta manera se alcanzan alturas de embutido menores. El comportamiento obtenido mediante el análisis paramétrico de la expresión analítica propuesta mostró buenos resultados comparados a los obtenidos mediante MEF. Para el caso de la fuerza del pisador F_{BH} se tiene el mismo comportamiento explicado para el coeficiente de fricción, ya que la F_{BH} es un coeficiente en la Ec. (2.40), debido a eso, el incrementar F_{BH} causa una disminución de la altura máxima permisible. Sin embargo, los resultados obtenidos mediante MEF muestran que la variación de la fuerza del pisador no tiene un efecto significativo sobre la altura máxima permisible. Este comportamiento coincide con los resultados reportados en [25] y [54], donde se estudió el efecto de F_{BH} sobre la altura máxima de embutidos rectangulares. Caso contrario a lo indicado por la Ec. (2.58) la cual muestra una influencia sobre la altura máxima de embutido mayor a la mostrada por MEF. Esto sugiere que la expresión analítica no modela

correctamente la influencia de la fuerza del pisador sobre la altura máxima de embutido, motivo por el cual debe aplicarse un factor de corrección a la Ec. (2.58).

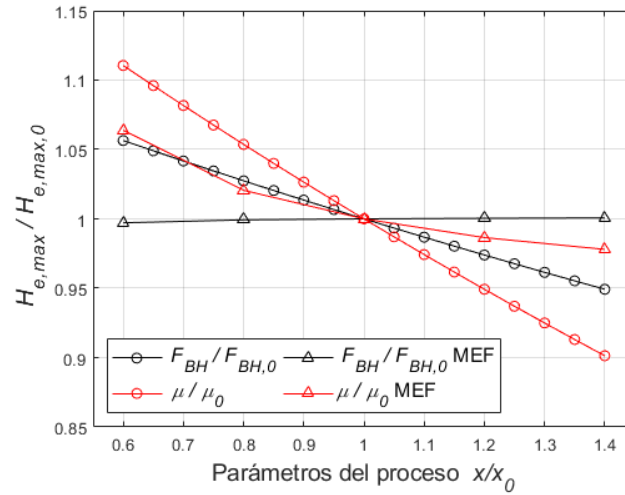


Figura 6.11. Análisis comparativo de los parámetros del proceso (Analítico Vs. MEF).

6.2. Ajustes del modelo analítico propuesto para la fuerza de embutido elíptico

Se propusieron algunos ajustes a la Ec. (2.66) con la finalidad de obtener una expresión analítica capaz de modelar el proceso de embutido profundo de piezas elípticas, así como el efecto que tienen los parámetros en la fuerza máxima de embutido. Como se mostró previamente, es necesario incluir el radio del punzón r_{pb} a la Ec. (2.66) con la finalidad de que esta modele el efecto de este parámetro sobre la fuerza máxima de embutido elíptico. El término de la Ec. (2.66) que incluye la fuerza requerida para doblar y desdoblar el material que fluye desde el flanco del dado hacia dentro del mismo se muestra en la Ec (6.1).

$$\sigma_{f_{mII}} \left(\frac{t_0}{2r_d} \right) \quad (6.1)$$

donde $\sigma_{f_{mII}}$ es el esfuerzo de fluencia promedio en la zona del radio del dado, t_0 es el espesor inicial del blank y r_d es el radio del dado. Se puede deducir que en el radio del punzón r_{pb} se tiene un efecto de doblado y desdoblado similar, pero de una magnitud mucho menor, dado que el material del fondo de la copa no fluye constantemente, sino que es el mismo material en la esquina del punzón que simplemente se está adelgazando y, por ende, sufre un efecto de estiramiento hacia arriba. Considerando lo antes mencionado, se propuso una modificación a la Ec. (6.1) la cual consiste en considerar la suma de las fuerzas de doblado y desdoblado en el radio del dado y del punzón como la unidad. El aporte de las fuerzas generadas en el radio del dado se definirá mediante el factor A_1 ; y mediante el factor A_2 se le asignará el aporte de las fuerzas generadas en el radio del punzón. Agregando esta modificación, la Ec. (6.1) queda como sigue:

$$\sigma_{f_{mII}} \left(\frac{A_1 * t_0}{2r_d} + \frac{A_2 * t_0}{2r_{pb}} \right) \quad (6.2)$$

donde A_1 y A_2 son factores de aporte para el radio del dado y del punzón, respectivamente. Inicialmente se propone que $A_1 = A_2 = \frac{1}{2}$ para conocer la influencia que tendrá la modificación de la expresión. Incluyendo la Ec. (6.2) propuesta en la Ec. (2.66), se obtiene la siguiente expresión:

$$F_{d,max} = Per_m t_0 \left[e^{\frac{\mu\pi}{2}} \left(1.1\sigma_{fml} \left(\ln \frac{0.77D_{b,e}}{d_{p,e} + t_0} \right) + \frac{2\mu F_{BH}}{0.77Per_B t_0} \right) + \sigma_{fmlI} \left(\frac{A_1 t_0}{2r_d} + \frac{A_2 t_0}{2r_{pb}} \right) \right] \quad (6.3)$$

Evaluando esta nueva ecuación se obtiene una influencia sobre la fuerza máxima de embutido similar a la obtenida mediante MEF, tal como se muestra en la Figura 6.12.

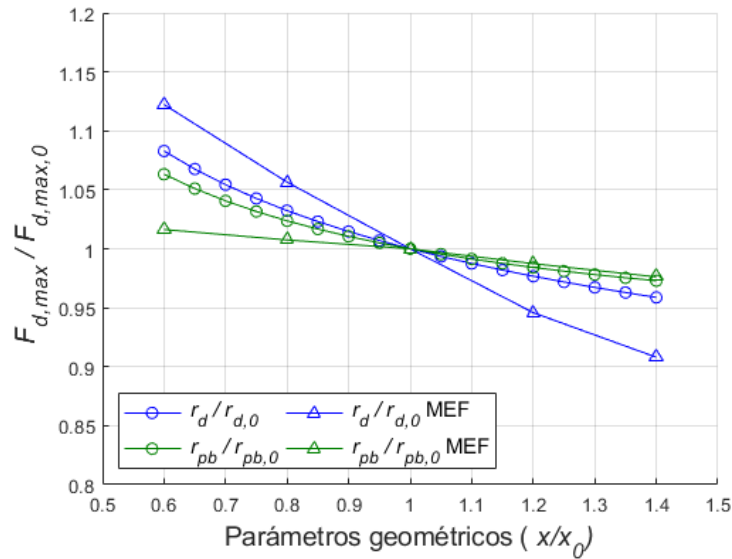


Figura 6.12. Análisis paramétrico del radio del dado r_d y del punzón r_{pb} (analítico (Ec. (6.3)) Vs MEF).

De la Figura 6.12 se puede observar que el cambio propuesto si tiene un efecto sobre la Ec. (6.3) cualitativamente hablando, sin embargo, los valores obtenidos con la expresión analítica difieren de los obtenidos mediante MEF. Esto debido a que los valores propuestos para A_1 y A_2 eran simplemente de prueba. Se buscaron los valores A_1 y A_2 mediante un proceso iterativo en el cual se variaba ambos factores y se calculaba el error promedio de los puntos ubicados en $\frac{x}{x_0}$ igual a 0.6, 0.8, 1.2 y 1.4 entre las curvas analíticas y MEF, y para r_d como para r_{pb} . Se calcula el error promedio de las dos curvas y finalmente se busca la combinación de valores de A_1 y A_2 con los cuales se obtiene el error más pequeño. Los valores con los cuales se obtuvo el error promedio más bajo fueron $A_1 = 0.87$ y $A_2 = 0.13$ con un error promedio entre los dos conjuntos de curvas (r_d y r_{pb}) de 0.96%. Añadiendo los valores de A_1 y A_2 a la Ec. (6.3), se obtiene la nueva Ec. (6.4) para el cálculo de la fuerza máxima de embutido elíptico. En la Figura 6.13 se puede apreciar que la nueva expresión propuesta para el cálculo de la fuerza máxima de embutido elíptico modela muy bien a los valores obtenidos mediante MEF.

$$F_{d,max} = Per_m t_0 \left[e^{\frac{\mu\pi}{2}} \left(1.1\sigma_{fml} \left(\ln \frac{0.77D_{b,e}}{d_{p,e} + t_0} \right) + \frac{2\mu F_{BH}}{0.77Per_B t_0} \right) + \sigma_{fmlI} \left(\frac{0.87t_0}{2r_d} + \frac{0.13t_0}{2r_{pb}} \right) \right] \quad (6.4)$$

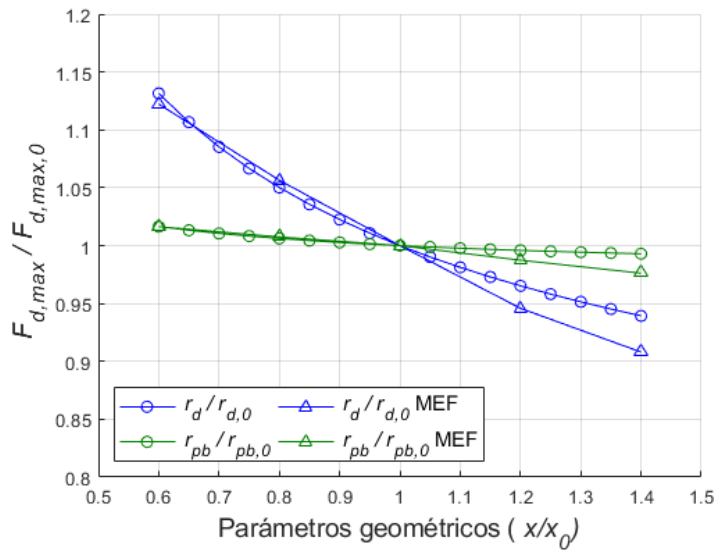


Figura 6.13. Análisis paramétrico (analítico Vs MEF) con Ec. (6.4).

Por otro lado, en la sección 6.1.2 se determinó la necesidad de agregar un factor de corrección para γ_{el} a la ecuación para el cálculo de la fuerza máxima de embutido. Para obtener el factor de ajuste γ_f se compararon las curvas obtenidas mediante la expresión analítica considerando el perímetro constante en el análisis paramétrico de γ_{el} , y la curva MEF, las cuales se muestran en la Figura 6.14. Se obtuvo la ecuación que define ambas curvas mediante el software Microsoft Excel® y se calculó la diferencia entre ellas. De esta manera se propuso un factor de ajuste como sigue:

$$\gamma_f = \left(1 - \left(0.4498 \left(\frac{\gamma_{el}}{0.63} \right)^2 - 1.5447 \left(\frac{\gamma_{el}}{0.63} \right) + 1.1045 \right) \right) \quad (6.5)$$

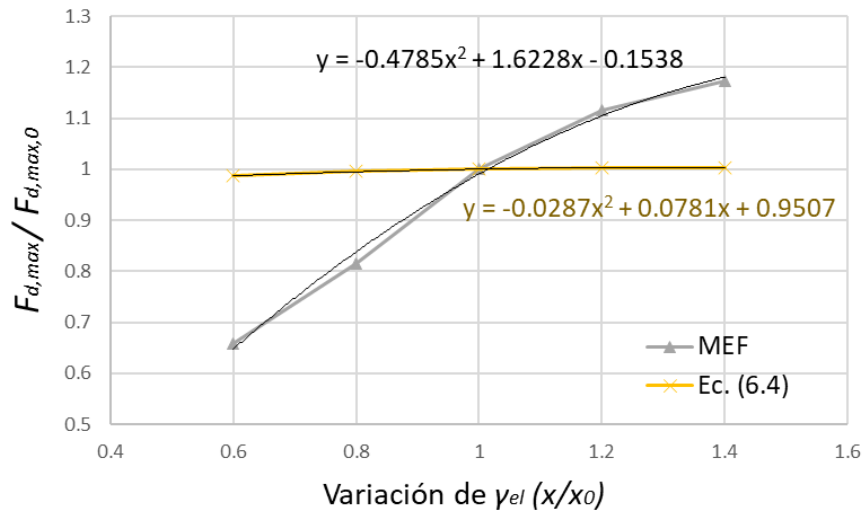


Figura 6.14. Influencia de γ_{el} sobre la fuerza máxima de embutido elíptico (analítico Vs. MEF).

