



Universidad Autónoma de San Luis Potosí
Facultad de Ingeniería
Centro de Investigación y Estudios de Posgrado

**ANÁLISIS DEL EFECTO DE DIVERSOS PARÁMETROS EN
EL DESEMPEÑO DEL PROCESO DE EMBUTIDO DE
FORMAS RECTANGULARES**

T E S I S

Que para obtener el grado de:

MAESTRO EN INGENIERÍA MECÁNICA

Presenta:

ING. AARÓN RIVAS MENCHI

Asesor:

DR. HUGO IVÁN MEDELLÍN CASTILLO

San Luis Potosí, S. L. P.

Febrero de 2015



Acta N° 646
646

Nombre del sustentante

Aarón Rivas
Menchi



Firma del sustentante

En la Ciudad de San Luis Potosí, capital del estado del mismo nombre, a los 25 del mes de febrero de 2015, se reunieron ante el suscrito, Secretario General de la Facultad de Ingeniería de la Universidad Autónoma de San Luis Potosí, los Señores Ingenieros :

Dr. Hugo Iván Medellín Castillo (asesor)
Dr. Dirk Frederik de Lange
Dr. Gilberto Mejía Rodríguez

con el carácter de Jurado Calificador y con el objeto de celebrar el examen de:

Maestría en Ingeniería Mecánica

que sustentó el (la) Señor (ita) :

Aarón Rivas Menchi

De conformidad con el acuerdo dictado por el Señor Rector de la Universidad y en vista de que el (la) sustentante comprobó legalmente haber efectuado todos los estudios profesionales y de posgrado exigidos por el Plan de Estudios en vigor para dicho posgrado.

El examen dio principio a las 12 hrs. 00 minutos y terminó a las 15 hrs. 00 minutos del día de la fecha.

En base al cumplimiento de los requisitos aprobados por el H. Consejo Directivo para:

este programa de

Maestría y

conforme a la votación que por escrutinio secreto hizo el H. Jurado Calificador, el (la) sustentante resultó aprobado por unanimidad.

Para constancia se levantó la presente acta que firman los Señores Sinodales ante el Secretario General de la Facultad que autoriza.

Hugo Iván Medellín Castillo

Dirk Frederik de Lange

Gilberto Mejía Rodríguez



UASLP

Universidad Autónoma
de San Luis Potosí

15 de enero de 2015

**AL ING. AARÓN RIVAS MENCHI
P R E S E N T E.**

En atención a su solicitud de Temario, presentada por el **Dr. Hugo Iván Medellín Castillo**, Asesor de la Tesis que desarrollará Usted, con el objeto de obtener el Grado de **Maestro en Ingeniería Mecánica**, me es grato comunicarle que en la Sesión de Consejo Técnico Consultivo celebrada el día 15 de enero del presente, fue aprobado el Temario propuesto:

TEMARIO:

“Análisis del efecto de diversos parámetros en el desempeño del proceso de embutido de formas rectangulares”

Introducción.

1. Marco teórico.
2. Análisis teórico del proceso de embutido rectangular.
3. Modelo numérico mediante el Método del Elemento Finito.
4. Análisis paramétrico de la altura y fuerza de embutido.
5. Análisis y discusión de resultados

Conclusiones.

Referencias.

“MODOS ET CUNCTARUM RERUM MENSURAS AUDEBO”

A T E N T A M E N T E



M. I. JORGE ALBERTO PÉREZ GONZÁLEZ
DIRECTOR.
UNIVERSIDAD AUTÓNOMA
DE SAN LUIS POTOSÍ
FACULTAD DE INGENIERÍA
DIRECCION



**FACULTAD DE
INGENIERÍA**

Copia. Archivo.
*etn.

Av. Manuel Nava 8
Zona Universitaria • CP 78290
San Luis Potosí, S.L.P.
tel. (444) 826 2330 al39
fax (444) 826 2336
www.uaslp.mx

“1945-2015. 70 años con la Facultad de formar Ingenieros”

Resumen

La creciente demanda de componentes de forma compleja principalmente para aplicaciones en la industria automotriz y de enseres mayores, ha despertado el interés en el estudio del embutido profundo de formas no convencionales, en especial los embutidos de formas rectangulares. Sin embargo, el mecanismo de deformación elastoplástico presente en el embutido profundo de lámina es complejo y difícil de analizar teóricamente; esto debido a la gran cantidad de parámetros y variables del proceso implicadas que afectan el desempeño del proceso y calidad del producto final. Estos parámetros se pueden clasificar en: geométricos, del material de la lámina metálica y del proceso en general.

El presente proyecto de tesis consiste en analizar, modelar y evaluar el efecto de diversos parámetros en el desempeño del embutido profundo de formas rectangulares. En particular el estudio se enfoca al análisis de la fuerza máxima y la altura permisible de embutido de piezas rectangulares. Para ello se analizan y proponen nuevas expresiones para la obtención de la fuerza máxima de embutido rectangular. Posteriormente, se evalúa el error de predicción de diferentes expresiones para la obtención de la fuerza máxima de embutido rectangular. Además, se hace un estudio sobre la influencia que tienen diversos parámetros del embutido sobre la altura de embutido rectangular permisible mediante un estudio paramétrico comparando resultados teóricos, numéricos y casos de estudio de la literatura. Con base a los resultados teóricos se propone un nuevo modelo teórico simple y práctico que permite predecir una nueva altura de embutido a partir de una altura de embutido conocida. Los resultados del nuevo modelo son congruentes con los resultados del estudio paramétrico, así como los resultados del modelo numérico desarrollado en el Método del Elemento Finito MEF.

Agradecimientos

Primeramente me gustaría agradecerle a tí Dios por darme vida y bendecirme para llegar hasta donde he llegado.

A mi esposa Karla Isabel por todo tu apoyo para este proyecto de vida, por tu amor y atención, por acompañarme en las noches de desvelo, por ser mi compañera de vida. Gracias una vez, y mil veces más.

A mis padres y hermanos por todo su cariño y apoyo incondicional, y preocupación al estar al pendiente de mí en todo momento.

A mi asesor de tesis Dr. Hugo Iván Medellín Castillo por formarme, aún con todo y el “endurecimiento por deformación”, primero como persona de bien y después como profesional. Por su sencillez, asesoría, por su dedicación, por sus consejos, por su confianza y por compartirme su enorme calidad humana, ética y profesional. Finalmente por ser uno de los principales “parámetros” para que este proyecto tuviera un “embutido más profundo y sin falla”.

Al Dr. Pedro de Jesús García Zugastí, al Dr. Dirk Frederik De Lange, al Dr. Gilberto Mejía y al Dr. Juan Antonio Cárdenas por su constante aportación técnica y apoyo en el desarrollo del contenido de la tesis.

Al Dr. Narciso Acuña y al Dr. Manuel Cervantes por seguir dándome seguimiento y estar al pendiente en este proyecto.

Al Ing. Antonio Altés por permitirme conocer el proceso del embutido profundo en la industria.

A todos los profesores y compañeros que participaron en mi formación en mis estudios de posgrado.

Al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACYT) por la beca recibida durante la realización de mis estudios de posgrado.

Dedicatorías

*La mujer que amo,
tiene el alma color cielo y los ojos como miel,
una boca dulce y grande,
que sólo tiene palabras para hacerme poner bien.
También un cascabel,
dentro de su corazón,
siento que la escucho donde estoy...*

*...La mujer que amo,
dice que nuestros fracasos nos ayudan a crecer,
si hoy no alcanza lo que tengo,
cuando tenga entenderemos lo que nos costó tener.
Y siempre me repite que no baje la guardia,
afuera nos espera otra batalla...*

Karla Isabel Durán Bonet

El presente trabajo lo dedico muy especialmente a mis padres, que son mi ejemplo de vida. Supieron forjar en mis hermanos y en mí, un espíritu de lucha y un espíritu de búsqueda de mejores oportunidades. Por su incondicional apoyo, cariño y aliento a seguir adelante en las metas que nos proponíamos.

Laura Ruby Menchí Cárdenas

Mario Alberto Rivas López

*Aún no te miramos pero ya eres la luz que nos permite ver.
Aún no te escuchamos pero ya eres el sonido que nos permite oír.
Aún no te sentimos pero ya eres el abrazo que cobija nuestros sueños.
Aún no te conocemos pero ya eres la razón que nos motiva a ser
felices.*

Te amamos Nora Melissa.

*Tus padres,
Karla y Aarón*

Contenido

Resumen	I
Agradecimientos	II
Dedicatorias	III
Contenido	VI
Lista de figuras.....	IX
Lista de tablas.....	XIII
Nomenclatura	XIV
Introducción	1
Planteamiento del problema.....	2
Objetivo general.....	4
Objetivos particulares.....	4
Estructura de la tesis.....	5
Capítulo 1	
Marco teórico	6
1.1 Propiedades del material.....	6
1.1.1 Ensayo de tensión uniaxial	6
1.1.2 Curva esfuerzo-deformación de ingeniería	7
1.1.3 Curva esfuerzo-deformación real o verdadera.....	8
1.1.4 Anisotropía	10
1.1.5 Comportamiento plástico	12
1.2 Criterios de cedencia.....	17
1.3 Formado de Metal	18
1.4 Embutido cilíndrico	19
1.5 Embutido rectangular	25
1.6 Parámetros del embutido	27
1.6.1 Parámetros geométricos.....	27
1.6.2 Parámetros del material	32
1.6.3 Parámetros del proceso	35
1.7 Defectos en el embutido.....	41
Capítulo 2	
Análisis teórico del proceso de embutido rectangular.....	43
2.1 Embutido rectangular	43
2.2 Análisis de esfuerzos en el embutido rectangular.....	46
2.2.1 Esfuerzos en la esquina	47
2.2.2 Esfuerzos en los lados corto y largo	50
2.3 Análisis energético en el embutido rectangular	52
2.3.1 Condición de volumen constante.....	52
2.3.2 Trabajo por la deformación plástica.....	53
2.3.3 Hipótesis de endurecimiento por deformación	54
2.3.4 Funciones de esfuerzo y deformación efectivos	55
2.3.5 Relaciones matemáticas de la curva esfuerzo-deformación verdadero	56
2.3.6 Energía de deformación del embutido profundo	59
2.4 Diámetro equivalente	61
2.5 Fuerza de embutido cilíndrico	63
2.5.1 Fuerza por la deformación ideal de embutido	64

2.5.2 Fuerza de doblado.....	67
2.5.3 Fuerza de enderezamiento.....	69
2.5.4 Fuerza de fricción entre el pisador y el dado	70
2.5.5 Fuerza de fricción sobre el radio del dado	70
2.5.6 Fuerza total de embutido.....	72
2.5.7 Otras ecuaciones para la fuerza de embutido.....	73
2.6 Fuerza de embutido rectangular.....	75
2.7 Altura de embutido rectangular.....	79
Capítulo 3	
Modelo numérico mediante el Método del Elemento Finito	82
3.1 Método del Elemento Finito.....	82
3.2 Análisis en el Método del Elemento Finito	83
3.2.1 Algoritmos implícitos y explícitos	84
3.2.2 Análisis no lineal.....	85
3.3 Software ANSYS LS-DYNA.....	86
3.3.1 Solución de problemas no lineales en ANSYS	86
3.4 Mallado	88
3.5 Tipo de elemento	89
3.6 Modelo de contacto	90
3.7 Modelo numérico MEF	91
3.7.1 Modelo geométrico.....	92
3.7.2 Modelo de elemento finito.....	92
3.7.3 Material	93
3.7.4 Asignación de cargas	94
3.7.5 Otros parámetros de la simulación	94
3.7.6 Análisis de convergencia.....	95
3.7.7 Altura de embutido y criterio de falla.....	97
3.8 Validación del modelo numérico.....	97
3.8.1 Reducción de la lámina	99
3.8.2 Distribución de espesor	100
3.8.3 Fuerza y avance del punzón.....	101
3.8.4 Deformación plástica	102
Capítulo 4	
Análisis paramétrico de la altura y fuerza de embutido	105
4.1 Efecto de los parámetros en la fuerza máxima de embutido	105
4.1.1 Metodología.....	105
4.1.2 Efecto de los parámetros en la fuerza máxima de embutido cilíndrico.....	106
4.1.3 Efecto de los parámetros en la fuerza máxima de embutido rectangular	108
4.2 Efecto de los parámetros en la altura permisible de embutido rectangular	110
4.2.1 Metodología.....	110
4.2.2 Efecto teórico en la altura de embutido permisible.....	112
4.2.3 Efecto numérico en la altura de embutido permisible.....	119
4.2.4 Efecto de la fricción	124
Capítulo 5	
Análisis y discusión de resultados.....	131
5.1 Análisis del cálculo de la fuerza máxima de embutido.....	131
5.1.1 Fuerza máxima de embutido cilíndrico	132
5.1.2 Fuerza máxima de embutido rectangular.....	133
5.2 Influencia de los parámetros en la fuerza máxima de embutido	136
5.2.1 Embutido cilíndrico	136
5.2.2 Embutido rectangular	138

5.3 Modelo propuesto para el cálculo de la altura permisible	140
5.3.1 Factor del efecto por variación del espesor	141
5.3.2 Factor por la variación del radio del dado	142
5.3.3 Factor por la variación del radio de las esquinas del punzón.....	143
5.3.4 Factor por la variación del coeficiente de endurecimiento del material	143
5.3.5 Factor por la variación del exponente de endurecimiento del material.....	144
5.3.6 Factor por la variación del esfuerzo de cedencia del material.....	145
5.3.7 Factor por la variación del coeficiente de fricción pisador-dado.....	145
5.4 Influencia de los parámetros en la altura permisible de embutido.....	146
5.4.1 Parámetros geométricos.....	146
5.4.2 Parámetros del material	155
5.4.3 Parámetros del proceso	157
Conclusiones	159
Contribuciones	161
Trabajo futuro.....	162
Referencias.....	163
Anexos.....	167
A. Código de programación del modelo MEF para el estudio paramétrico	167
B. Código de programación para la validación del modelo MEF	172

Lista de figuras

Figura 1. Ejemplo de piezas embutidas [2].	1
Figura 2. Herramientas principales en el proceso de embutido profundo [5].	2
Figura 1.1. Probeta plana para un ensayo de tensión típico	6
Figura 1.2. Curva esfuerzo-deformación de ingeniería para un cobre recocido.	7
Figura 1.3. Curva esfuerzo-deformación real para cobre recocido.	10
Figura 1.4. Dimensiones inicial y final de la probeta al aplicar una carga P .	11
Figura 1.5. Deformación plástica, deformación elástica, de un estado de esfuerzos S .	13
Figura 1.6. Obtención de la expresión matemática que representa el comportamiento plástico.	13
Figura 1.7. Curva carga-desplazamiento mostrando un salto debido a un cambio de velocidad [8].	14
Figura 1.8. Representación del fenómeno de Histéresis.	15
Figura 1.9. Clasificación de los procesos de formado de metal [12].	19
Figura 1.10. Embutido profundo en una prensa de simple efecto [17].	20
Figura 1.11. Embutido profundo en una prensa de doble efecto [17].	21
Figura 1.12. Elementos del proceso de embutido [12].	22
Figura 1.13. Zonas de deformación durante el embutido profundo con sus respectivos esfuerzos principales [18].	23
Figura 1.14. Parámetros geométricos de: a) blanco y b) pieza cilíndrica.	24
Figura 1.15. Diagrama esquemático de los parámetros geométricos del embutido de formas rectangulares.	26
Figura 1.16. Diagrama esquemático de los parámetros geométricos de la pieza rectangular.	26
Figura 1.17. Clasificación de los parámetros del embutido.	27
Figura 1.18. Relación entre la relación de aspecto y la altura de embutido [24].	31
Figura 1.19. Relación entre el esfuerzo de cedencia y la altura de embutido [14].	33
Figura 1.20. Altura de embutido para distintos tipos de material [14].	34
Figura 1.21. Altura de embutido antes del arrugamiento para dos aleaciones de aluminio [25].	34
Figura 1.22. Diagrama de fuerza-carrera del punzón para un embutido simple [19].	36
Figura 1.23. Fuerza de pisador Vs. relación de embutido [26].	37
Figura 1.24. Relación entre la temperatura y la altura de embutido [29].	39
Figura 1.25. Efecto del: a) radio del punzón y b) radio de la esquina del punzón, sobre la altura de embutido [29].	39
Figura 2.1. Parámetros geométricos del embutido de formas rectangulares	43
Figura 2.2. Parámetros geométricos de una pieza rectangular [3].	44
Figura 2.3. Etapas del proceso de embutido: a) movimiento del punzón y pisador, b) contacto del pisador con la lámina y desplazamiento del punzón, y c) contacto del punzón sobre la lámina [5].	45
Figura 2.4. Tipos de esfuerzos presentes en el embutido de una lámina rectangular [3].	45
Figura 2.5. Clasificación del área del flanco con base en el comportamiento de la deformación: A rígido, B estirado, C cortante, D aumento de espesor, y F doblado [31].	46
Figura 2.6. Flujo de metal en el embutido rectangular: a) superficie del blanco con las líneas marcadas; b) esquinas de la pieza mostrando el flujo del metal □23□.	46
Figura 2.7. El flanco es dividido en tres secciones: el lado recto largo, el lado recto corto y la esquina [32].	47

Figura 2.8. Análisis del embutido rectangular [32].	49
Figura 2.9. Esquema de las direcciones de la zona de calibrado de una probeta para un ensayo a tensión [8].	52
Figura 2.10. Diagrama de un elemento unitario con componentes principales mostrando el efecto de las fuerzas y desplazamientos durante una pequeña deformación [8].	53
Figura 2.11. Diagrama de esfuerzo–deformación verdadera para un elemento en una prueba de tensión [8].	54
Figura 2.12. Curvas de esfuerzo-deformación real para las direcciones principales de un elemento en esfuerzo plano [8].	54
Figura 2.13 Transformación al esfuerzo equivalente o efectivo.	55
Figura 2.14. Curvas de ajuste de datos experimentales de un ensayo de tensión [8].	57
Figura 2.15. Relación esfuerzo deformación para un material predeformado.	58
Figura 2.16. Comparativa de la energía de trabajo proveniente de: a) un diagrama de fuerza-avance del punzón y b) Curva ajustada de un ensayo a tensión uniaxial.	60
Figura 2.17. Silueta del blanco: a) circular y b) rectangular.	61
Figura 2.18. Diametros equivalente para un punzón $d_{p,e}$ y blanco $D_{b,e}$ rectangular utilizando las diagonales principales del rectangulo.	63
Figura 2.19. Cambio de forma en el área del flanco [37].	64
Figura 2.20. Evaluación del esfuerzo plástico puro de deformación [37]	66
Figura 2.21. Criterios de cedencia de Von Mises y Tresca.	67
Figura 2.22. Esfuerzo de fluencia a flexión [38].	68
Figura 2.23. Coeficientes para el cálculo de un esfuerzo a flexión con deformación plástica [39].	69
Figura 2.24. Modelo de fricción tipo cuerda a través de una polea [37].	71
Figura 2.25. Perímetros de la sección transversal de la pared de una pieza rectangular.	76
Figura 3.1. Representación de los problemas estáticos, cuasi-estáticos y dinámicos [50].	84
Figura 3.2. Aproximación del método de Newton-Raphson [50].	87
Figura 3.3. Elemento SHELL163 de ANSYS LS-DYNA® [50].	90
Figura 3.4. Pasos generales para realizar la simulación MEF.	91
Figura 3.5. Herramientas del embutido rectangular dibujadas en NX®.	92
Figura 3.6. Simetría de las herramientas utilizadas en la simulación del modelo de $b/a=1$.	92
Figura 3.7. Vista segregada del modelo MEF del proceso de embutido de una pieza cuadrada ($b/a=1$).	93
Figura 3.8. Método para mallar la geometría donde a) es la geometría divide en áreas y b) las áreas con una malla mapeada.	93
Figura 3.9. Simulaciones del modelo $b/a=1$ con distintas velocidades de embutido.	95
Figura 3.10. Análisis de convergencia donde se varía el número de elementos lineales tipo SHELL163 en la lámina y se simula a una altura de 12.48 mm.	96
Figura 3.11. Dimensiones de las herramientas para el embutido cuadrado (mm) [54].	98
Figura 3.12. Medidas de reducción de la lámina en su forma inicial y final [5].	99
Figura 3.13. Distribución de espesores a lo largo de la dirección de laminado OA [1].	100
Figura 3.14. Distribución de espesores a lo largo de la dirección diagonal OB [1].	101
Figura 3.15. Diagrama Fuerza-carrera del punzón del modelo de validación [1].	102
Figura 3.16. Deformación plástica equivalente a una altura de embutido de 21.67 mm: a) ABAQUS® [6], b) ANSYS LS-DYNA®.	103
Figura 3.17. Deformación plástica equivalente a una altura de embutido de 29.98 mm: a) ABAQUS® [1], b) ANSYS LS-DYNA®.	103
Figura 3.18. Deformación plástica equivalente a una altura de embutido de 38.33 mm: a) ABAQUS® [1], b) ANSYS LS-DYNA®.	104
Figura 4.1. Efecto de los parámetros geométricos en $F_{d,max}$.	106
Figura 4.2. Efecto de los parámetros del material en $F_{d,max}$.	107

Figura 4.3. Efecto de los parámetros de proceso en $F_{d,max}$.	107
Figura 4.4. Efecto de los parámetros geométricos en $F_{d,max,R}$ utilizando los diámetros equivalentes: a) pitagóricos y b) de Lange.	109
Figura 4.5. Efecto de los parámetros del material en $F_{d,max,R}$ utilizando los diámetros equivalentes: a) pitagóricos y b) de Lange.	109
Figura 4.6. Efecto de los parámetros del proceso en $F_{d,max,R}$ utilizando diámetros equivalentes: a) pitagóricos y b) de Lange.	110
Figura 4.7. Efecto del espesor del blanco t en la DDH permisible.	113
Figura 4.8. Efecto del radio de las esquinas del punzón r_{pc} en la DDH permisible teórica.	114
Figura 4.9. Efecto del radio del dado r_d en la DDH permisible teórica.	114
Figura 4.10. Efecto del coeficiente de endurecimiento K en la DDH permisible teórica.	115
Figura 4.11. Efecto del exponente de endurecimiento n en la DDH permisible teórica.	115
Figura 4.12. Ajuste de datos para el cambio de la relación matemática que modela el comportamiento plástico del material.	116
Figura 4.13. Efecto de σ_y en la DDH permisible teórica utilizando la ley de endurecimiento de Ludwik.	117
Figura 4.14. Efecto de la fuerza del pisador FBH en la DDH permisible teórica.	118
Figura 4.15. Efecto del coeficiente de fricción en la superficie de contacto pisador-lámina-dado $\mu_{pisador-dado}$ en la DDH permisible teórica.	118
Figura 4.16. Esfuerzos equivalentes [MPa] cuando las piezas fallan (Falla > 1), para piezas con diferentes relaciones de aspecto: a) $b/a = 1$, b) $b/a = 0.75$ y c) $b/a = 0.5$.	119
Figura 4.17. Efecto del espesor de la lámina en la DDH permisible por MEF normalizado con: a) el valor original, b) sin normalizar.	120
Figura 4.18. Efecto del radio de las esquinas del punzón en la DDH permisible por MEF normalizado con: a) el valor original, b) con el espesor del blanco.	121
Figura 4.19. Efecto del radio inferior del punzón en la DDH permisible por MEF normalizado con: a) el valor original, b) con el espesor del blanco.	121
Figura 4.20. Efecto del radio del dado en la DDH permisible por MEF normalizado con: a) el valor original, b) con el espesor del blanco.	123
Figura 4.22. Efecto del coeficiente de fricción en la superficie de contacto pisador-lámina-dado en la DDH permisible por MEF normalizado con: a) el valor original, b) sin normalizar.	124
Figura 4.23. Efecto del coeficiente de fricción en la superficie de contacto punzón-lámina en la DDH permisible por MEF normalizado con: a) el valor original, b) con el espesor del blanco.	125
Figura 4.24. Efecto del coeficiente de fricción en la superficie de contacto dado-lámina en la DDH permisible por MEF normalizado con: a) el valor original, b) con el espesor del blanco.	126
Figura 4.25. Efecto del coeficiente de fricción en la superficie de contacto pisador-lámina en la DDH permisible por MEF normalizado con: a) el valor original, b) con el espesor del blanco.	127
Figura 4.26. Efecto del coeficiente de fricción en todas las superficies de contacto en la DDH permisible por MEF normalizado con: a) el valor original, b) con el espesor del blanco.	128
Figura 4.27. Efecto de las superficies de contacto y coeficiente de fricción en la DDH permisible por MEF para piezas con relación de aspecto $b/a=1$ normalizado con su valor original.	129
Figura 4.28. Efecto de las superficies de contacto y coeficiente de fricción en la DDH permisible por MEF para piezas con relación de aspecto $b/a=0.75$ normalizado con su valor original.	129
Figura 4.29. Efecto de las superficies de contacto y coeficiente de fricción en la DDH permisible por MEF para piezas con relación de aspecto $b/a=0.5$ normalizado con su valor original.	130

Figura 5.1. Comparación del efecto del radio del dado en la fuerza máxima de embutido cilíndrico.	137
Figura 5.2. Comparación del efecto del coeficiente de fricción en la fuerza máxima de embutido cilíndrico.	138
Figura 5.3. Comparación del efecto de la fuerza del pisador en la fuerza máxima de embutido rectangular.	139
Figura 5.4. Comparación del efecto del coeficiente de fricción en la superficie pisador-lámina-dado en la fuerza máxima de embutido rectangular.	140
Figura 5.5. Influencia del espesor del blanco en la DDH permisible.	147
Figura 5.6. Influencia del radio de las esquinas del punzón en la DDH permisible.	148
Figura 5.7. Distribución de esfuerzos [MPa] con el cambio del radio de las esquinas del punzón en la pieza con $b/a=1$ del estudio paramétrico.	149
Figura 5.10. Influencia del radio del dado en la DDH permisible.	151
Figura 5.11. Distribución de esfuerzos equivalentes [MPa] en piezas cuadradas con diferentes radios del dado: a) $r_d=3\text{mm}$ y b) $r_d=9\text{mm}$.	152
Figura 5.12. Efecto del radio del dado en la DDH permisible para piezas rectangulares con relación de aspecto: a) $b/a=0.75$ y b) $b/a=0.5$.	152
Figura 5.13. Influencia del claro en la DDH permisible.	153
Figura 5.14. Efecto del claro en la DDH permisible para piezas rectangulares con relación de aspecto: a) $b/a=0.75$ y b) $b/a=0.5$.	153
Figura 5.15. Influencia del radio inferior del punzón en la DDH permisible.	154
Figura 5.16. Influencia del coeficiente de endurecimiento en la DDH permisible.	155
Figura 5.17. Influencia del exponente de endurecimiento en la DDH permisible.	156
Figura 5.18. Influencia del esfuerzo de cedencia en la DDH permisible.	157
Figura 5.19. Influencia de la fuerza del pisador en la DDH permisible.	157
Figura 5.20. Influencia del coeficiente de fricción pisador-dado en la DDH permisible.	158

Lista de tablas

Tabla 1.1. Criterios de cedencia isotrópicos y anisotrópicos de acuerdo a las características del material [15].	17
Tabla 1.2. Altura máxima de embutido de una pieza cuadrada o rectangular, obtenida en una sola pasada [4].	31
Tabla 1.3. Velocidades típicas de embutido para diferentes materiales [28].	38
Tabla 1.4. Defectos y contramedidas del embutido [12], [15] y [30].	41
Tabla 3.1. Propiedades mecánicas del acero utilizado [14].	94
Tabla 3.2. Propiedades mecánicas del material utilizado para la validación [1].	98
Tabla 3.3. Comparación de valores de reducción de la lámina.	99
Tabla 4.1. Datos del modelo base para el embutido cilíndrico [57].	106
Tabla 4.2. Datos del modelo base para el embutido rectangular ($b/a=1$) [14].	108
Tabla 4.3. Dimensiones geométricas del modelo base utilizado en el estudio paramétrico.	111
Tabla 4.4. Propiedades mecánicas del acero utilizado.	111
Tabla 5.1. Casos de estudio para análisis de la fuerza máxima de embutido cilíndrico	132
Tabla 5.2. Evaluación de diversas ecuaciones para el cálculo de la fuerza máxima de embutido cilíndrico.	133
Tabla 5.3. Casos de estudio para análisis de la fuerza máxima de embutido rectangular.	134
Tabla 5.4. Evaluación de diversas ecuaciones para el cálculo de la fuerza máxima de embutido rectangular utilizando el diámetro equivalente pitagórico.	134
Tabla 5.5. Evaluación de diversas ecuaciones para el cálculo de la fuerza máxima de embutido rectangular utilizando el diámetro equivalente de Lange.	135

Nomenclatura

a	Ancho de la pieza rectangular [mm].
A	Área instantánea de la sección transversal [mm ²].
A	Largo del blanco rectangular [mm].
A_0	Área inicial de la sección transversal [mm ²].
A_{BH}	Área de contacto entre pisador y lámina [mm ²].
b	Ancho de la pieza rectangular [mm].
b	Parámetro del momento de inercia de un rectángulo [mm].
b/a	Relación de aspecto.
B	Ancho del blanco rectangular [mm].
c	Claro [mm].
c	Coeficiente de amortiguamiento [N/(m/s)].
c_0	Claro original [mm].
d_d	Diámetro de la cavidad del dado [mm].
$d_{f,max}$	Diámetro del flanco cuando ocurre la fuerza máxima de embutido [mm].
$d_{f,max,e}$	Diámetro equivalente del flanco cuando ocurre la fuerza máxima de embutido [N]
d_m	Diámetro medio de la copa [mm].
d_p	Diámetro del punzón [mm].
$d_{p,e}$	Diámetro equivalente del punzón [mm].
$d\varepsilon_1, d\varepsilon_2, d\varepsilon_3$	Incrementos infinitesimales deformaciones principales.
D	Diámetro del flanco instantáneo [mm].
D_d	Diámetro al inicio del radio del dado o al final del flanco [mm].
D_b, D_0	Diámetro del blanco [mm].
$D_{b,e}$	Diámetro equivalente del blanco [mm].
D_1	Diámetro a la zona media del flanco en la zona 1 instantáneo [mm].
DDH_R, DDH	Altura de embutido rectangular [mm].

DDH_0	Altura de embutido original [mm].
DR, β	Relación de embutido.
e	Deformación unitaria de ingeniería.
E	Módulo de Young [GPa].
$F(t)$	Fuerza aplicada dependiente del tiempo [N].
F_b	Fuerza de doblado [N].
F_{bb}	Fuerza de enderezado [N].
F_{BH}	Fuerza del pisador [N].
$F_{BH,0}$	Fuerza del pisador original [N].
F_d	Fuerza de embutido [N].
$F_{d,i}$	Fuerza de embutido de acuerdo a la ecuación i [N].
$F_{d,max.R}$	Fuerza máxima de embutido rectangular [N].
F_{db}	Fuerza por doblado y enderezado [N].
$F_{d,exp}$	Fuerza de embutido experimental [N].
F_{ff}	Fuerza por la fricción entre el pisador, lámina y dado [N].
F_{id}	Fuerza para la deformación ideal del flanco [N].
F_r	Fuerza por fricción [N].
F_{rd}	Fuerza debido al efecto de la fricción en el radio del dado [N].
h	Altura de embutido [mm].
$h_{f,max}$	Altura de embutido cuando ocurre la fuerza máxima [mm].
I	Momento de inercia [mm ⁴].
k	Coeficiente de rigidez [kg/s ²].
K	Coeficiente de endurecimiento exponencial [MPa].
K_0	Coeficiente de endurecimiento de Hollomon original [MPa].
K_{fpd}	Factor del efecto por variación del coeficiente de fricción en la interface pisador-dado.
K_K	Factor del efecto por variación del coeficiente de endurecimiento del material.
K_n	Factor del efecto por variación del exponente de endurecimiento del material.
K_{rd}	Factor del efecto por variación del radio del dado.
K_{rpc}	Factor del efecto por variación del radio de las esquinas del punzón.

K_t	Factor del efecto por variación del espesor.
K_y	Factor del efecto por variación del esfuerzo de cedencia del material.
l	Longitud mínima del elemento de malla [mm].
l	Longitud de calibre instantáneo de una probeta [mm].
l_0	Longitud de calibre inicial de una probeta [mm].
m	Masa de un cuerpo [kg].
m	Exponente de sensibilidad a la velocidad de deformación.
M_b	Momento de flexión [Nm].
n	Exponente de endurecimiento exponencial.
n_0	Exponente de endurecimiento de Hollomon original.
P	Carga o Fuerza [N].
Per_p	Perímetro del punzón [mm].
Per_m	Perímetro medio [mm].
Per_B	Perímetro del blanco [mm].
r	Coeficiente de anisotropía o parámetro de Lankford.
r_d	Radio del dado [mm].
r_{dc}	Radio de las esquinas del dado [mm].
$r_{d,0}$	Radio del dado original [mm].
r_{pb}	Radio inferior del punzón [mm].
$r_{pb,0}$	Radio inferior del punzón original [mm].
r_{pc}	Radio de las esquinas del punzón [mm].
r_{pcm}	Radio equivalente del punzón [mm].
$r_{pc,0}$	Radio de las esquinas del punzón original [mm].
r_0	Radio del punzón [mm].
R	Radio del flanco instantáneo [mm].
S_b	Tamaño del blanco [mm].
S_p	Tamaño del punzón [mm].
t_0	Espesor del blanco inicial [mm].
t_0	Espesor original [mm].
t_f	Espesor del blanco final [mm].

V_{blanco}	Volumen del blanco [mm ³].
V_{copa}	Volumen de la pieza [mm ³].
w	Ancho [mm].
W_d	Energía de deformación disponible o trabajo de embutido ideal [J].
W_T	Trabajo de embutido real [J].
Y	Esfuerzo de fluencia medio [MPa].
α, φ	Ángulo del radio del dado [rad].
A	Coefficiente de resistencia por deformación térmica y endurecimiento [MPa].
β	Relación de embutido equivalente.
β_{max}	Relación máxima de embutido.
δ	Desplazamiento [mm].
Δt	Incremento de tiempo de simulación [s].
ε	Deformación unitaria real o verdadera.
$\dot{\varepsilon}$	Velocidad de deformación [1/s].
$\bar{\varepsilon}$	Deformación equivalente o efectiva.
$\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3$	Deformaciones principales.
σ_e	Esfuerzo de ingeniería [MPa].
σ	Esfuerzo real o verdadero [MPa].
η_{def}, η	Eficiencia energética por la deformación del material.
κ	Factor de corrección para obtener el trabajo ideal.
λ	Factor de corrección para la altura de embutido.
μ	Coefficiente de fricción.
μ_0	Coefficiente de fricción.
v	Velocidad del proceso [m/s].
ρ	Densidad del material [kg/m ³].
$\bar{\sigma}$	Esfuerzo equivalente o efectivo [MPa].
σ_b	Esfuerzo de flexión [MPa].
σ_f	Esfuerzo de fluencia [MPa].
σ_{fm}	Esfuerzo de fluencia medio [MPa].
σ_{fml}	Esfuerzo de fluencia promedio de la lámina durante su deformación antes

	del radio del dado [MPa].
σ_{fmlI}	Esfuerzo de fluencia promedio de la lámina durante su deformación en el radio del dado [MPa].
σ_r	Esfuerzo radial [MPa].
$\sigma_{r,id}$	Esfuerzo radial ideal [MPa].
σ_{UTS}	Esfuerzo último del material [MPa].
$\sigma_{y,0}$	Esfuerzo de cedencia original del material [MPa].
$\sigma_{y,0}$	Esfuerzo de cedencia original [MPa].
$\sigma_{z,max}$	Esfuerzo máximo en el embutido en dirección del avance del punzón [MPa].
$\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$	Esfuerzos principales [MPa]
σ_θ	Esfuerzo tangencial [MPa].
φ_1	Deformación verdadera en la orilla del flanco.
φ_2	Deformación verdadera al final del flanco o al inicio del radio del dado.
φ_2	Deformación verdadera al final del radio o al inicio de la pared de la pieza.
$\{F\}$	Vector de cargas aplicadas en un modelo MEF.
$[k]$	Matriz de rigidez en un modelo MEF.
$\{u\}$	Vector de desplazamientos en un modelo MEF.

Introducción

Hoy en día la tecnología de formado de metales es una de las herramientas más importantes para el desarrollo de nuevos productos. Existen actualmente una gran cantidad de productos que se utilizan diariamente y que han sido producidos por el proceso de formado de metal. Un ejemplo de ello es la manufactura de partes empleando el proceso de embutido, el cual ha probado ser un método económicamente efectivo ya que elimina operaciones costosas como lo son el maquinado y la soldadura, además, que permite la producción de partes delgadas con superficies complicadas tales como paneles automotrices, enseres domésticos, celdas para baterías o partes estructurales [1]. Algunos ejemplos de piezas producidas con el proceso de embutido profundo se muestran en la Figura 1.



Figura 1. Ejemplo de piezas embutidas [2].

La creciente demanda de componentes de forma compleja principalmente para aplicaciones en la industria automotriz y de enseres mayores, ha despertado mayor interés en el estudio del embutido de lámina [3]. Estos componentes tienden a realizar funciones más complejas, piezas largas que reemplazan a los ensambles de partes múltiples, piezas con una reducción de peso, etc. Mediante el proceso de embutido se lleva a cabo la manufactura de estos componentes. En la industria, para describir las operaciones generales de formado de hojas metálicas se le llama trabajo de prensado o formado por prensado, el cual se realiza en prensas. El trabajo de prensado

consiste de cuatro componentes principales: punzón, pisador, lámina y dado [4], como se muestra en la Figura 2.

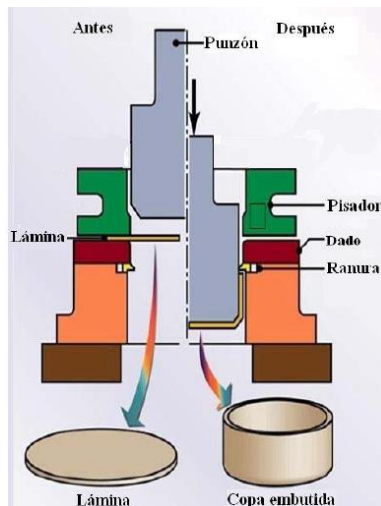


Figura 2. Herramientas principales en el proceso de embutido profundo [5].

En el desarrollo de los procesos de embutido existen diferentes tipos de embutido, desde el más sencillo como el de partes cilíndricas, en donde las variables y sus interacciones se pueden identificar y controlar de manera consistente con base en cálculos analíticos, datos empíricos y ensayos de laboratorio. Después del embutido cilíndrico continúa el embutido rectangular con análisis más complejos [5] y modelos poco desarrollados. Finalmente se tiene las formas irregulares y complejas, las cuales involucran geometrías y/o formas complejas que son difíciles de reproducir en la práctica debido a que se deben manipular diferentes parámetros, por lo que se recurre a la experimentación para desarrollar la forma final. El punto clave a ser considerado en el formado de una superficie compleja es que los estados de deformación varían a lo largo del contorno de la sección transversal, el flujo de metal no es axisimétrico, y el grado de axisimetría en el flujo de metal varía también con el avance del proceso [6].

Planteamiento del problema

Debido a que no existen métodos analíticos para predecir el formado de piezas complejas metálicas, como es el caso de embutidos de formas rectangulares, los diseñadores o fabricantes recurren a los métodos experimentales basados en reglas empíricas, experimentales o métodos a prueba y error para el desarrollo de estos productos, ocasionando costos altos y tiempos largos de desarrollo.

Existen expresiones analíticas para el cálculo de la altura permisible en el embutido rectangular, las cuales tienen un error de predicción por encima del 70% [7]. En los trabajos [5] y [7] se ha remarcado la necesidad de continuar el desarrollo de nuevas ecuaciones analíticas para el cálculo de la altura de embutido DDH permisible, la fuerza máxima de embutido y la fuerza del pisador para formas rectangulares; ya que son un importante apoyo en la etapa de diseño de procesos de embutido profundo.

Sin embargo, la complejidad del mecanismo de deformación elastoplástica involucrada en el proceso de embutido rectangular hace que existan múltiples parámetros que pueden afectar el desempeño del proceso y calidad del producto terminado. Entre estos parámetros se pueden clasificar los geométricos (radios, espesor, relación de aspecto, etc.), los del material de la lámina metálica (esfuerzo de cedencia, parámetros del endurecimiento plástico, anisotropía, etc.), y los parámetros del proceso en general (fuerzas del herramental, lubricación, fricción, temperatura de formado, etc.). Sin embargo para poder evaluar el efecto de cada uno de los parámetros se necesita de un modelo que puede ser experimental, numérico o teórico. Un modelo experimental sería muy costoso y poco factible de realizar para la industria. En cambio un modelo numérico es más económico pero genera cierta incertidumbre en cuanto a la confiabilidad de los resultados. Por su parte, un modelo teórico es una solución más económica, sencilla y rápida de aplicar, permitiendo la combinación o validación con un modelo experimental o numérico.

Un modelo teórico representa una reducción de tiempo y costo en los métodos de “prueba y error” en la industria, de igual manera, ayuda a establecer geometrías iniciales y resultados teóricos para la validación que pueden servir en el desarrollo de modelos de simulación numérica, como el Método del Elemento Finito (MEF).

Por lo anterior se propone el desarrollo y uso de modelos teóricos, de modelos numéricos con MEF y resultados experimentales reportados en la literatura para establecer y evaluar la influencia que tiene diversos parámetros sobre la altura permisible y la fuerza máxima de embutido para piezas rectangulares.

Objetivo general

Mejorar las ecuaciones teóricas existentes para el análisis del embutido profundo de formas rectangulares mediante la introducción de otros parámetros geométricos, del material y del proceso. El estudio se enfocará al análisis de la altura de embutido permisible y la fuerza máxima de embutido de formas rectangulares.

Algunos de los parámetros a considerar son:

- Geometría: radios del herramental, espesor de lámina, claro, relación de aspecto, etc.
- Propiedades del material: esfuerzo de cedencia, esfuerzo último a la tensión, coeficiente de endurecimiento, exponente de endurecimiento, sensibilidad a la velocidad de deformación, etc.
- Proceso: fricción, fuerza de pisador, temperatura de trabajo, velocidad de embutido.

Objetivos particulares

- Conocer y evaluar el estado actual de las ecuaciones para el análisis del embutido de formas rectangulares.
- Desarrollar y validar un modelo MEF confiable para el análisis del embutido.
- Analizar y evaluar el efecto de diversos parámetros en el embutido de formas rectangulares.
- Proponer y validar expresiones teóricas para el análisis del embutido rectangular.

Se considera que al lograr los objetivos anteriores, el objetivo general de la tesis se cumple, contribuyendo de esta manera al desarrollo de conocimiento que mejore el desempeño del proceso de embutido rectangular.

Estructura de la tesis

Esta tesis está organizada de la siguiente manera. El Capítulo 1 presenta una recopilación de conceptos sobre la teoría de plasticidad, formado de metal, procesos de embutido profundo cilíndrico y rectangular, terminando con una revisión de los parámetros involucrados en el proceso de embutido. En el Capítulo 2 se desarrolla un análisis teórico del embutido rectangular para la obtención de la fuerza máxima y la altura permisible en embutido rectangular. El Capítulo 3 presenta el análisis MEF del proceso de embutido rectangular. Este apartado incluye la descripción del modelo MEF desarrollado para evaluar los diversos parámetros en el proceso de embutido. En el Capítulo 4 se realiza un estudio paramétrico a partir del modelo teórico y el modelo MEF para determinar la influencia de los diversos parámetros en la fuerza máxima de embutido y la DDH permisible para piezas rectangulares. En el Capítulo 5 se presenta un análisis comparativo del error de predicción de diversas expresiones para la fuerza de embutido de piezas cilíndricas y rectangulares. Posteriormente se proponen factores analíticos para cuantificar el efecto de los parámetros en la altura permisible de embutido. Después se analizan y discuten los resultados obtenidos del estudio paramétrico, comparándose con los resultados del modelo teórico, modelo MEF y casos de estudio obtenidos de la literatura. Finalmente se presentan las conclusiones obtenidas con el desarrollo del presente trabajo.

Capítulo 1

Marco teórico

En este capítulo se tratan las relaciones de esfuerzo-deformación que han sido utilizadas para analizar el formado de metal, así como los parámetros presentes en la deformación plástica del material. También se analizan las teorías de análisis para un embutido profundo convencional de piezas cilíndricas y rectangulares, así como los principales parámetros que influyen en el proceso y calidad de la pieza. Por último, se estudian los defectos presentes en el embutido profundo y los posibles tratamientos para evitarlos.

1.1 Propiedades del material

1.1.1 Ensayo de tensión uniaxial

Las propiedades de un material son de gran importancia para conocer el comportamiento que éste tendrá en los procesos de formado de metal. El estudio más usado para obtener el comportamiento mecánico de un material es el ensayo de tensión en la cual una probeta del material, como la mostrada en la Figura 1.1, se fija de un extremo y el otro extremo se le aplica una carga P para lograr un desplazamiento controlado δ .

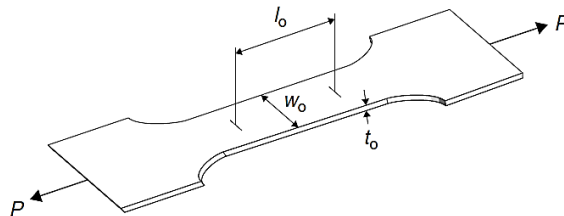


Figura 1.1. Probeta plana para un ensayo de tensión típico.

De este ensayo se obtiene un diagrama de la carga P con respecto al desplazamiento δ en la probeta. A partir de esta curva es posible obtener un diagrama de esfuerzo-deformación el cual puede ser representado de dos formas: a) curva de esfuerzo-deformación de ingeniería o b) curva de esfuerzo-deformación real.

1.1.2 Curva esfuerzo-deformación de ingeniería

Los valores de esfuerzo y deformación de ingeniería, σ_e y e respectivamente, son determinadas a partir de la medición de la fuerza P y el desplazamiento δ , utilizando las dimensiones iniciales de la probeta, de acuerdo a lo siguiente [8]:

$$\sigma_e = \frac{P}{A_0} \quad (1.1)$$

$$e = \frac{\delta l}{l_0} = \frac{l-l_0}{l_0} \quad (1.2)$$

Donde A_0 es el área inicial de la sección transversal, l_0 es la longitud calibrada inicialmente, y l la longitud actual para una carga P aplicada. Al graficar estos valores de σ_e y e , se obtiene la curva esfuerzo-deformación de ingeniería, como se muestra en la Figura 1.2.

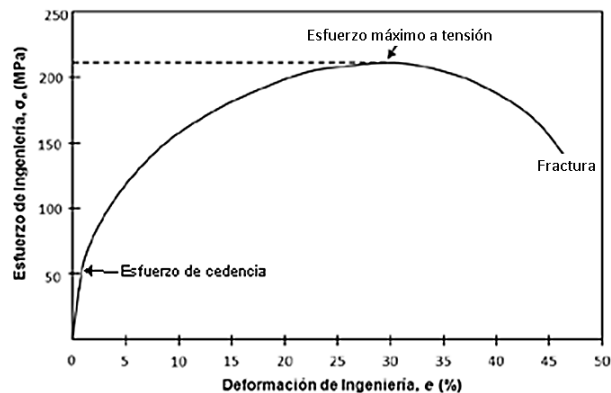


Figura 1.2. Curva esfuerzo-deformación de ingeniería para un cobre recocido.

Al inicio de la curva, muchos materiales obedecen la Ley de Hooke, la cual indica que el esfuerzo es proporcional a la deformación, teniendo como constante de proporcionalidad el módulo de elasticidad o el módulo de Young, E . A esta región de proporcionalidad se le denomina zona elástica del material porque las deformaciones del material sólo se mantienen mientras la carga se conserve.

Conforme se incrementa la deformación más allá de la zona lineal, la mayoría de los materiales se desvían de esta proporción. Al punto donde termina la zona elástica se le denomina límite de proporcionalidad, límite elástico o esfuerzo de cedencia inicial. La no linealidad está asociada con

la deformación plástica, por lo que se denomina zona plástica del material. En esta zona el material es llevado a un reacomodo de su estructura molecular, en el cual los átomos están siendo movidos a nuevas posiciones de equilibrio debido al movimiento de las dislocaciones. Los materiales que carecen de esta movilidad son denominados frágiles, y su curva esfuerzo deformación termina en fractura sin un apreciable flujo plástico. En la zona plástica las deformaciones son permanentes.

En la curva esfuerzo-deformación de ingeniería, Figura 1.2, se observa que el esfuerzo disminuye después de alcanzar el punto denominado esfuerzo último a la tensión, sugiriendo que después de este punto el material se suaviza, de manera que cada incremento de deformación adicional, requerirá un esfuerzo menor. Sin embargo, lo anterior es resultado del procedimiento del trazado de la curva, ya que el flujo molecular causa una reducción más considerable en el área transversal de la probeta, de manera que el esfuerzo real o verdadero es mayor que el esfuerzo de ingeniería. Por lo tanto, aunque el esfuerzo último de tensión es probablemente la propiedad de los materiales más comúnmente reportada en las pruebas de tensión, éste no es una medida directa de la propiedad del material (debido a la influencia de la geometría descrita anteriormente), por lo que deberá ser utilizado con precaución en el diseño con materiales dúctiles.

1.1.3 Curva esfuerzo-deformación real o verdadera

La curva esfuerzo-deformación de ingeniería resulta inadecuada para su uso en los procesos de formado debido a que el esfuerzo y deformación, σ_e y e , están basados en las dimensiones iniciales de la probeta, en lugar de las dimensiones reales o verdaderas que la probeta va teniendo a lo largo del ensayo. Para superar estas desventajas, se calculan los valores reales de acuerdo a lo siguiente.

