



Universidad Autónoma de San Luis Potosí

Facultad de Ingeniería

Centro de Investigación y Estudios de Posgrado

## TESIS

**Transferencia de calor por convección mixta laminar y opuesta en un canal vertical sujeto a un calentamiento diferencial y asimétrico por medio de calentamiento láser volumétrico**

Que para obtener el grado de

Maestría en Ingeniería Mecánica

Presenta

Ing. Karina Ortiz Díaz

Asesores

Dr. Francisco Gerardo Pérez Gutiérrez

Dr. Francisco Oviedo Tolentino

San Luis Potosí, S. L. P

Enero 2016





**UASLP**

Universidad Autónoma  
de San Luis Potosí

26 de noviembre de 2015

**A LA ING. KARINA ORTIZ DÍAZ  
P R E S E N T E.**

En atención a su solicitud de Temario, presentada por los **Dres. Francisco Gerardo Pérez Gutiérrez y Francisco Oviedo Tolentino**, Asesor y Co-asesor de la Tesis que desarrollará Usted, con el objeto de obtener el Grado de **Maestro en Ingeniería Mecánica**, me es grato comunicarle que en la Sesión del H. Consejo Técnico Consultivo celebrada el día 26 de noviembre del presente, fue aprobado el Temario propuesto:

**TEMARIO:**

**“Transferencia de calor por convección mixta laminar y opuesta en un canal vertical sujeto a un calentamiento diferencial y asimétrico por medio de calentamiento láser volumétrico”**

Introducción.

1. Aplicaciones de luz láser en tratamientos para padecimientos vasculares subcutáneos y fundamentos de convección mixta
2. Implementación de la técnica de velocimetría por imagen de partículas y caracterización óptica de soluciones acuosas
3. Modelo numérico de una celda cuadrada con flujo vertical forzado con calentamiento láser
4. Descripción del vórtice generado por un calentamiento láser asimétrico en una celda con flujo forzado

Conclusiones.

Referencias.

**“MODOS ET CUNCTARUM RERUM MENSURAS AUDEBO”**

**A T E N T A M E N T E**

**M. I. JORGÉ ALBERTO PÉREZ GONZÁLEZ  
DIRECTOR.**

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA  
DE SAN LUIS POTOSÍ  
FACULTAD DE INGENIERÍA  
DIRECCION



**FACULTAD DE  
INGENIERÍA**

Av. Manuel Nava 8  
Zona Universitaria • CP 78290  
San Luis Potosí, S.L.P.  
tel. (444) 826 2330 al39  
fax (444) 826 2336  
www.uaslp.mx

Copia. Archivo.  
\*etn.

“1945-2015. 70 AÑOS CON LA FACULTAD DE FORMAR INGENIEROS”



**UASLP**

Universidad Autónoma  
de San Luis Potosí

## Centro de Investigación y Estudios de Posgrado

### Posgrado en Ingeniería Mecánica

Los firmantes, Dr. Francisco Gerardo Pérez Gutiérrez y Dr. Francisco Oviedo Tolentino, profesores-investigadores de la Universidad Autónoma de San Luis Potosí

#### HACEN CONSTAR

Que la tesis que tiene por título **Transferencia de calor por convección mixta laminar y opuesta en un canal vertical sujeto a un calentamiento diferencial y asimétrico por medio de calentamiento láser volumétrico.**

Presentada por la Srita. Karina Ortiz Díaz


Para optar al grado de:

Maestría en ingeniería Mecánica

Ha sido realizada bajo nuestra dirección.

San Luis Potosí, S.L.P. a 18 de Enero de 2016

Firmas

  
\_\_\_\_\_  
*Francisco Oviedo T.*  
\_\_\_\_\_



**FACULTAD DE  
INGENIERÍA**

Av. Manuel Nava 8  
Zona Universitaria - CP 78290  
San Luis Potosí, S.L.P.  
tel. (444) 826 2330 al39  
fax (444) 826 2336  
www.uaslp.mx



**UASLP**

Universidad Autónoma  
de San Luis Potosí

## Centro de Investigación y Estudios de Posgrado

### Aclaración

El presente trabajo que lleva por título

**Transferencia de calor por convección mixta laminar y opuesta en un canal vertical sujeto a un calentamiento diferencial y asimétrico por medio de calentamiento láser volumétrico** se realizó en el periodo Enero de 2014 y Enero de 2016 bajo la dirección de los Dres. Francisco Gerardo Pérez Gutiérrez y Francisco Oviedo Tolentino.

### Originalidad

Por este medio aseguro que he realizado este documento de tesis para fines académicos sin ayuda indebida de terceros y sin utilizar otros medios más que los indicados.

Las referencias e información tomadas directa o indirectamente de otras fuentes se han definido en el texto como tales y se ha dado el debido crédito a las mismas.

El autor exime a la UASLP de las opiniones vertidas en este documento y asume la responsabilidad total del mismo.

Este documento no ha sido sometido como tesis a ninguna otra institución nacional o internacional en forma parcial o total.

Se autoriza a la UASLP para que divulgue este documento de Tesis para fines académicos.

Nombre y Firma del autor

  
Karina Ortiz Díaz



**FACULTAD DE  
INGENIERÍA**

Av. Manuel Nava 8  
Zona Universitaria - CP 78290  
San Luis Potosí, S.L.P.  
tel. (444) 826 2330 al39  
fax (444) 826 2336  
www.uaslp.mx

## Agradecimientos

A Dios, por darme la vida y libertad para vivirla como he querido,  
criterio para llevarla por buen camino y amor para gozarla.

A mis padres, Hilario y Edith, por educarme firme y amorosamente.

A mis hermanos, por apoyarme y confiar en mí siempre.

A mi pareja Francisco, por estar conmigo y darme fortaleza en todo momento.

A mis maestros y compañeros, en especial al Dr. Francisco Pérez,  
por permitirme aprender de ellos.

## Contenido

Agradecimientos .....	iv
Lista de figuras .....	viii
Lista de tablas.....	xi
Nomenclatura.....	xii
Resumen.....	1
Introducción .....	2
Capítulo I Aplicaciones de luz láser en tratamientos para padecimientos vasculares subcutáneos y fundamentos de convección mixta .....	4
1.1 Padecimientos vasculares subcutáneos.....	4
1.2 Mecanismos fototérmicos de interacción de luz láser con tejidos biológicos.....	6
1.3 Tratamientos por medio de láser de padecimientos vasculares subcutáneos.....	11
1.4 Efecto de la convección mixta en tratamientos láser de padecimientos vasculares subcutáneos .....	12
1.5 Aproximación matemática del fenómeno de un flujo forzado con calentamiento láser .....	16
Conclusiones del capítulo.....	20
Referencias del capítulo .....	20
Capítulo II Implementación de la técnica de velocimetría por imágenes de partículas y caracterización óptica de soluciones acuosas.....	25
2.1 Velocimetría por imagen de partículas .....	25
2.2 Equipo usado en la velocimetría por imagen de partículas .....	30
2.3 Flujo en la entrada del canal .....	35
2.4 Obtención de imágenes para usar el PIV .....	36
2.5 Análisis de varios planos .....	37
2.6 Caracterización óptica de soluciones acuosas .....	37
Conclusiones del capítulo.....	40
Referencias del capítulo .....	40
Capítulo III Modelo numérico de una celda cuadrada con flujo vertical forzado con calentamiento láser .....	42
3.1 Modelado del tanque superior .....	42
3.2 Análisis de convergencia la malla del tanque superior .....	43
3.3 Modelado de la celda .....	46

3.4 Análisis de convergencia de la malla de la celda.....	49
Conclusiones del capítulo.....	50
Referencias del capítulo.....	50
Capítulo IV Descripción del vórtice generado por un calentamiento láser asimétrico en una celda con flujo forzado. ....	51
4.1 Análisis tridimensional del vórtice .....	51
4.2 Efecto del coeficiente de absorción en el flujo .....	58
4.3 Efecto del Número de Reynolds en el flujo.....	60
4.4 Comparación entre los resultados numéricos y experimentales.....	61
Conclusiones del capítulo.....	77
Conclusiones .....	79





## Lista de figuras

<i>Figura I.1 Espectro electromagnético según su frecuencia. (Imagen adaptada de (Jung, 2008))</i> .....	6
<i>Figura I.2 Geometría de la luz reflejada, dispersada, absorbida y transmitida. Imagen adaptada, (Niemz, 2007).</i> .....	7
<i>Figura I.3 Geometría de la luz reflejada y refractada. Imagen adaptada (Niemz, 2007).</i> .....	8
<i>Figura I.4 Perfiles de velocidad y temperatura en un fluido que pasa por una superficie con mayor temperatura (Welty, 2007).</i> .....	14
<i>Figura I.5 Posición de los ejes respecto a la posición de la celda y el láser.</i> .....	16
<i>Figura II.1 Esquema básico de un sistema de PIV.</i> .....	26
<i>Figura II.2 Arreglo típico de un sistema de velocimetría por imagen de partículas.</i> .....	26
<i>Figura II.3 Arreglo conceptual de muestreo de imágenes (Raffel, 1998).</i> .....	28
<i>Figura II.4 Modelo del proceso que describe la relación entre dos imágenes grabadas sucesivamente. Modificada de (Raffel, 1998)</i> .....	29
<i>Figura II.5 Arreglo usado para la obtención de imágenes para el análisis por imagen de partículas.</i> .....	30
<i>Figura II.6 Coeficiente de absorción respecto a la longitud de onda para soluciones de Nitrato de cobre al 100%, 75%, 50% y 25% (Aboytes, 2012).</i> .....	32
<i>Figura II.7 Prisma generador de hojas de luz de abanico completo de 30° de la compañía Edmund Optics Inc. (Edmund Optics, 2016)</i> .....	32
<i>Figura II.8 Comparación de los coeficientes de absorción respecto a la longitud de onda de agua pura, Nitrato de Cobre y hemoglobina, adaptación de (Segelstein, 1981), (Aboytes, 2012) y(Prahl, 1999).</i> .....	33
<i>Figura II.9 Tres modos de densidad de partículas: (a) Baja (PTV), (b) Medio (PIV) y (c) Alta densidad (LSV). (Raffel, 1998)</i> .....	34
<i>Figura II.10 Tanque superior con reducción, tubo rebosadero (a la derecha del tanque) e inicio a la zona de pruebas.</i> .....	35
<i>Figura II.11 Origen, sistema de coordenadas y ubicación de los planos de grabación y del láser de calentamiento.</i> .....	37
<i>Figura II.12 Arreglo usado para la caracterización óptica de los fluidos de trabajo.</i> .....	38
<i>Figura III.1 Geometría del modelo numérico del tanque superior (a) Vista en isométrico, (b) Vista frontal.</i> .....	43
<i>Figura III.2 (a) Ubicación de los puntos muestra para el análisis de convergencia, el Punto 1 está colocado en medio del tanque en el inicio de la reducción, el Punto 2 está ubicado en medio del canal de salida, 25 mm después de la reducción. (b) Velocidad para dos.</i> .....	44
<i>Figura III.3 Malla utilizada para la simulación.</i> .....	45
<i>Figura III.4 Perfil de entrada al canal en simulación y en el experimento.</i> .....	45
<i>Figura III.5 Geometrías usadas para el modelo numérico de la celda (a) Geometría del vidrio en vista isométrica (b) Geometría del fluido en vista isométrica.</i> .....	47
<i>Figura III.6 Velocidad en varios puntos en función del factor de refinamiento de la malla para la celda.</i> .....	49

<i>Figura III.7 Malla utilizada para la simulación de la celda (a) Malla del vidrio (b) Malla del fluido.</i>	50
<i>Figura IV.1 Velocidad vertical para <math>Re = 60</math> y <math>\alpha^* = 6.7</math>.</i>	52
<i>Figura IV.2 Velocidad horizontal para <math>Re = 60</math> y <math>\alpha^* = 6.7</math>.</i>	52
<i>Figura IV.3 Magnitud de la velocidad para <math>Re = 60</math> y <math>\alpha^* = 6.7</math>.</i>	52
<i>Figura IV.4 Vorticidad para <math>Re = 60</math> y <math>\alpha^* = 6.7</math>.</i>	52
<i>Figura IV.5 Velocidad vertical para <math>Re = 20</math> y <math>\alpha^* = 0.5</math>.</i>	53
<i>Figura IV.6 Velocidad vertical para un <math>Re = 40</math> y <math>\alpha^* = 0.5</math>.</i>	54
<i>Figura IV.7 Velocidad vertical para un <math>Re = 60</math> y <math>\alpha^* = 0.5</math>.</i>	54
<i>Figura IV.8 Velocidad vertical para <math>Re = 20</math> y <math>\alpha^* = 4.1</math>.</i>	55
<i>Figura IV.9 Velocidad vertical para <math>Re = 40</math> y <math>\alpha^* = 4.1</math>.</i>	55
<i>Figura IV.10 Velocidad vertical para <math>Re = 60</math> y <math>\alpha^* = 4.1</math>.</i>	56
<i>Figura IV.11 Velocidad vertical para <math>Re = 20</math> y <math>\alpha^* = 6.7</math>.</i>	57
<i>Figura IV.12 Velocidad vertical para <math>Re = 40</math> y <math>\alpha^* = 6.7</math>.</i>	57
<i>Figura IV.13 Velocidad vertical para un <math>Re = 60</math> y <math>\alpha^* = 6.7</math>.</i>	58
<i>Figura IV.14 Velocidad vertical adimensional y vorticidad para <math>Re = 20</math> y tres diferentes coeficientes de absorción</i>	59
<i>Figura IV.15 Velocidad vertical adimensional y vorticidad para <math>Re = 40</math> y tres diferentes coeficientes de absorción.</i>	59
<i>Figura IV.16 Velocidad vertical adimensional y vorticidad para <math>Re = 60</math> y tres diferentes coeficientes de absorción.</i>	60
<i>Figura IV.17 Comparación de la velocidad vertical adimensional para <math>\alpha^* = 0.5</math> y <math>Re = 20</math>. A la izquierda el resultado experimental, en medio el resultado numérico, a la derecha el resultado numérico de la temperatura adimensional.</i>	62
<i>Figura IV.18 Comparación de la velocidad vertical adimensional para <math>\alpha^* = 0.5</math> y <math>Re = 40</math>. A la izquierda el resultado experimental, en medio el resultado numérico, a la derecha el resultado numérico de la temperatura.</i>	62
<i>Figura IV.19 Comparación de la velocidad vertical adimensional para <math>\alpha^* = 0.5</math> y <math>Re = 60</math>. A la izquierda el resultado experimental, en medio el resultado numérico, a la derecha el resultado numérico de la temperatura.</i>	63
<i>Figura IV.20 Comparación de la velocidad vertical adimensional para <math>\alpha^* = 4.1</math> y <math>Re = 20</math>. A la izquierda el resultado experimental, en medio el resultado numérico, a la derecha el resultado numérico de la temperatura.</i>	64
<i>Figura IV.21 Comparación de la velocidad vertical adimensional para <math>\alpha^* = 4.1</math> y <math>Re = 40</math>. A la izquierda el resultado experimental, en medio el resultado numérico, a la derecha el resultado numérico de la temperatura.</i>	64
<i>Figura IV.22 Comparación de la velocidad vertical adimensional para <math>\alpha^* = 4.1</math> y <math>Re = 60</math>. A la izquierda el resultado experimental, en medio el resultado numérico, a la derecha el resultado numérico de la temperatura.</i>	65
<i>Figura IV.23 Comparación de la velocidad vertical adimensional para <math>\alpha^* = 6.7</math> y <math>Re = 20</math>. A la izquierda el resultado experimental, en medio el resultado numérico, a la derecha el resultado numérico de la temperatura.</i>	66

<i>Figura IV.24 Comparación de la velocidad vertical adimensional para <math>\alpha^* = 6.7</math> y <math>Re = 40</math>. A la izquierda el resultado experimental, en medio el resultado numérico, a la derecha el resultado numérico de la temperatura. ....</i>	<i>66</i>
<i>Figura IV.25 Comparación de la velocidad vertical adimensional para <math>\alpha^* = 6.7</math> y <math>Re = 60</math>. A la izquierda el resultado experimental, en medio el resultado numérico, a la derecha el resultado numérico de la temperatura. ....</i>	<i>67</i>
<i>Figura IV.26 a) Campos de temperatura adimensional a diferentes número de Reynolds para <math>\alpha^* = 0.5</math>. b) Campos de temperatura adimensional a diferentes número de Reynolds para <math>\alpha^* = 4.1</math>. c) Campos de temperatura adimensional a diferentes número de Reynolds para <math>\alpha^* = 6.7</math>.....</i>	<i>68</i>
<i>Figura IV.27 a) Campos de temperatura dimensional a diferentes número de Reynolds para <math>\alpha^* = 0.5</math>. b) Campos de temperatura dimensional a diferentes número de Reynolds para <math>\alpha^* = 4.1</math>. c) Campos de temperatura dimensional a diferentes número de Reynolds para <math>\alpha^* = 6.7</math>.....</i>	<i>69</i>
<i>Figura IV.28 a) Longitud vertical del tamaño del vórtice (Alto) formado en la celda. b) Longitud horizontal del tamaño del vórtice (ancho) formado en la celda. ....</i>	<i>70</i>
<i>Figura IV.29 Coordenadas en a) x e b) y del centroide de masa del flujo. ....</i>	<i>70</i>
<i>Figura IV.30 Zona de cálculo del número de Nusselt local. ....</i>	<i>71</i>
<i>Figura IV.31 El Número de Nusselt y sus ejes coordenados. ....</i>	<i>72</i>
<i>Figura IV.32 Número de Nusselt local para un <math>\alpha^* = 0.5</math>. ....</i>	<i>73</i>
<i>Figura IV.33 Número de Nusselt local para un <math>\alpha^* = 4.1</math>. ....</i>	<i>74</i>
<i>Figura IV.34 Número de Nusselt local para un <math>\alpha^* = 6.7</math>. ....</i>	<i>75</i>
<i>Figura IV.35 Número de Nusselt para diferentes Números de Reynolds. ....</i>	<i>75</i>
<i>Figura IV.36 Diagrama del flujo de calor en una celda de convección.....</i>	<i>76</i>
<i>Figura IV.37 Problema típico de convección .....</i>	<i>77</i>

## Lista de tablas

Tabla 1.1 Selección de parámetros de vasos de la circulación humana.

Tabla 2.1 Partículas trazadoras para fluidos.

Tabla 2.2 Número de Reynolds respecto a la velocidad promedio de entrada.

Tabla 2.3 Tiempo de residencia y tiempo de grabación.

Tabla 2.4 Mediciones de transmitancia colimada en varias sustancias.

Tabla 2.5 Coeficientes de absorción sin tomar en cuenta la absorción del agua.

Tabla 2.6 Coeficientes de absorción de los fluidos de trabajo.

Tabla 3.1 Parámetros de la simulación.

## Nomenclatura

$\alpha$	Coficiente de difusividad térmica	$g$	Aceleración de la gravedad
$\beta$	Coficiente de dilatación	$g\_const$	Aceleración de la gravedad en COMSOL
$\Gamma$	Estado del fluido en el tiempo $t$	$H$	Función de transferencia
$\gamma$	Ángulo de reflexión	$h$	Coficiente de transferencia de calor convectivo
$\gamma'$	Ángulo de incidencia respecto a la superficie	$I$	Imagen de entrada
$\gamma''$	Ángulo de refracción	$I'$	Imagen de salida
$\Delta T_{ref}$	Diferencia de temperatura de referencia modificada	$I$	Intensidad del láser en un punto en el medio
$\varepsilon_o$	Constante dieléctrica	$I_o$	Intensidad incidente del láser
$\theta$	Temperatura adimensional	$I_{ph}$	Intensidad límite de fotoablación
$\lambda$	Longitud de onda	$\hat{I}, \hat{I}'$	Transformadas de Fourier de las funciones $I$ e $I'$ , respectivamente
$\mu$	Viscosidad dinámica	$K, P$	Límites del dominio de la correlación cruzada
$\nu$	Viscosidad cinemática	$k$	Coficiente de conductividad térmica
$\rho$	Densidad	$k'$	Constante de equilibrio térmico
$A$	Área donde se efectúa el flujo de calor	$L$	Longitud característica
$A'$	Factor de luz transmitida a través de un medio	$M$	Constante de relación entre la posición de una partícula y su imagen
$A''$	Segundo factor de luz transmitida en un medio	$mod1.T$	Campo de temperaturas en COMSOL
$a$	Coficiente de absorción	$N$	Efectos del ruido
$a_{(agua)}$	Coficiente de absorción del agua	$N$	Cantidad total de puntos en el dominio computacional
$a_{(CuNO)}$	Coficiente de absorción del Nitrato de cobre	$Nu$	Número de Nusselt
$a^*$	Coficiente de absorción adimensional	$\mathbf{n}$	Vector normal a una pared
$beta$	Coficiente de dilatación en COMSOL	$n$	Índice de refracción antes de la superficie incidente
$c$	Velocidad de la luz	$n''$	Índice de refracción después de la superficie incidente
$c_p$	Calor específico	$Pe$	Número de Peclet
$D$	Desplazamiento de una partícula	$Pr$	Número de Prandtl
$\mathbf{d}$	Campo de desplazamiento	$p$	Presión
$E$	Intensidad de campo eléctrico	$Q$	Fuente de calor
$e$	Número de Euler	$Q_{vh}$	Pérdida de calor
$Error$	Error promedio	$q$	Flujo de calor
$F_x$	Fuerzas de cuerpo en el eje x	$q'''$	Calor generado por el metabolismo

$R$	Función de correlación cruzada	$\mathbf{u}_u, \mathbf{u}_d$	Componentes de velocidad en COMSOL
$Re$	Número de Reynolds	$u, v, w$	Componentes de velocidad en las direcciones $x, y$ y $z$
$Ri^*$	Número de Richardson modificado	$u^*, v^*, w^*$	Componentes de velocidad adimensionales
$r$	Radio del haz del láser	$u_{si}$	Velocidad vertical en la simulación en un punto $i$
$\rho$	Densidad en COMSOL	$u_i$	Velocidad vertical en el experimento en un punto $i$
$S$	Término de generación de calor	$V$	Volumen del flujo de sangre en el tejido
$s$	Calor específico de la sangre	$v_\infty$	Velocidad principal del flujo
$T$	Temperatura del fluido en un punto	$v_x$	Componente en $x$ de la velocidad
$T_a$	Temperatura de la sangre arterial	$W_p$	Trabajo del fluido
$T_s$	Temperatura de la superficie	$X_i, Y_i$	Posición de una partícula
$T_\infty$	Temperatura del fluido a la entrada	$X'_i$	Posición de una partícula que se ha desplazado
$t$	Tiempo	$x, y, z$	Coordenadas rectangulares cartesianas
$t^*$	Tiempo adimensional	$x^*, y^*, z^*$	Coordenadas rectangulares cartesianas adimensionales
$t'$	Tiempo después del desplazamiento de una partícula	$x_i, y_i$	Posición de una partícula en píxeles
$t_r$	Tiempo de residencia	$x_c^*, y_c^*$	Posición del centro másico
$U$	Velocidad media del flujo	$x_t$	Grosor físico de la muestra
$\mathbf{u}$	Campo de velocidad en el fluido		

## Resumen

Padecimientos vasculares han sido tratados en años recientes con técnicas láser teniendo éxito parcial. La intención de este trabajo es contribuir al entendimiento del fenómeno de convección mixta de un flujo de sangre que es irradiado con láser usando soluciones acuosas de nitrato de cobre para simular la absorción del láser. Específicamente, se estudió el efecto del coeficiente de absorción (de 0.52, 4.07 y 6.72  $\text{cm}^{-1}$ ) y número de Reynolds (20, 40 y 60). Se implementó un sistema de PIV para analizar el fenómeno. El modelo experimental fue hecho con una celda de vidrio de 1 cm de ancho, 1 cm de profundidad y 10 cm de alto. Para la irradiación láser se usó un láser de diodo de 975 nm. Se midieron los campos de velocidad usando la técnica de PIV. Los resultados experimentales fueron complementados con un modelo numérico en COMSOL para calcular el campo de temperatura resultante. Los resultados sugieren que a mayor velocidad del fluido el intercambio de calor se reduce, y que a mayor coeficiente de absorción se obtiene una mayor generación de calor en el fluido, se analizan también la variación en el Número de Nusselt y los resultados experimentales contra los resultados numéricos.

## Introducción

El cuerpo humano es un conjunto de sistemas que hacen posible la vida de una persona. El bienestar del cuerpo es de gran interés para dicha persona. Sin embargo, las fallas en esos sistemas pueden limitar la calidad de vida, uno de esos sistemas es el sistema vascular. El sistema vascular se encarga de llevar los nutrientes y oxígeno a cada parte del cuerpo, está compuesto por vasos que varían de tamaño desde diámetros equivalentes al de un dedo hasta diámetros de pocas micras.

Algunos padecimientos que suceden en el sistema vascular y que son provocados por la formación excesiva de vasos en una zona o por malformaciones en dichos vasos. Algunos de esos padecimientos son las manchas de vino de oporto, hemangiomas capilares y várices, entre otros. Hay muchas formas de tratamiento para estos padecimientos, desde inyecciones, ligación de los vasos y tratamientos con láser. En el capítulo primero se ampliará en estas ideas.

Los tratamientos con láser consisten en elevar la temperatura del tejido hasta la temperatura de coagulación, de este modo el cuerpo se deshará del tejido coagulado y reparará la zona afectada por sí mismo de manera natural. Los tratamientos láser han sido muy utilizados en este tipo de procedimientos ya que ofrecen como ventaja un requerimiento mínimo de intervención quirúrgica y tiene pocos efectos secundarios.

En este trabajo se tratará de semejar un vaso sanguíneo siendo irradiado por un láser. Para ello se hizo un modelo experimental para simular el flujo de un fluido al mismo tiempo que es irradiado por un láser con el objetivo de entender mejor la distribución de calor y la hidrodinámica que ocurre dentro del vaso. Para ello se usó la técnica de Velocimetría por Imagen de Partículas (PIV por sus siglas en inglés).

En el capítulo segundo se hablará sobre la implementación de una técnica de visualización de flujos. La técnica de PIV es implementada con un láser de iluminación, una zona de pruebas, un tanque proveedor de fluido, un tanque receptor de fluido, una bomba y una cámara de alta velocidad. La zona de pruebas es iluminada por el láser de iluminación en un plano perpendicular a la cámara, el tanque proveedor proporciona fluido de trabajo a la zona de pruebas mientras que el tanque receptor recibe el fluido que sale de la zona de pruebas, la bomba se encarga de llevar el fluido del tanque receptor de nuevo a tanque proveedor. La cámara toma fotografías del flujo que se analizan después con un programa especializado que usa métodos estadísticos para determinar la velocidad en cada punto de la imagen.

En el arreglo usado, la celda de flujo consiste en un canal vertical de paredes de vidrio de 10 mm X 10 mm con una longitud de 180 mm, la zona de pruebas es de 100 mm. El tanque proveedor está sobre la celda y están unidos por una reducción para evitar vorticidad en la zona de pruebas, mientras que el tanque receptor está debajo de la celda. Además, se agregó un láser de calentamiento, un láser con una longitud de onda para la cual el fluido de trabajo es muy absorbente.



En el tercer capítulo se comentará sobre la simulación numérica realizada. Para validar los resultados se hizo también una simulación en COMSOL, se simuló solamente la zona de prueba y se encontraron similitudes entre el experimento físico y la simulación. En el capítulo cuatro se analizan los resultados y se comparan contra los resultados numéricos.

# Capítulo I Aplicaciones de luz láser en tratamientos para padecimientos vasculares subcutáneos y fundamentos de convección mixta

El cuerpo humano es un conjunto de sistemas en perfecta armonía que hacen posible la vida de una persona, sin embargo, existen distintos factores que pueden provocar que algún sistema falle. Comprender cómo funciona el cuerpo y cómo modelarlo es esencial para el tratamiento de estas fallas, algunas son meramente estéticas, pero otras pueden llegar a poner en riesgo a la persona que las padece.

Uno de los sistemas que constituyen el cuerpo humano es el sistema vascular, que se encarga de llevar los nutrientes y oxígeno necesarios para la vida diaria, lleva la energía a cada rincón para la generación metabólica de calor, para la transmisión de señales para moverse, para el crecimiento y desarrollo de tejido y para muchas cosas más.

El estudio del sistema vascular es amplio pues se pueden estudiar desde los vasos más pequeños con grosores iguales a los de un cabello hasta venas del tamaño de un dedo pulgar humano y, entre más grande es el vaso, más influencia tiene la convección provocada por calentamiento de tejido. Muchos tratamientos hoy en día usan la hipertermia en ciertos padecimientos vasculares y desde hace unas cuantas décadas se ha usado el calentamiento por láser porque no es invasivo.

En este capítulo se describirán algunos padecimientos vasculares, su tratamiento y los intentos por modelar su comportamiento, pues el éxito de estos tratamientos dependerá en gran medida la comprensión que se tenga de los fenómenos involucrados.

## 1.1 Padecimientos vasculares subcutáneos

El sistema vascular comprende el conjunto de venas y arterias presentes en el cuerpo humano, éstas se encargan de conducir el oxígeno y nutrientes necesarios por medio de la sangre. Como cualquier sistema, el sistema vascular también puede tener fallas y malformaciones, algunas de esas malformaciones son causadas por una angiogénesis mal llevada. La angiogénesis es el proceso de creación de nuevos vasos sanguíneos, es importante para la cicatrización de heridas y restauración de flujo sanguíneo en tejido herido. Los defectos en la angiogénesis son el común denominador en padecimientos vasculares, los cuales afectan a mil millones de personas en el mundo, estos padecimientos son causados tanto por angiogénesis excesiva o insuficiente (Mattassi, 2009). A continuación se describen algunos de los padecimientos vasculares más comunes.

### **1.1.1 Hemangiomas capilares**

Los hemangiomas capilares o marca de fresa son tumores benignos que aparecen en la infancia, se producen en las primeras semanas de vida, la fase de crecimiento es seguida por una involución espontánea que se completa en su mayoría antes de los 7 años de edad (Goldberg, 2005). La mayor parte de las marcas de fresa son de importancia cosmética, sin embargo, puede aparecer en lugares donde cause interferencia en los órganos, como cerca de los ojos o la nariz, en esos casos se debe hacer un tratamiento.