Agregando la Ec.(6.5) a la Ec. (6.4), se obtiene:

$$F_{d,max} = Per_m t_0 \left[e^{\frac{\mu\pi}{2}} \left(1.1\sigma_{fml} \left(\ln \frac{0.77D_{b,e}}{d_{p,e}+t_0} \right) + \frac{2\mu F_{BH}}{0.77Per_B t_0} \right) + \sigma_{fml} \left(\frac{0.87t_0}{2r_d} + \frac{0.13t_0}{2r_{pb}} \right) \right] \gamma_f \quad (6.6)$$

La Ec. (6.6) se deriva de la teoría del embutido cilíndrico, y cuando la relación de aspecto $\gamma_{el} = 1$ se tiene que el semieje mayor A y el semieje menor B del blank elíptico son iguales; es decir, se tiene un blank circular o dicho de otra manera $A = B = \frac{D_b}{2}$. Por lo tanto, la Ec. (6.6) y la Ec. (2.44) deben dar el mismo resultado. Sin embargo, el factor de corrección γ_f definido en la Ec. (6.5) afectaría el resultado de la Ec. (6.6) causando que ésta no brinde un valor apropiado para un embutido cilíndrico. La forma de evitar esto es haciendo que el valor de γ_f sea igual a 1 cuando la relación de aspecto $\gamma_{el} = 1$ solamente, de esta manera el factor de corrección γ_f no afectaría a la Ec. (6.6) y ésta sería capaz de evaluar la fuerza máxima de embutido de casos cilíndricos. Para ellos se propone añadir el término $(0.83^{\gamma_{el}^{1000}})$ al factor de corrección γ_f . Este término se podría ver como un “comodín” mediante el cual se puede satisfacer la condición de que $\gamma_f = 1$ únicamente cuando $\gamma_{el} = 1$. Anexando este término a la Ec. (6.6), se tiene:

$$\gamma_f = \left(1 - \left(0.4498 \left(\frac{\gamma_{el}}{0.63} \right)^2 - 1.5447 \left(\frac{\gamma_{el}}{0.63} \right) + 1.1045 \right) \right) (0.83^{\gamma_{el}^{1000}}) \quad (6.7)$$

Cabe destacar que cuando $\gamma_{el} < 1$ la Ec. (6.7) se reduce a la Ec. (6.5). Para el presente trabajo se utilizó la Ec. (6.6) con el factor de corrección γ_f definido por la Ec. (6.5) dado que la condición $\gamma_{el} = 1$ nunca se presenta. Evaluando esta nueva ecuación propuesta se obtuvo la influencia que tiene la relación de aspecto γ_{el} (incluida en el termino γ_f) sobre la fuerza máxima de embutido elíptico. En la Figura 6.15 se puede apreciar que la nueva expresión analítica propuesta (Ec. (6.6)) modela muy bien a los resultados obtenidos mediante MEF.

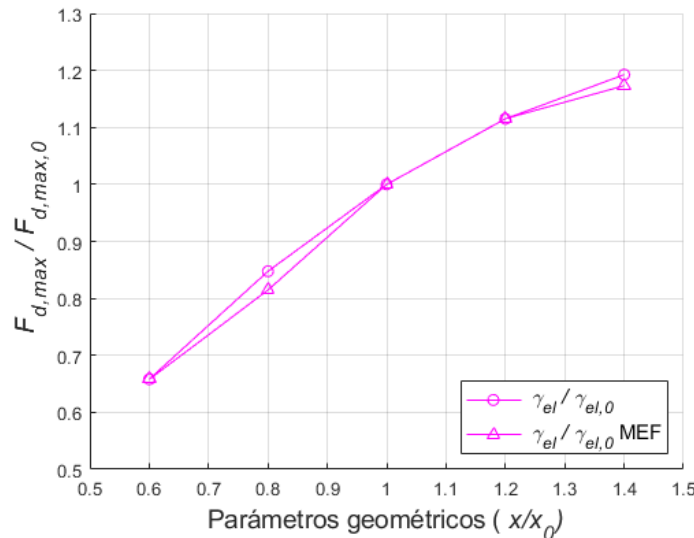


Figura 6.15. Análisis de la relación de aspecto γ_{el} , (Analítico Vs. MEF).

6.2.1. Evaluación del desempeño general de ecuación propuesta para la fuerza máxima de embutido elíptico

La Ec. (2.66) propuesta inicialmente tuvo un buen desempeño a nivel general con un error de predicción de 7.5% y una variabilidad de $\pm 13.79\%$. Sin embargo, el análisis paramétrico mostró que tenía algunas carencias que no le permitían modelar correctamente el efecto del radio del punzón y la relación de aspecto γ_{el} sobre la fuerza máxima de embutido elíptico. Por ende, se propusieron algunas modificaciones para tratar de reforzar los resultados para estos parámetros. Como resultado se obtuvo la Ec. (6.6) y se realizó una nueva evaluación del desempeño general de dicha ecuación considerando todos los casos de estudio mostrados en el capítulo 4. Los resultados obtenidos se muestran en la Tabla 6.1. La nueva ecuación propuesta para el cálculo de la fuerza máxima de embutido elíptico obtuvo un error de predicción de 18.07% y una variabilidad de $\pm 15.53\%$, lo cual indica que la ecuación Ec. (6.6) sobre-predice un 10% más que la Ec. (2.66). Sin embargo, la Ec. (2.66) al tener una variabilidad del $\pm 13.79\%$ indica que sub-predice en algunos casos, mientras que la Ec. (6.6) no sub-predice en ningún caso. Para fines prácticos sería recomendable utilizar la Ec. (2.66) dado que presenta un desempeño general mejor que la Ec. (6.6), además que esta última requiere del cálculo del factor de corrección γ_f . Por otro lado, si se requiere un análisis más detallado de un proceso de embutido profundo donde se requiera conocer la tendencia de la fuerza al variar algún parámetro, sería recomendable utilizar la Ec. (6.6) dado que demostró modelar mejor la influencia de los parámetros geométricos sobre la fuerza máxima de embutido.

Tabla 6.1. Evaluación de desempeño de las expresiones para el cálculo de la fuerza de embutido elíptico.

Casos [Ref.]	$F_{d,ref}$	Ec. (2.66)	Ec. (6.6)
1 [63]	39,100.00	42,836.48	42,425.25
2 [63]	21,420.00	22,222.30	22,008.97
3 [63]	22,760.00	22,222.30	28,082.72
4 [63]	20,110.00	22,222.30	21,737.70
5 [63]	24,220.00	23,188.17	24,498.87
6 [63]	27,600.00	24,394.98	27,608.35
7 [40]	13,340.00	13,877.72	15,628.62
8 [64]	35,060.00	38,581.13	42,321.83
9 [65]	33,800.00	35,662.32	40,359.86
10[66]	51,720.00	57,058.83	62,205.47
11[67]	18,030.00	20,133.46	22,785.49
12[68]	73,050.00	75,275.88	84,385.01
13[68]	64,680.00	98,216.31	110,554.59
14[68]	109,900.00	135,118.08	151,756.45
15[62]	26,320.00	31,854.01	34,419.66
16[69]	51,150.00	45,224.60	54,958.46
17[69]	38,830.00	36,190.08	42,466.51
18[59]	52,310.00	54,943.53	61,869.14
19[59]	46,280.00	52,208.47	54,884.24
20[35]	40,410.00	39,826.68	43,207.40
21[69]	27,490.00	31,220.67	31,849.90
Error de predicción (%) ± variabilidad (%)		7.50 ± 13.79	18.07 ± 15.53

6.3. Ajustes del modelo analítico propuesto para la altura máxima de embutido elíptico

Con base en los resultados obtenidos en la sección 6.1.3, se propuso aplicar factores de corrección a la expresión analítica para el cálculo de la altura máxima permisible de embutido elíptico definida por la Ec. (2.58) de forma que ésta pueda modelar correctamente el efecto que tienen algunos parámetros sobre la altura máxima de embutido. Aplicando una metodología similar a la aplicada para la obtención del factor de corrección γ_f para la fuerza máxima de embutido, se obtuvieron los factores de corrección para el espesor t_0 , el claro c , el radio del dado r_d y del punzón r_{pb} , la relación de aspecto γ_{el} y la fuerza del pisador F_{BH} .

Para el espesor de la lámina t_0 , las curvas de influencia obtenidas analítica y numéricamente se muestran en la Figura 6.16 y su factor de ajuste es:

$$t_f = \left(1 - \left(-0.2335 \left(\frac{t_0}{0.8} \right)^2 + 0.4793 \left(\frac{t_0}{0.8} \right) - 0.2469 \right) \right) \quad (6.8)$$

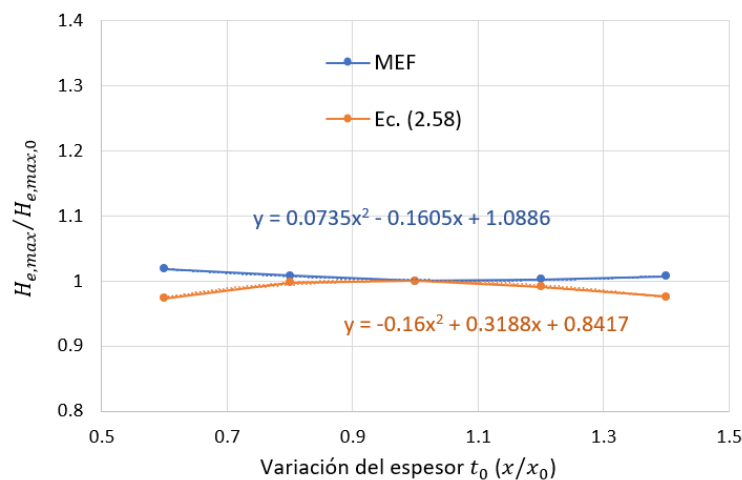


Figura 6.16. Influencia de t_0 sobre la altura máxima de embutido elíptico (Analítico Vs. MEF).

Para el claro c entre el punzón y el dado, las curvas de influencia obtenidas analítica y numéricamente se muestran en la Figura 6.17 y su factor de ajuste es:

$$c_f = \left(1 - \left(0.487 \left(\frac{c_0}{1} \right)^3 - 1.989 \left(\frac{c_0}{1} \right)^2 + 2.236 \left(\frac{c_0}{1} \right) - 0.734 \right) \right) \quad (6.9)$$

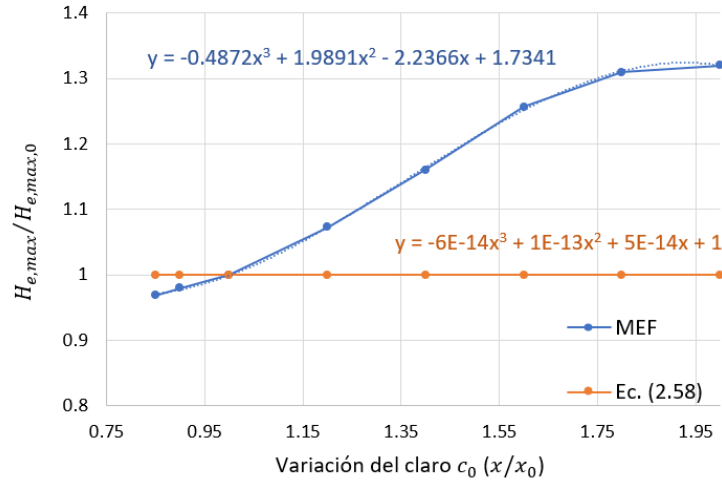


Figura 6.17. Influencia de c sobre la altura máxima de embutido elíptico (Analítico Vs. MEF).

Para el radio del dado r_d , las curvas de influencia analítica y MEF se muestran en la Figura 6.18 y su factor de ajuste es:

$$r_{d,f} = \left(1 - \left(0.1803 \left(\frac{r_d}{5} \right)^2 - 0.5733 \left(\frac{r_d}{5} \right) + 0.34 \right) \right) \quad (6.10)$$

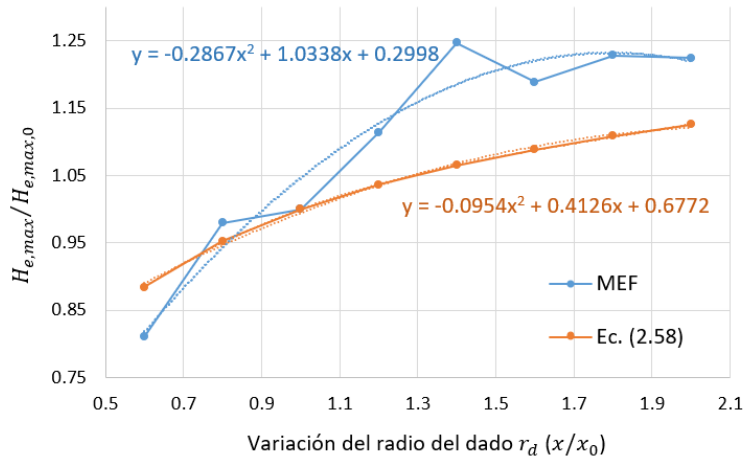


Figura 6.18. Influencia de r_d sobre la altura máxima de embutido elíptico (analítico Vs. MEF).