El esfuerzo real o verdadero está definido por:

$$\sigma = \frac{P}{A} \quad (1.3)$$

donde A es el área de sección transversal actual. De acuerdo al principio de conservación de volumen, se puede considerar la siguiente relación:

$$A_0 l_0 = A l \quad (1.4)$$

Por lo que el esfuerzo real se puede determinar como sigue:

$$\sigma = \frac{Pl}{A_0 l_0} \quad (1.5)$$

Si durante la deformación de la probeta, la longitud se incrementa una pequeña cantidad, dl , el diferencial de deformación se puede determinar como:

$$d\varepsilon = \frac{dl}{l} \quad (1.6)$$

Para cada pequeña deformación, donde l es aproximadamente igual a l_0 , el incremento de la deformación es muy similar a la deformación ingenieril, pero para mayores deformaciones hay una diferencia significativa. Si el proceso de deformación continúa uniformemente en una dirección, como sucede en la prueba de tensión, el incremento en la deformación puede integrarse para obtener la deformación real o verdadera, ε :

$$\varepsilon = \int d\varepsilon = \int_{l_0}^l \frac{dl}{l} = \ln \frac{l}{l_0} \quad (1.7)$$

La curva esfuerzo-deformación real o verdadera puede ser definida a partir de la curva esfuerzo de ingeniería y deformación de ingeniería aplicando conceptos de conservación de volumen. De la ec. (1.2) se despeja l/l_0 y se sustituye en la ecuación (1.7) para obtener la deformación real en función de la deformación de ingeniería:

$$\varepsilon = \ln(1 + e) \quad (1.8)$$

De manera similar se puede obtener el esfuerzo real siempre y cuando la deformación sea todavía uniforme a lo largo de la probeta (i.e., antes del encuellamiento) aplicando la ecuación (1.9):

$$\sigma = \sigma_e(1 + e) \quad (1.9)$$

La Figura 1.3, muestra la curva esfuerzo-deformación real derivada de la curva esfuerzo-deformación de ingeniería de la Figura 1.2. En esta curva se puede observar que en un material dúctil, el esfuerzo para incrementar la deformación por arriba del límite de proporcionalidad, es mayor conforme se incrementa la deformación, a este fenómeno se le conoce como endurecimiento por deformación [9].

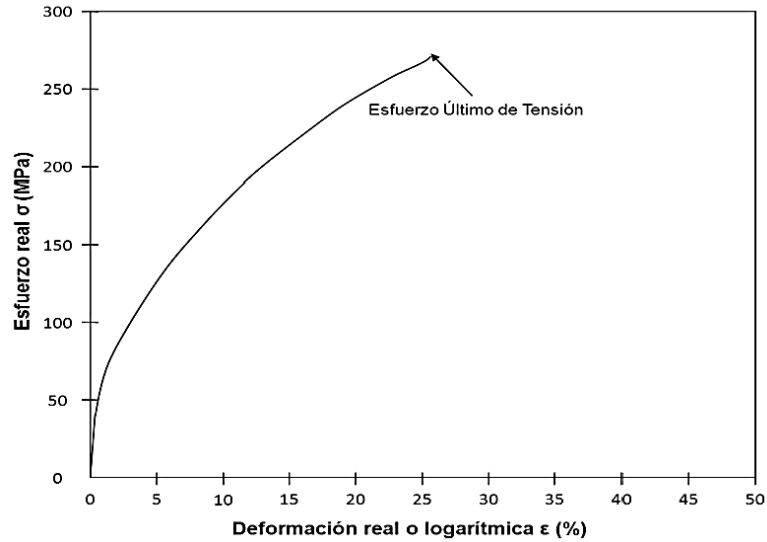


Figura 1.3. Curva esfuerzo-deformación real para cobre recocido.

1.1.4 Anisotropía

La anisotropía es la propiedad del material de ser direccional dependiente, en oposición a la isotropía, que implica propiedades idénticas en todas las direcciones. Un material anisotrópico indica que tienen propiedades distintas en las diferentes direcciones. Debido a las características de los procesos de formado previo, las láminas metálicas exhiben un valor de anisotropía (direccionalidad) en sus propiedades mecánicas. La anisotropía se ve reflejada en el comportamiento plástico de la lámina metálica de acuerdo a distintas direcciones. La anisotropía se puede cuantificar mediante un valor numérico llamado parámetro de *Lankford* o coeficiente de anisotropía (*r-valor*) [10], el cual es determinado por pruebas de tensión uniaxiales sobre probetas en forma de lámina. Este coeficiente está definido por:

$$r = \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_3} \quad (1.10)$$

donde ε_2 y ε_3 son las deformaciones verdaderas de la probeta en la dirección del ancho y el espesor como se muestra en la Figura 1.4, y donde b_0 y b son el ancho inicial y final respectivamente, mientras que t_0 y t son el espesor inicial y final de la probeta.

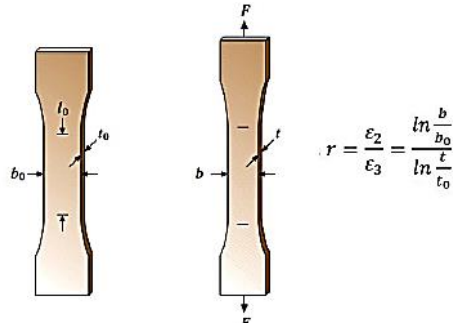


Figura 1.4. Dimensiones inicial y final de la probeta al aplicar una carga P .

Como el grosor de la probeta es muy pequeño en comparación con el ancho, se pueden presentar errores de medición de las dos deformaciones. Por tanto, estas relaciones son reemplazadas por unas cantidades simples teniendo el mismo orden de magnitud: longitud y ancho de la probeta. Tomando en cuenta la condición de volumen constante o principio de conservación de volumen:

$$btl = b_0t_0l_0 \quad (1.11)$$

Reordenando:

$$\frac{t}{t_0} = \frac{b_0l_0}{bl} \quad (1.12)$$

Por lo tanto, el coeficiente de anisotropía queda como:

$$r = \frac{\ln \frac{b}{b_0}}{\ln \frac{b_0l}{bl_0}} \quad (1.13)$$

La norma ASTM E517-00 [11] recomienda que los valores de anisotropía sean determinados a 20% de la elongación para propósitos de comparación. Los experimentos demuestran que el valor r depende de la dirección del plano. Si la probeta es cortada en el eje longitudinal a la dirección de rolado, se obtiene el coeficiente de anisotropía a 90° (r_{90}). El promedio de los valores de anisotropía es obtenido por las diferentes direcciones en el plano de la lámina metálica, a este valor se le llama coeficiente de anisotropía normal.

Una vez determinados los valores de anisotropía, r -valor, de las diferentes probetas cortadas a lo largo de las tres direcciones en el plano de la lámina metálica (0° , 45° y 90° respectivamente), el coeficiente de anisotropía normal se calcula de la siguiente forma:

$$\bar{r} = \frac{r_0 + 2r_{45} + r_{90}}{4} \quad (1.14)$$

Si r_0 , r_{45} y r_{90} son diferentes pero alguno es igual a 1, existe una medida para la variación de la anisotropía normal con respecto al ángulo de laminado, la cual es conocida como anisotropía planar y está definida como:

$$\Delta r = \frac{r_0 + r_{90} - 2r_{45}}{2} \quad (1.15)$$

Si r_0 , r_{45} y r_{90} son iguales a 1 se dice que el material es isotrópico.

1.1.5 Comportamiento plástico

a) *Endurecimiento por deformación*

El endurecimiento de un material por una deformación plástica es debido a un incremento de la densidad de dislocaciones del material [12]. A medida que el material se satura con nuevas dislocaciones, se crea una resistencia a la formación de nuevas dislocaciones y a su movimiento. Esta resistencia se manifiesta a nivel macroscópico como una resistencia que endurece al material conforme se deforma en su zona plástica.

El endurecimiento por deformación se presenta después del punto de cedencia, el esfuerzo de cedencia indica el punto donde termina la región elástica y donde comienza la región plástica. Al deformar un material hasta llegar a su región plástica y luego liberarlo se produce un nuevo esfuerzo de cedencia del material. De la Figura 1.5 se puede ver que Inicialmente la probeta tiene un esfuerzo de cedencia inicial $\sigma_{y,0}$, al aplicar una deformación ε_s a la probeta y luego hacer una descarga hasta que la probeta entre en un estado de esfuerzos cero siguiendo por la línea T , el material de la probeta tendrá un nuevo esfuerzo de cedencia $\sigma_{y,s}$ y la línea OT indica la deformación plástica correspondiente al esfuerzo aplicado por la deformación ε_s , $S(\varepsilon_s^p)$; la otra parte restante es la deformación elástica (ε_s^e).

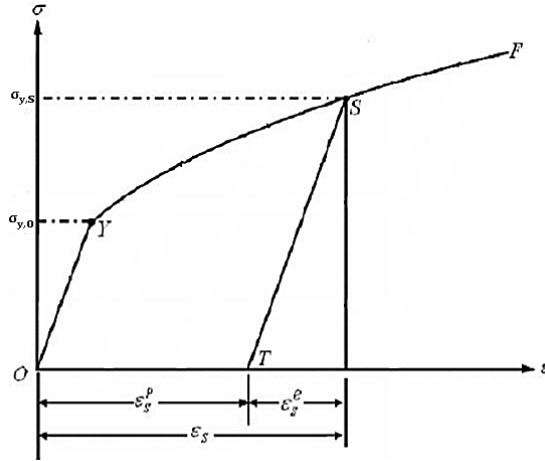


Figura 1.5. Deformación plástica (ϵ_s^p), deformación elástica (ϵ_s^e), de un estado de esfuerzos S.

Para determinar el esfuerzo en el punto S de manera analítica se necesita una relación matemática que permita obtener un esfuerzo en la región plástica por medio de la deformación verdadera. El comportamiento de la mayoría de los metales en la región plástica, incluida su capacidad de endurecimiento por deformación, se aproxima con buena precisión mediante la siguiente relación:

$$\sigma = K \epsilon^n \quad (1.16)$$

donde K y n son conocidos como parámetros de endurecimiento. La ec. (1.16) se conoce como curva de fluencia, por lo que el esfuerzo obtenido con ella también se le llama esfuerzo de fluencia y su gráfica se muestra en la Figura 1.6.

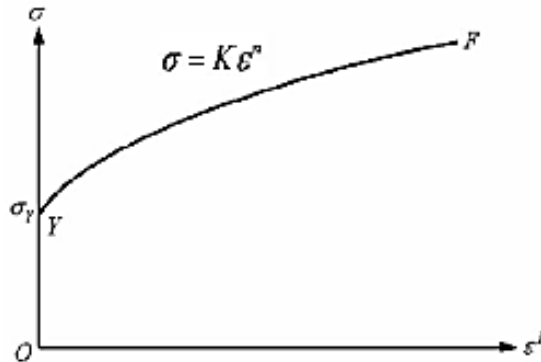


Figura 1.6. Obtención de la expresión matemática que representa el comportamiento plástico.

b) Sensibilidad a la velocidad de deformación

El efecto de la velocidad de deformación sobre las propiedades de resistencia del material se conoce como "Sensibilidad a la velocidad de deformación". Al aumentar la velocidad de deformación, se incrementa la resistencia a la deformación por lo tanto el material se endurece

más y requiere esfuerzos mayores para seguir deformándolo [12]. Este fenómeno se le llama viscoplasticidad [13].

Para muchos materiales a temperatura ambiente, sus propiedades mecánicas no variarán en gran medida con pequeños cambios en la velocidad a la que se realizan los ensayos de tensión. Si el cabezal de la máquina universal tiene una velocidad v_1 y se cambia repentinamente a una velocidad v_2 por un factor de 10 o más, durante el ensayo en la región de deformación uniforme (i.e., antes del encuellamiento), se observará un pequeño salto en la carga P como se muestra en la Figura 1.7. Esto indica cierta sensibilidad a la velocidad de deformación en el material [10], que puede ser descrita por el exponente, m , en la siguiente ecuación:

$$\sigma = A\varepsilon^n \dot{\varepsilon}^m \quad (1.17)$$

donde A es un coeficiente de resistencia que combina el efecto del coeficiente de endurecimiento y el coeficiente de resistencia de la sensibilidad a la velocidad de deformación, n es el exponente de endurecimiento y m es el exponente de la sensibilidad a la velocidad de deformación.

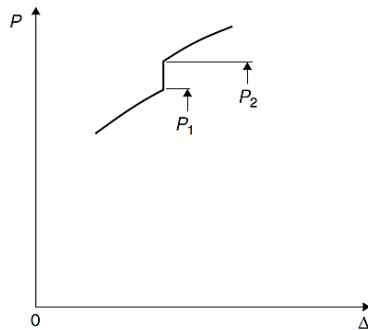


Figura 1.7. Curva carga-desplazamiento mostrando un salto debido a un cambio de velocidad [8].

La velocidad de deformación es:

$$\dot{\varepsilon} = \frac{v}{l} \quad (1.18)$$

El exponente m es calculado con la carga P y la velocidad v del cabezal antes y después del cambio de velocidad, denotado con los sufijos 1 y 2 respectivamente; i.e.:

$$m = \frac{\log(P_1/P_2)}{\log(v_1/v_2)} \quad (1.19)$$

La sensibilidad a la velocidad de deformación se debe tomar en cuenta en las relaciones esfuerzo-deformación al analizar procesos de formado de metal o procesos de maquinado en

caliente o a altas temperaturas. Esto es debido a que el material se convierte en viscoplástico a temperaturas elevadas y altas velocidades de deformación.

c) *Efecto de la temperatura*

Si la prueba de tensión se realiza a una temperatura elevada, se observa que después del punto de cedencia, el endurecimiento por deformación disminuye con el aumento de temperatura. De igual manera a mayor temperatura de formado mayor será la sensibilidad a la velocidad de deformación. Estos efectos deben ser considerados en el análisis de procesos de formado en caliente.

d) *Histéresis*

Suponiendo que se ha realizado un ensayo de tensión a una probeta y se ha obtenido la curva esfuerzo-deformación de la Figura 1.8. Si a la probeta se le lleva hasta un nivel de esfuerzos al punto *B* y posteriormente se descarga hasta un nivel de esfuerzo cero en el punto *C* y nuevamente se vuelve a aplicar una carga, se observará que la línea que se sigue es *CD* pero para unirse a la línea *YF* lo hace por medio de una curva *DB*. A este fenómeno se le llama histéresis. La curva de histéresis en la Figura 1.8 ha sido exagerada, en la realidad esta curva es muy pequeña y por tanto el efecto sobre las relaciones plásticas esfuerzo-deformación puede ser omitido, considerando que las líneas *BC* y *CD* son idénticas e iguales al Módulo de Young.

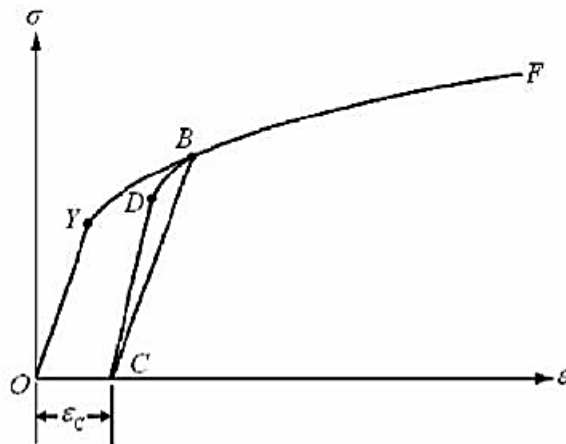


Figura 1.8. Representación del fenómeno de Histéresis.

e) Efectos superficiales

La rugosidad de la lámina, y su interacción con los lubricantes y las superficies de las herramientas afectan el rendimiento de una operación de formado. En procesos de formado el problema de la fricción es complejo y no puede ser fácilmente resuelto. La fricción genera calor junto con el efecto perjudicial de la presión superficial, rasga pequeñas porciones de la lámina, reteniéndola permanentemente a la herramienta o a otra parte dentro del área de contacto. Por otro lado, algunos procesos dependen de una cierta cantidad de fricción, el “anularla” no sería benéfico para el proceso de formado. Con la ausencia de fricción, serios problemas con retención de material pueden surgir, lo que resultaría en partes imposibles de formar. La única forma de controlar la fricción es utilizando lubricantes. Los lubricantes son capaces de separar superficies por medio de capas con propiedades físicas y mecánicas completamente diferentes. Con diferentes tipos de lubricantes, se pueden alcanzar diferentes resultados y controlando las fuerzas de fricción prácticamente se pueden producir partes perfectas. Existen pruebas especiales para determinar las propiedades superficiales de la lámina [8].

f) Homogeneidad

Las láminas metálicas industriales casi siempre no son homogéneas ni están libres de defectos locales. Los defectos pueden deberse a variaciones en la textura o el espesor, la composición del material, la porosidad, o la existencia de defectos puntuales tales como inclusiones. Estos defectos son difíciles de caracterizar con precisión porque no existe un patrón de los defectos que presenta una lámina. La homogeneidad de un lote de materiales no puede ser observada con un solo ensayo de tensión, e incluso con pruebas repetitivas. Lo anterior debido a que el volumen real del material siendo analizado es pequeño, y la uniformidad de un lote de material no puede ser validada con una sola muestra.

g) Daño

Durante la deformación plástica muchos materiales sufren daños a nivel microestructural. La tasa a la que este daño progresa varía de acuerdo al tipo de material. Una propiedad para medir el daño del material es la energía crítica de la fractura que se puede ver reflejada por una disminución en el endurecimiento por deformación en un ensayo a tensión [8], pero como la tasa de daño acumulado depende del estado de esfuerzos y este es diferente para cada tipo de proceso, los datos de un ensayo a tensión pueden no ser los adecuados para medir el daño.

1.2 Criterios de cedencia

En general un material puede estar sujeto a un estado de esfuerzos tridimensional compuesto de varios componentes de esfuerzos. Para poder determinar si el material excede su nivel de cedencia, es necesario determinar un esfuerzo equivalente al estado de esfuerzo tridimensional, el cual pueda ser comparado con el esfuerzo de cedencia del material. El método para determinar el esfuerzo equivalente se conoce como criterio de cedencia y representa el modelo constitutivo con el que se modela un material. En la Tabla 1.1 se presentan los modelos constitutivos más utilizados en la modelación de formado de láminas metálicas, así como su descripción, ventajas y desventajas [15].

Tabla 1.1. Criterios de cedencia isotrópicos y anisotrópicos de acuerdo a las características del material [15].

Criterio	Descripción	Ventajas	Desventajas
TRESCA	<p>La cedencia inicia una vez que el esfuerzo cortante crítico es alcanzado en el metal:</p> $\tau_{max.} = \tau$ <p>donde</p> $\tau_{max.} : \frac{1}{2} \max(\sigma_1 - \sigma_2 , \sigma_2 - \sigma_3 , \sigma_3 - \sigma_1)$ <p>y $\tau = \frac{\sigma_{0.2}}{2}$ se convierte en el esfuerzo de cedencia bajo condiciones de cortante puro.</p>	<ul style="list-style-type: none"> - Ideal para materiales frágiles isotrópicos. - Fácil de implementar. 	<ul style="list-style-type: none"> - Limitada aplicación en metales.
VON MISES	<p>La cedencia ocurre bajo condiciones de esfuerzos multiaxiales cuando la energía de distorsión alcanza el nivel requerido para causar la cedencia bajo condiciones uniaxiales. Para láminas delgadas bajo condiciones de esfuerzo plano, $\sigma_z = 0$, el criterio de Von Mises o energía de distorsión es:</p> $\sigma_{VM} : \{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2\} - 2\sigma_y^2 = 0$ <p>Sólo es aplicable para materiales isotrópicos.</p>	<ul style="list-style-type: none"> - Ideal para materiales dúctiles e Isotrópicos - Implementado en todos los <i>software</i> MEF. - Ideal para casi todos los metales con comportamiento isotrópico. 	<ul style="list-style-type: none"> - Sólo válido en materiales dúctiles isotrópicos. - No toma en cuenta la anisotropía.
HILL 48	<p>Teoría de cedencia anisotrópico en la cual se toma en cuenta la cedencia en varias direcciones de la lámina.</p> $\sigma_{Hill-48} : F(\sigma_y - \sigma_z)^2 + G(\sigma_z - \sigma_x)^2 + H(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 2L\tau_{yz}^2 + 2M\tau_{xz}^2 + 2N\tau_{xy}^2 - \sigma_y^2 = 0$ <p>Las constantes del material F, G, H, L, M y N pueden ser determinadas mediante los esfuerzos de cedencia en diferentes direcciones o con los coeficientes de Lankford (o valores <i>r</i>). Un inconveniente del criterio es la inhabilidad para medir con exactitud los esfuerzos de cedencia biaxial y los materiales con valores de <i>r</i> bajos (<i>r</i><1), como por ejemplo el aluminio.</p>	<ul style="list-style-type: none"> - Toma en cuenta la anisotropía de una manera fácil de implementar. - Uno de los criterios más utilizados en la industria de formado. 	<ul style="list-style-type: none"> - Sólo puede ser aplicado en embutidos axisimétricos que formen 4 orejas. - Baja precisión para materiales con una <i>r</i> < 2 o en estados de esfuerzos equibiaxial, e.g., algunas aleaciones de aluminio.
HILL 90	<p>Hill (1990) propuso una función homogénea de grados arbitrarios m basado en su criterio cuadrático, como sigue:</p> $\sigma_{Hill-90} : \sigma_x + \sigma_y ^m + \left(\frac{\sigma}{\tau}\right)^m \left[(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 4\tau_{xy}^2 \right]^{\frac{m}{2}} + \sigma_x^2 + \sigma_y^2 + 2\sigma_{xy}^2 ^{\frac{m}{2}-1} \left[-2a(\sigma_x^2 - \sigma_y^2) + b(\sigma_x - \sigma_y)^2 \right] - (2\sigma_y)^m = 0$ <p>donde a y b son constantes del material; m toma valores entre 1 y 2 para materiales con valores de <i>r</i> bajos tales como el aluminio, y toma valores mayores de 2 para materiales con valores de <i>r</i> altos como en el acero.</p>	<ul style="list-style-type: none"> - Capaz de describir materiales con los dos siguientes casos: - (<i>r</i> < 1, $\sigma_b < \sigma_u$), ($r_0 < r_{90}$, $\sigma_0 < \sigma_{90}$) y viceversa. - Muy alta precisión y captura bien el comportamiento anisotrópico planar. 	<ul style="list-style-type: none"> - La formulación es poco amigable de implementar y requiere un mayor número de parámetros del material. - Exige más tiempo de cómputo en simulación de formado de láminas.

<p>BARLAT 89</p>	<p>Barlat en 1989 propuso alternativamente una función de cedencia no cuadrática como sigue:</p> $\sigma_{Barlat-89}: a K_1+K_2 ^M + a K_1-K_2 ^M + c 2K_2 ^M - 2\sigma_y^M = 0$ <p>Su ventaja es que retiene con precisión las grandes fuerzas de cedencia biaxial.</p> $k_1 = \frac{\sigma_{11} + h\sigma_{22}}{2}; k_2 = \left[\left(\frac{\sigma_{11} + h\sigma_{22}}{2} \right)^2 + p^2\sigma_{12}^2 \right]^{1/2}$ $p = \frac{\sigma_e}{\tau_{s1}} \left(\frac{2}{2a + 2Mc} \right)^{1/M}$ <p>Barlat demostró con estudios cristalográficos que $M=8$ es un valor apropiado para materiales FCC (<i>Face Centered Cubic</i>), mientras que $M=6$, funciona bien para materiales con estructura BCC (<i>Body Centered Cubic</i>).</p>	<ul style="list-style-type: none"> - Reduce el número de parámetros del material a 4 y son fáciles de identificar excepto para el coeficiente p. - Predice bien el comportamiento para aleaciones de aluminio sin alta anisotropía. - Muy utilizado en procesos de formado de lámina de metal a pesar de sus desventajas. 	<ul style="list-style-type: none"> - El parámetro p sólo se puede obtener numéricamente resolviendo una ec. no lineal. - El modelo no tiene buena precisión en esfuerzos de cedencia biaxiales. - No es recomendable cuando los coeficientes de anisotropía son elevados.
<p>BARLAT 2000</p>	<p>Para eliminar las desventajas de las anteriores formulaciones de Barlat, propuso un nuevo modelo para el esfuerzo plano (2D) a partir de transformaciones lineales.</p> $\Phi = \Phi' + \Phi'' = 2\sigma_y^a,$ <p>Donde:</p> $\Phi' = S_1 - S_2 ^a; \Phi'' = 2S_2 - S_1 ^a + 2S_2 - S_2 ^a$ <p>Donde a sale de un análisis de cristalografía, S_1 y S_2 son los esfuerzos "deviatoricos". Haciendo la transformación lineal $\mathbf{X}=\mathbf{C}\cdot\mathbf{s}$, se obtiene el esfuerzo equivalente (σ_e) y su desarrollo puede verse en [15].</p>	<ul style="list-style-type: none"> - Tiene buena precisión en aleaciones de aluminio con pronunciada anisotropía. - Predice con buena precisión los esfuerzos equivalentes de embutidos axisimétricos que presentan 6 y 8 orejas. 	<ul style="list-style-type: none"> - Es poco amigable su implementación. - Necesita modelos de cristalografía para evaluar sus diferentes parámetros del material.

1.3 Formado de Metal

El formado de metal es un proceso de manufactura en el que mediante fuerzas externas se modifica la forma de un cuerpo sólido deformándolo plásticamente sin cambiar la masa del cuerpo, sólo la forma. Este proceso tiene algunas ventajas sobre otros procesos como la fundición y maquinado:

- Productividad elevada con tiempos de producción cortos.
- Alta utilización del material y alta conservación de energía.
- Exactitud en dimensión y forma dentro de ciertas tolerancias.
- Los productos muestran propiedades mecánicas superiores (especialmente para cargas dinámicas).

Por otro lado las desventajas de este proceso son:

- a) Se requieren fuerzas muy elevadas para moldear plásticamente.
- b) Se requieren herramientas y máquinas de mayor capacidad, por tanto más costosas.
- c) El límite de formado del metal restringe el rango de deformación y geometría que se pueden lograr.
- d) El mecanismo de deformación elastoplástico involucrado en el proceso requiere un alto nivel de conocimiento de ingeniería incluyendo modelado analítico, análisis numérico (proceso de simulación), y una vasta experiencia.

Los procesos de formado pueden ser clasificados de acuerdo a varios criterios. Uno de ellos es de acuerdo al tipo de carga aplicada [16]: de compresión, tensión, tensión-compresión y doblado. Otra de las clasificaciones propuesta es de acuerdo a la geometría del producto [12]: procesos de deformación volumétrica y procesos de formado de lámina metálica. Esta clasificación se caracteriza por dividir los procesos de formado de metal de acuerdo a su relación de área superficial y volumen de trabajo, Figura 1.9.

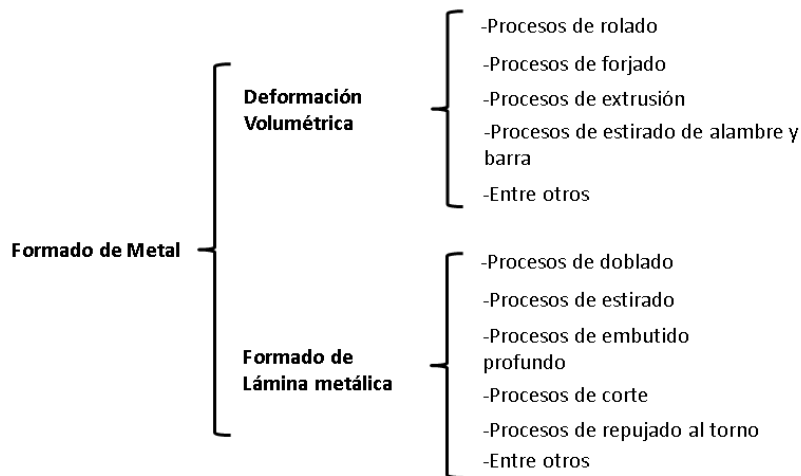


Figura 1.9. Clasificación de los procesos de formado de metal [12].

De acuerdo a la geometría de la pieza formada, el proceso de embutido puede clasificarse como [3]:

- a) Embutido Cilíndrico o circular.
- b) Embutido Rectangular
- c) Embutido de Formas no Regulares.

1.4 Embutido cilíndrico

El proceso de embutido profundo consiste en formar una lámina mediante un punzón rígido que entra en una cavidad de un dado o matriz. Para prevenir que existan arrugas en la lámina se utiliza un pisador de la lámina. Existen dos métodos de operación del embutido: a) embutido libre, cuando el embutido es poco profundo y no se utiliza el pisador; y b) embutido con pisador, normalmente para cuando la lámina es relativamente delgada y esta sujeta por un pisador durante su introducción a la cavidad.

La característica principal del embutido profundo con respecto al estiramiento es que en el embutido se promueve que el blanco se introduzca a la matriz, de manera tal que el espesor de la

lámina no cambie nominalmente [12], formando piezas de forma acopada o de caja. Una definición aceptada del embutido profundo con respecto a otros procesos de estampado es que la altura de la parte embutida es mayor que la mitad de su diámetro [4].

Los dos tipos más importantes de prensas para realizar el embutido son la prensa de simple efecto y la prensa de doble efecto. En la prensa de simple efecto el punzón permanece fijo mientras el dado y el pisador son móviles, Figura 1.10. En la prensa de doble efecto el dado permanece fijo mientras el pisador y el punzón son móviles, Figura 1.11. También hay una diferencia sobre el trabajo ejercido sobre el blanco. En la prensa de doble efecto el trabajo es ejercido sólo por el punzón mientras que en la prensa de simple efecto recibe también trabajo por parte de la fuerza del pisador [17].

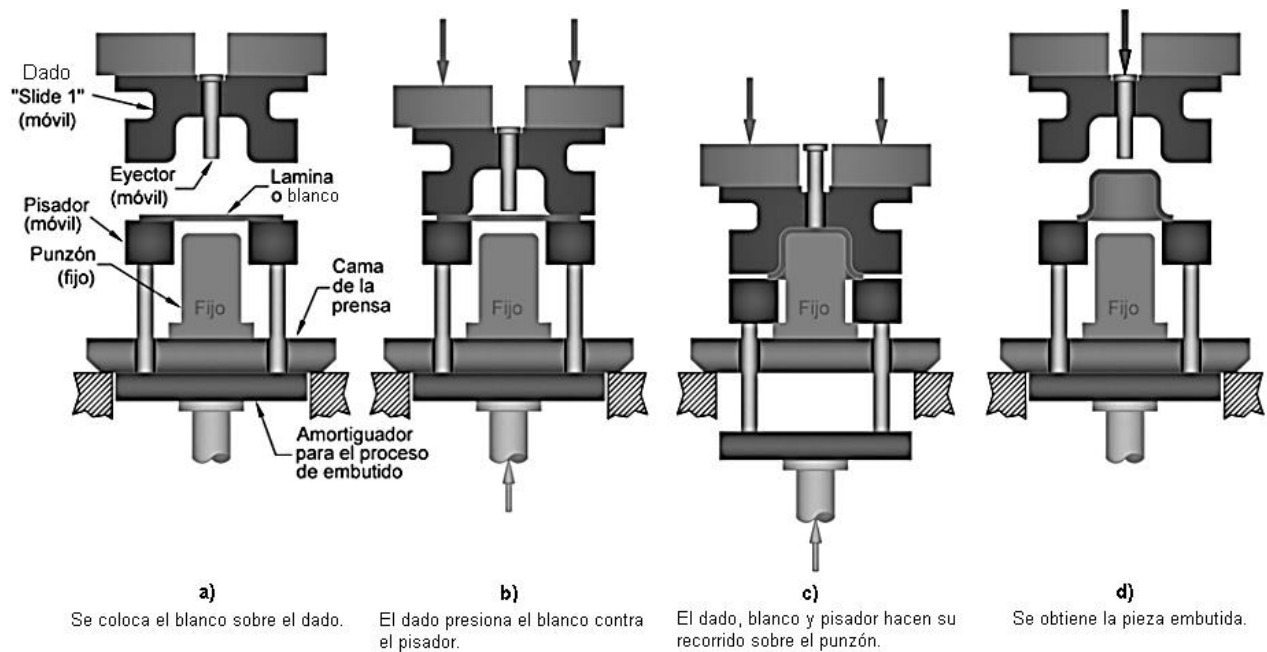


Figura 1.10. Embutido profundo en una prensa de simple efecto [17].

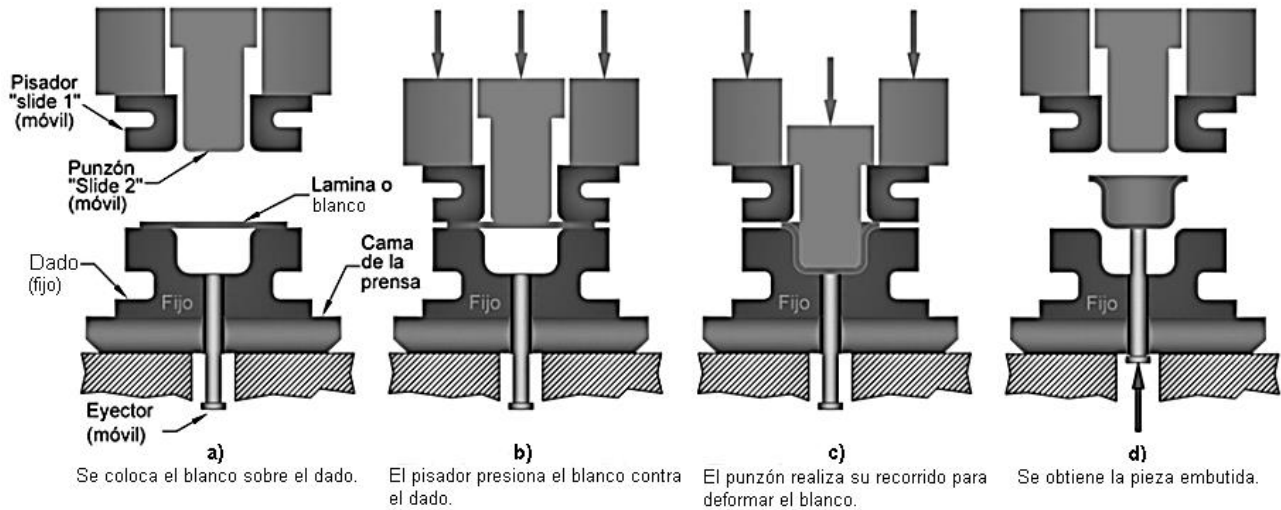


Figura 1.11. Embutido profundo en una prensa de doble efecto [17].

Este trabajo de tesis se concentra en el embutido realizado con una prensa de doble efecto. En el embutido cilíndrico en prensas de doble efecto se embute un disco de diámetro D_b dentro de una matriz por medio de un punzón de diámetro d_p . El punzón y el dado (matriz) deben tener un radio en las esquinas determinado por r_{pb} y r_{di} ; sin estos radios se realizaría una operación de corte sobre la lámina. El punzón y el dado están separados un espacio denominado claro, c , el cual es aproximadamente un 10% mayor que el espesor del blanco a embutir. En la Figura 1.12 se muestran los componentes y parámetros básicos de una operación de embutido.

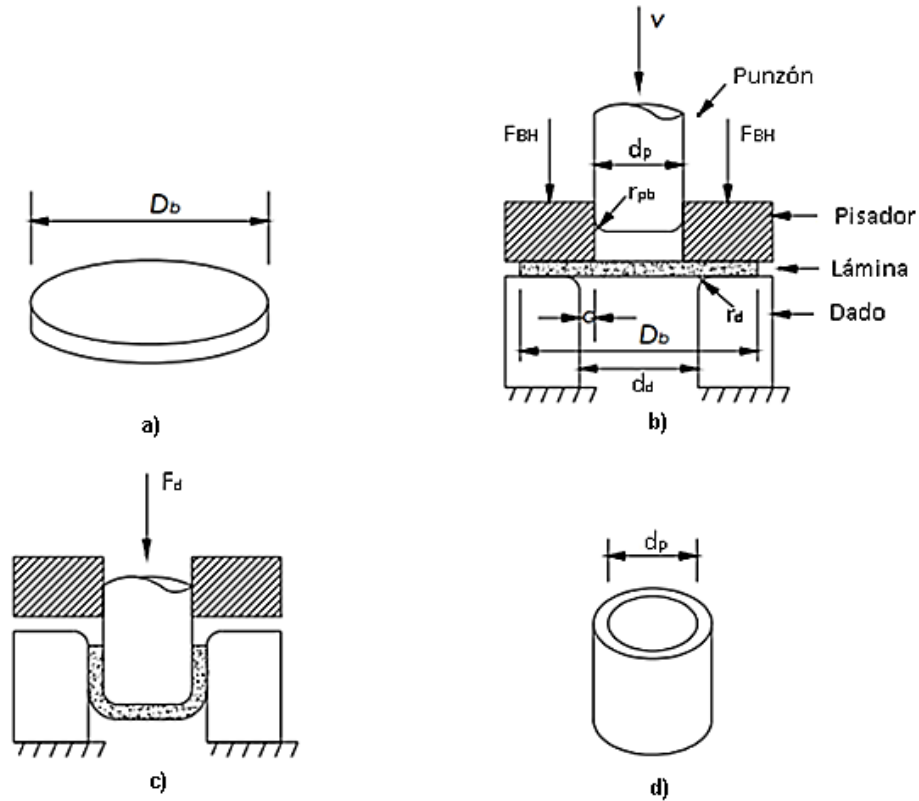


Figura 1.12. Elementos del proceso de embutido [12]: a) blanco (D_b = diámetro del blanco), b) y c) parámetros de la herramienta en el proceso de embutido (c = claro, d_p diámetro del punzón, r_{pb} = radio inferior del punzón, d_d = diámetro del dado, r_d = radio del dado, F_{bh} = fuerza del pisador y F_d = fuerza de embutido), y d) producto final.

Para entender el proceso de formado en un embutido cilíndrico, la pieza circular de trabajo puede ser dividida en 5 zonas como se muestra en la Figura 1.13. El material de la zona 1 forma el fondo de la copa y debe deslizarse libremente a lo largo de la superficie del punzón y someterse a algún alargamiento pero sin modificación significativa del espesor. En las zonas 2 y 4 se forman el radio de esquina del fondo de la copa y el radio del dado, respectivamente, y se encuentran sujetos a tensión y doblez combinados. El material en la zona 3 es la pared de la pieza y está sometida a tensión y enderezamiento. El material en la zona 5 se embute radialmente hacia el interior, está sujeto a compresión proveniente del pisador, y es la zona donde más se engruesa la pieza embutida.

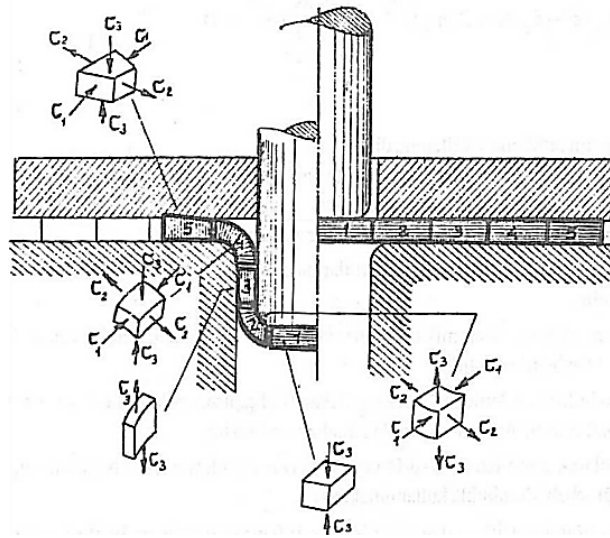


Figura 1.13. Zonas de deformación durante el embutido profundo con sus respectivos esfuerzos principales [18].

Para evitar que no se produzcan defectos en la lámina se utiliza un pisador, cuya función principal es garantizar que en el material de la zona 5, el cual se mueve radialmente hacia la cavidad, no se generen arrugas debido al esfuerzo tangencial, pero se permita el movimiento del material hacia la cavidad del dado. Por tanto, la selección correcta de la fuerza del pisador es un factor crítico para lograr un adecuado embutido. La presión del pisador es típicamente 2% del promedio de los esfuerzos de cedencia y esfuerzo último del material [10].

Una forma de medir la severidad de una operación de embutido profundo es mediante la relación de embutido DR , llamado también β , la cual se define para una forma cilíndrica como la relación entre el diámetro del disco inicial D_b y el diámetro del punzón d_p :

$$DR = \beta = \frac{D_b}{d_p} \quad (1.20)$$

La relación de embutido proporciona una medida de la severidad del embutido, a mayor valor mayor severidad de la operación. Un límite superior de la relación de embutido es 2.0, para el caso de acero [19]. El valor límite depende del radio del fondo en el punzón y el dado (r_{pb} y r_d), de las condiciones de fricción, de la profundidad de embutido y de las propiedades de la lámina de metal.

Otra medida para controlar la formación de arrugas en el embutido profundo es la relación t_0/D_b (espesor de la forma inicial t_0 dividido por el diámetro de la forma D_b), cuyo valor en porcentaje es

recomendable que sea mayor a 1% para evitar la formación de arrugas. Conforme decrece t_0/D_b , aumenta la tendencia al arrugamiento [12].

Por otro lado, la altura de embutido de una pieza cilíndrica se determina a partir del diámetro inicial de la lámina [4]. Una estimación aproximada de la altura de embutido de una pieza cilíndrica se obtiene al aplicar el “principio de invariabilidad del volumen” [8], también conocido como principio de conservación del volumen. De acuerdo a este principio, el volumen de material del blanco inicial, V_{blanco} , y el volumen de material de la pieza cilíndrica, V_{copa} , deben ser iguales, lo que resulta en:

$$V_{blanco} = V_{copa} \quad (1.21)$$

Los volúmenes del blanco y la pieza cilíndrica (Figura 1.14) pueden obtenerse como:

$$V_{blanco} = \pi \frac{D_b^2}{4} t_0 \quad (1.22)$$

$$V_{copa} = \pi \frac{d_p^2}{4} t_f + \pi d_p t_f h \quad (1.23)$$

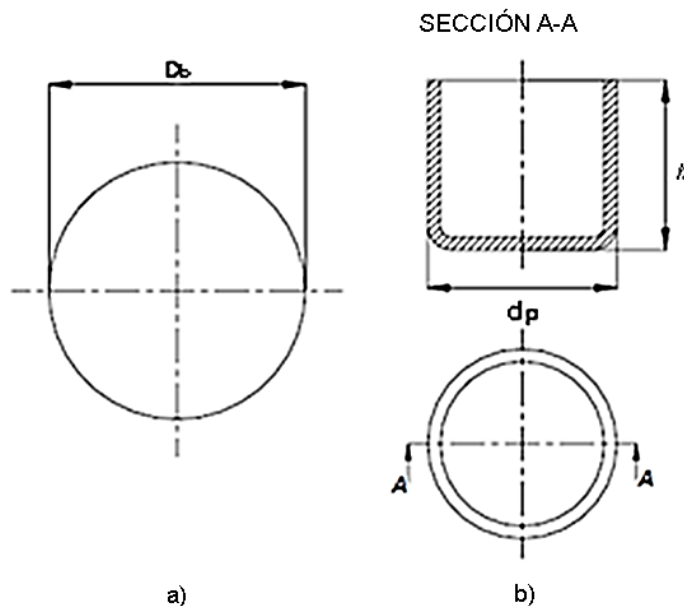


Figura 1.14. Parámetros geométricos de: a) blanco y b) pieza cilíndrica.

Si se considera que el espesor de la lámina es el mismo en cualquier parte de la pieza embutida, y que se mantiene constante durante el embutido, se tiene que:

$$t_0 = t_f \quad (1.24)$$

y la ec. (1.21) resulta en:

$$\frac{D_b^2}{4} = \frac{d_p^2}{4} + d_p h \quad (1.25)$$

Despejando h , se obtiene la altura permisible reportada por [3]:

$$h = \frac{D_b^2 - d_p^2}{4d_p} \quad (1.26)$$

Para que la ec. (1.26) sea válida, debe existir una relación entre el diámetro de la pieza formada y su radio del fondo mayor o igual a 20, en otras palabras $d_p / r_{pb} \geq 20$ [4]. En caso que la relación sea menor, se deben considerar las áreas que representan los arcos en los bordes. Si se toma en cuenta el radio inferior del punzón r_{pb} en el cálculo del volumen de la pieza final, la altura de embutido resulta en:

$$h = \frac{D_b^2 - d_p^2 + 4(\pi - 3)r_{pb}^2}{d_p} + 0.43r_{pb} \quad (1.27)$$

Para evaluar piezas con formas más complejas, se puede aplicar el principio de conservación del volumen para obtener la altura de la pared de la forma acopada [4].

1.5 Embutido rectangular

En el estudio del proceso de embutido son cada vez más frecuentes las aplicaciones dirigidas a las formas no cilíndricas, entre las que se encuentran las formas rectangulares. Sin embargo, la complejidad del mecanismo de deformación involucrado impide comúnmente el uso de las técnicas y procedimientos de diseño y manufactura inicialmente desarrollados para su aplicación a las formas cilíndricas.

La búsqueda de una solución a los problemas encontrados en la determinación de los parámetros adecuados para el embutido de formas rectangulares, debe considerar un análisis detallado del proceso, partiendo del análisis teórico de esfuerzos, los obstáculos para su cálculo exacto y las deformaciones. En general los parámetros presentes en el proceso de embutido cilíndrico también

están presentes en el embutido rectangular, sólo varían algunos de los parámetros geométricos del herramental y de la pieza final, Figura 1.15 y Figura 1.16, respectivamente.

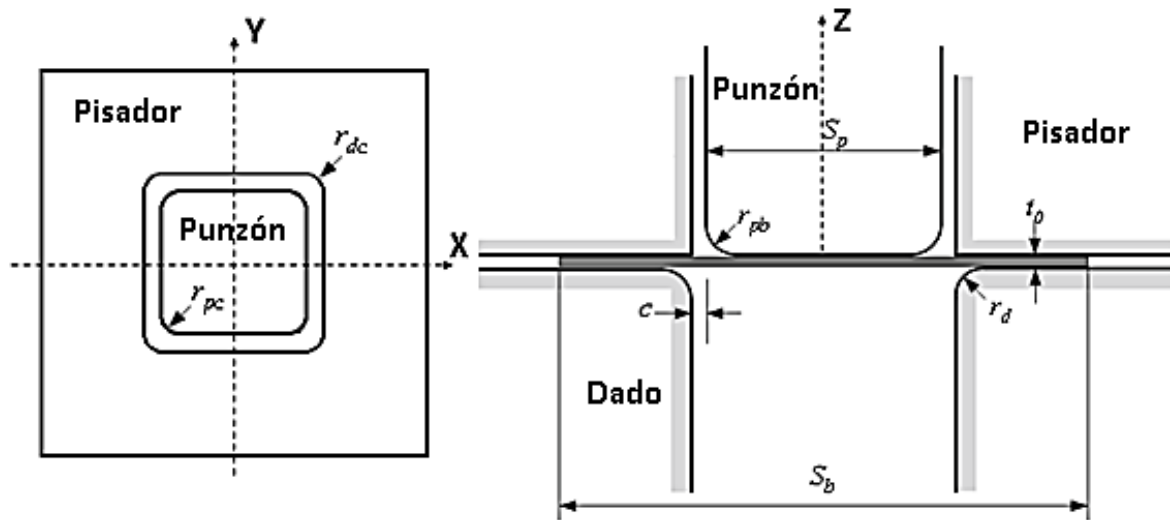


Figura 1.15. Diagrama esquemático de los parámetros geométricos del embutido de formas rectangulares (S_b = tamaño del blanco, S_p = tamaño del punzón, r_{pb} =radio inferior del punzón, r_{pc} = radio de las esquinas del punzón, r_d = radio del dado, r_{dc} =radio de las esquinas del dado t_p = espesor del blanco, c = claro).

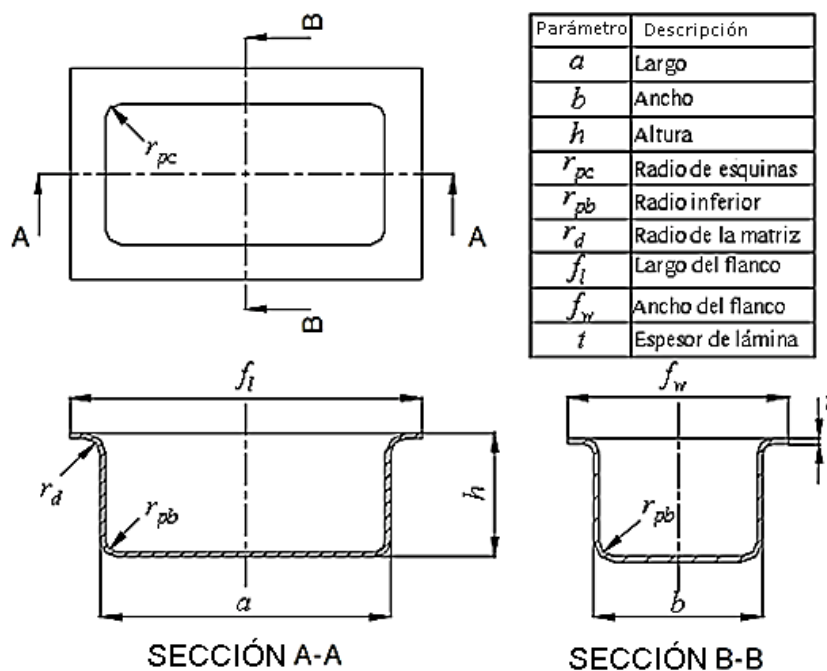


Figura 1.16. Diagrama esquemático de los parámetros geométricos de la pieza rectangular.

Para un embutido rectangular, los diámetros se sustituyen por el ancho y el largo de la forma rectangular, además se cuentan con el radio de la esquina del punzón y la relación de aspecto b/a

que indica que tan largo es el rectángulo, por ejemplo para un embutido profundo de forma cuadrada $b/a=1$.

1.6 Parámetros del embutido

Debido a la complejidad del mecanismo de deformación elastoplástica involucrada en el proceso de embutido, existen múltiples parámetros que pueden afectar el desempeño del proceso y la calidad del producto terminado. Estos parámetros se pueden clasificar en geométricos (radios, espesor, relación de aspecto, etc.), del material de la lámina metálica (esfuerzo de cedencia, parámetros del endurecimiento plástico, etc.), y del proceso en general (fuerzas del herramental, lubricación, fricción, temperatura de formado, etc.), Figura 1.17. Estos factores o parámetros interactúan entre sí, lo que dificulta el estudio del efecto que tiene cada uno de ellos en el desempeño del proceso y calidad del producto.