### **1.1.2 Malformaciones capilares**

También conocidas como Manchas de Vino de Oporto, llamadas en inglés Port-Wine Strains (PWS), son malformaciones vasculares congénitas que se forman de capilares vasculares maduros, comúnmente se presentan en la frente, el rostro y la nuca (Bransky, 1980). Las PWS se ubican unos 300  $\mu\text{m}$  debajo de la dermis y se consideran de tamaño moderado cuando tienen un diámetro entre 40  $\mu\text{m}$  y 200  $\mu\text{m}$  (Fiskerstrand, 1996). Este padecimiento se encuentra en uno de cada mil nacimientos y no debe considerarse como un problema estético solamente, pues el desarrollo personal es influenciado negativamente en casi todos los pacientes. La concentración de melanina en la dermis, el número y diámetro de los vasos son funciones de la profundidad, la saturación de oxígeno y la velocidad del flujo (Gemer et al., 1997).

### **1.1.3 Telangiectasia facial**

La telangiectasia facial es uno de los padecimientos vasculares más comúnmente tratados, los vasos afectados por este padecimiento son más grandes que los afectados por PWS, midiendo desde 0.1 mm hasta varios milímetros de diámetro (Goldberg, 2005), suele aparecer en la nariz y las mejillas.

### **1.1.4 Várices**

La insuficiencia venosa de la extremidad inferior es una condición médica que afecta al 25% de las mujeres y 15% de los hombres de Estados Unidos y Europa. El reflujo en la vena safena magna (en inglés Great Saphenous Vein, GSV) es la causa más remarcable por su importancia en el sistema varicoso (Desmyttere, 2007). Los pies son localizaciones especiales para las malformaciones vasculares (Mattassi, 2009). Es usual la cirugía como tratamiento a este padecimiento, sin embargo, se encuentra que hay una recurrencia entre el 30% y 60% de los casos reportados; aunque una cirugía inadecuada y el mecanismo de progresión de la enfermedad pueden explicar algunos casos de recurrencia, es la neovascularización del área la principal causa de recurrencia (Zimmet, 2007). La principal causa de recurrencia se debe a tratamiento inadecuado o incompleto en el 55-70% de los casos. La segunda causa de recurrencia viene de la progresión de la enfermedad, desarrollando várices en venas normales, esto sucede en el 20-25% de los casos. La tercera causa es la neovascularización donde las várices aparecen en venas previamente tratadas y eso sucede para el 5-20% de los casos (Allegra, 2007).

## 1.2 Mecanismos fototérmicos de interacción de luz láser con tejidos biológicos

### 1.2.1 Radiación

La radiación es una forma de intercambio de calor entre dos cuerpos de temperatura distinta sin que se requiera un medio entre ellos, cuando la temperatura de un objeto es mayor que la temperatura de del otro objeto entonces radiará energía hasta que ambos hayan llegado al equilibrio térmico. La radiación se lleva a cabo mediante energía oscilante que es liberada por cada uno de los electrones de un cuerpo, por tanto, la radiación es un fenómeno volumétrico (Incropera, 1999). Cuando un electrón reduce su nivel de energía libera un fotón, este fotón tiene asociados una longitud de onda y una frecuencia, pues es una partícula y una onda a la vez, la energía que lleva este fotón está determinada por su frecuencia. La radiación de las ondas de larga longitud es capaz de pasar a través de los sólidos, la energía asociada a estas ondas es mucho menor que la radiación de onda corta. En el rango de  $\lambda = 0.38 \times 10^{-6} \text{ m}$  a  $\lambda = 0.76 \times 10^{-6} \text{ m}$  se encuentra la radiación que percibe el ojo humano y se conoce como espectro visible. La radiación de longitud de onda más larga que  $\lambda = 0.76 \times 10^{-6} \text{ m}$  se conoce como luz infrarroja y a radiación de longitud de onda más corta que  $\lambda = 0.38 \times 10^{-6} \text{ m}$  se conoce como luz ultravioleta (Welty, 2007). Los rangos están ilustrados en la Figura I.1.

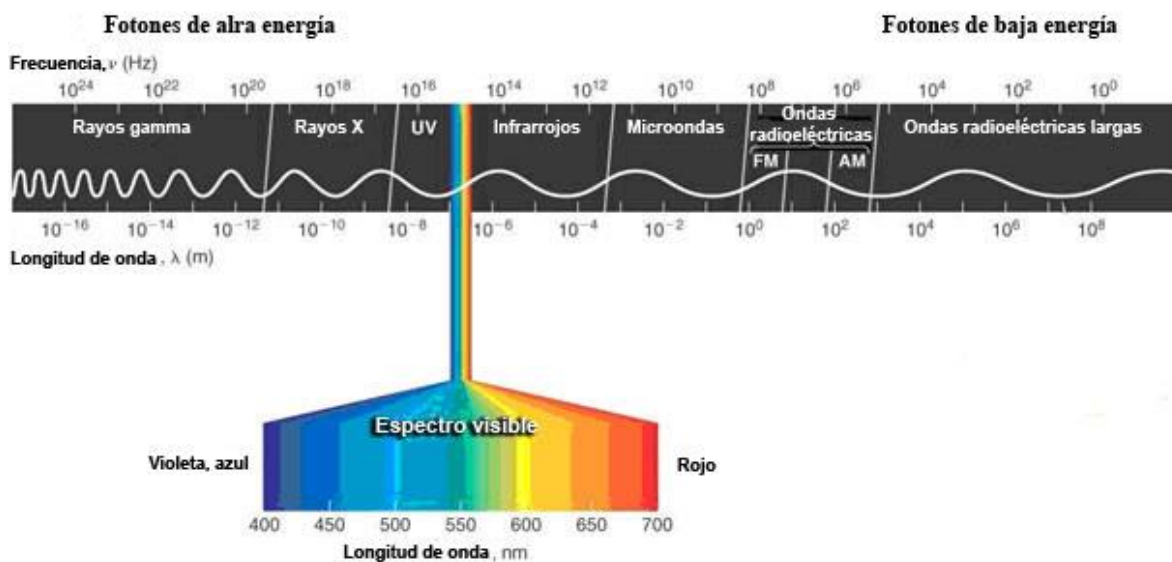


Figura I.1 Espectro electromagnético según su frecuencia. (Imagen adaptada de (Jung, 2008))

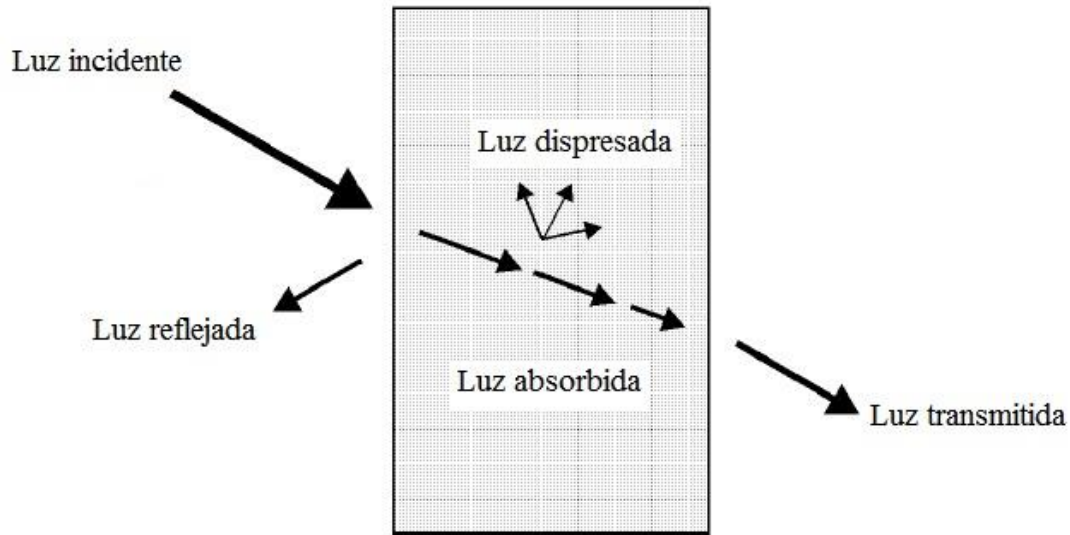
### 1.2.2 Luz y materia

Cuando la luz interactúa con la materia ocurren tres fenómenos:

- Reflexión y refracción
- Dispersión

- Absorción

La Figura 1.2 muestra los distintos fenómenos de la luz interactuando con la materia, la refracción es un desplazamiento de la luz transmitida. En aplicaciones médicas la refracción juega un papel importante sólo en tejidos transparentes, como la córnea, pero en medios opacos la refracción es difícil medir debido a la dispersión y la absorción.



*Figura 1.2 Geometría de la luz reflejada, dispersada, absorbida y transmitida. Imagen adaptada, (Niemz, 2007).*

La *reflexión* es definida como la radiación electromagnética reflejada por la superficie en que incide. Cuando un haz de luz se refleja en una superficie el ángulo de reflexión  $\gamma$ , es igual al ángulo de incidencia respecto a la superficie  $\gamma'$ , como se muestra en la Figura 1.3, entonces se conoce como reflexión especular. Si la superficie no es completamente lisa entonces se reflejará luz en muchos ángulos, aunque en menor medida, esta es conocida como reflexión difusa.

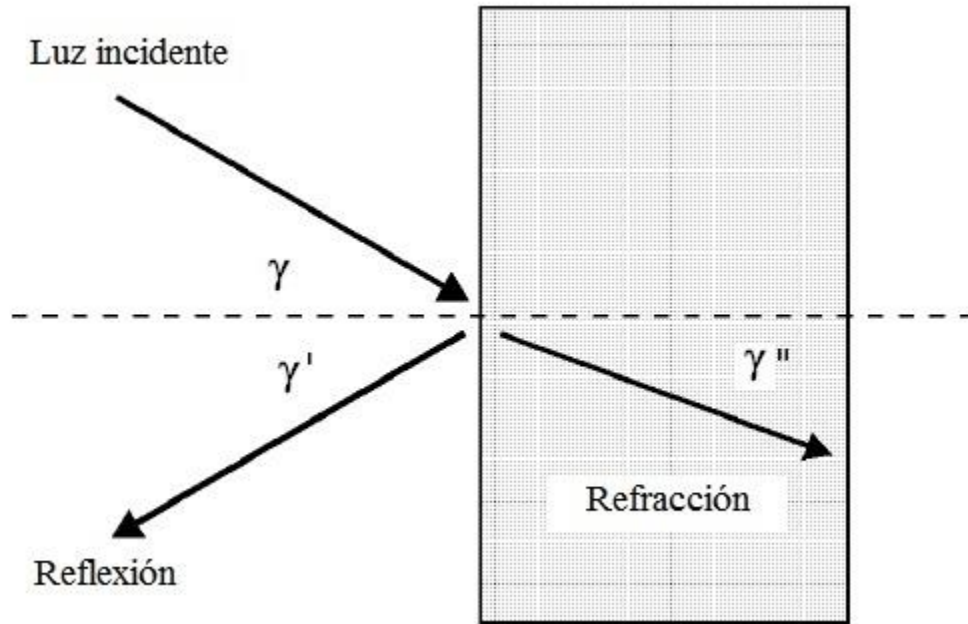


Figura 1.3 Geometría de la luz reflejada y refractada. Imagen adaptada (Niemz, 2007).

De tal modo que  $\gamma = \gamma'$ , donde los ángulos  $\gamma$  y  $\gamma'$  están medidos respecto al eje perpendicular a la superficie. La *refracción* generalmente ocurre cuando la luz atraviesa dos medios con coeficiente de refracción distintos, debido a que la luz tiene velocidades diferentes en esos medios, esta diferencia está dada por la ley de Snell:

$$n \operatorname{sen} \gamma = n'' \operatorname{sen} \gamma'' , \quad (1.1)$$

donde  $\gamma''$  es el ángulo de refracción y  $n$  y  $n''$  son los índices de refracción del medio antes y después de la superficie.

En el fenómeno de la *dispersión*, la luz que entra al medio se refleja una y otra vez en las partículas existentes en el medio, siguiendo rutas aleatorias hasta salir del medio dispersante.

En la *absorción* la onda electromagnética incidente es atenuada mientras pasa por un medio, la absorción se debe a la conversión de energía lumínica en energía térmica. En un medio perfectamente transparente no habría absorción. La absorción de un material en un medio es diferente para cada longitud de onda, por ejemplo, el agua tiene un índice de absorción alto para longitudes de onda en el espectro infrarrojo y ultravioleta, pero muy bajo para el espectro visible de la luz. La atenuación de la luz en un medio opaco está dada por la ley de Beer:

$$I = I_0 e^{-ax} , \quad (1.2)$$

donde  $I$  es la intensidad en un punto dentro del medio en  $W/m^2$ ,  $I_0$  es la intensidad incidente al medio en  $W/m^2$ ,  $a$  es el coeficiente de absorción para la longitud de onda correspondiente en  $m^{-1}$  y  $x$  es la distancia del punto dado a la superficie en m.

### 1.2.3 Luz y tejido

A pesar de que el número de combinaciones posibles de parámetros experimentales es ilimitado, se reconocen cinco posibles categorías de interacción de luz láser con tejidos biológicos: interacciones fotoquímicas, interacciones térmicas, fotoablación, ablación inducida por plasma y fotodisrupción (Niemz, 2007).

- Interacciones fotoquímicas

Las interacciones fotoquímicas tienen lugar a muy baja intensidad, típicamente  $1 W/cm^2$ , y tiempos largos de exposición. Algunas interacciones fotoquímicas son la fotosíntesis, terapia fotodinámica y la bioestimulación.

- Interacciones térmicas

Este término se refiere a varios tipos de interacción en los que se eleva la temperatura local de una zona. Los efectos térmicos pueden ser inducidos tanto por láser de onda continua o irradiación láser pulsada. Dependiendo de la duración y la temperatura máxima que se utilice se pueden obtener diferentes efectos como coagulación, vaporización, carbonización y derretimiento.

En el proceso de coagulación la temperatura del tejido supera los  $60^\circ C$  y el tejido se vuelve necrótico. La vaporización provoca que el agua en los tejidos se evapore, por lo que se expande rápidamente y provoca microexplosiones locales. Aproximadamente a los  $100^\circ C$  se produce la carbonización, este debe evitarse pues el tejido se hace necrótico a temperaturas menores y disminuye la visibilidad en la cirugía. El derretimiento es posible en dientes, pues tienen compuestos que se derriten a una temperatura de cientos de grados Celsius (Niemz, 2007).

El calor generado por la radiación de un láser se produce en el interior del tejido, el depósito de calor en un tejido se debe a la luz que es absorbida en el tejido. Para un haz de luz en un medio no-dispersante el depósito local de calor por unidad de área en función de la profundidad está dado por:

$$S(y) = aI(y), \tag{1.3}$$

dado que  $a$  depende de la longitud de onda lo mismo ocurre con  $S$ . Si las fases de transición (vaporización, derretimiento) o alteraciones de tejido (coagulación, carbonización) no ocurren un aumento en el calor conducirá a un aumento lineal de la temperatura.

- Fotoablación

En este mecanismo el tejido se descompone cuando es expuesto a una radiación intensa, se alcanza la fotoablación con  $10^7$ - $10^8$  W/cm<sup>2</sup> con duraciones de nanosegundos. Las ventajas de la fotoablación en cirugías son: que es predecible, la precisión que se puede tener y que no hay daño en el tejido adyacente.

Supóngase dos átomos A y B en un tejido unidos por un electrón, la absorción de un fotón llevará a estos átomos a un estado excitado, si se absorbe un fotón ultravioleta, la energía ganada es lo suficientemente grande para llevarlos a un estado electrónico que exceda la energía del enlace, en este caso, los átomos A y B se disociarán.

La mayoría de grupos de investigación basan sus modelos en la validez de la ley de Beer, Ecuación 1.2. Para evaluar el cambio de intensidad, se debe derivar respecto al eje, dando:

$$-\frac{\partial I}{\partial y} = aI(y), \tag{1.4}$$

la fotoablación ocurrirá sólo si el lado izquierdo de la ecuación no baja de un cierto valor límite  $aI_{ph}$ :  $aI \geq aI_{ph}$ , donde  $I_{ph}$  es la intensidad límite de fotoablación. Esta condición requiere que una cierta cantidad de energía deba ser absorbida por unidad de volumen y tiempo para alcanzar la fotoablación (Niemz, 2007).

- Ablación inducida por plasma

Cuando la intensidad supera los  $10^{11}$  W/cm<sup>2</sup>, ocurre un fenómeno llamado ruptura óptica. Este tipo de ablación es generada por la misma ionización del plasma. En contraste con la fotodisrupción, este es un fenómeno más mecánico. Para la ablación inducida por plasma lo más importante es la intensidad de campo eléctrico  $E$  que determina cuando se provoca la ruptura, si el campo excede cierto valor se fuerza la ionización de moléculas y ocurre la ruptura. La fuerza del campo eléctrico está relacionada con la intensidad por la siguiente ecuación:

$$I = \frac{1}{2} \varepsilon_o c E^2, \tag{1.5}$$

donde  $\varepsilon_o$  es la constante dieléctrica y  $c$  la velocidad de la luz. En general, la generación de plasma debido a un campo eléctrico intenso es llamada *ruptura dieléctrica* (Niemz, 2007).

- Fotodisrupción

Los efectos asociados a la ruptura óptica son la formación de plasma y la generación de ondas de choque. Si la ruptura se da en fluidos o tejidos se provoca también cavitación. En la ablación por plasma inducido se ignoraban los efectos secundarios, pero al aumentar la energía los efectos



secundarios se vuelven más significativos. La cavitación provocada por el láser ocurre en el interior del tejido, haciendo la fotodisrupción una técnica apropiada para cirugía no invasiva, su uso más común es en cirugía de cataratas y de cálculos renales (Niemz, 2007).

### **1.3 Tratamientos por medio de láser de padecimientos vasculares subcutáneos**

Hay muchos padecimientos que se pueden tratar con los láseres disponibles. Actualmente los láseres más usados para el tratamiento de padecimientos vasculares son los láseres de colorante pulsado (PDL) y los láser KTP (Potasio-Titanio-Fósforo), aunque recientemente se han usado láseres de Nd:YAG (neodymium-doped yttrium aluminium garnet) (Goldberg, 2005).

Uno de los padecimientos vasculares tratados con láser son las previamente descritas PWS, suelen ser tratadas con láser PDL, con longitudes de onda entre 577-597 nm (Fiskerstrand, 1996) y (Greve, 2004), la duración del láser suele ser de unos 450 ms y el punto generalmente tiene entre 3 y 10 mm (Goldberg, 2005). Aunque se ha encontrado que de este modo se aclaran las PWS, solamente se limpian totalmente en un 10% de los casos (Sharif, 2012). Una de las causas puede ser que los parámetros para el tratamiento debe variar de acuerdo al paciente, pero en vez de eso, se usan siempre los mismos parámetros (Gemert et al., 1997).

Los hemangiomas capilares o marcas de fresa son tumores benignos que aparecen durante los primeros meses de vida, aparecen aproximadamente en el 20% de los niños recién nacidos (Holmdahl, 1955), la mayoría de los hemangiomas son superficiales y no se tratan a menos que afecten el desarrollo del niños o estén cerca de zonas delicadas, como en el rostro, nariz, genitales y zona perianal, sólo un 10% requiere tratamiento pues en su mayoría involucionan espontáneamente (Battistella, 2005). El tipo de láser usado en este tipo de lesiones es el láser PDL, se suele usar como tratamiento complementario en hemangiomas superficiales (Hering, 2006).

Otros padecimientos tratados con terapia láser son la psoriasis, las cicatrices y las verrugas. Un padecimiento importante es la insuficiencia de flujo en las venas de las piernas. Aunque existen muchos tratamientos para el tratamiento de padecimientos vasculares en las venas principales de las piernas, los tratamientos con láser tienen menor incidencia de neovascularización que otros, como la extirpación quirúrgica (Zimmet, 2007). Los diámetros de las venas en las piernas suelen tener un mayor tamaño, miden un promedio de 7.5 mm de diámetro y varían entre 2.5 y 15 mm (Desmyttere, 2007). Las longitudes de onda en las que se tratan los padecimientos en las piernas oscilan entre los 810 nm (Min, 2013) y los 980 nm (Desmyttere, 2007). Se ha encontrado que los tratamientos por medio de láser de estos padecimientos tienen pocas complicaciones a largo plazo (Chang-Keun Oh, 2003)(Mozes, 2005).

El tratamiento adecuado para cada padecimiento varía en función del vaso que se está tratando, tamaños de distintas venas y arterias son mostrados en la Tabla 1.1.

Tabla 1.1 Selección de parámetros de vasos de la circulación humana. La velocidad es promedio a menos que se indique lo contrario (Crezee, 1992).

Tipo de vaso	Diámetro (mm)	Velocidad (cm/s)	Número de Reynolds
Aorta ascendente	20-32	63 (pico)	3600-5800
Aorta descendente	16-20	27 (pico)	1200-1500
Arteria interna carótida	4	50	570
Arteria femoral	5	26	370
Arteria renal	4	50	570
Arterias grandes	2-6	20-50	110-850
Capilares	0.005-0.01	0.05-0.1	0.0007-0.003
Venas grandes	5-10	15-20	210-570
Vena cava	20	11-16	630-900

Cabe mencionar que el flujo en los vasos varía en función del diámetro, los rangos mencionados en la tabla son sólo una guía, pues es diferente en cada persona. Aunque no se mencione en la tabla existen diámetros de vasos y flujo sanguíneo entre los valores dados.

## 1.4 Efecto de la convección mixta en tratamientos láser de padecimientos vasculares subcutáneos

### Principios de convección

La convección es un método de transporte de calor entre una superficie y un fluido, la ecuación que gobierna este fenómeno es la Ecuación 1.6:

$$\frac{q}{A} = h\Delta T, \tag{1.6}$$

donde  $q$  es el flujo de calor,  $A$  el área donde se efectúa el flujo de calor,  $h$  es el coeficiente de transferencia de calor convectivo y  $\Delta T$  es la diferencia de temperatura entre la superficie y el fluido. Las partículas de fluido que están en contacto con la pared son estacionarias y la capa delgada cerca de la pared será laminar independientemente del régimen del flujo, si el régimen es laminar, como es nuestro caso, el calor pasará de molécula en molécula, si el régimen es turbulento habrá una mezcla de partículas entre regiones a diferentes temperaturas.

Existen dos clasificaciones principales para la transferencia de calor por convección y tienen que ver con la causa del flujo. La primera es la *convección natural*, que sucede donde el flujo es provocado por la diferencia de temperatura. Cuando un fluido es calentado o enfriado el cambio de densidad provoca que las partículas se muevan de lugar y sean reemplazadas con partículas

nuevas y el ciclo se repite. La segunda es la *convección forzada*, en este caso el movimiento del fluido es provocado por fuerzas externas, como la gravedad o un cambio de presión. La *convección mixta* sucede cuando se dan ambos efectos al mismo tiempo.

Las difusividades moleculares de momentum y energía están definidas como

$$v = \mu/\rho \tag{1.7 a}$$

y

$$\alpha = k/\rho c_p \tag{1.7 b}$$

y se les conoce como viscosidad cinemática (1.7 a) y coeficiente de difusividad térmica (1.7 b), respectivamente; donde  $\mu$  es la viscosidad dinámica,  $\rho$  es la densidad,  $k$  es el coeficiente de conductividad térmica y  $c_p$  es el calor específico. Nótese que ambas difusividades tienen las mismas dimensiones. La relación entre estas dos cantidades se obtiene un parámetro adimensional conocido como *Número de Prandtl*:

$$Pr = \frac{v}{\alpha} = \frac{\mu c_p}{k} \tag{1.8}$$

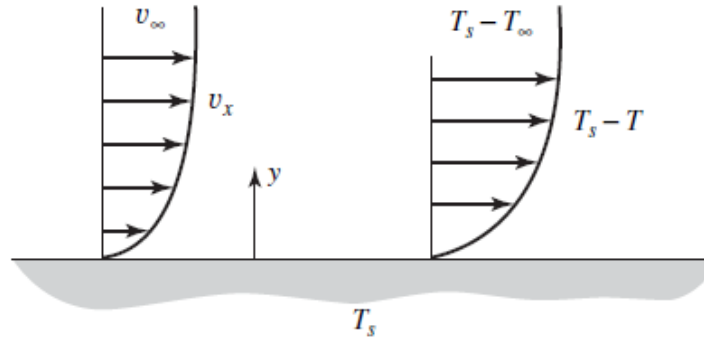
La Ecuación 1.6 puede ser reescrita como

$$q = hA(T_s - T_\infty) \tag{1.9}$$

donde  $T_s$  es la temperatura de la superficie y  $T_\infty$  es la temperatura del fluido. Dado que en la superficie el flujo es laminar se puede aproximar en ese punto a la transferencia de calor por conducción, mediante la Ecuación 1.10:

$$q = -kA \frac{\partial T}{\partial y}(x, 0), \tag{1.10}$$

donde  $T$  es la temperatura a una distancia  $y$  de la superficie. Como se muestra en la Figura I.4, los perfiles se miden perpendicularmente a la superficie. En este caso específico, la superficie tiene mayor temperatura que la del fluido.



**Figura 1.4** Perfiles de velocidad y temperatura en un fluido que pasa por una superficie con mayor temperatura (Welty, 2007).

Al igualar las ecuaciones 1.9 y 1.10 encontramos que

$$h(T_s - T_\infty) = -k \frac{\partial}{\partial y} (T - T_s)|_{y=0}, \quad (1.11)$$

reescribiendo la Ecuación 1.11 y multiplicando en ambos lados por una longitud característica  $L$  tenemos que

$$\frac{hL}{k} = \frac{\frac{\partial T}{\partial y}(x, 0)}{(T_s - T_\infty)/L}. \quad (1.12)$$

La Ecuación 1.12 es la relación entre la transferencia de calor por convección contra la transferencia de calor por conducción, esta relación es conocida como Número de Nusselt:

$$Nu = \frac{hL}{k}. \quad (1.13)$$

Un parámetro comúnmente usado en el estudio de la convección es el número de Peclet, que es el producto del número de Reynolds y el Número de Prandtl y está dado por la Ecuación 1.14:

$$Pe = Re * Pr = \frac{\rho c U L}{k}, \quad (1.14)$$

donde  $U$  es la velocidad media del flujo, teniendo en cuenta que el número de Reynolds se define como

$$Re = \frac{UL}{\nu}. \tag{1.15}$$

El cuerpo humano es un sistema complejo en el que no sólo hay movimiento de fluidos sino también generación de calor y control de la temperatura mediante varios mecanismos. Por eso se han propuesto varios modelos de los tejidos para describir el comportamiento de la temperatura en varias circunstancias. Por ejemplo, si en un procedimiento de adición de calor o hipertermia existe un vaso sanguíneo lo suficientemente grande puede interferir en el procedimiento.

La hipertermia o calentamiento de tejidos es una herramienta en muchos tratamientos, por eso es importante conocer los efectos de los vasos en la distribución de temperatura de los tejidos. Uno de los primeros en proponer una ecuación para modelar la temperatura en el cuerpo fue Pennes (Pennes, 1948), quien desarrolló un modelo basado en resultados experimentales sobre temperatura en el brazo, la ecuación de Pennes es una modificación de la ecuación de calor que toma en cuenta el flujo de sangre y la generación de calor metabólico, Ecuación (1.16):

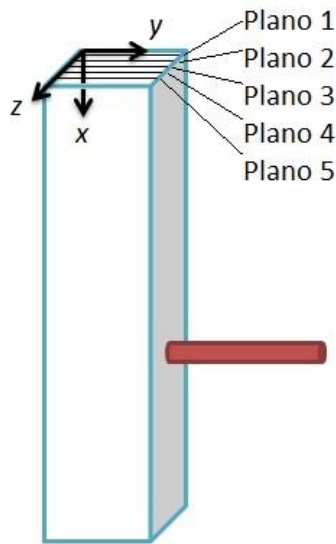
$$\rho c \frac{\partial T}{\partial t} = \nabla \cdot (k \nabla T) + (1 - k') V \cdot s (T_a - T) + q''', \tag{1.16}$$

donde  $\rho$  es la densidad del tejido,  $s$  es el calor específico del tejido,  $T$  es la temperatura del tejido,  $k$  es el coeficiente de conductividad del tejido,  $k'$  es una constante de equilibrio térmico que varía de 0 a 1,  $V$  es el volumen del flujo de sangre en el tejido,  $s$  es el calor específico de la sangre,  $T_a$  es la temperatura de la sangre arterial y  $q'''$  es calor generado por el metabolismo. Esta ecuación está formulada bajo la suposición de que el tejido tiene dos fuentes de calor: el producido por el metabolismo y el transmitido por la sangre. El flujo de sangre circulando en el tejido es uniforme, sin embargo, la tasa de calor transferido de la sangre al tejido no lo es. La conductividad térmica es prácticamente constante y se puede aplicar la ley de enfriamiento de Newton. Aunque esta ecuación puede describir la distribución de temperatura en el tejido teniendo en cuenta el flujo de sangre, debido a las simplificaciones introducidas, no se puede decir que funcione en presencia de vasos grandes (Wulff, 1974).

La presencia de vasos en un tejido influye de manera importante en la distribución de temperatura del mismo. Se ha encontrado que los vasos provocan desuniformidades en el calentamiento de tejidos (Crezee, 1992) y reducen la transferencia de calor. Por otro lado, se han propuesto algunas soluciones como reducir el flujo en los vasos (Kolios, 1995) o calentar el vaso antes de la zona que se requiere calentar (Consiglieri, 2003).

## 1.5 Aproximación matemática del fenómeno de un flujo forzado con calentamiento láser

La sangre es un fluido difícil de modelar, por eso, se asumirá un fluido más parecido al agua que a la sangre como una primera aproximación, se harán las siguientes simplificaciones: el fluido es Newtoniano, incompresible, tiene propiedades térmicas constantes, el flujo es laminar, se puede usar la aproximación de Boussinesq, el fluido tiene una disipación viscosa despreciable y se tomará en estado estable. La aproximación de Boussinesq puede ser usada bajo los criterios brindados por (Tritton, 1977), los cuales son: 1) El cambio de densidad producido por la expansión por el campo de temperatura debe ser despreciable ( $\beta\Delta T \ll 1$ ), 2) La escala en que la presión y la temperatura cambian en una unidad debe ser mucho menor que la longitud característica del sistema ( $g\rho\beta L \ll 1$  y  $g\beta L/c_p \ll 1$ ). 3) La relación entre el gradiente de temperatura y el gradiente de temperatura impuesta debe ser muy pequeña ( $\frac{g\beta L T_\infty}{c_p \Delta T} \ll 1$ ). En nuestro problema se cumplen todas estas criterios, por lo que se puede asumir que la aproximación de Boussinesq es válida. Los ejes se toman como se muestra en la Figura I.5.