Para el radio del punzón r_{pb} , las curvas de influencia analítica y MEF se muestran en la Figura 6.19 y su factor de ajuste es:

$$r_{p,f} = \left(1 - \left(0.0608 \left(\frac{r_{pb}}{5} \right)^3 - 0.2017 \left(\frac{r_{pb}}{5} \right)^2 - 0.0461 \left(\frac{r_{pb}}{5} \right) + 0.1877 \right) \right) \quad (6.11)$$

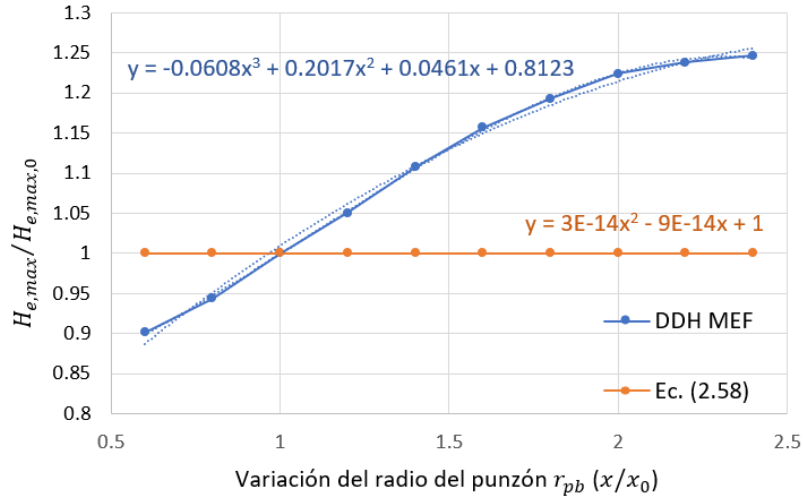


Figura 6.19. Influencia de r_{pb} sobre la altura máxima de embutido elíptico (Analítico Vs. MEF).

Para la relación de aspecto γ_{el} , las curvas de influencia analítica y MEF se muestran en la

Figura 6.20 y su factor de ajuste es:

$$\gamma_{f,H} = \left(1 - \left(1.5603 \left(\frac{\gamma_{el}}{0.63} \right)^3 - 5.6625 \left(\frac{\gamma_{el}}{0.63} \right)^2 + 6.3619 \left(\frac{\gamma_{el}}{0.63} \right) - 2.2852 \right) \right) \quad (6.12)$$

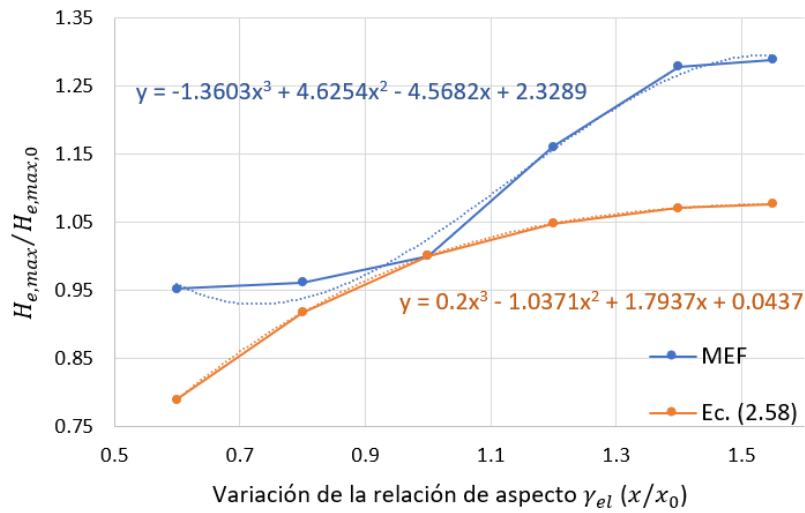


Figura 6.20. Influencia de la relación de aspecto γ_{el} sobre la altura máxima de embutido elíptico (analítico Vs. MEF).

Para la fuerza del pisador F_{BH} , las curvas de influencia analítica y MEF se muestran en la Figura 6.21 y su factor de ajuste es:

$$F_{BH,f} = \left(1 - \left(0.0125 \left(\frac{F_{BH}}{16} \right)^3 - 0.065 \left(\frac{F_{BH}}{16} \right)^2 - 0.0474 \left(\frac{F_{BH}}{16} \right) + 0.1048 \right) \right) \quad (6.13)$$

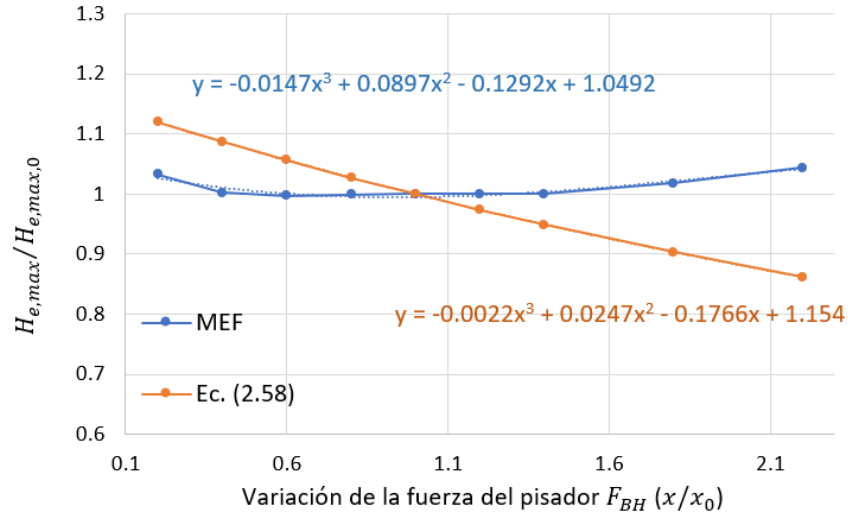


Figura 6.21. Influencia de la fuerza del pisador F_{BH} sobre la altura máxima de embutido elíptico (Analítico Vs. MEF).

Se agregan los factores de ajuste propuestos a la Ec. (2.58) obteniéndose así, la nueva ecuación para el cálculo de la altura máxima permisible para embutido elíptico.

$$h_e = \left(\frac{W_d}{\kappa F_{d,max}} \right) t_f c_f r_{d,f} r_{p,f} \gamma_{f,H} F_{BH,f} \quad (6.14)$$

donde:

- h_e : es la altura máxima permisible para embutidos elípticos.
- W_d : es la energía de deformación obtenida mediante la curva del material, como se menciona en la sección 2.1.4 del presente trabajo.
- κ : es un factor de ajuste que varía entre 0.65 y 0.75, el cual depende de las características del material [13]. Se utilizó el valor promedio de 0.7.
- $F_{d,max}$: es la fuerza máxima de embutido obtenida mediante la Ec. (6.6).
- t_f : es el factor de ajuste para el espesor de la lámina t_0 .
- c_f : es el factor de ajuste para el claro c_0 .
- $r_{d,f}$: es el factor de ajuste para el radio del dado r_d .
- $r_{p,f}$: es el factor de ajuste para el radio del punzón r_{pb} .
- $\gamma_{f,H}$: es el factor de ajuste para la relación de aspecto γ_{el} .
- $F_{BH,f}$: es el factor de ajuste para la fuerza del pisador F_{BH} .

En la Figura 6.22 se puede observar la influencia que tienen los parámetros de estudio sobre la altura máxima de embutido elíptico calculada mediante la nueva Ec. (6.14). También se puede observar que la influencia del espesor t_0 , el claro c y el radio del dado r_d se apega más a la obtenida numéricamente, esto gracias a los factores de ajuste propuestos. En la Figura 6.23 se observa la influencia que tienen los parámetros r_{pb} , γ_{el} y F_{BH} con la Ec. (2.58). Se puede observar que la Ec. (2.58) modela correctamente la influencia que tienen estos parámetros sobre la altura máxima de embutido elíptico la cual se apega más a los resultados MEF.

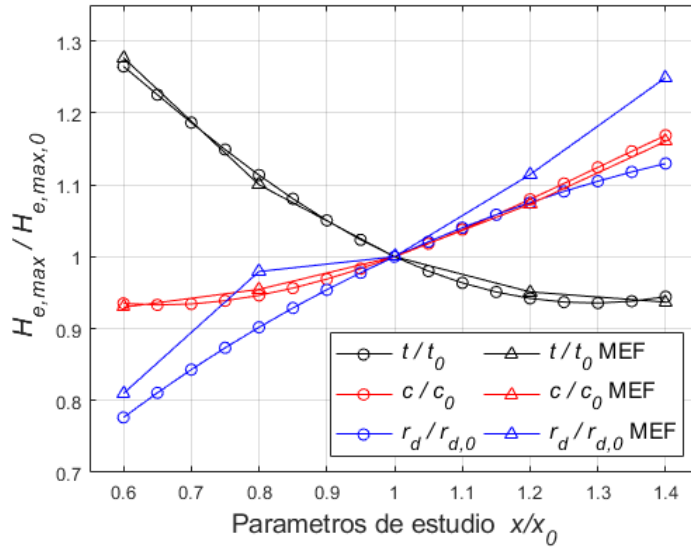


Figura 6.22. Influencia del espesor, el claro y el radio del dado sobre la altura máxima de embutido elíptico (analítico con Ec. (2.58) vs MEF).

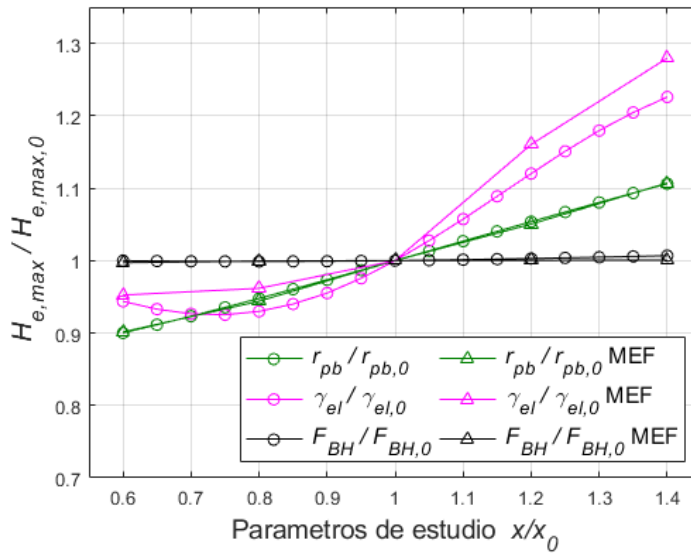


Figura 6.23. Influencia del radio del punzón, la relación de aspecto y la fuerza del pisador sobre la altura máxima de embutido elíptico (analítico con Ec. (6.14) vs. MEF).

6.3.1. Evaluación del desempeño general de ecuación propuesta para la altura de embutido elíptico

La Ec. (2.58) propuesta inicialmente tuvo un buen desempeño con un error de predicción de 1.73% y una variabilidad de $\pm 21.15\%$. Se evaluaron los 21 casos de estudio iniciales con la finalidad de ver el desempeño general de la Ec. (6.14) y se obtuvieron los resultados mostrados en la Tabla 6.2. La nueva ecuación propuesta para el cálculo de la altura máxima de embutido elíptico obtuvo un error de predicción de 30.21% y una variabilidad de $\pm 33.85\%$, lo cual indica que la Ec. (2.58) tiene un mejor desempeño general que la Ec. (6.14), cuantitativamente hablando. Sin embargo, la Ec. (6.14) demostró modelar mejor la influencia que tiene la variación de cada uno de los parámetros. Por lo tanto, La Ec. (2.58) puede ser

utilizada inicialmente cuando se analiza un embutido elíptico y se necesita una aproximación de la altura máxima que se podría alcanzar con el material, la geometría y las variables del proceso utilizados. Cuando se necesita corregir la falla en un embutido elíptico o lograr alturas de copa mayores se puede aplicar la Ec. (6.14) dado que esta ecuación demostró modelar de buena manera la influencia de los parámetros sobre la altura máxima de embutido. De esta manera se puede decidir qué parámetro modificar para poder corregir la falla o para alcanzar una altura máxima de embutido mayor. Esto no pudiera llevarse a cabo con la Ec. (2.58) ya que mostró que no modela correctamente la influencia de los parámetros sobre la altura máxima de embutido.

Tabla 6.2. Evaluación de desempeño de las expresiones para el cálculo de la altura de embutido elíptico.