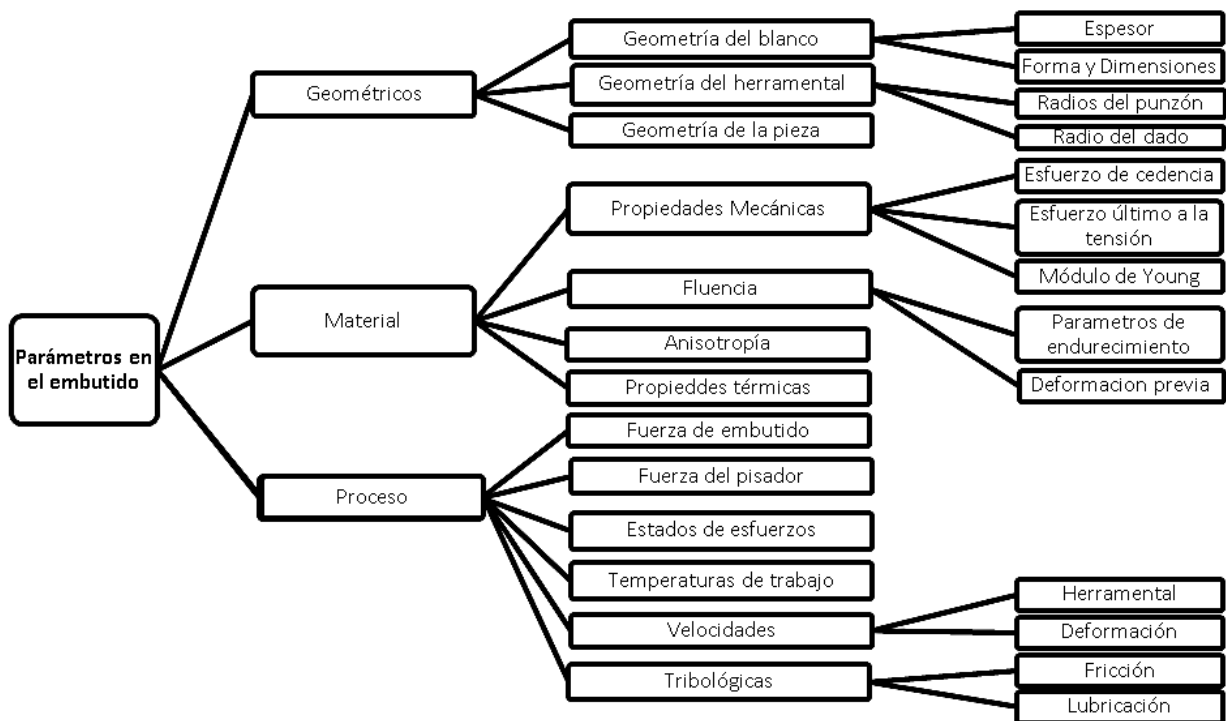


Figura 1.17. Clasificación de los parámetros del embutido.

1.6.1 Parámetros geométricos

Los parámetros geométricos del embutido están relacionados a la geometría de la pieza final, del blanco o del herramental. Entre los parámetros geométricos más importantes se encuentran: el espesor de la lámina, el diámetro de la pieza, el diámetro del blanco, el diámetro del punzón, el

diámetro de la matriz, el radio del dado o de la matriz, el radio del fondo del punzón o inferior del punzón, el ángulo de entrada del radio del dado α , el claro, la altura, etc. Además, existen otros parámetros como la relación de embutido β , áreas y relaciones de aspecto que son derivadas de parámetros geométricos más sencillos y que pueden servir para hacer equivalencias entre las diferentes formas de piezas embutir. A pesar de que estos parámetros pueden representar técnicamente lo mismo o ser equivalentes, su efecto sobre el desempeño del proceso de embutido o sobre la pieza final podría ser diferente.

En el caso del embutido cilíndrico, el diámetro del blanco, el diámetro de la pieza y la altura de la pieza, son los parámetros más significativos. Estos parámetros son la base del diseño para el embutido profundo de formas.

En el embutido de formas no regulares, los parámetros geométricos son más extensos y menos representativos para el desempeño del proceso. Algunos trabajos han estudiado el embutido de formas no regulares utilizando una relación de embutido equivalente, la cual está basada en el área del blanco, y el área transversal del punzón y la altura de la pieza, así como en el principio de conservación de volumen [20].

a) *Radio del dado*

En [21] se determinaron los valores óptimos entre el radio del dado, la fuerza del pisador y el coeficiente de fricción para un embutido axisimétrico de acero inoxidable. Los resultados sugirieron que el radio del dado tiene mayor influencia en el espesor de la copa circular que la fuerza del pisador y la fricción. En un trabajo similar se llegó a la conclusión de que la geometría del herramental, especialmente el radio del dado, es generalmente el parámetro más importante en la calidad de piezas embutidas [22].

La importancia del radio del dado, r_d , es porque un radio pequeño impone una severa deformación por flexión, incrementando la fuerza de embutido. Para reducir la fuerza de embutido e incrementar el límite de la relación de embutido, se aumenta el radio del dado, el cual depende del tamaño de la pieza de trabajo y del espesor de la lámina. Sin embargo, un radio grande reduce el área de contacto entre el pisador y el flanco, e incrementa la tendencia a la formación de arrugas en la región del radio del dado. Oehler y Kaiser [19] desarrollaron una expresión empírica para el cálculo del radio del dado:

$$r_d = 0.035[50 + (D_b - d_p)]\sqrt{t_0} \quad (1.28)$$

en donde:

r_d : Radio del dado.

D_b : Diámetro del blanco.

d_p : Diámetro del punzón.

t_0 : Espesor del blanco.

b) Claro

En el proceso de embutido el claro, c , es un factor de suma importancia, pues permite que el material se desplace sin modificar substancialmente su espesor. Además permite el flujo y reacomodo de la estructura del grano sin rebasar el límite de deformación plástica del material, evitando fracturas y/o arrugas en el material. Oehler and Kaiser [19] proponen la siguiente relación empírica para el cálculo del claro:

$$c = t_0 + k_{claro}\sqrt{10t_0} \quad (1.29)$$

donde k_{claro} es un factor con valor en el rango 0.02 a 0.2, dependiendo de la ductilidad del metal, e.g., para aleaciones de aluminio $k_{claro} = 0.02$ y para aceros rolados en caliente $k_{claro} = 0.2$. Para embutido rectangular se puede utilizar $c=1.25t_0$ para aleaciones de aluminio, $c = (1.1, \dots, 1.2)t_0$ para acero de embutido, y $c = (1.75, \dots, 2.5)t_0$ para acero inoxidable [4].

c) Radio inferior del punzón

Si el radio inferior del punzón se incrementa de una a cinco veces el espesor de la lámina, la carga de ruptura de la pared lateral del recipiente decrecerá de tal manera que permitirá mayor deformación para el diámetro del flanco, permitiendo mayor profundidad en la copa antes de que sus paredes laterales se desgarran [3]. Además, si el radio inferior del punzón es menor a cuatro veces el espesor de la lámina, es deseable formarlo en dos pasos, el primero con un radio del punzón más grande y el segundo con el radio especificado. Lo anterior minimizará las fallas en la base del recipiente. Para su cálculo en [4] recomiendan aplicar las siguientes expresiones:

$$\begin{aligned} r_{pb} &= (3 \dots 4)t_0 \text{ para } d = 6.3 \text{ a } 100 \text{ mm} \\ r_{pb} &= (4 \dots 5)t_0 \text{ para } d = 100 \text{ a } 200 \text{ mm} \\ r_{pb} &= (5 \dots 7)t_0 \text{ para } d > 200 \text{ mm} \end{aligned} \quad (1.30)$$

La ec. (1.30) se puede utilizar para obtener un radio inferior del punzón de acuerdo al tamaño de la pieza.

d) *Espesor del blanco*

El espesor es uno de los principales parámetros de la calidad de una pieza embutida. Si el espesor cambia durante las etapas del embutido, puede ocurrir una ruptura repentina en la pieza. Generalmente la distribución de espesor debe ser uniforme en la pieza embutida; pero como el proceso tiene diferentes etapas, y como las variables a controlar son impredecibles, el espesor puede variar un poco. La existencia de variación de espesor en las etapas del embutido puede causar concentración de esfuerzos, induciendo la presencia de defectos en la lámina tales como arrugas, fisuras y/o fracturas.

El principal problema causado por la selección del espesor de la lámina es el desarrollo de arrugas, las cuales son ocasionadas por la inestabilidad mecánica en el plano del blanco. Esta inestabilidad se debe a la compresión circunferencial a que está sujeta la lámina conforme avanza a la cavidad del dado durante el embutido. Una relación de diseño que ayuda a definir el espesor es la relación del espesor al diámetro t/D_b , cuyo valor recomendable es mayor a 1% para evitar la formación de arrugas.

e) *Radio de la esquina del punzón*

El radio de la esquina del punzón r_{pc} , es el principal factor en la determinación de la altura de un embutido cuadrado o rectangular [4]. La distancia entre los centros de los radios de la esquina deben ser al menos seis veces el valor r_{pc} ; si la distancia es menor que $6r_{pc}$ la altura de la pieza embutida tiene que ser disminuida proporcionalmente. Por lo tanto se debe cumplir que $r_{pc} \leq b/8$, si se toma en cuenta que se necesita sumar $2r_{pc}$ a la distancia entre los centros para obtener el ancho b . El radio inferior del punzón r_{pb} a lo largo de los lados rectos es recomendable que sea el mismo tamaño que el radio de la esquina o más grande. El tamaño del radio de esquina en relación con la altura de embutido se muestra en la Tabla 1.2 [4].

Tabla 1.2. Altura máxima de embutido de una pieza cuadrada o rectangular, obtenida en una sola pasada [4].

Distancia más corta entre dos centros de los radios de las esquinas	Factor de profundidad máximo para embutido (multiplicar el radio de las esquinas por el número de abajo)
mm	
Hasta 5.00	8
5.00 to 9.50	7
9.50 to 12.50	6
12.50 to 19.00	5
Más de 19.00	4

La Tabla 1.2 está dentro de la relación propuesta por Smith-Bakerjian [23], quienes consideran que la altura permisible de embutido, DDH , es seis veces el radio de esquina del punzón:

$$\frac{DDH}{r_{pc}} \leq 6 \quad (1.31)$$

f) *Relación de aspecto*

La relación de aspecto b/a , es la razón del ancho b entre el largo a , aunque en algunos trabajos se maneja la relación inversa a/b . En la Figura 1.18 se presenta el efecto de la relación de aspecto a/b sobre la altura del embutido [24], en donde se observa que existe poco efecto. En [7] se obtuvo que una relación b/a , tiene un comportamiento espejo de la curva presentada en la Figura 1.18. De estos resultados se observa que cuando la relación es 1, se trata de una pieza cuadrada y se obtendrá una altura de embutido mayor que cuando es rectangular.

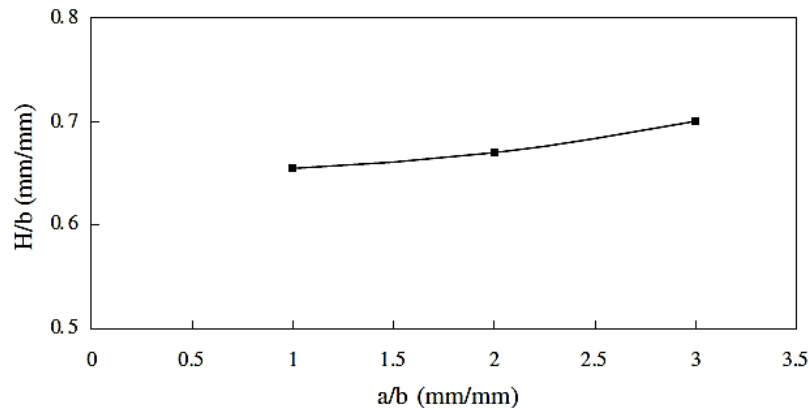


Figura 1.18. Relación entre la relación de aspecto y la altura de embutido [24].

El embutido de piezas rectangulares constituidas por aleaciones de alta resistencia, con lados que sobrepasan 50 veces o más el espesor de la lámina, da lugar a un problema de inestabilidad debido a la deflexión de los lados por la acción instantánea del troquel [3]. Este problema puede ser eliminado embutiendo la lámina en dos operaciones, con punzones un poco diferentes y un recocido intermedio.

Comúnmente el embutido de formas cuadradas o rectangulares no puede realizarse en un solo paso, porque la profundidad del embutido puede ser restrictiva. Sin embargo, si se usan dos dados (sucesivos) se puede crear otro problema, especialmente cuando se embute acero. La presión de embutido, siendo aplicada dos veces sobre las áreas de las esquinas, produce esfuerzos considerables en éstas secciones de la pieza [3]. La deformación que afecta los lados de la caja, va directamente hacia el área de las esquinas, haciéndolas susceptibles al desgaste. A menudo las esquinas de éste tipo de cajas están congestionadas de esfuerzos por endurecimiento y ésta condición deteriora el segundo embutido.

1.6.2 Parámetros del material

Las propiedades mecánicas del material a embutir tienen un efecto significativo en el proceso de embutido, en particular en la altura de embutido. Sin embargo, las propiedades estructurales del material dependen del historial de su procesamiento o deformaciones previas a las que fue sometido antes de la operación de embutido.

a) *Esfuerzo último y relación de embutido*

La relación de embutido máxima, β_{max} , en una operación de embutido depende del tipo de material. Siebel and Beisswänger [19] igualaron el esfuerzo máximo en el embutido, $\sigma_{z,max}$, con el esfuerzo de fractura, el cual se puede asumir como el esfuerzo último a la tensión, proponiendo la siguiente ecuación:

$$\sigma_{z,max} = \frac{1.1\sigma_{fm,I}}{\eta_{def}} \left[\ln \left(\frac{D_b}{d_p} \right)_{max} - 0.25 \right] = \sigma_{UTS} \quad (1.32)$$

Donde:

$\sigma_{fm,I}$: es el esfuerzo de flujo promedio, para aceros puede ser $\sigma_{fm,I} \approx 1.3\sigma_{UTS}$ [19].

$\frac{D_b}{d_p} = \beta_{max}$: es la relación de embutido máxima.

η_{def} : Es la eficiencia de la deformación del material.

De la ec. (1.32) se observa que la relación máxima de embutido depende del esfuerzo o resistencia última a la tensión del material.

Por otro lado en [19] se especifica que hay muchos parámetros que influyen en el valor β_{max} , entre los cuales se encuentra la relación de diámetro y espesor, la fricción entre el punzón y la matriz, el exponente de endurecimiento n (de la ecuación de endurecimiento exponencial $\sigma = k\varepsilon^n$) y de la anisotropía.

b) Endurecimiento por deformación y esfuerzo de cedencia inicial

Dixit y Saxena [14] realizaron un estudio paramétrico de la influencia de las propiedades plásticas del material en la altura de embutido máxima permisible antes de la fractura. Los resultados obtenidos muestran que para piezas cuadradas el coeficiente de endurecimiento K no tiene influencia; mientras que al incrementar el exponente de endurecimiento n , la altura máxima permisible disminuye muy ligeramente. En el caso del esfuerzo de cedencia inicial, σ_{y0} , su comportamiento se muestra en la Figura 1.19, en donde se observa poca influencia en la altura de embutido.

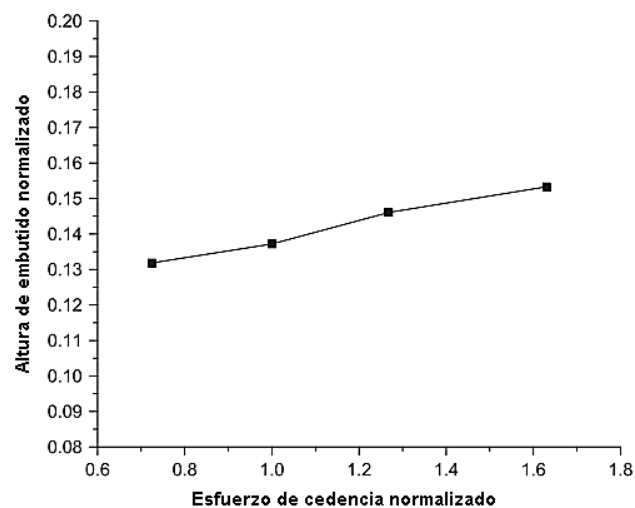


Figura 1.19. Relación entre el esfuerzo de cedencia y la altura de embutido [14].

Por otro lado, en [14] se analizó la influencia de los parámetros plásticos del material sobre la altura de embutido para dos materiales diferentes. Sus resultados obtenidos muestran que en un embutido cuadrado, los parámetros σ_{y0} , K y n tienen poca influencia, Figura 1.20, siendo más determinante los parámetros de daño o fractura de cada material. Por lo tanto, aunque la aleación

de aluminio tiene valores de σ_{y0} , K y n más bajos que el acero, el aluminio alcanza una altura mayor de embutido al tener mejores propiedades en los parametros de fractura.

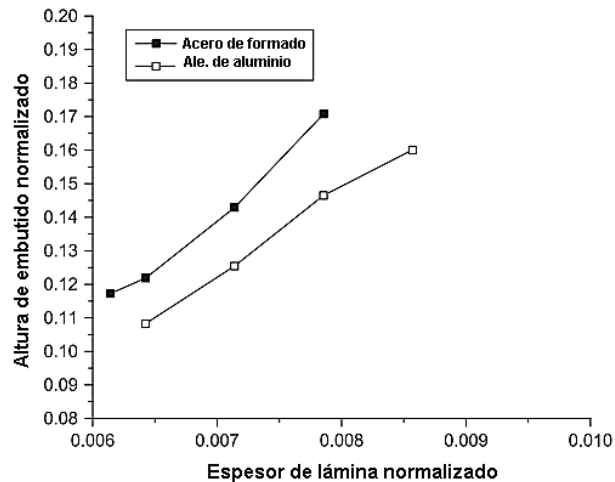


Figura 1.20. Altura de embutido para distintos tipos de material [14].

Para el caso de la altura de embutido antes del arrugamiento, Saxena [25] comparó la influencia del material con dos aleaciones de aluminio, obteniendo los resultados mostrados en la Figura 1.21. La aleación AA6111-T4 condujo a una mayor altura de embutido debido a que tiene un menor σ_{y0} y un mayor n , que la aleación AA2090-T3.

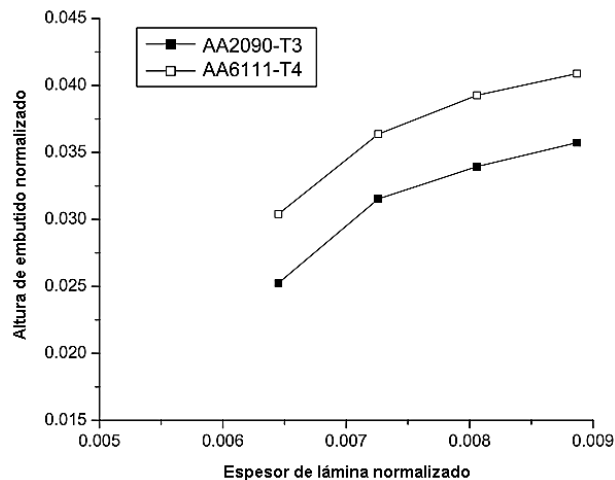


Figura 1.21. Altura de embutido antes del arrugamiento para dos aleaciones de aluminio [25].

c) Dirección de laminación

La deformación durante el proceso de rolado de la lámina para embutido introduce un fenómeno llamado direccionalidad, anisotropía o algunas veces fibrosidad. Este fenómeno, que puede ser significativo para ciertas aplicaciones, se manifiesta cuando el material exhibe diferentes

propiedades en diferentes direcciones. Durante el proceso de embutido, la direccionalidad mecánica de la lámina puede hacerla susceptible a una separación en el plano paralelo a sus superficies, ocasionada por una aglomeración de los constituyentes duros o segregaciones. La direccionalidad cristalográfica es común en las hojas recocidas o trabajadas en frío. El fenómeno más conocido de esta direccionalidad es el desarrollo de ondulaciones en las orillas de una copa embutida. El embutido de una copa cilíndrica pequeña es un método común para probar la direccionalidad de una lámina. Otro método consiste en cortar varios segmentos en diferentes direcciones de las orillas de la lámina, cada segmento es desgarrado y su longitud final indica la variación de la direccionalidad.

1.6.3 Parámetros del proceso

a) *Fuerza de embutido*

La fuerza de embutido o fuerza del punzón se incrementa rápidamente debido a la variación del volumen del metal y a la resistencia al flujo de metal, pasando a través de un máximo (aproximadamente $0.77 \cdot D_b$), disminuyendo gradualmente a cero en los lados cercanos al flanco, Figura 1.22 [19]. La fuerza requerida para embutir la lámina en la posición intermedia tiene un mínimo de tres componentes:

- a) La fuerza requerida para la compresión circunferencial y radial del metal en el flanco.
- b) La fuerza requerida para doblar y enderezar al metal que está fluyendo dentro de la cavidad del dado.
- c) La fuerza requerida para vencer la fricción del metal pasando a través del pisador y sobre el radio del dado.

Con base en este conjunto de fuerzas se logra obtener una fuerza de embutido resultante que es la fuerza del punzón requerida para formar la lámina.

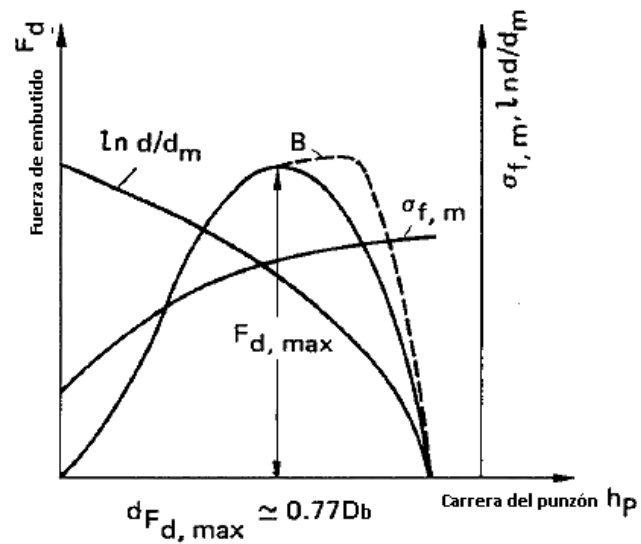


Figura 1. 22. Diagrama de fuerza-carrera del punzón para un embutido simple [19].

b) *Fuerza del pisador*

La magnitud de la fuerza del pisador en las etapas iniciales del embutido juega un papel importante en el espesor de la lámina de la pieza embutida. Como se puede observar en la Figura 1.23 [26], si la fuerza del pisador es baja, originará que en el comienzo de la operación de embutido la lámina no se retenga en su lugar haciendo que en la pieza final aparezcan arrugas. Por otro lado, si la fuerza del pisador es alta se restringa el flujo de material desde el inicio del proceso, provocando que el material comience a adelgazarse de manera temprana y posteriormente la aparición de grietas o fracturas. Al controlar el valor de la fuerza del pisador a un valor óptimo, se puede restringir la tendencia a la formación de arrugas y permitir el flujo libre del material en la cavidad del dado. Por tal motivo, es necesario mantener un equilibrio de la fuerza de pisador para que lograr un mejor desempeño en proceso de embutido.

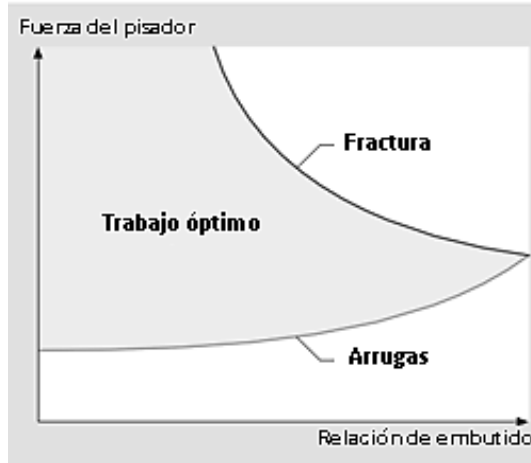


Figura 1.23. Fuerza de pisador Vs. relación de embutido [26].

La expresión más utilizada para el cálculo de la fuerza del pisador en el proceso de embutido fue desarrollada por Siebel y Beisswänger [19], y se muestra a continuación:

$$F_{BH} = K_{BH} \left[(\beta - 1)^2 + \frac{0.005D_b}{t_0} \right] \sigma_{uts} A_{BH} \quad (1.33)$$

donde el factor K_{BH} tiene un rango de 0.002 a 0.003 y A_{BH} es el área del pisador con la lámina que para el caso de un embutido rectangular se tiene:

$$A_{BH} = (A \cdot B - (a + 2c + 2r_d) \cdot (b + 2c + 2r_d)) \quad (1.34)$$

Con la ec. (1.34) se puede estimar el área de contacto entre el pisador y lámina en un embutido rectangular.

c) Velocidad de la prensa

La velocidad de la prensa o embutido es la velocidad con la que el punzón se desplaza. La velocidad lineal de una prensa en condiciones ideales es de 0.381m/s para embutido profundo de acero de bajo carbón [23]. Las condiciones ideales para llevar a cabo un embutido a una velocidad adecuada de la prensa son: a) empleo de un metal con calidad para embutido, b) un correcto uso de la lubricación que permita el flujo del material y la sujeción del mismo para evitar defectos, c) herramientas con buena precisión, d) fuerza o presión del pisador controlada cuidadosamente, y e) mantenimiento adecuado a las prensas para obtener un alto nivel de exactitud. Cualquier condición distinta a la ideal requerirá de una reducción en la velocidad de la prensa.

La velocidad del punzón en las prensas hidráulicas es relativamente constante en toda la carrera del punzón [27]. Sin embargo, en las prensas mecánicas la velocidad del punzón corresponde a la velocidad a la mitad de la carrera del punzón. El único ajuste que puede hacerse para modificar la máxima velocidad es reducir la velocidad del volante o emplear una prensa con una carrera más corta que opere al mismo número de golpes por minuto.

El embutido de acero inoxidable y las aleaciones resistentes al calor requieren de una selección más cuidadosa de la velocidad embutido. Lo anterior debido a que estos materiales tienen diferentes propiedades mecánicas comparadas con un acero al carbono. Una velocidad excesiva de la prensa puede causar roturas y adelgazamiento excesivo de la pared debido al incremento en la resistencia a la deformación del material. En la Tabla 1.3 se muestran las velocidades de embutido típicas para diferentes materiales [28].

Tabla 1.3. Velocidades típicas de embutido para diferentes materiales [28].

Material	Velocidad de embutido	
	m/min	ft/min
Aluminio	45.7-53.3	150-175
Latón	53.3-61	175-200
Cobre	38.1-45.7	125-150
Acero	5.5-15.2	18-50
Acero inoxidable	9.1-12.2	30-40
Zinc	38.1-45.7	125-150

d) *Temperatura de trabajo*

En el proceso de formado de metal la deformación plástica y la fricción contribuyen a la generación de calor. Aproximadamente entre el 90% al 95% de la energía mecánica involucrada en el proceso es transformada en calor [5]. Una parte de este calor permanece en el material deformado, otra parte fluye hacia las herramientas, mientras que otra parte se puede conducir a la sección no deformada del material. Las temperaturas desarrolladas en el proceso de embutido influyen en las condiciones de lubricación, vida de las herramientas y propiedades del producto final, así como también en la velocidad máxima de deformación que puede ser usada para producir piezas sin un daño excesivo del herramental. Por lo tanto, la temperatura de la pieza durante la deformación plástica influye enormemente en el proceso de formado metálico. De acuerdo a [12], un proceso de embutido en frío es aquel en el que la temperatura del material es menor a 1/3 de la temperatura de fusión o fundición del material del blanco.

En trabajos relacionados, Chen, et al. [29] realizaron un análisis del embutido de una pieza rectangular hecha con una aleación de magnesio, concentrándose en el comportamiento de la altura del embutido con respecto a la temperatura de trabajo. Los resultados se muestran en la Figura 1.24, en la cual se puede observar que existe un valor óptimo de temperatura que produce la mayor altura de embutido. A este valor óptimo de temperatura procedieron a estudiar el efecto del radio del punzón inferior r_{pb} y de la esquinas r_{pc} , en la altura de embutido. Los resultados se muestran en la Figura 1.25, en donde se observa que las curvas del efecto de r_{pb} y r_{pc} sobre la altura de embutido en formado en caliente fueron similares a las obtenidas en un embutido a temperatura ambiente [24].

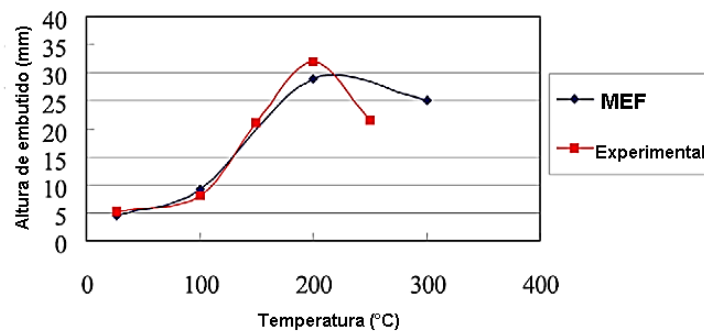


Figura 1.24. Relación entre la temperatura y la altura de embutido [29].

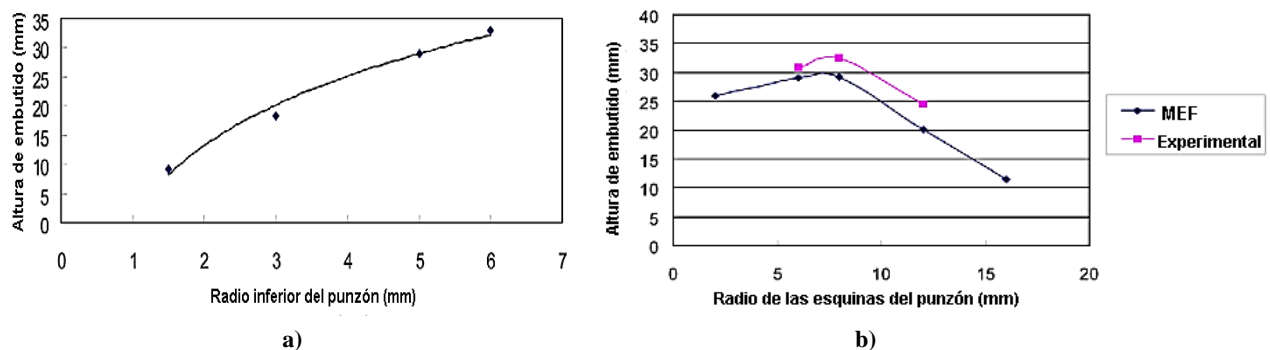


Figura 1.25. Efecto del: a) radio inferior del punzón y b) radio de la esquina del punzón, sobre la altura de embutido en caliente [29].

e) Fricción, lubricación y refrigeración

En los procesos de formado, la deformación de la lámina es afectada por la lubricación y fricción entre la pieza de trabajo y el herramental. La fricción puede alterar significativamente la deformación a lo largo del producto. La presencia de un lubricante efectivo en las interfaces de contacto incrementa la formabilidad y calidad del producto, y reduce el uso de herramientas adicionales. Sin embargo, las condiciones de carga y la inestabilidad plástica pueden conducir a la fractura, dependiendo de las condiciones de lubricación.

Existen tres tipos básicos de lubricación que gobiernan las condiciones de fricción en el formado de metal [27]:

1. *Condiciones secas*, donde no se aplica lubricante en la interface. En este caso sólo las capas de óxido de los materiales que interactúan entran en contacto. La fricción llega a ser elevada de tal modo que esta situación sólo es deseable en algunos casos, como por ejemplo en el rolado en caliente y extrusión de aleaciones de aluminio.
2. *Condiciones hidrodinámicas* en donde se coloca una pequeña capa de lubricante entre el dado y la lámina. En este caso las condiciones de fricción son gobernadas por la viscosidad del lubricante y por la velocidad relativa entre el dado y la lámina.
3. Condiciones de temperatura entre las interfaces de trabajo para variar el coeficiente de fricción, pero este proceso no es muy confiable.

En la práctica es común usar una lubricación empírica. En algunas aplicaciones de formado de metal el factor de lubricación es importante por lo cual es necesario determinarlo. A este factor de lubricación se le conoce como factor de fricción y se representa como:

$$F_r = \mu P \quad (1.35)$$

donde F_r es la fuerza de fricción cortante, μ es el factor de fricción y P es la carga compresiva de la interface de las piezas. Por lo general el valor de fricción varía de 0 a 1. En el embutido esta fricción se presenta en 3 superficies o interfaces de contacto:

- a) Interface del punzón-lámina $\mu_{\text{punzón}}$
- b) Interface lámina-dado μ_{dado}
- c) Interface pisador-lámina μ_{pisador}



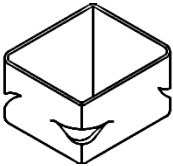
Durante el embutido el trabajo de fricción de las fuerzas de fricción entre la lámina, el punzón, la matriz y el pisador, y la energía mecánica desarrollada, se transforman en calor. Esto ha motivado al estudio de fluidos cuyas propiedades refrigerantes y deslizantes facilitan el conformado de cada uno de los materiales. Generalmente los fluidos lubricantes y refrigerantes son mezclas homogéneas de dos o más sustancias que al aplicarlas sobre la lámina, forman una película entre ésta y el herramental. Una lubricación adecuada también mejora el acabado superficial de las piezas.

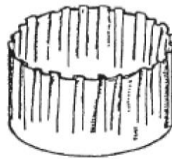

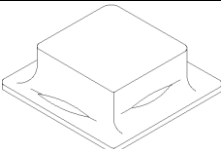
El tipo de lubricante a utilizar depende de la operación a realizar y del material conformado. También la selección del lubricante está influenciada por la facilidad para aplicarlo, removerlo y por la corrosión que este puede generar en la pieza, entre otros factores. En general, conforme la efectividad de un lubricante aumenta, la dificultad para removerlo también aumenta. Por ejemplo, la grasa o el aceite pueden ser removidos fácilmente, mientras que para remover lubricantes con contenidos de óxido de zinc, litopono, plomo blanco, molibdeno desulfurado, o grafito, se requieren procedimientos especiales (incluida frecuentemente la limpieza manual). El costo de la aplicación y remoción del lubricante así como su costo inicial son factores que deben considerarse en el costo de las partes embutidas.

1.7 Defectos en el embutido

Los defectos más comunes del embutido se muestran en la Tabla 1.4. En general los defectos pueden ser divididos en cuatro tipos: fracturas, arrugas pronunciadas, deformación por recuperación elástica, entre otros, [12], [15], [30].

Tabla 1.4. Defectos y contramedidas del embutido [12], [15] y [30].

Defectos		Contramedidas	
Ruptura y estrangulación		En la operación	En el material
	Ruptura del fondo y estrangulación.	Aumentar el radio del fondo del punzón. Ajustar el exceso de fuerza del pisador. Optimizar la distribución del material. Ajustar la falta del claro y buscar la óptima centralización.	Uniformizar el espesor de la silueta. Aumentar la capacidad del embutido (aumentar los valores de r y n respectivamente). Aumentar la elongación uniforme.
	Ruptura del fondo	Aumentar el radio del fondo del punzón. Evitar esfuerzos altos a la tensión que causan adelgazamiento y rotura del metal en esta región. Evitar el estiramiento aumentando la lubricación. Aumentar el claro.	Uniformizar el espesor de la silueta. Aumentar la capacidad del embutido (aumentar los valores de r y n respectivamente). Aumentar la elongación uniforme.
	Ruptura de la esquina de la pared y estrangulación.	Aumentar el radio de la esquina o aumentar el número de procesos. Ajustar la presión del pisador y el cordón del embutido. Optimizar la distribución del material (en particular la esquina). Ajustar el claro y el radio del dado en la esquina. Lubricar adecuadamente.	Aumentar la capacidad del embutido (aumentar los valores de r y n respectivamente). Aumentar la elongación uniforme. Disminuir la anisotropía (de la superficie de lámina), o ajustar la dimensión y dirección de la distribución del material. Eliminar la segregación del material.

	Ruptura y adelgazamiento en la boca del embutido.	Aumentar material en la esquina de la silueta y en la parte paralela.	--
Arrugas			
	Arrugas en la pestaña.	Incrementar la fuerza del pisador. Utilizar el pisador adecuado para el trabajo (embutido de la forma extraordinaria).	Aumentar el valor "n" Disminuir la anisotropía de la superficie. Disminuir la tolerancia del espesor de lámina. Aumentar la fuerza del pisador. Variar la lubricación.
	Arrugamiento en la pared.	Evitar que un flanco arrugado se embuta en el cilindro.	Aumentar el valor "n". Disminuir la anisotropía de la superficie. Disminuir la tolerancia del espesor de lámina. Aumentar la fuerza del pisador. Variar la lubricación.
	Sobrante del material	Optimizar la dirección del trabajo, la cara del pisador y la forma del punzón. Ajustar el radio de la matriz y del punzón, el claro, el cordón, etc.	Disminuir la anisotropía de la superficie. Aumentar el valor "n". Disminuir la tolerancia del espesor de lámina.
Deformación por recuperación de la elasticidad			
	Distorsión en el producto de la forma irregular.	Uniformar y fortalecer la fuerza de tensión por el uso del cordón del embutido, el pisador y el embutido de escala.	Disminuir la deformación (aumentar lo plano de la nariz del punzón). Disminuir la anisotropía de superficie.
Otros defectos			
	Línea de choque en la pared del producto.	Alinear la unión del radio de la matriz. Ajustar la fuerza del punzón y del pisador tal que la fuerza llegue a ser mayor al final del proceso.	--
	Rayado superficial.	Limpiar el dado y el punzón de partículas indeseadas. Rectificar el herramental y dejar las superficies lisas. Aumentar la lubricación.	Utilizar una lámina con otro tratamiento superficial o más lisa.

Capítulo 2

Análisis teórico del proceso de embutido rectangular

En el presente capítulo se presenta el análisis teórico del embutido rectangular, iniciando con una descripción del proceso, así como los esfuerzos y deformaciones presentes. Después se explican los conceptos fundamentales tales como el principio de conservación de volumen, la conservación de la energía por la deformación y el diámetro equivalente, así como un desarrollo de la teoría de plasticidad involucrada en el proceso. Posteriormente se presenta el desarrollo de nuevas ecuaciones para el cálculo de la fuerza de embutido rectangular, las cuales se derivan a partir de diferentes expresiones existentes para el cálculo de la fuerza de embutido de piezas cilíndricas. Finalmente se presentan las ecuaciones propuestas para el cálculo de la altura de embutido de formas rectangulares.

2.1 Embutido rectangular

Los parámetros geométricos del embutido rectangular se muestran en la Figura 2.1 y Figura 2.2.

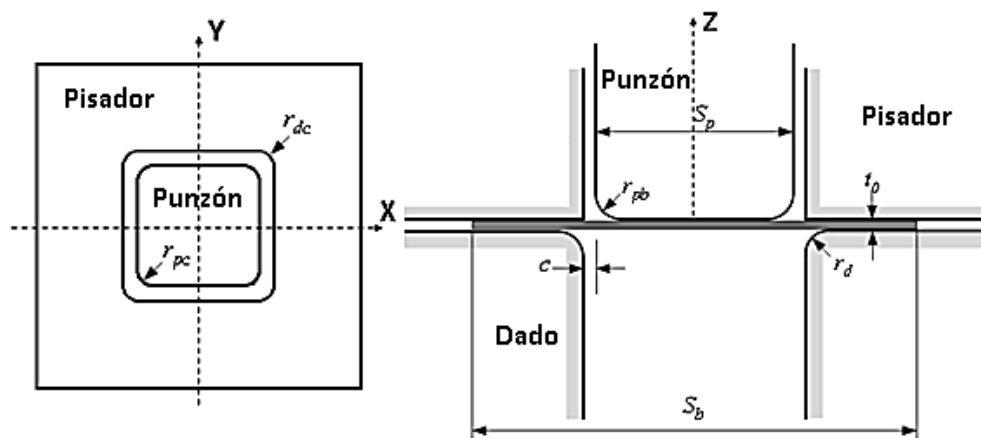


Figura 2.1. Parámetros geométricos del embutido de formas rectangulares (S_b = tamaño blanco, S_p = tamaño punzón, r_{pb} =radio inferior del punzón, r_{pc} = radio de las esquinas del punzón, r_d = radio del dado, r_{dc} =radio de las esquinas del dado t_0 = espesor del blanco, c = claro).

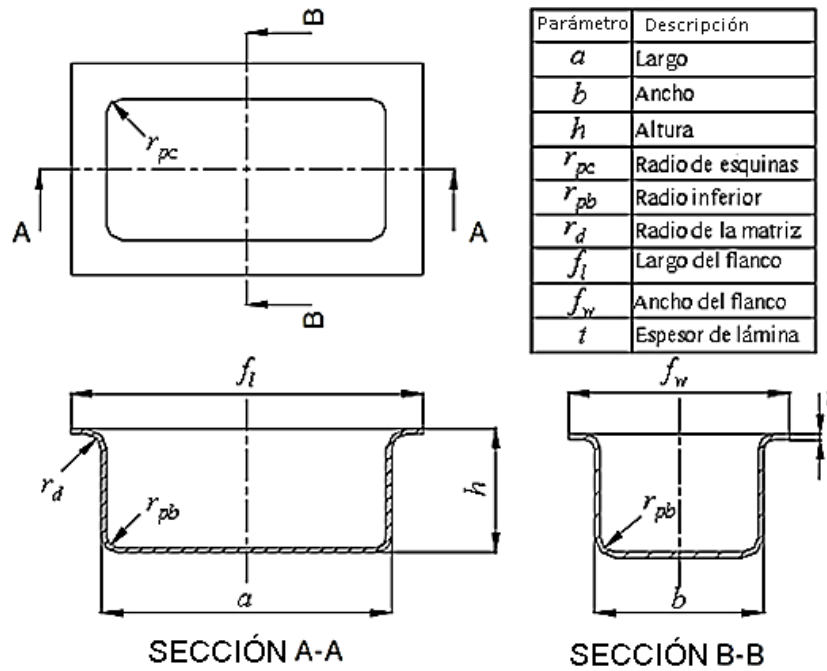


Figura 2.2. Parámetros geométricos de una pieza rectangular [3].

El proceso de embutido rectangular se puede considerar en tres etapas. Inicialmente el punzón y el pisador se desplazan verticalmente sin entrar en contacto con la lámina, Figura 2.3a. Después de un pequeño avance del punzón, el pisador tiene que adelantarse para sujetar la lámina, Figura 2.3b. Simultáneamente las porciones exteriores de la lámina, que constituyen los flancos en la lámina, se mueven radialmente hacia el centro de la lámina. Estos flancos decrecen en longitud circunferencialmente y en correspondencia aumentan su longitud radial hasta alcanzar el radio del dado. Los flancos son doblados conforme pasan por el radio del dado, y posteriormente pasan a formar la pared del recipiente. Durante el embutido, el material que entra en contacto con la cara del punzón permanece sin cambios. Las áreas que formarán las paredes del recipiente cambian de una forma trapezoidal a una rectangular conforme pasan por el radio del dado, y a partir de este punto no habrá más flujo de material, Figura 2.3c.

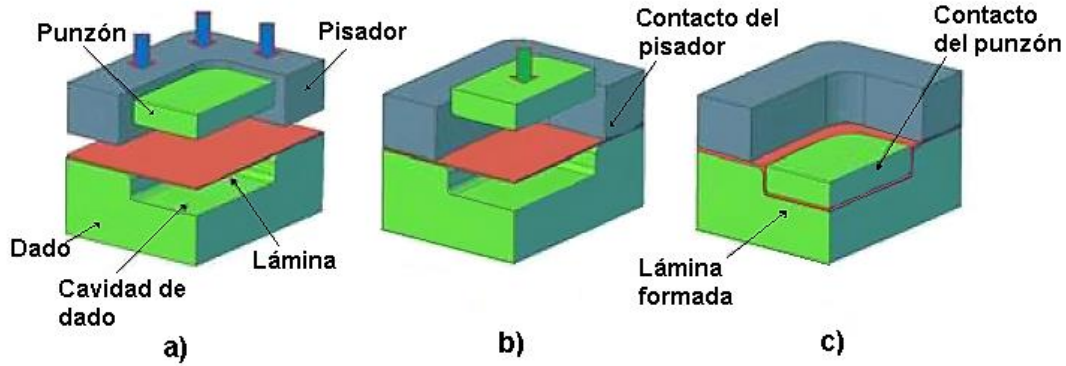


Figura 2.3. Etapas del proceso de embutido: a) movimiento del punzón y pisador, b) contacto del pisador con la lámina y desplazamiento del punzón, y c) contacto del punzón sobre la lámina [5].

El embutido de formas rectangulares, Figura 2.4, involucra un embutido verdadero sólo en las esquinas; en las paredes laterales el material experimenta más correctamente un doblado [3]. Es decir, algunas zonas de la lámina requerirán de un trabajo en frío muy severo y otras simplemente un doblado. Los esfuerzos en las esquinas del material son de compresión, causando un movimiento de la lámina hacia el radio del dado, y son de tensión en la porción de la lámina que ya ha pasado por el radio del dado. La lámina entre las esquinas se encuentra solamente a tensión en las áreas correspondientes a las paredes y los flancos.

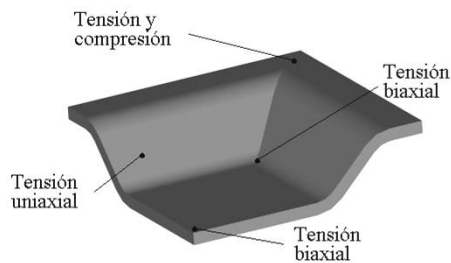


Figura 2.4. Tipos de esfuerzos presentes en el embutido de una lámina rectangular [3].

Las deformaciones que se presentan en la esquina del flanco se pueden observar en la Figura 2.5 [31]. En la zona B actúa un mecanismo similar al embutido cilíndrico, mientras que en la zona C hay componentes cortantes debido al cambio de sección. La zona F presenta un fenómeno de doblado. La zona A se opone a la deformación manteniéndose rígido y en la zona D hay acumulación de material que hace que aumente el espesor.

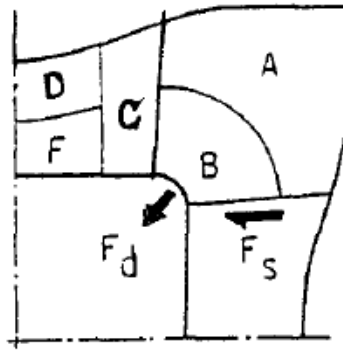


Figura 2.5. Clasificación del área del flanco con base en el comportamiento de la deformación: A rígido, B estirado, C cortante, D aumento de espesor, y F doblado [31].

El flujo de la lámina durante el embutido de una pieza rectangular puede visualizarse marcando la superficie del blanco como se muestra en la Figura 2.6a. En cada esquina del blanco las líneas han sido trazadas de forma distinta, la esquina superior izquierda se define con líneas radiales y semicirculares y la esquina superior derecha con un líneas verticales y horizontales formando una cuadrícula. Después del embutido la líneas trazadas en el blanco se han desplazado permitiendo apreciar el flujo de la lámina ocurrido para formar las esquinas tal como se muestra en la Figura 2.6b.

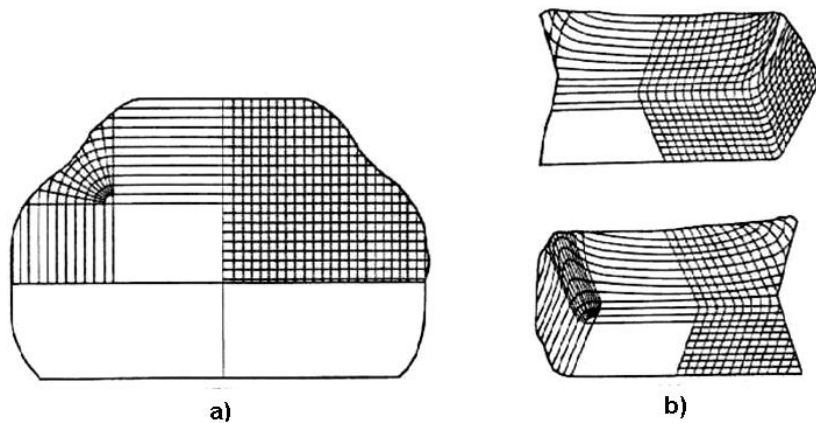


Figura 2.6. Flujo de metal en el embutido rectangular: a) superficie del blanco con las líneas marcadas; b) esquinas de la pieza mostrando el flujo del metal [23].

2.2 Análisis de esfuerzos en el embutido rectangular

El análisis del proceso de embutido se basa en la teoría clásica de la plasticidad, incluyendo los criterios de cedencia y las reglas de flujo para los materiales de ingeniería convencionales. Durante la operación de formado de la lámina, el material se deforma plásticamente para

formar la pieza. El troquel o herramienta ejerce la presión sobre el material a través de la interface herramienta/lámina. Debido al número de variables involucradas resulta difícil formular con precisión el fenómeno físico involucrado para describir la operación de conformado. El flujo de metal es afectado por parámetros geométricos, del material y del proceso.

Daxin, et al. [32] realizaron un análisis de esfuerzos para un proceso de embutido simple de piezas rectangulares donde consideraron los siguientes parámetros:

Parámetros geométricos: r_{po} , S_b , S_p , a , b , t_0 , c y r_d .

Parámetros del material: los esfuerzos de fluencia de la lámina se expresan mediante ecuaciones constitutivas como: $\sigma_f = f(\bar{\epsilon}, \dot{\bar{\epsilon}}, T)$.

Parámetros del proceso: Un solo coeficiente de fricción μ constante y uniforme en las interfaces pisador-lámina y lámina-dado, y fuerza del pisador F_{BH} .

También dividieron en 3 zonas un cuarto de la pieza del embutido: esquina, lado largo y lado corto, Figura 2.7. El efecto cortante, las deformaciones y flujo de material entre estas zonas no fueron tomados en cuenta y se consideraron independientes.

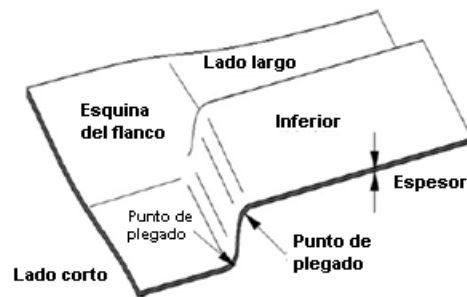


Figura 2.7. El flanco es dividido en tres secciones: el lado recto largo, el lado recto corto y la esquina [32].