*Figura I.5 Posición de los ejes respecto a la posición de la celda y el láser.*

Bajo estas simplificaciones las ecuaciones de continuidad (1.17), Navier-Stokes (1.18 a 1.20) y de la energía (1.21) que caracterizan el comportamiento del flujo bajo estudio, quedan de la siguiente manera:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0,$$

(1.17)

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} = v \left[ \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right] + g\beta(T - T_o), \quad (1.18)$$

$$u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} = v \left[ \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \right], \quad (1.19)$$

$$u \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial y} + w \frac{\partial w}{\partial z} = v \left[ \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \right], \quad (1.20)$$

$$u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} + w \frac{\partial T}{\partial z} = \alpha \left[ \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right] + \frac{S}{\rho c_p}, \quad (1.21)$$

y

$$S = aI_o e^{-a(L-y)}. \quad (1.22)$$

La Ecuación 1.17, se obtiene bajo la ley de conservación de masa, en esta ecuación  $u$  es la velocidad en el eje  $x$ ,  $v$  es la velocidad en el eje  $y$  y  $w$  es la velocidad en el eje  $z$ . Las ecuaciones 1.18 a 1.20 representan las ecuaciones de conservación de momentum en el fluido, los primeros tres términos de cada ecuación son los términos convectivos y los tres términos después de la equidad son los términos conductivos; en la Ecuación 1.18 se añade, además, el término de fuerzas de cuerpo en el fluido, que incluye a la gravedad y está dada por la aproximación de Boussinesq, en ese término,  $g$  representa la gravedad,  $\beta$  el coeficiente de dilatación,  $T$  representa el campo de temperatura y  $T_o$  es la temperatura de entrada del fluido. La Ecuación 1.21 es la ley de conservación de energía, donde se incluye el término de generación de calor,  $S$ , representado por la Ecuación 1.22, que se basa en la ley de Beer expuesta anteriormente, donde  $I_o$  es la intensidad incidente del láser. En la Ecuación 1.21 los primeros tres términos representan el transporte de calor por convección y los tres términos posteriores al signo de equidad representan el transporte de calor por conducción, el último término es el de generación de calor por el láser, se debe poner aquí porque no es una condición en la frontera, sino adentro del flujo.

Como condiciones de frontera se asume la condición de no deslizamiento en las paredes, flujo completamente desarrollado en la sección entrada de la zona de pruebas y temperatura constante en las paredes, estas condiciones están representadas por las ecuaciones 1.23a, 1.23b y 1.23c, respectivamente.

$$u = v = w = 0 \text{ en } z = 0, z = L, y = 0, y = L, \quad (1.23a)$$

$$u(x) = \left( \frac{6*U}{L^2} y^2 - \frac{6*U}{L} y \right) * \left( \frac{6*U}{L^2} z^2 - \frac{6*U}{L} z \right) \text{ en } x = 0, \quad (1.23b)$$

y

$$T = T_0 \text{ en } z = 0, z = L, y = 0, y = L. \quad (1.23c)$$

Se adimensionalizarán las ecuaciones para que se puedan comparar en futuras referencias con otros resultados. Para adimensionalizar las ecuaciones se usarán algunas definiciones, dadas por las ecuaciones 1.24a a la 1.24j:

$$x^* = \frac{x}{L}, \quad (1.24a)$$

$$y^* = \frac{y}{L}, \quad (1.24b)$$

$$z^* = \frac{z}{L}, \quad (1.24c)$$

$$u^* = \frac{u}{U}, \quad (1.24d)$$

$$v^* = \frac{v}{U}, \quad (1.24e)$$

$$w^* = \frac{w}{U}, \quad (1.24f)$$



$$a^* = aL, \quad (1.24g)$$

$$t^* = \frac{tU}{L}, \quad (1.24h)$$

$$\theta = \frac{T - T_\infty}{\Delta T_{ref}}, \quad (1.24i)$$

y

$$\Delta T_{ref} = \frac{I_0 a L^2}{k}. \quad (1.24j)$$

Las definiciones 1.24a, 1.24b y 1.24c son para adimensionalizar las variables espaciales, las definiciones 1.24d, 1.24e y 1.24f son para adimensionalizar las velocidades, la definición 1.24g es la adimensionalización del coeficiente de absorción, la definición 1.24h es la adimensionalización del tiempo y las definiciones 1.24i y 1.24j son la adimensionalización de la temperatura para casos con irradiación propuesta por (Rao, 2002) adaptada a nuestro caso. Usando estas definiciones podemos llegar a las ecuaciones adimensionales siguientes:

$$\frac{\partial u^*}{\partial x^*} + \frac{\partial v^*}{\partial y^*} + \frac{\partial w^*}{\partial z^*} = 0, \quad (1.25)$$

$$u^* \frac{\partial u^*}{\partial x^*} + v^* \frac{\partial u^*}{\partial y^*} + w^* \frac{\partial u^*}{\partial z^*} = \frac{1}{Re} \left[ \frac{\partial^2 u^*}{\partial x^{*2}} + \frac{\partial^2 u^*}{\partial y^{*2}} + \frac{\partial^2 u^*}{\partial z^{*2}} \right] + \theta Ri^*, \quad (1.26)$$

$$u^* \frac{\partial v^*}{\partial x^*} + v^* \frac{\partial v^*}{\partial y^*} + w^* \frac{\partial v^*}{\partial z^*} = \frac{1}{Re} \left[ \frac{\partial^2 v^*}{\partial x^{*2}} + \frac{\partial^2 v^*}{\partial y^{*2}} + \frac{\partial^2 v^*}{\partial z^{*2}} \right], \quad (1.27)$$

$$u^* \frac{\partial w^*}{\partial x^*} + v^* \frac{\partial w^*}{\partial y^*} + w^* \frac{\partial w^*}{\partial y} = \frac{1}{Re} \left[ \frac{\partial^2 w^*}{\partial x^{*2}} + \frac{\partial^2 w^*}{\partial y^{*2}} + \frac{\partial^2 w^*}{\partial z^{*2}} \right],$$

(1.28)

y

$$u^* \frac{\partial T}{\partial x^*} + v^* \frac{\partial T}{\partial y^*} + w^* \frac{\partial T}{\partial z} = \frac{1}{Pe} \left[ \frac{\partial^2 T}{\partial x^{*2}} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^{*2}} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^{*2}} + e^{-a^*(1-y^*)} \right].$$

(1.29)

Para la adimensionalización se incluye, además, la definición del número de Richardson, que es una medida del efecto de flotación en un fluido, propuesta también por Rao:

$$Ri^* = \frac{g\beta \Delta T_{ref} L}{U^2}.$$

(1.30)

Una vez adimensionalizadas las ecuaciones que rigen el fenómeno que queremos estudiar se puede proseguir con la construcción y simulación del modelo.

## Conclusiones del capítulo

En este capítulo se revisaron los diferentes padecimientos vasculares y su tratamiento, incluyendo el tratamiento por láser. También se analizaron los diferentes tipos de interacción de la luz con tejidos biológicos y la influencia de la convección en el tratamiento por hipertermia. Por último, se hicieron simplificaciones de las ecuaciones de gobierno del flujo bajo estudio para semejar nuestro problema con el de un vaso con sangre que fluye en él y es calentado por un láser. En lo siguiente se mostrará la aplicación de las ecuaciones para describir el comportamiento de un sistema físico mediante un aparato experimental, con el que se pretende hacer la primera aproximación al fenómeno de un vaso irradiado por un láser.

## Referencias del capítulo

- C. Allegra, P.L. Antignani, & A. Carlizza. (2007). Recurrent Varicose Veins Following Surgical Treatment: Our Experience with Five Years Follow-up. *European Journal of Vascular and Endovascular Surgery*, 33, 751–756.

- C. Gururaja Rao, C. Balaji, & S. P. Venkateshan. (2002). Effect of surface radiation on conjugated mixed convection in a vertical channel with a discrete heat source in each wall. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 45.
- Chang-Keun Oh, Do-Sang Jung, Ho-Sung Jang, & Kyung-Sool Kwon. (2003). Endovenous Laser Surgery of the Incompetent Greater Saphenous Vein With a 980-nm Diode Laser. *Dermatologic Surgery*, 29(11), 1135–1140.
- Cheng-Jen Chang, & Jun-Jin Chua. (2002). Endovenous Laser Photocoagulation (EVLP) for Varicose Veins. *Lasers in Surgery and Medicine*, 31, 257–262.
- David J. Goldberg. (2005). *Laser Dermatology*. USA: Springer.
- D. J. Tritton. (1977). *Physical fluid dynamics*. New York: Woking-ham: Van Nostrand.
- Eleonora Battistella, Andrea Verdú, Virginia Rodríguez, Sonia Simón, & Nélida Pizzi de Parra. (2005). Hemangiomas: una revisión. *Archivos Argentinos de Pediatría*, 103(2), 155–161.
- Fiskerstrand EJ, Svaasand LO, Kopstad G, Ryggen K, & Aase S. (1996). Photothermally induced vessel-wall necrosis after pulsed dye laser treatment: lack of response in port-wine stains with small sized or deeply located vessels. *Journal of Investigative Dermatology*, 107, 671–675.
- Frank P. Incropera, & David P. DeWitt. (1999). *Fundamentos de transferencia de calor* (4th ed.). Prentice Hall.
- Geza Mozes, Manju Kalra, Michele Carmo, Lori Swenson, & Peter Gloviczki. (2005). Extension of saphenous thrombus into the femoral vein: A potential complication of new endovenous ablation techniques. *Journal of Vascular Surgery*, 41(1), 130–135.
- Greve B, & Raulin C. (2004). Prospective study of port wine stain treatment with dye laser: comparison of two wavelengths (585 nm vs 595 nm) and two pulse durations (0.5 milliseconds vs 20 milliseconds). *Lasers in Surgery and Medicine*, 34, 168–173.

- Harry H. Pennes. (1948). Analysis of Tissue and Arterial Blood Temperatures in the resting Human Forearm. *Journal of Applied Physiology*, 1(2), 93–122.
- James R. Welty, Charles E. Wicks, Robert E. Wilson, & Gregory L. Rorrer. (2007). *Fundamentals of Momentum, Heat, and Mass Transfer* (5th ed.). USA: John Wiley & Sons.
- Jaques Desmyttere, Christophe Grard, Benjamin Wassmer, & Serje Mordon. (2007). Endovenous 980-nm laser treatment of saphenous veins in a series of 500 patients. *Journal of Vascular Surgery*, 46(6), 1242–1247.
- J Crezee. (1992). Temperature uniformity during hyperthermia: the impact of large vessels. *Physics in Medicine and Biology*, 37(6), 1321–1337.
- Kathleen D. Gibson, Brian L. Ferris, Nayak Polissar, Blazej Neradilek, & Daniel Pepper. (2007). Endovenous laser treatment of the short saphenous vein: Efficacy and complications. *JOURNAL OF VASCULAR SURGERY*, 45(4), 795–803.
- Kurt Holmdahl. (1955). Cutaneous Hemangiomas in Premature and Mature Infants. *Acta Paediatrica*, 44(4), 370–379.
- Luisa Consiglieri, Icaro dos Santos, & Dieter Haemmerich. (2003). Theoretical analysis of the heat convection coefficient in large vessels and the significance for thermal ablative therapies. *Physics in Medicine and Biology*, 48, 4125–4134.
- Marek Kowalczyk. (1996). Laser speckle velocimetry. *Optical Velocimetry*, 139.
- Markolf H. Niemz. (2007). *Laser-Tissue Interactions Fundamentals and Applications* (3rd ed.). Springer.
- Markus Raffel, Christian E. Willert, & Jürgen Kompenhans. (1998). *Particle Image Velocimetry: A Practical Guide*. Alemania: Springer.
- Martin J C van Gemert, J Stuart Nelson, Thomas E Milner, Derek J Smithies, Wim Verkrusse, Johannes F de Boer, ... Lars O Svaasand. (1997). Non-invasive determination of port wine

- stain anatomy and physiology for optimal laser treatment strategies. *Physics in Medicine and Biology*, 42, 937–950.
- M C Kolios, M D Sherar, & J W Hunt. (1995). Large blood vessel cooling in heated tissues: a numerical study. *Physics in Medicine and Biology*, 40, 477–494.
- Raul Mattassi, Dirk A. Loose, & Amssimo Vaghi. (2009). *Hemangiomas and vascular malformations*. Italia: Springer.
- Ricardo Castro García. (2005). *Diseño y construcción de un microscopio de reflectividad modulada basado en un CCD*. Universidad Autónoma de San Luis Potosí, México.
- Robert J. Min, Neil Khilnani, & Steven E. Zimmet. (2013). Endovenous Laser Treatment of Saphenous Vein Reflux: Long-Term Results. *Journal of Vascular and Interventional Radiology*, 14(8), 991–996.
- Ronald J. Adrian. (1986). Image shifting technique to resolve directional ambiguity in double-pulsed velocimetry. *Applied Optics*, 25(21), 3855–3858.
- Ronald J. Adrian. (1991). Particle-Imaging Techniques for experimental fluid mechanics. *Annual Review of Fluid Mechanics*, 261–304.
- S.A. Sharif, E. Taydas, A. Mazhar, R. Rahimian, K.M. Kelly, B. Choi, & A.J. Durkin. (2012). Noninvasive clinical assessment of port-wine stain birthmarks using current and future optical imaging technology: a review. *British Journal of Dermatology*, 167, 1215–1223.
- S Hering, F G R Sarmiento, & L E Valle. (2006). Actualización en el diagnóstico y tratamiento de los hemangiomas. *Revista Argentina de Dermatología*, 87(1), 54–66.
- Staford H. Bransky, Seymour Rosen, Daniel E. Geer, & Joel M. Noe. (1980). The nature and evolution of Port-Wine Strands: A computer-assisted Studio. *The Journal of Investigative Dermatology*, 74(3), 154–157.
- Steven E. Zimmet. (2007). Endovenous laser ablation. *Phlebolympology*, 14(2), 51–58.

William Thielicke. (2014). *The flapping flight of birds: Analysis and application* (Doctoral).

University of Groningen.

W. Wulff. (1974). The Energy Conservation Equation for Living Tissue. *IEEE Transactions on*

*Biomedical Engineering*, 6, 494–495.

## Capítulo II Implementación de la técnica de velocimetría por imágenes de partículas y caracterización óptica de soluciones acuosas.

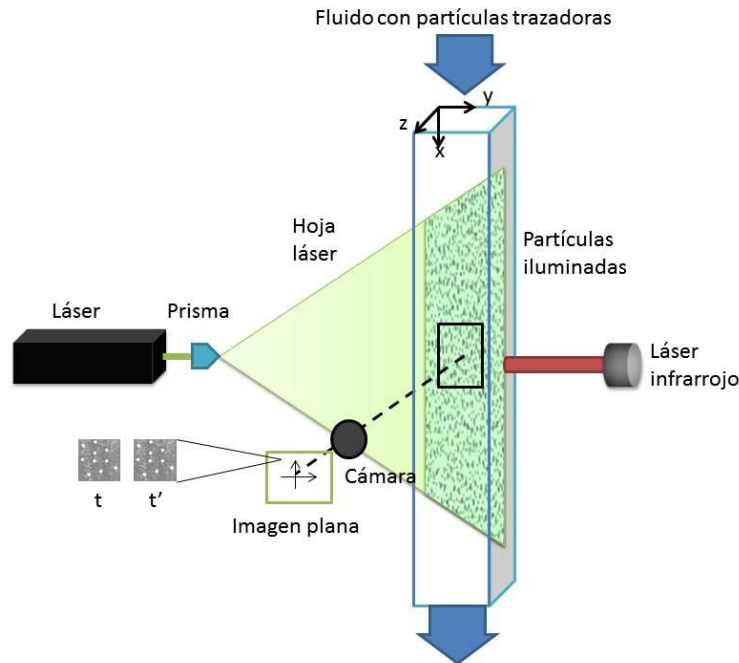
El estudio de la naturaleza es parte de la curiosidad humana, para ello se han desarrollado diferentes técnicas para observar y analizar fenómenos, en este capítulo se revisará una de las técnicas más utilizadas para la visualización de flujos y su implementación en el problema bajo estudio.

### 2.1 Velocimetría por imagen de partículas

La observación de la naturaleza es algo que siempre ha hecho el hombre, desde ver cómo fluye un río o cómo flotan ciertos objetos en el agua. Para mejorar nuestro entendimiento de la naturaleza, muchos científicos se han dado a la tarea de reproducir un fenómeno físico bajo condiciones controladas, haciendo variar un solo parámetro a la vez. De esta forma se puede estudiar el rol que tiene esta variable en el fenómeno completo. Aunque desde hace mucho haya habido personas que estudiaron el comportamiento de los fluidos, fue Ludwig Prandtl (1875-1953) quien dio un paso enorme en la observación de flujos (Raffel, 1998); Prandtl diseñó un túnel de agua que utilizó para estudiar el movimiento del agua detrás de varios perfiles y objetos, sin embargo, sólo se podían hacer descripciones cualitativas y no cuantitativas. Muchos años después, se han creado técnicas para la adquisición de datos de dichos flujos por medio de fotografía o video.

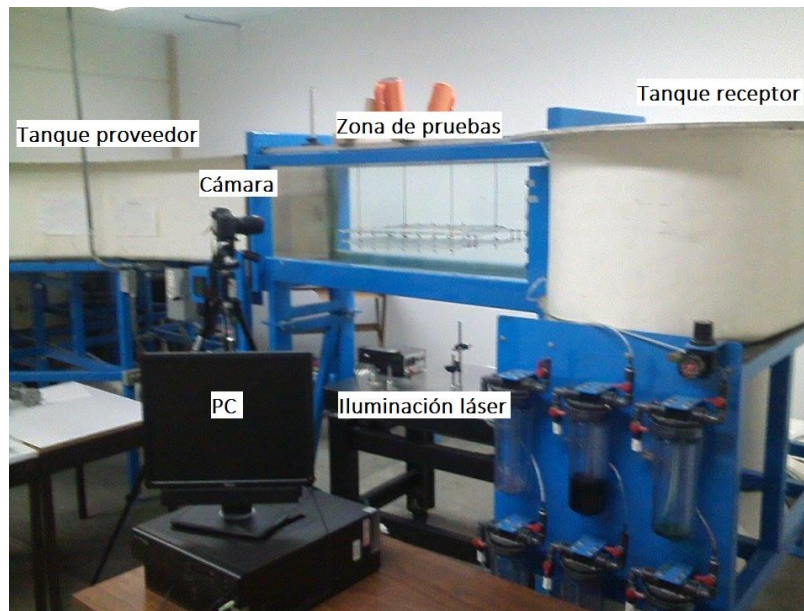
Una de esas técnicas es la velocimetría por imágenes de partículas (PIV) por sus siglas en inglés, Particle Image Velocimetry. De manera general se puede decir que es un método estadístico en el que se comparan dos fotografías de partículas trazadoras en un fluido separadas por un tiempo conocido, al comparar los desplazamientos de las partículas en las imágenes y relacionándolas con el tiempo de separación de las fotografías se puede encontrar el campo de velocidad del fluido.

En un sistema típico de PIV, el fluido de trabajo pasa de un tanque proveedor a uno receptor. Si el sistema es vertical como el de la Figura II.1, se les puede llamar tanque superior y tanque inferior, donde el fluido es movido por gravedad y es retornado del inferior al superior por una bomba. Las partículas trazadoras o marcadores en el fluido son iluminadas por una hoja de luz producida por un láser de iluminación y un prisma generador de hojas de luz, que recibe el haz del láser y la transmite en forma de una línea, las partículas reflejan la luz hacia una cámara situada a  $90^\circ$  de la hoja de luz, de tal modo que el objeto plano coincida con un plano del flujo. Las imágenes se graban en un video y son transferidas a una computadora PC.



**Figura II.1 Esquema básico de un sistema de PIV.**

En la Figura II.2 se muestra un sistema típico empleado para análisis de PIV, en este caso la zona de pruebas en horizontal.



**Figura II.2 Arreglo típico de un sistema de velocimetría por imagen de partículas.**

Existen dos técnicas para capturar imágenes, éstas se conocen como imagen-simple/multi-exposición y multi-imagen/exposición-simple (Raffel, 1998). La primera de ellas consiste en grabar varios instantes de tiempo en una sola captura, se implementa con técnicas fotográficas, se puede



conseguir una gran resolución y se elige cuando ésta es muy importante. La tasa de imágenes que se pueden obtener es baja y se tiene una ambigüedad direccional, sin embargo, existen métodos para solucionar este problema (Adrian, 1986). Por otro lado, con la grabación multi-imagen/exposición-simple se elimina la ambigüedad direccional; con esta técnica se hace una imagen por cada instante de tiempo, de tal modo que disminuye el ruido y se obtiene una mejor señal. Para implementar esta técnica se requiere que la cámara alcance velocidades altas, por lo que se suelen usar cámara del tipo Dispositivo de Carga Acoplada (CCD por sus siglas en inglés de Coupled Charge Device), que alcanzan velocidades de varios miles de cuadros por segundo.

#### -Correlación

La velocimetría por imagen de partículas se remite a la definición básica de la velocidad para obtener el campo de velocidad  $u$  en un flujo ( Adrian, 1991):

$$u(x, t) = \frac{\Delta x(x, t)}{\Delta t}, \quad (2.1)$$

donde  $\Delta x$  es el desplazamiento de un trazador localizado en un punto  $x$  en el momento  $t$ , entre un intervalo de tiempo  $\Delta t$  (generalmente corto) que separa las observaciones de las imágenes de los marcadores.

A la estimación espacial de dos dimensiones se referirá solamente como *correlación*. Las grabaciones PIV típicamente se dividen en áreas de interrogación o ventanas de interrogación. Si consideramos una exposición simple con una distribución aleatoria de partículas en la imagen para  $N$  partículas trazadoras en el flujo:

$$\Gamma = \begin{pmatrix} X_1 \\ X_2 \\ \vdots \\ X_N \end{pmatrix}, \quad (2.2)$$

donde  $X_i$  es la posición de la partícula, entonces  $\Gamma$  describe el estado del fluido en el tiempo  $t$ . También se asume que la posición de la partícula y la posición en la imagen de la partícula están relacionados por una constante  $M$ , tal que

$$X_i = \frac{x_i}{M}, \quad (2.3 a)$$

$$Y_i = \frac{y_i}{M}, \quad (2.3 a)$$

donde  $x_i$  y  $y_i$  es la posición en pixeles de la partícula. Supóngase ahora un desplazamiento  $D$  de todas las partículas en el área de interrogación, así las posiciones de las partículas en el tiempo  $t' = t + \Delta t$  están dadas por:

$$X'_i = X_i + D.$$

(2.4)

-Evaluación de imagen

La mayoría de las técnicas de evaluación de PIV son muy similares, basadas en algoritmos digitales de Fourier. El principal objetivo de las grabaciones para evaluación estadística de PIV es determinar el desplazamiento entre dos patrones de imágenes de partículas.

Primero, asúmase un par de imágenes de partículas dadas grabadas de una hoja de luz en una geometría convencional de PIV, esas partículas no producen líneas en las imágenes y que la segunda imagen está grabada muy poco tiempo después de la primera. Dado que el fondo negro de las imágenes no brinda información sobre el desplazamiento se hace necesario usar ventanas de interrogación o muestras, como se muestra en la Figura II.3.

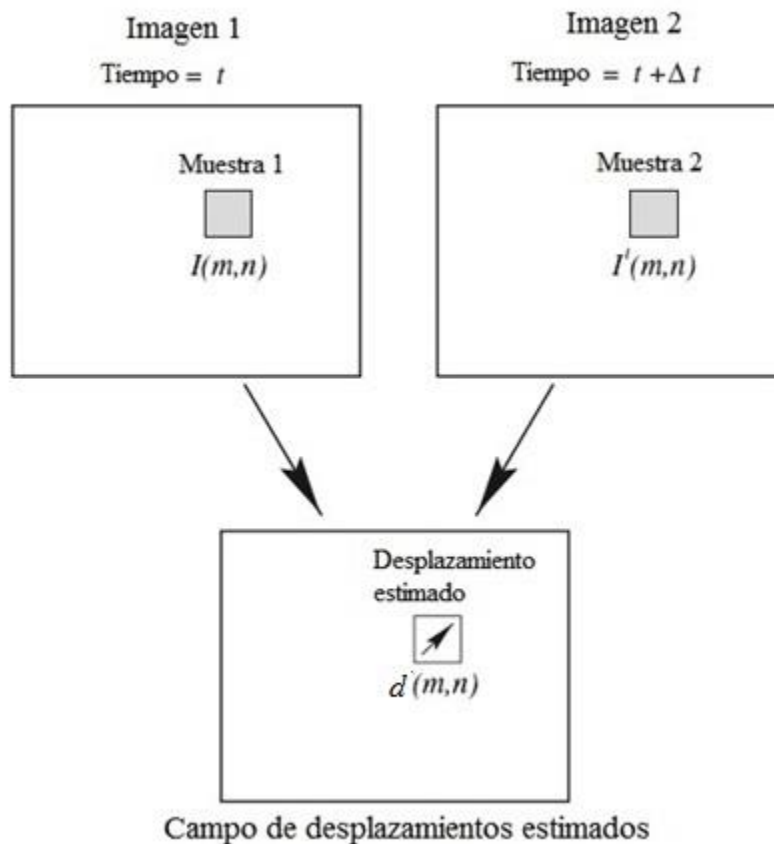
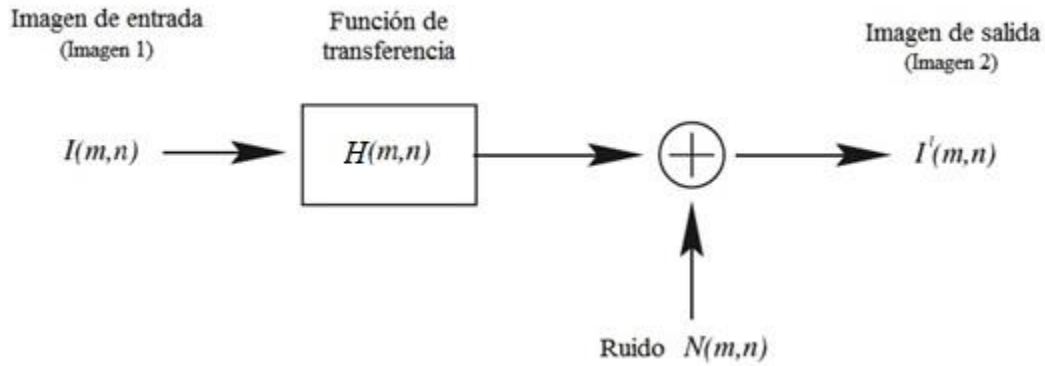


Figura II.3 Arreglo conceptual de muestreo de imágenes (Raffel, 1998).

Se debe pensar en la primera imagen  $I$ , como una entrada a un sistema con una función de transferencia  $H$ , y la segunda imagen como su salida  $I'$ . Con las dos imágenes  $I$  e  $I'$  conocidas, se puede estimar un campo de desplazamiento  $d$ , excluyendo los efectos del ruido  $N$  (Figura II.4).



**Figura II.4 Modelo del proceso que describe la relación entre dos imágenes grabadas sucesivamente. Modificada de (Raffel, 1998)**

El ruido asociado a las grabaciones reales hace que rápidamente se degrade el campo estimado de velocidad, por lo que en lugar de estimar analíticamente la función de desplazamiento  $\mathbf{d}$ , se busca localmente la mejor combinación de las imágenes estadísticamente. Esto se logra por medio de la función de correlación cruzada, Ecuación 2.2 (Raffel, 1998):

$$R(x, y) = \sum_{i=-K}^K \sum_{j=-P}^P I(i, j)I'(i + x, j + y). \quad (2.5)$$

Esencialmente la función de correlación cruzada mide estadísticamente el grado de relación entre las dos imágenes. El mayor valor de la correlación puede ser usado como una estimación directa del desplazamiento de las partículas.

Implementando la función de correlación cruzada se evidencian dos cosas: primero, que el número de operaciones por correlación incrementa con el número de ventanas de interrogación y, segundo, que la correlación cruzada sólo recupera desplazamientos lineales. Por lo que la relación cruzada entre dos imágenes sólo obtiene el vector de desplazamiento de primer orden, es decir, el desplazamiento promedio en la ventana de interrogación. Esto significa que el tamaño de la ventana debe elegirse lo suficientemente pequeña para despreciar el segundo efecto.