Casos	$H_{e,ref}$	Eq. (2. 58)	Eq. (6. 14)
1 [63]	17.70	15.37	16.69
2 [63]	14.09	16.28	17.67
3 [63]	11.30	16.28	11.33
4 [63]	18.50	16.28	21.93
5 [63]	16.19	17.33	18.35
6 [63]	17.39	18.83	19.93
7 [40]	17.90	15.43	21.51
8 [64]	18.60	11.88	15.87
9 [65]	13.80	16.47	18.15
10 [66]	18.80	14.75	22.42
11 [67]	8.40	10.33	8.13
12 [68]	29.19	27.80	27.39
13 [68]	16.00	16.53	28.56
14 [68]	17.10	14.25	24.67
15 [62]	9.50	10.24	10.74
16 [69]	17.70	22.69	34.17
17 [69]	17.10	21.07	31.76
18 [59]	23.90	18.36	30.79
19 [59]	23.80	16.91	28.36
20 [35]	19.60	23.54	38.43
21 [69]	16.60	17.68	27.00
Error de predicción (%) ± variabilidad (%)		1.73 ± 21.15	30.21 ± 33.85

Conclusiones

En el presente trabajo de tesis se logró modelar el proceso de embutido profundo de formas elípticas y se analizaron los efectos que tienen algunos parámetros tanto del material, geométricos y del proceso sobre el desempeño del embutido elíptico. El trabajo se enfocó en el comportamiento de la fuerza y la altura máxima de embutido elíptico. Debido que no existían expresiones analíticas para el cálculo de la fuerza y la altura máxima de embutido elíptico, se derivaron nuevas expresiones para su cálculo basándose en la teoría del embutido cilíndrico y rectangular, y utilizando conceptos de diámetro equivalente y conservación de volumen. Dado que no fue posible encontrar información experimental sobre embutidos elípticos en la literatura con la cual se pudiera comparar los resultados de las expresiones analíticas propuestas, se validó un modelo MEF utilizando dos casos experimentales de embutidos cilíndricos y rectangulares. Los resultados obtenidos demostraron que las nuevas ecuaciones propuestas para el embutido elíptico predicen de manera satisfactoria la fuerza y la altura máxima de embutido elíptico por lo cual su aplicación en casos prácticos sería aceptable. Sin embargo, ambas ecuaciones demostraron carencias para modelar correctamente la influencia que tienen algunos parámetros sobre la fuerza y la altura máxima de embutido elíptico. Por consiguiente, se propusieron factores de ajuste para las ecuaciones analíticas con el fin de modelar correctamente el efecto de estos parámetros en la fuerza y altura máxima de embutido elíptico.

Con base en la teoría del embutido cilíndrico se desarrollaron nuevas expresiones para el cálculo de la fuerza máxima de embutido elíptico. Con el fin de evaluar el desempeño de las ecuaciones desarrolladas se realizó un estudio comparativo en el cual se evaluaron 21 casos de estudio y los resultados obtenidos se compararon con los obtenidos mediante MEF. Las ecuaciones (2.66) y (2.67) mostraron tener el mejor desempeño con errores de predicción menores al 8%. No obstante, la Ec. (2.67) tiende a sub predecir la fuerza máxima de embutido mientras que la Ec. (2.66) tiende a sobre predecirla. Desde un punto de vista práctico, una sub predicción de la fuerza máxima de embutido ocasionaría que la prensa seleccionada para llevar a cabo el embutido no tuviera la capacidad suficiente para llevar a cabo satisfactoriamente la operación. Caso contrario a una sobre predicción donde la prensa tendría una capacidad mayor a la necesaria, asegurando de esta manera que la operación de embutido se complete. Por este motivo, la Ec. (2.66) se consideró como la más aceptable para su uso práctico.

Por otra parte, también se derivaron nuevas expresiones para el cálculo de la altura máxima de embutido elíptico a partir de las expresiones presentadas en la literatura para el cálculo de la altura máxima de embutido cilíndrico. Además, se propuso una nueva expresión para estimar la altura máxima de embutido con base en un enfoque energético, tomando en cuenta la energía de deformación efectiva del material de trabajo. Al evaluar y comparar el desempeño de estas expresiones se concluyó que la Ec. (2.58) tiene el error de predicción más bajo (1.74%) en comparación con el resto de las expresiones, cuyos errores fueron mayores al 40%. Por tanto, se recomienda el uso de la Ec. (2.58). Una limitante de la Ec. (2.58) es que no considera algunos parámetros que se sabe afectan la altura máxima de embutido, por lo que se propusieron factores de ajuste, obteniéndose la Ec. (6.14). Esta última ecuación demostró tener un desempeño menor a la Ec. (2.58) en términos de error de predicción para todos los casos de estudio analizados, pero modela correctamente la variación de todos los parámetros del proceso de embutido.

También se desarrolló un modelo numérico MEF para el proceso de embutido cuya validez se verificó mediante la evaluación de dos casos experimentales obtenidos de la literatura. El modelo MEF se utilizó

para obtener valores de referencia contra los cuales comparar los resultados obtenidos mediante las expresiones analíticas de la fuerza y la altura máxima de embutido elíptico; esto a causa de la ausencia de información experimental en la literatura. Además, el modelo MEF desarrollado también sirvió para analizar los efectos que tienen los diferentes parámetros presentes en el proceso de embutido profundo.

La influencia que tiene cada parámetro sobre la fuerza o la altura máxima de embutido elíptico se evaluó mediante análisis paramétricos. De los resultados obtenidos se puede concluir lo siguiente:

- El efecto que tiene el radio del punzón r_{pb} , del claro c , y la relación de aspecto γ_{el} sobre la fuerza máxima de embutido elíptico no está considerado en la Ec. (2.66), por lo que fue necesario incluir factores de ajuste.
- El efecto que tiene el espesor t , el claro c , el radio del dado r_d , el radio del punzón r_{pb} , y la relación de aspecto γ_{el} sobre la altura máxima de embutido elíptico no está considerado en la Ec. (2.58), por lo que fue necesario incluir factores de ajuste.
- Los parámetros que presentan una mayor influencia sobre la fuerza máxima de embutido elíptico son: el espesor t , el radio del dado r_d , el coeficiente de fricción μ y el coeficiente de endurecimiento K .
- Los parámetros de mayor influencia sobre la altura máxima de embutido elíptico son: el coeficiente de endurecimiento K , el claro c , el radio del dado r_d , la relación de aspecto γ_{el} (considerando tanto el perímetro como el volumen constante), y el coeficiente de fricción μ .
- Los efectos que presentan los parámetros de estudio sobre la fuerza y la altura máxima de embutido elíptico coinciden con los mostrados para embutidos cilíndricos y rectangulares.

Contribuciones del trabajo

Las principales aportaciones del presente trabajo de tesis son:

- Una nueva expresión analítica para el cálculo de la altura máxima de embutido elíptico
- Una nueva expresión analítica para el cálculo de la fuerza máxima de embutido elíptico.
- Un modelo MEF válido para el análisis del proceso de embutido profundo de lámina metálica.
- Un estudio comparativo para evaluar el error de predicción de diversas expresiones para el cálculo de la altura y la fuerza máxima de embutido elíptico.
- Diversos análisis paramétricos que muestran la influencia que tienen los parámetros de estudio sobre la fuerza y la altura máxima de embutido elíptico.
- Una nueva metodología para determinar factores de ajuste analíticos-experimentales para determinar la influencia de los parámetros en la fuerza y la altura máxima de embutido elíptico.

Trabajo futuro

Como trabajo futuro, se consideran las siguientes actividades:

- Analizar mediante MEF la influencia del coeficiente de endurecimiento K sobre la fuerza y altura máxima de embutido considerando que su variación no modifica el esfuerzo último a la tensión σ_{UTS} .
- Evaluar la altura máxima de embutido con un factor de ajuste para la relación de aspecto γ_{el} , considerando que su variación no modifica el volumen del blank.

- Proponer la adición del claro c directo a la Ec. (2.66) con la finalidad de conocer la influencia que presentaría sobre la fuerza máxima de embutido y de esta manera eliminar el factor de ajuste propuesto para este parámetro.
- Desarrollar nuevas expresiones analíticas para el cálculo de la fuerza y la altura máxima de embutido para otras geometrías irregulares (triangular, semicircular, hexagonal, etc.).

Referencias

- [1] V. Boljanoric, *Sheet metal forming and Die design*. New York: Industrial Press Inc, 2004.
- [2] M. Karali, "Examination of the strength and ductility of AA-1050 material shaped with the multi-stage deep drawing method," *Arch. Metall. Mater.*, vol. 56, no. 2, pp. 223–230, 2011.
- [3] E. Siebel and H. Beisswanger, *Deep Drawing (in German)*. Munich: Carl Hanser, 1955.
- [4] M. P. Groover, *Fundamentals of modern manufacturing*. New York: Wiley, 2007.
- [5] L. Alfonso David, "Obtención de curvas esfuerzo-deformación verdaderas del PP y copolímeros en bloque a velocidad de deformación constante aplicando correlación de imágenes digitales," Escuela técnica superior de ingeniería industrial de Barcelona, 2014.
- [6] S. Schmid and S. Kalpakjian, *Manufactura, Ingeniería y Tecnología*. México: Pearson Education, 2008.
- [7] P. Dixit, *Modeling of Metal Forming and Machining Processes*. Springer-Verlag London Limited Apart, 2008.
- [8] Z. Marciniak, J. Duncan, and S. Hu, *Mechanics of Sheet*. Woburn: Butterworth-Heinemann, 2002.
- [9] S. John, *Procesos de manufactura*. Mexico, D.F.: Mc Graw Hill, 2002.
- [10] C. García and D. Celentano, "Caracterización del Comportamiento mecánico de Aceros para Embutición Profunda," *SAM-CONAMET, Simp. Mater.*, no. June 2014, pp. 294–297, 2003.
- [11] D. Banabic, *Sheet Metal Forming Processes. Metal Forming*. London: Springer Heidelberg Dordrecht, 2010.
- [12] DIN 8582, "Manufacturing process forming - classification; Subdivision, Terms, Alphabetical Overview."
- [13] Schuler, *Metal Forming Handbook*. New York: Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 1998.
- [14] L. Kurt, *Handbook of Metal Forming -Society of Manufacturing Engineers*. New York: Mc. Graw Hill, 1985.
- [15] E. Önder and A. E. Tekkaya, "Numerical simulation of various cross sectional workpieces using conventional deep drawing and hydroforming technologies," *Int. J. Mach. Tools Manuf.*, vol. 48, no. 5, pp. 532–542, 2008.
- [16] M. A. Hassan, I. M. Hassab-Allah, L. M. A. Hezam, M. A. Mardi, and M. Hamdi, "Deep Drawing of Asymmetric Cups through Conical Die without Blank Holder," *Proc. World Congr. Eng.*, vol. II, pp. 1–7, 2015.
- [17] B. Meng, M. Wan, X. Wu, S. Yuan, X. Xu, and J. Liu, "Inner wrinkling control in hydrodynamic deep drawing of an irregular surface part using drawbeads," *Chinese J. Aeronaut.*, vol. 27, no. 3, pp. 697–707, 2014.
- [18] L. H. Lang, J. Danckert, K. B. Nielsen, D. C. Kang, and S. H. Zhang, "Key technologies of the simulation of the hydrodynamic deep drawing of irregular parts," *J. Mater. Process. Technol.*, vol. 150, no. 1–2, pp. 40–47, 2004.

- [19] S. Kim, M. Park, S. Kim, and D. Seo, "Blank design and formability for non-circular deep drawing processes by the finite-element method," *J. Mater. Process. Technol.*, vol. 75, pp. 94–99, 1998.
- [20] C. T. Lin and C. T. Kwan, "Application of abductive network and FEM to predict the optimal blank contour of an elliptical cylindrical cup from deep drawing," *J. Mater. Process. Technol.*, vol. 209, no. 3, pp. 1351–1361, 2009.
- [21] D. H. Park and P. K. D. V. Yarlagadda, "Effects of punch load for elliptical deep drawing product of automotive parts," *Int. J. Adv. Manuf. Technol.*, vol. 35, no. 7–8, pp. 814–820, Jan. 2008.
- [22] T. S. Yang, "Finite element analysis of elliptic cup deep drawing of magnesium alloy sheet," *J. Achiev. Mater. Manuf. Eng.*, vol. 27, no. 2, pp. 139–142, 2008.
- [23] J. B. Kim, J. W. Yoon, D. Y. Yang, and F. Barlat, "Investigation into wrinkling behavior in the elliptical cup deep drawing process by finite element analysis using bifurcation theory," *J. Mater. Process. Technol.*, vol. 111, no. 1–3, pp. 170–174, 2001.
- [24] D. H. Park, S. S. Kang, and S. B. Park, "A study on the improvement of formability for elliptical deep drawing processes," *J. Mater. Process. Technol.*, vol. 113, no. 1–3, pp. 662–665, 2001.
- [25] A. Rivas, "Análisis del efecto de diversos parámetros en el desempeño del proceso de embutido de formas rectangulares," Tesis de maestría, Universidad Autónoma de San Luis Potosí, 2015.
- [26] A. Bhaduri, *Mechanical properties and working of metals and alloys*, no. Shank 1954. Springer Nature Singapore Pte Ltd, 2018.
- [27] S. P. Kondapalli and S. R. Chalamalasetti, "Study on Effect of Die Corner Radius in Deep Drawing Process," *Pyrex J. Eng. Manuf. Technol.*, vol. 1, no. 1, pp. 011–016, 2014.
- [28] I. Suchy, *Handbook of die design*, 2nd ed. Mc Graw Hill, 1998.
- [29] ASM International Handbook Committee, *ASM Handbook Vol. 14b: Metalworking: Sheet Forming*, vol. 14. ASM International, 2006.
- [30] T. Altan and A. E. Tekkaya, *Sheet metal forming fundamental*. ASM International, 2012.
- [31] CSN(227301), "Guidelines, Pressing tools. Drawing of hollow cylindrical extracts. Design," 1969.
- [32] G. W. Oehler, *Gestaltung gezogener Blechteile*. Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 1951.
- [33] Y. Marumo and H. Saiki, "Effect of sheet thickness on deep drawing of metal foils," *Manuf. Eng.*, vol. 20, pp. 479–482, 2007.
- [34] A. Oluwale, O., "Effect of Draw Ratio and Sheet Thickness on Earing and Drawability of Al 1200 Cups," *J. Miner. Mater. Charact. Eng.*, vol. 9, no. 5, pp. 461–470, 2010.
- [35] R. K. Saxena and P. M. Dixit, "Numerical analysis of damage for prediction of fracture initiation in deep drawing," *Finite Elem. Anal. Des.*, vol. 47, no. 9, pp. 1104–1117, 2011.
- [36] G. Varghese *et al.*, "Finite Element Simulation of Direct Redrawing Process of EDD Steel at Elevated Temperatures," *Mater. Today Proc.*, vol. 2, no. 4–5, pp. 1968–1977, 2015.
- [37] A. Rivas, H. I. Medellín, D. F. de Lange, and P. de J. García-Zugasti, "Performance evaluation of analytical expressions for cylindrical and rectangular deep drawing force estimation," *J. Manuf. Process.*, vol. 36, no. September 2017, pp. 340–350, 2018.