2.2.1 Esfuerzos en la esquina

Los esfuerzos en las esquinas se pueden modelar como un embutido cilíndrico mientras en las paredes laterales el material experimenta más correctamente un doblado [3] y [32]. Para el material localizado en la esquina del flanco, es necesario obtener un “radio equivalente”, r_{pcm} , que represente el cambio de dimensión que va sucediendo mientras el punzón va deformando el fondo de la pieza. Daxin [32] igualó el área de la esquina del flanco a un cuarto del área de un círculo con radio r_{pcm} , este radio fue su “radio equivalente”, Figura 2.8a. Asumiendo un

espesor de lámina t_0 constante durante toda la deformación y utilizando las coordenadas cilíndricas, la condición de equilibrio de esfuerzos puede expresarse como [32]:

$$\frac{d\sigma_r}{dr} + \frac{\sigma_r - \sigma_\theta}{r} = 0 \quad (2.1)$$

Donde σ_r es el esfuerzo radial, σ_θ es el esfuerzo tangencial y r es el radio del eje de axisimetría hasta el punto del material (Figura 2.8b). De acuerdo a la teoría del esfuerzo cortante máximo (véase Tresca, Tabla 1.1), $\sigma_r - \sigma_\theta = \lambda\sigma_f$, donde σ_f es el esfuerzo de fluencia y λ es un parámetro del estado de esfuerzos que depende de la ecuación constitutiva, en caso de ser Von Mises, $\lambda = 1.1$ [19]. Integrando la ecuación (2.1) se obtiene:

$$\sigma_r = C_1 - 1.1\sigma_f \ln r \quad (2.2)$$

Donde C_1 es una constante de integración. Aplicando la condición frontera de $\sigma_r = 0$, se tiene que:

$$\sigma_r = 1.1\sigma_f \ln\left(\frac{r_{pcm}}{r}\right) \quad (2.3)$$

La ecuación anterior representa el esfuerzo debido a la deformación ideal en un proceso de embutido cilíndrico.

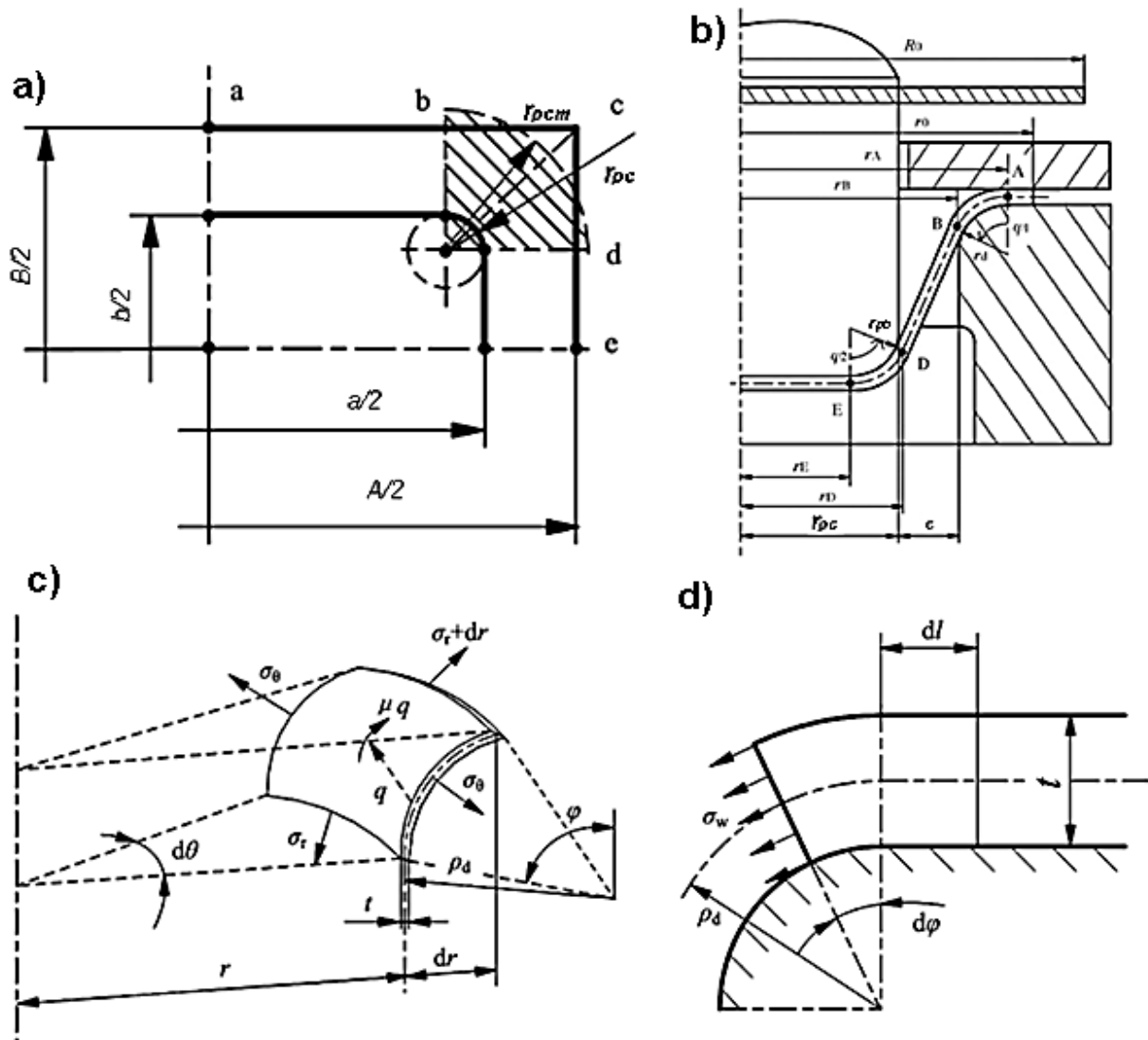


Figura 2.8. Análisis del embutido rectangular: a) forma rectangular del blanco en el área de la esquina con el concepto de "radio equivalente", b) vista lateral del punzón y la geometría del dado, B y D representan los puntos de doblado, c) elemento cascarón infinitesimal de la esquina, y d) la flexión y estiramiento alrededor del radio del dado [32].

Durante el embutido cuando la fuerza del pisador F_{BH} es aplicada la fricción se opone al flujo del metal en ambas superficies del blanco. Daxin [32] asegura que F_{BH} actúa sobre las orillas del blanco. Asumiendo que en las superficies superior e inferior del blanco actúa la misma fuerza de fricción causado por F_{BH} , el esfuerzo generado por la fricción entre los contactos pisador-lámina y el dado-lámina cuando $r = r_{pcm}$, es:

$$\sigma_{rm} = \frac{4\mu F_{BH}}{\pi r_{pcm} t_0} \quad (2.4)$$

Al mismo tiempo el esfuerzo radial en la esquina puede ser expresado como:

$$\sigma_{rc} = 1.1\sigma_f \ln\left(\frac{r_{cm}}{r}\right) + \frac{4\mu F_{BH}}{\pi r_{pcm} t_0} \quad (2.5)$$

La r puede ser calculada sumando los términos correspondientes a cada punto de la Figura 2.8b; por ejemplo, para el punto A se tiene $r_A = r_{pc} + c + r_d$. El esfuerzo tangencial puede ser calculado como $\sigma_\theta = \sigma_r - \beta\sigma_f$. Cuando el blanco se estira alrededor del radio del dado con un ángulo φ (véase la Figura 2.8d), la fuerza de tensión y el esfuerzo radial incrementa $e^{\mu\varphi}$ veces, resultando en:

$$\sigma_{rcA} = \left[1.1\sigma_f \ln\left(\frac{r_{cm}}{r_A}\right) + \frac{4\mu F_{BH}}{\pi r_{pcm} t_0} \right] e^{\mu\varphi} \quad (2.6)$$

Si el esfuerzo de la ecuación (2.6) se ejerce en el punto B de la Figura 2.8b, se añade un término de flexión [33]:

$$\Delta\sigma_r \approx 1.1\bar{\sigma} \frac{t_0}{4r_d} \quad (2.7)$$

Considerando el efecto de la fricción en el radio de curvatura y el efecto del enderezamiento [32], el esfuerzo promedio a lo largo de la línea de plegado B en la esquina de la pieza resulta en:

$$\sigma_{rcB} = \left[1.1\sigma_f \ln\left(\frac{r_{cm}}{r_B}\right) + \frac{4\mu F_{BH}}{\pi r_{pcm} t_0} \right] e^{\mu\varphi} + 1.1\sigma_f \frac{t_0}{4r_d} (1 + e^{\mu\varphi}) \quad (2.8)$$

La ecuación (2.8) representa el esfuerzo que tiene la lámina en el punto B de la Figura 2.8b [32].

2.2.2 Esfuerzos en los lados corto y largo

Daxin [32] considera que durante el embutido de piezas rectangulares, el material localizado en los lados rectos se estira bajo la resistencia a la fricción causada por la fuerza del pisador con las siguientes consideraciones:

1. El efecto cortante que hay entre el lado largo, la zona de la esquina y el lado corto del flanco es despreciado.

2. Deformación plana en las zonas del flanco.
3. El coeficiente de fricción es igual en las superficies superior e inferior del flanco.
4. F_{BH} es igual para todas las zonas del flanco y actúa en la orilla de la lámina.

Entonces, el esfuerzo radial promedio a lo largo de la línea de plegado señalado como punto A de la Figura 2.8b del lado corto [32] es:

$$\sigma_{rA,corto} = \frac{2\mu F_{BH}}{(a-2r_{pc})t_0} \quad (2.9)$$

y el esfuerzo radial promedio a lo largo de la línea de plegado señalado con punto A de la Figura 2.8b del lado largo [32] es:

$$\sigma_{rA,largo} = \frac{2\mu F_{BH}}{(b-2r_{pc})t_0} \quad (2.10)$$

De la misma forma que en la esquina, para calcular el esfuerzo radial en el punto B se agregan los términos debidos al efecto de la fricción en el radio del dado, la deformación por flexión y el enderezado, a las ecuaciones (2.9) y (2.10), obteniéndose las siguientes expresiones [32]:

$$\sigma_{rB,corto} = \frac{2\mu F_{BH}}{(a-2r_{pc})t_0} e^{\mu\varphi} + 1.1\sigma_f \frac{t_0}{4r_d} (1 + e^{\mu\varphi}) \quad (2.11)$$

$$\sigma_{rB,largo} = \frac{2\mu F_{BH}}{(b-2r_{pc})t_0} e^{\mu\varphi} + 1.1\sigma_f \frac{t_0}{4r_d} (1 + e^{\mu\varphi}) \quad (2.12)$$

Las ecuaciones (2.11) y (2.12) representan los esfuerzos promedio en el lado corto y largo cuando la lámina ya ha sido doblada y enderezada durante el embutido profundo rectangular.

Los esfuerzos presentes a lo largo de la línea de plegado B de la Figura 2.8b son los más representativos para el cálculo de la fuerza de embutido. Daxin [32] comparó los esfuerzos promedios obtenidos con las ecs. (2.8), (2.11) y (2.12) con una simulación MEF. De esa comparación los resultados teóricos en los lados largo y corto fueron menores a los que se obtuvieron por la simulación y los esfuerzos en la esquina fueron cercanos a la simulación MEF. Las diferencias se pueden deber a la forma en que fue calculado el esfuerzo de fluencia σ_f que no fue especificado y a las suposiciones realizadas. Por otra parte, el estudio hecho por Daxin [32] representa un caso de éxito en la modelación teórica de embutidos rectangulares usando radio o diámetro equivalente.

2.3 Análisis energético en el embutido rectangular

Una forma alterna para analizar las deformaciones en el embutido profundo rectangular es con un enfoque energético, aplicando el concepto de densidad de energía de deformación.

2.3.1 Condición de volumen constante

Considere una deformación uniforme de un elemento de una probeta de ensayo de tensión uniaxial, desde su forma inicial hasta la carga máxima del ensayo, el elemento elegido puede ser tan grande como toda la longitud de calibración de la probeta, Figura 2.9. Durante la deformación, las caras de la sección de calibre seguirán siendo perpendiculares entre sí, es decir no hay deformación por esfuerzo cortante asociado con las direcciones principales, 1, 2 y 3, a lo largo del eje l , del ancho w y del espesor t , respectivamente.

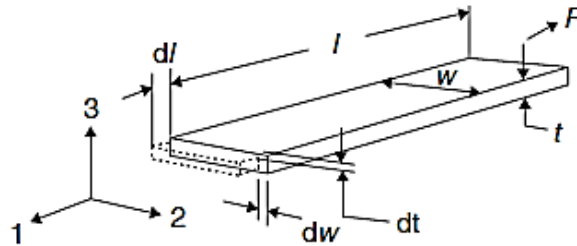


Figura 2.9. Esquema de las direcciones de la zona de calibre de una probeta para un ensayo a tensión [8].

Durante una deformación uniforme, la deformación plástica se produce a volumen constante [8], por lo tanto:

$$d(lwt) = d(l_0w_0t_0) \quad (2.13)$$

Por lo que el diferencial del volumen de la región de medición será cero, es decir:

$$dl \cdot wt + dw \cdot lt + dt \cdot lw = 0 \quad (2.14)$$

o, dividido entre lwt

$$\frac{dl}{l} + \frac{dw}{w} + \frac{dt}{t} = 0 \quad (2.15)$$

i.e.,

$$d\varepsilon_1 + d\varepsilon_2 + d\varepsilon_3 = 0 \quad (2.16)$$

Por lo tanto, si se tiene una deformación con volumen constante, la suma de los incrementos infinitesimales de las deformaciones principales es igual a cero. Este es el fundamento del principio de la conservación de volumen.

2.3.2 Trabajo por la deformación plástica

El principio de conservación de la energía, que establece que ésta no se puede crear ni destruir, se puede utilizar para determinar los desplazamientos en sistemas elásticos, plásticos, térmicos, etc., como resultado de la aplicación de una carga [34].

Considerando un elemento unitario con sus componentes principales como se muestra en la Figura 2.10, la fuerza en cada cara del elemento es igual a $\sigma_1 \times 1 \times 1$, $\sigma_2 \times 1 \times 1$ y $\sigma_3 \times 1 \times 1$. Entonces, el trabajo realizado en la deformación del elemento unitario [8] es:

$$\frac{dW}{vol.} = \sigma_1 d\varepsilon_1 + \sigma_2 d\varepsilon_2 + \sigma_3 d\varepsilon_3 \quad (2.17)$$

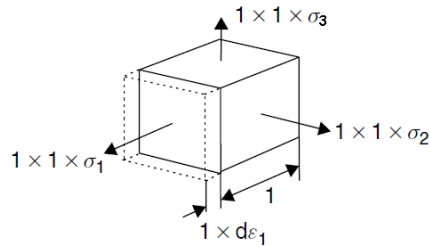


Figura 2.10. Diagrama de un elemento unitario con componentes principales mostrando el efecto de las fuerzas y desplazamientos durante una pequeña deformación [8].

Integrando la ec. (2.17) y para un caso en esfuerzo plano (i.e., $\sigma_3 = 0$), está se convierte en:

$$\frac{W}{vol.} = \int_0^{\varepsilon_1} \sigma_1 d\varepsilon_1 + \int_0^{\varepsilon_2} \sigma_2 d\varepsilon_2 \quad (2.18)$$

El trabajo plástico realizado por un volumen unitario de material deformado en una prueba de tensión para una deformación unitaria ε_1 (donde $\sigma_2 = \sigma_3 = 0$), es:

$$\frac{W}{vol.} = \int_0^{\varepsilon_1} \frac{dW}{vol.} = \int_0^{\varepsilon_1} \sigma_1 d\varepsilon_1 \quad (2.19)$$

De esta manera se obtiene que el trabajo de deformación realizado por unidad de volumen sea igual al área bajo la curva esfuerzo-deformación verdadera, Figura 2.11.

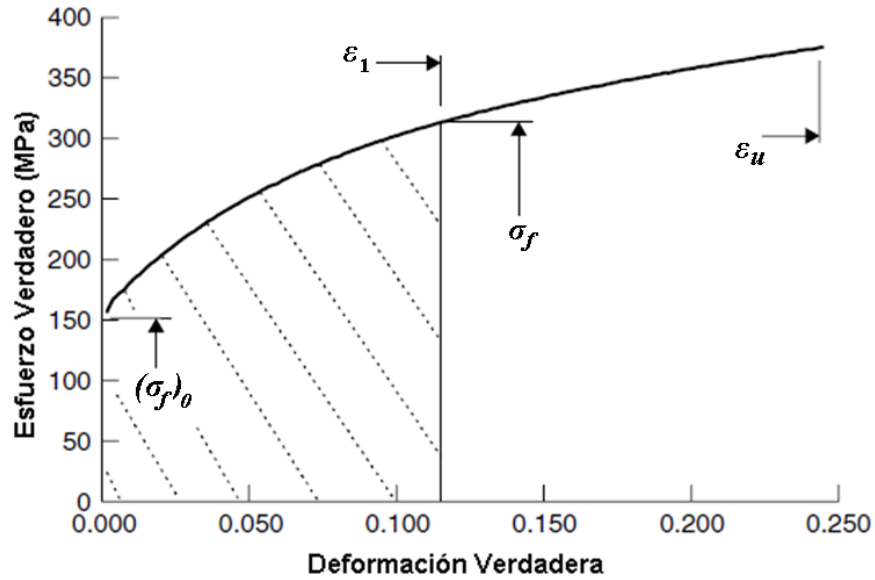


Figura 2.11. Diagrama de esfuerzo –deformación verdadera para un elemento en una prueba de tensión [8].

2.3.3 Hipótesis de endurecimiento por deformación

Para el caso de un estado de esfuerzo plano, se puede graficar la relación entre cada uno de los esfuerzos y su deformación unitaria, Figura 2.12. De la ec. (2.18), la suma de las áreas sombreadas es el trabajo total realizado por unidad de volumen de material en el proceso. De acuerdo con la hipótesis de endurecimiento por deformación [8], el esfuerzo de fluencia al final de este proceso está dado por la curva esfuerzo deformación por tensión, Figura 2.11 para un trabajo igual a la suma de las áreas de la Figura 2.12.

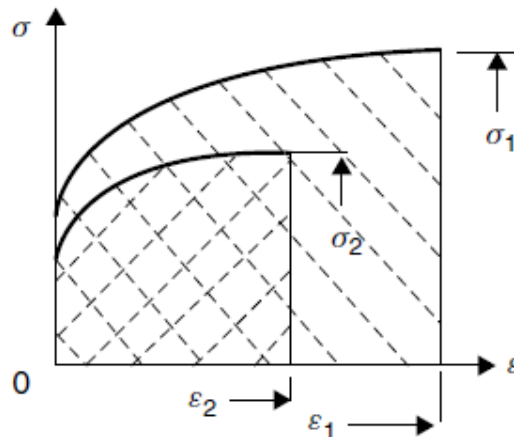


Figura 2.12. Curvas de esfuerzo-deformación real para las direcciones principales de un elemento en esfuerzo plano [8].

2.3.4 Funciones de esfuerzo y deformación efectivos

El esfuerzo efectivo o equivalente es utilizado para definir una función matemática con la finalidad de transformar cualquier estado de esfuerzo en un estado de esfuerzo uniaxial equivalente. Este esfuerzo equivalente es una función matemática aproximada que puede expresarse en términos de las componentes de esfuerzo y otros parámetros del material. En la Figura 2.13 se ilustra esta transformación de un estado triaxial de esfuerzos a un estado uniaxial de esfuerzos.

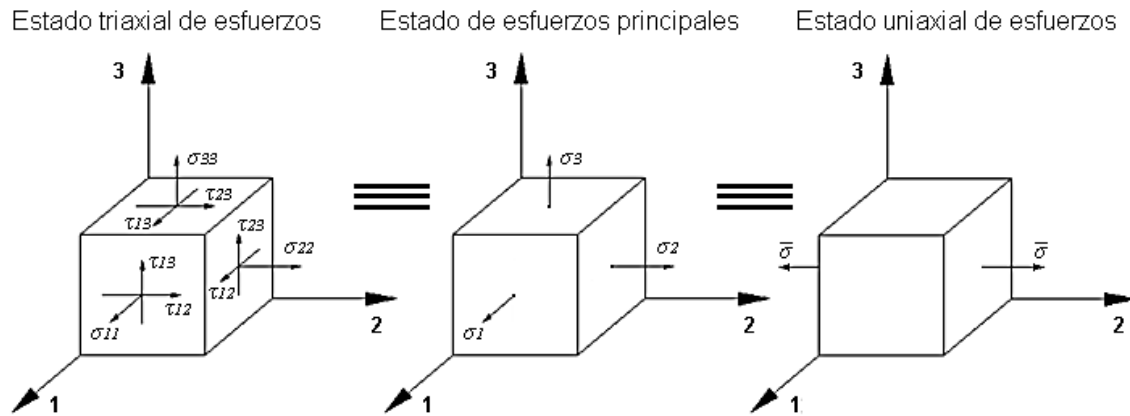


Figura 2.13. Transformación al esfuerzo equivalente o efectivo.

Mediante el criterio de cedencia se puede obtener el esfuerzo equivalente para determinar si éste es mayor al esfuerzo de fluencia inicial. Esto indica que la fluencia en el material ha comenzado. Existen criterios de cedencia para materiales isotrópicos y anisotrópicos, Tabla 1.1, para el caso de un metal dúctil e isotrópico se recomienda el criterio de Von Mises. El esfuerzo de Von Mises puede ser obtenido a partir de los esfuerzos principales de la siguiente manera [8]:

$$\bar{\sigma} = \sqrt{\frac{1}{2}\{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2\}} \quad (2.20)$$

La ec. (2.20) es una función de los esfuerzos principales, es decir: $\bar{\sigma} = f_1(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3)$. Si el material está en fluencia, esta función puede servir para obtener el esfuerzo de fluencia.

Si el material es isotrópico y las deformaciones elásticas son despreciables, es posible obtener los incrementos infinitesimales de las deformaciones principales ($d\varepsilon_1, d\varepsilon_2, d\varepsilon_3$) por medio de las ecuaciones de Levy-Mises [8]. En [8] se propone una función equivalente para los incrementos infinitesimales de las deformaciones principales, $d\bar{\varepsilon} = df_2(\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3)$ de la siguiente manera:

$$d\bar{\varepsilon} = \sqrt{\frac{2}{3}\{d\varepsilon_1^2 + d\varepsilon_2^2 + d\varepsilon_3^2\}} \quad (2.21)$$

Si $d\varepsilon_1$, $d\varepsilon_2$ y $d\varepsilon_3$ incrementan siempre positivamente y se cumple la condición de volumen constante, la ecuación (2.21) puede ser escrita en su forma integrada con la deformación real ε para cada incremento de deformación $d\varepsilon$; i.e.,

$$\bar{\varepsilon} = \sqrt{\frac{2}{3}\{\varepsilon_1^2 + \varepsilon_2^2 + \varepsilon_3^2\}} \quad (2.22)$$

La ec. (2.22) representan la deformación equivalente.

Con las funciones para los esfuerzos e incrementos de deformación equivalentes se puede obtener el trabajo por unidad de volumen reordenando la ec. (2.17) en la siguiente forma:

$$\frac{dW}{vol.} = f_1(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3)df_2(\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3) \quad (2.23)$$

Debido a la forma en que se han derivado estas relaciones, se puede ver que el trabajo realizado por unidad de volumen en cualquier proceso está dado por [8]:

$$\frac{W}{vol.} = \int_0^{\bar{\varepsilon}} \bar{\sigma} \bar{\varepsilon} \quad (2.24)$$

La ec. (2.24) representa el área bajo la curva esfuerzo-deformación efectivo, $\bar{\sigma} = f(\bar{\varepsilon})$. Debido a que la función de esfuerzo equivalente es igual en magnitud al esfuerzo de fluencia cuando el material se está deformando, es válido aproximar el área bajo la curva de un ensayo de tensión uniaxial con la ec. (2.24). Así, se ha identificado una relación general de esfuerzo-deformación para un material isotrópico con deformación plástica con la curva de esfuerzo-deformación verdadera de un ensayo de tensión uniaxial.

2.3.5 Relaciones matemáticas de la curva esfuerzo-deformación verdadero

La deformación efectiva para cualquier proceso de formado puede ser calculada a partir de las deformaciones principales y las relaciones de deformación mediante la conservación de volumen. Si el material es isotrópico, la curva esfuerzo-deformación efectivo es equivalente a la curva experimental del material. Una gran variedad de relaciones matemáticas pueden utilizarse para ajustar los datos de la curva esfuerzo-deformación real. Algunos de las

relaciones empíricas más comunes se muestran en la Figura 2.14, en donde las líneas punteadas representan los datos experimentales y líneas gruesas las aproximaciones.

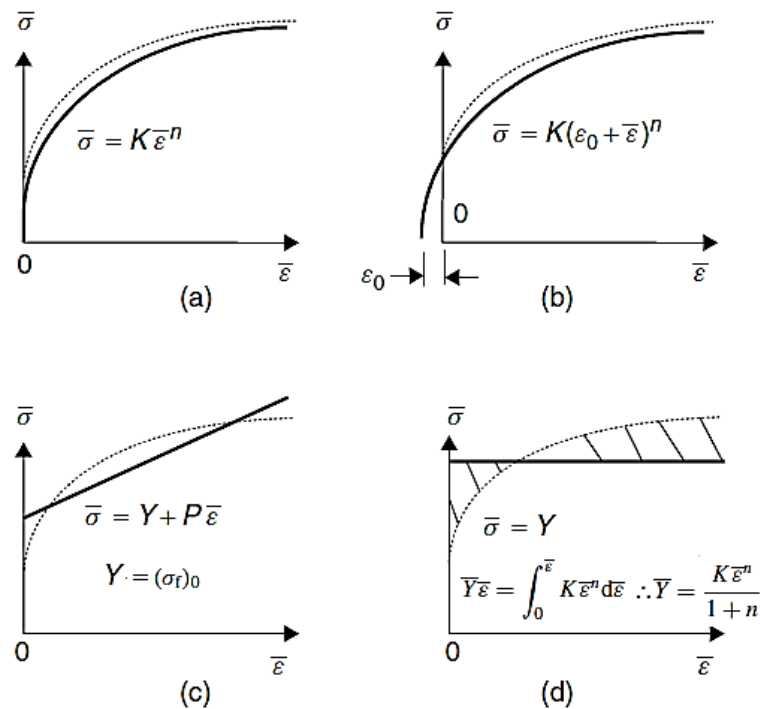


Figura 2.14. Curvas de ajuste de datos experimentales de un ensayo de tensión [8]: a) endurecimiento exponencial, b) material predeformado, c) endurecimiento por deformación lineal y d) sólido perfectamente plástico.

Existen otras relaciones matemáticas [35] que involucran más parámetros del material, la viscosidad, la velocidad de deformación, entre otros. Estas relaciones resultan útiles para modelar los efectos de dichos parámetros, pero se requiere más trabajo experimental previo, resultando en un modelo poco rentable para la industria [35]. A falta de estos datos se puede utilizar un modelo simple de endurecimiento exponencial.

a) *Endurecimiento exponencial*

Una relación simple de endurecimiento exponencial es como sigue:

$$\bar{\sigma} = K\bar{\epsilon}^n \tag{2.25}$$

Como se puede ver en la Figura 2.14a, el modelo exponencial es válido en la zona plástica, excepto cuando se analizan en zonas cercanas al esfuerzo de cedencia o fluencia inicial $(\sigma_f)_0$. La única desventaja de este modelo es cuando se encuentra en la zona de deformación nula,

ya que predice un esfuerzo nulo y una pendiente infinita en la curva, no indicando el esfuerzo de cedencia inicial real.

b) *Material predeformado*

Un modelo aproximado de la curva deformación-endurecimiento de un material predeformado, es:

$$\bar{\sigma} = K(\varepsilon_0 + \bar{\varepsilon})^n \quad (2.26)$$

en donde la constante del material ε_0 puede ser considerada como un indicador de la cantidad equivalente del predeformado del material. La curva se obtiene recorriendo el eje de esfuerzos una cantidad ε_0 , como se muestra en la Figura 2.15.

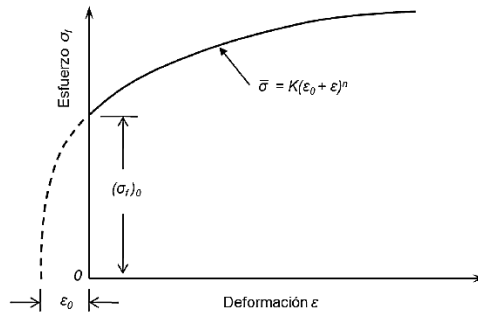


Figura 2.15. Relación esfuerzo deformación para un material predeformado.

El valor ε_0 se puede obtener a partir de los valores K y n de la ley exponencial:

$$(\sigma_f)_0 = K \varepsilon_0^n \quad (2.27)$$

donde $(\sigma_f)_0$ es el esfuerzo de fluencia inicial.

c) *Endurecimiento por deformación lineal*

Aunque las curvas esfuerzo deformación no son lineales en el rango de grandes deformaciones, considerar una aproximación lineal es frecuentemente conveniente. Una aproximación lineal utilizada es la siguiente:

$$\bar{\sigma} = (\sigma_f)_0 + P\bar{\varepsilon} \quad (2.28)$$

La ecuación anterior se utiliza frecuentemente cuando la deformación plástica total a ser considerada es solamente un porcentaje pequeño.

d) *Sólido perfectamente plástico*

Si el fenómeno endurecimiento-deformación es despreciado, la relación esfuerzo deformación queda como:

$$\bar{\sigma} = Y \quad (2.29)$$

Donde Y es un esfuerzo de fluencia medio, Figura 2.14d, y puede ser calculado como:

$$Y = \frac{K\bar{\epsilon}^n}{n+1} \quad (2.30)$$

Esta consideración es frecuentemente utilizada en análisis simples aún si el fenómeno endurecimiento-deformación se presenta. La mayoría de las ecuaciones analíticas de formado de metal se basan en este modelo para calcular la fluencia [12].

2.3.6 Energía de deformación del embutido profundo

Para el caso del embutido, la relación fuerza - avance del punzón representa el trabajo principal realizado en un proceso de embutido profundo. Tomando un caso ideal sin pérdidas de energía, el área bajo esta curva debe ser equivalente al área bajo la curva de esfuerzo-deformación efectiva del material tomando la misma deformación efectiva para ambos casos, como se puede observar en la Figura 2.16.

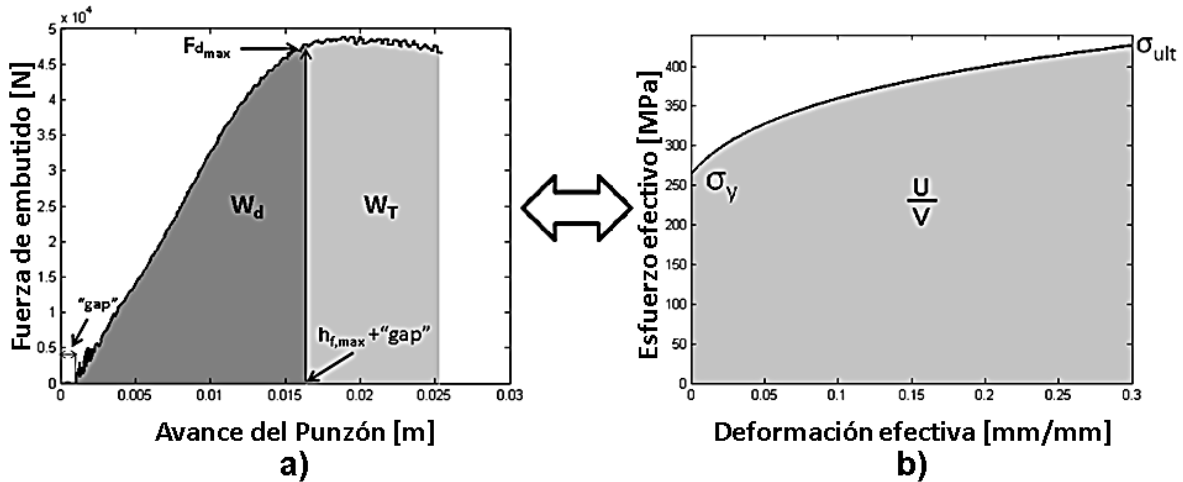


Figura 2.16. Comparativa de la energía de trabajo proveniente de: a) un diagrama de fuerza-avance del punzón y b) Curva ajustada de un ensayo a tensión uniaxial.

La energía de deformación disponible W_d es el trabajo ideal requerido para realizar el embutido profundo de una copa, W_T es el trabajo real realizado por la prensa, $F_{d,max}$ es la fuerza máxima de embutido y $h_{f,max}$ es la altura de embutido cuando se alcanza $F_{d,max}$, Figura 2.16. Una forma de estimar el trabajo en una prensa de doble efecto es por medio de $F_{d,max}$, la altura de embutido h , y utilizando un factor de ajuste κ [17] y [19]:

$$W_d = \kappa F_{d,max} h \quad (2.31)$$

El factor κ tiene un valor entre 0.65 y 0.77 dependiendo de la suavidad del material, de los valores de resistencia, de la relación de embutido y todos los componentes que impiden un correcto estiramiento del flanco [19].

De la Figura 2.16, se puede decir que:

$$W_d \approx \eta \frac{U}{V} \quad (2.32)$$

donde la eficiencia de deformación η para el embutido profundo varía entre 0.5 y 0.7 según Siebel [36]. Los valores pequeños de η corresponden espesores delgados de lámina, mientras que los valores altos corresponden a espesores gruesos de lámina.

2.4 Diámetro equivalente

Para hacer uso de la teoría del embutido cilíndrico, el concepto de “diámetro equivalente” puede ser utilizado. Este concepto ya ha sido utilizado y evaluado su eficacia para embutidos de forma rectangular en la literatura [3], [7], [19], [32].

Existen variantes para obtener un *diámetro equivalente* o *circulo equivalente*. De acuerdo con Lange [19], el diámetro equivalente $D_{b,e}$ es definido como el diámetro de un blanco circular cuya área A_C es igual al área de un blanco rectangular A_R , con un largo A y ancho B , Figura 2.17. Por tanto, considerando $A_C=A_R$ el diámetro equivalente $D_{b,e}$ puede ser obtenido como:

$$D_{b,e} = 2\sqrt{\frac{AB}{\pi}} \quad (2.33)$$

Para un blanco cuadrado $A=B$ y la ec. (2.33) se reduce a:

$$D_{b,e} = \frac{2A}{\sqrt{\pi}} \quad (2.34)$$

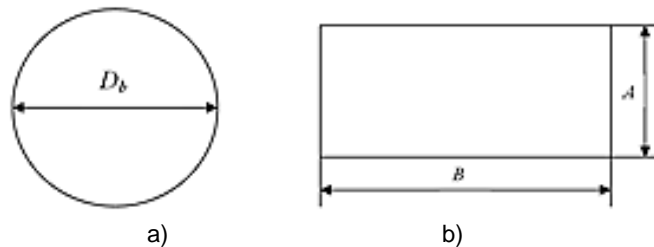


Figura 2.17. Silueta del blanco: a) circular y b) rectangular.

De igual manera para obtener el diámetro equivalente del punzón, $d_{p,e}$, éste se define como el diámetro de un punzón para embutido cilíndrico cuya área A_{pC} es igual al área de sección transversal de un punzón rectangular A_{pR} , con un largo a y ancho b . Por tanto, considerando $A_{pC}=A_{pR}$ el diámetro equivalente $d_{p,e}$ puede ser obtenido como:

$$d_{p,e} = 2\sqrt{\frac{A_{pR}}{\pi}} \quad (2.35)$$

donde $A_{pR} = ab$ sin tomar en cuenta los radios de la esquina, ó $A_{pR} = ab - (4 - \pi)r_{pC}^2$ si se toman en cuenta los radios de la esquina del punzón.

Otra variante del diámetro equivalente fue propuesta por Zugasti [3], el cual utiliza la relación de embutido instantánea β , y obtiene que:

$$\beta = \frac{D_b}{d_p} = \frac{D_{b,e}}{d_{p,e}} \quad (2.36)$$

donde $D_{p,e}$ es el diámetro de blanco equivalente de acuerdo a la ecuación (2.33) y $d_{p,e}$ un nuevo diámetro de punzón equivalente a calcular utilizando la relación de embutido máxima del material β_{max} . De acuerdo a [10] y [19], la máxima relación de embutido β_{max} que puede ser alcanzada en una sola operación de embutido de lámina de acero es 2 (valores aproximados de β_{max} para otros materiales pueden ser consultados en [19]). Este valor sólo debe ser usado para láminas de acero, con condiciones típicas del herramental y una relación de diámetro a espesor $D/t = 50$ [19]. Por tanto,

$$\beta_{max} = \frac{D_{p,e}}{d_{p,e}} = 2 \quad (2.37)$$

Resolviendo ecs. (2.33) y (2.37) para $d_{p,e}$:

$$d_{p,e} = \frac{D_{p,e}}{2} = \sqrt{\frac{AB}{\pi}} \quad (2.38)$$

Daxin, et al. [32], como se vio anteriormente, aplicó un radio equivalente r_{pcm} para analizar una esquina de una pieza rectangular. A diferencia de los diámetros equivalentes de la ec. (2.33), Daxin solo representa el radio de una esquina. Como se puede ver en la Figura 2.8a el r_{pcm} puede ser calculado como:

$$r_{pcm} = \sqrt{\frac{(A-a+2r_{pc})(B-b+2r_{pc})}{\pi}} \quad (2.39)$$

Adicionalmente se propone un nuevo método para calcular el diámetro equivalente, el cual toma en cuenta la longitud que hay entre los dos vértices de las diagonales de un rectángulo. En este caso se asume que el blanco y el punzón son rectangulares, y que sus diagonales respectivas representan el diámetro de una circunferencia equivalente como se muestra en la Figura 2.18.

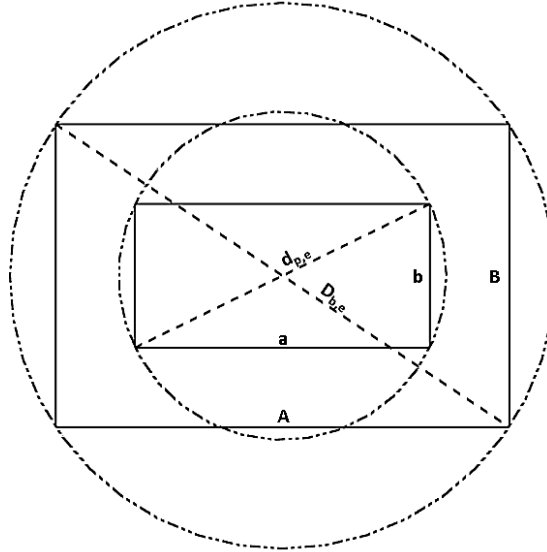


Figura 2.18. Diámetros equivalente para un punzón $d_{p,e}$ y blanco $D_{b,e}$ rectangular utilizando las diagonales principales del rectángulo.

Por lo tanto para obtener los diámetros equivalentes se recurre al teorema de Pitágoras,

$$D_{b,e} = \sqrt{A^2 + B^2} \quad (2.40)$$

$$d_{p,e} = \sqrt{a^2 + b^2} \quad (2.41)$$

A estos diámetros equivalentes se les llamará “diámetros equivalentes pitagóricos”.

2.5 Fuerza de embutido cilíndrico

La fuerza del punzón necesaria para realizar un embutido, así como su variación a lo largo de la carrera de embutido, puede ser determinada de dos maneras: por medio de ecuaciones teóricas basadas en la teoría de plasticidad, o por medio de ecuaciones empíricas derivadas de la experimentación. En Lange [19] se desarrolla una ecuación para obtener la fuerza de embutido máximo $F_{d,max}$, cuyo desarrollo proviene de la teoría de Siebel [36] y ha sido empleado con éxito en la práctica [19].

Para el planteamiento teórico basado en la teoría de plasticidad de Siebel, se hacen las siguientes consideraciones:

- El espesor de la lámina es constante.

- La relación de endurecimiento es de un sólido perfectamente plástico, Figura 2.14d.
- Criterio de cedencia de Tresca.
- Se emplea la ecuación de Euler de bandas transportadoras (poleas) para modelar la fuerza de fricción sobre el radio del dado.
- Un comportamiento plástico ideal del material para el cálculo de la flexión y enderezamiento de la lámina.
- Proceso isotérmico a temperatura ambiente.

La fuerza total del punzón o fuerza total de embutido está compuesta de diversos componentes los cuales se analizan a continuación.

2.5.1 Fuerza por la deformación ideal de embutido

Para el cálculo de la fuerza por la deformación ideal en el área de la brida o flanco, los cambios de forma en esta área tienen que ser evaluados. En la Figura 2.19 hay dos partes diferentes del flanco, en la que se asume espesor constante.

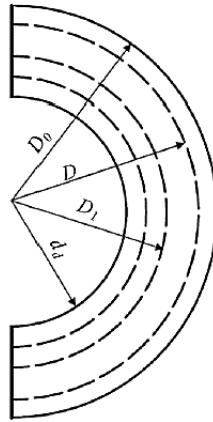


Figura 2.19. Cambio de forma en el área del flanco [37].

Las áreas interior y exterior son consideradas iguales, por lo que es posible obtener la siguiente relación:

$$\frac{\pi}{4}(D_0^2 - D^2) = \frac{\pi}{4}(D_1^2 - D_d^2) \quad (2.42)$$

donde:

D : Es el diámetro instantáneo del flanco.

D_0 : Es el diámetro del blanco.

D_1 : Es un diámetro intermedio del flanco representado en la Figura 2.19.

d_d : Es el diámetro de la cavidad del dado.

$$D_d = d_d + 2r_d = d_p + 2c + 2r_d \approx d_p + 2t_0 + 2r_d.$$

Desarrollando se obtiene el valor desconocido para D_1 [37]:

$$D_1^2 = D_0^2 - D^2 + D_d^2 \quad (2.43)$$

Dividiendo entre D_d^2 :

$$\frac{D_1^2}{D_d^2} = \frac{D_0^2}{D_d^2} - \frac{D^2}{D_d^2} + 1 \rightarrow \frac{D_1^2}{D_d^2} = \left(\frac{D_0}{D_d}\right)^2 - \left(\frac{D}{D_d}\right)^2 + 1 \quad (2.44)$$

Considerando:

$$\beta_0 = \frac{D_0}{D_d} \text{ y } \beta_d = \frac{D}{D_d} \quad (2.45)$$

y combinando las ecuaciones previas, es posible obtener:

$$D_1^2 = \beta_0^2 \cdot D_d^2 - \beta_d^2 \cdot D_d^2 + D_d^2 \quad (2.46)$$

$$\frac{D_1^2}{D_d^2} = \beta_0^2 - \beta_d^2 + 1 \quad (2.47)$$

Finalmente los radios interior y exterior presentan una deformación ideal dada por [36]:

$$\varphi_1 = \ln \frac{D_0}{D} = \ln \frac{\beta_0}{\beta_d} \quad (2.48)$$

$$\varphi_2 = \ln \frac{D_1}{D_d} = \ln \sqrt{\beta_0^2 - \beta_d^2 + 1} = \ln \frac{\sqrt{D_0^2 - D^2 + (d_d + 2r_d)^2}}{d_d + 2r_d} \quad (2.49)$$

El esfuerzo radial σ_r en el flanco puede ser calculado con la ecuación de equilibrio, ver Figura 2.20, [37]:

$$\sigma_r \cdot r \cdot d_\alpha \cdot t_0 - (\sigma_r + d\sigma_r) \cdot (r + dr) \cdot d\alpha \cdot t_0 + 2 \cdot \sigma_t \cdot t_0 \cdot \frac{d_\alpha}{2} \cdot dr = 0 \quad (2.50)$$

de la cual se obtiene:

$$-d\sigma_r \cdot r - \sigma_r \cdot dr - d\sigma_r \cdot dr + \sigma_t \cdot dr = 0 \quad (2.51)$$

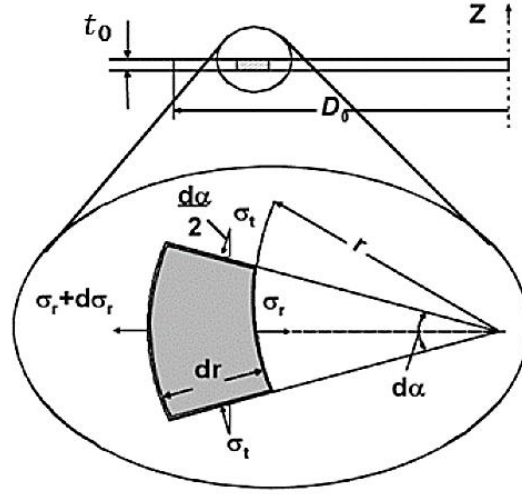


Figura 2.20. Evaluación del esfuerzo plástico puro de deformación [37]

Despreciando el término de orden superior, es posible suponer:

$$d\sigma_r \cdot dr = 0 \quad (2.52)$$

Y finalmente es posible obtener:

$$d\sigma_r = -(\sigma_r - \sigma_t) \cdot \frac{dr}{r} \quad (2.53)$$

El esfuerzo radial utilizando el criterio de cedencia de Tresca σ_f queda como:

$$\sigma_r(r) = -\int_{r=R}^{r_0} \sigma_f(r) \cdot \frac{dr}{r} = -\sigma_{fm} \ln\left(\frac{r_p}{R}\right) = \sigma_{fm} \cdot \ln\frac{D}{d_p} \quad (2.54)$$

En donde σ_{fmi} es el esfuerzo de fluencia promedio en la deformación entre los radios interior y exterior del flanco, r_p es $d_p/2$ y R es el radio del flanco instantáneo. Este esfuerzo es una función de la carrera del punzón y puede ser calculado como sigue [19]:

$$\sigma_{fmi} = \frac{1}{\varphi_2 - \varphi_1} \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} \sigma_f(\varphi) d\varphi \quad (2.55)$$

o de otra forma más sencilla como:

$$\sigma_{fmi} = 0.5K(\varphi_1^n + \varphi_2^n) \quad (2.56)$$

La ec. (2.56) es la fluencia promedio de la zona I usando un endurecimiento exponencial.

El esfuerzo tangencial queda como:

$$\sigma_{fml} = \sigma_r - \sigma_t \rightarrow \sigma_t = \sigma_r - \sigma_{fml} \quad (2.57)$$

El esfuerzo radial calculado en la ec. (2.54) utiliza el criterio de cedencia de Tresca. Este criterio da condiciones de flujo que son en promedio 10% más bajas que el criterio de Von Mises [19] (véase la Figura 2.21). Por lo que se utiliza un parámetro de corrección de 1.1, haciendo que el esfuerzo radial ideal quede como:

$$\sigma_{r,id} = 1,1 \cdot \sigma_{fml} \cdot \ln\left(\frac{D}{d_p}\right) \quad (2.58)$$

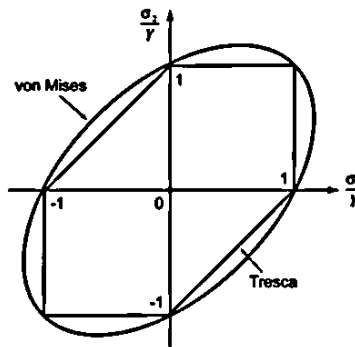


Figura 2.21. Criterios de cedencia de Von Mises y Tresca.

Multiplicando el esfuerzo radial ideal por el área de la sección transversal de la pared de la copa es posible calcular la fuerza de embutido necesaria para la deformación del flanco:

$$F_{id} = \sigma_{r,id} \cdot A = \pi \cdot (d_p + t_0) \cdot t_0 \cdot 1,1 \cdot \sigma_{fml} \cdot \ln\left(\frac{D}{d_p}\right) \quad (2.59)$$

Donde A es el área de sección transversal de la pared de la copa y F_{id} representa el término debido a la fuerza por deformación ideal.

2.5.2 Fuerza de doblado

El esfuerzo de flexión puede ser determinado como [37]:

$$\sigma_b = \frac{M_b \cdot x}{I} \quad (2.60)$$

donde x es la distancia desde el eje neutro, M_b el momento de flexión y I el momento de inercia de la sección transversal respecto al eje neutral. El momento de flexión es igual a:

$$M_b = F_b(r_d + t_0) \quad (2.61)$$

Donde F_b es la fuerza de doblado. Como F_b es desconocido y es lo que se desea obtener, se calcula M_b a partir de la ecuación (2.60). En el caso de una sección rectangular, como puede ser visto la sección transversal del espesor de la lámina con una anchura b , el esfuerzo de flexión se convierte en [37]:

$$\sigma_b = \frac{M_b \cdot \frac{t_0}{2}}{\frac{t_0^3 \cdot b}{12}} \quad (2.62)$$

Despejando M_b de la ec. (2.62) se tiene:

$$M_b = \frac{\sigma_b \cdot t_0^2 \cdot b}{6} \quad (2.63)$$

En caso de una deformación completamente plástica, el momento de flexión genera una distribución de esfuerzos que es constante y con valor positivo del esfuerzo de fluencia $+\sigma_f$ por encima de la línea neutra y con valor $-\sigma_f$ por debajo de la línea neutra como se muestra en la Figura 2.22. Por tanto el esfuerzo de flexión es igual al esfuerzo de fluencia promedio presente en la curvatura del radio del dado.

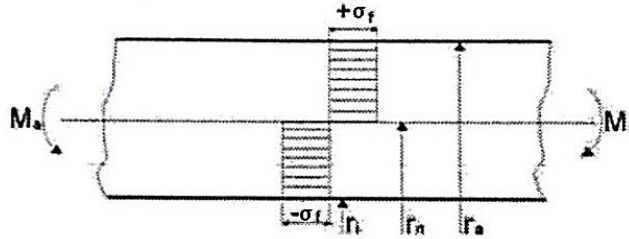


Figura 2.22. Esfuerzo de fluencia a flexión [38].