La alternativa a la aplicación directa de la correlación cruzada es tomar ventaja del teorema que establece que la relación cruzada de dos funciones es equivalente a la multiplicación conjugada de sus transformadas de Fourier:

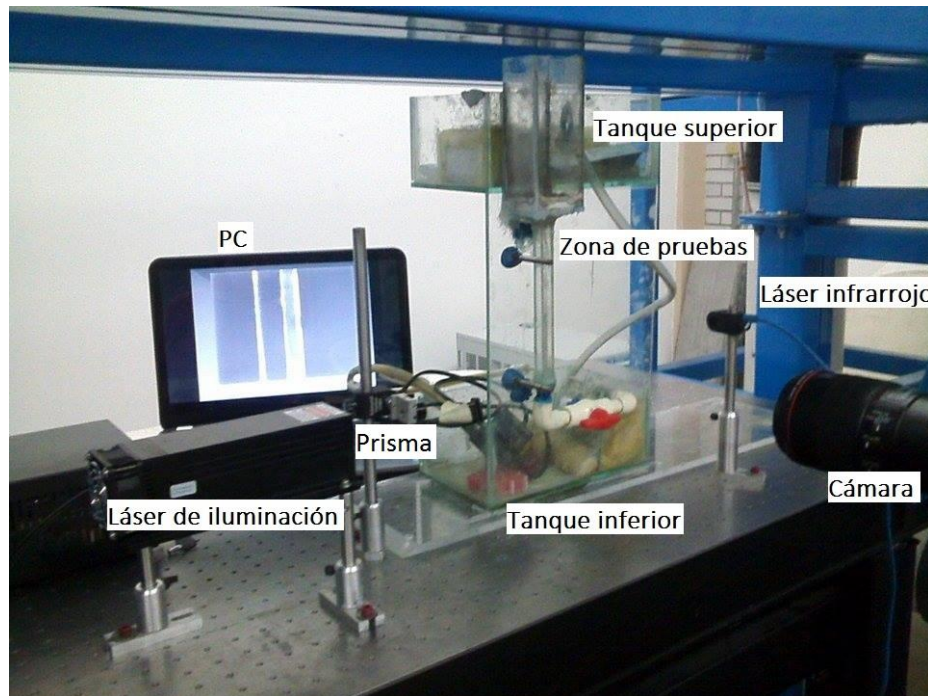
$$R \leftrightarrow \hat{I} \cdot \hat{I}', \quad (2.6)$$

donde  $\hat{I}$  e  $\hat{I}'$  son las transformadas de Fourier de las funciones  $I$  e  $I'$ , respectivamente. La transformada de Fourier es implementada eficientemente para datos discretos usando la

transformada rápida de Fourier (Fast Fourier Transform, FFT) que reduce el tiempo de computación.

## 2.2 Equipo usado en la velocimetría por imagen de partículas

A continuación se describirán cada uno de los elementos que componen un sistema de PIV, además de especificar los equipos empleados en este trabajo. En la Figura II.5 se muestra el arreglo usado para los experimentos, la zona de pruebas es vertical y la función de cada elemento se explicará en adelante.



*Figura II.5 Arreglo usado para la obtención de imágenes para el análisis por imagen de partículas.*

### -Cámara

Para hacer la técnica de PIV se necesita una cámara adecuada que sea capaz de tomar fotografías a una frecuencia que depende de la velocidad del flujo que se está estudiando; cuanto más rápido sea el flujo, más rápido deben de tomarse las fotografías. Además, el obturador debe tener una velocidad en la que el fluido parezca estático, es decir, que los partículas trazadoras se vean como puntos y no como líneas.

Las cámaras tipo dispositivo de carga acoplada (Charge Coupled Device, CCD) se han vuelto la fuerza de trabajo en casi todas las aplicaciones para PIV. Los CCD son arreglos de fotodetectores en un circuito integrado de silicio para convertir luz en forma de fotones a una carga eléctrica (Castro, 2005). CCD se refiere a una arquitectura de dispositivos semiconductores de detección y

almacenamiento en los que la carga debido a la interacción de los fotones incidentes al detector es almacenada y transferida a través de los registros hacia el amplificador de salida.

La cámara utilizada para este trabajo fue una cámara de alta velocidad Hi-Spec1 de Fastec Imagic, que tiene una resolución máxima de 1280x1240 pixeles a 500 cuadros por segundo. Se grabó a una frecuencia de 66 cuadros por segundo (66 Hz), se tomó una fotografía cada 15.15 ms y el obturador estuvo abierto por 5.05 ms en cada fotografía.

#### **-Fluidos de trabajo y partículas trazadoras**

El fluido del trabajo puede ser casi cualquier fluido translúcido, esto es importante pues queremos ver las partículas trazadoras en el seno del fluido. Agua o aire son los fluidos de trabajo más comunes, pues tienen estas características.

Las partículas trazadoras de flujo dependen del fluido que se esté manejando y las variables que se desean observar, en el caso de aire se suele usar humo para ver las líneas de corriente y polvo como partículas trazadoras. Para agua se pueden usar tinta para ver las líneas de corriente y existen diferentes tipos de partículas trazadoras para usar en agua. En general, las partículas trazadoras deben ser neutralmente boyantes para que se muevan con el flujo.

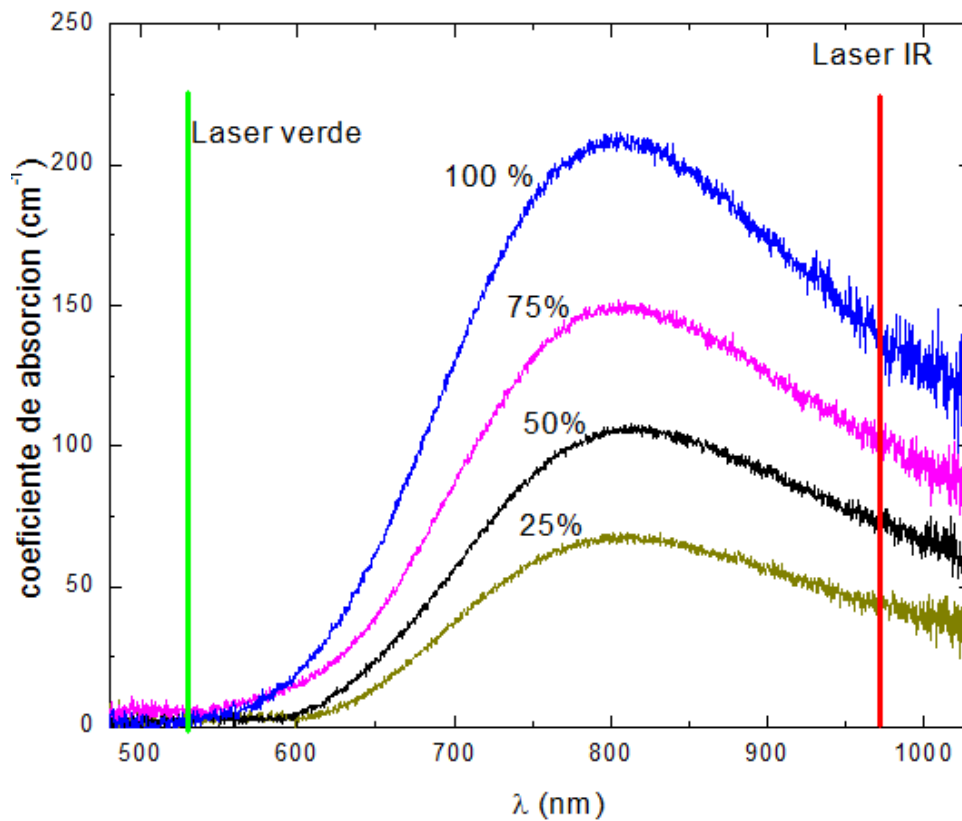
Tabla 2.1 Partículas trazadoras para fluidos. (Raffel, 1998)		
Tipo	Material	Diámetro promedio en $\mu\text{m}$
Sólido	Poliestireno	10-100
	Aluminio	2-7
	Esferas de vidrio	10-100
	Granos se recubrimiento sintético	10-500
Líquido	Aceites	50-500
Gaseoso	Burbujas de oxígeno	50-1000

Para este trabajo se usaron como fluidos tres soluciones acuosas de Nitrato de Cobre en concentraiones del 0%, 5% y 10 %. Una solución al 100 % de Nitrato de Cobre se prepara con 138.9 g por cada 100 ml de agua desionizada. Como partículas trazadoras se usaron partículas de vidrio recubiertas de plata de la marca Conduct-O-Fil, con un diámetro promedio de 14  $\mu\text{m}$ .

#### **-Láser de iluminación y láser de calentamiento**

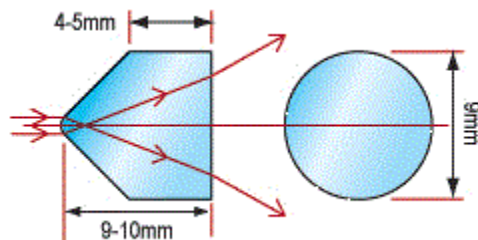
La técnica de PIV requiere que las partículas trazadoras sean iluminadas, preferentemente por un láser con longitud de onda de baja absorción para la sustancia de trabajo. La iluminación debe ser lo suficiente para iluminar las partículas trazadoras y se puedan grabar, pero no demasiadas porque dificultan la correlación de las imágenes.

En este trabajo se usaron dos láseres, uno como iluminación y el otro como calentamiento. El láser de iluminación fue un láser de 2 W, aunque nunca se usó a máxima potencia sino a una potencia de 16 mW, con una longitud de onda de 532 nm, esta longitud de onda fue conveniente porque, como se muestra en la Figura II.6, el Nitrato de Cobre tiene muy baja absorción a esa longitud de onda en cualquier concentración. El láser que se usó para calentar el fluido fue uno de 450 mW con una longitud de onda de 975 nm.



**Figura II.6** Coeficiente de absorción respecto a la longitud de onda para soluciones de Nitrato de cobre al 100%, 75%, 50% y 25% (Aboytes, 2012).

El prisma generador de hojas de luz es un prisma de 30° de la compañía Edmund Optics, cuyas características están ilustradas en la Figura II.7.



**Figura II.7** Prisma generador de hojas de luz de abanico completo de 30° de la compañía Edmund Optics Inc. (Edmund Optics, 2016)

Se eligió como láser de calentamiento porque es la longitud de onda usada para Tratamiento de vena safena en las piernas (Gibson, 2007)(Chang-Keun, 2003)(Cheng-Jen, 2002). La Figura II.8 muestra el coeficiente de absorción respecto a la longitud de onda del agua, de la hemoglobina y del Nitrato de Cobre, la línea verde muestra la longitud de onda usada para el láser de calentamiento en este trabajo.

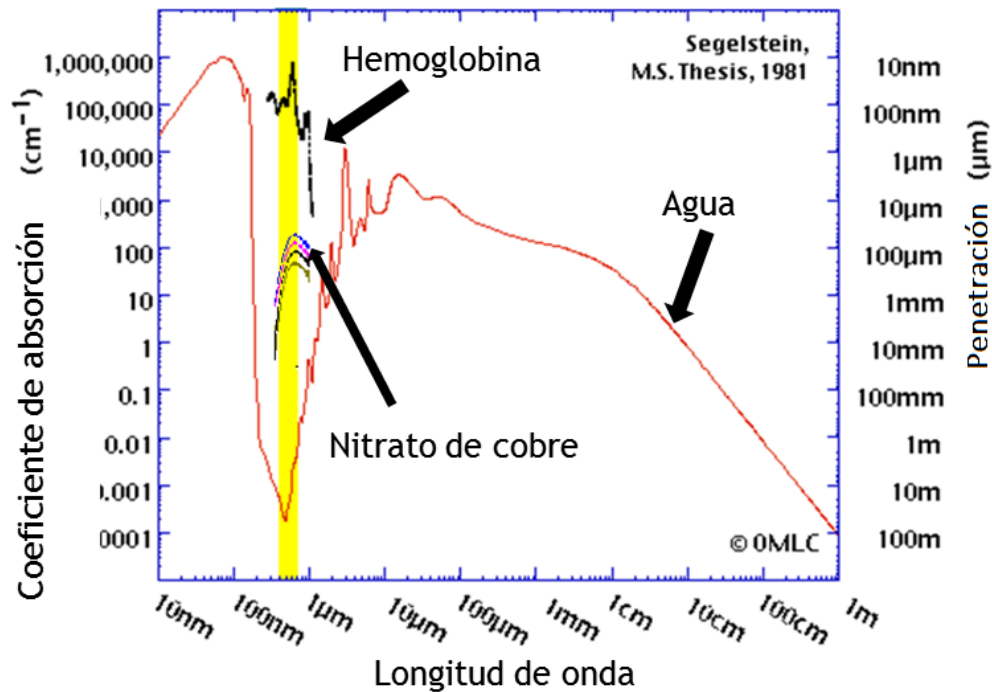


Figura II.8 Comparación de los coeficientes de absorción respecto a la longitud de onda de agua pura, Nitrato de Cobre y hemoglobina, adaptación de (Segelstein, 1981), (Aboytes, 2012) y(Prahl, 1999).

#### -Celda y tanques de agua

La zona de pruebas debe estar debidamente instrumentada dependiendo de lo que se quiera controlar y medir, además, debe estar contenido en un medio translúcido que permita la iluminación, por ejemplo, un tanque de vidrio.

Si el fluido de trabajo es líquido, se requieren dos tanques conectado a la zona de pruebas, uno de ellos proveerá del fluido y el otro lo almacena, luego se devuelve al tanque proveedor por medio de una bomba. En caso de que la zona de pruebas sea vertical se requerirá, además, un tubo rebosadero, sirve para mantener el nivel del tanque proveedor constante.

La celda usada como zona de prueba para realizar este trabajo fue hecha de vidrio comercial de 2 mm de espesor, las dimensiones fueron de 1 cm X 1 cm X 18 cm, se hizo la celda más larga que la zona de prueba para permitir que el flujo se desarrolle completamente.

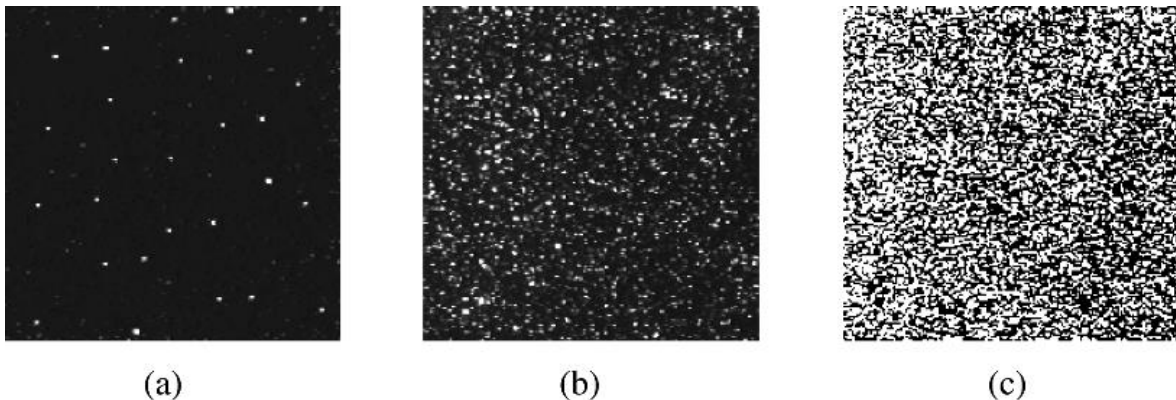
El tanque proveedor en este trabajo será llamado “Tanque superior” y el de almacenamiento “Tanque inferior”. El tanque superior tiene una reducción que sirve para alinear el flujo con la celda y no haya vorticidad a la entrada.

### **-Programas**

Existen una gran variedad de programas para realizar la correlación para PIV. Para el análisis de las imágenes se utilizó el programa libre para Matlab PIVlab 1.35 (Thielicke & Stamhuis, 2014), desarrollado por William Thielicke para su tesis (Thielicke, 2014) en colaboración con Eize J. Stamhuis, la ventana de análisis usada fue de 120×1000 pixeles, con una separación de 10 pixeles entre cada punto.

### **-Densidad de partículas trazadoras en una imagen**

La cantidad de partículas en una imagen no deben ser muchas ni muy pocas, si son pocas se pueden usar para la técnica Particle Tracking Velocimetry (PTV) o velocimetría por seguimiento de partículas, que sigue el camino de una sola partícula. En caso de una alta densidad de partículas se puede usar la técnica de velocimetría por moteado con láser o Laser speckle velocimetry (LSV) (Kowalczyk, 1996). La Figura II.9 mostrada es una guía para determinar la densidad de partículas según el método usado para su análisis.



**Figura II.9 Tres modos de densidad de partículas: (a) Baja (PTV), (b) Medio (PIV) y (c) Alta densidad (LSV). (Raffel, 1998)**

En este trabajo se usó una densidad de partículas de 8 partículas por  $\text{mm}^2$ , aproximadamente. La forma en que usualmente se determina la densidad adecuada de las partículas es comparando con imágenes muestra como la mencionada anteriormente.

La correlación cruzada entre dos imágenes usadas para PIV se mencionará simplemente como *correlación*.



## 2.3 Flujo en la entrada del canal

Para evitar que haya vorticidad a la entrada de la celda que pueda afectar el flujo en la sección de pruebas, lo que impediría obtener algún resultado válido, se construyó una conexión entre el tanque de entrada y la celda de pruebas, que consiste en una reducción de pared. Las paredes del tanque superior fueron hechas con acrílico transparente, la reducción fue hecha a partir de tubos de PVC, se usó masilla epóxica para unir las piezas. El tanque superior mide 6 cm de ancho por 5 cm de profundidad, 13 cm de alto y el tubo rebosadero se encuentra a 5.5 cm de la reducción, la reducción tiene un alto de 2.5 cm. La Figura II.10 muestra una fotografía del tanque construido.



*Figura II.10 Tanque superior con reducción, tubo rebosadero (a la derecha del tanque) e inicio a la zona de pruebas.*

Se hicieron pruebas para comprobar que el tanque alineaba el fluido y se encontró que a la salida de la reducción el flujo tenía un perfil parabólico, haciéndolo adecuado para continuar con los experimentos. Las velocidades promedio de entrada que se usaron en los experimentos fueron 2 mm/s, 4 mm/s y 6 mm/s. El número de Reynolds se calcula como en la Ecuación 1.15:

$$Re = U * \frac{h}{\nu}$$

si  $h = 1 \text{ cm}$  y  $\nu = 1.003 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$ , entonces el Número de Reynolds es dependiente de la velocidad promedio de entrada de acuerdo a la siguiente tabla:

Tabla 2.2 Número de Reynolds respecto a la
--

velocidad promedio de entrada	
Velocidad promedio (mm/s)	Número de Reynolds
2	20
4	40
6	60

En adelante se referirá solamente al Número de Reynolds como velocidad principal.

## 2.4 Obtención de imágenes para usar el PIV

### -Tiempo de residencia y tiempo de grabación

Se llama tiempo de residencia al tiempo que le tomaría a fluido en cruzar la sección transversal de canal si éste fuera en dirección perpendicular a la velocidad promedio, se puede interpretar el tiempo de residencia como el tiempo característico del fenómeno. El tiempo de grabación se consideró como cinco veces el tiempo de residencia.

El cálculo del tiempo de residencia está dado por la Ecuación 2.7, donde  $t_r$  es el tiempo de residencia,  $U$  es la velocidad promedio de entrada a la celda y  $h$  la longitud característica, el tiempo de residencia equivale a el tiempo característica:

$$t_r = \frac{U}{L}.$$

(2.7)

La Tabla 2.5 muestra el tiempo de residencia y el tiempo de grabación empleados para cada caso experimental.

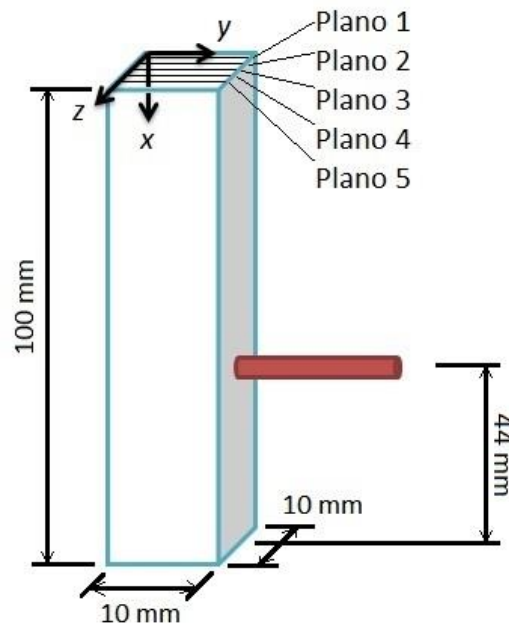
Tabla 2.3 Tiempo de residencia y tiempo de grabación.		
Número de Reynolds	Tiempo de residencia (s)	Tiempo de grabación (s)
20	5	25
40	2.5	12.5
60	1.6	8.3

A una frecuencia de 66 imágenes por segundo se tomaron 1636 imágenes para  $Re = 20$ , 813 imágenes para  $Re = 40$  y 454 imágenes para  $Re = 60$ .

## 2.5 Análisis de varios planos

-Planos de grabación

Para aproximar la medición a un modelo tridimensional se grabaron varios planos de la celda, cinco en total, ubicados en las coordenadas  $z = 1.16 \text{ mm}$ ,  $z = 3.33 \text{ mm}$ ,  $z = 5 \text{ mm}$ ,  $z = 6.66 \text{ mm}$  y  $z = 8.33 \text{ mm}$ , a los que se referirá en adelante como Plano 1, Plano 2, Plano 3, Plano 4 y Plano 5, respectivamente, como lo muestra la Figura II.11.



*Figura II.11 Origen, sistema de coordenadas y ubicación de los planos de grabación y del láser de calentamiento.*

El láser se encuentra en  $x^* = 5.6$ ,  $z^* = 0.5$  en dirección contraria al eje  $y$ .

## 2.6 Caracterización óptica de soluciones acuosas

Se usaron tres sustancias para realizar este trabajo, soluciones acuosas de nitrato de cobre al 0%, al 5% y al 10% de concentración. Para conocer el coeficiente de absorción exacto de las sustancias de trabajo se tuvieron que caracterizar en una esfera integradora, en un arreglo como el mostrado en la Figura II.12.

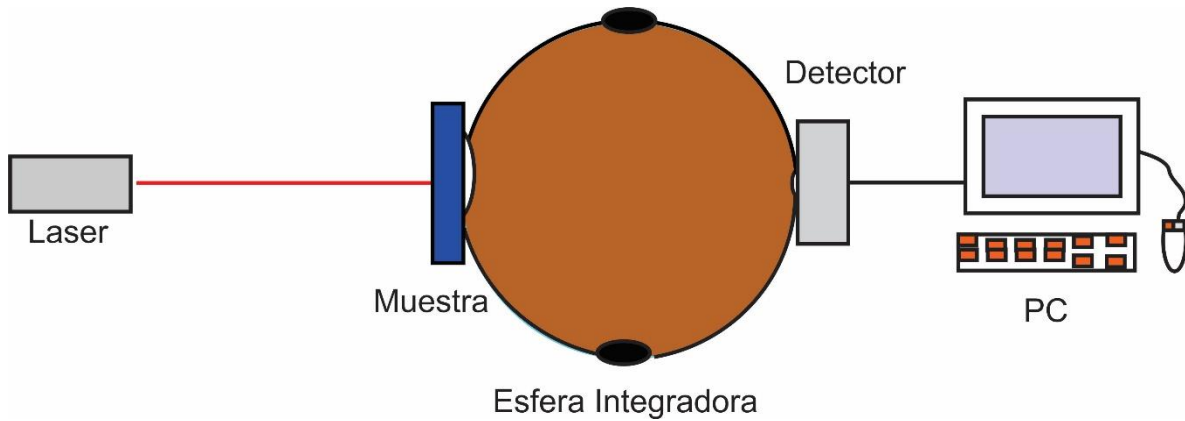


Figura II.12 Arreglo usado para la caracterización óptica de los fluidos de trabajo.

En el arreglo utilizado se iluminó con el láser de calentamiento, es decir, el láser infrarrojo, pues nos interesa conocer la absorción a esa longitud de onda. Enfrente del láser se colocaron muestras del fluido y se comparaba la potencia transmitida con la muestra contra la potencia obtenida con nada enfrente. Se hicieron mediciones sin muestra, con la celda de muestras vacía con y sin luz ambiental, con agua desionizada y con Nitrato de cobre al 5% y 10%.

Muestra	Potencia transmitida
Nada	9.63 mW
Celda vacía c/luz	8.896 mW
Celda vacía s/luz	8.891 mW
Celda con agua mili Q	7.406 mW
Celda con nitrato de cobre al 5%	893.4 $\mu$ W
Celda con nitrato de cobre al 10%	238.2 $\mu$ W

Se realizaron mediciones de luz transmitida y reflejada de manera difusa con ayuda de la esfera integrador y se pudo concluir que el esparcimiento es despreciable. La ley de Beer se aplica cuando no existe esparcimiento:

$$I = I_0 e^{-ax_t} \tag{2.8}$$

donde  $x_t$  es el grosor físico de la muestra y  $a$  su coeficiente de absorción.

Por lo tanto:

Muestra	Coefficiente de absorción ( $\text{cm}^{-1}$ )
Agua	0.525
Nitrato de cobre 5%	4.755
Nitrato de cobre 10%	7.399

Si consideramos que las paredes de la celda son de vidrio y por lo tanto reflejan cierta cantidad de luz, la ley de Beer se convierte en

$$\frac{I}{I_0} = A' e^{-\alpha x_t}, \quad (2.9)$$

donde el factor  $A'$  representa la luz transmitida a través de un medio con  $\alpha = 0$  contenido en una celda de vidrio. En nuestro caso se simuló en un programa Monte Carlo usando una celda que tienen un grosor de 0.5 cm y paredes de 0.3 cm, el índice de refracción del vidrio a 975 nm es 1.508 y el índice de refracción del agua a esta longitud de onda es 1.327. El resultado fue  $A' = 0.9144$

Considerando que el coeficiente de absorción del agua en el infrarrojo no es despreciable entonces la ley de Beer debe contener un término adicional, de tal manera que

$$\frac{I}{I_0} = A' e^{-\alpha_{(agua)}x_t} e^{-\alpha_{(CuNO)}x_t} = A'' e^{-\alpha_{(CuNO)}x_t}, \quad (2.10)$$

donde  $\alpha_{(agua)}$  se refiere al coeficiente de absorción del agua y  $\alpha_{(CuNO)}$  se refiere al coeficiente de absorción del fluido usado.

El término  $e^{-\alpha_{(agua)}x_t}$  se calculó usando un coeficiente de absorción del agua de  $0.525 \text{ cm}^{-1}$  y un grosor de 0.5 cm.

De esta manera  $A'' = A' e^{-\alpha_{(agua)}x_t} = 0.9144 (0.7788) = 0.7121$

$$\alpha = -\frac{1}{x_t} \ln \left[ \frac{I}{I_0 A''} \right]. \quad (2.11)$$

Los coeficientes de absorción resultantes se muestran en la Tabla 2.6.

Tabla 2.6 Coeficientes de absorción de los fluidos de trabajo.	
Muestra	Coefficiente de absorción ( $\text{cm}^{-1}$ )
Agua	0.525
Nitrato de cobre 5%	4.076
Nitrato de cobre 10%	6.719

En adelante, los coeficientes de absorción se referirán como  $0.5 \text{ cm}^{-1}$ ,  $4.1 \text{ cm}^{-1}$  y  $6.7 \text{ cm}^{-1}$  para la solución con Nitrato de Cobre al 0%, Nitrato de Cobre al 5% y Nitrato de Cobre al 10%, respectivamente.

## Conclusiones del capítulo

La experimentación es un medio por el que se pueden observar fenómenos y su comportamiento, la técnica de velocimetría por imagen de partículas nos permite observar el comportamiento de un fluido por medio de partículas brillantes en un medio translúcido, para ello se requiere un equipo adecuado, una cámara de alta velocidad, un par de tanques que sirvan de suministro de fluido y de almacenamiento, una bomba para mantener el flujo en movimiento, la zona de pruebas, etc. Se hizo, además, una reducción en el tanque superior para alinear el flujo y se grabaron varios planos de modo que se pueda obtener información en tres dimensiones.

Para validar la información obtenida se debe hacer también un análisis numérico del fenómeno estudiado y compararlo, el análisis numérico debe ser lo suficientemente fino para que no se produzcan errores de cálculo.

## Referencias del capítulo

- Chang-Keun Oh, Do-Sang Jung, Ho-Sung Jang, & Kyung-Sool Kwon. (2003). Endovenous Laser Surgery of the Incompetent Greater Saphenous Vein With a 980-nm Diode Laser. *Dermatologic Surgery*, 29(11), 1135–1140.
- Cheng-Jen Chang, & Jun-Jin Chua. (2002). Endovenous Laser Photocoagulation (EVLP) for Varicose Veins. *Lasers in Surgery and Medicine*, 31, 257–262.
- Enrique Rodríguez Aboytes. (2012, March). *Cavitación inducida por láser de excitación continua en soluciones altamente absorbentes*. Instituto Nacional de Astrofísica, Óptica y Electrónica, Tonantzintla, Puebla, México.
- Kathleen D. Gibson, Brian L. Ferris, Nayak Polissar, Blazej Neradilek, & Daniel Pepper. (2007). Endovenous laser treatment of the short saphenous vein: Efficacy and complications. *JOURNAL OF VASCULAR SURGERY*, 45(4), 795–803.
- Marek Kowalczyk. (1996). Laser speckle velocimetry. *Optical Velocimetry*, 139.

- Markus Raffel, Christian E. Willert, & Jürgen Kompenhans. (1998). *Particle Image Velocimetry: A Practical Guide*. Alemania: Springer.
- Ricardo Castro García. (2005). *Diseño y construcción de un microscopio de reflectividad modulada basado en un CCD*. Universidad Autónoma de San Luis Potosí, México.
- Ronald J. Adrian. (1986). Image shifting technique to resolve directional ambiguity in double-pulsed velocimetry. *Applied Optics*, 25(21), 3855–3858.
- Ronald J. Adrian. (1991). Particle-Imaging Techniques for experimental fluid mechanics. *Annual Review of Fluid Mechanics*, 261–304.
- Scott Prahl. (1999). Optical Absorption of Hemoglobin. *Oregon Medical Laser Center*, 15.
- Segelstein, D. (1981). *The complex refractive index of water*. University of Missouri-Kansas City, Missouri, USA.
- William Thielicke. (2014). *The flapping flight of birds: Analysis and application* (Doctoral). University of Groningen.
- William Thielicke, & Eize J. Stamhuis. (2014). PIVlab (Version 1.35).

## Capítulo III Modelo numérico de una celda cuadrada con flujo vertical forzado con calentamiento láser

Con la finalidad de analizar los resultados encontrados en los experimentos se realizaron simulaciones numéricas de las ecuaciones de gobierno descritas en el Capítulo I para cada caso experimental. Para tal fin se usó el software comercial basado en el Método de los Elementos Finitos COMSOL Multiphysics 4.2a (Svante Littmarck & Farhad Saeidi, 2011). Se modelaron por separado el tanque superior y la celda de pruebas para ahorrar costo computacional, pues para simular el tanque de entrada se requiere un mallado menos fino que para la celda de prueba, como se mostrará más adelante. El tanque superior se modeló según el plano mostrado en el Capítulo II. Los resultados tanto experimentales como numéricos se muestran en el presente capítulo.