- [38] G. Radons and R. Neugebauer, *Nonlinear Dynamics of Production Systems*. Germany: Wiley- VCH, 2004.
- [39] E. Doege and B.-A. Behrens, *Handbuch Umformtechnik*. Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2010.
- [40] M. H. Montazeran, "A comparative estimation of the forming load in the deep drawing process," vol. 140, pp. 555–561, 2003.
- [41] E. Schedin, "Micro-mechanisms of sheet-tool contact in sheet metal forming," Ph. D. Thesis, Royal Institute of Technology, Suecia, 1991.
- [42] M. Jain, J. Allin, and M. J. Bull, "Deep drawing characteristics of automotive aluminum alloys," vol. 256, pp. 69–82, 1998.
- [43] N. P. Suh and A. P. Turner, *Elements of the mechanical behavior of solids*. Scripta Book Co, 1975.
- [44] K. Shuichi, *Notas del curso: Tecnología de herramientas*. CIDESI, 2007.
- [45] R. Writh, *Wire technology, Process Engineering and Metallurgy*, 2nd ed. B. H., 2016.
- [46] H. I. Medellín-Castillo, P. De J. García-Zugasti, D. F. De Lange, and F. J. Colorado-Alonso, "Analysis of the allowable deep drawing height of rectangular steel parts," *Int. J. Adv. Manuf. Technol.*, vol. 66, no. 1–4, pp. 371–380, 2013.
- [47] D. E. T. Mizuno, and Z. Li, "Stress analysis of rectangular cup drawing," *J. Mater. Process. Technol.*, vol. 205, no. 1–3, pp. 469–476, 2008.
- [48] D. Smith and R. Bakerjian, *Die design handbook*. Society of Manufacturing Engineers, 1990.
- [49] C. Wick and J. Benedict, Eds., *Tool and manufacturing engineers handbook volume 2: forming*, 4th ed. Society of Manufacturing Engineers Dearbord, 1998.
- [50] S. Moaveni, *Finite Element Analysis Theory & Application with ANSYS*, 3er ed. Pearson Education, 2008.
- [51] M. Erdogan and G. Ibrahim, *The finite element method and applications in engineering using ANSYS®*, 2nd ed. Springer, 2015.
- [52] "Ansys Help Viewer." 2015.
- [53] E. zhi GAO, H. wei LI, H. chao KOU, H. CHANG, J. shan LI, and L. ZHOU, "Influences of material parameters on deep drawing of thin-walled hemispheric surface part," *Trans. Nonferrous Met. Soc. China (English Ed.)*, vol. 19, no. 2, pp. 433–437, 2009.
- [54] C. Esner, M. Yasar, and I. Halil, "Effect of the blank holder force on drawing of aluminum alloy square cup : Theoretical and experimental investigation," vol. 6, pp. 152–160, 2007.
- [55] O. Pérez, "Diseño y desarrollo de herramientas para formado de lámina metálica utilizando técnicas modernas de la ingeniería," Tesis de maestría, Universidad Autónoma de San Luis Potosí, 2019.
- [56] F. J. Colorado, "Análisis del proceso de embutido de piezas rectangulares utilizando el concepto de diametro equivalente (análisis teórico y MEF)," Tesis de maestría, Universidad Autónoma de San Luis Potosí, 2011.

- [57] J. Danckert, "Experimental investigation of a square-cup deep-drawing process," *J. Mater. Process. Tech.*, vol. 50, no. 1–4, pp. 375–384, 1995.
- [58] A. Makinouchi, E. Nakamachi, E. Onate, and R. Wagoner, "Proceedings of the Numisheet 1993," *Second Int. Conf. Numer. Simul. 3D Sheet Met. Form. Process.*
- [59] M. Khelifa and M. Oudjene, "Numerical damage prediction in deep-drawing of sheet metals," *J. Mater. Process. Technol.*, vol. 200, no. 1–3, pp. 71–76, 2008.
- [60] H. W. Zhang, W. L. Xu, S. L. Di, and P. F. Thomson, "Quadratic programming method in numerical simulation of metal forming process," vol. 191, no. 2002, pp. 5555–5578, 2010.
- [61] E. Oñate, M. Kleiber, and C. De Saracibar, "Plastic and viscoplastic flow of void-containing metals. Applications to axisymmetric sheet forming problems.," *Int. J. Numer. Methods Eng.*, vol. 25, no. January 1987, 1988.
- [62] L. Lazarescu, I. Nicodim, D. S. Comsa, and D. Banabic, "Effect of the Blank-Holding Load on the Drawing Force in the Deep-Drawing Process of Cylindrical and Square Cups," *Appl. Mech. Mater.*, vol. 760, pp. 379–384, 2015.
- [63] Y.-M. Huang, "Analysis of Elliptical Cup Drawing Process of SUS304 Stainless Metal," vol. 86, pp. 350–357, 2010.
- [64] T. H. Choi and H. Huh, "Sheet metal forming analysis of planar anisotropic materials by a modified membrane finite element method with bending effect," vol. 90, pp. 58–64, 1999.
- [65] H. Hun, S. S. Han, and D. Y. Yang, "Modified membrane finite element formulation considering bending effects in sheet metal forming analysis," vol. 36, no. 7, pp. 659–671, 1994.
- [66] S. Thiruvardhelvan, F. W. Travis, and T. K. Poh, "On the deep drawing of cups with punch and blank-holding forces proportional to a hydraulic pressure," vol. 93, pp. 0–5, 1999.
- [67] C. Garc, D. Celentano, F. Flores, J. Ponthot, and O. Oliva, "Numerical modelling and experimental validation of steel deep drawing processes Part II : Applications," vol. 172, pp. 461–471, 2006.
- [68] E. Schedin, "Numerical and Experimental investigations of Deep Drawing of Metal Sheets," vol. 112, no. AUGUST 1990, 2015.
- [69] A. G. Mamalis, D. E. Manolacos, and A. K. Baldoukas, "Simulation of sheet metal forming using explicit finite element techniques : effect of material and forming characteristics Part 2 . Deep-drawing of square cups," vol. 72, pp. 110–116, 1997.
- [70] J. O. Cooper, *Applied Behavior Analysis*, 2nd ed. Pearson New International, 2013.
- [71] H. Zein, M. El-Sherbiny, M. Abd-Rabou, and M. El Shazly, "Effect of Die Design Parameters on Thinning of Sheet Metal in the Deep Drawing Process," *Am. J. Mech. Eng.*, vol. 1, no. 2, pp. 20–29, 2013.
- [72] A. Das, "Parametric effect analysis of free-form shape error during sheet metal forming," *Int. J. Eng. Sci. Technol.*, vol. 9, no. 09S, pp. 117–124, 2017.
- [73] M. Gedeon, "Strain Hardening," *Mater. Brush Perform. Alloy.*, no. 50, pp. 283–343, 2013.
- [74] P. Taylor, C. Özek, and E. Ünal, "Optimization and Modeling of Angular Deep Drawing Process for Square Cups," no. September 2014, pp. 37–41, 2011.

Anexos

A. Primer código de programación para validación modelo MEF

El siguiente código de programación se desarrolló en el programa ANSYS LS-DYNA® para simular el proceso de embutido profundo de lámina metálica, cuyos datos geométricos del material y de los parámetros del proceso se presentan en [57].

Código:

```
!===== Validación de modelo con un cuarto de geometría
!=====DEFINIR VARIABLES
*SET,AE,-40 !ALTIMA DE EMBUTIDO (mm)
*SET,TS,-AE/250 !TS= -AE/VE !TIEMPO DE SIMULACIÓN (s)
*SET,EF,1 !TAMAÑO DE ELEMENTO FINO
*SET,EB,4 !TAMAÑO DE ELEMENTO BURDO
*SET,TEP,EF ! TAMAÑO DE ELEMENTO PUNZON
*SET,TECPyD,EB ! TAMAÑO DE ELEMENTO caras laterales punzon y dado
*SET,TEL,EF ! TAMAÑO DE ELEMENTO LAMINA
*SET,TEBD,EF ! TAMAÑO DE ELEMENTO bordes del dado
*SET,TED,EF ! TAMAÑO DE ELEMENTO DADO
*SET,TEPI,EF ! TAMAÑO DE ELEMENTO PISADOR
*SET,ESPESOR,0.78 ! ESPESOR SHELLS
*SET,FP,-4900 ! FUERZA DEL PIZADOR (N) (19600 para completo)
!====importar geometría
/AUX15
!*
IOPTN,IGES,SMOOTH
IOPTN,MERGE,YES
IOPTN,SOLID,NO
IOPTN,SMALL,YES
IOPTN,GTOLER, DEFA
IGESIN,'simm_solidworks2','IGS','..\Documentos\Tesis\primer intnto\'
APLOT
!*
!===== CAMBIAR FONDO NEGRO POR BLANCO=====
/RGB,INDEX,100,100,100, 0
/RGB,INDEX, 80, 80, 80,13
/RGB,INDEX, 60, 60, 60,14
/RGB,INDEX, 0, 0, 0,15
/REPLOT
!=====
!===== OPCIONES ANALISIS
!===== ESTRUCTURA LS-DYNA
!*
/NOPR
KEYW,PR_SET,1
KEYW,PR_STRUC,1
KEYW,PR_THERM,0
KEYW,PR_FLUID,0
KEYW,PR_MULT,0
KEYW,LSDYNA,1
KEYW,PR_DYNA,1
/GO
!*
/COM,
/COM,Preferences for GUI filtering have been set to display:
/COM, Structural with LS-DYNA Explicit
!*
FINISH
!===== INICIO DEL PREPROCESAMIENTO
/PREP7
!===== ELEJIR ELEMENTO SHELL
ET,1,SHELL163
!===== ELEJIR FORMULACION Y OTROS PARAMETROS
!===== DEL ELEMENTO
KEYOPT,1,1,2 !estudio con Belytschko–Tsay
KEYOPT,1,2,0
KEYOPT,1,3,0
KEYOPT,1,4,0,
```

```

!===== CONFIGURAR LAS VARIABLES REALES
!=====
*SET,_RC_SET,1,
R,1
RMODIF,1,1,5/6,3,ESPESOR,ESPESOR,ESPESOR,ESPESOR, !--ESPESOR DEL ELEMENTO Y PUNTOS DE INTEGRACION
!===== PROPIEDADES DEL MATERIAL
!----- MAT LAMINA
MP,DENS,1,7.85e-6
MP,EX,1,206000
MP,NUXY,1,0.3
TB,PLAW,1,,,2, !---VALORES
TBDAT,1,567.29 !---OBTENIDOS
TBDAT,2,0.2637 !---DE KHELIFA
TBDAT,3,10000
TBDAT,4,1
TBDAT,5,164.1
TBDAT,6,0
!----- MAT PUNZON
EDMP,RIGI,2,6,7
MP,DENS,2,7.85e-6
MP,EX,2,210000
MP,NUXY,2,0.3
!----- MAT PISADOR
EDMP,RIGI,3,6,7
MP,DENS,3,7.85e-6
MP,EX,3,210000
MP,NUXY,3,0.3
!----- MAT DADO
EDMP,RIGI,4,7,7
MP,DENS,4,7.85e-6
MP,EX,4,210000
MP,NUXY,4,0.3
NLGEOM,ON
EDHGLS,0.1
!=====COMIENZA EL MALLADO=====
!===== LAMINA =====
FLST,5,1,5,ORDE,1
FITEM,5,30
IESIZE,4,0,
CM,_Y,AREA
ASEL,,,P51X
CM,_Y1,AREA
CMSEL,S,_Y
!*
CMSEL,S,_Y1
AATT, 1, 1, 1, 0,
CMSEL,S,_Y
CMDELE,_Y
CMDELE,_Y1
!*
!=====
FLST,2,1,5,ORDE,1
FITEM,2,30
AESIZE,P51X,TEL,
!===== MALLAR
MSHAPE,0,2D
MSHKEY,2
!*
FLST,5,1,5,ORDE,1
FITEM,5,30
CM,_Y,AREA
ASEL,,,P51X
CM,_Y1,AREA
CHKMSH,'AREA'
CMSEL,S,_Y
!*
AMESH,_Y1
!*
CMDELE,_Y
CMDELE,_Y1
CMDELE,_Y2
!*
!===== PUNZON =====
!=====
FLST,5,5,5,ORDE,3