En esta condición, el momento de flexión tiene que ser multiplicado por un coeficiente de 1.5 para el caso de una sección rectangular, ver la Figura 2.23. Por tanto, el momento de flexión se convierte [37] en:

$$M_b = \frac{\sigma_{fmII} \cdot b \cdot t_0^2}{4} \quad (2.64)$$

donde σ_{fmII} es el valor promedio del esfuerzo calculado antes y después de la flexión, y se calcula como:

$$\sigma_{fmII} = 0.5K(\varphi_2^n + \varphi_3^n) \quad (2.65)$$

donde:

$$\varphi_3 = \left(\ln \left(1 + \frac{t_0}{2r_d + t_0} \right) + \varphi_2 \right) \quad (2.66)$$

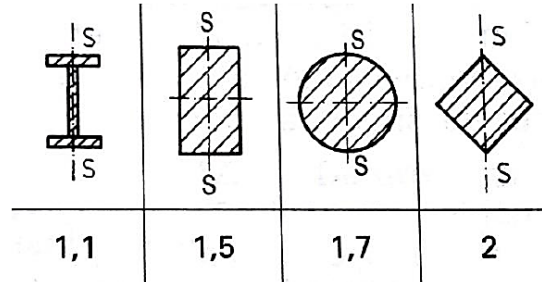


Figura 2.23. Coeficientes para el cálculo de un esfuerzo a flexión con deformación plástica [39].

Sustituyendo la ec. (2.64) en la ec. (2.61) y despejando la fuerza de doblado, F_b , se tiene:

$$F_b = \frac{M_b}{r_d + \frac{t_0}{2}} = \frac{\sigma_{fmlI} \cdot b \cdot t_0^2}{4 \cdot \left(r_d + \frac{t_0}{2} \right)} \cong \frac{\sigma_{fmlI} \cdot b \cdot t_0^2}{4 \cdot (r_d)} \quad (2.67)$$

donde $b = \pi(d_p + t_0)$. Dividiendo la ec. (2.67) con el área transversal del elemento (para un embutido cilíndrico $A = bt_0$) se tiene:

$$\sigma_b = \frac{\sigma_{fmlI} \cdot t_0}{4 \cdot (r_d)} \quad (2.68)$$

Multiplicando el esfuerzo de flexión por A , la fuerza necesaria para doblar el blanco se calcula como [37]:

$$F_b = \sigma_b \cdot A = \pi \cdot (d_p + t_0) \cdot t_0 \cdot \frac{\sigma_{fmlI} \cdot t_0}{4 \cdot (r_d)} \quad (2.69)$$

Donde F_b es el término que representa la fuerza de doblado.

2.5.3 Fuerza de enderezamiento

A la salida del radio del dado, la lámina se endereza de nuevo, restaurando el estado original debido a la deformación plástica. Por tanto la fuerza de enderezamiento o desdoblado se considera igual a la fuerza de flexión [19], en el supuesto de que el material no presenta endurecimiento. De esta manera la fuerza de enderezamiento es igual a:

$$F_{bb} = \sigma_{bb} \cdot A = \pi \cdot (d_p + t_0) \cdot t_0 \cdot \frac{\sigma_{fml} \cdot t_0}{4 \cdot (r_d)} \quad (2.70)$$

Por lo tanto, la fuerza debido a la doblez de la lámina es igual a

$$F_{db} = F_b + F_{bb} = 2F_b = \pi \cdot (d_p + t_0) \cdot t_0 \cdot \frac{\sigma_{fml} \cdot t_0}{2 \cdot (r_d)} \quad (2.71)$$

donde F_b y F_{bb} son la fuerzas de doblado y enderezado de la lámina.

2.5.4 Fuerza de fricción entre el pisador y el dado

La fuerza de fricción entre el pisador y el dado se calcula a partir de la fuerza del pisador usando la Ley de Coulomb [37]:

$$F_{ff} = 2 \cdot \mu \cdot F_{BH} \quad (2.72)$$

donde F_{ff} es la fuerza de fricción considerada.

Debido a que la fuerza de fricción actúa en la dirección opuesta al movimiento del flanco, se utiliza el área de sección transversal de éste para el cálculo del esfuerzo de fricción [37]. El esfuerzo de fricción se obtiene al dividir la fuerza de fricción entre el área de la sección transversal del flanco de la siguiente manera:

$$\sigma_{ff} = \frac{F_{ff}}{\pi \cdot D \cdot t_0} = \frac{2 \cdot \mu \cdot F_{BH}}{\pi \cdot D \cdot t_0} \quad (2.73)$$

Multiplicando el esfuerzo de fricción por el área transversal de la pared de la copa se tiene:

$$F_{ff} = \sigma_{ff} \cdot A = \pi \cdot (d_p + t_0) \cdot t_0 \cdot \frac{2 \cdot \mu \cdot F_{BH}}{\pi \cdot D \cdot t_0} \quad (2.74)$$

2.5.5 Fuerza de fricción sobre el radio del dado

El efecto de la fricción entre la lámina y el radio del dado requiere una fuerza adicional del punzón, la cual se puede calcular mediante la teoría de poleas o bandas de Euler [37], Figura 2.24.

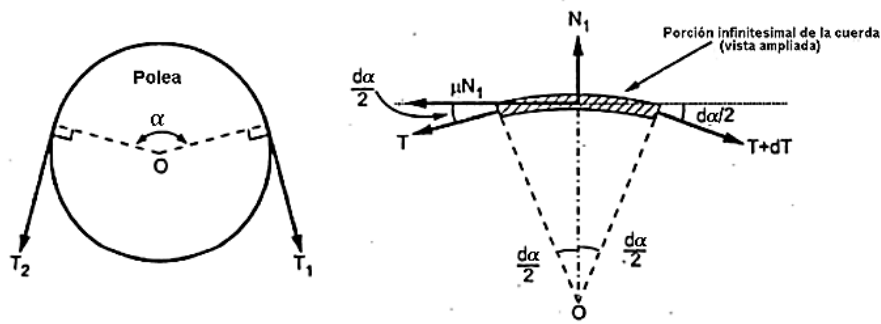


Figura 2.24. Modelo de fricción tipo cuerda a través de una polea [37].

De esta teoría de poleas se sabe que:

$$T_1 = T_2 \cdot e^{\mu\alpha} \quad (2.75)$$

donde:

T_1 : representa la fuerza de la cuerda antes de pasar por la polea.

T_2 : representa la fuerza de la cuerda después de pasar por la polea.

α : representa el ángulo de la cuerda.

μ : Coeficiente de fricción entre la polea y la cuerda.

Para el caso del incremento de fuerza en el radio del dado, se tiene que la fuerza por deformación ideal y la fuerza de fricción son afectadas de la siguiente manera:

$$F_{rd} = (F_{id} + F_{ff}) \cdot e^{\mu\alpha} \quad (2.76)$$

donde:

F_{rd} : Es la fuerza debido al efecto del radio del dado.

F_{id} : Es la fuerza por la deformación ideal.

F_{ff} : Es a fuerza de fricción entre el pisador y el dado.

α : Es el ángulo del radio del dado.

μ : Es el coeficiente de fricción entre la lámina y el radio del dado.

Normalmente el ángulo del radio del dado es de 90° , si se pasa a radianes se tiene $\alpha = \pi/2$.

2.5.6 Fuerza total de embutido

La fuerza total del punzón se evalúa teniendo en cuenta las siguientes fuerzas previamente calculadas:

- A. Fuerza por la deformación ideal en el área del flanco.
- B. Fuerza de doblado o flexión de la lámina.
- C. La fuerza por enderezamiento.
- D. La fuerza de fricción entre el pisador y el dado,
- E. Efecto de la fricción en el radio del dado.

La fuerza total resultante del embutido se obtiene al sumar las diferentes componentes analizadas previamente. De esta manera se obtiene que:

$$F_d = \pi d_m t_0 \left[\underbrace{e^{\mu\alpha}}_E \left(\underbrace{1.1\sigma_{f,m,I} \ln \frac{D}{d_m}}_A + \underbrace{\frac{2\mu F_{BH}}{\pi D t_0}}_D \right) + \underbrace{\sigma_{f,m,II} \frac{t_0}{2r_d}}_{B+C} \right] \quad (2.77)$$

donde F_d es la fuerza de embutido para un diámetro del flanco instantáneo y d_m es el diámetro medio de la pieza, el cual se determina como $d_m = d_p + t_0$ para un embutido cilíndrico.

D

Para obtener la fuerza máxima de embutido se necesita conocer el valor del diámetro del flanco, D , en la que ocurre. Siebel y Beisswänger [36] sugieren que la fuerza máxima de embutido $F_{d,max}$ es casi independiente del material de la pieza de trabajo y la relación de embutido y se produce cuando el diámetro del flanco es:

$$d_{f,max} \approx 0.77D_b \quad (2.78)$$

donde $d_{f,max}$ es el diámetro del flanco cuando ocurre la fuerza máxima de embutido.

Con la ec. (2.78) también se puede obtener la altura de la copa cuando se presenta la fuerza máxima de embutido, utilizando el concepto de principio de la conservación del volumen y asumiendo que el espesor no variará de la siguiente manera:

$$h_{f,max} \approx \frac{D_b^2 - d_{f,max}^2}{4d_p} \approx \frac{0.4071D_b^2}{4d_p} \quad (2.79)$$

Para obtener la fuerza máxima de embutido hay que sustituir todos los términos D presentes en: el cálculo de las deformaciones φ_1 , φ_2 y φ_3 ; en los esfuerzos de fluencia promedios σ_{fml} y σ_{fmlI} ; y en los términos de las fuerzas por deformación ideal y fricción entre el pisador y el dado de la ec. (2.77); con $d_{f,max}$. Obteniendo la fuerza máxima para un embutido cilíndrico de la siguiente manera:

$$F_{d,max} = \pi d_m t_0 \left[e^{\mu\alpha} \left(1.1 \sigma_{fmlI} \ln \frac{d_{f,max}}{d_m} + \frac{2\mu F_{BH}}{\pi d_{f,max} t_0} \right) + \sigma_{fmlI} \frac{t_0}{2r_d} \right] \quad (2.80)$$

La ec. (2.80) es la expresión para obtener la fuerza máxima de embutido reportado en [19]. Existen otras expresiones en la literatura para obtener la $F_{d,max}$ y a continuación se detallará sobre ellas.

2.5.7 Otras ecuaciones para la fuerza de embutido

A continuación se presentan algunas expresiones alternas para obtener la fuerza máxima de embutido reportadas en la literatura.

a) *Fuerza de embutido empírica de Siebel – Beisswanger*

Una versión simplificada con datos empíricos de la ec. (2.80) es la siguiente [36]:

$$F_{d,max} = \pi d_m t_0 \left[1.1 \frac{\sigma_{fmlI}}{\eta} \left(\ln \frac{D_b}{d_p} - 0.25 \right) \right] \quad (2.81)$$

donde:

D_b : Es el diámetro del blanco.

d_p : Es el diámetro del punzón.

Con $\eta=0.75$ que representa un factor de corrección debido principalmente al efecto de la fricción [40].

b) *Fuerza de embutido ideal de Lange*

Una ecuación para obtener la fuerza máxima de embutido ideal y que es ampliamente utilizada en el sector industrial es la siguiente analizada, [19], [40]:

$$F_{d,max} = \frac{1}{\eta} \pi d_p t_0 \sigma_f \ln \frac{D_b}{d_p} \quad (2.82)$$

El esfuerzo de fluencia según [40] es $\sigma_f = 0.5(\sigma_{f,m,I} + \sigma_{f,m,II})$, y con $\eta=0.75$ que representa la eficiencia debido principalmente a la fricción.

c) *Fuerza de embutido de Schedin*

La ecuación desarrollada por Schedin [41], [42] relaciona la fuerza de embutido con la altura instantánea de la copa, y también con el flanco correspondiente, siendo una ecuación más exacta al integrar la deformación ideal del flanco. La fuerza de embutido de Schedin está compuesta por los mismos elementos de la ecuación (2.77):

$$F_{d,max} = \pi d_p t_0 \left(\underbrace{e^{\mu\pi/2}}_E \underbrace{\left(K \left(\frac{2b}{b+1} \right)^{\frac{1+\eta}{2}} \cdot \int_{x=d_p/2}^{x=D/2} \left(\ln \sqrt{1 + \frac{d_p H}{x^2}} \right)^n \frac{dx}{x} \right)}_A + \underbrace{\frac{2F_{BH}\mu}{\pi D t_0}}_D + \underbrace{\frac{t_0 K \left(\frac{2b}{b+1} \right)^{\frac{\eta}{2}} \left(\ln \sqrt{1 + \frac{4H}{d_p}} \right)^n}_{B+C} \right) \quad (2.83)$$

donde:

- H y D son la altura y diámetro del flanco cuando la carga es máxima, respectivamente. En el caso del diámetro, D , puede ser calculado con la ec. (2.78) y la altura, H , con la ec. (2.79).
- La integral solo se puede resolver numéricamente, por lo cual no se puede desarrollar.
- Los términos de anisotropía fueron suprimidos, haciendo $\frac{2b}{b+1} = 1$, donde b es $(1+r)/r$ y r es el coeficiente de anisotropía, ec. (1.13).

d) *Fuerza de embutido de Groover*

La expresión para el cálculo de la fuerza máxima de embutido reportada en el libro de Groover [12] es muy utilizada para un diseño rápido de un proceso de embutido. La expresión indica que:

$$F_{d,max} = \pi d_p t_0 \sigma_{UTS} \left(\frac{D_b}{d_p} - 0.7 \right) \quad (2.84)$$

donde:

σ_{UTS} : Es el esfuerzo último a la tensión.

D_b : Es el diámetro del blanco.

d_p : Es el diámetro del punzón.

e) *Fuerza de embutido de Turner*

La expresión reportada en [43] se caracteriza por dar diferente ponderación a los términos que representan la deformación ideal y la fricción:

$$F_{d,max} = \pi d_p t_0 \sigma_{UTS} \left(-2.4 \frac{D_b}{d_p} + 2.32 \right) \quad (2.85)$$

donde:

σ_{UTS} : Es el esfuerzo último a la tensión.

D_b : Es el diámetro del blanco.

d_p : Es el diámetro del punzón.

f) *Fuerza de embutido de Romanowski*

La ecuación para la fuerza máxima de embutido de Romanowski reportada en [19] y [30] es muy utilizada por la industria [30], proviene de la ecuación (2.82) pero relaciona el esfuerzo último y un factor de corrección. Esta ecuación es:

$$F_{d,max} = \pi d_p t_0 \sigma_{UTS} K_d \quad (2.86)$$

donde K_d es un coeficiente entre 0.2 a 1.1 que depende de la relación de embutido y la relación de espesor al diámetro del blanco.

2.6 Fuerza de embutido rectangular

A partir de las ecs. (2.80)-(2.83) y el concepto de diámetro equivalente, se desarrollaron ecuaciones para fuerza de embutido en piezas cuadradas. Para ello se utilizarán conceptos como el perímetro del punzón Per_p y perímetro medio Per_m como se muestran en la Figura 2.25, y perímetro del blanco Per_B . El perímetro del punzón se obtiene de la siguiente forma:

$$Per_p = (2a + 2b - 8r_{pc} + 2\pi r_{pc}) \quad (2.87)$$

El perímetro medio se obtiene de la siguiente forma:

$$Per_m = (2a + 2b - 8r_{pc} + 2\pi r_{pc} + \pi t_0) \quad (2.88)$$

Finalmente, el perímetro de un blanco rectangular es:

$$Per_B = 2A + 2B \quad (2.89)$$

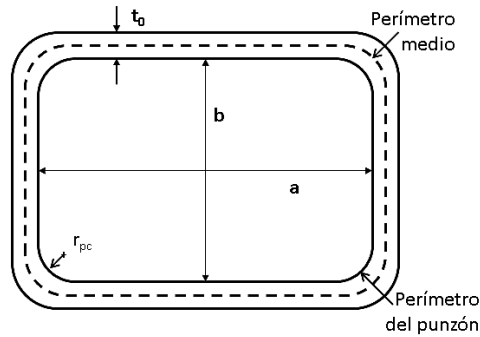


Figura 2.25. Perímetros de la sección transversal de la pared de una pieza rectangular.

Con la finalidad de emplear las ecuaciones para el cálculo de la fuerza máxima de embutido cilíndrico, en el embutido rectangular se utilizarán los diámetros equivalentes descritos en la Sección 2.5. En particular, se manejarán los diámetros equivalentes pitagóricos y de Lange para evaluar su desempeño para la predicción de la fuerza máxima de embutido rectangular en el Capítulo 5. Además para obtener el diámetro de flanco cuando la fuerza de embutido rectangular es máxima, se realiza una modificación a la ec. (2.78) de la siguiente manera:

$$d_{f,max,e} \approx 0.77D_{b,e} \quad (2.90)$$

donde $D_{b,e}$ es el diámetro equivalente del blanco.

Con ayuda de los conceptos detallados en esta sección, se realizarán modificaciones a las ecs. (2.80)-(2.83) para obtener nuevas expresiones para el cálculo de la fuerza máxima de embutido rectangular.

a) *Fuerza de embutido rectangular de Siebel (Lange)*

A partir de la ecuación (2.80) se sustituye el perímetro medio de una pared cilíndrica por Per_m y se modifica el área de la sección transversal del flanco con Per_B . Los diámetros cilíndricos se sustituyen por diámetros equivalentes para obtener una expresión para la fuerza máxima de embutido rectangular, $F_{d,max.R}$, de la siguiente manera:

$$F_{d,max.R} = Per_m \cdot t_0 \left[e^{\mu \frac{\pi}{2}} \left(1.1 \cdot \sigma_{fmI} \cdot \ln \frac{0.77 D_{b,e}}{d_{p,e} + t_0} + \frac{2\mu F_{BH}}{0.77 Per_B t_0} \right) + \sigma_{fmII} \cdot \frac{t_0}{2r_d} \right] \quad (2.91)$$

donde:

- $D_{b,e}$ y $d_{p,e}$ son los diámetros equivalentes del blanco y el punzón.
- Los esfuerzos de fluencia promedio σ_{fmI} y σ_{fmII} son obtenidos con los diámetros equivalentes $D_{b,e}$, $d_{p,e}$ y $d_{f,max,e}$.
- Se recomienda utilizar los diámetros equivalentes pitagóricos o de Lange para obtener $F_{d,max.R}$.

b) *Fuerza de embutido rectangular de Siebel – Beisswanger*

De igual manera que la ecuación anterior (2.91), se sustituye el área de sección transversal de la pared de la pieza y los diámetros por diámetros equivalentes en la ecuación (2.81) y se obtiene:

$$F_{d,max,R} = Per_m \cdot t_0 \left[1.1 \frac{\sigma_{f,m,I}}{\eta} \left(\ln \frac{D_{b,e}}{d_{p,e}} - 0.25 \right) \right] \quad (2.92)$$

donde:

- $D_{b,e}$ y $d_{p,e}$ son los diámetros equivalentes del blanco y el punzón.
- No hay estudios para estimar la eficiencia η en embutido rectangular, por mientras se puede utilizar el mismo valor que en el embutido cilíndrico, es decir $\eta=0.75$.
- El esfuerzos de fluencia promedio σ_{fmI} es obtenido con los diámetros equivalentes $D_{b,e}$, $d_{p,e}$ y $d_{f,max,e}$.
- Se recomienda utilizar los diámetros equivalentes pitagóricos o de Lange para obtener $F_{d,max.R}$.

c) *Fuerza de embutido rectangular ideal de Lange*

La versión de fuerza de embutido para piezas rectangulares de la ecuación (2.82) es:

$$F_{d,max,R} = \frac{1}{\eta} Per_m \cdot t_0 \cdot \sigma_f \cdot \ln \frac{D_{b,e}}{d_{p,e}} \quad (2.93)$$

donde:

- $D_{b,e}$ y $d_{p,e}$ son los diámetros equivalentes del blanco y el punzón.
- No hay estudios para estimar la eficiencia η en embutido rectangular, por mientras se puede utilizar el mismo valor que en el embutido cilíndrico, es decir $\eta=0.75$.
- El esfuerzos de fluencia puede ser calculado como $\sigma_f = 0.5(\sigma_{fmI} + \sigma_{fmII})$, donde los esfuerzos de fluencia promedio σ_{fmI} y σ_{fmII} son obtenidos con los diámetros equivalentes $D_{b,e}$, $d_{p,e}$ y $d_{f,max,e}$.
- Se recomienda utilizar los diámetros equivalentes pitagóricos o de Lange para obtener $F_{d,max,R}$.

d) *Fuerza de embutido rectangular de Schedin*

Respetando la ecuación original de fuerza de embutido de Schedin, ec. (2.83), se utilizó el perímetro del punzón en lugar del perímetro medio para calcular el área de sección transversal de la pared de la pieza. Sustituyendo los términos correspondientes se obtiene:

$$F_{d,max,R} = Per_p \cdot t_0 \left(e^{\mu\pi/2} \left(K(4/3)^{\frac{1+n}{2}} \cdot \int_{x=\frac{d_{p,e}}{2}}^{x=\frac{0.77D_{b,e}}{2}} \left(\ln \sqrt{1 + \frac{d_{p,e}H}{x^2}} \right)^n \frac{dx}{x} + \frac{2F_{BH}\mu}{0.77Per_B t_0} \right) + \frac{t_0}{2r_d} K(4/3)^{\frac{n}{2}} \left(\ln \sqrt{1 + \frac{2H}{d_{p,e}/2}} \right)^n \right) \quad (2.94)$$

donde:

- H es la altura cuando la carga es máxima, y debe ser obtenida experimental o numéricamente por MEF.
- $D_{b,e}$ y $d_{p,e}$ son los diámetros equivalentes del blanco y el punzón.
- K y n son los parámetros de endurecimiento exponencial del material.
- La integral solo se puede resolver numéricamente, por lo cual no se puede desarrollar.

- Para los términos de anisotropía $(\frac{2b}{b+1})$, donde b es $(1+r)/r$ se manejó como un material isotrópico, i.e., con el coeficiente de anisotropía $r=1$, obteniéndose $4/3$.
- Se recomienda utilizar los diámetros equivalentes pitagóricos o de Lange para obtener $F_{d,max,R}$.

e) *Fuerza de embutido rectangular de CIDESI*

CIDESI® es un Centro de Ingeniería y Desarrollo Industrial de México donde su principal misión es generar desarrollo y conocimiento para la industria [44]. En sus cursos sobre embutido profundo proponen que para obtener $F_{d,max,R}$ [30], se utiliza una expresión similar a la reportada en [45] donde se pondera el radio de las esquinas del punzón con el resto del perímetro del rectángulo y lo relaciona con el esfuerzo último del material, obteniendo la siguiente expresión:

$$F_{d,max,R} = t_0 \sigma_{UTS} (2C_1 \pi r_{pc} + (2a + 2b - 8r_{pc})C_2) \quad (2.95)$$

donde:

$C_1=1.3$.

$C_2=0.3$.

σ_{UTS} : es el esfuerzo último a la tensión.

a : largo de la pieza rectangular.

b : ancho de la pieza rectangular.

t_0 : es el espesor del blanco.

La ec. (2.95) debido a su simplicidad y facilidad de obtener los datos es muy utilizada por la industria mexicana del conformado de metal.

2.7 Altura de embutido rectangular

Existen diversas expresiones para la obtención de la altura de embutido DDH para piezas rectangulares reportadas en la literatura [7] que se detallarán a continuación.

La primera expresión para obtener la DDH permisible reportada en [5] utiliza el concepto de diámetro equivalente y el principio de conservación de volumen del material durante el proceso.

Considerando que el espesor de la lámina es constante y que el área de la copa cilíndrica es la misma que la de la copa rectangular, se deduce la siguiente expresión:

$$DDH_R = \frac{AB-ab}{2(a+b)} \quad (2.96)$$

Donde A , B , a , y b son las dimensiones largo y ancho del blanco y la pieza rectangular.

Posteriormente, en [7], le agregaron a la ecuación (2.96) los términos del radio de las esquinas del punzón, r_{pc} , obteniendo la siguiente expresión:

$$DDH_R = \frac{AB-ab+(4-\pi)r_{pc}^2}{2[a+b-(4-\pi)r_{pc}]} \quad (2.97)$$

Las ecs. (2.96) y (2.97) pueden ser usadas para calcular la DDH permisible para piezas rectangulares de acero como una función de las dimensiones del blanco rectangular, de la copa y el punzón. Está ecuación es aplicable solo cuando la lámina metálica satisface $t \ll a$ y $t \ll b$.

Aplicando el concepto de los diámetros equivalentes de Lange [19], es posible obtener la DDH representativa para las piezas rectangulares de manera similar a la ec. (2.96), obteniendo la siguiente ecuación:

$$DDH_R = \frac{AB-ab}{2\sqrt{\pi ab}} \quad (2.98)$$

Otras aportaciones en la literatura fueron publicadas en [23] y [46], mostradas en las ecuaciones (2.99) y (2.100):

$$DDH_R/r_{pc} \leq 6 \quad (2.99)$$

$$DDH_R = \frac{AB-ab}{2\sqrt{\pi ab} + \pi t_0} \quad (2.100)$$

Sobre las ecuaciones (2.96)-(2.100) que estiman la DDH permisible, en [7] se estimó que la ecuación (2.97) fue la que obtuvo el menor error promedio de predicción de 20 casos de estudio con un 72%.

Las anteriores expresiones para la DDH permisible están basadas en conceptos geométricos. Pero existe otra vía para obtener la altura y es usando el enfoque energético. De acuerdo a lo

visto en la Sección 2.3.6, la altura de embutido h , se puede calcular a partir de la ecuación (2.31), resultando en:

$$h = \lambda \frac{W_d}{F_{d,max}} \quad (2.101)$$

el término λ comprende los valores κ y η de las ecuaciones (2.31) y (2.32), y representa la pérdida de energía que no se transfiere del punzón al material.

La principal ventaja de la ec. (2.101) con respecto a las ecuaciones (2.96)-(2.100) es que se puede ver el efecto que tienen diversos parámetros del material, geométricos y del proceso sobre la DDH permisible. Su principal desventaja es que se necesita de una DDH permisible inicial para omitir el término λ que es desconocido y poder observar el efecto de los diversos parámetros. Por lo que las ecuaciones para la DDH permisible revisadas en esta sección pueden ser complementarias.

Capítulo 3

Modelo numérico mediante el Método del Elemento Finito

En este capítulo se presenta el desarrollo de un modelo de método de elemento finito (MEF) para una operación de embutido profundo. Este modelo permite simular diversas condiciones y parámetros del proceso, geometría y del material. El capítulo está estructurado en tres partes. En la primer parte se describen las características principales del modelado por MEF. En la segunda parte se desarrolla y aplica la metodología para el análisis del modelo base para el estudio paramétrico. Finalmente en la tercera parte se presenta un caso de estudio tomado de la literatura para validar el modelo MEF propuesto.

3.1 Método del Elemento Finito

El método de los elementos finitos (MEF) es un método numérico para resolver problemas de ingeniería y otras ramas afines. Este método permite resolver problemas donde no es posible obtener una solución matemática exacta, por lo que se recurre a una solución numérica. En el MEF se resuelven las ecuaciones diferenciales aproximadamente hasta un grado seleccionado de exactitud [47]. El comportamiento de un proceso continuo, que normalmente es imposible determinar con exactitud, se discretiza y aproxima en el MEF. Para este propósito, la forma y el comportamiento del medio continuo se redefine por una malla que se compone de una colección finita de subdominios denominados elementos finitos y puntos nodales, en donde los valores de la función (desplazamientos) y sus derivadas (velocidad y aceleración) están especificados.

En el campo del formado del metal se han utilizado las simulaciones MEF para reducir las pruebas experimentales, validar modelos teóricos u observar el comportamiento del material. En [14] y [24] utilizaron las simulaciones MEF para realizar un estudio paramétrico del efecto de diversos parámetros sobre la DDH permisible, con ello evitaron realizar numerosos experimentos costosos. La simulación MEF también ha servido para validar trabajos

experimentales como la prueba Erichsen o un embutido cilíndrico simple para luego utilizar el mismo modelo MEF desarrollado para mejorar el diseño de una pieza industrial como se realizó en [48]. También ha servido para validar los resultados de un análisis teórico y obtener los esfuerzos más representativos de un embutido rectangular como lo realizado por Daxin, et al. [32]. Otra ventaja que ofrecen las simulaciones MEF es la de evaluar varios casos de estudios con el fin de comparar sus resultados con diversas expresiones teóricas sobre la DDH permisible como se realizó en [7]. Las simulaciones MEF también permiten observar la distribución de esfuerzos, las deformaciones, el adelgazamiento o variables definidas por el usuario que facilitan un análisis para encontrar el modo de falla debido a la variación de parámetros del proceso como la sensibilidad a la velocidad de deformación en un proceso de formado en caliente [49]. Por todo lo anterior, se puede ver que las simulaciones MEF son una herramienta valiosa para el estudio de formado de metales.

3.2 Análisis en el Método del Elemento Finito

El procedimiento general para resolver un problema en el MEF es el siguiente:

1. Discretización del dominio en elementos finitos.
2. Derivar las ecuaciones para cada uno de los elementos de la malla y colocarlos de la forma: $[K^e]\{u^e\} = \{F^e\}$ (Matriz elemental).
3. Ensamblar todas las ecuaciones originadas del paso anterior para tener una ecuación global.
4. Aplicar las condiciones de frontera tales como restricciones, cargas, flujo de calor, etc.
5. Solución de las ecuaciones ensambladas.
6. Postprocesamiento y análisis de los resultados.

La relación entre los desplazamientos desconocidos y las fuerzas conocidas en los nodos puede ser lineal o no lineal de acuerdo a lo siguiente:

$$\{F\} = [k] \cdot \{u\} \quad (3.1)$$

$$\{F\} = [k\{u\}] \cdot \{u\} \quad (3.2)$$

donde F es el vector de cargas aplicadas, k es la matriz de rigidez y u es el vector de desplazamientos. En un comportamiento lineal, ec. (3.1), la rigidez estructural es independiente

del desplazamiento, mientras que en un comportamiento no lineal, ec. (3.2), la rigidez estructural depende del desplazamiento.

3.2.1 Algoritmos implícitos y explícitos

Los problemas de mecánica pueden ser clasificados como estáticos, “cuasi” estáticos y dinámicos, Figura 3.1. En un problema estático el equilibrio de fuerzas es igual a cero, en un problema “cuasi estático” el equilibrio de fuerzas se aproxima a cero, y en un problema dinámico el equilibrio de fuerzas es igual a la masa por la aceleración.

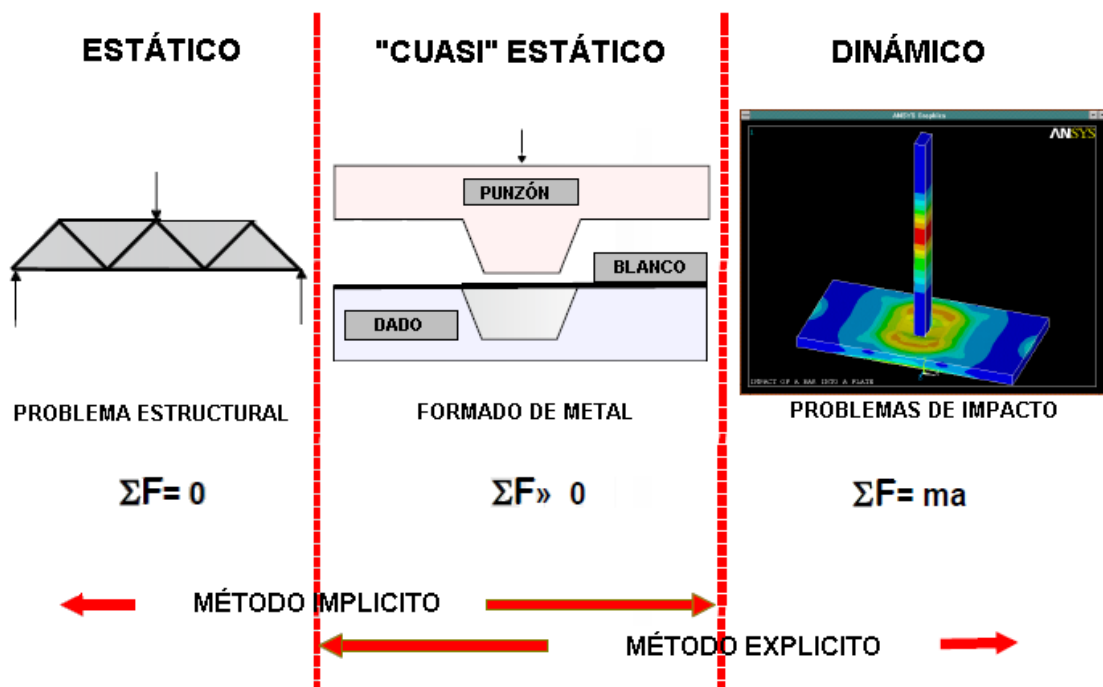


Figura 3.1. Representación de los problemas estáticos, cuasi-estáticos y dinámicos [50].

En los problemas dinámicos y cuasi estáticos se tiene movimiento del cuerpo(s) en el tiempo. En una simulación MEF hay dos esquemas diferentes para la integración en el tiempo: algoritmos implícitos y algoritmos explícitos. El algoritmo implícito permite una solución estática completa con control de convergencia, mientras que el algoritmo explícito es más robusto y no hay un control de las fuerzas desequilibradas.

La ecuación básica de un problema dinámico o cuasi-estático es:

$$m\ddot{u} + c\dot{u} + ku = F(t) \quad (3.3)$$

donde m es la masa del cuerpo en movimiento; c y k son los coeficientes de amortiguamiento y de rigidez, respectivamente; u , \dot{u} y \ddot{u} son el desplazamiento, la velocidad y la aceleración de la masa en el tiempo t ; y finalmente $F(t)$ representa las cargas externas como función del tiempo t . Esta ecuación está basada en un sistema masa-resorte-amortiguador sencillo.

Los métodos implícitos satisfacen el equilibrio estático mediante un control de convergencia en la configuración final desconocida correspondiente a un incremento de tiempo. El tamaño del incremento de tiempo puede ser muy grande, dependiendo de la condición de contacto. El tiempo de procesamiento incrementa drásticamente con el número de elementos debido a la operación de inversión de la matriz y el esquema de integración en el tiempo. Esto conduce a problemas tales como la divergencia de la solución y la singularidad de la matriz de rigidez.

Por otro lado, en los métodos explícitos se tiene mayor robustez e independencia en los términos de la matriz de rigidez sobre los desplazamientos desconocidos. En su formulación no es necesario la inversión de la matriz de rigidez por lo que los tiempos de cómputo suelen ser menores. Sin embargo, para que la solución sea estable el tiempo de integración debe ser la razón del largo del elemento entre la velocidad sónica en el material, obteniendo pasos de tiempo muy pequeños, por lo que no es recomendable para problemas de tiempos largos. Así mismo, para su óptimo desempeño requiere de mallados mapeados burdos, los cuales puede causar menos precisión en las concentraciones de esfuerzos y el “spring-back”.

3.2.2 Análisis no lineal

El proceso de embutido profundo presenta principalmente tres tipos de no linealidades [51]:

1. Material: los materiales que no cumplen con la Ley de Hooke en sus relaciones de esfuerzo-deformación, por lo que se recurren a modelos matemáticos para la zona de plasticidad (véase Figura 2.14).
2. Geometría no lineal: Debido a geometrías complejas, las relaciones fuerza y desplazamiento son no lineales.
3. Contacto: Al entrar en contacto las herramientas se presenta el efecto de la fricción, el cual se modela mediante modelos de fricción no lineales.

Debido a estas no linealidades, el modelo matemático que describe la solución debe agregar condiciones que no son totalmente conocidas hasta que la solución es conocida. La solución no puede ser obtenida de un simple paso de análisis; se necesitan varios pasos para actualizar la solución tentativa y después de cada paso repetir hasta que el criterio de convergencia se cumpla. La solución de este tipo de análisis no lineales hace uso de la ecuación (3.1) pero con una modificación para aplicarla al análisis no lineal.

3.3 Software ANSYS LS-DYNA

ANSYS LS_DYNA® es un programa especializado en simulaciones MEF explícitas. El *software* reúne las siguientes características que nos ayudan en una simulación del proceso de embutido:

- Resuelve problemas en el área de formado de metal.
- Realiza análisis no lineal de estructuras complejas.
- Contiene elementos que admiten modelar las grandes deformaciones en una lámina con tiempos de cómputo relativamente cortos.
- Contiene modelos que permiten modelar plasticidad y anisotropía de la lámina metálica.
- Contiene elementos para modelar el contacto entre las herramientas sin entrar en su desarrollo matemático.
- Resuelve problemas explícitos tales como: formado de metal, pruebas de impacto, contacto entre superficies, grandes deformaciones y múltiples no-linealidades.
- Tiene algoritmos que facilitan la convergencia del algoritmo explícito sin la necesidad de configurar muchos parámetros.
- Es respaldado por ANSYS, Inc. líder en el sector de simulación MEF y ampliamente utilizado por numerosos investigadores y la industria [52].

Con estas características encontradas en el software se realiza el modelo de simulación con las características descritas en las siguientes secciones.

3.3.1 Solución de problemas no lineales en ANSYS

ANSYS LS-DYNA® recurre al método de “Newton-Raphson” para solucionar problemas no lineales. En la zona no lineal la carga es dividida en incrementos de carga los cuales pueden ser aplicados en pasos de carga. En la Figura 3.2 se muestra el uso del método de “Newton-Raphson” el cual realiza iteraciones en un análisis no lineal.

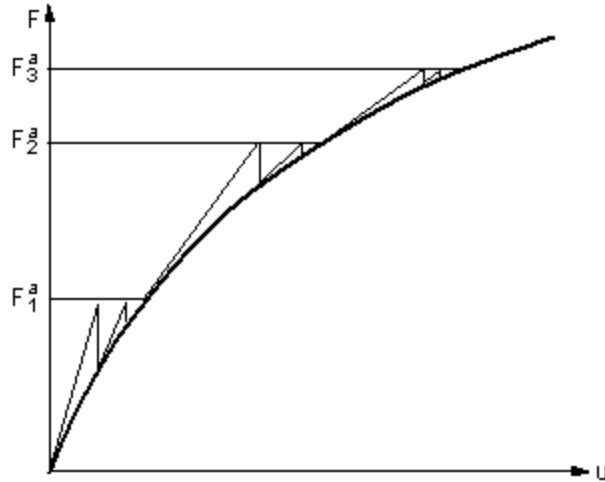


Figura 3.2. Aproximación del método de Newton-Raphson [50].

Antes de cada solución el algoritmo evalúa en el vector de carga la diferencia entre las fuerzas restauradoras y las cargas aplicadas. El programa entonces realiza una solución lineal, usando el vector de cargas y verifica la convergencia. Si el criterio de convergencia no se cumple entonces el vector de cargas es re-calculado, la matriz de rigidez es actualizada y se obtiene una solución. Este procedimiento iterativo continúa hasta que la solución logra la convergencia.

Cada desplazamiento presente en método de Newton-Raphson depende de un incremento del tiempo. Los incrementos de tiempo se calculan en base a pequeños intervalos de tiempo para la solución (Δt). Estos intervalos de tiempo determinan la precisión de la solución final. ANSYS LS-DYNA® verifica todos los elementos para calcular el incremento de tiempo, de la siguiente manera:

$$\Delta t = 0.9 \frac{l}{c} \quad (3.4)$$

donde l es la longitud mínima del elemento de malla, c es la velocidad del sonido y 0.9 es un factor para asegurar un decremento. Las características principales de l y c es que dependen de la relación de Poisson (ν), de la densidad del material (ρ) y del módulo de Young (E) de acuerdo a las siguientes relaciones:

$$l = \frac{A}{\max(L_1, L_2, L_3, L_4)} \quad (3.5)$$

$$c = \sqrt{\frac{E}{\rho(1-\nu^2)}} \quad (3.6)$$

donde A es el área del elemento y L_1, L_2, L_3 y L_4 indican la longitud del elemento. El software actualiza el valor de A y la longitud máxima de los lados del cuadrilátero (elemento cuadrado) en cada paso de tiempo para recalculer el siguiente incremento de tiempo. Todos los incrementos de tiempo son almacenados en un archivo de resultados [5] con sus respectivos valores de esfuerzo, deformación, cargas, desplazamiento, etc.

3.4 Mallado

El número, tamaño y densidad de la malla en un análisis MEF dependen de fenómeno o proceso que se desea simular. Los elementos de la malla deben ser lo suficientemente pequeño para representar los detalles en la geometría, y lo suficientemente grande para evitar el consumo innecesario de tiempo de cómputo.

Para herramientas no deformables, la malla es sólo la representación de la geometría, mientras que para los cuerpos deformables como el blanco, los elementos finitos son la representación de material con un comportamiento simplificada en pequeños elementos. Varios modelos de comportamiento del material se utilizan en MEF. En la Figura 2.14 se encuentran los modelos de materiales más utilizados en la simulación de formado de metal. Los modelos rígidamente plásticos no requieren la consideración de la cinemática lineal de la deformación finita; por lo tanto, la formulación consume menos tiempo, es más fiable, y robusta.

De acuerdo con los requisitos, se pueden utilizar elementos tridimensionales o de superficie en las simulaciones MEF. En el formado volumétrico de metal sólo se utilizan los elementos continuos o tridimensionales, mientras que en el formado de lámina metálica se prefieren los elementos de superficie. Hay cuatro tipos diferentes de elementos disponible en la mayoría de las paqueterías MEF para el análisis de proceso de formado de lámina metálica [47]. En los procesos de conformado de lámina metálica para que la flexión se produzca en un radio de curvatura aproximadamente mayor que diez veces el espesor de la lámina [53], los elementos tipo membrana se pueden utilizar, sin embargo para las simulaciones de embutido profundo, elementos tipo cascarón o “Shell” son los más adecuados y se dividen en dos grupos que son elementos de cascarón delgados y gruesos. Los elementos tridimensionales rara vez se utilizan

en las simulaciones de lámina metálica. En simulaciones explícitas es recomendable el uso de un mallado mapeado para facilitar la convergencia y tener tiempos de cómputo más cortos [50].

3.5 Tipo de elemento

En este trabajo se seleccionó el elemento tipo cascarón o *Shell* debido a lo siguiente:

- Está diseñado para modelar estructuras delgadas o estructuras de pared delgada.
- Se utiliza para mallar áreas o superficies, no volúmenes, por lo cual no tiene un grosor geométrico. Permite tiempos de cómputo menores que los elementos sólidos.
- Permite ver la distribución del espesor en sus variables de salida.

En [5] realizó un análisis comparativo del desempeño en la simulación MEF del proceso de embutido usando diferentes tipos de elementos (*Solid* y *Shell*), aplicados a un caso de estudio. Con los resultados de dicho análisis se confirmó que el elemento *Shell* es el más adecuado para problemas de formado de metal, y prueba de ello es que la mayoría de los trabajos reportados en la literatura utilizan este elemento.

La carga que se le aplica a un elemento *Shell* se distribuye a través del elemento por la combinación de una acción de membrana (no presenta rigidez a flexión y torsión) y flexión. Un *Shell* no está completamente libre de esfuerzos flexionantes. Estos aparecen en puntos cercanos de cargas, líneas de carga, refuerzos, coyunturas, cambios de curvatura y soportes.

En ANSYS LS-DYNA® el elemento tipo cascarón se llama SHELL163. Una de las características del elemento SHELL163 es que tiene seis grados de libertad en cada uno de sus cuatro nodos [50]. La Figura 3.3 muestra un elemento cuadrilátero SHELL163 y los grados de libertad en los nodos. Al no tener nodos en las aristas, no puede tener interpolación de segundo orden o mayor.

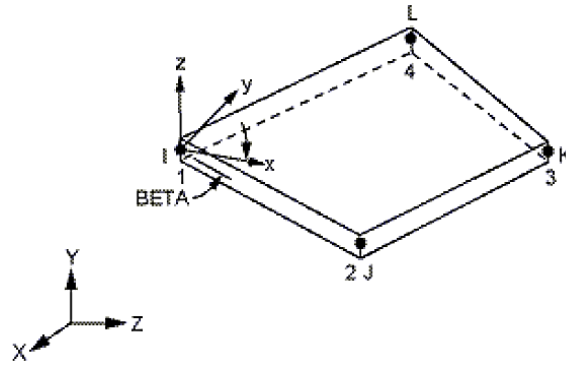


Figura 3.3. Elemento *SHELL163* de ANSYS LS-DYNA® [50].

3.6 Modelo de contacto

En el proceso de embutido se presentan contactos entre las herramientas y la lámina, por lo que es necesario definir un modelo de contacto para las interfaces de contacto. Dentro de ANSYS LS-DYNA® existen tres diferentes tipos de contacto [50]:

- Superficie simple (ASSC): Este tipo de contacto se establece cuando una superficie de un cuerpo entra en contacto con si misma o con la superficie de otro cuerpo.
- Nodo a superficie (NTS): El contacto se presenta cuando un nodo de la superficie de un cuerpo entra en contacto con la superficie de otro cuerpo.
- Superficie a superficie (STS): El contacto se establece cuando la superficie de un cuerpo penetra a la superficie de otro cuerpo.

Cada tipo de contacto necesita de un elemento específico de contacto. En este trabajo se seleccionó el contacto tipo *Superficie a Superficie*, el cual permite modelar un contacto entre un cuerpo rígido y otro flexible o entre cuerpos flexibles. El contacto entre superficies se establece cuando una superficie de un cuerpo penetra en la superficie de otro. Dentro de los 24 tipos de formas de contacto que contempla ANSYS LS-DYNA, se usa el contacto entre superficies para formado “FTST”, el cual normalmente se utiliza principalmente en aplicaciones de formado de metal [50]. Para estos tipos de contacto, las herramientas y los troqueles se definen típicamente como el objetivo (maestro), mientras que la pieza de trabajo se define como la superficie de contacto (esclavo).

3.7 Modelo numérico MEF

La metodología utilizada en la simulación numérica MEF del proceso de embutido se muestra en la Figura 3.4. Esta metodología se describe a continuación mediante un modelo de embutido profundo cuadrado que servirá como modelo base ($b/a = 1$) para el estudio paramétrico. El código de esta simulación se encuentra en el Anexo A.

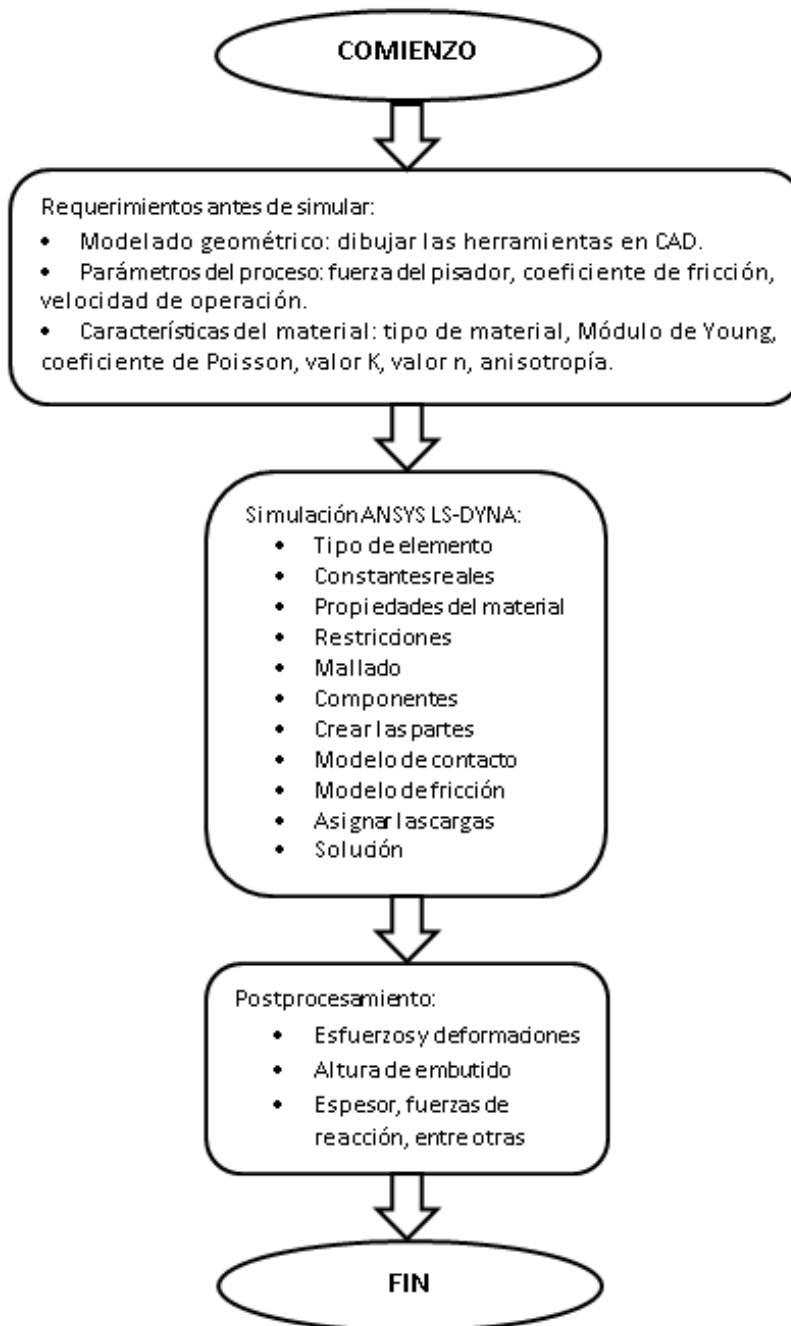


Figura 3.4. Pasos generales para realizar la simulación MEF.

3.7.1 Modelo geométrico

Las geometrías de las herramientas del embutido se modelaron en el software CAD NX[®], y la simulación numérica del proceso de embutido profundo se llevó a cabo utilizando el MEF mediante el software ANSYS LS-DYNA[®]. Las herramientas que se modelaron fueron el punzón, pisador, lámina y dado con características de superficies o modelado sin espesor (Figura 3.5).

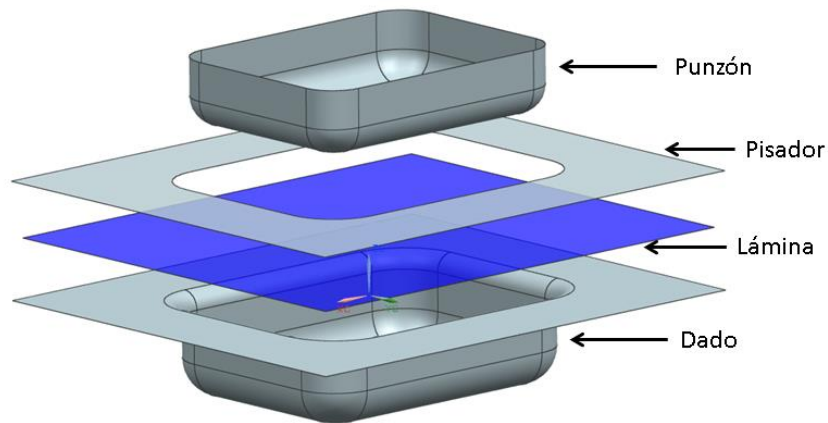


Figura 3.5. Herramientas del embutido rectangular dibujadas en NX[®].