### 3.1 Modelado del tanque superior

La conexión entre los tanques superior e inferior se diseñó para minimizar la vorticidad a la entrada de la zona de pruebas que pudiera afectar el fenómeno bajo estudio. Se construyó un modelo como el de la Figura III.1 que cuenta con un tanque recto y una reducción que termina en la entrada de la celda. El diseño se hizo con la idea de implementarlo fácilmente en el arreglo experimental haciendo la reducción con tubería de PVC y el resto del tanque con placa acrílica transparente. La reducción se encuentra en el centro del tanque de modo que el flujo se corrige en las tres dimensiones. La librería usada en este modelo fue Laminar Flow (spf), que permite estudiar los fluidos y su comportamiento en un canal o recipiente mediante la ecuación 3.1.

$$\rho(\mathbf{u} \cdot \nabla)\mathbf{u} = 0 \tag{3.1}$$

Donde  $\rho$  es la densidad del fluido y  $\mathbf{u}$  es el campo de velocidad. Como material se usó agua convencional tomada de la librería de materiales (Material Library) y como condición de frontera se tomaron las paredes como condición de no deslizamiento (No slip), es decir, en las paredes del modelo la velocidad del fluido debe ser igual a cero en todas las direcciones, según la ecuación 3.2.

$$\mathbf{u} = 0. \tag{3.2}$$

Los valores iniciales del análisis fueron velocidad igual a cero en todas las direcciones, excepto en la entrada del tanque superior, como condición de frontera en esa cara se consideró un flujo pequeño, obtenido de la ecuación de flujo constante, teniendo en cuenta que la velocidad media de la salida es conocida, según la ecuación 3.3.

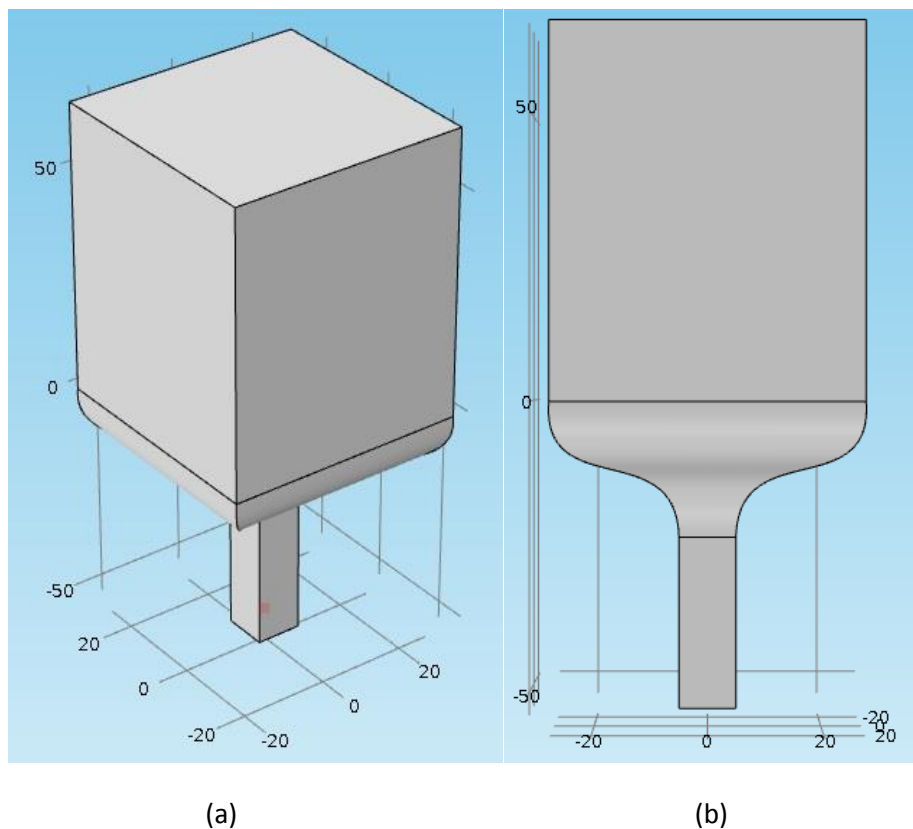


$$\mathbf{u} = -U_o \mathbf{n}, \quad (3.3)$$

donde  $U_o$  es la velocidad promedio a la entrada y  $\mathbf{n}$  es el vector normal a la pared. La condición de frontera a la salida del canal es la condición predeterminada, esta es, con presión igual a cero en esa cara, de acuerdo a la ecuación 3.4.

$$p = 0, \quad (3.4)$$

donde  $p$  es la presión.



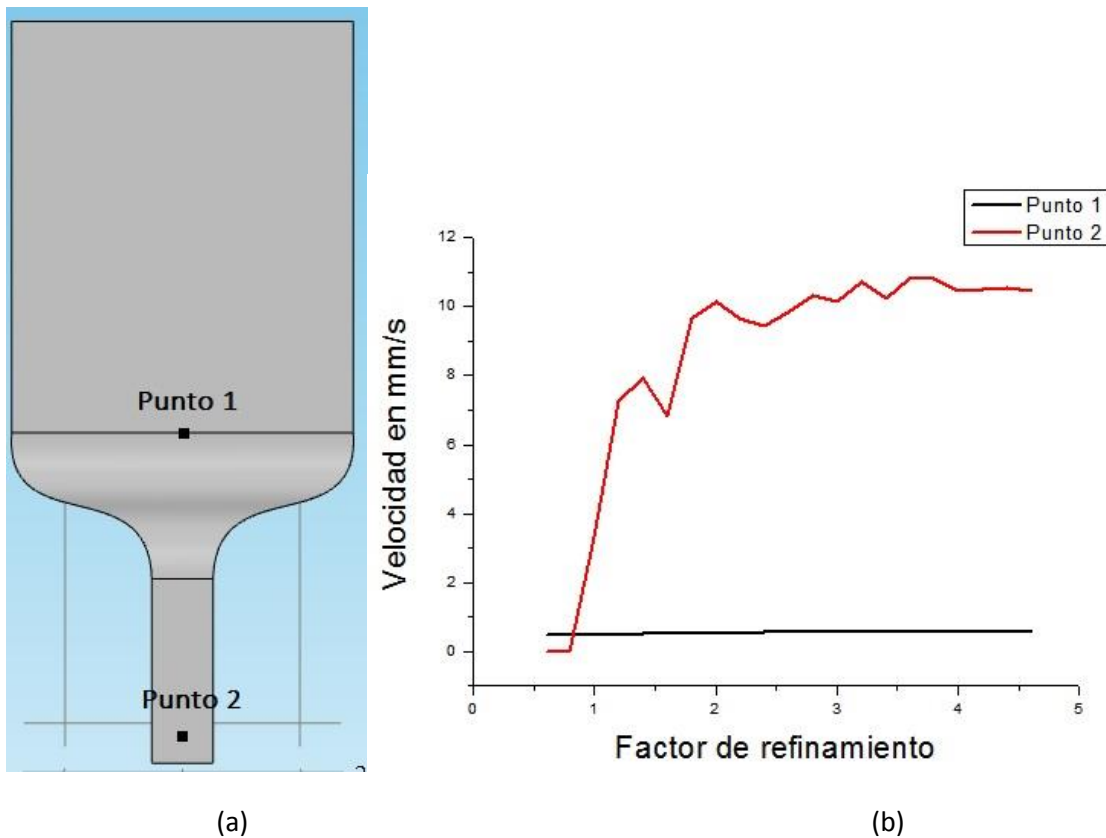
*Figura III.1 Geometría del modelo numérico del tanque superior (a) Vista en isométrico, (b) Vista frontal.*

### 3.2 Análisis de convergencia la malla del tanque superior

Antes de hacer la simulación se debe verificar que la malla sea lo suficientemente fina para que no haya cambios significativos respecto a un refinamiento mayor.

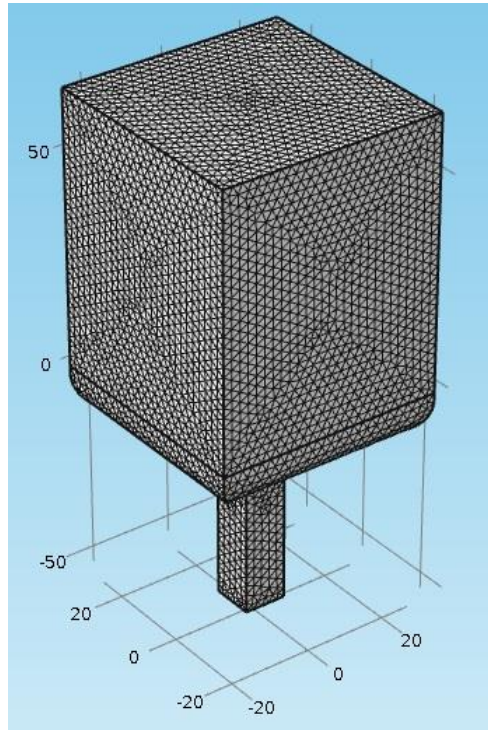
### -Refinamiento de la malla

Para refinar la malla se dividió el tamaño máximo de elemento entre un factor de refinamiento, se aumentó el tamaño del factor de refinamiento hasta que hubo poca diferencia respecto al resultado anterior, aproximadamente  $< 1\%$ , en dos puntos determinados. Los puntos para el análisis en la Figura III.2 (a) se ubican en la entrada de la reducción y el otro 25 mm debajo de la salida de la reducción, ambos en el plano 3, los resultados se muestran en la Figura III.2 (b).



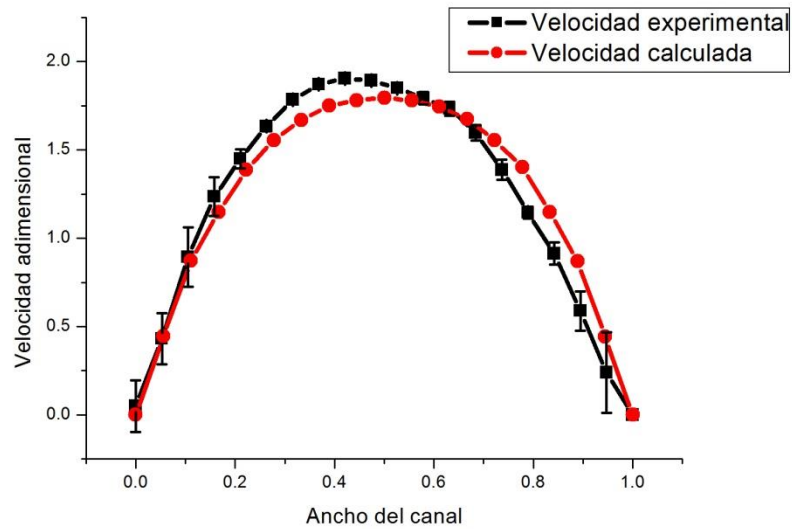
**Figura III.2 (a) Ubicación de los puntos muestra para el análisis de convergencia, el Punto 1 está colocado en medio del tanque en el inicio de la reducción, el Punto 2 está ubicado en medio del canal de salida, 25 mm después de la reducción. (b) Velocidad para dos.**

Se encontró que la malla con factor de refinamiento igual a 4.2 tenía menos del 1% de diferencia respecto a las mallas con factor de refinamiento mayor, por lo que se hizo la simulación con ésta malla, mostrada en la Figura III.3.



**Figura III.3** Malla utilizada para la simulación.

La malla tiene 280,542 elementos tetraédricos lineales. Los resultados se muestran satisfactorios en la Figura III.4, el perfil de velocidad a la salida mostrado corresponde al experimento con coeficiente de absorción 0.5, sin calentamiento láser y un  $Re = 60$ , igualmente para la simulación. La incertidumbre mostrada se obtuvo con el mínimo y máximo valor encontrado.



**Figura III.4** Perfil de entrada al canal en simulación y en el experimento.

La diferencia entre los dos perfiles se puede deber a que, pese al esfuerzo hecho para lograr un modelo con perfil de entrada perfectamente parabólico a la salida del reductor, la figura III.4 evidencia que, si bien, el perfil de entrada no es perfectamente parabólico en los experimentos, sí produce un perfil razonablemente aceptable para los objetivos de este trabajo.

### 3.3 Modelado de la celda

Para el modelado de la celda se usó como material fluido agua tomado de la librería de materiales del programa y para el exterior se usó vidrio de la librería de materiales, el vidrio usado es Corning 7940. Los parámetros empleados para a simulación están presentados en la Tabla 3.1.

Tabla 3.1 Parámetros de la simulación	
Parámetro	Valor
$Io$	35800[W/m <sup>2</sup> ]
$a$	0.525[cm <sup>-1</sup> ]
$e$	2.7182
$beta$	0.00021[1/K]
$r$	0.002[m]
$rho$	1000[kg/m <sup>3</sup> ]

Donde  $Io$  es la potencia irradiada por unidad de área,  $a$  es el coeficiente de absorción del fluido, este coeficiente será distinto para las diferentes sustancias de trabajo,  $e$  es el número de Euler, que se usa en las ecuaciones exponenciales, como en la ley de Beer,  $beta$  es el coeficiente de dilatación del agua,  $r$  es el radio del láser y  $rho$  es la densidad del agua. Los parámetros  $Io$ ,  $a$  y  $e$  se usaron para determinar el calentamiento en el fluido, respondiendo a la ley de Beer (Ecuación 1.5).

#### -Herramientas usadas

La herramienta que se usó para simular el problema fue Conjugate Heat Transfer. Esta herramienta permite simular transferencia de calor por conducción, convección y radiación al mismo tiempo tanto con sólidos como con fluidos, puede hacer análisis tanto en 1D como en 2D y 3D, de acuerdo a las ecuaciones 3.5:

$$\rho(\mathbf{u} \cdot \nabla)\mathbf{u} = 0, \tag{3.5 a}$$

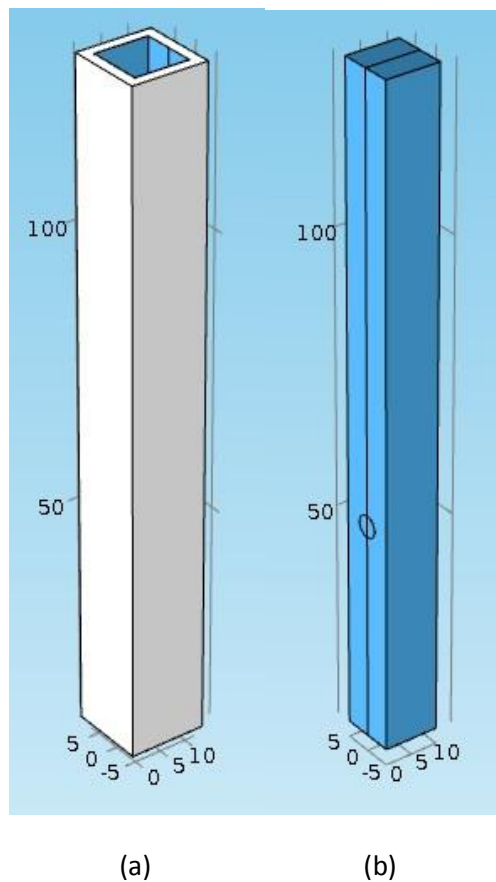
$$\rho c_p \mathbf{u} \cdot \nabla T = \nabla \cdot (k \nabla T) + Q + Q_{vh} + W_p \tag{3.5b}$$

donde  $c_p$  es el calor específico del fluido,  $T$  es el campo de temperatura,  $k$  es el coeficiente de conductividad térmica del fluido,  $Q$  es una fuente de calor,  $Q_{vh}$  se refiere a las pérdidas de calor y  $W_p$  el

trabajo que ejerce el fluido. Los dos últimos términos de esta ecuación se consideran cero en nuestra simulación.

Esta es la herramienta adecuada para resolver el problema pues tenemos tanto sólidos (vidrio) como líquidos (agua) y están sometidos a un calentamiento en el interior del fluido, esto resulta en una transferencia de calor por conducción y convección. Esta herramienta tiene, además, las condiciones de frontera que se requieren, tales como fuerzas de cuerpo en el fluido, calentamiento en el interior del fluido, etc.

Se modeló la celda como un prisma rectangular de 10 mm X 10 mm y una longitud de 180 mm. El vidrio que lo rodea mide 2 mm de grosor. En la Figura III.5 se muestran por separado las geometrías del vidrio y del fluido.



**Figura III.5 Geometrías usadas para el modelo numérico de la celda (a) Geometría del vidrio en vista isométrica (b) Geometría del fluido en vista isométrica.**

Primero se hizo un rectángulo de 14 mm por 180 mm y se extruyó 14 mm, esto sería el vidrio. Después se dibujó otro rectángulo de 10 mm por 180 mm, también se extruyó 10 mm, este conformaría el fluido. A 50 mm antes de la salida del canal se extruye un cilindro de la misma longitud que el ancho del canal, es decir, 10 mm, con un radio  $r$ , este cilindro servirá para simular el calentamiento generado por el láser, pues éste se dará dentro del fluido y no en una pared. Por último, se genera otro plano que corresponde al plano 3, este plano servirá para mantener la simetría de los resultados respecto a ese plano.

En las condiciones de frontera se usó la condición de no deslizamiento (Ecuación 1.4) en las paredes que tenían contacto con el vidrio, es decir, la velocidad en las paredes es igual a cero en todas las direcciones, además, se agregó un plano interior, descrito anteriormente, con la condición de no deslizamiento, dada por las ecuaciones 3.6 y 3.7:

$$\mathbf{u}_u \cdot \mathbf{n} = 0 \tag{3.6}$$

y

$$\mathbf{u}_d \cdot \mathbf{n} = 0. \tag{3.7}$$

Las ecuaciones 3.6 y 3.7 sirven para mantener la simetría respecto al plano 3.

Se usó también una fuerza de cuerpo, ésta representa la aproximación de Boussinesq (Ecuación 1.5) y se introdujo al modelo por medio de la Ecuación 3.8 en el eje vertical:

$$\mathbf{F}_x = -rho * g\_const + (mod1.T - 293.15) * beta * rho * g\_const, \tag{3.8}$$

el primer término del lado derecho de la ecuación representa la fuerza de gravedad, mientras que el segundo término representa la aproximación de Boussinesq, donde  $g\_const$  es la constante de gravedad, tomada como  $9.81 \text{ m/s}^2$ ,  $mod1.T$  es el resultado del cálculo de la temperatura y el 293.15 es la temperatura de referencia de Kelvin.

Para el calentamiento al interior del fluido, se usó el dominio creado por el cilindro mencionado anteriormente, definiendo el calentamiento por la ley de Beer con los parámetros antes expuestos según como se muestra en la Ecuación 3.9:

$$Q = I_0 * a * (e^{(-a * y)}). \tag{3.9}$$

A la entrada de la celda se tiene una condición de velocidad constante, por eso la celda tiene un largo mayor al de la zona de pruebas, para que el fluido en la simulación se desarrolle completamente, la velocidad en cada caso cambia según el número de Reynolds.

La condición de salida del canal es la predeterminada, es decir, la presión es igual a cero. Para la simulación se consideró que en la parte exterior del vidrio la temperatura es constante e igual a la temperatura de referencia.

### 3.4 Análisis de convergencia de la malla de la celda

Para poder hacer una simulación sin errores asociados a la malla se debe asegurar que ésta sea lo suficientemente fina, por lo que se debe hacer un análisis de convergencia de la malla.

#### -Refinamiento de la malla

Al igual que el tanque de entrada se debió validar la malla con la que se simularía la celda. Se midieron los valores en varios puntos de la celda para hacer esta validación, mostrados en la Figura III.6 (a), también se aplicaron los conceptos de factor de refinamiento para este modelo. Los resultados se muestran en la Figura III.6 (b).

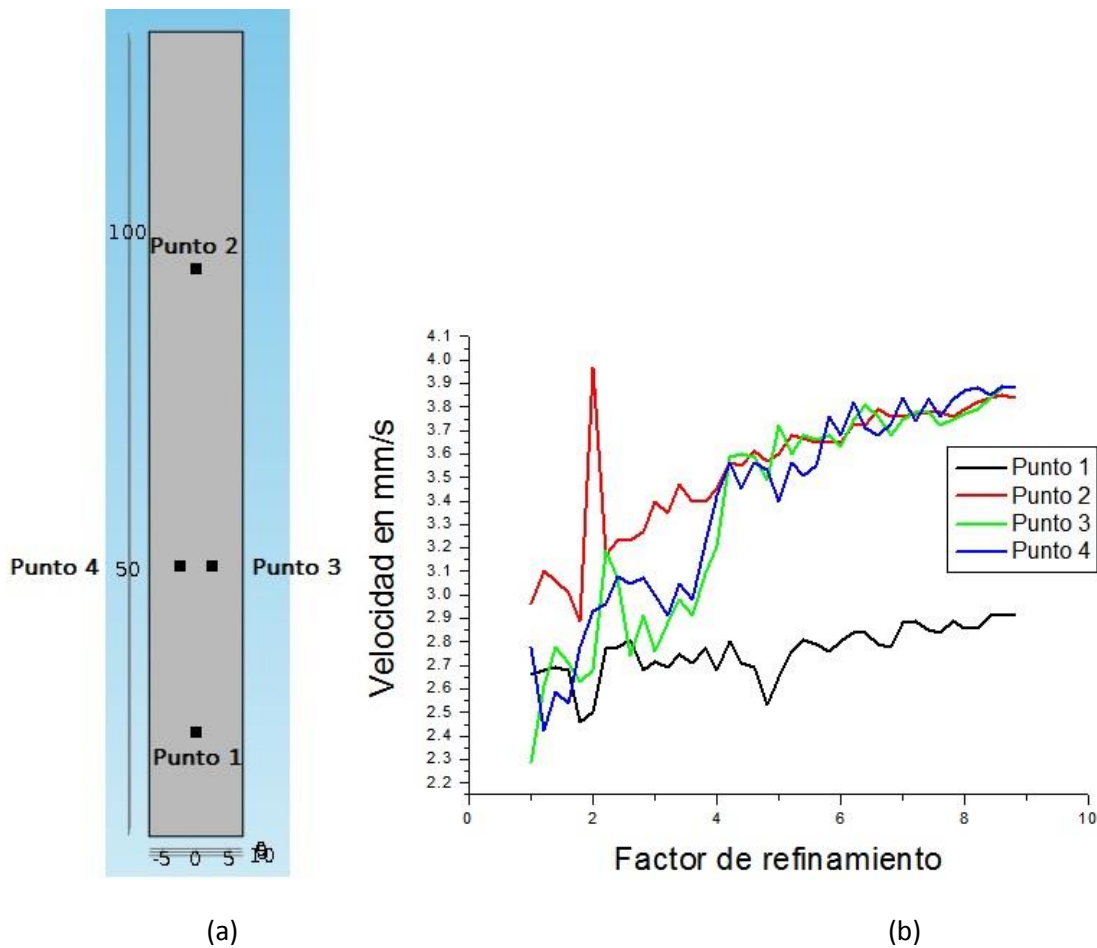
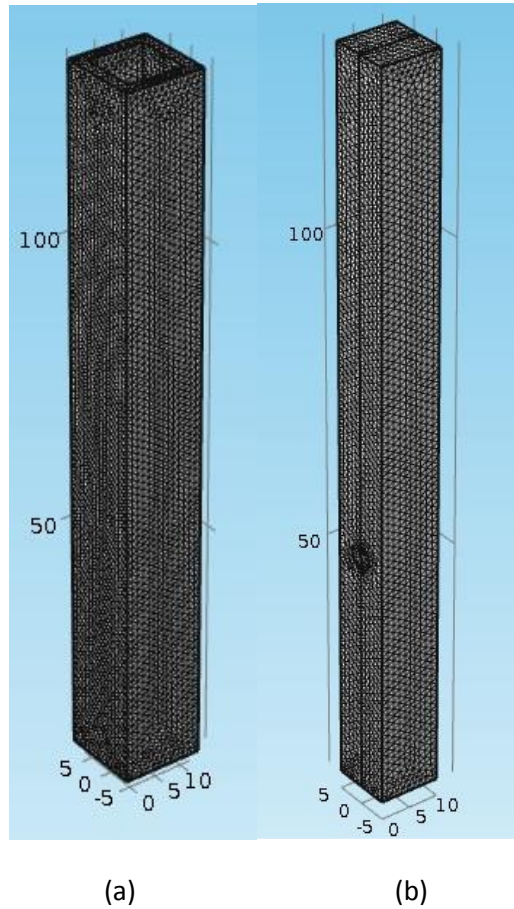


Figura III.6 Velocidad en varios puntos en función del factor de refinamiento de la malla para la celda.

Se encontró que para todos los puntos el error era menor al 1% a partir de un factor de refinamiento igual a 8.2, por lo que se tomó esta malla para la simulación, la malla se muestra en la Figura III.7. La malla utilizada tiene 168 419 elementos tetraédricos lineales.



**Figura III.7** Malla utilizada para la simulación de la celda (a) Malla del vidrio (b) Malla del fluido.

## Conclusiones del capítulo

Se hizo un análisis de convergencia para las mallas usadas en las simulaciones, se encontraron las mallas que son lo suficientemente finas para que el error debido a la malla sea el mínimo. Se simularon los fenómenos a estudiar con las mallas encontradas y condiciones de frontera descritas.

Los análisis numéricos son muy útiles para comparar con la realidad, ya que sería difícil hacerlo analíticamente, para validar la información encontrada en los experimentos es necesario compararlo contra un estudio numérico.

## Referencias del capítulo

Svante Littmarck, & Farhad Saeidi. (2011). COMSOL Multiphysics (Version 4.2a). Sweden: COMSOL, Inc.

William Thielicke. (2014). *The flapping flight of birds: Analysis and application* (Doctoral). University of Groningen



## Capítulo IV Descripción del vórtice generado por un calentamiento láser asimétrico en una celda con flujo forzado.

En este capítulo se muestran los resultados experimentales de velocidad y vorticidad como función del coeficiente de absorción, así como una comparación con los resultados numéricos obtenidos a partir del modelo presentado en el capítulo III. Derivado de un análisis de información modelo numérico se muestra el comportamiento del número de Nusselt con relación al número de Reynolds. Los resultados se muestran en cinco diferentes planos en el espesor de la celda, elucidando la tridimensionalidad del vórtice. Los planos corresponden a  $z^* = 0.116, 0.333, 0.5, 0.666$  y  $0.833$ . El láser se encuentra en  $x^* = 5.6$  y  $z^* = 0.5$  con un diámetro adimensional de  $0.5$ . Las videograbaciones se realizaron bajo condiciones de estabilidad, esto después de 25 minutos. Todas las magnitudes mencionadas en este capítulo son adimensionales.

### 4.1 Análisis tridimensional del vórtice

En esta sección se describe la estructura general del flujo así como las diferencias en cada caso presentado. Se analizaron un total de 1636 fotografías para  $Re = 20$ , 813 para  $Re = 40$  y 546 para  $Re = 60$ .

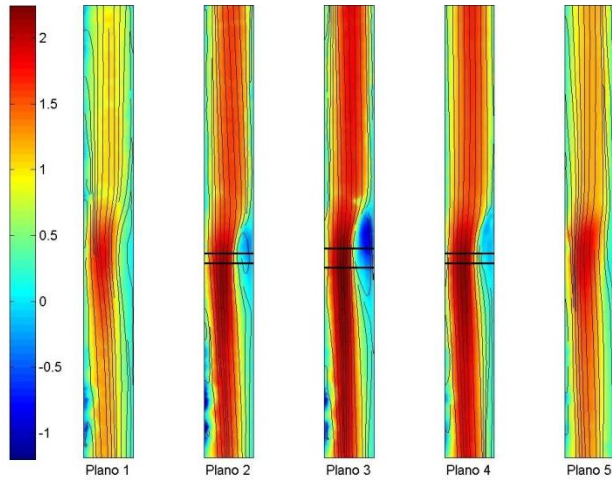
Las figuras mostradas en adelante tendrán marcadas la posición de láser con unas líneas horizontales negras. Todas las magnitudes mencionadas en este capítulo son adimensionales a menos que se indique lo contrario. El láser incide de derecha a izquierda, como se mostró anteriormente en la figura 1.5. El tamaño del vórtice fue determinado de la siguiente manera: El alto del vórtice se midió tomando el valor en  $x^*$  del primer cambio de signo en la velocidad vertical del flujo y sustrayendo el valor en  $x^*$  del siguiente cambio de signo en la velocidad vertical en el plano 3. El ancho se hizo similar pero en  $y^*$ . Los centros máxicos o centroides de masa se obtuvieron multiplicando la velocidad vertical por el valor de la coordenada donde se encuentra y dividiendo entre la suma total de la velocidad vertical en cada punto, tal como se expresa en las ecuaciones 4.1:

$$x_c^* = \frac{\sum x^* \times u^*}{\sum u^*} \quad (4.1a)$$

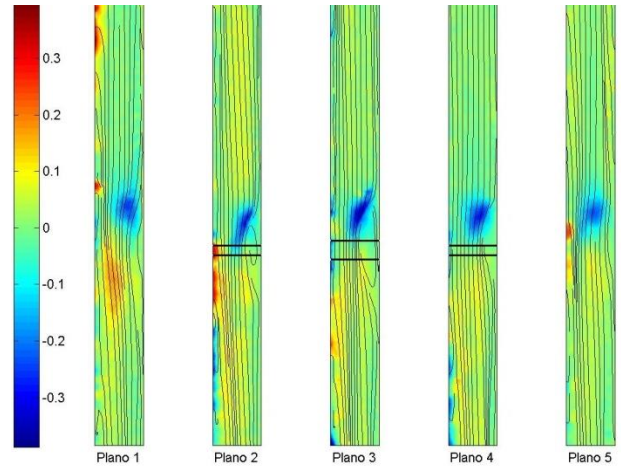
y

$$y_c^* = \frac{\sum y^* \times u^*}{\sum u^*}. \quad (4.1b)$$

En las Figuras IV.1 a IV.4 se muestran las variables velocidad vertical, velocidad horizontal, magnitud de la velocidad y vorticidad, respectivamente, para  $Re = 60$  y coeficiente de absorción adimensional  $\alpha^*$  de 6.7 para los cinco planos de la celda.