```

```

FITEM,5,31
FITEM,5,34
FITEM,5,-37
!ESIZE,4,0,
CM,_Y,AREA
ASEL,, ,P51X
CM,_Y1,AREA
CMSEL,S,_Y
!*
CMSEL,S,_Y1
AATT, 2, 1, 1, 0,
CMSEL,S,_Y
CMDELE,_Y
CMDELE,_Y1
!*
!=====
FLST,2,5,5,ORDE,3
FITEM,2,31
FITEM,2,34
FITEM,2,-37
AESIZE,P51X,TEP,
!===== MALLAR
MSHAPE,0,2D
MSHKEY,2
!*
FLST,5,5,5,ORDE,3
FITEM,5,31
FITEM,5,34
FITEM,5,-37
CM,_Y,AREA
ASEL,, ,P51X
CM,_Y1,AREA
CHKMSH,'AREA'
CMSEL,S,_Y
!*
AMESH,_Y1
!*
CMDELE,_Y
CMDELE,_Y1
CMDELE,_Y2
!*

!===== PISADOR
!===== PISADOR
FLST,5,1,5,ORDE,1
FITEM,5,29
CM,_Y,AREA
ASEL,, ,P51X
CM,_Y1,AREA
CMSEL,S,_Y
!*
CMSEL,S,_Y1
AATT, 3, 1, 1, 0,
CMSEL,S,_Y
CMDELE,_Y
CMDELE,_Y1
!*
!----- TAMAÑO
FLST,2,1,5,ORDE,1
FITEM,2,29
AESIZE,P51X,TEPI,
!_----- MALLAR PISADOR
MSHAPE,0,2D
MSHKEY,2
!*
FLST,5,1,5,ORDE,1
FITEM,5,29
CM,_Y,AREA
ASEL,, ,P51X
CM,_Y1,AREA
CHKMSH,'AREA'
CMSEL,S,_Y
!*
AMESH,_Y1
!*

```

```

CMDELE,_Y
CMDELE,_Y1
CMDELE,_Y2
!*
!===== MALLAR DADO
!!MALLAR bordes DEL DADO
FLST,5,5,5,ORDE,3
FITEM,5,38
FITEM,5,41
FITEM,5,-44
CM,_Y,AREA
ASEL,, ,P51X
CM,_Y1,AREA
CMSEL,S,_Y
!*
!===== CARAC
CMSEL,S,_Y1
AATT, 4, 1, 1, 0,
CMSEL,S,_Y
CMDELE,_Y
CMDELE,_Y1
!*
!===== TAMAÑO
FLST,2,5,5,ORDE,3
FITEM,2,38
FITEM,2,41
FITEM,2,-44
AESIZE,P51X,TEBD,,
!===== MALLAR
MSHAPE,0,2D
MSHKEY,2
!*
FLST,5,5,5,ORDE,3
FITEM,5,38
FITEM,5,41
FITEM,5,-44
CM,_Y,AREA
ASEL,, ,P51X
CM,_Y1,AREA
CHKMSH,'AREA'
CMSEL,S,_Y
!*
AMESH,_Y1
!*
CMDELE,_Y
CMDELE,_Y1
CMDELE,_Y2
!*
!===== MALLAR CARAS DE DADO =====
!!MALLAR bordes DEL DADO
FLST,5,2,5,ORDE,2
FITEM,5,39
FITEM,5,40
CM,_Y,AREA
ASEL,, ,P51X
CM,_Y1,AREA
CMSEL,S,_Y
!*
!===== CARAC
CMSEL,S,_Y1
AATT, 4, 1, 1, 0,
CMSEL,S,_Y
CMDELE,_Y
CMDELE,_Y1
!*
!===== TAMAÑO
FLST,2,2,5,ORDE,2
FITEM,2,39
FITEM,2,40
AESIZE,P51X,TECPyD,,
!===== MALLAR
MSHAPE,0,2D
MSHKEY,2
!*
FLST,5,2,5,ORDE,2

```

```

FITEM,5,39
FITEM,5,40
CM,_Y,AREA
ASEL,, ,P51X
CM,_Y1,AREA
CHKMSH,'AREA'
CMSEL,S,_Y
!*
AMESH,_Y1
!*
CMDELE,_Y
CMDELE,_Y1
CMDELE,_Y2
!*
I===== MALLAR CARAS DE PUNZON =====
!!MALLAR bordes DEL DADO
FLST,5,2,5,ORDE,2
FITEM,5,32
FITEM,5,33
CM,_Y,AREA
ASEL,, ,P51X
CM,_Y1,AREA
CMSEL,S,_Y
!*
I===== CARAC
CMSEL,S,_Y1
AATT, 2, 1, 1, 0,
CMSEL,S,_Y
CMDELE,_Y
CMDELE,_Y1
!*
I===== TAMAÑO
FLST,2,2,5,ORDE,2
FITEM,2,32
FITEM,2,33
AESIZE,P51X,TECPyD,,
I===== MALLAR
MSHAPE,0,2D
MSHKEY,2
!*
FLST,5,2,5,ORDE,2
FITEM,5,32
FITEM,5,33
CM,_Y,AREA
ASEL,, ,P51X
CM,_Y1,AREA
CHKMSH,'AREA'
CMSEL,S,_Y
!*
AMESH,_Y1
!*
CMDELE,_Y
CMDELE,_Y1
CMDELE,_Y2
!*
I=====FIN DE MALLADO=====
I===== APLICAR SIMETRIA=====
EDPART,CREATE ! Crear partes con las propiedades del mallado
NSEL,S,LOC,X,0 ! Seleccionar elementos en el eje X
DSYM,SYMM,X ! Simetria con respecto al eje X
NSEL,S,LOC,Z,0 ! Seleccionar elementos en el eje Z
DSYM,SYMM,Z ! Simetria con respecto al eje Z
ALLSEL,ALL !
/REPLOT
I===== CONDICIONES DE FRON DADO
FLST,5,7,5,ORDE,2
FITEM,5,38
FITEM,5,-44
!*
/GO
DA,P51X,ALL,
I===== MODELAR CONTACTOS
EDCGEN,FSTS, 1, 2,0.144,0.144,0,0,10, , , ,0,10000000,0,0
!*
EDCGEN,FSTS, 1, 3,0.144,0.144,0,0,10, , , ,0,10000000,0,0

```



```

!*
EDCGEN,FSTS, 1, 4,0.144,0.144,0,0,10,,,,,0,10000000,0,0
/SOL
EDADAPT,1,ON
!===== MATRICES=====
*DIM,PUNZON,ARRAY,2,1,1,,
!*
*SET,PUNZON(1,1,1), 0
*SET,PUNZON(2,1,1), AE
*DIM,TIEMPO,ARRAY,2,1,1,,
!*
*SET,TIEMPO(1,1,1), 0
*SET,TIEMPO(2,1,1), TS

*DIM,TIEMPO2,ARRAY,2,1,1,,
!*
*SET,TIEMPO2(1,1,1), 0.05
*SET,TIEMPO2(2,1,1), TS+0.05
!===== Matriz FUERZA PISADOR
*DIM,FUERZA,ARRAY,2,1,1,,
!*
*SET,FUERZA(1,1,1), FP
*SET,FUERZA(2,1,1), FP
!===== TERMINE DE LLENAR MATRICES
!----- CARGAS
EDLOAD,ADD,RBUY,0, 2, TIEMPO,PUNZON, 0, , , ,
EDLOAD,ADD,RBFY,0, 3, TIEMPO,FUERZA, 0, , , ,
!===== TIME CONTROL
TIME,TS,
!===== OUTPUT CONTROL
!===== OUTPUT NUMERO DE PASOS
EDRST,100,
EDHTIME,1000,
EDDUMP,1,
!===== ASCII CONTROL
EDOUT,RCFORC
EDOUT,DEFGEO
!===== PRUEBAS =====
EDCONTACT,0.1,0.5,2,0,4,2,1,4,0
EDSP,OFF,'',1,
EDCMORE,ADD,1,,1,1,
EDCMORE,ADD,2,,1,1,
EDCMORE,ADD,3,,1,1,
EDCMORE,ADD,4,,1,1,
EDOUT,ALL
EDWRITE,BOTH,'11_INTENTO_simm_2','k',''
!===== RESOLVER
/REPLOT,RESIZE
!===== SOLUCION
/STATUS,SOLU
SOLVE
FINISH
!===== FIN =====

```

B. Segundo código de programación para validar el modelo MEF

El siguiente código de programación se desarrolló en el programa ANSYS LS-DYNA® para simular el proceso de embutido profundo de lámina metálica, cuyos datos geométricos del material y de los parámetros del proceso se presentan en [62].

Código:

```
!===== Validación de modelo con un cuarto de geometría

!=====DEFINIR VARIABLES
*SET,AE,-40 !ALtura DE EMBUTIDO (mm)
*SET,TS,-AE/250 !TS= -AE/VE !TIEMPO DE SIMULACIÓN (s)
*SET,Aoff,0 !Distancia offset para el pisador antes de punzon (5mm)
*SET,Toff,Aoff/250
!La velocidad de embutido es: VE=AE/TS=30 (mm/min) =0.5 (mm/s) = 0.0005(m/s)
*SET,rho,7.85e-6 !Densidad (mat lamina)
*SET,young,170920 !Modulo de Young (mat lamina)
*SET,Poiss,0.3 !Poisson (mat lamina)
*SET,K,526.759 !Coef. de endurecimiento (mat lamina)
*SET,n,0.209 !Exp. de endurecimiento (mat lamina)
*SET,sigY,196.241 !Limite de cedencia (mat lamina)
*SET,EF,1 !TAMAÑO DE ELEMENTO FINO
*SET,EB,1 !TAMAÑO DE ELEMENTO BURDO
*SET,TEP,EF ! TAMAÑO DE ELEMENTO PUNZON
*SET,TECPyD,EF ! TAMAÑO DE ELEMENTO caras laterales punzon y dado
*SET,TEL,EF ! TAMAÑO DE ELEMENTO LAMINA
*SET,TEBD,EF ! TAMAÑO DE ELEMENTO bordes del dado
*SET,TED,EF ! TAMAÑO DE ELEMENTO DADO
*SET,TEPI,EF ! TAMAÑO DE ELEMENTO PISADOR
*SET,FS,0.15 ! Coef. de fricc estatico
*SET,FD,0.15 ! Coef. de fricc dinamico
*SET,ESPESOR,0.85 ! ESPESOR SHELLS
*SET,FP,-3250 ! FUERZA DEL PIZADOR (N)
!====importar geometría
/AUX15
!*
IOPTN,IGES,SMOOTH
IOPTN,MERGE,YES
IOPTN,SOLID,YES
IOPTN,SMALL,YES
IOPTN,GTOLER,DEFA
IGESIN,'Caso val simm','IGS','..\Documentos\Tesis\Rectangulares\Caso validacion\'
APLOT
!*
!=====para caso 12_r=====
ADELE,45,60,1,0
ASEL,ALL
APLOT
!=====
!===== CAMBIAR FONDO NEGRO POR BLANCO=====
/RGB,INDEX,100,100,100,0
/RGB,INDEX,80,80,80,13
/RGB,INDEX,60,60,60,14
/RGB,INDEX,0,0,0,15
/REPLOT
!=====
!===== OPCIONES ANALISIS
!===== ESTRUCTURA LS-DYNA
!*
/NOPR
KEYW,PR_SET,1
KEYW,PR_STRUC,1
KEYW,PR_THERM,0
KEYW,PR_FLUID,0
KEYW,PR_MULT,0
KEYW,LSDYNA,1
KEYW,PR_DYNA,1
/GO
!*
/COM,
/COM,Preferences for GUI filtering have been set to display:
```

```

/COM, Structural with LS-DYNA Explicit
!*
FINISH
!===== INICIO DEL PREPROCESAMIENTO
/PREP7
!===== ELEJIR ELEMENTO SHELL
ET,1,SHELL163
!===== ELEJIR FORMULACION Y OTROS PARAMETROS
!===== DEL ELEMENTO
KEYOPT,1,1,2 !estudio con Belytschko-Tsay
KEYOPT,1,2,0
KEYOPT,1,3,0
KEYOPT,1,4,0,
!===== CONFIGURAR LAS VARIABLES REALES
!=====
*SET,_RC_SET,1,
R,1
RMODIF,1,1,5/6,3,ESPESOR,,, !--ESPESOR DEL ELEMENTO Y PTOS DE INTEGRACION
!===== PROPIEDADES DEL MATERIAL
!----- MAT LAMINA
MP,DENS,1,rho
MP,EX,1,young
MP,NUXY,1,Poiss
TB,PLAW,1,,,2, !---VALORES
TBDAT,1,K !---OBTENIDOS
TBDAT,2,n !---DE KHELIFA
TBDAT,3,10000
TBDAT,4,1
TBDAT,5,sigY
TBDAT,6,0
!----- MAT PUNZON
EDMP,RIGI,2,6,7
MP,DENS,2,7.85e-6
MP,EX,2,210000
MP,NUXY,2,0.3
!----- MAT PISADOR
EDMP,RIGI,3,6,7
MP,DENS,3,7.85e-6
MP,EX,3,210000
MP,NUXY,3,0.3
!----- MAT DADO
EDMP,RIGI,4,7,7
MP,DENS,4,7.85e-6
MP,EX,4,210000
MP,NUXY,4,0.3
NLGEOM,ON
EDHGLS,0.1
!=====COMIENZA EL MALLADO=====
!===== LAMINA =====
FLST,5,1,5,ORDE,1
FITEM,5,29
!ESIZE,4,0,
CM,_Y,AREA
ASEL,,,P51X
CM,_Y1,AREA
CMSEL,S,_Y
!*
CMSEL,S,_Y1
AATT, 1, 1, 1, 0,
CMSEL,S,_Y
CMDELE,_Y
CMDELE,_Y1
!*
!=====
FLST,2,1,5,ORDE,1
FITEM,2,29
AESIZE,P51X,TEL,

!===== MALLAR
MSHAPE,0,2D
MSHKEY,2
!*
FLST,5,1,5,ORDE,1
FITEM,5,29
CM,_Y,AREA