Considerando el principio de simetría, solo una cuarta parte de la configuración de los componentes del embutido de piezas rectangulares se modeló, Figura 3.6.

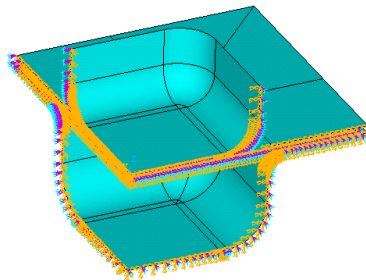


Figura 3.6. Simetría de las herramientas utilizadas en la simulación del modelo de $b/a=1$.

3.7.2 Modelo de elemento finito

El modelo MEF comprende el punzón, la matriz, y el pisador, los cuales se modelan como cuerpos rígidos; y el blanco o lámina modelada como un cuerpo deformable. Cada uno de estos componentes tiene restricciones de movimientos como se muestran en la Figura 3.7.

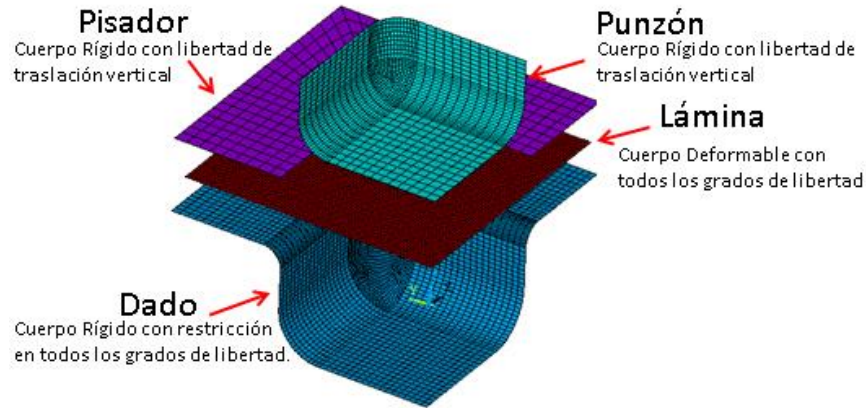


Figura 3.7. Vista segregada del modelo MEF del proceso de embutido de una pieza cuadrada ($b/a=1$).

El modelo MEF utiliza elementos tipo cascarón, SHELL163. El tamaño del elemento en el blanco es 0.8 mm. El número de elementos utilizados para el modelado MEF se eligió con base a un análisis sensibilidad (que se muestra más adelante), obteniendo una variación máxima del 2% en la solución. Las simulaciones se realizaron con la formulación de Belytschko–Tsay, utilizando 5 puntos de integración a lo largo del espesor virtual que maneja el elemento SHELL163. Para realizar el mallado, las superficies fueron divididas en áreas de 3 o 4 lados para poder utilizar el mallado de mapeado automático del ANSYS (véase Figura 3.8)

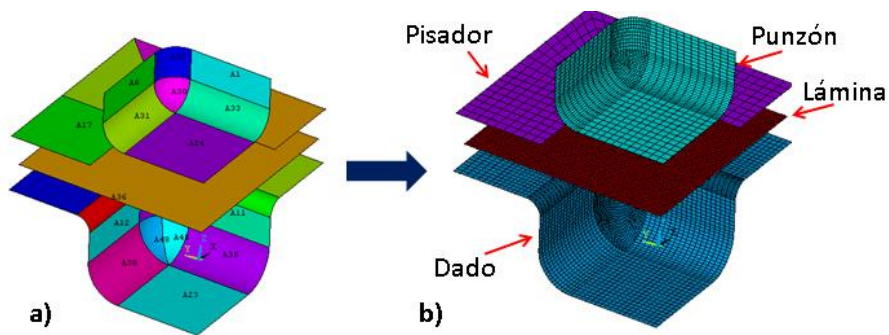


Figura 3.8. Método para mallar la geometría donde a) es la geometría dividida en áreas y b) las áreas con una malla mapeada.

3.7.3 Material

El material utilizado para el estudio fue acero para formado [14], con propiedades mecánicas de acuerdo a la Tabla 3.1. La lámina metálica fue modelada como un material elastoplástico isotrópico, con endurecimiento de acuerdo a ley de endureciendo de Swift: $\sigma = K(\epsilon_0 + \epsilon_p)^n$.

Tabla 3.1. Propiedades mecánicas del acero utilizado [14].

Propiedades Mecánicas	Valores
Módulo de Elasticidad (E)	210 GPa
Esfuerzo último tensión (σ_{UTS})	440 MPa
Esfuerzo de cedencia (σ_v)	276 MPa
Densidad (ρ)	7800 kg/m ³
Exponente de endurecimiento (n)	0.273
Coefficiente de endurecimiento (K)	604.1 MPa
Relación de Poisson (ν)	0.3

3.7.4 Asignación de cargas

La aplicación de carga se realiza directamente sobre el cuerpo rígido. En el caso de la fuerza del pisador, ésta se aplica directamente al pisador y tiene un valor constante. El valor de la fuerza del pisador para piezas rectangulares puede ser calculado con la ecuación (1.30) aplicando el concepto de diámetro equivalente para piezas rectangulares [5], resultando en:

$$F_{BH,R} = \left[\left(\frac{D_{b,e}}{d_{p,e}} - 1 \right)^2 + \frac{D_{b,e}}{200 t_0} \right] \cdot \frac{\sigma_{uts}}{400} \cdot (A \cdot B - (a + 2c + 2r_d) \cdot (b + 2c + 2r_d)) \quad (3.7)$$

donde β es la relación de embutido, $D_{b,e}$ y $d_{p,e}$ son los diámetros equivalentes de Lange [mm] del blanco y del punzón respectivamente, σ_{uts} es la resistencia última a la tensión [MPa], A y B son las dimensiones del blanco [mm], a y b son las dimensiones del punzón, c es el claro [mm] y r_d es el radio del dado [mm]. Para este análisis se consideró una fuerza constante del pisador $F_{BH} = 15.0$ kN, determinada a partir del modelo reportado en la literatura [14]. En el caso del punzón la carga es una reacción debido a que se le asigna un desplazamiento fijo a velocidad constante.

3.7.5 Otros parámetros de la simulación

El modelo de fricción de Coulomb fue considerado para el contacto entre los cuerpos. En este análisis el coeficiente de fricción se definió como 0.05 [14] y la velocidad del punzón de 0.1 m/s. La velocidad fue determinada de acuerdo al análisis de convergencia que se presentará más adelante. Más detalles sobre parámetros de la simulación pueden ser consultados en el código del Anexo A.

3.7.6 Análisis de convergencia

Se realizó un análisis de la influencia en la solución de las dos principales variables que tiene una simulación MEF explícita: el número de elementos/nodos y la velocidad del movimiento de los cuerpos.

La velocidad de movimiento se determina con el tiempo de solución y el desplazamiento de los cuerpos en movimiento, para este caso el punzón. Asignado una velocidad al punzón se tiene la velocidad de embutido, que de acuerdo a la Tabla 1.3 para un embutido de acero las velocidades deben estar entre 0.0916 m/s (5.5 m/min) y 0.253 m/s (15.2 m/min). En el análisis de convergencia se realizaron simulaciones con velocidades de: 1 m/s (60 m/min), 0.1 m/s (6 m/min) y 0.01 m/s (0.6 m/min). Se utilizó un tamaño de elemento de 0.5 mm para obtener más de 60 mil elementos en el blanco. Las simulaciones se detenían a una altura promedio de 12.48 mm y se capturaban los esfuerzos de von mises y el desplazamiento nodal máximo, este último representa una medida de penetración entre 2 cuerpos en contacto. En la Figura 3.9 se muestran los resultados.

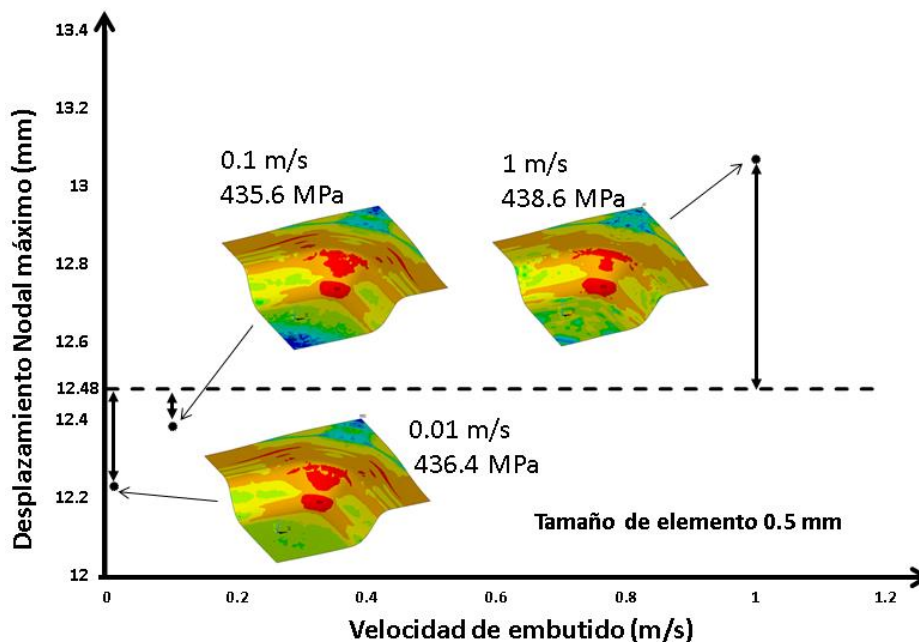


Figura 3.9. Simulaciones del modelo $b/a=1$ con distintas velocidades de embutido.

En la Figura 3.9 se puede ver que el esfuerzo equivalente máximo no tuvo una variación significativa para las diferentes velocidades de embutido analizadas. Lo anterior se debe a que las velocidades consideradas son relativamente bajas, aunque se puede observar una distribución

de esfuerzos más suave cuando la velocidad fue menor a 0.1 m/s, la cual es cercana a las velocidades de uso industrial [28]. En teoría mientras más lento sea la simulación menor será el efecto dinámico y de inercia. Los incrementos de tiempo fueron iguales para todas las velocidades al no variar el tamaño del elemento. Entonces mientras menor sea la velocidad de embutido mayor será el tiempo de simulación, por tanto se determinó utilizar 0.1 m/s como velocidad de embutido.

Con la velocidad de 0.1 m/s se realizaron 4 simulaciones variando el tamaño de elemento: 0.25, 0.5, 0.8 y 1 mm. Primero se realizó una simulación con tamaño de elemento 0.25 mm, dejando avanzar el punzón hasta que el esfuerzo de Von Mises sea igual al esfuerzo último de tensión del material del blanco, y registrando la altura a la cual ocurría esta condición, que en este caso fue 12.48 mm. Para otros tamaños de elementos se realizó el mismo procedimiento. Los resultado de este análisis de convergencia se muestra en la Figura 3.10.

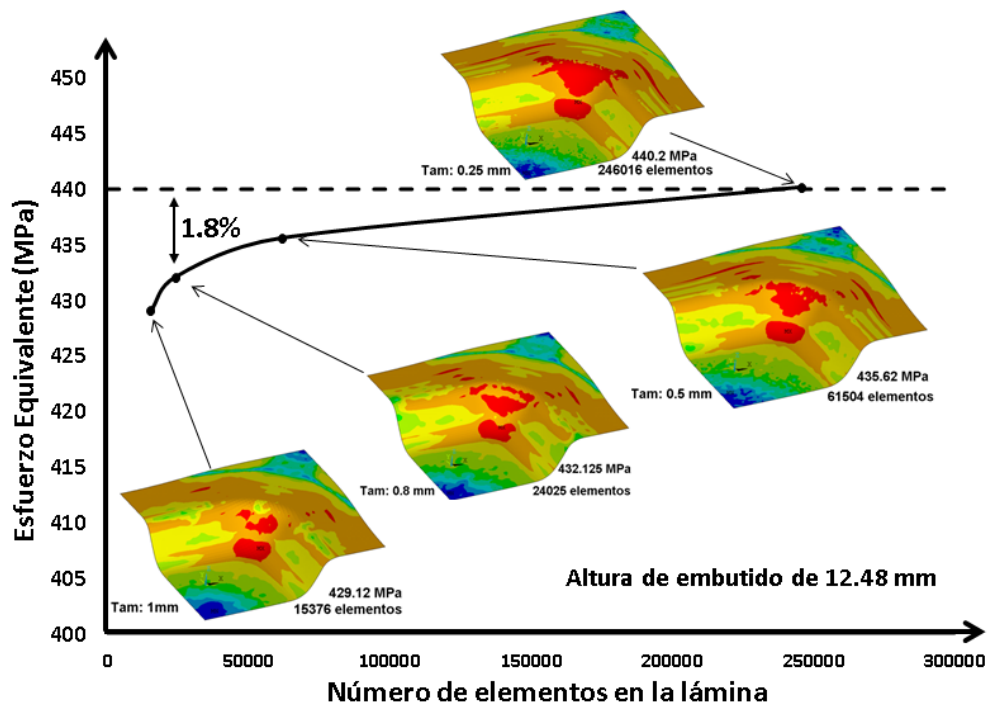


Figura 3.10. Análisis de convergencia donde se varía el número de elementos lineales tipo SHELL163 en la lámina y se simula a una altura de 12.48 mm.

Como se puede ver en la Figura 3.10, la curva del esfuerzo máximo tiende a converger cuando aumentan los elementos. Sin embargo, el tiempo de procesamiento aumenta exponencialmente conforme aumentan los elementos. Debido a que se realizarán numerosas simulaciones se

seleccionó un tamaño de elemento de 0.8 mm por no requerir mucho costo computacional y tener un error en la solución de 1.8% con respecto a la solución con elementos de 0.25 mm.

3.7.7 Altura de embutido y criterio de falla

El valor de la altura máxima de embutido mediante simulación MEF se determina al utilizar un criterio de falla. En el caso del material isotrópico considerado para la lámina, el criterio de falla utilizado fue el siguiente:

$$Falla = \frac{\sigma_e}{\sigma_{UTS}} \quad (3.8)$$

donde σ_{UTS} es el esfuerzo último de tensión del material y σ_e es el esfuerzo equivalente de Von Mises. La falla ocurre cuando $\sigma_e > \sigma_{UTS}$, es decir, cuando $Falla > 1$.

El software ANSYS LS-DYNA[®] utiliza y almacena aproximadamente 10 000 pasos de tiempo en su archivo de resultados, pero por default en el análisis de resultados solo muestra 100 pasos del total almacenado. De los 10 000 pasos almacenados se recurre a evaluar cada fracción de tiempo con 3 dígitos significativos, 0.001 segundos. De esta manera, el criterio de falla se evalúa en cada iteración de tiempo de 0.001 segundos durante todo el proceso de simulación. Esta evaluación se realiza mediante el comando `SET,,,1,, "tiempo de solución",,` durante el postprocesamiento, y cuando se alcanzaba el σ_{UTS} se registraba la altura y sus resultados para su análisis posterior.

3.8 Validación del modelo numérico

Para validar el modelo MEF propuesto se utilizó como referencia los resultados reportados en [1] y [54], los cuales son utilizados comúnmente para validar las simulaciones MEF en el formado de láminas metálicas [7], [54], [55], [56]. La Figura 3.11 muestra las dimensiones del embutido profundo utilizado en la validación.

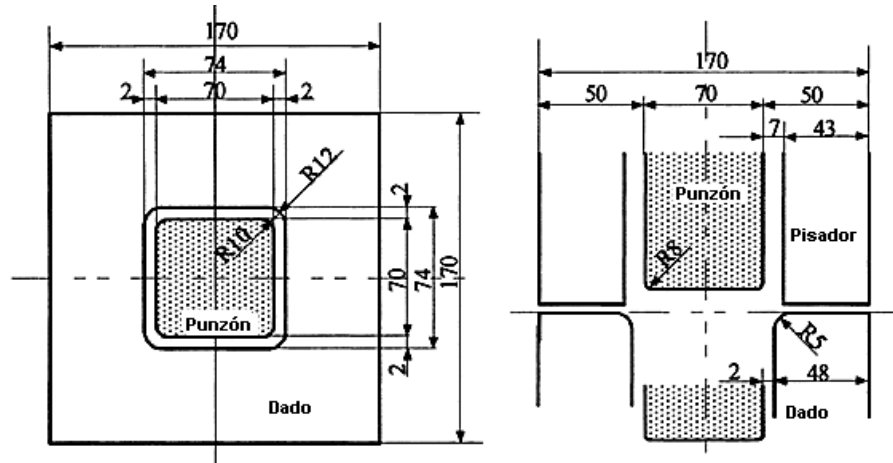


Figura 3.11. Dimensiones de las herramientas para el embutido cuadrado (mm) [54].

Los datos para el modelo de referencia para la validación son [1]:

- Geometría CAD. Se realizaron los modelos geométricos de las piezas y herramientas de acuerdo a la Figura 3.11.
- Parámetros del proceso:
 - Dimensiones iniciales de la lámina: 150mm x 150 mm x 0.78 mm.
 - Carrera del punzón 40 mm.
 - Coeficiente de fricción de Coulomb 0.144.
 - Valor de la fuerza del pisador 19.6 kN.
 - Malla del tipo cuadrilátero con un tamaño de 0.5 mm.
 - Las herramientas (punzón, matriz y pisador) fueron consideradas como cuerpos rígidos.
- Modelado del material. Para propósitos de comparación el modelo del material se realizó igual que en la referencia [1], $\sigma = K(\varepsilon_0 + \varepsilon_p)^n$. Sin embargo, la ecuación constitutiva fue la del criterio de Von Mises.
- Los datos de material se encuentran en la Tabla 3.2 [1].

Tabla 3.2. Propiedades mecánicas del material utilizado para la validación [1].

Propiedades Mecánicas	Valores [1]
Módulo de Elasticidad (E)	206 GPa
Esfuerzo de cedencia ($\sigma_{y,0}$)	164.1 MPa
Densidad (ρ)	7800 kg/m ³
Exponente de endurecimiento (n)	0.2637
Coefficiente de endurecimiento (K)	567.29 MPa
Relación de Poisson (ν)	0.3
Deformación previa (ε_0)	0.007127

A continuación se presentan los resultados obtenidos de la validación del modelo MEF. En el Anexo B se presenta el código de programación completo del análisis MEF del modelo de validación.

3.8.1 Reducción de la lámina

Primeramente se obtuvo y comparó la reducción o contracción de la lámina después de ser embutida. En la Figura 3.12 se muestra un cuarto de la lámina inicial identificado por los lados O-A-B-C. Después de embutirse la lámina, ésta se contrae a la forma dada por el contorno azul de la Figura 3.12. El objetivo es entonces comparar los resultados contra los valores DX, DY y DD que se obtienen en pruebas experimentales realizadas en distintos trabajos, Makinouchi [54], Zhang [55] y Khelifa [1]. La Tabla 3.3 muestra los valores de contracción de la lámina obtenidos por estos tres diferentes investigadores y uno último obtenido en este trabajo mediante ANSYS. Los resultados muestran una diferencia de aproximadamente 2.1 % en la dirección DX y una diferencia de 4.6% en la dirección DD, en comparación con los valores experimentales.

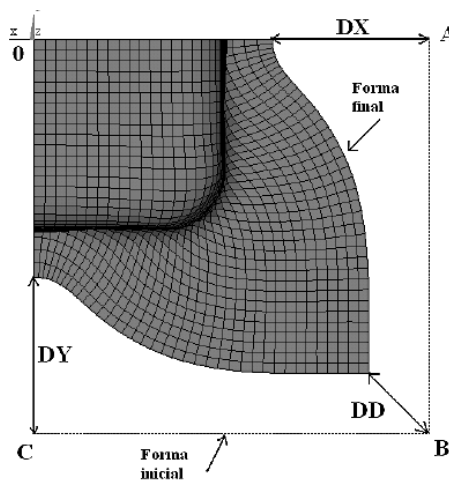


Figura 3.12. Medidas de reducción de la lámina en su forma inicial y final [5].

Tabla 3.3. Comparación de valores de reducción de la lámina.

Referencia	DX (mm)	DY (mm)	DD (mm)
Experimental (Makinouchi et al. [54])	27.95	-	15.00
Zhang (Zhang et al. [55])	28.37	-	15.51
Coupled vumat (Khelifa y Oudjene [1])	28.10	26.10	13.50
Modelo MEF ANSYS	28.54	-	15.71

3.8.2 Distribución de espesor

Otro de los parámetros para comparar los resultados para la validación es el porcentaje de adelgazamiento que se presenta en la lámina después de ser formada. Para ello es necesario obtener dos perfiles de espesor de la lámina. El primero en la dirección OA (dirección de rolado a 0°) y el segundo en la dirección OB (dirección de rolado a 45°). Con estos dos perfiles de espesor se determina el perfil de adelgazamiento que se presenta a lo largo de las líneas y se comparan los resultados del modelo propuesto en ANSYS LS-DYNA® con los obtenidos por otros investigadores [1], [7], [54] y [56], como se muestra en las Figuras 3.13 y 3.14.

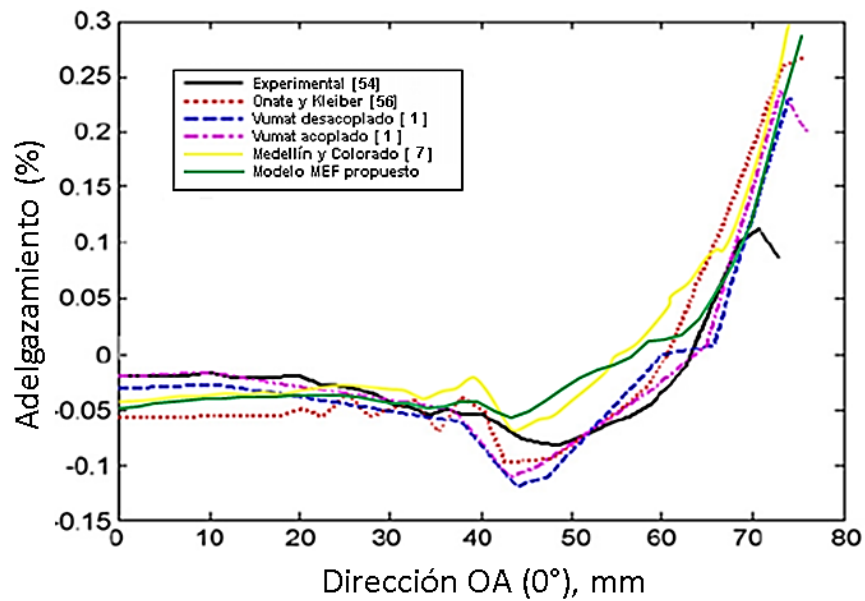


Figura 3.13. Distribución de espesores a lo largo de la dirección de laminado OA [1].

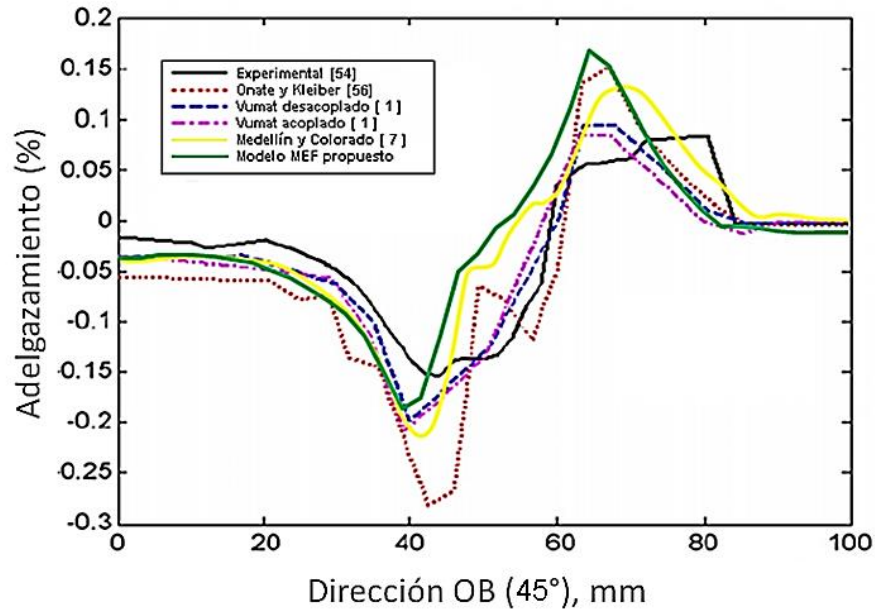


Figura 3.14. Distribución de espesores a lo largo de la dirección diagonal OB [1].

De estos resultados se observa que la distribución de espesor obtenido en este estudio tuvo mayor variación en las paredes de la pieza con los demás resultados. Hubo una diferencia de hasta 5% con el resultado experimental en la distribución de espesores en dirección OA y se localizó en las paredes de la pieza. En la dirección OB se llegó a tener hasta 15% de diferencia con el resultado experimental. Fue mayor la diferencia de resultados en la dirección OB debido a que en esa zona influye también el radio de las esquinas del punzón además del radio del dado y el radio inferior del punzón. También en la dirección OB es donde se reporta más variación entre los resultados de los diferentes trabajos comparados como se puede observar en la Figura 3.14. Los resultados obtenidos en este trabajo tienen buena concordancia con los reportados en los otros trabajos.

3.8.3 Fuerza y avance del punzón

La fuerza del punzón o del embutido viene siendo carga axial resultante o de reacción por el contacto punzón-lámina. Para obtener las cargas resultantes de los contactos presentes en la simulación en ANSYS LS-DYNA® es necesario tener lectura del archivo llamado "RCFORC". Este archivo se genera de manera automática en simulaciones transientes y muestra todas las componentes de las cargas resultantes de todos los contactos definidos por el usuario a través de cada paso de tiempo. Después de la solución se puede acceder a este archivo dentro de la

interfaz gráfica del programa o exportar los datos en un archivo de texto en la carpeta donde se compila el código de ANSYS con ayuda del comando “*EDOUT, RCFORC*”.

Con los datos exportados se obtuvo una gráfica que representa la fuerza del punzón contra el tiempo de simulación. Multiplicando el tiempo de simulación por la velocidad de embutido se obtiene el recorrido promedio del punzón y con ello se puede obtener el diagrama fuerza-avance del punzón. El diagrama obtenido se compara con los resultados reportados en [1], como se muestra en la Figura 3.15. Como se puede ver en esta figura, la carrera del punzón fue 40 mm y la fuerza de reacción debido al contacto obtenido fue similar al reportado en la literatura [1].

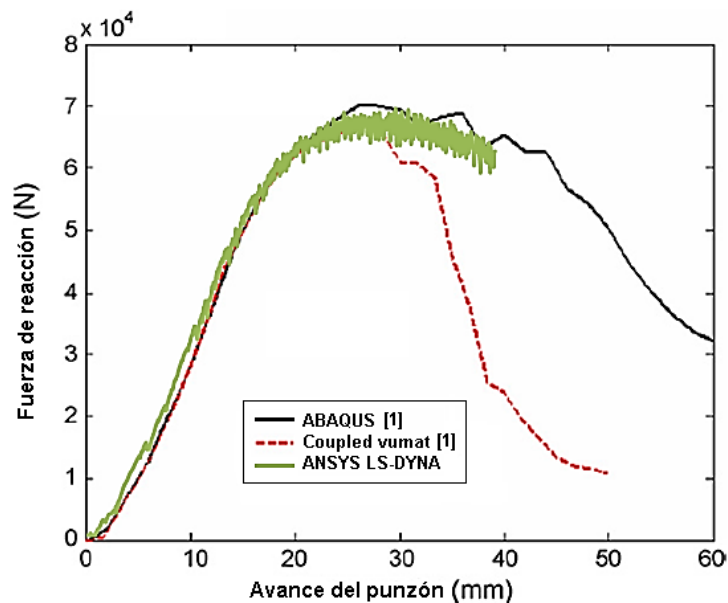


Figura 3.15. Diagrama Fuerza-carrera del punzón del modelo de validación [1].

3.8.4 Deformación plástica

Para evaluar el desempeño del modelo propuesto en términos de la deformación plástica, se comparan las deformaciones a 3 diferentes alturas de embutido, comparando los resultados con los reportados en [1]. Las Figuras 3.16, 3.17 y 3.18 muestran la distribución de la deformación plástica en la pieza de trabajo para las tres diferentes carreras del punzón.

En el primer caso, Figura 3.16, corresponde a una carrera del punzón de 21.67 mm. Los resultados que se obtienen en [1] muestran que la máxima deformación equivalente plástica se

presenta en las esquinas de la pieza de trabajo. De la Figura 3.16 se observa que de acuerdo a los resultados del modelo propuesto, efectivamente la máxima deformación ocurre en la esquina. La diferencia entre los resultados de ambos modelos es aproximadamente un 5%.

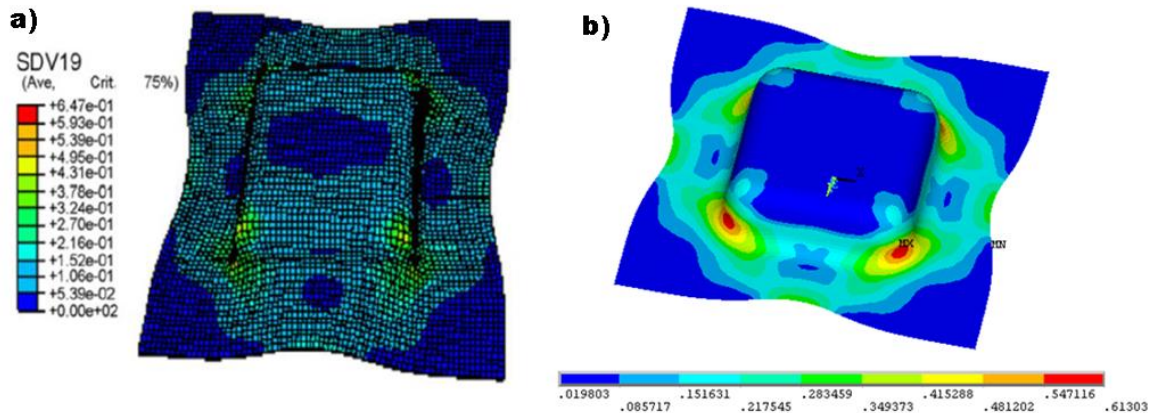


Figura 3.16. Deformación plástica equivalente a una altura de embutido de 21.67 mm: a) ABAQUS® [6], b) ANSYS LS-DYNA®.

En la Figura 3.17 se presentan los resultados para una altura de embutido de 29.98 mm. En este caso las regiones de mayor deformación plástica son las esquinas. La deformación máxima que se presenta a una altura de 29.98 mm aumenta es 0.669 para el modelo de ABAQUS®; mientras que en el modelo de ANSYS LS-DYNA® el valor máximo es 0.761. En este caso la diferencia entre ambos modelos es más significativa, aproximadamente 13%.

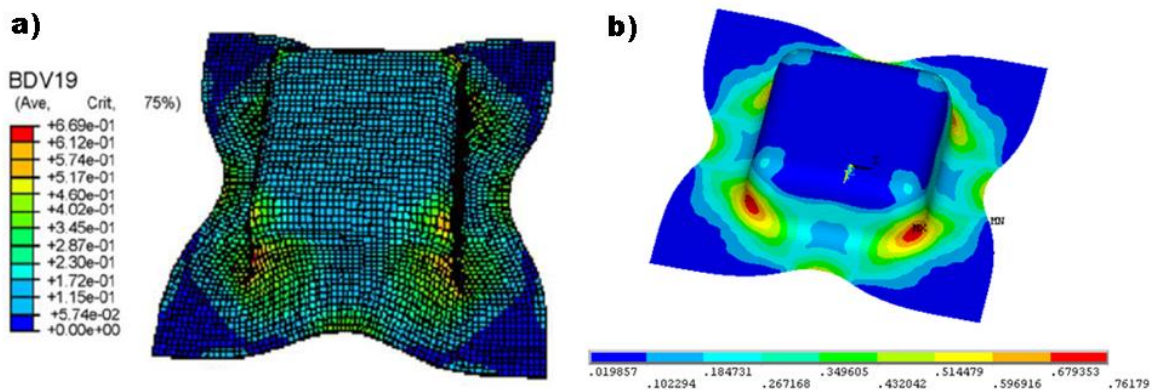


Figura 3.17. Deformación plástica equivalente a una altura de embutido de 29.98 mm: a) ABAQUS® [1], b) ANSYS LS-DYNA®.

Por último, en el caso de una altura de embutido 38.33 mm, Figura 3.18, los resultados del modelo numérico propuesto y los correspondientes reportados en [1], tienen una diferencia un poco más significativa, 17% aproximadamente.

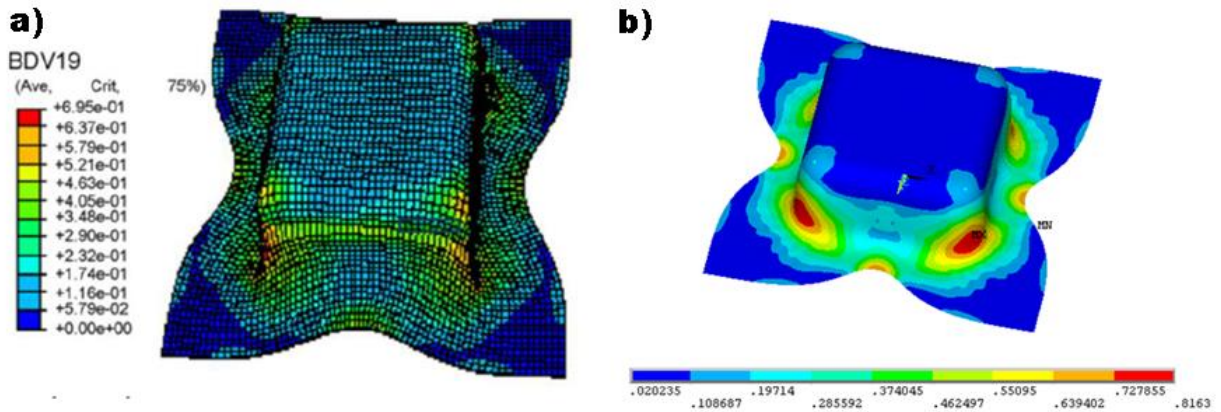


Figura 3.18. Deformación plástica equivalente a una altura de embutido de 38.33 mm: a) ABAQUS® [1], b) ANSYS LS-DYNA®.

Con estas evaluaciones se puede concluir que en general el modelo realizado en LS-DYNA® presenta un promedio de 12% de diferencia en relación al modelo reportado en [1]. Algunas de las diferencias del nuevo modelo MEF propuesto con respecto al modelo reportado en [1], es en el modelado constitutivo del material, mientras que en [1] se tomó en cuenta la anisotropía del material de acuerdo al criterio de HILL 48, este nuevo modelo considera un comportamiento isotrópico. Además algunos parámetros de simulación fueron considerados de forma diferente, tal como la velocidad de embutido, la discretización, y la holgura entre las superficies geométrica. Finalmente es importante mencionar que ambos modelos muestran zonas similares de deformación.

Capítulo 4

Análisis paramétrico de la altura y fuerza de embutido

En el presente capítulo se presenta un estudio paramétrico del efecto que tienen diversos parámetros sobre la altura y fuerza de embutido. Este estudio está basado en un análisis teórico utilizando el concepto de trabajo virtual o energía de deformación, y en un análisis numérico utilizando el Método del Elemento Finito (MEF).

4.1 Efecto de los parámetros en la fuerza máxima de embutido

4.1.1 Metodología

Para analizar la influencia de diversos parámetros en la fuerza máxima de embutido, $F_{d,max}$, se consideraron los siguientes parámetros:

- Parámetros geométricos: t, c, r_d, r_{pc} .
- Parámetros del material: K, n .
- Parámetros del proceso: F_{BH}, μ .

La influencia de cada parámetro geométrico se analizó variando su valor y manteniendo fijos los demás parámetros geométricos. Los resultados de la variación de un parámetro fueron normalizados con respecto al valor original del parámetro modificado. En otras palabras, los resultados fueron normalizados con respecto al valor de referencia proveniente del modelo base, tanto para el valor del parámetro como para el valor de la fuerza máxima de embutido. Los resultados se expresan en gráficas en las que en el eje horizontal se representa valor del parámetro normalizado, y en el eje vertical el valor de la fuerza máxima de embutido normalizada.

4.1.2 Efecto de los parámetros en la fuerza máxima de embutido cilíndrico

La fuerza máxima de embutido para piezas cilíndricas está definida por la ec. (2.80). Con base en esta ecuación, se realizó el análisis de la influencia de los parámetros en la fuerza máxima de embutido. Para ello se tomó como referencia la pieza cilíndrica utilizada por Choi y Huh [57], cuyas características principales se muestran en la Tabla 4.1. Los resultados obtenidos se resumen a continuación.

Tabla 4.1. Datos del modelo base para el embutido cilíndrico [57].

$F_{d,exp}$ [N]	D_b [mm]	d_p [mm]	t [mm]	r_{pb} [mm]	r_d [mm]	K [MPa]	n	σ_{UTS} [MPa]	$\sigma_{y,0}$ [MPa]	F_{BH} [N]	μ
45112	110	50	0.74	8	8	560	0.259	300	172	19614	0.17

El efecto de los parámetros geométricos t y r_d se muestra en la Figura 4.1, en donde se puede observar dos curvas las cuales corresponden a los dos parámetros en cuestión. De estos resultados se puede observar que el valor $F_{d,max}$ es linealmente proporcional a la variación o incremento del espesor de la lámina. Por otro lado, el valor $F_{d,max}$ tiene un comportamiento no lineal e inversamente proporcional al radio del dado.

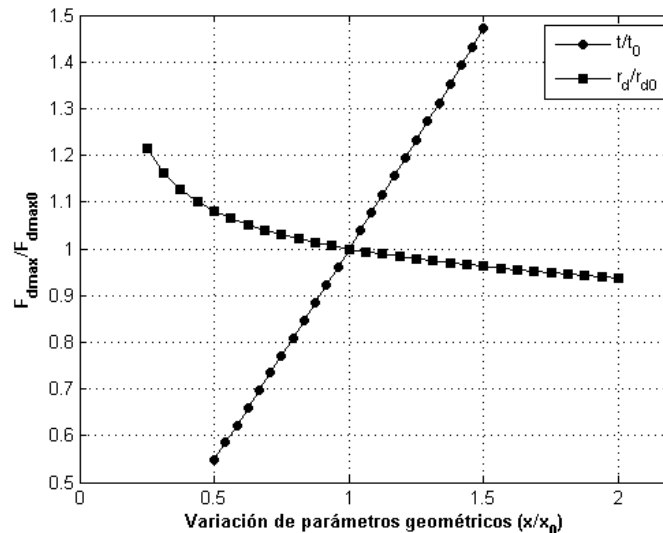


Figura 4.1. Efecto de los parámetros geométricos en $F_{d,max}$.

En el caso de los parámetros de endurecimiento del material, K y n , los resultados se muestran en la Figura 4.2. De estos resultados se puede observar que el valor $F_{d,max}$ incrementa de

manera proporcional con el parámetro K , mientras que disminuye proporcionalmente con el parámetro n .

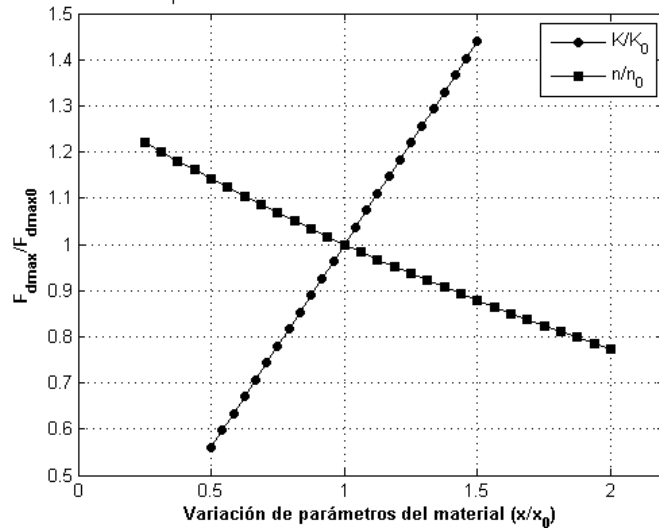


Figura 4.2. Efecto de los parámetros del material en $F_{d,max}$.

Finalmente en el caso de los parámetros del proceso, F_{BH} y μ , los resultados se muestran en la Figura 4.3. De estos resultados se observa que ambos parámetros incrementan proporcionalmente el valor de $F_{d,max}$, siendo el coeficiente de fricción el de mayor influencia al tener una pendiente mayor.

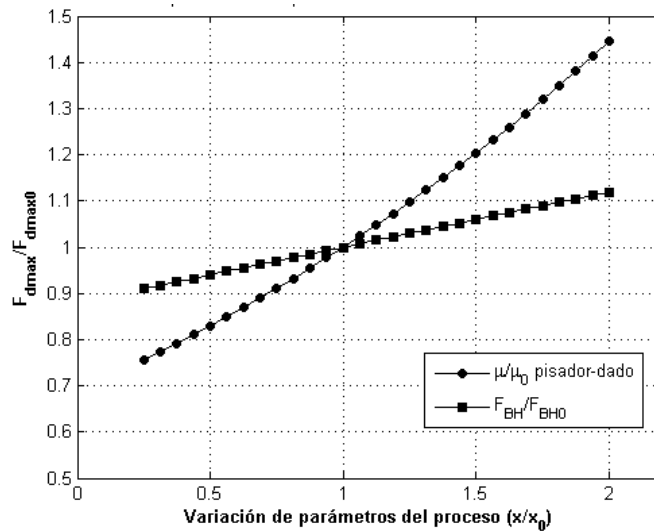


Figura 4.3. Efecto de los parámetros de proceso en $F_{d,max}$.

4.1.3 Efecto de los parámetros en la fuerza máxima de embutido rectangular

Para analizar el efecto de los parámetros sobre la fuerza máxima de embutido para piezas rectangulares, se consideró la ec. (2.91), la cual permite determinar la fuerza máxima de embutido de piezas rectangulares. Para determinar los diámetros equivalentes requeridos en la ec. (2.91), se consideraron dos métodos (véase la sección 2.4):

- Diámetro equivalente pitagórico
- Diámetro equivalente de Lange.

Para realizar el análisis se tomó como referencia la pieza rectangular utilizada por Saxena y Dixit [14], la cual tiene las características mostradas en la Tabla 4.2.

Tabla 4.2. Datos del modelo base para el embutido rectangular ($b/a=1$) [14].

$F_{d,exp,R}$ [N]	A [mm]	B [mm]	a [mm]	b [mm]	t [mm]	r_d [mm]	r_{pb} [mm]	r_{pc} [mm]	K [MPa]	n	σ_{UTS} [MPa]	$\sigma_{y,0}$ [MPa]	F_{BH} [N]	μ
47628	124	124	70	70	1	5	8	10	604.12	0.2726	440	276	15000	0.05

Los resultados del análisis del efecto de los parámetros geométricos t , r_d , r_{pc} y c en la fuerza máxima de embutido, ec. (2.91), se muestran en la Figura 4.4. En esta figura se incluyen los resultados para los dos métodos de cálculo del diámetro equivalente, pitagórico y Lange. De estos resultados se puede observar que al incrementar el espesor de la lámina, la fuerza máxima $F_{d,max,R}$ aumenta proporcionalmente. En el caso del radio del dado, el efecto es igual que para el caso cilíndrico, inversamente no lineal, pero con una mayor influencia, aumentando hasta 1.8 veces $F_{d,max,R}$ cuando el radio decrece a un 25% de su valor original. En el caso de claro y el radio de las esquinas del punzón, su efecto es poco significativo. Al comparar los resultados obtenidos para los dos tipos de diámetro equivalente, se observa una leve diferencia en el efecto del radio de las esquinas del punzón r_{pc} , mientras que para los demás parámetros los resultados son casi idénticos.

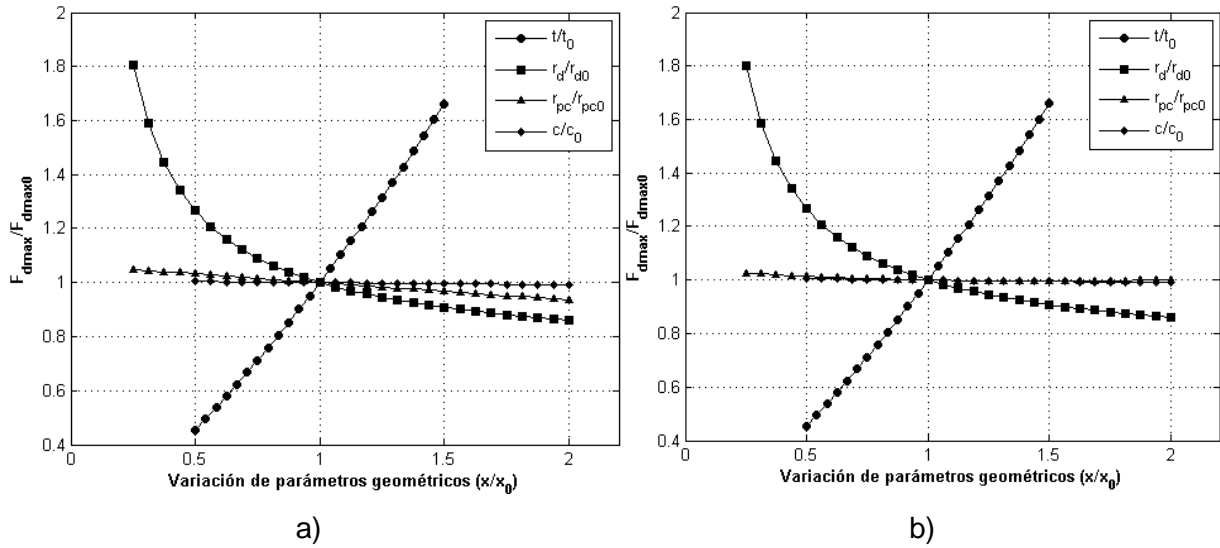


Figura 4.4. Efecto de los parámetros geométricos en $F_{d,max,R}$ utilizando los diámetros equivalentes: a) pitagóricos y b) de Lange.

En la Figura 4.5 se puede observar el efecto de los parámetros del material K y n sobre la fuerza de embutido. De estos resultados se observa que la fuerza de embutido varía proporcionalmente de manera lineal con respecto al parámetro K , mientras que varía de manera inversa con respecto al exponente de endurecimiento n . Con respecto a los resultados obtenidos, se observa que éstos no variaron entre los correspondientes al diámetro equivalente pitagórico y al de Lange.

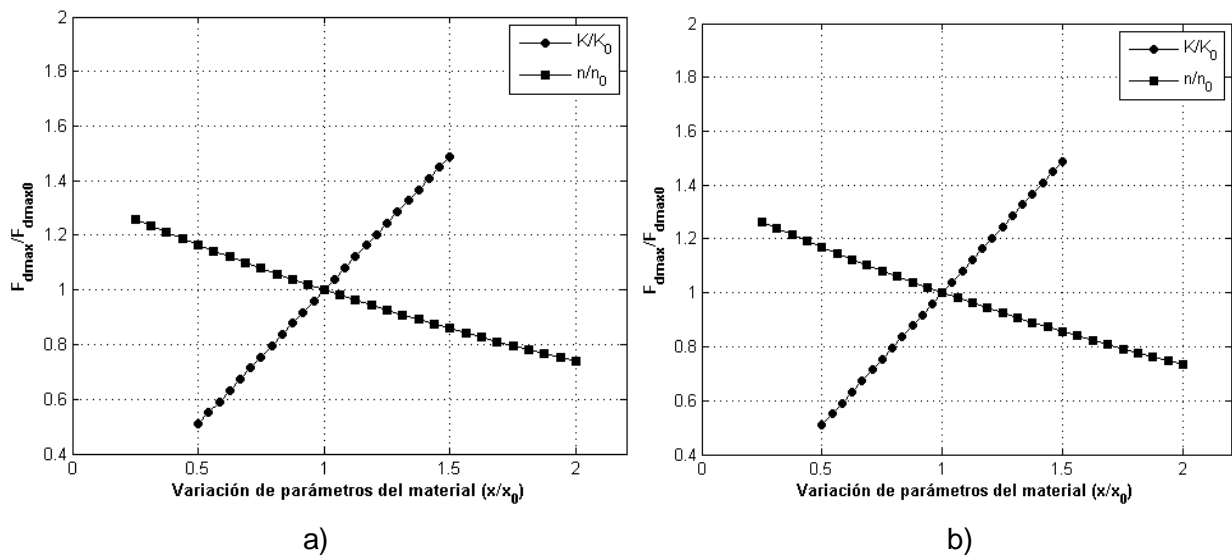


Figura 4.5. Efecto de los parámetros del material en $F_{d,max,R}$ utilizando los diámetros equivalentes: a) pitagóricos y b) de Lange.

En la Figura 4.6 se puede observar el efecto de los parámetros del proceso F_{BH} y μ sobre la fuerza máxima de embutido. A diferencia del caso de embutido cilíndrico, los parámetros del proceso analizados no tuvieron una influencia significativa sobre el valor $F_{d,max}$ en el embutido rectangular. Los resultados correspondientes al diámetro equivalente pitagórico y al diámetro equivalente de Lange fueron muy similares.