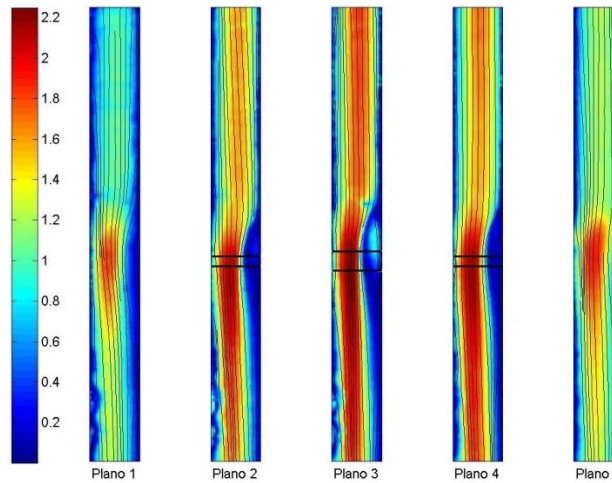


**Figura IV.1 Velocidad vertical para  $Re = 60$  y  $\alpha^* = 6.7$ .**

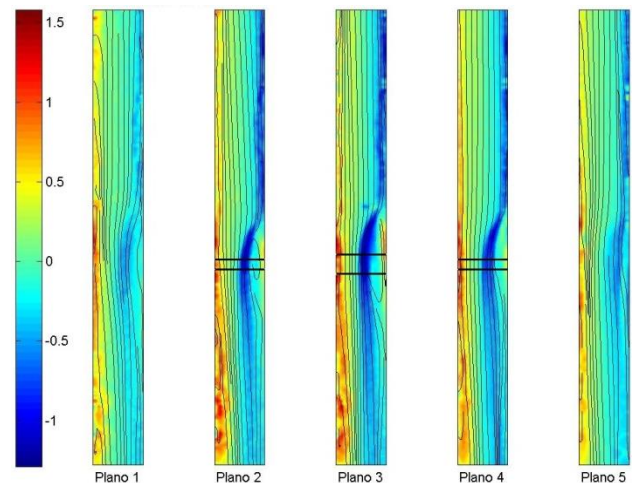


**Figura IV.2 Velocidad horizontal para  $Re = 60$  y  $\alpha^* = 6.7$ .**

Las imágenes muestran la formación de un vórtice en sentido contrario a las manecillas del reloj cerca de la zona irradiada, el fluido que no está atrapado en el vórtice aumenta su velocidad respecto a su valor en la entrada para pasar por el espacio libre. El tamaño del vórtice crece en el Plano 3, esto es debido a que esa es la zona donde está el láser.



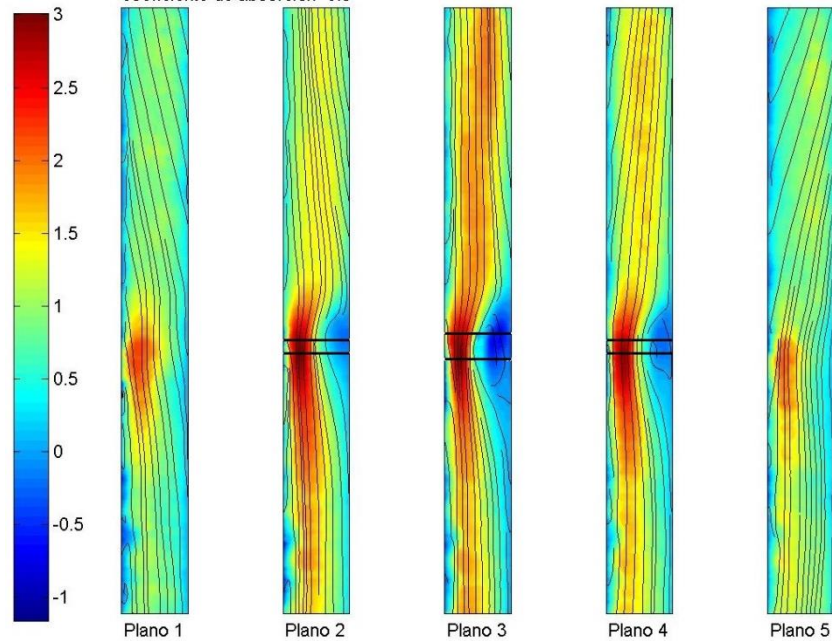
**Figura IV.3 Magnitud de la velocidad para  $Re = 60$  y  $\alpha^* = 6.7$ .**



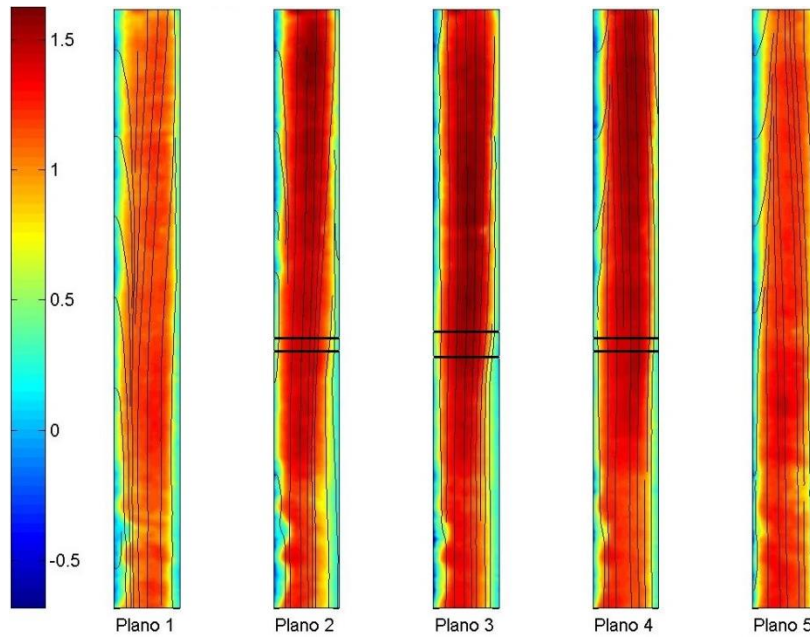
**Figura IV.4 Vorticidad para  $Re = 60$  y  $\alpha^* = 6.7$ .**

Como muestran las Figuras IV.1 a IV.3, en el Plano 1 ( $z^* = 1.16$ ) y Plano 5 ( $z^* = 3.33$ ) se puede ver que no hay flujo ascendente, en estos planos no hay irradiación, por otro lado, se puede apreciar que hay fluido en ascenso en el Plano 2, Plano 3 y Plano 4. En estos planos ya existe una absorción de irradiación láser, que es más intensa en el Plano 3, de ahí que la mayor parte del flujo ascendente sea en el Plano 3. En la Figura IV.4 se observa que la mayor vorticidad es también en el Plano 3.

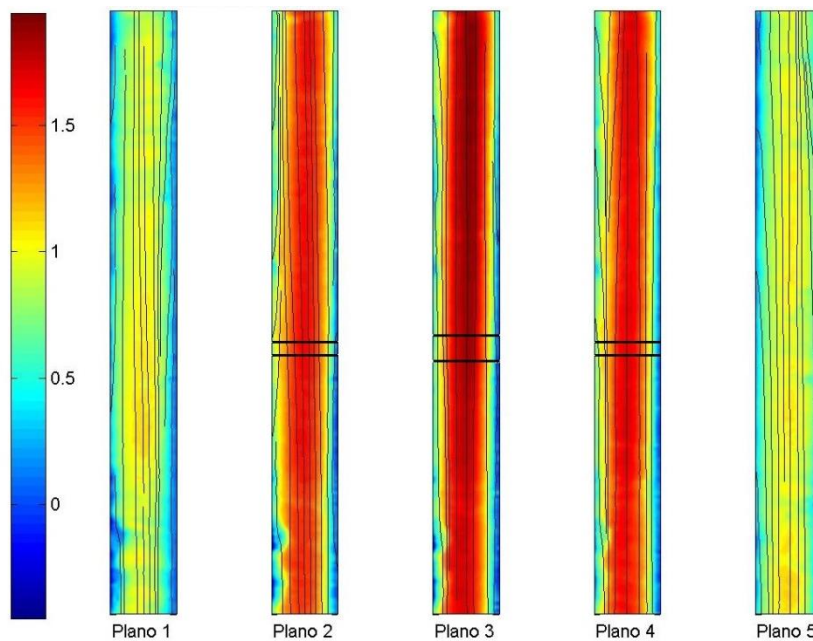
A continuación se analizará cada caso experimental. Para ello se presentará solamente la velocidad vertical, ya que es la que es útil para observar la dirección de flujo ascendente o descendente. Las Figuras IV.5 a IV.7 muestran los casos en que  $\alpha^* = 0.5$ , es decir, se tiene una baja influencia del láser, por lo que su efecto sólo se observa cuando el régimen de velocidad es muy lento, como es el caso de  $Re = 20$ , donde se forma una pequeña celda de recirculación en sentido opuesto a las manecillas del reloj con un alto de 1.51 y un ancho de 0.42, en cambio, en los casos donde la velocidad es mayor, el calentamiento producido por el láser no es suficiente para modificar el flujo. Los centros másicos en el eje  $x^*$  se encuentran para  $Re = 20$ ,  $Re = 40$  y  $Re = 60$  en  $x_c^* = 4.93$ ,  $x_c^* = 4.86$  y  $x_c^* = 4.90$ , respectivamente.



**Figura IV.5 Velocidad vertical para  $Re = 20$  y  $\alpha^* = 0.5$ .**



**Figura IV.6 Velocidad vertical para un  $Re = 40$  y  $\alpha^* = 0.5$ .**

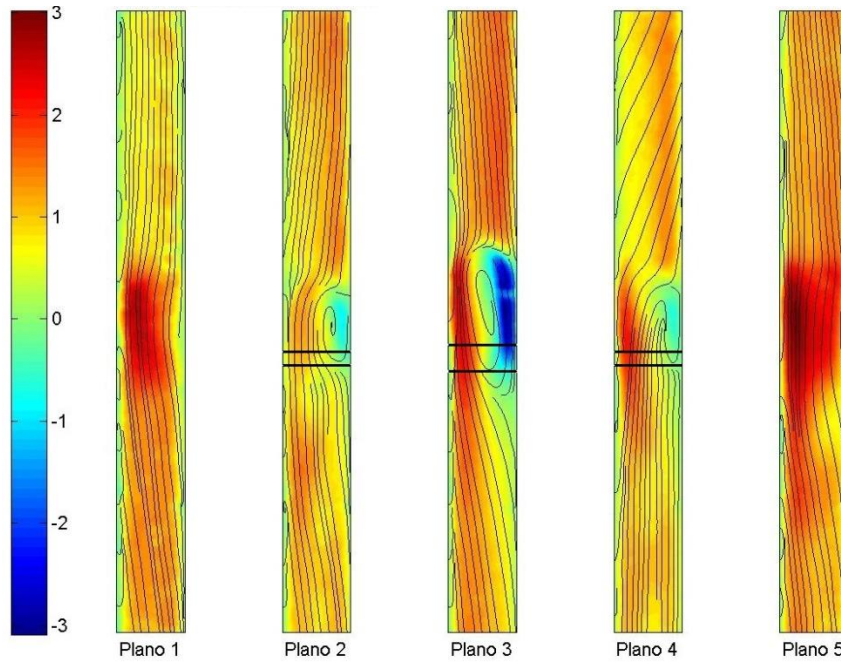


**Figura IV.7 Velocidad vertical para un  $Re = 60$  y  $\alpha^* = 0.5$ .**

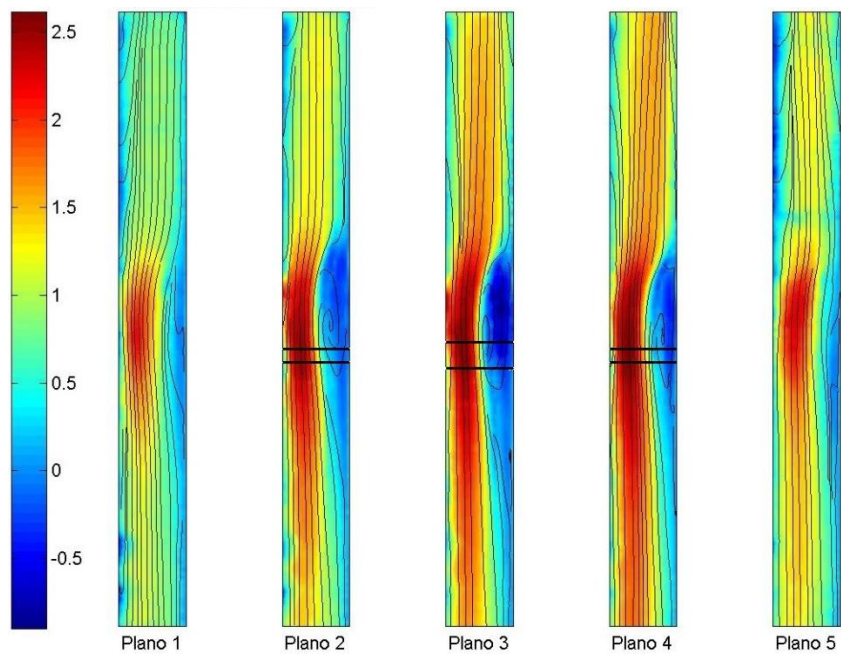
Las Figuras IV.8 a IV.10 muestran la velocidad vertical en los experimentos en los que  $\alpha^* = 4.1$ . En estos casos el coeficiente de absorción adimensional es lo suficientemente grande como para que el láser genere calor en el fluido y crear un vórtice, también se puede observar que a mayor velocidad de entrada, más pequeño será el vórtice para todos los valores de  $Re$  analizados en este trabajo. En todos los casos éste gira en sentido opuesto a las manecillas del reloj. El tamaño del vórtice para  $Re = 20$  es de 2.66 de alto y 0.52 de ancho, para  $Re = 40$  es 3.93 de alto y 0.37 de ancho y para  $Re = 60$  el vórtice tiene un tamaño de 2.42 de alto y 0.26 de ancho, si bien el alto del vórtice pareciera ser similar esto se debe a que por debajo del vórtice fluye poco fluido, por otro lado, el ancho de los vórtices sí suele ser menor como mayor sea el

número de Reynolds. Los centros máxicos en el eje  $x^*$  se encuentran, para  $Re = 20$ ,  $Re = 40$  y  $Re = 60$ , en  $x_c^* = 5.01$ ,  $x_c^* = 5.05$  y  $x_c^* = 4.86$ , respectivamente.

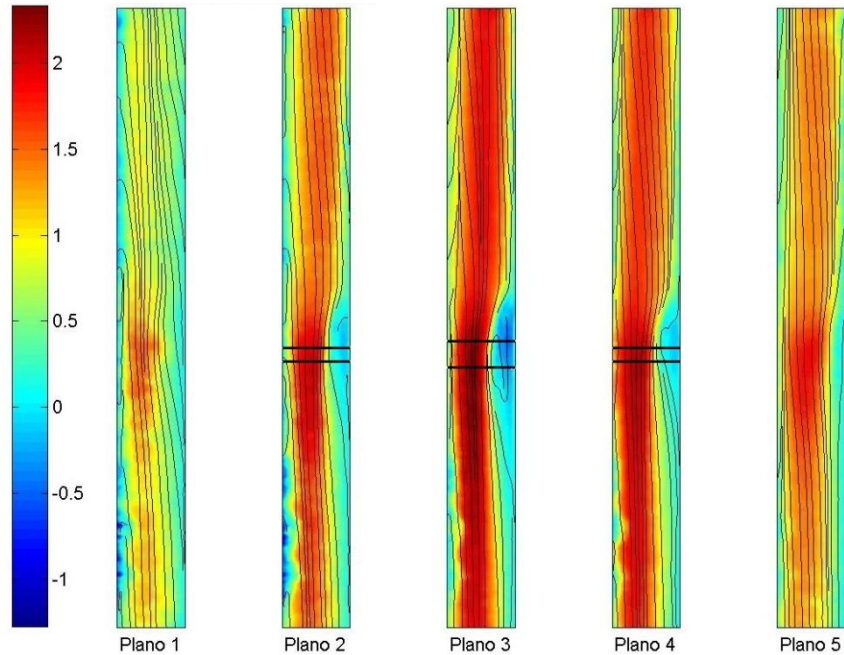
En el experimento donde  $Re = 20$  y  $a^* = 4.1$  sucede algo distinto en la formación del vórtice. Cuando se forma la celda de recirculación el resto del fluido no fluye por la parte frontal del vórtice, sino que empieza a fluir por las paredes contiguas, esto tiene sentido pues esas zonas no están irradiadas y no se encuentran cercanas al vórtice.



**Figura IV.8 Velocidad vertical para  $Re = 20$  y  $a^* = 4.1$ .**



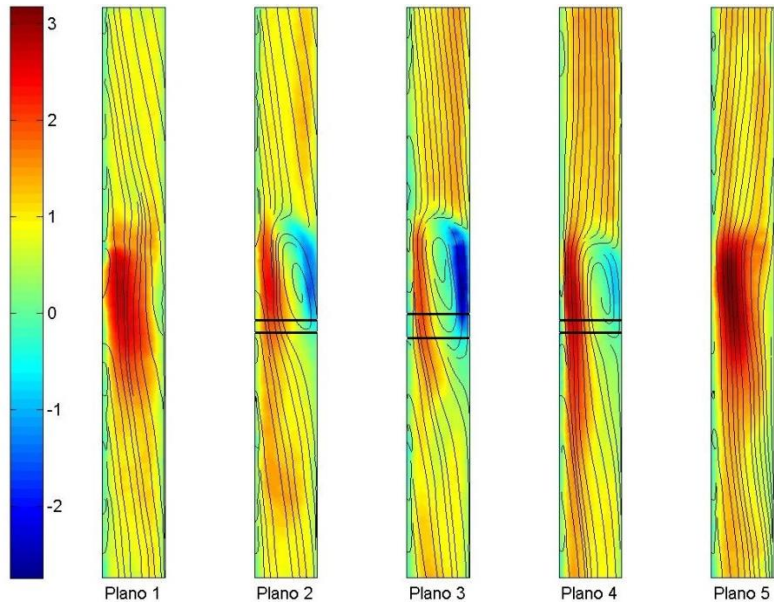
**Figura IV.9 Velocidad vertical para  $Re = 40$  y  $a^* = 4.1$ .**



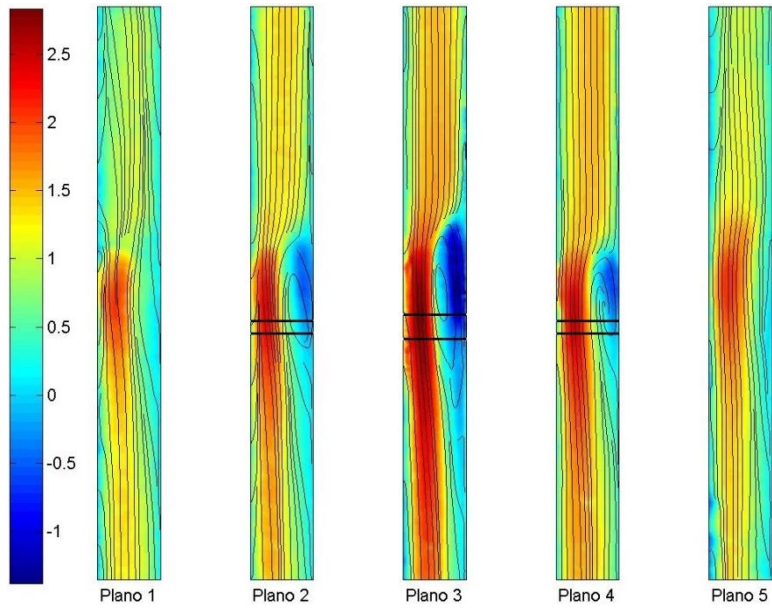
**Figura IV.10 Velocidad vertical para  $Re = 60$  y  $a^* = 4.1$ .**

Las Figuras IV.11 a IV.13 muestran los casos en que  $a^* = 6.7$  y se puede ver que en todos los casos se forman celdas de recirculación de flujo, el tamaño de la celda es mayor como menor es el número de Reynolds, el vórtice provocado por la recirculación de flujo va en sentido opuesto a las manecillas del reloj. El tamaño del vórtice para  $Re = 20$  es 2.6 de alto y 0.47 de ancho, para  $Re = 40$  es 4.3 de alto y 0.42 de ancho, para  $Re = 60$  es 2.06 de alto y 0.32 de ancho, los vórtices de estos casos son ligeramente más grandes que cuando  $a^* = 4.1$ . Los centros máxicos en el eje x se encuentran para  $Re = 20$ ,  $Re = 40$  y  $Re = 60$  en  $x_c^* = 4.97$ ,  $x_c^* = 5.05$  y  $x_c^* = 4.95$ , respectivamente.

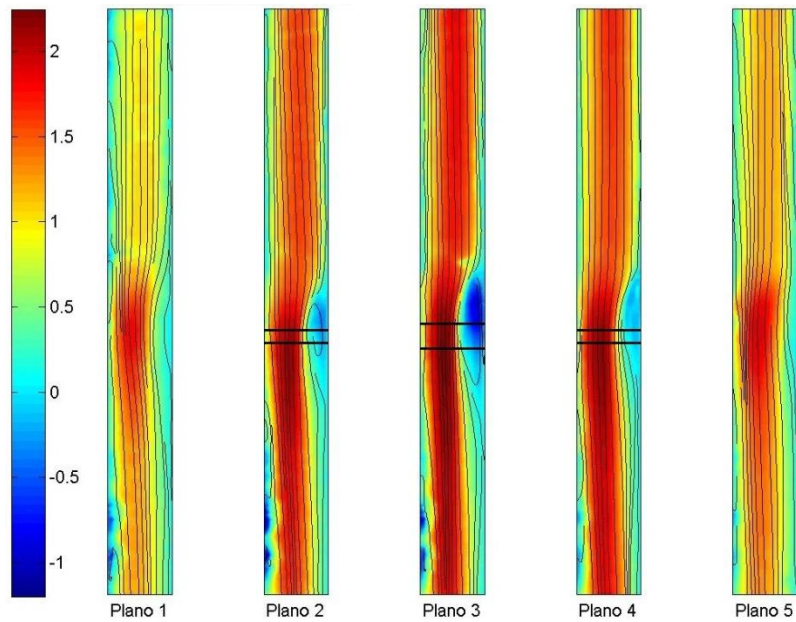
De manera parecida al caso de  $Re = 20$  y  $a^* = 4.1$ , en  $Re = 20$  y  $a^* = 6.7$  la celda de recirculación se hace tan grande que el fluido no puede circular debido a la obstrucción generada por el vórtice, sino que tiene que circular por las paredes contiguas a la celda, esto parece ocurrir siempre que el coeficiente de absorción es muy grande y la velocidad de entrada muy baja.



**Figura IV.11 Velocidad vertical para  $Re = 20$  y  $a^* = 6.7$ .**



**Figura IV.12 Velocidad vertical para  $Re = 40$  y  $a^* = 6.7$ .**



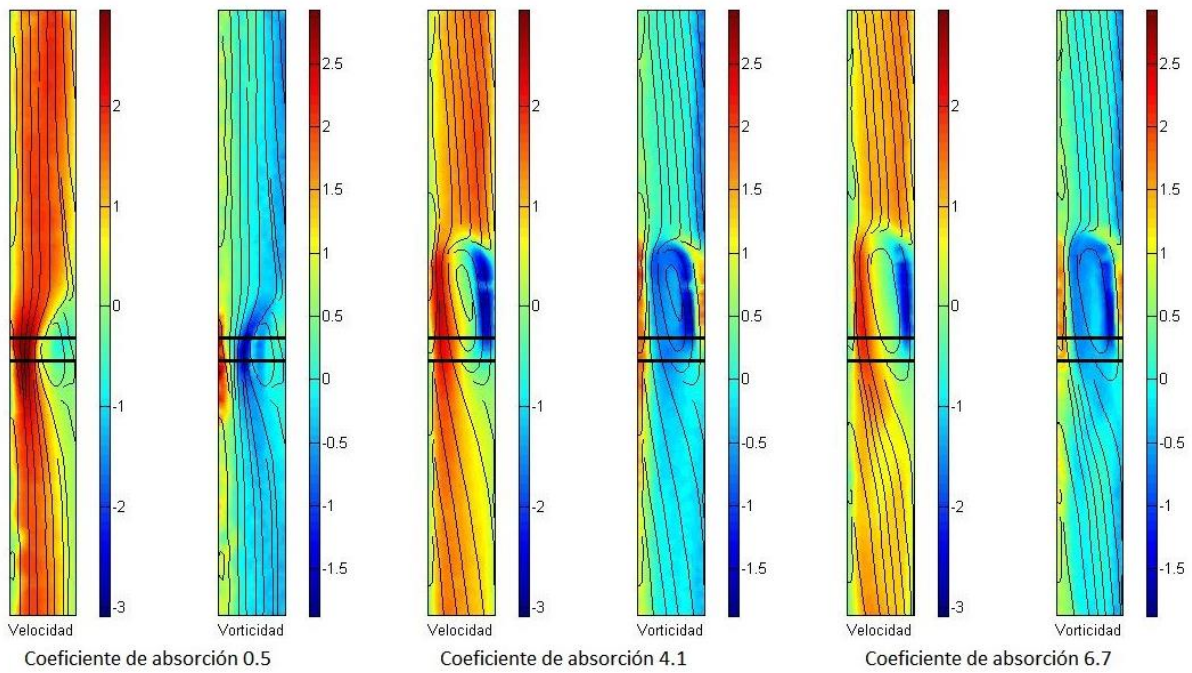
**Figura IV.13 Velocidad vertical para un  $Re = 60$  y  $a^* = 6.7$ .**

En todos los casos se puede observar que los pares de los planos 1 y 5 y los planos 2 y 4 son muy parecidos, por lo que las siguientes comparaciones se referirán únicamente al plano 3.

## 4.2 Efecto del coeficiente de absorción en el flujo

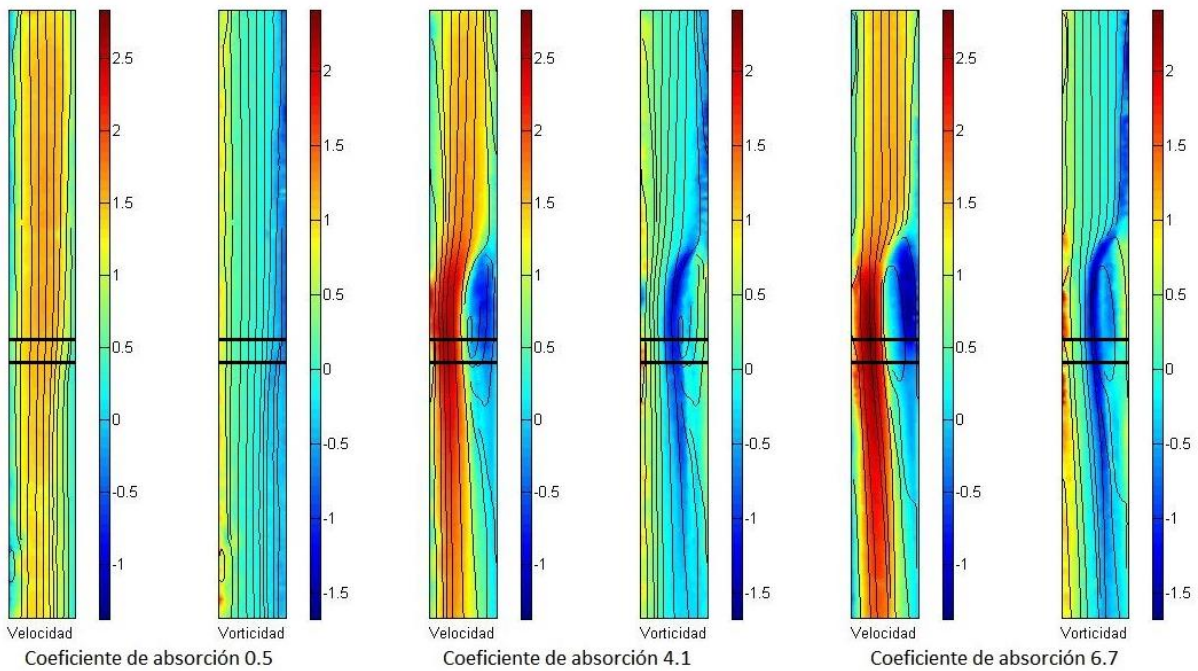
En la Figura IV.14 se muestra la velocidad vertical y vorticidad para el caso de  $Re = 20$  para los tres valores del coeficiente de absorción empleado. Se puede observar que la influencia del láser de calentamiento es más importante en tanto el coeficiente de absorción es mayor. En el caso de  $a^* = 0.5$ , se forma una celda de recirculación que crece para los coeficientes de absorción 4.1 y 6.7, siendo éstos últimos 1.5 veces el tamaño de la celda respecto al primer caso. En estos dos últimos casos dichas celdas tienen tamaños similares. También se muestra la vorticidad adimensional y se puede observar cómo es más grande la celda cuanto mayor es la absorción.