```

```

ASEL,,,P51X
CM,_Y1,AREA
CHKMSH,'AREA'
CMSEL,S,_Y
!*
AMESH,_Y1
!*
CMDELE,_Y
CMDELE,_Y1
CMDELE,_Y2
!*
!===== PUNZON =====
!=====
FLST,5,5,ORDE,4
FITEM,5,31
FITEM,5,33
FITEM,5,35
FITEM,5,-37
!ESIZE,4,0,
CM,_Y,AREA
ASEL,,,P51X
CM,_Y1,AREA
CMSEL,S,_Y
!*
CMSEL,S,_Y1
AATT, 2, 1, 1, 0,
CMSEL,S,_Y
CMDELE,_Y
CMDELE,_Y1
!*
!=====
FLST,2,5,5,ORDE,4
FITEM,2,31
FITEM,2,33
FITEM,2,35
FITEM,2,-37
AESIZE,P51X,TEP,
!===== MALLAR
MSHAPE,0,2D
MSHKEY,2
!*
FLST,5,5,5,ORDE,4
FITEM,5,31
FITEM,5,33
FITEM,5,35
FITEM,5,-37
CM,_Y,AREA
ASEL,,,P51X
CM,_Y1,AREA
CHKMSH,'AREA'
CMSEL,S,_Y
!*
AMESH,_Y1
!*
CMDELE,_Y
CMDELE,_Y1
CMDELE,_Y2
!*
!===== PISADOR
!===== PISADOR
FLST,5,1,5,ORDE,1
FITEM,5,30
CM,_Y,AREA
ASEL,,,P51X
CM,_Y1,AREA
CMSEL,S,_Y
!*
CMSEL,S,_Y1
AATT, 3, 1, 1, 0,
CMSEL,S,_Y
CMDELE,_Y
CMDELE,_Y1
!*
!----- TAMAÑO
FLST,2,1,5,ORDE,1

```

```

FITEM,2,30
AESIZE,P51X,TEPI,
!----- MALLAR PISADOR
MSHAPE,0,2D
MSHKEY,2
!*
FLST,5,1,5,ORDE,1
FITEM,5,30
CM,_Y,AREA
ASEL,, , ,P51X
CM,_Y1,AREA
CHKMSH,'AREA'
CMSEL,S,_Y
!*
AMESH,_Y1
!*
CMDELE,_Y
CMDELE,_Y1
CMDELE,_Y2
!*
!===== MALLAR DADO
!!MALLAR bordes DEL DADO
FLST,5,5,5,ORDE,3
FITEM,5,39
FITEM,5,41
FITEM,5,-44
CM,_Y,AREA
ASEL,, , ,P51X
CM,_Y1,AREA
CMSEL,S,_Y
!*
!===== CARAC
CMSEL,S,_Y1
AATT, 4, 1, 1, 0,
CMSEL,S,_Y
CMDELE,_Y
CMDELE,_Y1
!*
!===== TAMAÑO
FLST,2,5,5,ORDE,3
FITEM,2,39
FITEM,2,41
FITEM,2,-44
AESIZE,P51X,TEBD,,
!===== MALLAR
MSHAPE,0,2D
MSHKEY,2
!*
FLST,5,5,5,ORDE,3
FITEM,5,39
FITEM,5,41
FITEM,5,-44
CM,_Y,AREA
ASEL,, , ,P51X
CM,_Y1,AREA
CHKMSH,'AREA'
CMSEL,S,_Y
!*
AMESH,_Y1
!*
CMDELE,_Y
CMDELE,_Y1
CMDELE,_Y2
!*
!===== MALLAR CARAS DE DADO =====
!===== QUE NO TIENEN CONTACTO=====
!!MALLAR bordes DEL DADO
FLST,5,2,5,ORDE,2
FITEM,5,38
FITEM,5,40
CM,_Y,AREA
ASEL,, , ,P51X
CM,_Y1,AREA
CMSEL,S,_Y
!*

```

```

!===== CARAC
CMSEL,S,_Y1
AATT, 4, 1, 1, 0,
CMSEL,S,_Y
CMDELE,_Y
CMDELE,_Y1
!*
!===== TAMAÑO
FLST,2,2,5,ORDE,2
FITEM,2,38
FITEM,2,40
AESIZE,P51X,TECPyD,,
!===== MALLAR
MSHAPE,0,2D
MSHKEY,2
!*
FLST,5,2,5,ORDE,2
FITEM,5,38
FITEM,5,40
CM,_Y,AREA
ASEL,, , ,P51X
CM,_Y1,AREA
CHKMSH,'AREA'
CMSEL,S,_Y
!*
AMESH,_Y1
!*
CMDELE,_Y
CMDELE,_Y1
CMDELE,_Y2
!*
!===== MALLAR CARAS DE PUNZON =====
!===== QUE NO TIENEN CONTACTO=====
!!MALLAR bordes DEL DADO
FLST,5,2,5,ORDE,2
FITEM,5,32
FITEM,5,34
CM,_Y,AREA
ASEL,, , ,P51X
CM,_Y1,AREA
CMSEL,S,_Y
!*
!===== CARAC
CMSEL,S,_Y1
AATT, 2, 1, 1, 0,
CMSEL,S,_Y
CMDELE,_Y
CMDELE,_Y1
!*
!===== TAMAÑO
FLST,2,2,5,ORDE,2
FITEM,2,32
FITEM,2,34
AESIZE,P51X,TECPyD,,
!===== MALLAR
MSHAPE,0,2D
MSHKEY,2
!*
FLST,5,2,5,ORDE,2
FITEM,5,32
FITEM,5,34

CM,_Y,AREA
ASEL,, , ,P51X
CM,_Y1,AREA
CHKMSH,'AREA'
CMSEL,S,_Y
!*
AMESH,_Y1
!*
CMDELE,_Y
CMDELE,_Y1
CMDELE,_Y2
!*
!=====FIN DE MALLADO=====

```

```

!===== APLICAR SIMETRIA=====
EDPART,CREATE      ! Crear partes con las propiedades del mallado
NSEL,S,LOC,X,0     ! Seleccionar elementos en el eje Z
DSYM,SYMM,X        ! Simetria normal al eje X
NSEL,S,LOC,Z,0     ! Seleccionar elementos en el eje X
DSYM,SYMM,Z        ! Simetria normal al eje Z
ALLSEL,ALL !
/REPLOT
!=====COMANDOS DE PRUEBA=====
!KEYOPT,1,9
!===== CONDICIONES DE FRON DADO
FLST,5,7,5,ORDE,2
FITEM,5,38
FITEM,5,-44
!*
/GO
DA,P51X,ALL,
!===== MODELAR CONTACTOS
EDCGEN,FSTS, 2, 1,FS,FD,0,0,10,,,,,0,10000000,0,0
!*
EDCGEN,FSTS, 3, 1,FS,FD,0,0,10,,,,,0,10000000,0,0
!*
EDCGEN,FSTS, 4, 1,FS,FD,0,0,10,,,,,0,10000000,0,0
!*
EDCGEN,FSTS, 3, 4,FS,FD,0,0,10,,,,,0,10000000,0,0
/SOL
EDADAPT,1,ON
!===== MATRICES=====
*DIM,PUNZON,ARRAY,2,1,1,,
!*
*SET,PUNZON(1,1,1), 0
*SET,PUNZON(2,1,1), AE
*DIM,TIEMPO,ARRAY,2,1,1,,
!*
*SET,TIEMPO(1,1,1), 0
*SET,TIEMPO(2,1,1), TS+Toff
*DIM,TIEMPO2,ARRAY,2,1,1,,
!*
*SET,TIEMPO2(1,1,1), Toff
*SET,TIEMPO2(2,1,1), TS+Toff
!===== Matriz FUERZA PISADOR
*DIM,FUERZA,ARRAY,2,1,1,,
!*
*SET,FUERZA(1,1,1), FP
*SET,FUERZA(2,1,1), FP
!===== TERMINE DE LLENAR MATRICES
!----- CARGAS
EDLOAD,ADD,RBUY,0, 2, TIEMPO2,PUNZON, 0,,,,,
EDLOAD,ADD,RBFY,0, 3, TIEMPO,FUERZA, 0,,,,,
!===== TIME CONTROL
TIME,TS+Toff,
!===== OUTPUT CONTROL
!===== OUTPUT NUMERO DE PASOS
EDRST,100,
EDHTIME,1000,
EDDUMP,1,
!===== ASCII CONTROL
EDOUT,RCFORC
EDOUT,DEFGEO
!===== PRUEBAS =====
EDCONTACT,0.1,0.5,2,0,4,2,1,4,0
EDSP,OFF,'',1,
EDCMORE,ADD,1,,1,1, ! Nivel de penalizacion
EDCMORE,ADD,2,,1,1,
EDCMORE,ADD,3,,1,1,
EDCMORE,ADD,4,,1,1,
EDOUT,ALL
EDWRITE,BOTH,'1_caso_val_Nsig','k',''
!===== RESOLVER
/REPLOT,RESIZE
!===== SOLUCION
/STATUS,SOLU
SOLVE
FINISH
/SHRINK,0

```

```
/ESHAPE,1,0  
/EFACET,1  
/RATIO,1,1,1  
/CFORMAT,32,0  
/REPLOT
```


C. Código de programación para el análisis paramétrico MEF

El siguiente código de programación se desarrolló en el programa ANSYS LS-DYNA® para simular el proceso de embutido profundo de lámina metálica, cuyos datos geométricos del material y de los parámetros del proceso se presentan en [63]. Para el análisis paramétrico cada parámetro debe modificarse manualmente en este mismo código.