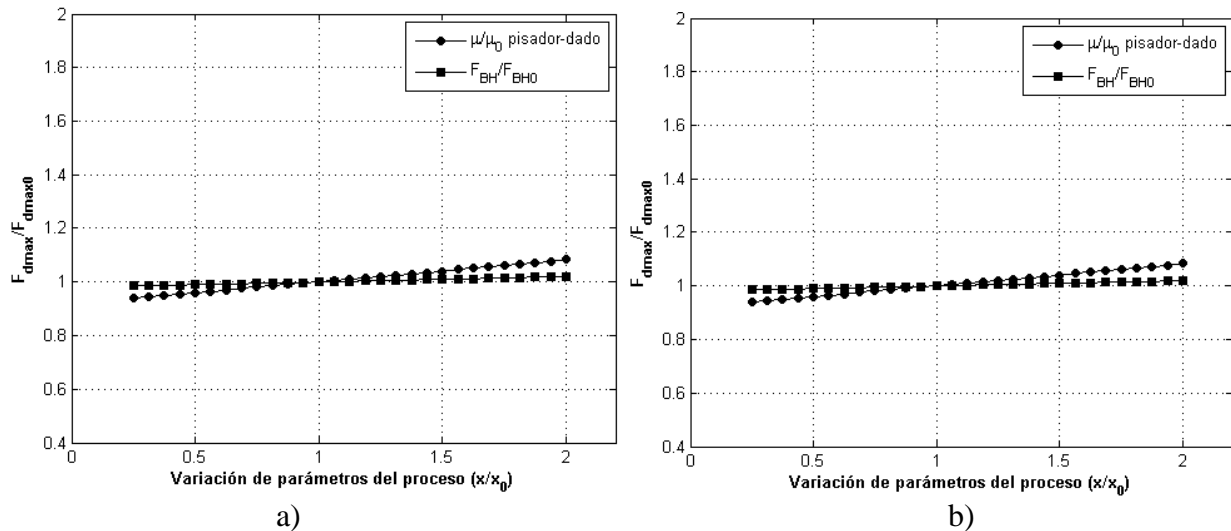


Figura 4.6. Efecto de los parámetros del proceso en $F_{d,max,R}$ utilizando diámetros equivalentes: a) pitagóricos y b) de Lange.

4.2 Efecto de los parámetros en la altura permisible de embutido rectangular

4.2.1 Metodología

Los efectos de los parámetros sobre la altura de embutido profundo (DDH) permisible para el embutido rectangular fueron analizados de dos maneras: teóricamente mediante el enfoque energético, y numéricamente mediante simulaciones MEF. El embutido de una pieza cuadrada realizado por Saxena y Dixit [14] ha sido considerado como caso de referencia de este estudio paramétrico, ver Tabla 4.2.

Para analizar la influencia de diversos parámetros en la altura de embutido, DDH, permisible se consideraron los siguientes parámetros:

- Parámetros geométricos: $t, c, r_d, r_{pc}, r_{pb}$.
- Parámetros del material: K, n, σ_y .
- Parámetros del proceso: F_{BH}, μ .

La influencia de cada parámetro se analizó variando su valor y manteniendo fijos los demás parámetros. Adicionalmente para cada parámetro se analizó el efecto de la relación de aspecto largo/ancho (b/a) de la pieza. Para ello se consideraron tres geometrías rectangulares base con relaciones de aspecto 1, 0.75 y 0.5, como se muestran en la Tabla 4.3. Para estas tres geometrías base, la relación de embutido β , el área del blanco inicial y el área de la sección transversal del punzón se mantuvieron fijos. La relación de embutido β fue calculada con el diámetro equivalente de Lange para mantener fija la relación de las áreas del blanco y la sección transversal del punzón.

Tabla 4.3. Dimensiones geométricas del modelo base utilizado en el estudio paramétrico.

Parámetros geométricos	$b/a=1$ [14]	$b/a=0.75$	$b/a=0.5$
A	124 mm	134 mm	150 mm
B	124 mm	114.75 mm	102.5 mm
a	70 mm	80.83 mm	99 mm
b	70 mm	60.621 mm	49.5 mm
Espesor	1 mm	1 mm	1 mm
Claro	2 mm	2 mm	2 mm
Radio del Dado	5 mm	5 mm	5 mm
Radio inferior del Punzón	8 mm	8 mm	8 mm
Radio esquinas del Punzón	10 mm	10 mm	10 mm
Avance del punzón	25 mm	25 mm	25 mm
β	1.771	1.771	1.771

El material considerado en el análisis fue acero de formado [14] [58], y sus datos se muestran en la Tabla 4.4.

Tabla 4.4. Propiedades mecánicas del acero utilizado.

Propiedades Mecánicas	Valores [58]
Módulo de Elasticidad (E)	210 GPa
Esfuerzo último tensión (σ_{UTS})	440 MPa
Esfuerzo de cedencia ($\sigma_{y,0}$)	276 MPa
Densidad (ρ)	7800 kg/m ³
Exponente de endurecimiento (n)	0.2726
Coefficiente de endurecimiento (K)	604.12 MPa
Relación de Poisson (ν)	0.3

Por último el coeficiente de fricción en todas las interfaces de contacto fue de $\mu=0.05$ y la fuerza del pisador fue de $F_{BH}=15.0$ kN.

Los resultados obtenidos fueron normalizados para cada parámetro x con respecto a su valor original x_0 proveniente del modelo de referencia, es decir x/x_0 . El mismo proceso de normalización se realizó para la DDH permisible.

4.2.2 Efecto teórico en la altura de embutido permisible

Con base en la ecuación (2.101), la fuerza máxima de embutido rectangular obtenida con la ec. (2.91) y la DDH obtenida por MEF, se calibró la energía de deformación disponible en el embutido, W_d , con el fin de omitir el término λ de la ecuación (2.101) que representa la eficiencia del proceso. Esto se hizo para cada modelo base con diferente relación de aspecto ($b/a=1$, $b/a=0.75$, $b/a=0.5$).

En el caso de la variación del espesor de la lámina, t , al incrementar el volumen del blanco V_b por un incremento en el espesor de la lámina, la energía de deformación disponible W_d aumenta de igual manera. También debido al incremento del espesor se produce una nueva deformación ε que provoca otro aumento a la energía de deformación W_d . Este doble efecto combinado produce que exista una variación en la energía debido a la razón del cambio del volumen y la deformación, dando así:

$$W_d = W_{d,0} \left(\frac{V_b}{V_{b0}} \right) \left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_0} \right) \quad (4.1)$$

La ec. (4.1) es la nueva energía de deformación disponible debido al cambio del espesor del blanco. Esta energía se ve afectada tanto por la razón de cambio de volumen, $\left(\frac{V_b}{V_{b0}} \right)$, como por la razón de cambio de la deformación, $\left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_0} \right)$. Estos cambios en el volumen y deformación pueden asociarse directamente a una razón de cambio de espesor $\left(\frac{t}{t_0} \right)$. Por lo tanto, la ec. (4.1) puede aproximarse a la siguiente expresión:

$$W_d \approx W_{d,0} \left(\frac{t}{t_0} \right) \left(\frac{t}{t_0} \right) \approx W_{d,0} \left(\frac{t}{t_0} \right)^2 \quad (4.2)$$

Entonces, para calcular la altura de embutido permisible de piezas rectangulares DDH cuando hay una variación del espesor del blanco t_0 , la ec. (2.101) se modifica de acuerdo a la ec. (4.2), resultando en la siguiente expresión:

$$DDH \approx \lambda \frac{W_d}{F_{d,max,R}} \left(\frac{t}{t_0}\right)^2 \quad (4.3)$$

En caso de que el espesor del blanco no varíe, la ec. (4.3) se reduce a la ec. (2.101). La ec. (4.3) será evaluada utilizando el diámetro equivalente pitagórico para obtener la $F_{d,max,R}$ de la ec. (2.91).

A continuación se muestran los resultados del análisis de la influencia de los parámetros geométricos, del material y del proceso, en la DDH permisible para piezas rectangulares. Para ello se utiliza la ec. (4.3) y la ec. (2.91), y se toma como referencia los modelos base de la Tabla 4.3

a) *Parámetros geométricos*

En la Figura 4.7 se puede observar el efecto del espesor t en la altura de embutido. Como se puede observar, la DDH aumenta aproximadamente de forma lineal y proporcional con el espesor para las tres relaciones de aspecto. Al comparar los resultados obtenidos para geometrías con diferentes relaciones de aspecto, se observa que fueron similares al ser normalizados.

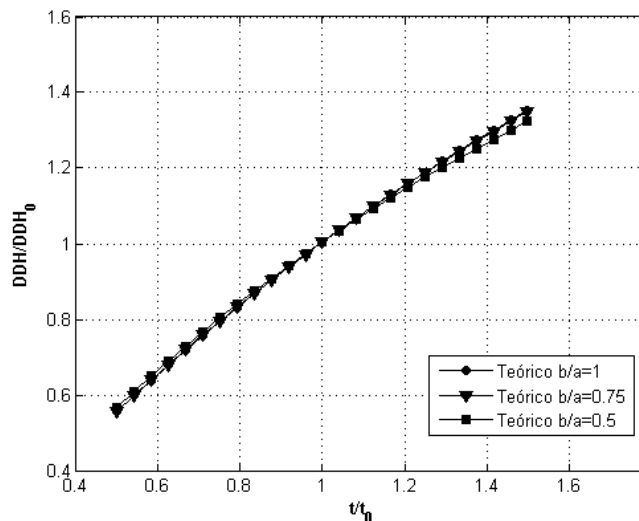


Figura 4.7. Efecto del espesor del blanco t en la DDH permisible.

En la Figura 4.8 se presentan los resultados del efecto del radio de las esquinas del punzón r_{pc} en la DDH permisible. El efecto de r_{pc} sobre la DDH en el rango estudiado no fue mayor al 20% para las tres relaciones de aspecto. Con respecto a los resultados obtenidos, se observa que éstos no variaron entre las relaciones de aspecto analizadas.

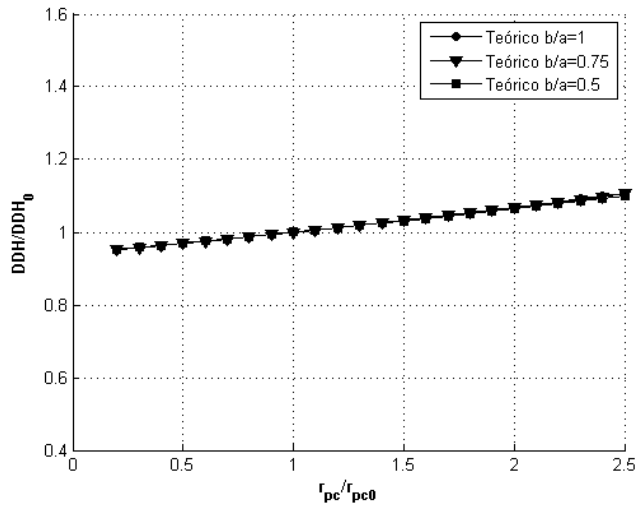


Figura 4.8. Efecto del radio de las esquinas del punzón r_{pc} en la DDH permisible teórica.

Los resultados del efecto del radio del dado r_d en la altura de embutido permisible se muestran en la Figura 4.9. De estos resultados se observa que al incrementar el radio del dado la DDH permisible incrementa de manera no lineal, se obtienen alturas menores conforme disminuye el radio del dado. Al comparar los resultados obtenidos para geometrías con diferentes relaciones de aspecto, se observa que fueron similares al ser normalizados.

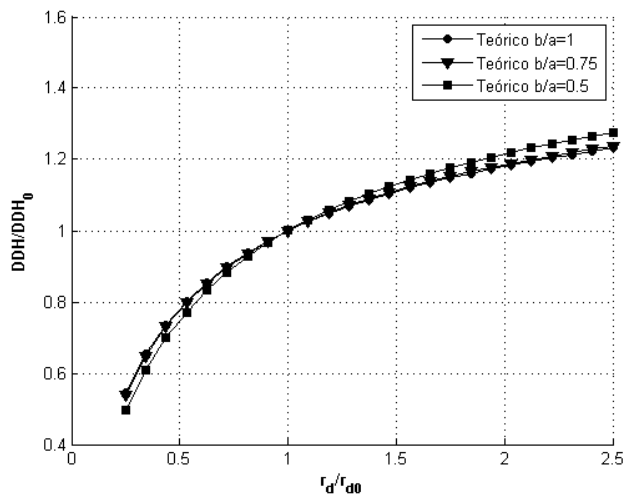


Figura 4.9. Efecto del radio del dado r_d en la DDH permisible teórica.

b) *Parámetros del material*

Los resultados del análisis del efecto del coeficiente de endurecimiento K en la altura permisible se muestran en la Figura 4.10. De los resultados se observa que el valor de DDH tiene un

comportamiento no lineal e inversamente proporcional al coeficiente de endurecimiento. Con respecto a los resultados obtenidos, se observa que éstos no variaron entre las relaciones de aspecto analizadas.

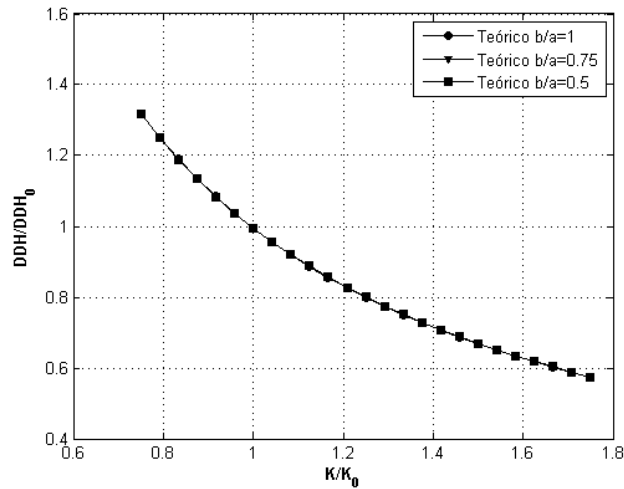


Figura 4.10. Efecto del coeficiente de endurecimiento K en la DDH permisible teórica.

Los resultados del análisis del efecto del exponente de endurecimiento n en la altura permisible se muestran en la Figura 4.11. De los resultados se observa que el valor de DDH tiene un comportamiento no lineal y proporcional al exponente de endurecimiento. Con respecto a los resultados obtenidos, se observa que éstos no variaron entre las relaciones de aspecto analizadas.

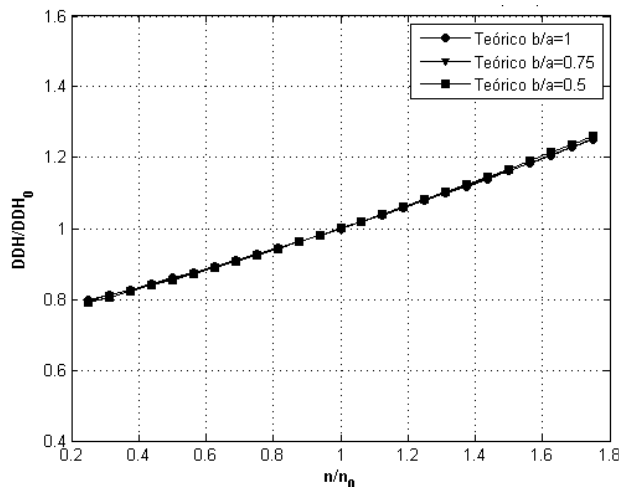


Figura 4.11. Efecto del exponente de endurecimiento n en la DDH permisible teórica.

Si en la ecuación de la fuerza máxima de embutido rectangular (2.91) se usa la “Ley de endurecimiento exponencial de Ludwik”, $\sigma_f = \sigma_{y,0} + K\varepsilon_p^n$, en lugar de la “Ley de endurecimiento exponencial de Hollomon”, $\sigma_f = K\varepsilon^n$, se puede incluir el esfuerzo de cedencia

inicial $\sigma_{y,0}$ en el cálculo de la fuerza. Ajustando la curva del endurecimiento de Ludwik con la curva del endurecimiento de Hollomon por medio de una regresión exponencial, como se muestra en la Figura 4.12, se pueden obtener los nuevos valores de K y n . Así, se obtuvo la siguiente relación matemática $\sigma_f = 276 + 421\varepsilon_p^{0.8}$.

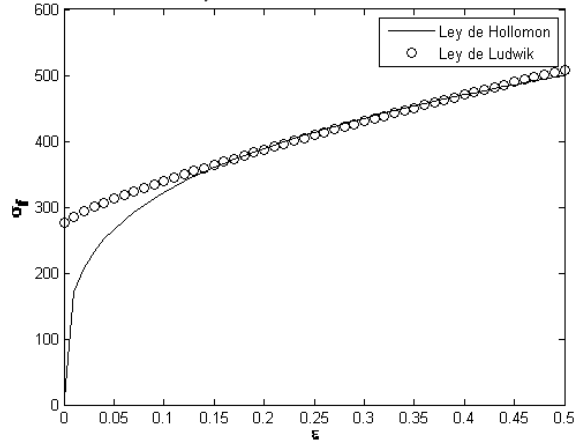


Figura 4.12. Ajuste de datos para el cambio de la relación matemática que modela el comportamiento plástico del material.

Aplicando los nuevos valores σ_y , K y n para el cálculo de $F_{d,max,R}$, y ésta en la ecuación (4.3), se obtiene una expresión en la cual se puede evaluar el efecto del esfuerzo de cedencia inicial, σ_y , sobre la DDH permisible de piezas rectangulares. La nueva ecuación de $F_{d,max,R}$ resulta:

$$F_{d,max,R} = Per_m \cdot t_0 \left[e^{\frac{\pi}{2}} \left(1.1 \cdot \sigma_{fml} \cdot \ln \frac{0.77D_{b,e}}{d_{p,e}+t_0} + \frac{2\mu F_{BH}}{0.77Per_B t_0} \right) + \sigma_{fmlI} \cdot \frac{t_0}{2r_d} \right] \quad (4.4)$$

donde:

$$\sigma_{fml} = 0.5 \left(2\sigma_y + 421(\varphi_1^{0.8} + \varphi_2^{0.8}) \right)$$

$$\sigma_{fmlI} = 0.5 \left(2\sigma_y + 421(\varphi_2^{0.8} + \varphi_3^{0.8}) \right)$$

$$\varphi_1 = \ln \frac{D_{b,e}}{d_{f,max,e}}$$

$$\varphi_2 = \ln \frac{\sqrt{D_{b,e}^2 - d_{f,max,e}^2 + (d_{p,e} + 2t_0 + 2r_d)^2}}{d_{p,e} + 2t_0 + 2r_d}$$

$$\varphi_3 = \left(\ln \left(1 + \frac{t_0}{2r_d + t_0} \right) + \varphi_2 \right)$$

$D_{b,e}$: Diámetro equivalente del blanco pitagórico.

$d_{p,e}$: Diámetro equivalente del punzón pitagórico.

$d_{f,max,e}$: Diámetro de flanco equivalente cuando la fuerza de embutido es máxima.

En la Figura 4.13 se presentan los resultados del efecto del esfuerzo de cedencia en la altura de embutido. De estos resultados se observa que el valor de DDH permisible tiene un comportamiento no lineal e inversamente proporcional con la variación del esfuerzo de cedencia. Con respecto a la relación de aspecto, no se observaron variaciones en los resultados para los tres diferentes valores de razón de aspecto.

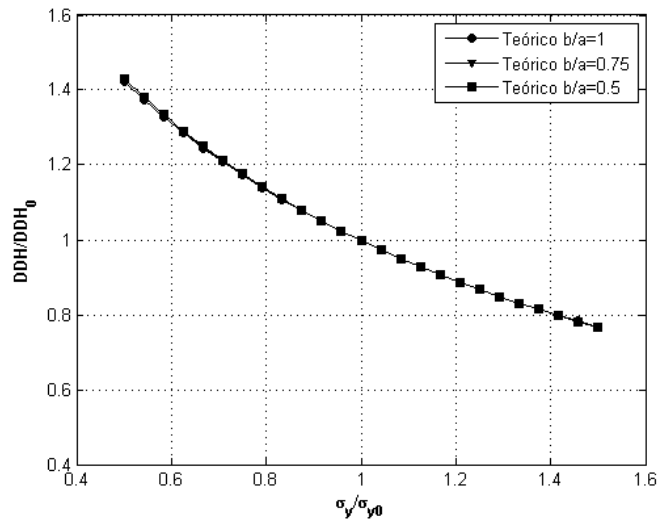


Figura 4.13. Efecto de σ_y en la DDH permisible teórica utilizando la ley de endurecimiento de Ludwik.

c) Parámetros del proceso

En la Figura 4.14 se pueden observar los resultados del efecto de la fuerza del pisador F_{BH} en la DDH permisible en piezas rectangulares. De estos resultados se observa que a pesar de haber variado el parámetro más del 250% del valor original, su efecto fue poco significativo.

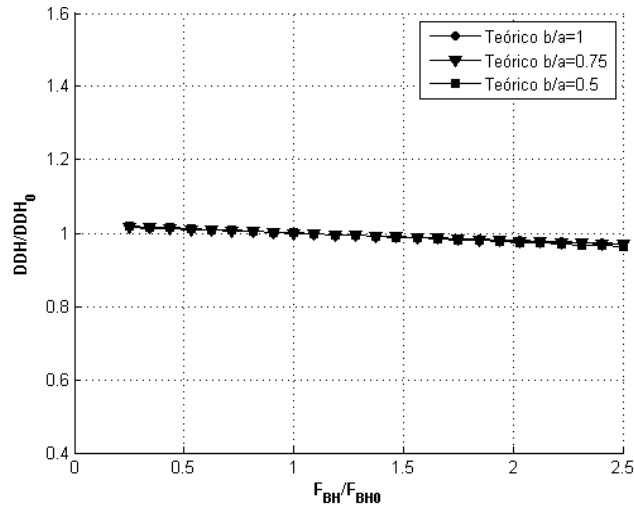


Figura 4.14. Efecto de la fuerza del pisador F_{BH} en la DDH permisible teórica.

El efecto del coeficiente de fricción de la lámina con el pisador y dado μ , en la altura de embutido se muestra en la Figura 4.15. De estos resultados se observa que conforme aumenta μ la altura permisible tiende a disminuir levemente presentando un comportamiento lineal e inversamente proporcional. Con respecto a la relación de aspecto, no se observaron variaciones en los resultados para los tres diferentes valores de razón de aspecto.

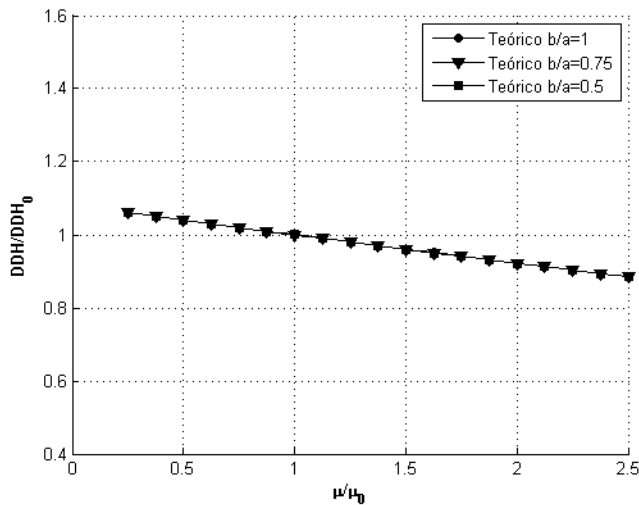


Figura 4.15. Efecto del coeficiente de fricción en la superficie de contacto pisador-lámina-dado $\mu_{pisador-dado}$ en la DDH permisible teórica.

Se puede observar que el modelo teórico no toma en cuenta el efecto de la relación de aspecto (b/a), esto se debe a que no se modeló en la ecuación teórica.

4.2.3 Efecto numérico en la altura de embutido permisible

El efecto de los diferentes parámetros sobre la altura de embutido permisible también se realizó mediante simulación por el Método de los Elementos Finitos. La modelación numérica para todos los modelos geométricos sigue la metodología mostrada en el capítulo 3. La fuerza del pisador del modelo de referencia $F_{BH} = 15.0$ kN [14] se utilizó para las tres piezas correspondientes a las tres razones de aspecto. El modelo de fricción de Coulomb fue considerado para el contacto entre los cuerpos, y se definió como $\mu = 0.05$ [14]. De acuerdo al análisis de convergencia realizado en el capítulo 3 y a las velocidades utilizadas en la industria [28], se decidió utilizar una velocidad para el punzón de 0.1 m/s.

Para obtener la altura permisible antes de la falla, se utilizó el criterio de falla presentado en el capítulo 3, ec. (3.8). En otras palabras la altura se obtiene de la simulación MEF cuando el esfuerzo equivalente de Von Mises de la pieza embutida alcanza el valor del esfuerzo último del material ($\sigma_{UTS}=440$ MPa). En la Figura 4.16 se muestra cuando el esfuerzo equivalente alcanzó el esfuerzo último para las 3 piezas base con diferente relación de aspecto b/a .

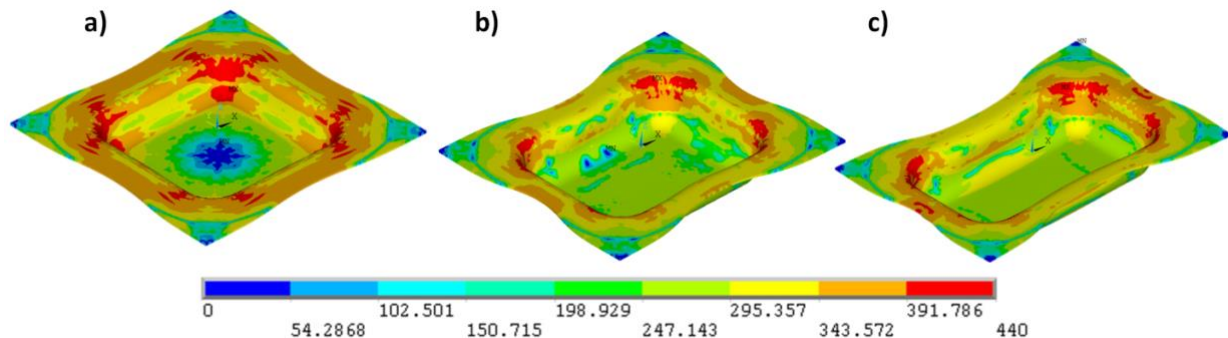


Figura 4.16. Esfuerzos equivalentes [MPa] cuando las piezas fallan (Falla > 1), para piezas con diferentes relaciones de aspecto: a) $b/a = 1$, b) $b/a = 0.75$ y c) $b/a = 0.5$.

a) *Parámetros geométricos*

La influencia del espesor de lámina en la DDH permisible fue estudiada considerando los siguientes valores de espesor: $t = 0.8, 1.0, 1.2$ y 1.5 mm. En este análisis el claro u holgura fue variando en cada simulación de acuerdo a la relación $c=2t$. Los resultados se muestran en la Figura 4.17. De estos resultados se puede observar que para valores de espesor por debajo del 120% del resultado original la altura permisible casi no varía con respecto al espesor. Sin

embargo, para espesores mayores al 120% se obtuvieron alturas más pequeñas para las piezas cuadradas y no tanto para las rectangulares.

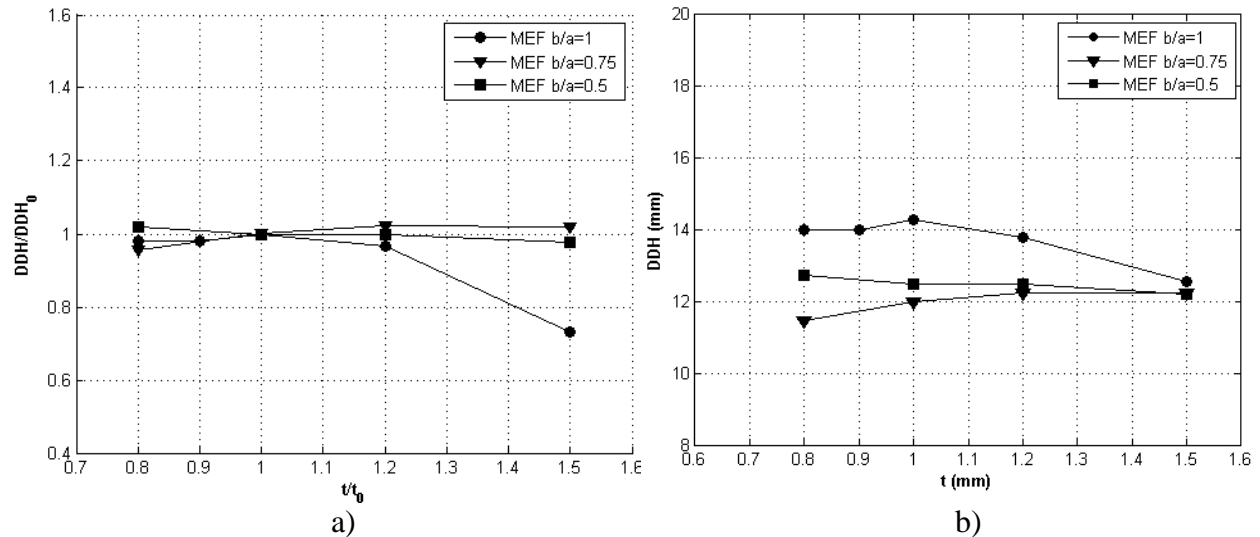


Figura 4.17. Efecto del espesor de la lámina en la DDH permisible por MEF normalizado con: a) el valor original, b) sin normalizar.

En el caso del efecto del radio de las esquinas del punzón en la DDH permisible, los resultados se muestran en la Figura 4.18. Este efecto fue estudiado para los siguientes valores de $r_{pc} = 6.0, 8.0, 10.0$ y $12.0, 14.0$ y 18.0 mm. Los resultados muestran que la altura permisible incrementa con el radio de esquinas del punzón, pero para $b/a=1$ la altura tiene un comportamiento similar a un escalón unitario, esta observación concuerda con [14], [24]. La altura permisible para las geometrías con $b/a = 0.5$ y $b/a = 0.75$ no tuvieron un efecto significativo sobre la DDH.

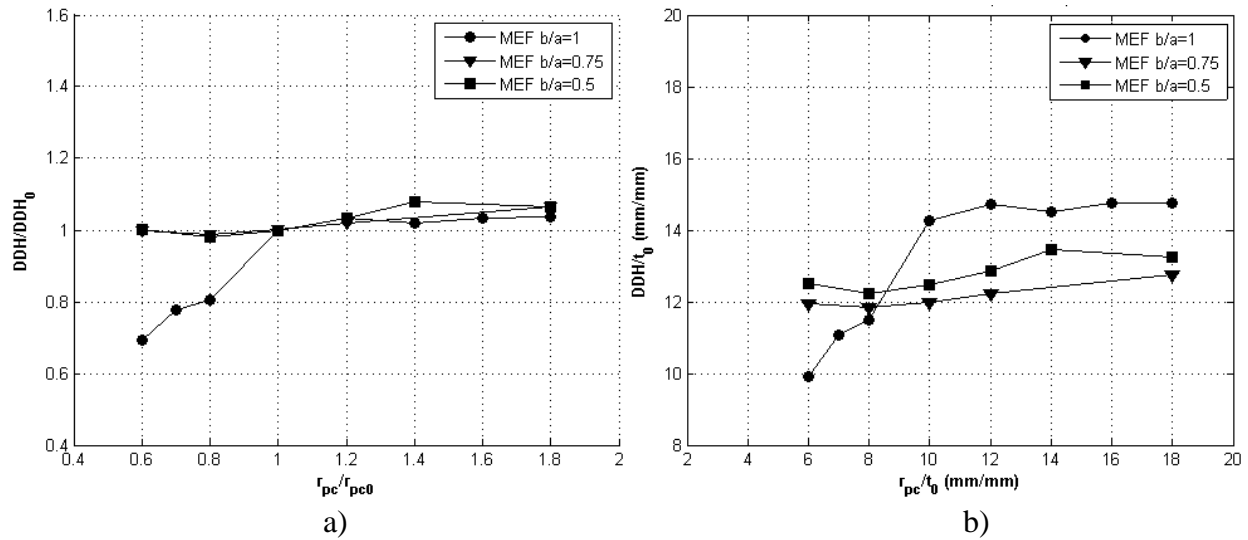


Figura 4.18. Efecto del radio de las esquinas del punzón en la DDH permisible por MEF normalizado con: a) el valor original, b) con el espesor del blanco.

El análisis del efecto del radio inferior del punzón en la altura permisible fue realizado para los siguientes valores de r_{pb} : 6.0, 8.0, 10.0, 12.0 mm. Los resultados se muestran en la Figura 4.19. Como se puede observar, para valores pequeños de r_{pb} se induce una falla temprana, resultando en una altura permisible pequeña. El comportamiento tiene una forma lineal y es muy similar para las diferentes relaciones de aspecto, además para $b/a = 0.5$ y $b/a = 0.75$ se obtuvieron valores de altura muy parecidos.

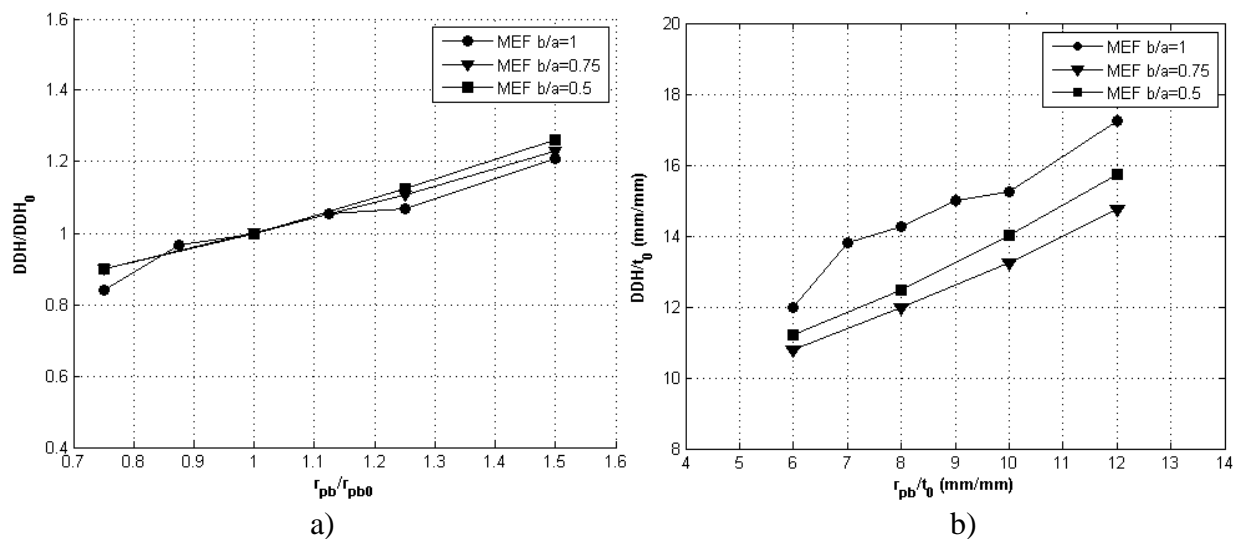


Figura 4.19. Efecto del radio inferior del punzón en la DDH permisible por MEF normalizado con: a) el valor original, b) con el espesor del blanco.

El efecto del radio del dado en la altura permisible de embutido se muestra en la Figura 4.20. Este efecto fue estudiado para valores $r_d = 3.0, 5.0, 7.0$ and 9.0 mm. Los resultados muestran que la altura permisible incrementa linealmente con el incremento del radio del dado, para todas las relaciones de aspecto de una manera similar.

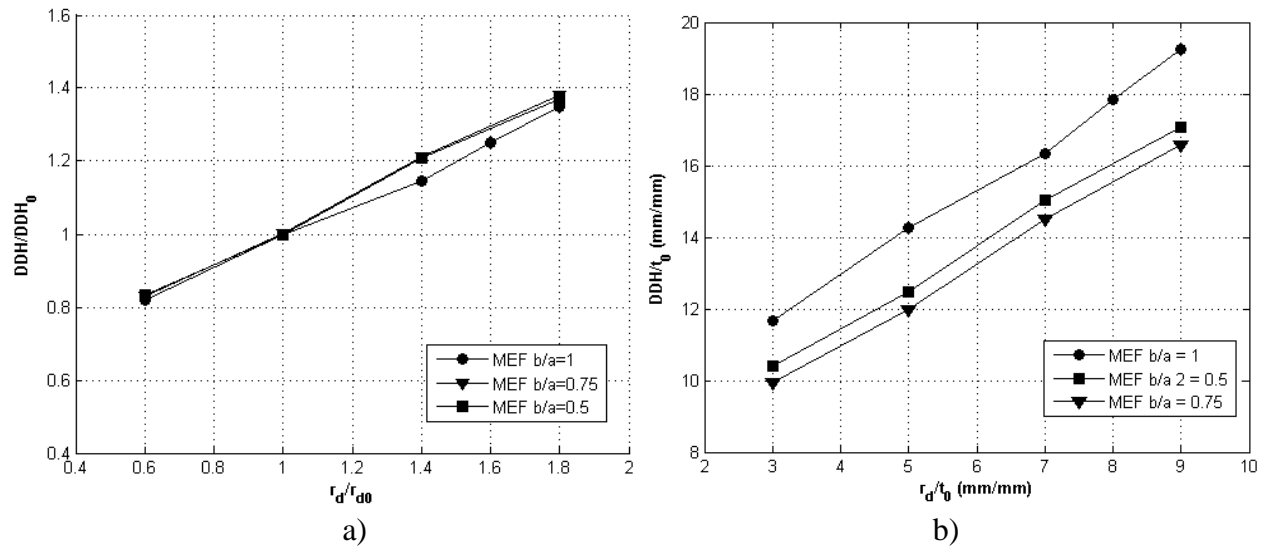


Figura 4.20. Efecto del radio del dado en la DDH permisible por MEF normalizado con: a) el valor original, b) con el espesor del blanco.

El efecto del claro en la DDH permisible se muestra en la Figura 4.21. Este efecto fue estudiado para los valores $c = 1.1, 1.5, 2.0$ y 2.5 mm, utilizando 1 mm de espesor de lámina en todos los casos. Los resultados muestran que el claro tiene un efecto poco significativo sobre la altura permisible de embutido, variando menos del 10% en el rango estudiado. Al comparar los resultados obtenidos para geometrías con diferentes relaciones de aspecto, se observa que tampoco hay un efecto significativo.

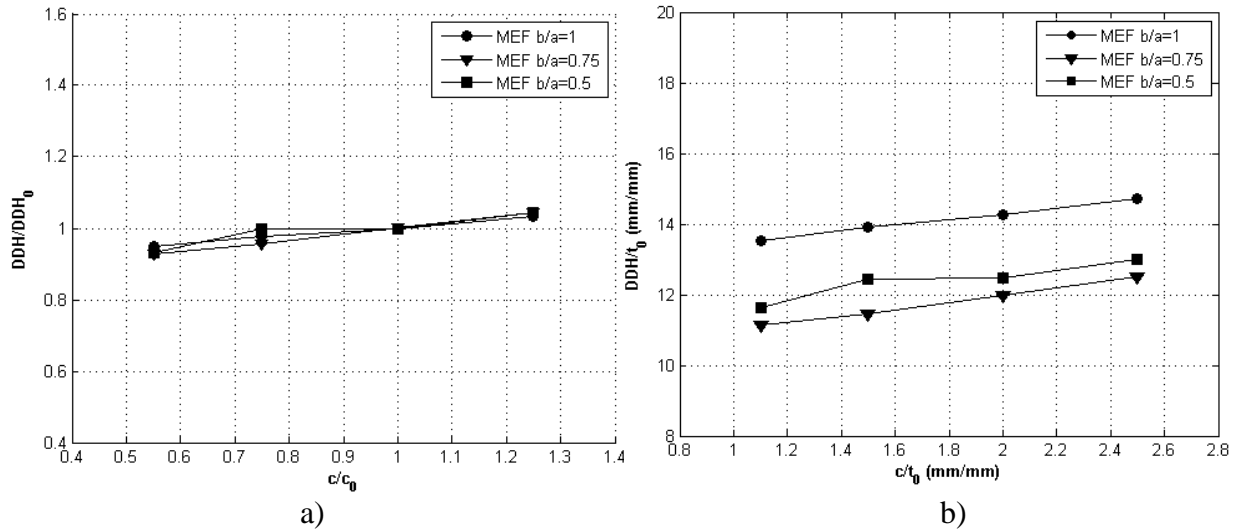


Figura 4.21. Efecto del claro en la DDH permisible por MEF normalizado con: a) el valor original, b) con el espesor del blanco.

b) *Parámetros del proceso*

Para evaluar el efecto de la fricción en la DDH, se consideraron variaciones del coeficiente de fricción μ aplicado 2 superficies de contacto: pisador-lámina y dado-lámina. Los valores considerados de μ fueron: 0.01, 0.025, 0.05, 0.1, 0.2 para las 3 relaciones de aspecto. Para la superficie de contacto punzón-lámina se tomó como constante el valor $\mu=0.05$. Los resultados se muestran en la Figura 4.22, en donde se puede observar que existe un efecto no lineal e inversamente proporcional de la fricción en la DDH permisible para geometrías con $b/a=1$ y un efecto lineal y proporcional de la fricción en la DDH permisible para geometrías con $b/a=0.5$ y $b/a=0.75$. El efecto de la fricción entre las diferentes relaciones de aspecto fue más evidente, sobre todo para las piezas con una relación de aspecto $b/a=1$.

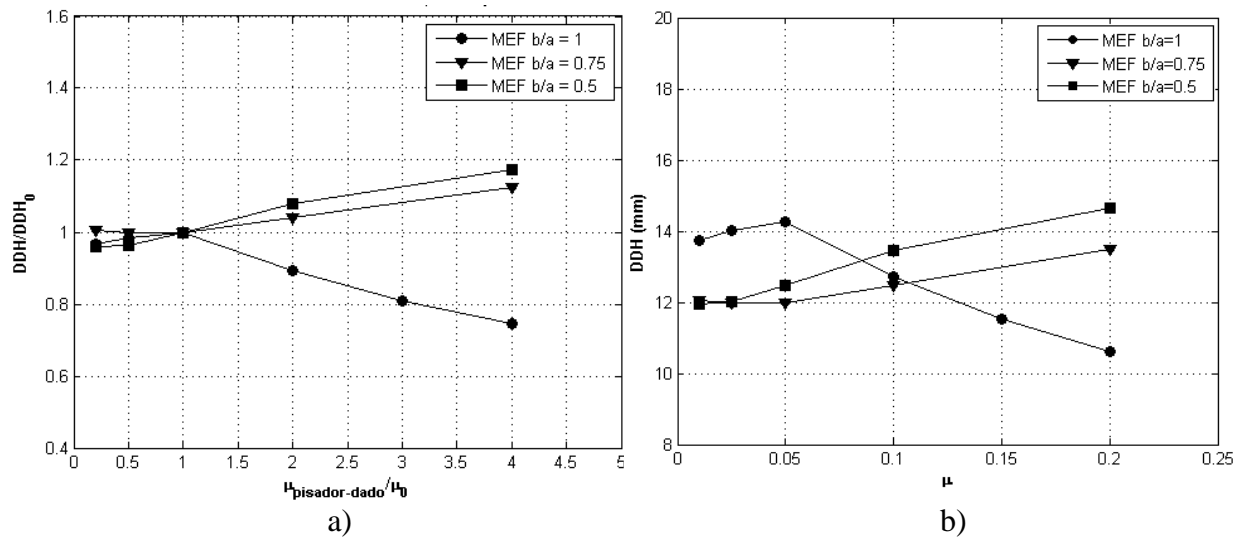


Figura 4.22. Efecto del coeficiente de fricción en la superficie de contacto pisador-lámina-dado en la DDH permisible por MEF normalizado con: a) el valor original, b) sin normalizar.

De los resultados obtenidos se concluye que la altura de embutido permisible presenta un incremento lineal con los parámetros geométricos, excepto para el radio de las esquinas del punzón cuando la pieza es cuadrada. El radio inferior del punzón, r_{pb} , y especialmente el radio del dado, r_d , tienen una mayor influencia sobre la altura permisible que los otros parámetros geométricos aquí estudiados. La relación de aspecto b/a tiene un efecto poco significativo sobre la altura de embutido, sin embargo en el comportamiento de DDH para las piezas cuadradas, $b/a=1$, fue diferente a las otras relaciones de aspecto cuando se varió el espesor, el radio de las esquinas del punzón y el coeficiente de fricción. Finalmente, el coeficiente de fricción de la interface pisador-lámina-dado, $\mu_{\text{pisador-dado}}$, afecta más a las piezas cuadradas que a las rectangulares siendo un efecto más difícil de entender por lo que en la siguiente sección se hará un estudio más detallado sobre la variación del coeficiente de fricción entre los distintos tipos de contactos presentes en el embutido profundo.

4.2.4 Efecto de la fricción

La fricción está presente en tres superficies o interfaces de contacto en el embutido profundo de piezas cilíndricas o rectangulares:

- Interface de contacto del punzón-lámina $\mu_{\text{punzón}}$
- Interface de contacto lámina-dado μ_{dado}
- Interface de contacto pisador-lámina μ_{pisador}

Cada una de las tres interfaces de contacto puede tener un coeficiente de fricción distinto o incluso varios, aunque para simplicidad del análisis siempre se busca que sea el mismo. Para poder realizar el análisis del efecto de la fricción, se han definido dos condiciones adicionales de superficies de contacto:

- Interface de contacto pisador-lámina-dado $\mu_{pisador-dado}$, cuando $\mu_{pisador} = \mu_{dado}$.
- Interface de contacto pisador-lámina-dado-punzón μ_{todos} , cuando todas las superficies en contacto tienen el mismo coeficiente de fricción.

A continuación se analizará por separado el efecto que tiene cada condición de contacto en la DDH permisible de piezas rectangulares.

a) *Superficie de contacto punzón-lámina*

Para evaluar el efecto de la fricción en la DDH permisible, se varió el coeficiente de fricción μ aplicado en la superficie de contacto punzón-lámina, siendo siempre $\mu=0.05$ para las otras superficies de contacto. Los valores considerados de μ fueron: 0.01, 0.025, 0.05, 0.1, 0.2 para las tres relaciones de aspecto. Los resultados se muestran en la Figura 4.23, en donde se puede observar que hubo una influencia poco significativa de la fricción en la DDH permisible. La DDH en piezas con una relación $b/a=0.5$ tuvo un ligero decremento conforme μ aumentaba, ligeramente distinto al comportamiento de las demás piezas.

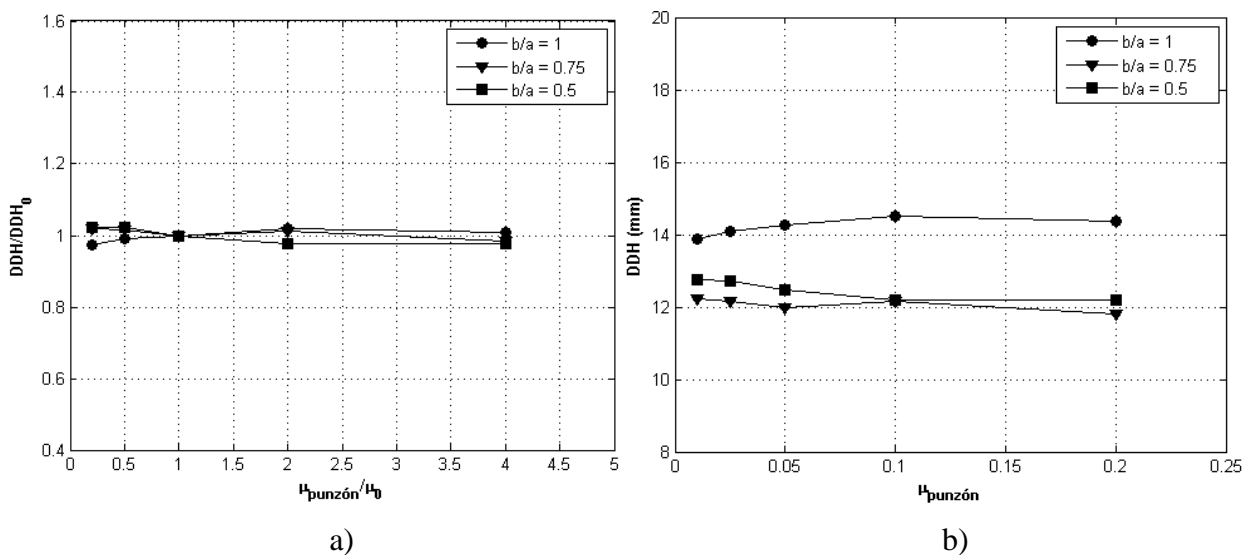


Figura 4.23. Efecto del coeficiente de fricción en la superficie de contacto punzón-lámina en la DDH permisible por MEF normalizado con: a) el valor original, b) con el espesor del blanco.

b) Superficie de contacto lámina-dado

Para evaluar el efecto de la fricción en la DDH permisible, se varió el coeficiente de fricción μ aplicado en la superficie de contacto dado-lámina, siendo siempre $\mu=0.05$ para las otras superficies de contacto. Los valores considerados de μ fueron: 0.01, 0.025, 0.05, 0.1, 0.2 para las tres relaciones de aspecto. Los resultados se muestran en la Figura 4.24, en donde se puede observar una considerable influencia de la fricción en la DDH permisible. La DDH en piezas con una relación $b/a=1$ tuvo un decremento al incrementar μ , presentando un punto óptimo en $\mu=0.025$. En el caso de las piezas rectangulares la altura de embutido aumentó hasta un 10% sobre el valor nominal.