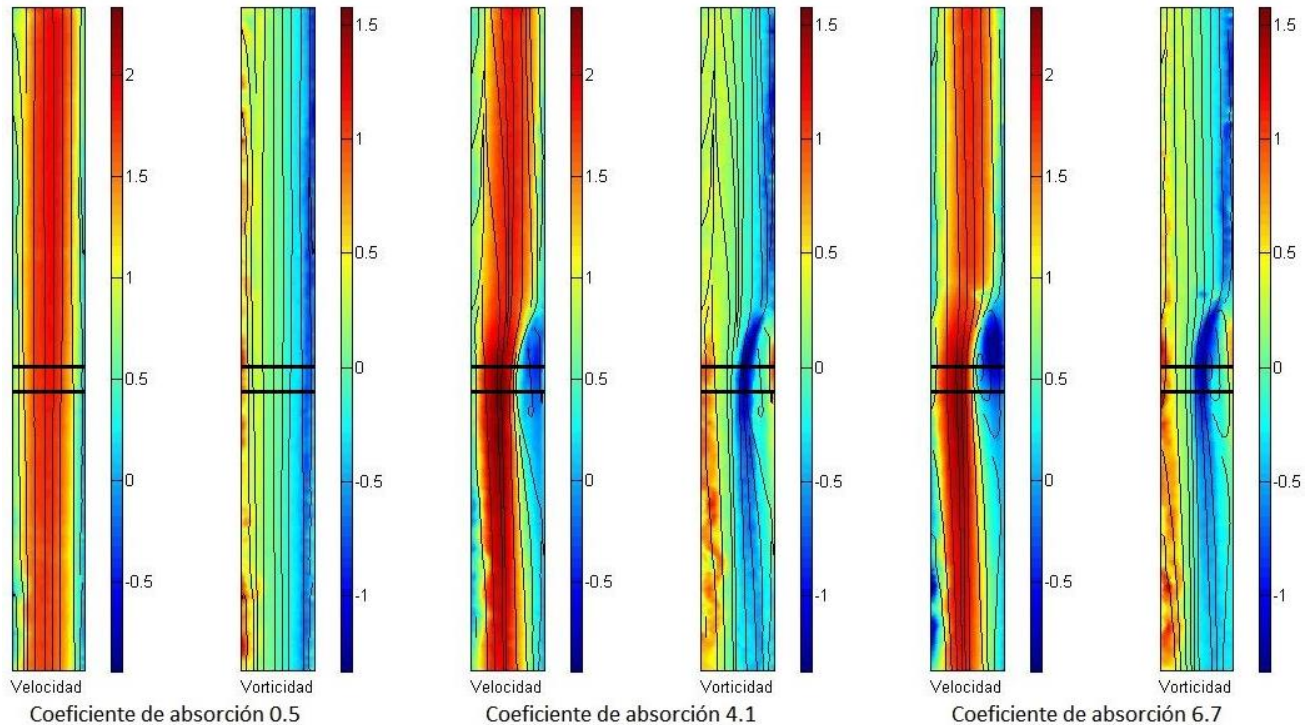
**Figura IV.14 Velocidad vertical adimensional y vorticidad para  $Re = 20$  y tres diferentes coeficientes de absorción**

En la Figura IV.15 se aprecia la velocidad vertical para el caso en que  $Re = 40$ . La influencia del láser cuando  $\alpha^* = 0.5$  es casi imperceptible, pero en los otros casos sigue siendo de importancia. Para los coeficientes de absorción 4.1 y 6.7 se forman celdas de recirculación más angostas comparadas con  $Re = 20$ . Esto se debe a que la cantidad de fluido por unidad de tiempo (flujo volumétrico) se incrementa y se opone a las fuerzas de flotación. Cuando  $\alpha^* = 6.7$  se forma una celda 1.1 veces mayor que en la de 4.1, similar a  $Re = 20$  así como una mayor vorticidad.



**Figura IV.15 Velocidad vertical adimensional y vorticidad para  $Re = 40$  y tres diferentes coeficientes de absorción.**

La Figura IV.16 muestra la velocidad vertical para el caso para  $Re = 60$ , las celdas que se forman son de un tamaño menor que a los casos de  $Re = 20$  y  $Re = 40$ , cuando  $\alpha^* = 0.5$ , el calentamiento es insignificante. Aunque se sigue formando la celda de recirculación para cuando  $\alpha^*$  es 4.1 y 6.7, éstas son mucho menores que en los casos anteriores, 1.6 y 2.1 veces más pequeñas, respectivamente. Aun así, se sigue viendo la diferencia entre los coeficientes de absorción 4.1 y 6.7, pues en el segundo, el flujo revertido lleva 1.8 veces mayor velocidad. Esto se puede ver también en la Figura 4.16, donde las celdas que se forman giran en sentido contrario de las manecillas del reloj.



**Figura IV.16 Velocidad vertical adimensional y vorticidad para  $Re = 60$  y tres diferentes coeficientes de absorción.**

### 4.3 Efecto del Número de Reynolds en el flujo

Comparando los casos de diferente número de Reynolds para un valor fijo de coeficiente de absorción, se muestra que a menor número de Reynolds la influencia del láser en el flujo es mayor. De este modo, la mayor recirculación de flujo se encuentra en  $Re = 20$  de cada solución, mientras que hay poca o nula recirculación en  $Re = 60$ .

Para el caso de  $\alpha^* = 0.5$  podemos ver que hay recirculación en  $Re = 20$ , mientras que para  $Re = 40$  y  $Re = 60$  no ocurre recirculación. Esto se debe a que las fuerzas de gravedad son mayores a las de flotación. Además, la vorticidad muestra un comportamiento casi uniforme a lo largo del flujo, excepto para  $Re = 20$ .

En el caso con  $\alpha^* = 4.1$  la influencia del láser es mayor que en el caso con agua. Para este caso, el flujo con  $Re = 20$  forma una celda de recirculación muy grande, con un ancho de 0.52, y se reduce en tamaño a media que se incrementa el número de Reynolds, siendo el ancho 0.37 para  $Re = 40$  y 0.26 para  $Re = 60$ .

Algo similar se puede apreciar en el caso  $a^* = 6.7$ ; hay recirculación en todos los experimentos, y nuevamente, el caso con la mayor recirculación se encuentra cuando  $Re = 20$ , con un ancho de 0.47, y la menor recirculación para  $Re = 60$ , con un ancho de 0.42, para  $Re = 40$  el ancho de la celda es 0.32. Se muestra nuevamente una tendencia a reducir el tamaño de la recirculación a medida que se incrementa  $Re$ .

Se observaron dos parámetros en la ejecución de los experimentos, éstos fueron el coeficiente de absorción adimensional siendo 0.5, 4.1 y 6.7 y el otro fue la velocidad de entrada, calculadas para obtener  $Re = 20$ ,  $Re = 40$  y  $Re = 60$ . Los resultados muestran una celda de recirculación debida al calentamiento por el láser girando en sentido contrario a las manecillas del reloj en todos los casos. El tamaño de la recirculación se relaciona directamente proporcional a la concentración e inversamente proporcional al número de Reynolds.

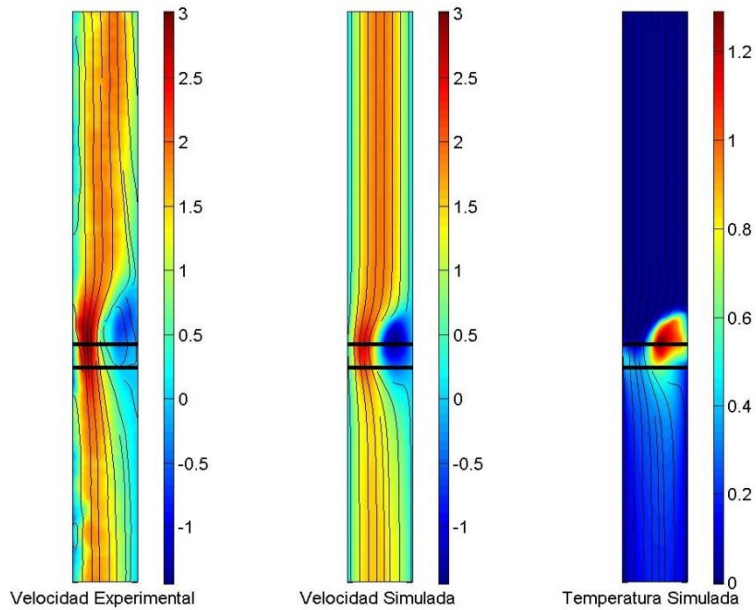
#### 4.4 Comparación entre los resultados numéricos y experimentales

Se llevó a cabo un análisis numérico para validar los resultados encontrados mediante los experimentos. El modelo, hecho en COMSOL, fue implementado en tres secciones: las paredes, el fluido y la zona de influencia del láser. La función de penetración del láser es exponencialmente decreciente y dependiente del coeficiente de absorción, en las paredes sólidas se fijó temperatura en 293.15 K, en la entrada se definió la velocidad promedio de entrada y a la salida la presión es cero.

En la Figura IV.17 se muestran los resultados de velocidad mediante la experimentación y el modelo numérico, además de la temperatura calculada. Se puede observar que los comportamientos son parecidos cualitativamente. En la gráfica de la temperatura (correspondiente a la simulación numérica) existe un aumento considerable justo donde está el vórtice y debajo de la zona irradiada hay un pequeño aumento de la temperatura. El error promedio, evaluado para todos los nodos de las mallas, es inferior a 0.74%. El error se calculó con el promedio de la diferencias en velocidad entre el experimento y la simulación para cada nodo y dividiendo entre el promedio de la velocidad simulada, según la Ecuación 4.2:

$$Error = \frac{\sum_{i=1}^N \frac{u_{si} - u_i}{N}}{U}, \quad (4.2)$$

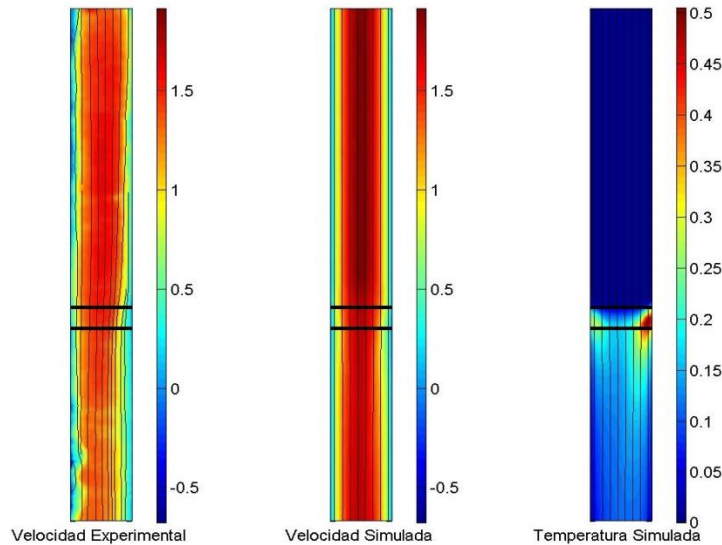
donde  $u_{si}$  es la velocidad vertical en la simulación en un punto  $i$ ,  $u_i$  es la velocidad vertical en el experimento en un punto  $i$ ,  $N$  es la cantidad total de puntos y  $U$  es la velocidad promedio del la entrada del flujo.



**Figura IV.17 Comparación de la velocidad vertical adimensional para  $\alpha^* = 0.5$  y  $Re = 20$ . A la izquierda el resultado experimental, en medio el resultado numérico, a la derecha el resultado numérico de la temperatura adimensional.**

En la Figura IV.18 se muestra la comparación entre la velocidad vertical adimensional para  $\alpha^*$  de 0.5 y  $Re = 40$ , las gráficas muestran concordancia entre el experimento y la simulación, siendo el error promedio de todos los puntos 3.5%.

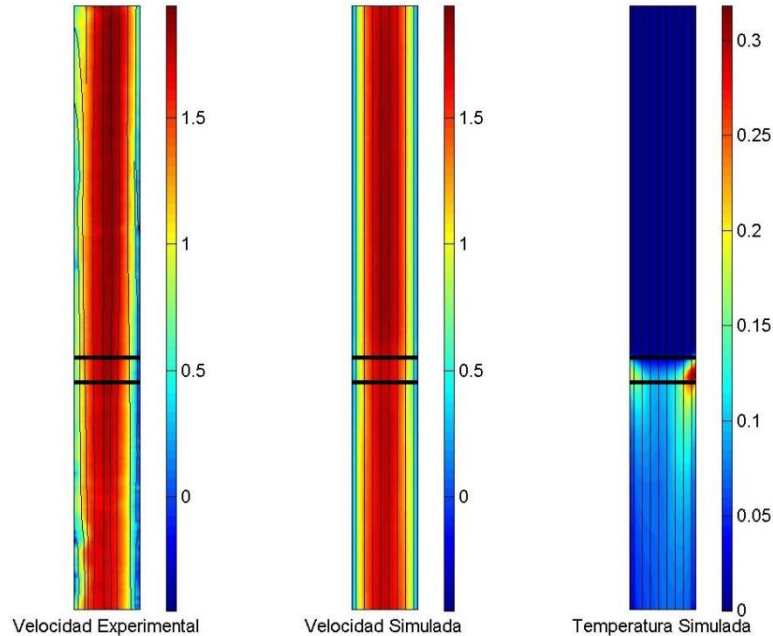
En la gráfica de temperatura hay un aumento muy cerca de la zona irradiada, pero al no ser suficiente temperatura para que la fuerza boyante venza a la fuerza gravitatoria y crear un vórtice aumenta la temperatura del fluido debajo de la zona del láser.



**Figura IV.18 Comparación de la velocidad vertical adimensional para  $\alpha^* = 0.5$  y  $Re = 40$ . A la izquierda el resultado experimental, en medio el resultado numérico, a la derecha el resultado numérico de la temperatura.**

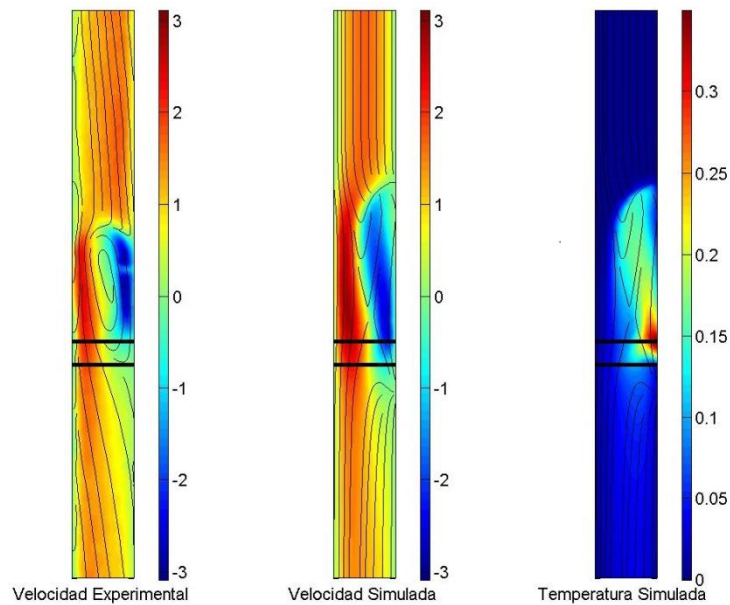
En la Figura IV.19 se muestra la comparación entre el resultado experimental y numérico para un  $\alpha^*$  de 0.5 y  $Re = 60$ , las gráficas son cualitativamente similares, el error promedio de todos los nodos es menor al 2.91%.

En cuanto a la temperatura, ésta aumenta muy cerca de la zona irradiada y conserva un ligero aumento en el resto del fluido, aún cuando no se haga vórtice.



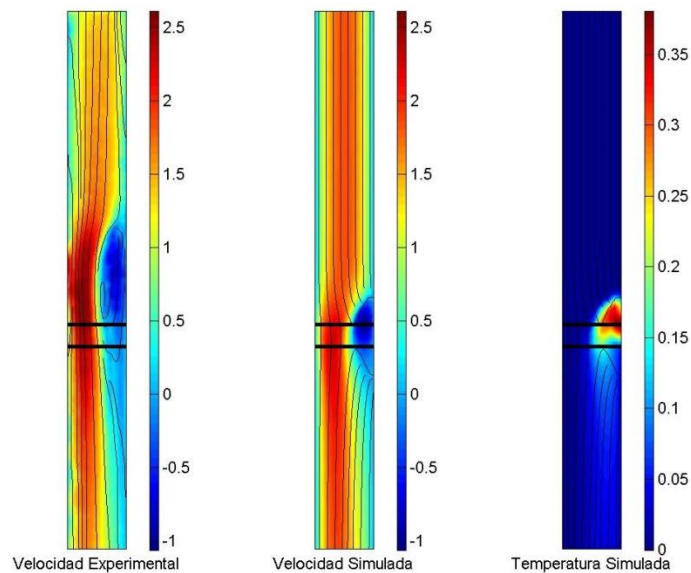
**Figura IV.19 Comparación de la velocidad vertical adimensional para  $\alpha^* = 0.5$  y  $Re = 60$ . A la izquierda el resultado experimental, en medio el resultado numérico, a la derecha el resultado numérico de la temperatura.**

En la Figura IV.20 se muestra la comparación entre el resultado experimental y numérico para un  $\alpha^*$  de 4.1 y  $Re = 20$ , el error promedio de todos los nodos es menor al 24.55%. Esto puede deberse a que mientras que en la simulación el fluido que no participa en la recirculación se va por la pared opuesta a la pared irradiada en la realidad se va por las paredes contiguas. La temperatura aumenta mucho cerca de la pared irradiada y la temperatura en el vórtice se mantiene alta.



**Figura IV.20** Comparación de la velocidad vertical adimensional para  $\alpha^* = 4.1$  y  $Re = 20$ . A la izquierda el resultado experimental, en medio el resultado numérico, a la derecha el resultado numérico de la temperatura.

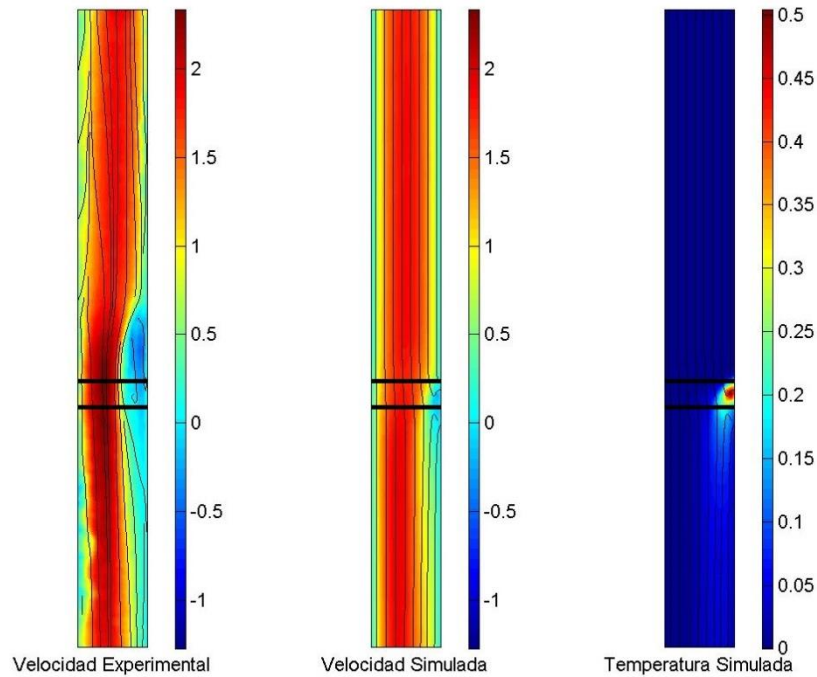
En la Figura IV.21 se muestra la comparación entre el resultado experimental y numérico para un  $\alpha^*$  de 4.1 y  $Re = 40$ , el error promedio de todos los nodos es menor al 0.26%. La velocidad máxima es muy similar entre el experimento y la simulación. La temperatura se mantiene alta sólo en el vórtice, en el resto de fluido la temperatura se mantiene prácticamente constante.



**Figura IV.21** Comparación de la velocidad vertical adimensional para  $\alpha^* = 4.1$  y  $Re = 40$ . A la izquierda el resultado experimental, en medio el resultado numérico, a la derecha el resultado numérico de la temperatura.

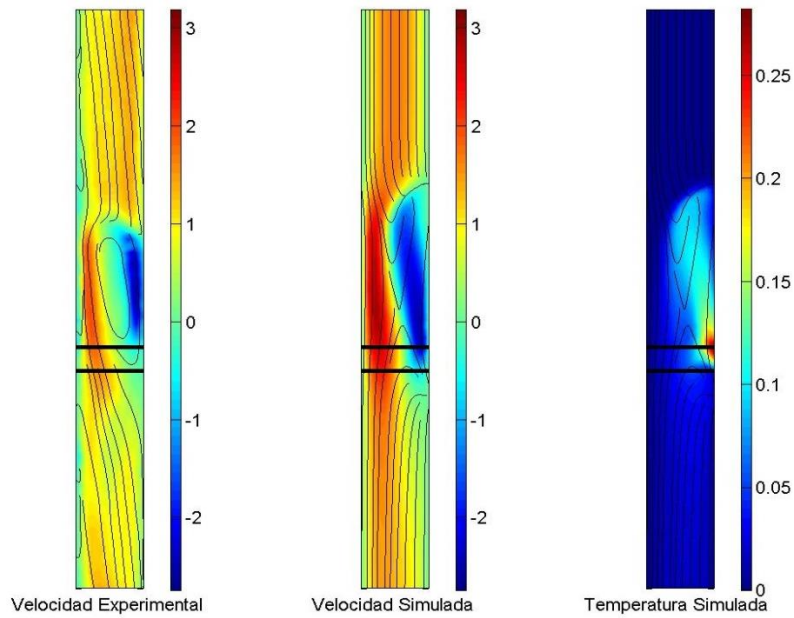
En la Figura IV.22 se muestra la comparación entre el resultado experimental y numérico para un  $\alpha^*$  de 4.1 y  $Re = 60$ , el error promedio de todos los nodos es menor al 4.76%.

El aumento de temperatura es muy localizada, y debido a que la velocidad es muy alta la fuerza boyante no logra vencer la fuerza gravitatoria, persiste un ligero aumento de la temperatura justo debajo de la zona irradiada por el láser.



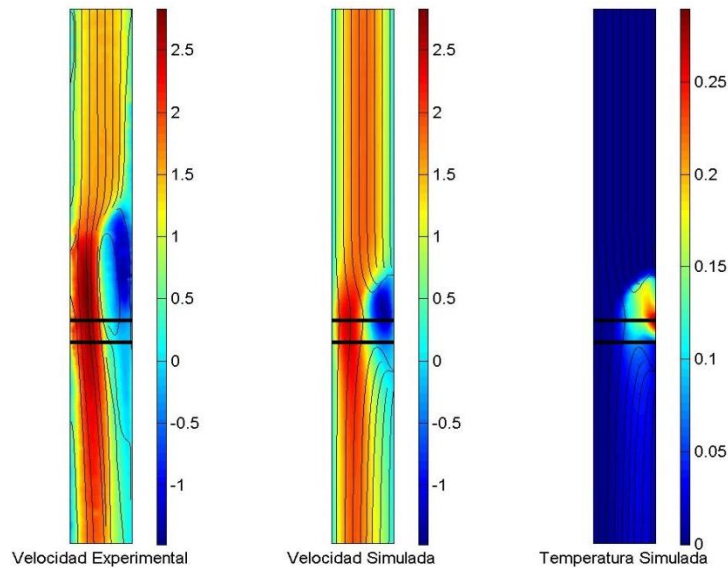
**Figura IV.22 Comparación de la velocidad vertical adimensional para  $\alpha^* = 4.1$  y  $Re = 60$ . A la izquierda el resultado experimental, en medio el resultado numérico, a la derecha el resultado numérico de la temperatura.**

En la Figura IV.23 se muestra la comparación entre el resultado experimental y numérico para un  $\alpha^*$  de 6.7 y  $Re = 20$ , el error promedio de todos los nodos es menor al 13.83%. Esto se puede atribuir nuevamente a que en la simulación el fluido que no participa en la recirculación se va por la pared opuesta a la pared irradiada. En el modelo experimental bajo dichas condiciones, el fluido rodea al vórtice, generando una circulación de flujo por la paredes contiguas. Hay un aumento importante de temperatura muy cerca de la zona irradiada por el láser, la longitud de penetración de este fluido es baja, lo que significa que absorberá mucho calor en un volumen muy pequeño, luego, la temperatura del vórtice se mantiene ligeramente arriba de la temperatura principal, pero es suficiente para que el vórtice se mantenga estable.



**Figura IV.23 Comparación de la velocidad vertical adimensional para  $\alpha^* = 6.7$  y  $Re = 20$ . A la izquierda el resultado experimental, en medio el resultado numérico, a la derecha el resultado numérico de la temperatura.**

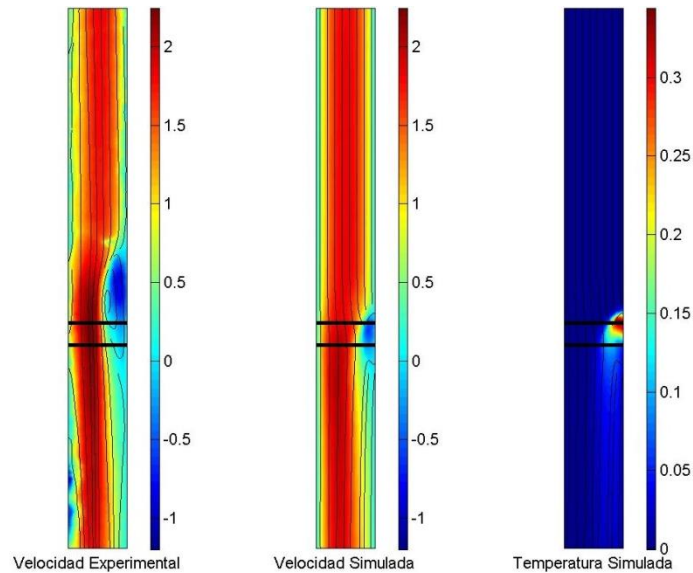
En la Figura IV.24 se muestra la comparación entre el resultado experimental y numérico para un  $\alpha^*$  de 6.7 y  $Re = 40$ , el error promedio de todos los nodos es menor al 1.18%. Aunque en las magnitudes son muy parecidas las celdas de recirculación, se puede ver que la experimental tiene un mayor tamaño, aún así las diferencias no son significativas. El aumento de la temperatura sucede más notoriamente en el vórtice y muy poco fuera de éste, esto se debe a que el fluido dentro del vórtice se mantiene en él y, al ser más pequeño que en el caso anterior eleva más su temperatura.



**Figura IV.24 Comparación de la velocidad vertical adimensional para  $\alpha^* = 6.7$  y  $Re = 40$ . A la izquierda el resultado experimental, en medio el resultado numérico, a la derecha el resultado numérico de la temperatura.**



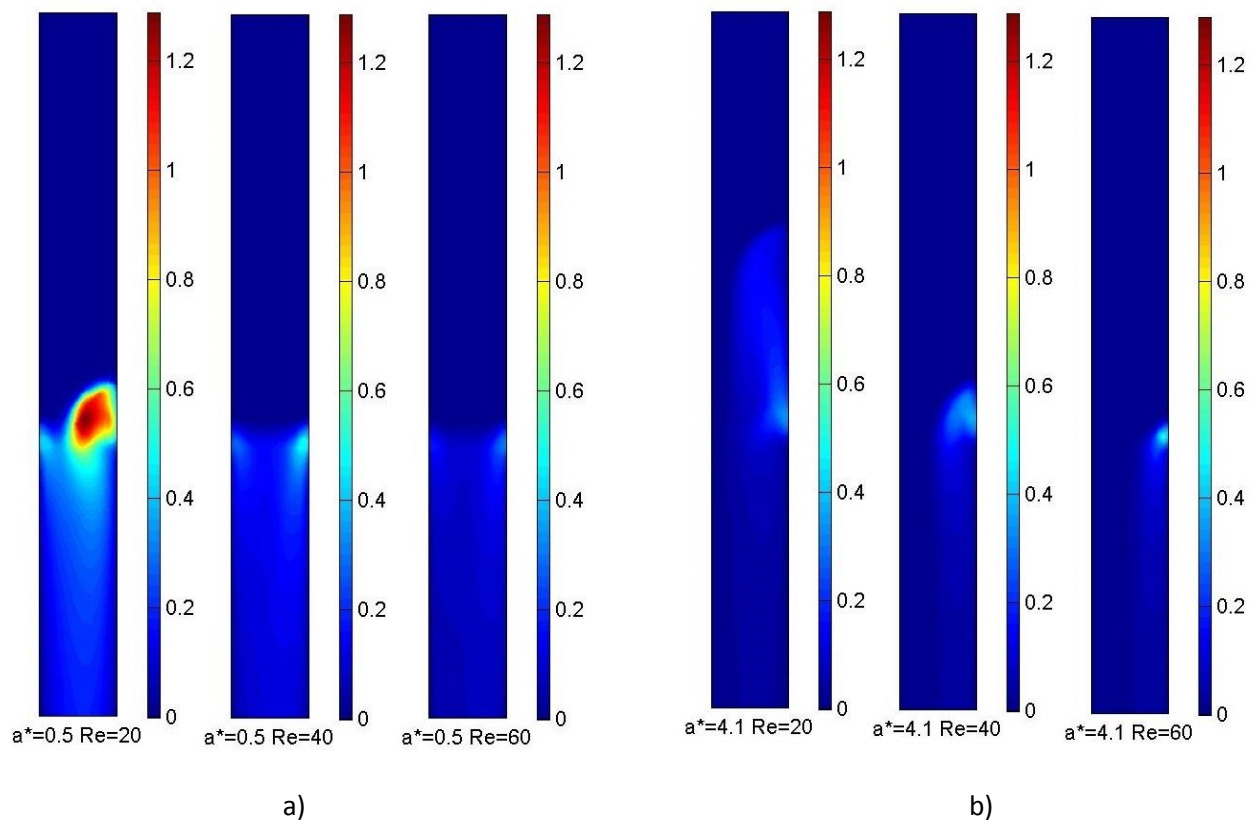
En la Figura IV.25 se muestra la comparación entre el resultado experimental y numérico para un  $a^*$  de 6.7 y  $Re = 60$ , el error promedio de todos los nodos es menor al 6.3%. La temperatura aumenta mucho en la zona irradiada, pero logra formar sólo un vórtice pequeño.