Código:

```
!===== Validación de modelo con un cuarto de geometria
!=====DEFINIR VARIABLES
*SET,AE,-30 !ALTURA DE EMBUTIDO (mm)
*SET,TS,-AE/250 !TS= -AE/VE !TIEMPO DE SIMULACIÓN (s)
*SET,Aoff,0 !Distancia offset para el pisador antes de punzon (5mm)
*SET,Toff,Aoff/250
*SET,rho,7.85e-6 !Densidad (mat lamina)
*SET,young,210000 !Modulo de Young (mat lamina)
*SET,Poiss,0.3 !Poisson (mat lamina)
*SET,K,567.29 !Coef. de endurecimiento (mat lamina)
*SET,n,0.2637 !Exp. de endurecimiento (mat lamina)
*SET,sigY,164 !Limite de cedencia (mat lamina)
*SET,EF,1 !TAMAÑO DE ELEMENTO FINO
*SET,EB,1 !TAMAÑO DE ELEMENTO BURDO
*SET,TEP,EF ! TAMAÑO DE ELEMENTO PUNZON
*SET,TECPyD,EF ! TAMAÑO DE ELEMENTO caras laterales punzon y dado
*SET,TEL,EF ! TAMAÑO DE ELEMENTO LAMINA
*SET,TEBD,EF ! TAMAÑO DE ELEMENTO bordes del dado
*SET,TED,EF ! TAMAÑO DE ELEMENTO DADO
*SET,TEPI,EF ! TAMAÑO DE ELEMENTO PISADOR
*SET,FS,0.1 ! Coef. de fricc estatico
*SET,FD,0.1 ! Coef. de fricc dinamico
*SET,ESPESOR,0.8 ! ESPESOR SHELLS
*SET,FP,-4000 ! FUERZA DEL PIZADOR (N)
!=====importar geometria
/AUX15
!*
IOPTN,IGES,SMOOTH
IOPTN,MERGE,YES
IOPTN,SOLID,YES
IOPTN,SMALL,YES
IOPTN,GTOLER,DEFA
IGESIN,'Caso 2e','IGS','..\Documentos\Tesis\Elipticos\Caso 2e\'
APLOT
!*
!===== CAMBIAR FONDO NEGRO POR BLANCO=====
/RGB,INDEX,100,100,100,0
/RGB,INDEX,80,80,80,13
/RGB,INDEX,60,60,60,14
/RGB,INDEX,0,0,0,15
/REPLOT
!===== OPCIONES ANALISIS
!===== ESTRUCTURA LS-DYNA
!*
/NOPR
KEYW,PR_SET,1
KEYW,PR_STRUC,1
KEYW,PR_THERM,0
KEYW,PR_FLUID,0
KEYW,PR_MULTI,0
KEYW, LSDYNA,1
KEYW,PR_DYNA,1
/GO
!*
/COM,
/COM,Preferences for GUI filtering have been set to display:
/COM, Structural with LS-DYNA Explicit
!*
FINISH
!===== INICIO DEL PREPROCESAMIENTO
/PREP7
!===== ELEJIR ELEMENTO SHELL
ET,1,SHELL163
```

```

===== ELEJIR FORMULACION Y OTROS PARAMETROS
===== DEL ELEMENTO
KEYOPT,1,1,2 !estudio con Belytschko-Tsay
KEYOPT,1,2,0
KEYOPT,1,3,0
KEYOPT,1,4,0,
===== CONFIGURAR LAS VARIABLES REALES
=====
*SET,_RC_SET,1,
R,1
RMODIF,1,1,5/6,3,ESPESOR,,, !--ESPESOR DEL ELEMENTO Y PTOS DE INTEGRACION
===== PROPIEDADES DEL MATERIAL
!----- MAT LAMINA
MP,DENS,1,rho
MP,EX,1,young
MP,NUXY,1,Poiss
TB,PLAW,1,,,2, !---VALORES
TBDAT,1,K !---OBTENIDOS
TBDAT,2,n !---DE KHELIFA
TBDAT,3,10000
TBDAT,4,1
TBDAT,5,sigY
TBDAT,6,0
!----- MAT PUNZON
EDMP,RIGI,2,6,7
MP,DENS,2,7.85e-6
MP,EX,2,210000
MP,NUXY,2,0.3
!----- MAT PISADOR
EDMP,RIGI,3,6,7
MP,DENS,3,7.85e-6
MP,EX,3,210000
MP,NUXY,3,0.3
!----- MAT DADO
EDMP,RIGI,4,7,7
MP,DENS,4,7.85e-6
MP,EX,4,210000
MP,NUXY,4,0.3
NLGEOM,ON
EDHGLS,0.1
=====COMIENZA EL MALLADO=====
===== LAMINA =====
FLST,5,1,5,ORDE,1
FITEM,5,9
!ESIZE,4,0,
CM,_Y,AREA
ASEL,,,P51X
CM,_Y1,AREA
CMSEL,S,_Y
!*
CMSEL,S,_Y1
AATT, 1, 1, 1, 0,
CMSEL,S,_Y
CMDELE,_Y
CMDELE,_Y1
!*
=====
FLST,2,1,5,ORDE,1
FITEM,2,9
AESIZE,P51X,TEL,
===== MALLAR
MSHAPE,0,2D
MSHKEY,2
!*
FLST,5,1,5,ORDE,1
FITEM,5,9
CM,_Y,AREA
ASEL,,,P51X
CM,_Y1,AREA
CHKMSH,'AREA'
CMSEL,S,_Y
!*
AMESH,_Y1
!*
CMDELE,_Y

```

```

CMDELE,_Y1
CMDELE,_Y2
!*
!===== PUNZON =====
!=====
FLST,5,2,5,ORDE,2
FITEM,5,10
FITEM,5,12
IESIZE,4,0,
CM,_Y,AREA
ASEL,, ,P51X
CM,_Y1,AREA
CMSEL,S,_Y
!*
CMSEL,S,_Y1
AATT, 2, 1, 1, 0,
CMSEL,S,_Y
CMDELE,_Y
CMDELE,_Y1
!*
!=====
FLST,2,2,5,ORDE,2
FITEM,2,10
FITEM,2,12
AESIZE,P51X,TEP,
!===== MALLAR
MSHAPE,0,2D
MSHKEY,2
!*
FLST,5,2,5,ORDE,2
FITEM,5,10
FITEM,5,12
CM,_Y,AREA
ASEL,, ,P51X
CM,_Y1,AREA
CHKMSH,'AREA'
CMSEL,S,_Y
!*
AMESH,_Y1
!*
CMDELE,_Y
CMDELE,_Y1
CMDELE,_Y2
!*
!===== PISADOR
!===== PISADOR
FLST,5,1,5,ORDE,1
FITEM,5,13
CM,_Y,AREA
ASEL,, ,P51X
CM,_Y1,AREA
CMSEL,S,_Y
!*
CMSEL,S,_Y1
AATT, 3, 1, 1, 0,
CMSEL,S,_Y
CMDELE,_Y
CMDELE,_Y1
!*
!----- TAMAÑO
FLST,2,1,5,ORDE,1
FITEM,2,13
AESIZE,P51X,TEPI,
!----- MALLAR PISADOR
MSHAPE,0,2D
MSHKEY,2
!*
FLST,5,1,5,ORDE,1
FITEM,5,13
CM,_Y,AREA
ASEL,, ,P51X
CM,_Y1,AREA
CHKMSH,'AREA'
CMSEL,S,_Y
!*

```

```

AMESH,_Y1
!*
CMDELE,_Y
CMDELE,_Y1
CMDELE,_Y2
!*
!===== MALLAR DADO
!!MALLAR bordes DEL DADO
FLST,5,2,5,ORDE,2
FITEM,5,15
FITEM,5,16
CM,_Y,AREA
ASEL,, ,P51X
CM,_Y1,AREA
CMSEL,S,_Y
!*
!===== CARAC
CMSEL,S,_Y1
AATT, 4, 1, 1, 0,
CMSEL,S,_Y
CMDELE,_Y
CMDELE,_Y1
!*
!===== TAMAÑO
FLST,2,2,5,ORDE,2
FITEM,2,15
FITEM,2,16
AESIZE,P51X,TEBD,,
!===== MALLAR
MSHAPE,0,2D
MSHKEY,2
!*
FLST,5,2,5,ORDE,2
FITEM,5,15
FITEM,5,16
CM,_Y,AREA
ASEL,, ,P51X
CM,_Y1,AREA
CHKMSH,'AREA'
CMSEL,S,_Y
!*
AMESH,_Y1
!*
CMDELE,_Y
CMDELE,_Y1
CMDELE,_Y2
!*
!===== MALLAR paredes DEL PUNZON
FLST,5,1,5,ORDE,1
FITEM,5,11
CM,_Y,AREA
ASEL,, ,P51X
CM,_Y1,AREA
CMSEL,S,_Y
!*
CMSEL,S,_Y1
AATT, 2, 1, 1, 0,
CMSEL,S,_Y
CMDELE,_Y
CMDELE,_Y1
!*
!----- TAMAÑO
FLST,2,1,5,ORDE,1
FITEM,2,11
AESIZE,P51X,EB,
!----- MALLAR paredes dEL PUNZON
MSHAPE,0,2D
MSHKEY,2
!*
FLST,5,1,5,ORDE,1
FITEM,5,11
CM,_Y,AREA
ASEL,, ,P51X
CM,_Y1,AREA
CHKMSH,'AREA'

```

```

CMSEL,S,_Y
!*
AMESH,_Y1
!*
CMDELE,_Y
CMDELE,_Y1
CMDELE,_Y2
!*
!===== RADIOS DEL DADO
FLST,5,1,5,ORDE,1
FITEM,5,14
CM,_Y,AREA
ASEL,,,P51X
CM,_Y1,AREA
CMSEL,S,_Y
!*
CMSEL,S,_Y1
AATT, 4, 1, 1, 0,
CMSEL,S,_Y
CMDELE,_Y
CMDELE,_Y1
!*
!----- TAMAÑO
FLST,2,1,5,ORDE,1
FITEM,2,14
AESIZE,P51X,EB,
!_----- MALLAR paredes DEL DADO
MSHAPE,0,2D
MSHKEY,2
!*
FLST,5,1,5,ORDE,1
FITEM,5,14
CM,_Y,AREA
ASEL,,,P51X
CM,_Y1,AREA
CHKMSH,'AREA'
CMSEL,S,_Y
!*
AMESH,_Y1
!*
CMDELE,_Y
CMDELE,_Y1
CMDELE,_Y2
!*
!=====FIN DE MALLADO=====
!===== APLICAR SIMETRIA=====
EDPART,CREATE ! Crear partes con las propiedades del mallado
NSEL,S,LOC,X,0 ! Seleccionar elementos en el eje Z
DSYM,SYMM,X ! Simetria normal al eje X
NSEL,S,LOC,Z,0 ! Seleccionar elementos en el eje X
DSYM,SYMM,Z ! Simetria normal al eje Z
ALLSEL,ALL !
/REPLOT
!=====COMANDOS DE PRUEBA=====
!KEYOPT,1,9
!===== CONDICIONES DE FRON DADO
FLST,5,3,5,ORDE,2
FITEM,5,14
FITEM,5,-16
!*
/GO
DA,P51X,ALL,
!===== MODELAR CONTACTOS
EDCGEN,FSTS, 1, 2,FS,FD,0,0,10,,,,,0,10000000,0,0
!*
EDCGEN,FSTS, 1, 3,FS,FD,0,0,10,,,,,0,10000000,0,0
!*
EDCGEN,FSTS, 1, 4,FS,FD,0,0,10,,,,,0,10000000,0,0
!*
EDCGEN,FSTS, 3, 4,FS,FD,0,0,10,,,,,0,10000000,0,0
/SOL
EDADAPT,1,ON
!===== MATRICES=====
*DIM,PUNZON,ARRAY,2,1,1,,,
!*

```

```

*SET,PUNZON(1,1,1) , 0
*SET,PUNZON(2,1,1) , AE

*DIM,TIEMPO,ARRAY,2,1,1, , ,
!*
*SET, TIEMPO(1,1,1) , 0
*SET, TIEMPO(2,1,1) , TS+Toff

*DIM, TIEMPO2, ARRAY, 2, 1, 1, , ,
!*
*SET, TIEMPO2(1,1,1) , Toff
*SET, TIEMPO2(2,1,1) , TS+Toff
!===== Matriz FUERZA PISADOR
*DIM, FUERZA, ARRAY, 2, 1, 1, , ,
!*
*SET, FUERZA(1,1,1) , FP
*SET, FUERZA(2,1,1) , FP
!===== TERMINE DE LLENAR MATRICES
!----- CARGAS
EDLOAD,ADD,RBUY,0, 2, TIEMPO2, PUNZON, 0, , , ,
EDLOAD,ADD,RBFY,0, 3, TIEMPO, FUERZA, 0, , , ,
!===== TIME CONTROL
TIME, TS+Toff,
!===== OUTPUT CONTROL
!===== OUTPUT NUMERO DE PASOS
EDRST,100,
EDHTIME,1000,
EDDUMP,1,
!===== ASCII CONTROL
EDOUT,RCFORC
EDOUT,DEFGEO
!===== PRUEBAS =====
EDCONTACT,0.1,0.5,2,0,4,2,1,4,0
EDSP,OFF,'',1,
EDCMORE,ADD,1, ,1,1, ! Nivel de penalizacion
EDCMORE,ADD,2, ,1,1,
EDCMORE,ADD,3, ,1,1,
EDCMORE,ADD,4, ,1,1,
EDOUT,ALL
EDWRITE,BOTH,'1_caso_elip_2e_Nsig','k',''
!===== RESOLVER
/REPLOT,RESIZE
!===== SOLUCION
/STATUS,SOLU
SOLVE
FINISH
/SHRINK,0
/ESHAPE,1.0
/EFACET,1
/RATIO,1,1,1
/CFORMAT,32,0
/REPLOT

```