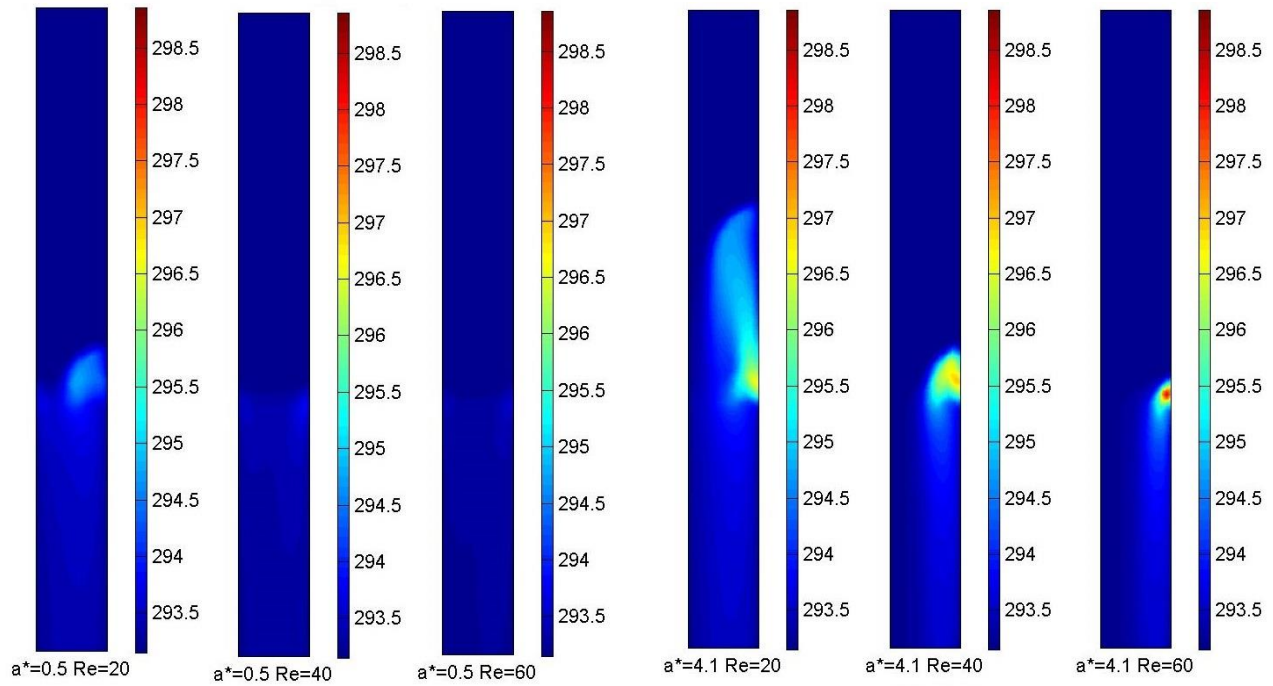
**Figura IV.25 Comparación de la velocidad vertical adimensional para  $a^* = 6.7$  y  $Re = 60$ . A la izquierda el resultado experimental, en medio el resultado numérico, a la derecha el resultado numérico de la temperatura.**

Las Figuras IV.26 a), IV.26 b) y IV.26 c) muestran una comparación entre los campos de temperatura obtenidos del modelo numéricos. La Figura IV.26 a) corresponde a los casos donde  $a^* = 0.5$ , se puede observar una temperatura relativa alta donde  $Re=20$ , esto se debe a que hay un mayor aumento de temperatura con un menor depósito de calor en la zona, es decir, hay poca generación de calor debido al láser pero con ello se logra una mayor temperatura en relación a la energía absorbida del láser. La Figura IV.26 b) ilustra los casos donde  $a^* = 4.1$ , en  $Re=20$  hay un aumento en la temperatura del fluido donde se encuentra el vórtice, mientras que para  $Re=60$  el aumento de temperatura ocurre sólo cerca de la pared. La Figura IV.26 c) muestra los casos donde  $Re=60$ .

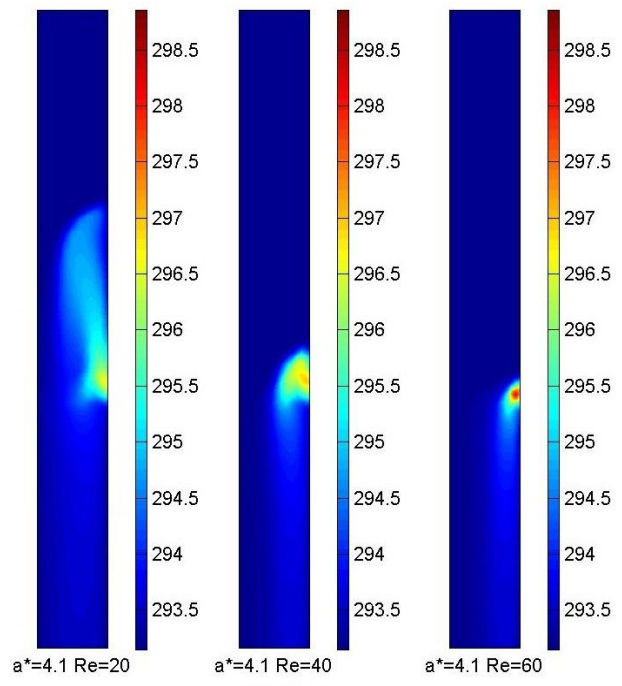
Las Figuras IV.27 a), IV.27 b) y IV.27 c) muestra los campos de temperatura dimensionales obtenidos del modelo numérico. La mayor temperatura se encuentra en el caso donde  $Re=60$  y  $a^* = 6.7$ , el coeficiente de absorción mayor provoca que el fluido absorba más energía proveniente del láser, debido a que la velocidad en el canal, cuando  $Re=60$ , es mayor la celda de recirculación es más pequeña, esto provoca que sea una porción de fluido la que está recirculando, al ser poca la masa en el vórtice hay un aumento significativo de la temperatura.



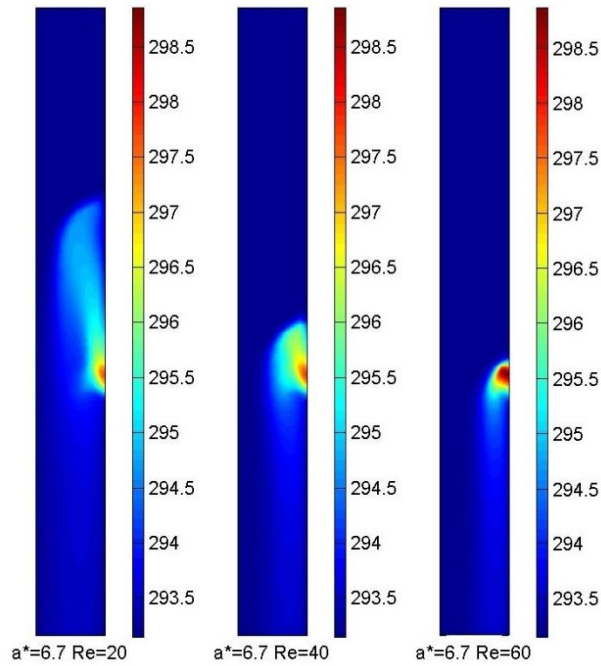
**Figura IV.26 a) Campos de temperatura adimensional a diferentes número de Reynolds para  $\alpha^* = 0.5$ . b) Campos de temperatura adimensional a diferentes número de Reynolds para  $\alpha^* = 4.1$ . c) Campos de temperatura adimensional a diferentes número de Reynolds para  $\alpha^* = 6.7$**



a)



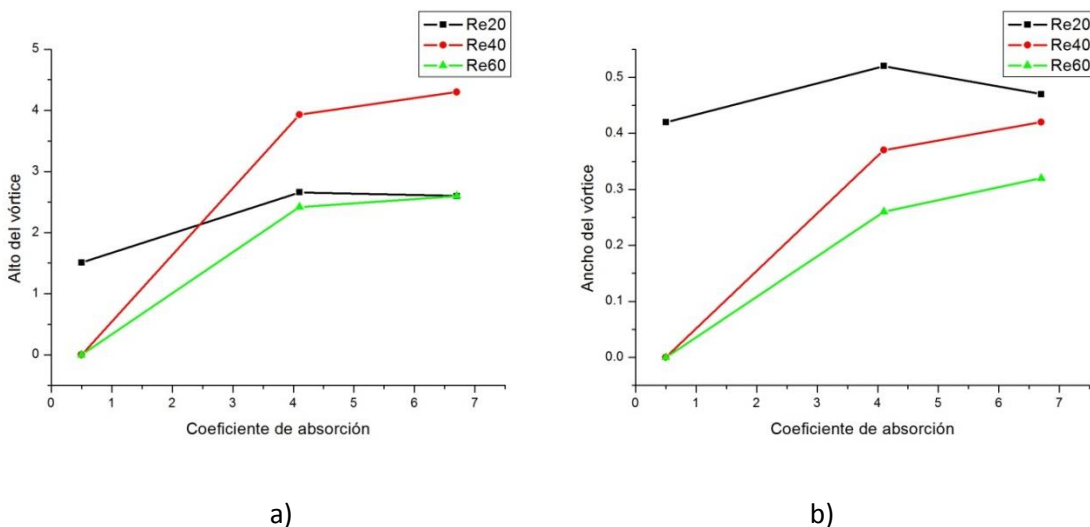
b)



c)

**Figura IV.27** a) Campos de temperatura dimensional a diferentes número de Reynolds para  $a^* = 0.5$ . b) Campos de temperatura dimensional a diferentes número de Reynolds para  $a^* = 4.1$ . c) Campos de temperatura dimensional a diferentes número de Reynolds para  $a^* = 6.7$

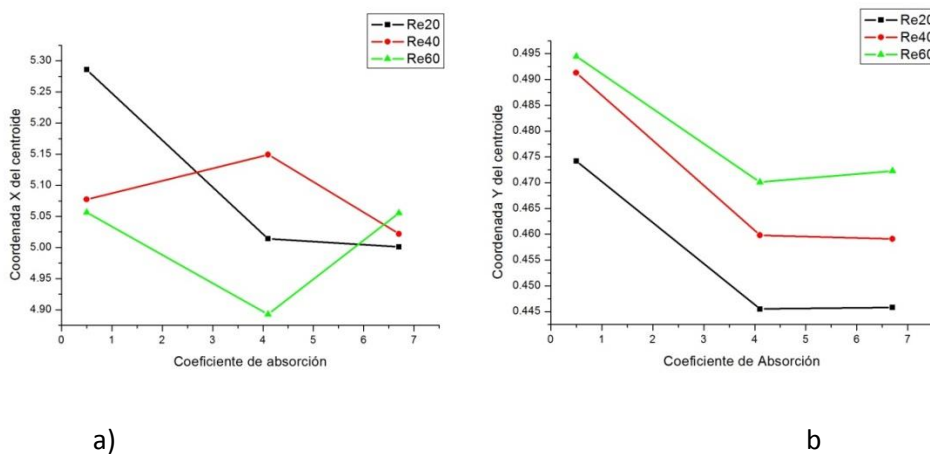
La Figura IV.28 muestra el alto de la celda de recirculación, en ella se puede ver que cuanto mayor sea el coeficiente de absorción más alta será. En los casos de coeficiente de absorción 0.5 para  $Re = 20$  y  $Re = 40$ , el alto es cero debido a que no hay celda de recirculación. Para  $Re = 20$  se puede apreciar que el alto de la celda para coeficiente de absorción 4.1 es ligeramente mayor que para el coeficiente de absorción 6.7. La línea que representa el alto de la celda para  $Re = 40$  es mayor que para  $Re = 20$  para los coeficientes de absorción 4.1 y 6.7, sin embargo es mayor el flujo en dirección vertical hacia arriba en  $Re = 20$ .



**Figura IV.28 a) Longitud vertical del tamaño del vórtice (Alto) formado en la celda. b) Longitud horizontal del tamaño del vórtice (ancho) formado en la celda.**

En cuanto al ancho de la celda, que muestra la Figura IV.28 b), cuando hay mayor coeficiente de absorción es mayor el ancho de la celda y cuando el número de Reynolds es menor más ancha es la celda.

La ubicación del centriode de masa del flujo está representada en la Figura IV.29, se puede pensar que como más cercano sea el centro de masa al centro geométrico de la celda ( $x_c^* = 5$ ,  $y_c^* = 0.5$ ) menos influencia tiene el calentamiento por el láser, los casos que más se aproximan a esto son los de coeficiente de absorción de 0.5 y número de Reynolds igual a 40 y 60.



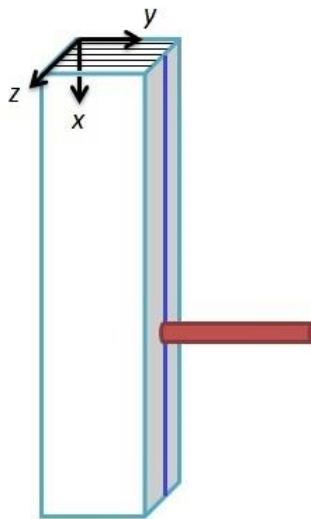
**Figura IV.29 Coordenadas en a) x e b) y del centriode de masa del flujo.**

El número de Nusslet está definido por la ecuación 1.13, sin embargo, existe una definición proveniente de la adimensionalización de la temperatura, de modo que

$$Nu = \frac{\partial \theta}{\partial y^*} \Big|_{y^*=1}.$$

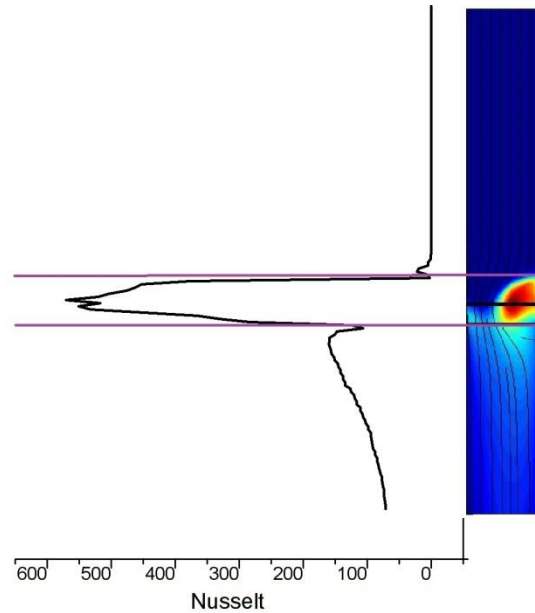
(4.3)

Entiéndase que  $y^* = 1$  se refiere a la pared donde incide el láser, por tanto, los cálculos del número de Nusselt se harán en esa pared, tal como muestra la línea azul de la figura IV. 30. Dado que cuando se irradia un vaso en un tratamiento láser se debe coagular la pared de éste, nuestro análisis se centrará en la pared.



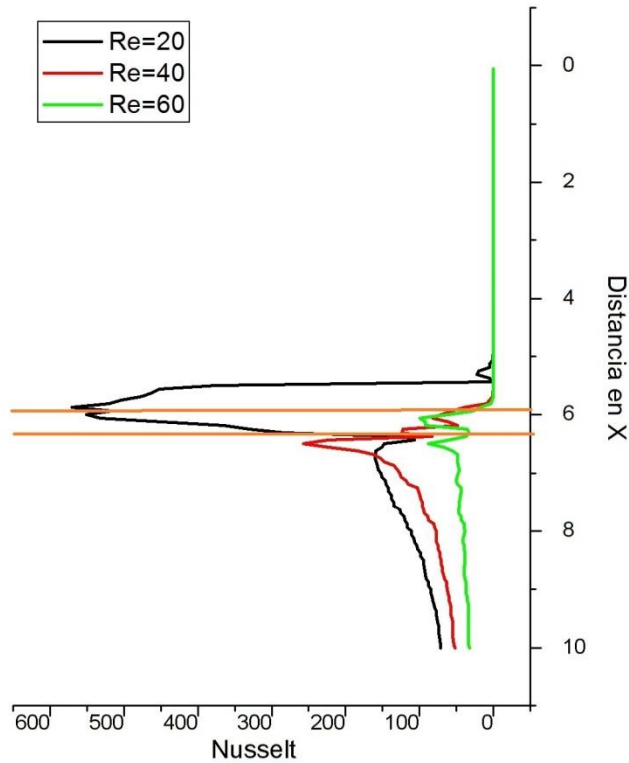
**Figura IV.30 Zona de cálculo del número de Nusselt local.**

Los números de Nusselt presentados provienen de los resultados numéricos. Se decidió que los ejes que muestran el número de Nusselt vayan de forma que referencien la celda de pruebas, como se muestra en la Figura IV.31. De modo que el eje X se muestra en el lado derecho, así son comparables con las gráficas de temperatura mostradas anteriormente.



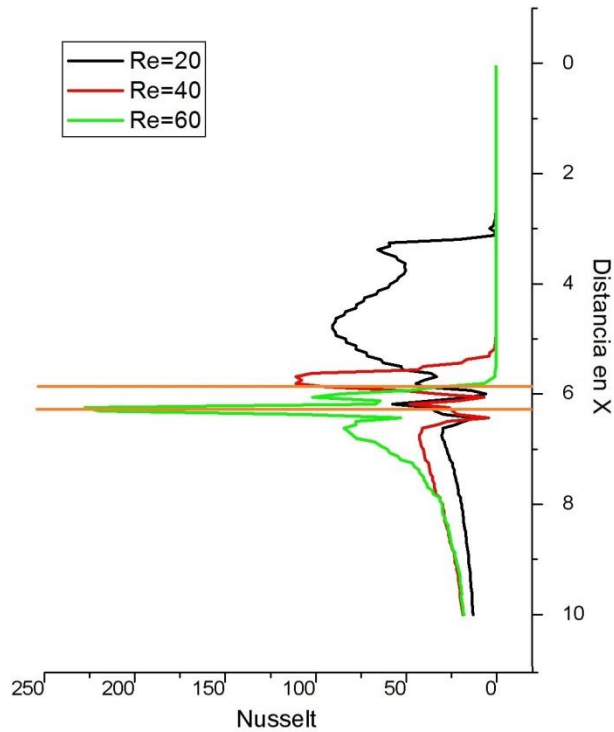
**Figura IV.31 El Número de Nusselt y sus ejes coordenados.**

La gráfica de la Figura IV.32 que muestra el número de Nusselt local para un coeficiente de absorción de 0.5 indica que no hay transferencia de calor sino hasta un poco antes de la zona irradiada para  $Re = 20$  y justo en la zona irradiada para  $Re = 40$  y  $Re = 60$ . La transferencia de calor continúa después de la zona irradiada, pero en menor cantidad como mayor sea el número de Reynolds, la zona donde se encuentra el láser está marcada con un par de líneas naranja. Los números de Nusselt promedio para el coeficiente de absorción de 0.5 correspondientes a  $Re = 20$ ,  $Re = 40$  y  $Re = 60$  son  $Nu = 52.2$ ,  $Nu = 23.64$  y  $Nu = 12.4$ , respectivamente, es notable que para un número de Reynolds menor la transferencia de calor se incrementa.



**Figura IV.32** Número de Nusselt local para un  $\alpha^*=0.5$ .

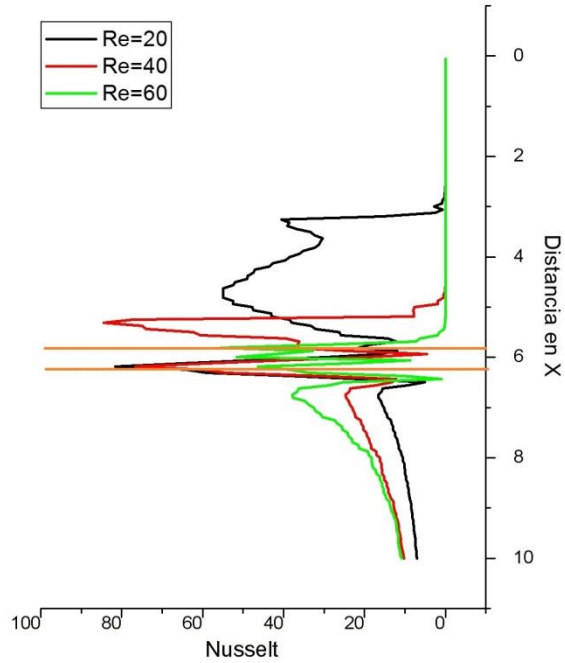
La Figura IV.33 es el número de Nusselt local para un coeficiente de absorción de 4.1. Para el caso en el que el número de Reynolds es igual a 20 hay transferencia de calor por convección en casi toda la celda, más en los otros dos casos hay transferencia de calor sólo hasta un poco antes de la zona irradiada, presentándose antes para  $Re = 40$ , después de la zona irradiada hay algo de transferencia de calor siendo mayor cuanto menor sea el número de Reynolds. La caída del Número de Nusselt presentada cerca de  $x^*= 6$  se debe al estancamiento que produce la recirculación de la celda. Los números promedio de Reynolds para  $Re = 20$ ,  $Re = 40$  y  $Re = 60$  son  $Nu = 18.47$ ,  $Nu = 13.18$  y  $Nu = 12.16$ , respectivamente. Nuevamente, el número de Nusselt varía inversamente proporcional al número de Reynolds.



**Figura IV.33 Número de Nusselt local para un  $\alpha^*=4.1$ .**

Algo similar pasa para el caso donde el coeficiente de absorción es 6.7 y cuando es 4.1, que se muestra en la Figura IV.34. Hay transferencia de calor por convección mucho antes de la zona irradiada cuando  $Re = 20$ , para  $Re = 40$  hay transferencia de calor por convección un poco antes de la zona irradiada y después para  $Re = 60$ , esto se debe al tamaño de las celdas de recirculación en esos casos. Los número promedio de Reynolds para  $Re = 20$ ,  $Re = 40$  y  $Re = 60$  son  $Nu = 11.44$ ,  $Nu = 8.8$  y  $Nu = 7.6$  respectivamente.

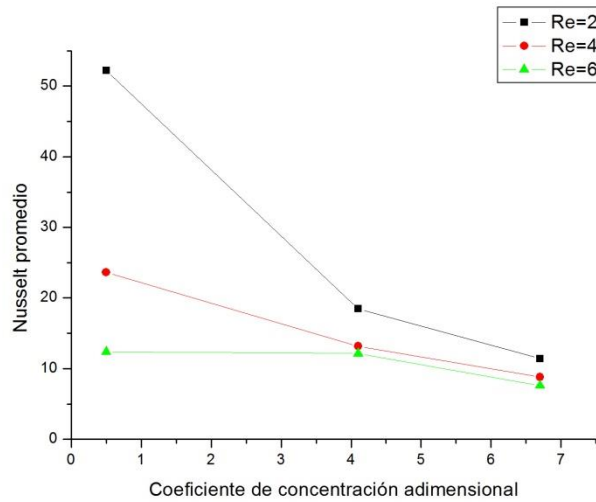




**Figura IV.34 Número de Nusselt local para un  $\alpha^*=6.7$ .**

Al comparar los números de Nusselt promedio es notable que cuando mayor es el número de Reynolds el número de Nusselt promedio es menor y cuando el coeficiente de absorción es mayor el número de Nusselt también es mayor.

La Figura IV.35 representa al número de Nusselt promedio como función del coeficiente de absorción para diferentes números de Reynolds. El Número de Nusselt tiende a ser mayor para Números de Reynolds bajos y a ser menor cuando el coeficiente de absorción es bajo.

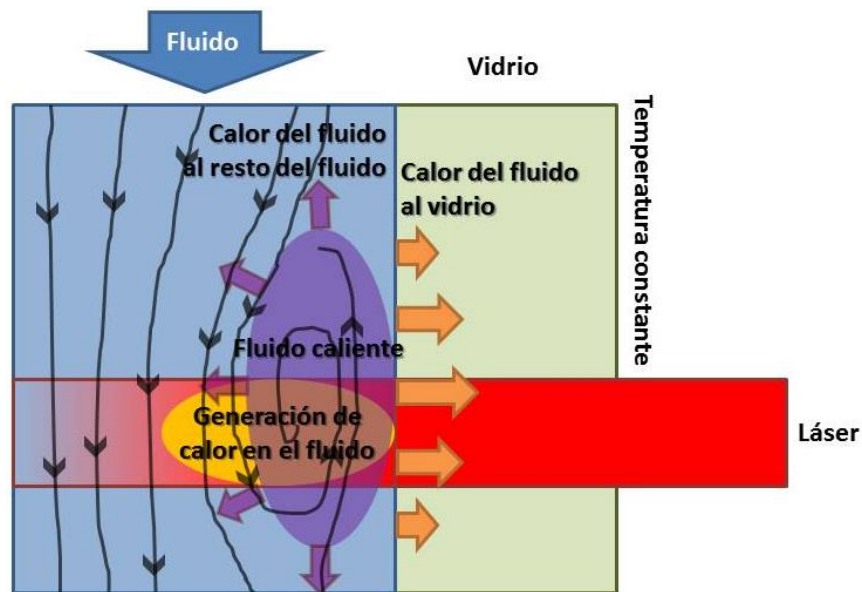


**Figura IV.35 Número de Nusselt para diferentes Números de Reynolds.**

Se encontró que el número de Nusselt tiene una fuerte dependencia con el número de Reynolds y en el coeficiente de absorción. En los casos en que el coeficiente de absorción es de  $\alpha^* = 0.5$  se encuentra un aumento considerable del número de Nusselt cerca de la zona donde irradia el láser, siendo el mayor de éstos el de  $Re=20$ , este aumento coincide con la formación de un vórtice en el flujo, lo que supone que el vórtice, que tiene mayor temperatura, promueve una transferencia de calor por convección en esa zona. Para los otros dos casos el aumento de  $Nu$  está debajo de la zona de irradiación del láser, recordamos que en esos casos no se formaron vórtices de recirculación, por lo que la transferencia de calor debe darse más abajo.

Cuando el coeficiente de absorción es  $\alpha^* = 4.1$  los aumentos en el número de Nusselt coinciden con la ubicación de las celdas de recirculación, en la zona de irradiación del láser el  $Nu$  es muy alto, esto se debe a que el calor se está generando en esa zona. De igual forma en los casos donde el coeficiente de absorción  $\alpha^* = 6.7$  hay aumentos del número de Nusselt principalmente en dos zonas, en la zona donde se encuentra el láser y en la zona donde se encuentran las celdas de recirculación.

La Figura IV.36 muestra un diagrama del flujo de calor cerca de una celda de recirculación.



*Figura IV.36 Diagrama del flujo de calor en una celda de convección*

Cuando el láser irradia el fluido éste absorbe la energía y la convierte en calor, lo que causa un aumento de temperatura, si la fuerza boyante es suficiente el fluido caliente subirá cerca de la pared, el calor se conserva dentro de la celda de recirculación debido a que poca masa sale de la celda, la celda cede calor tanto a la pared de vidrio como al resto de fluido por convección.



**Figura IV.37 Problema típico de convección**

En un problema típico de transferencia de calor por convección, si el fluido tiene mayor temperatura que la superficie entonces se transferirá calor por medio de la convección, así, entre mayor sea la velocidad del flujo mayor será la transferencia de calor.

En nuestro problema el calor es generado en el flujo, antes del calentamiento por el láser el fluido lleva la misma temperatura que la pared, cuando el fluido absorbe la energía del láser puede formar una celda de recirculación. Dentro de dicha celda hay fluido con temperatura mayor a la pared, sin embargo, el resto de fluido que no participa en la celda tiene poca diferencia de temperatura con respecto a la pared, de hecho, si la velocidad del flujo es mucho mayor disminuye el tamaño de las celdas, de modo que limita el intercambio de calor por convección hacia la pared. De modo que, cuanto mayor es la velocidad del flujo menor es la transferencia de calor por convección hacia la pared.

## Conclusiones del capítulo

Se describió la hidrodinámica resultante cuando un fluido es irradiado por un láser y se comparó con un modelo numérico. Se encontraron los casos en los que se forma un vórtice y cómo se comporta el fluido a su alrededor. También se compararon los experimentos contra un modelo numérico, se encontró que son muy parecidos excepto por dos casos, en los que el coeficiente de absorción es muy grande y el número de Reynolds bajo. En tales casos el fluido se comportaba de manera diferente a el resto de los casos, se deben revisar las simplificaciones consideradas asumidas para el modelo numérico. Al comparar la hidrodinámica generada en cada caso se encontró que el tamaño del vórtice depende mucho del coeficiente de absorción, pues en general, el vórtice es más grande cuanto mayor es el coeficiente de absorción. El tamaño del vórtice también es dependiente del número de Reynolds en la celda, siendo el tamaño inversamente proporcional al número de Reynolds. El número de Nusselt también es muy dependiente tanto del coeficiente de absorción como del número de Reynolds, es inversamente proporcional al número de Reynolds pero directamente proporcional al coeficiente de absorción, además, en todos los casos se observa que cerca de la zona irradiada por el láser el Número local de Nusselt aumenta considerablemente y es descendente en el resto del canal.

Los efectos de la convección, determinados por el tamaño del vórtice de recirculación y el número de Nusselt, aumentan cuando el número de Reynolds disminuye, esto sucede por que las fuerzas de gravedad son mayores y más difíciles de vencer cuando el número de Reynolds es alto, además de haber mayor flujo másico para la misma cantidad de calor generada, lo que disminuye necesariamente la temperatura y los efectos que esto pueda tener.

## Conclusiones

Los padecimientos vasculares subcutáneos se pueden sanar mediante tratamientos láser. Por eso es importante comprender la hidrodinámica cuando un flujo es irradiado por un láser.

En un tratamiento láser hay generación de calor en el tejido, mientras que en el vaso hay flujo de sangre, esto provoca un efecto de convección mixta que no se puede menospreciar si el flujo es significativo, por eso se hizo un modelo experimental que semejara al fenómeno, el cual fue validado con COMSOL.

Como una aproximación al fenómeno de un vaso con flujo siendo irradiado por un láser se han hecho algunas simplificaciones, se considera que el fluido es Newtoniano, incompresible, tiene propiedades térmicas constantes, el flujo es laminar, se puede usar la aproximación de Boussinesq, el fluido tiene una disipación viscosa despreciable y se tomará en estado estable. Se considera también que las paredes tienen condición de no deslizamiento.

La técnica experimental que se usó fue Velocimetría por Imagen de Partículas. En este trabajo se usó, además, una láser infrarrojo de calentamiento que se colocó en un costado de la zona de pruebas y el programa usado fue PIVlab 1.35.

Los resultados experimentales muestran que el efecto del láser es mayor como menor es el flujo en la celda, mientras que el efecto es mayor como más grande sea el coeficiente de absorción, también, incluso se crean vórtices de recirculación en muchos de los casos, debido a que las fuerzas boyantes provocadas por el calentamiento son mayores que la fuerzas inerciales. El número de Nusselt también se ve significativamente afectado, tanto por la velocidad del fluido como por la concentración. En los casos en que el número de Reynolds es bajo se encuentra una mayor recirculación y un mayor aumento local de temperatura, aunque en este trabajo no se tomó en cuenta la coagulación ni los cambios de propiedades en los tejidos cuando son irradiados, los resultados sugieren que para un mayor intercambio de calor en un tratamiento láser de padecimientos vasculares cutáneos se disminuya la velocidad de la sangre en vaso, en vasos grandes esto se puede hacer amarrando la extremidad del vaso tratado con un tubo de hule antes del tratamiento.