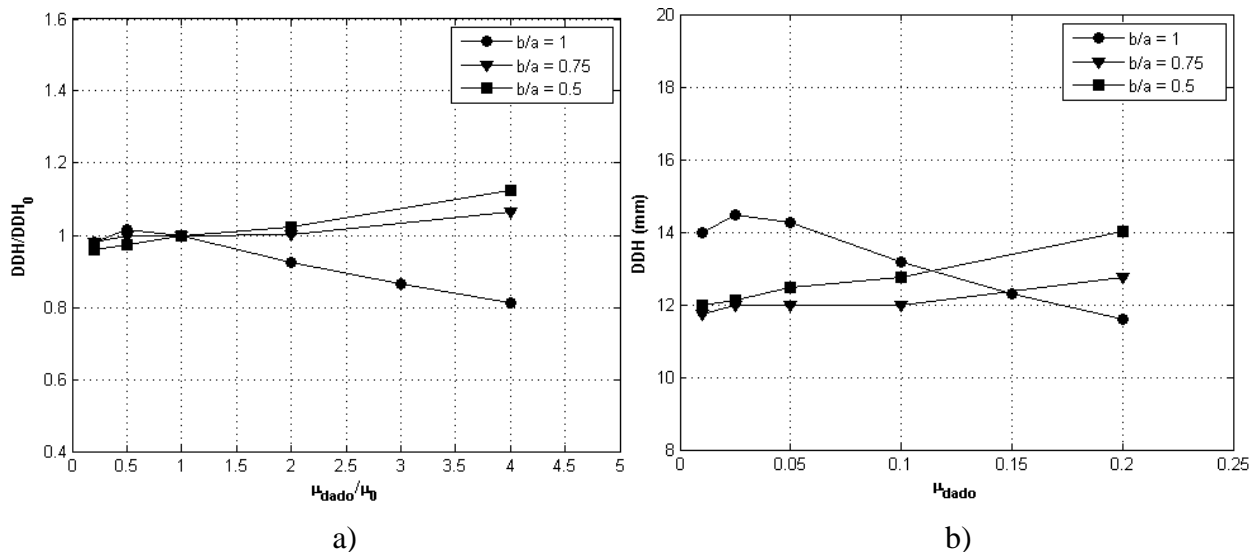


Figura 4.24. Efecto del coeficiente de fricción en la superficie de contacto dado-lámina en la DDH permisible por MEF normalizado con: a) el valor original, b) con el espesor del blanco.

c) Superficie de contacto pisador-lámina

Para evaluar el efecto de la fricción en la DDH, se varió el coeficiente de fricción μ aplicado por igual en la superficie de contacto pisador-lámina, siendo siempre $\mu=0.05$ para las otras superficies de contacto. Los valores considerados de μ fueron: 0.01, 0.025, 0.05, 0.1, 0.2 para las tres relaciones de aspecto. Los resultados se muestran en la Figura 4.25, en donde se puede observar que hubo un efecto similar al de la superficie de contacto dado-lámina, pero teniendo menos variación sobre el valor de DDH, esto puede ser debido a que la superficie de contacto dado-lámina incluye el radio del dado, que tiene una gran influencia en el desempeño del embutido profundo [19].

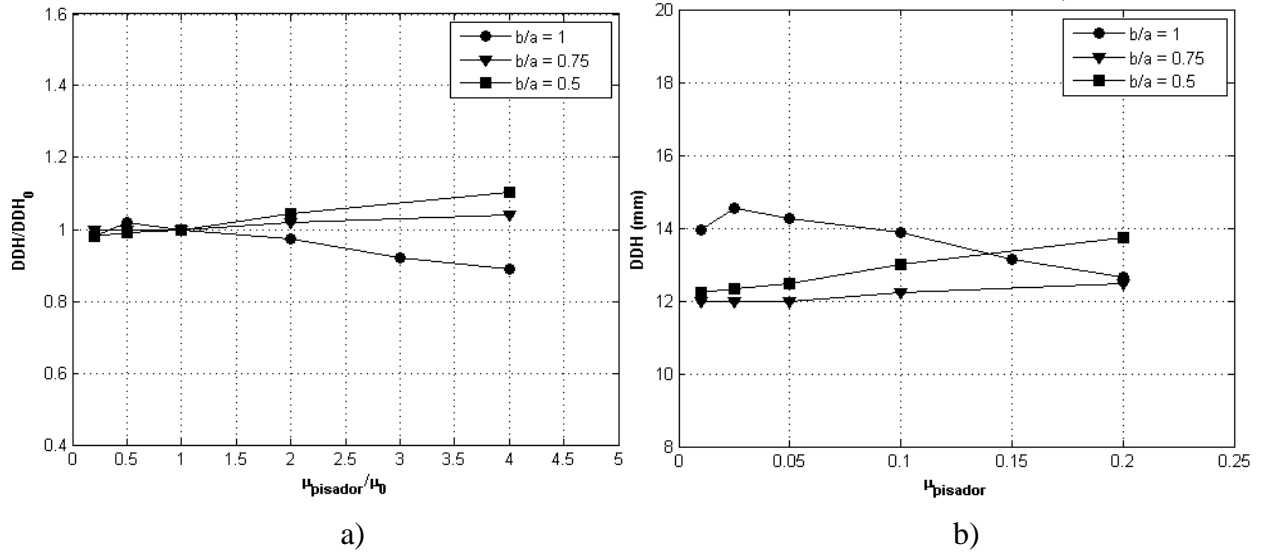


Figura 4.25. Efecto del coeficiente de fricción en la superficie de contacto pisador-lámina en la DDH permisible por MEF normalizado con: a) el valor original, b) con el espesor del blanco.

d) *Todas las superficies de contacto*

Para evaluar el efecto de la fricción en la DDH, se varió el coeficiente de fricción μ aplicado por igual en las tres superficies de contacto, punzón-lámina, pisador-lámina y dado-lámina. Los valores considerados de μ fueron: 0.01, 0.025, 0.05, 0.1, 0.2 para las tres relaciones de aspecto. Los resultados se muestran en la Figura 4.26, en donde se puede observar una considerable influencia de la fricción en la DDH permisible. La DDH en piezas con una relación $b/a=1$ tuvo un decremento de hasta 15% conforme μ aumentaba, mientras que para las piezas rectangulares aumentó hasta un 5% para valores de μ mayores. El efecto fue similar al de la superficie de contacto pisador-lámina y menor que la superficie de contacto pisador-lámina-dado, lo cual puede ser debido a que el efecto de la superficie de contacto punzón-lámina contrarrestó los efectos de la fricción presente en el dado y el pisador.

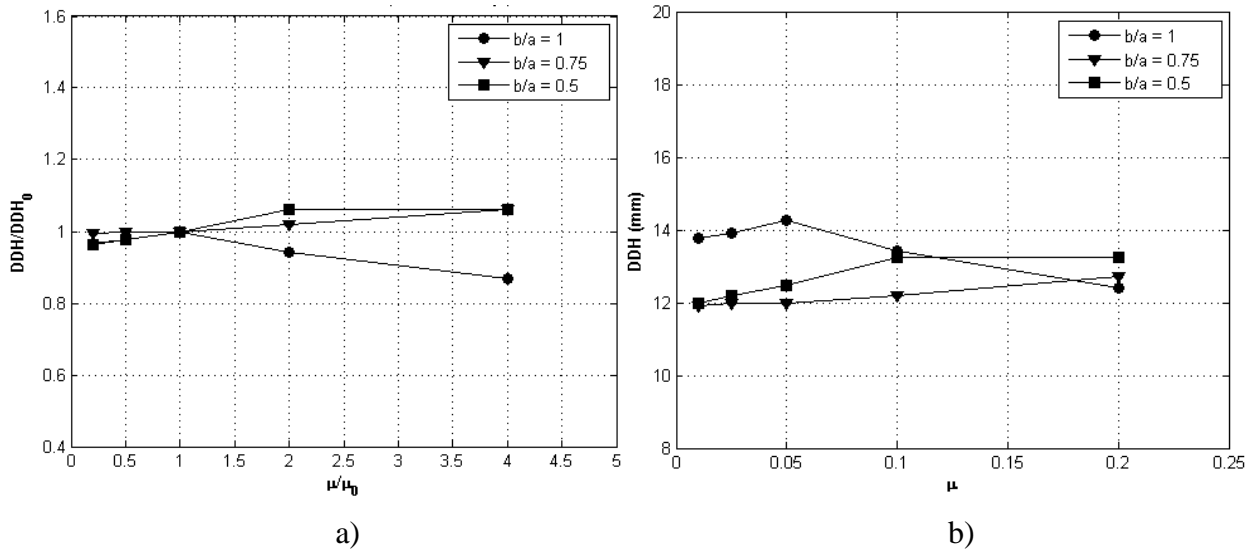


Figura 4.26. Efecto del coeficiente de fricción en todas las superficies de contacto en la DDH permisible por MEF normalizado con: a) el valor original, b) con el espesor del blanco.

e) *Piezas con relación de aspecto $b/a=1$*

En la Figura 4.27 se compara el efecto de las diversas condiciones de contacto en la DDH permisible para piezas rectangulares con una relación de aspecto $b/a=1$. Se puede observar que la DDH permisible presente una tendencia hacia la baja cuando incrementa el coeficiente de fricción μ , excepto en la superficie de contacto punzón-lámina. Además se puede observar que cuando varía μ en todas las superficies de contacto, μ_{todos} , la DDH permisible presenta un comportamiento promedio al de los demás efectos. La interface de contacto que más afecto a las piezas con una relación de aspecto $b/a=1$ fue la del pisador-lámina-dado, $\mu_{\text{pisador-dado}}$, la cual corresponde al modelo analítico de la fuerza de embutido.

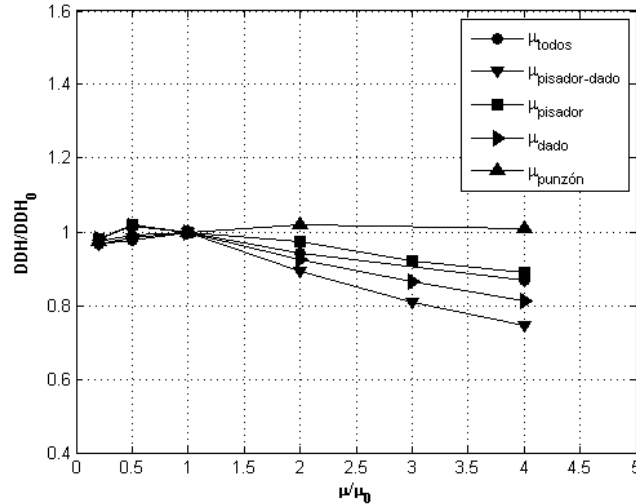


Figura 4.27. Efecto de las superficies de contacto y coeficiente de fricción en la DDH permitida por MEF para piezas con relación de aspecto $b/a=1$ normalizado con su valor original.

f) Piezas con relación de aspecto $b/a=0.75$

En la Figura 4.28 se compara el efecto de las interfaces de contactos para una relación de aspecto $b/a=0.75$. De esta gráfica se puede observar que las interfaces de contactos estudiadas presentaron una influencia poca significativa sobre la DDH permitida conforme se varió el coeficiente de fricción μ , excepto en la superficie de contacto pisador-lámina-dado, $\mu_{\text{pisador-dado}}$. También se puede observar que cuando varía μ en todas las superficies de contacto, μ_{todos} , la DDH permitida presenta un comportamiento promedio al de los demás efectos. La interface de contacto que más afecto a las piezas con una relación de aspecto $b/a=0.75$ fue la del pisador-lámina-dado, $\mu_{\text{pisador-dado}}$, la cual corresponde al modelo analítico.

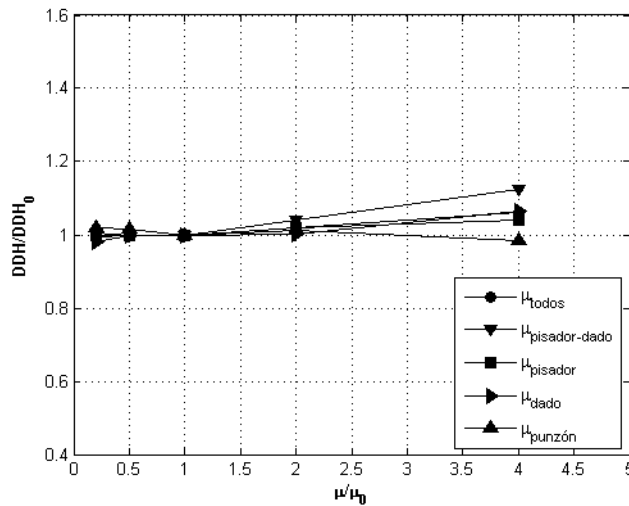


Figura 4.28. Efecto de las superficies de contacto y coeficiente de fricción en la DDH permitida por MEF para piezas con relación de aspecto $b/a=0.75$ normalizado con su valor original.

g) Piezas con relación de aspecto $b/a=0.5$

En la Figura 4.29 se compara el efecto de los tipos de contactos analizados para una relación de aspecto $b/a=0.5$. De esta figura se puede observar que las interfaces de contactos estudiadas tuvieron un comportamiento proporcional a la DDH permisible. La interface de contacto que más afecto a la DDH permisible fue la del pisador-lámina-dado, $\mu_{pisador-dado}$, que también corresponde al modelo analítico.

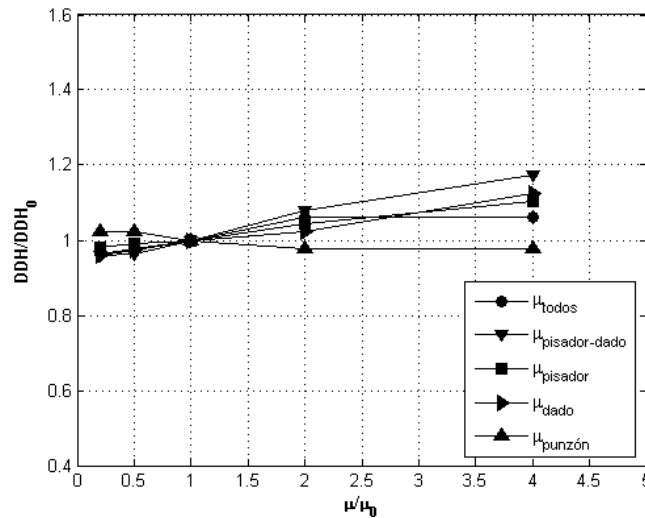


Figura 4.29. Efecto de las superficies de contacto y coeficiente de fricción en la DDH permisible por MEF para piezas con relación de aspecto $b/a=0.5$ normalizado con su valor original.

En general, se puede decir que la fricción del contacto pisador-lámina-dado, $\mu_{pisador-dado}$ es el parámetro con mayor efecto en la altura de embutido. También se observó que el efecto de la fricción no es igual para las tres relaciones de aspecto estudiadas.

Capítulo 5

Análisis y discusión de resultados

En el presente capítulo se presenta una evaluación del error de predicción de las expresiones para determinar la fuerza máxima de embutido de piezas cilíndricas y rectangulares. Posteriormente se presenta un análisis para determinar factores que permiten cuantificar el efecto de los diversos parámetros en la altura de embutido permisible de piezas rectangulares. Después se analiza y discute la influencia de los diversos parámetros sobre la fuerza máxima de embutido cilíndrico y rectangular y se comparan con algunos resultados reportados en la literatura. Finalmente se analiza y discute la influencia que tienen diversos parámetros sobre la altura de embutido permisible para piezas rectangulares comparando resultados teóricos, numéricos y de casos experimentales de la literatura.

5.1 Análisis del cálculo de la fuerza máxima de embutido

En la literatura existen pocos trabajos que analizan las diferentes expresiones disponibles para determinar la fuerza de embutido tanto para piezas cilíndricas como rectangulares. Por tanto, para determinar el desempeño que tiene las diferentes expresiones en el cálculo de la fuerza máxima de embutido para piezas cilíndricas y rectangulares, se realizó una evaluación del error de predicción y su variabilidad de cada una de estas ecuaciones. Para realizar este estudio se tomaron seis casos de estudios de la literatura, [40], [48], [57], [59]-[61] para embutido cilíndrico, y [1], [14], [57] y [62] para embutido rectangular.

El error de predicción se determina mediante la siguiente expresión:

$$E = \frac{|F_{d,i} - F_{d,exp}|}{F_{d,exp}} \times 100 \quad (5.1)$$

donde E es el error de predicción, $F_{d,exp}$ es el resultado experimental o “real” de la fuerza máxima de embutido reportado la literatura, $F_{d,i}$ es la fuerza máxima de embutido de acuerdo a las distintas expresiones teóricas i (donde $i =$ ec. (2.80), ec. (2.81), ec. (2.82), ec. (2.83), ec.

(2.84), ec. (2.85) y ec. (2.86) para la fuerza máxima de embutido cilíndrica; y ec. (2.91), ec. (2.92), ec. (2.93), ec. (2.94) y ec. (2.95) para la fuerza máxima de embutido rectangular).

5.1.1 Fuerza máxima de embutido cilíndrico

El análisis de la fuerza máxima de embutido cilíndrico se realizó considerando siete ecuaciones: ecs. (2.80) a (2.86), y seis casos de estudio experimentales con diferentes materiales [40], [48], [57], [59]-[61]. La fuerza máxima de embutido experimental fue obtenida de los diagramas fuerza-carrera del punzón.

Adicionalmente se introduce un nuevo parámetro $h_{F,max}$ que representa la altura de la pieza a la cual la fuerza máxima de embutido ocurre. Esta altura también puede ser determinada a partir del diámetro del flanco al cual la fuerza máxima ocurre, y utilizando el principio de conservación de volumen [60]:

$$h_{F,max} = \frac{D_b^2 - d_{fmax}^2}{4d_p} \approx \frac{0.4071D_b^2}{4d_p} \quad (5.2)$$

Las características de los casos de estudio considerados para el embutido cilíndrico se muestran en la Tabla 5.1.

Tabla 5.1. Casos de estudio para análisis de la fuerza máxima de embutido cilíndrico.

	$F_{d,exp}$ [N]	D_b [mm]	d_p [mm]	t_0 [mm]	$h_{F,max}$ [mm]	r_{pb} [mm]	r_d [mm]	K [MPa]	n	σ_{UTS} [MPa]	$\sigma_{y,0}$ [MPa]	F_{BH} [N]	μ
Caso 1 [40] Acero inoxidable	18390	73	46	1	17	10	8	348.3	0.07	325	220	--	0.15
Caso 2 [57] Acero desoxidado	45112	110	50	0.74	27.5	8	8	560	0.259	300	172	19614	0.17
Caso 3 [59] Acero desoxidado	48054	120	60	0.8	21	5	5	510	0.247	300	172	9807	0.12
Caso 4 [60] Cobre	59500	180	100	0.9	20	5	--	423	0.3	--	--	29394.8	0.22
Caso 5 [48] Acero	26960	90	48	0.6	17	3	3	566	0.345	285	183	3000	0.168
Caso 6 [61] Bronce	79000	200	100	0.7	40	13	5	895	0.42	400	200	100000	0.06

A partir de los datos de la Tabla 5.1, se determinó la fuerza máxima de embutido cilíndrico utilizando las ecs. (2.80) a (2.86). Los resultados obtenidos de la fuerza máxima de embutido y el error de predicción promedio para cada ecuación se presentan en la Tabla 5.2.

Tabla 5.2. Evaluación de diversas ecuaciones para el cálculo de la fuerza máxima de embutido cilíndrico.

	$F_{d,exp}$ [N]	$F_{d,max}$ ec. (2.80) [N]	$F_{d,max}$ ec. (2.81) [N]	$F_{d,max}$ ec.(2.82) [N]	$F_{d,max}$ ec. (2.83) [N]	$F_{d,max}$ ec. (2.84) [N]	$F_{d,max}$ ec. (2.85) [N]	$F_{d,max}$ ec. (2.86) [N]
Caso 1 [40] Acero inox.	18390	15050	14440	28028	15410	41658	37934	27476
Caso 2 [57] Acero desoxidado	45112	43533	38539	52048	43539	52308	42860	38359
Caso 3 [59] Acero desoxidado	48054	39499	38128	55356	37256	58811	50668	49763
Caso 4 [60] Cobre	59500	64863	42108	68874	57296	93305	83692	84823
Caso 5 [48] Acero Inox.	26960	22341	19246	30106	21734	30299	26818	25528
Caso 6 [61] Bronce	79000	82800	81361	122490	79366	114350	98520	96761
Error promedio %	-	11.73±6.78	19.58±9.79	27.57±20.32	10.95±9.48	46.46±42.87	30.43±40.14	32.39±26.65

De la Tabla 5.2 se puede observar que las ecuaciones (2.80) y (2.83) fueron las de mejor desempeño en la predicción de la fuerza máxima de embutido al tener el menor error de predicción y la menor variabilidad. La ec. (2.80) obtuvo un error máximo de 18.1% en el caso 1 [40] y un error mínimo de 3.5% en el caso 2 [57], demostrando ser una expresión precisa y confiable para la predicción de la fuerza máxima de embutido $F_{d,max}$.

Por su parte la ec. (2.83) presentó el menor error promedio de todas las expresiones, pero su variabilidad fue más alta que la ec. (2.80). Adicionalmente la ec. (2.83) requiere del valor $h_{F,max}$, que para este estudio se utilizó el dato experimental, y de la solución numérica de una integral definida, haciendo más complejo su uso en el campo industrial.

En términos de simplicidad, la ec. (2.81) es una derivación más simple de la ec. (2.80), pero con error y variabilidad no tan elevados como las expresiones restantes. Por tanto su aplicación práctica puede ser aceptable.

5.1.2 Fuerza máxima de embutido rectangular

El análisis de la fuerza máxima de embutido rectangular se realizó considerando cinco ecuaciones ecs. (2.91) a (2.95). En las ecs. (2.91)-(2.94) es necesario aplicar el concepto de diámetro equivalente, para lo cual se consideró el diámetro equivalente pitagórico y el diámetro equivalente de Lange, al mostrar un mejor desempeño en cuanto su error de predicción. Los casos de estudio considerados de la literatura, [1], [14], [57] y [62], se muestran en la Tabla 5.3.

Tabla 5.3. Casos de estudio para análisis de la fuerza máxima de embutido rectangular.

	$F_{d,exp,R}$ [N]	A [mm]	B [mm]	a [mm]	b [mm]	t_0 [mm]	$h_{F,max,R}$ [mm]	r_d [mm]	r_{pb} [mm]	r_{pc} [mm]	K [MPa]	n	σ_{UTS} [MPa]	$\sigma_{y,0}$ [MPa]	F_{BH} [N]	μ
Caso 7 [62] Acero galvanizado	62000	121	121	55	55	0.87	19	8	4	15	519.35	0.1034	455	357	26000	0.03
Caso 8 [62] Acero galvanizado	48000	121	121	55	55	0.84	20	8	4	15	521.63	0.2285	400	286	26000	0.03
Caso 9 [57] Acero	49525	170	120	120	40	0.652	22	6	6	9	661.97	0.27	300	145	14710.5	0.11
Caso 10 [1] Acero	69500	150	150	70	70	0.78	28.33	5	8	10	567.29	0.2637	312	173	19600	0.144
Caso 11 [14] Acero	47628	124	124	70	70	1	12.46	5	8	10	604.12	0.2726	440	276	15000	0.05
Caso 12 [62] Acero galvanizado	45000	121	121	55	55	0.75	21	8	4	15	542	0.19	400	291	26000	0.03

A partir de los datos de la Tabla 5.3, se realizó el cálculo de la fuerza máxima de embutido rectangular usando las expresiones (2.91) a (2.95) y usando el concepto de diámetro equivalente pitagórico. Los resultados del error de predicción promedio y su variabilidad se muestran en la Tabla 5.4. De estos resultados se puede observar que las ecuaciones (2.91) y (2.92) tuvieron mejor desempeño que las otras ecuaciones. La ec. (2.91) además de un bajo error promedio obtuvo la menor desviación estándar de 8.61%. Por su parte la ec. (2.92) presentó un error de predicción promedio ligeramente menor al de la ec. (2.91), pero con mayor variabilidad. La ec. (2.91) obtuvo un error máximo de 26.16% en el caso 9 [57] y un error mínimo de 3.15% en el caso 10 [1], mientras que la ec. (2.92) obtuvo un error máximo de 31.64% en el caso 9 [57] y un error mínimo de 0.02% en el caso 7 [62]. Debido a que la ec. (2.92) es una expresión más fácil de implementar en cuanto a los parámetros requeridos, su aplicación es muy recomendable a nivel industrial.

Tabla 5.4. Evaluación de diversas ecuaciones para el cálculo de la fuerza máxima de embutido rectangular utilizando el diámetro equivalente pitagórico.

	$F_{d,exp,R}$ [N]	$F_{d,max,R}$ ec. (2.91) [N]	$F_{d,max,R}$ ec. (2.92) [N]	$F_{d,max,R}$ ec. (2.93) [N]	$F_{d,max,R}$ ec. (2.94) [N]	$F_{d,max,R}$ ec. (2.95) [N]
Caso 7 [62] Acero Galva.	62000	54810	61989	83358	51133	70826
Caso 8 [62] Acero Galva.	48000	43731	51627	70269	39963	60118
Caso 9 [57] Acero	49525	36568	33855	62881	32932	30340
Caso 10 [1] Acero	69500	71690	65747	92554	64583	35648
Caso 11 [14] Acero	47628	55176	52948	87930	44246	64452
Caso 12 [62] Acero Galva.	45000	42126	50124	67931	39619	53677
Error promedio %	-	12.01±8.61	11.20±12.15	46.09±23.17	15.65±10.81	30.26±12.96

De igual manera se determinó la fuerza máxima de embutido rectangular usando las expresiones (2.91) a (2.95), pero con el diámetro equivalente de Lange. Los resultados del error promedio de predicción y su variabilidad se muestran en la Tabla 5.5. De estos resultados se observa que la ec. (2.94) presentó un error promedio bajo y una variabilidad baja, tanto con el diámetro equivalente pitagórico como con el diámetro equivalente de Lange, Tabla 5.4 y Tabla 5.5, respectivamente. Sin embargo, la ec. (2.94) es más difícil de implementar que las demás ecuaciones, ya que necesita de un parámetro adicional ($h_{F,max,R}$) y una solución numérica para la integral definida que contiene, por lo que su uso se vuelve poco práctico. Las ecs. (2.91) y (2.92) obtuvieron un error promedio mayor en la Tabla 5.5 que en la Tabla 5.4, por lo que se recomienda su uso con el diámetro equivalente pitagórico.

Tabla 5.5. Evaluación de diversas ecuaciones para el cálculo de la fuerza máxima de embutido rectangular utilizando el diámetro equivalente de Lange.

	$F_{d,exp,R}$ [N]	$F_{d,max,R}$ ec. (2.91) [N]	$F_{d,max,R}$ ec. (2.92) [N]	$F_{d,max,R}$ ec. (2.93) [N]	$F_{d,max,R}$ ec. (2.94) [N]	$F_{d,max,R}$ ec. (2.95) [N]
Caso 7 [62] Acero Galva.	62000	54810	65521	86346	55103	70826
Caso 8[62] Acero Galva.	48000	45545	52977	72275	44075	60118
Caso 9 [57] Acero	49525	66402	67508	95956	61400	30340
Caso 10 [1] Acero	69500	71975	66403	92699	68559	35648
Caso 11 [14] Acero	47628	55505	52763	87930	49746	64452
Caso 12 [62] Acero Galva.	45000	43991	52800	70025	43392	53677
Error promedio %	-	12.18±12.01	14.15±11.77	59.53±24.45	8.78±8.22	30.26±12.96

De la Tabla 5.5, la ec. (2.91) obtuvo un error máximo de 34.01% en el caso 9 [57] y un error mínimo de 2.24% en el caso 12 [62]. La ec. (2.92) obtuvo un error máximo de 36.31% en el caso 9 [57] y un error mínimo de 4.46% en el caso 10 [1]. La ec. (2.94) obtuvo un error máximo de 23.98% en el caso 9 [57] y un error mínimo de 1.35% en el caso 10 [1].

El caso 9 [57], el único caso de estudio de un embutido rectangular, $b/a \neq 1$, ocasionó los errores de predicción más altos en todas las ecuaciones de $F_{d,max,R}$. Los errores altos son debido a que ninguna de las expresiones de $F_{d,max,R}$ modela el efecto de la relación de aspecto, siendo recomendable como trabajo futuro, incluir el efecto de la relación de aspecto

(b/a) en alguna de las expresiones con mejor desempeño. Los demás casos eran embutidos cuadrados.

El caso 10 [1] es el embutido profundo cuadrado que se utilizó para validar el modelo MEF en este trabajo y es ampliamente utilizado como caso de estudio en los trabajos sobre embutido rectangular [7]. Las ecs. (2.91), (2.92) y (2.94) con el caso 10 obtuvieron el menor error de predicción en promedio, entre los casos de estudio analizados, de 5.18% usando el diámetro equivalente pitagórico y de 3.12% usando el diámetro equivalente de Lange.

Finalmente, en caso de que el embutido profundo rectangular tenga una blanco circular es recomendable utilizar éste diámetro directamente en las ecuaciones, junto con el diámetro equivalente del punzón [63], de Lange o pitagórico.

5.2 Influencia de los parámetros en la fuerza máxima de embutido

5.2.1 Embutido cilíndrico

De los resultados presentados en el capítulo 4 se observó que los parámetros que incrementan proporcionalmente el valor $F_{d,max}$ son el espesor t , el coeficiente de endurecimiento K , la fuerza de pisador F_{BH} y el coeficiente de fricción μ , de los cuales t y K tienen la mayor influencia al aumentar la fuerza con un comportamiento lineal y prácticamente proporcional. Por otro lado los parámetros que aumentan inversamente proporcional el valor $F_{d,max}$, son el radio del dado r_d y el exponente de endurecimiento n . El efecto de n es debido al incremento en el esfuerzo de fluencia, ya que por lo general se tienen $\varepsilon \leq 1$ en un proceso convencional de embutido profundo.

El radio de dado representa uno de los parámetros más importantes en el embutido profundo de piezas cilíndricas [21], [22]. En la Figura 5.1 se compara el resultado del efecto del radio del dado (ec. 2.80) con el reportado por Özek y Bal [64], ambos normalizados con respecto al modelo original. De esta figura se puede observar que el efecto del radio del dado de acuerdo la ec. (2.80) converge al 95% del valor $F_{d,max,0}$ para valores r_d mayores, mientras que los resultados de [64] mantienen un comportamiento inversamente proporcional y prácticamente lineal, esto puede ser debido a las limitaciones geométricas que no toma en cuenta la ec.

(2.80). Sin embargo, ambos resultados muestran la misma tendencia a disminuir el valor $F_{d,max}$ conforme aumenta el valor r_d .

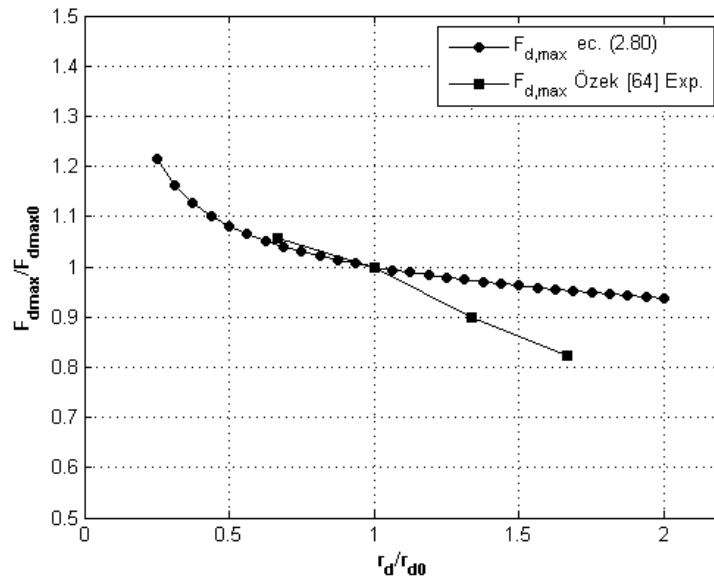


Figura 5.1. Comparación del efecto del radio del dado en la fuerza máxima de embutido cilíndrico.

La fricción es otro de los parámetros más importantes para el formado de lámina metálica, ya que afecta al flujo de material y la fuerza de embutido [65]. En la Figura 5.2 se compara el resultado de la ec. (2.80) con los resultados de Fereshteh [40], observándose que ambos resultados son congruentes, conforme incrementa el coeficiente de fricción, el valor de la fuerza máxima de embutido $F_{d,max}$ incrementa.

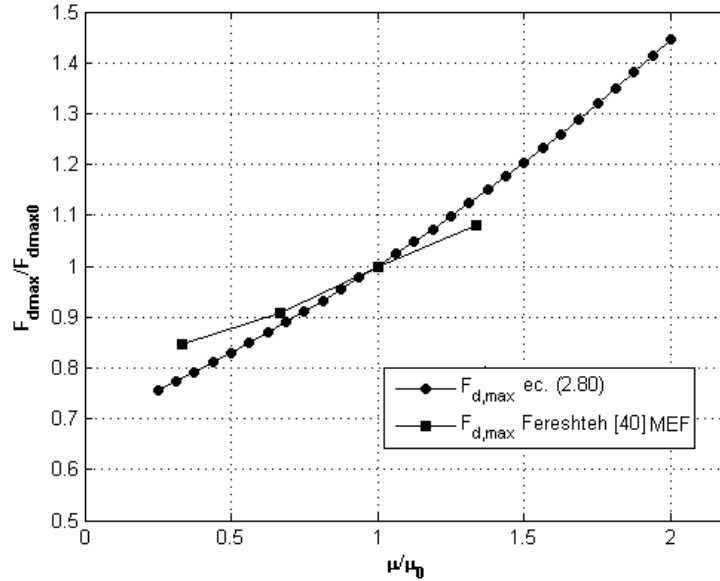


Figura 5.2. Comparación del efecto del coeficiente de fricción en la fuerza máxima de embutido cilíndrico.

5.2.2 Embutido rectangular

En el caso del embutido rectangular, los resultados del capítulo 4 muestran un comportamiento similar al embutido rectangular. Los parámetros que incrementan proporcionalmente el valor $F_{d,max,R}$ son el espesor t , el coeficiente de endurecimiento K y el coeficiente de fricción μ , de los cuales t y K tienen la mayor influencia al aumentar la fuerza con un comportamiento lineal y prácticamente proporcional. Por otro lado los parámetros que aumentan inversamente proporcional el valor $F_{d,max}$, son el radio del dado r_d , el radio de las esquinas del punzón r_{pc} , y el exponente de endurecimiento n , de los cuales r_d tuvo la mayor influencia a disminuir $F_{d,max,R}$ de manera no lineal y exponencialmente con valores de r_d pequeños. El claro c y la fuerza de pisador F_{BH} no tuvieron un efecto significativo sobre $F_{d,max,R}$. El efecto del radio de las esquinas del punzón sobre $F_{d,max,R}$ fue poco significativo. Sin embargo, de la literatura [4], [14], [23] y [24] se sabe que si existe un efecto crítico para el desempeño del embutido profundo rectangular, incluso se ha reportado que existen valores óptimos [24]. Por lo tanto, su inclusión en la ecuación para el cálculo de $F_{d,max,R}$ debe ser realizado como trabajo a futuro.

El efecto de la fuerza del pisador, F_{BH} , sobre la fuerza máxima de embutido, ec. (2.91) se analizó y comparó con tres casos reportados en la literatura [32], [63] y [66]. El caso [32] utiliza un modelo teórico basado en un análisis de esfuerzos para predecir el efecto de F_{BH} en un embutido rectangular con una relación de aspecto $b/a = 0.6$. En [63] el análisis fue realizado

experimentalmente y en [66] por simulación MEF, ambos fueron embutidos cuadrados $b/a = 1$. Los resultados se muestran en la Figura 5.3, en donde se puede observar como la F_{BH} influyó más en el caso de embutido rectangular sobre la $F_{d,max,R}$, mientras que en los otros casos fue menos significativo. También se puede observar que los resultados obtenidos a partir de la ec. (2.91) son congruentes con los reportados en la literatura.

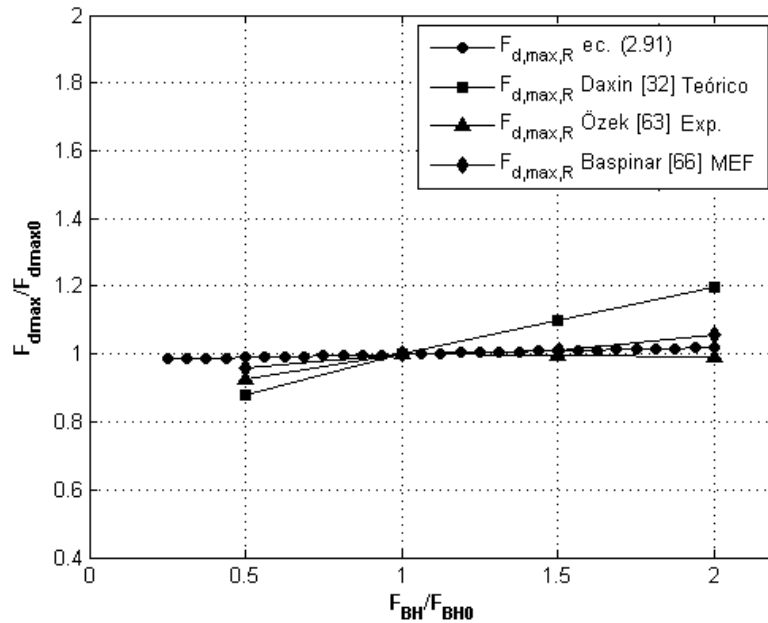


Figura 5.3. Comparación del efecto de la fuerza del pisador en la fuerza máxima de embutido rectangular.

El coeficiente de fricción que se incluye en la ec. (2.91) corresponde a la interface de contacto pisador-lámina-dado. El efecto de la fricción se analizó y comparó con los resultados provenientes de una simulación MEF de un embutido profundo cuadrado realizado por Baspinar [66]. Los resultados se muestran en Figura 5.4, en donde se puede observar que ambos resultados fueron congruentes y similares, a pesar de tratarse de dos piezas cuadradas distintas.

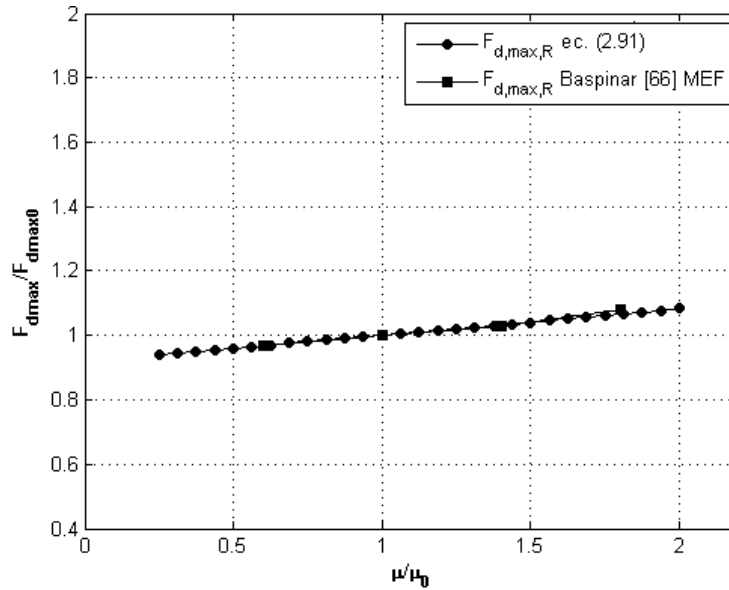


Figura 5.4. Comparación del efecto del coeficiente de fricción en la superficie pisador-lámina-dado en la fuerza máxima de embutido rectangular.

5.3 Modelo propuesto para el cálculo de la altura permisible

Los parámetros que tuvieron mayor influencia sobre la DDH fueron el espesor t , el radio del dado r_d , el radio de las esquinas del punzón r_{pc} , el coeficiente de endurecimiento K , el exponente de endurecimiento n , el esfuerzo de cedencia σ_y y el coeficiente de fricción en la interface pisador-dado $\mu_{pisador-dado}$. Para determinar el nuevo valor DDH permisible que se obtiene al variar uno o más parámetros del embutido rectangular se propone el siguiente modelo:

$$DDH \approx K_t K_{rd} K_{rpc} K_K K_n K_y K_{fpd} DDH_0 \quad (5.3)$$

donde:

K_t : Factor del efecto por variación del espesor.

K_{rd} : Factor del efecto por variación del radio del dado.

K_{rpc} : Factor del efecto por variación del radio de las esquinas del punzón.

K_K : Factor del efecto por variación del coeficiente de endurecimiento del material.

K_n : Factor del efecto por variación del exponente de

endurecimiento del material.

K_y : Factor del efecto por variación del esfuerzo de cedencia del material.

$K_{f_{pd}}$: Factor del efecto por variación del coeficiente de fricción en la interface pisador-dado.

DDH_0 : Altura permisible actual (o conocida) del embutido rectangular antes de la variación de parámetros.

La ec. (5.3) propuesta puede ser utilizada para predecir el comportamiento que tendrá la altura permisible de embutido de una pieza ya conocida (DDH_0) conforme se varíen los diversos parámetros que tuvieron un efecto significativo sobre DDH permisible. La altura DDH_0 puede ser obtenida vía experimental, por modelación MEF, mediante la expresión teórica reportado en [7] (ec. 2.97), o de una pieza existente. En esencia la ec. (5.3) es una forma más simple para obtener el efecto sobre la DDH permisible al variar los parámetros más significativos en la ec. (4.3).

Cada uno de los factores de la ec. (5.3) ha sido analizado y propuesto con base en el comportamiento observado de las ecuaciones teóricas.

5.3.1 Factor del efecto por variación del espesor

La energía de deformación es afectada por la razón de cambio del espesor al cuadrado, ec. (4.2), y la fuerza máxima de embutido es afectada de manera lineal por la razón de cambio del espesor. Al sustituir estos dos efectos en la ecuación (2.101) se puede determinar que la altura permisible DDH_0 es afectada por una razón de cambio del espesor, es decir:

$$DDH \approx K_t DDH_0 \quad (5.4)$$

donde K_t es el factor del efecto por variación del espesor y se define como:

$$K_t = \frac{t}{t_0} \quad (5.5)$$

donde t es el nuevo espesor de la lámina o del blanco y t_0 es el valor actual u original del espesor de la lámina.

5.3.2 Factor por la variación del radio del dado

El efecto que tiene el radio del dado sobre la DDH se puede aproximar por la razón del cambio de la $F_{d,max,R}$. Suponiendo una deformación plástica de acuerdo a la ley de endurecimiento de Hollomon, se tiene:

$$DDH \approx \left(\frac{F_{d,max,R,0}}{F_{d,max,R}} \right) DDH_0 \quad (5.6)$$

donde $F_{d,max,R,0}$ es el valor original de la fuerza máxima de embutido rectangular y $F_{d,max,R}$ es el nuevo valor de la fuerza máxima de embutido rectangular al variar un parámetro. Como la fuerza de embutido es igual al producto del esfuerzo equivalente de fluencia en la lámina, σ_f , y el área de la sección transversal de la pared de la pieza rectangular, A , y suponiendo que A no cambia, la altura de embutido se convierte en:

$$DDH \approx \left(\frac{AK\varepsilon_0^n}{AK\varepsilon^n} \right) DDH_0 = \left(\frac{\varepsilon_0}{\varepsilon} \right)^n DDH_0 \quad (5.7)$$

donde ε_0 es la deformación equivalente del embutido original y ε es la deformación equivalente que tendrá el embutido al variar la fuerza de embutido, K y n son los parámetros de endurecimiento del material. La variación en la deformación por un cambio en el radio del dado, se debe principalmente a la variación del doblado de la lámina sobre este radio. Debido a que la deformación por flexión es inversamente proporcional al radio del dado, la ec. (5.7) puede escribirse como:

$$DDH \approx \left(\frac{AK\varepsilon_0^n}{AK\varepsilon^n} \right) DDH_0 = \left(\frac{\varepsilon_0}{\varepsilon} \right)^n DDH_0 \approx DDH \approx \left(\frac{r_d}{r_{d,0}} \right)^n DDH_0 = K_{rd} DDH_0 \quad (5.8)$$

De esta manera el factor del efecto sobre la DDH debido a la variación del radio del dado, K_{rd} , será:

$$K_{rd} = \left(\frac{r_d}{r_{d,0}} \right)^n \quad (5.9)$$

donde r_d es el radio del dado que se va a variar y $r_{d,0}$ es el valor original del radio del dado.

5.3.3 Factor por la variación del radio de las esquinas del punzón

El radio de las esquinas del punzón está relacionado con el perímetro de la pieza, y este con la fuerza del embutido, ya que con el perímetro se calcula el área de la sección transversal de la pared de la pieza rectangular, es decir $A = t \cdot Per_p$. Por lo anterior, al variar el radio de las esquinas del punzón, la altura permisible será afectada por la variación del perímetro de la pieza de acuerdo a lo siguiente:

$$DDH \approx \left(\frac{A_0 K \varepsilon^n}{A K \varepsilon^n} \right) DDH_0 \approx \left(\frac{t_0 Per_{p,0}}{t_0 Per_p} \right) DDH_0 \approx \left(\frac{Per_{p,0}}{Per_p} \right) DDH_0 \quad (5.10)$$

donde

$$\begin{aligned} Per_{p,0} &= (2a + 2b - 8r_{pc,0} + 2\pi r_{pc,0}) \\ Per_p &= (2a + 2b - 8r_{pc} + 2\pi r_{pc}) \end{aligned}$$

Por lo anterior, se propone el siguiente factor del efecto sobre la DDH debido a la variación del radio de las esquinas del punzón, K_{rpc} :

$$K_{rpc} = \frac{Per_{p,0}}{Per_p} = \frac{2a + 2b - 8r_{pc,0} + 2\pi r_{pc,0}}{2a + 2b - 8r_{pc} + 2\pi r_{pc}} \quad (5.11)$$

donde a y b son las dimensiones de un punzón rectangular, r_{pc} es el nuevo radio de las esquinas del punzón y $r_{pc,0}$ es el valor original o actual del radio de las esquinas del punzón.

5.3.4 Factor por la variación del coeficiente de endurecimiento del material

La fuerza máxima de embutido depende del esfuerzo de fluencia y del área de la sección transversal de la pared de la copa A , ec. (2.91). Por tanto, la fuerza máxima de embutido se puede aproximar como:

$$F_{d,max,R} \approx A\eta\sigma_f \quad (5.12)$$

donde η representa los términos de eficiencia y deformación ideal. Dado que el esfuerzo de fluencia es proporcional al coeficiente de endurecimiento del material, K , la influencia de K en la altura de embutido se puede escribir como:

$$DDH \approx \left(\frac{F_{d,max,R,0}}{F_{d,max,R}} \right) DDH_0 \approx \left(\frac{AK_0 \varepsilon^n}{AK \varepsilon^n} \right) DDH_0 = \left(\frac{K_0}{K} \right) DDH_0 \quad (5.13)$$

donde $F_{d,max,R,0}$ es el valor original de la fuerza máxima de embutido rectangular, $F_{d,max,R}$ el valor de la fuerza máxima de embutido rectangular al variar K , ε es la deformación equivalente en la pieza, K_0 es el valor del coeficiente de endurecimiento original y K el coeficiente de endurecimiento nuevo. Por lo tanto, el factor del efecto de K sobre la DDH es:

$$K_K = \frac{K_0}{K} \quad (5.14)$$

donde K_K es el factor del efecto que tiene el coeficiente de endurecimiento sobre la DDH permisible.

5.3.5 Factor por la variación del exponente de endurecimiento del material

El efecto del exponente de endurecimiento n es igual al efecto del esfuerzo de fluencia. De la misma forma en que se hizo con K se propone la siguiente relación:

$$DDH \approx \left(\frac{AK \varepsilon^{n_0}}{AK \varepsilon^n} \right) DDH_0 = (\varepsilon^{n_0-n}) DDH_0 \quad (5.15)$$

donde ε es la deformación equivalente en la pieza cuando se tiene $F_{d,max,R}$, K el coeficiente de endurecimiento, n_0 es el valor original del exponente de endurecimiento y n es el nuevo exponente de endurecimiento.

En [12] se propone que en un ensayo de tensión, el encuellamiento empieza aproximadamente cuando la deformación real es igual a n , es decir $\varepsilon \approx n$. Cuando empieza la zona del encuellamiento la deformación deja de ser uniforme [8], por lo que es válido proponer que en la zona de falla $\varepsilon \approx n_0$. Por lo tanto la ec. (5.15) se puede aproximar a:

$$DDH \approx (n_0^{(n_0-n)}) DDH_0 \quad (5.16)$$

De esta manera el factor del efecto del exponente de endurecimiento en la DDH, K_n , se define como:

$$K_n = n_0^{(n_0-n)} \quad (5.17)$$

Este factor puede ser utilizado para estimar el efecto que tiene el exponente de endurecimiento sobre la DDH permisible.

5.3.6 Factor por la variación del esfuerzo de cedencia del material

Si el material cuenta con trabajo de deformación previo, éste tendrá un esfuerzo de cedencia (σ_y) mayor debido al endurecimiento por deformación. Por lo general la ductilidad disponible disminuye conforme la relación esfuerzo último a esfuerzo de cedencia del material, σ_{UTS}/σ_y , disminuye. A mayor esfuerzo de cedencia inicial se tiene menor ductilidad y por lo tanto menores alturas de embutido.

Para modelar el efecto de σ_y sobre DDH se puede utilizar la ley de endurecimiento de Ludwik ($\sigma_f = \sigma_{y,0} + K\varepsilon_p^n$) en lugar de la ley de endurecimiento Hollomon para obtener $F_{d,max,R}$, véase la ec. (4.4). De esta manera, la fuerza máxima de embutido, y la altura de embutido permisible, es afectada por la razón del esfuerzo de fluencia, pudiéndose modelar la zona plástica como la diferencia entre el esfuerzo último y el esfuerzo de cedencia, obteniéndose:

$$DDH \approx \left(\frac{\sigma_{y,0} + K\varepsilon^{n_0}}{\sigma_y + K\varepsilon^{n_0}} \right) DDH_0 \approx \left(\frac{\sigma_{y,0} + (\sigma_{UTS} - \sigma_{y,0})}{\sigma_y + (\sigma_{UTS} - \sigma_{y,0})} \right) DDH_0 \approx \left(\frac{\sigma_{UTS}}{\sigma_y + \sigma_{UTS} - \sigma_{y,0}} \right) DDH_0 \quad (5.18)$$

donde ε es la deformación plástica equivalente, $\sigma_{y,0}$ es el valor original del esfuerzo de cedencia del material, σ_y es el esfuerzo de cedencia nuevo, y K y n son los parámetros de endurecimiento de Ludwik. De esta manera, el factor del efecto del esfuerzo de cedencia en la DDH, K_y , se define como:

$$K_y = \frac{\sigma_{UTS}}{\sigma_y + \sigma_{UTS} - \sigma_{y,0}} \quad (5.19)$$

Este factor puede ser utilizado para estimar el valor DDH permisible al debido a un cambio en el esfuerzo de cedencia inicial del material.

5.3.7 Factor por la variación del coeficiente de fricción pisador-dado

El efecto del coeficiente de fricción en la fuerza máxima de embutido rectangular se debe a la fricción en el radio del dado [19], la cual se modela con la ecuación de Euler ($e^{\mu\frac{\pi}{2}}$). Aplicando la

relación de $F_{d,max,R}$ para obtener la nueva DDH , la variación esperada será por el término debido a la fricción en el radio del dado, resultando en:

$$DDH \approx \left(\frac{F_{d,max,R,0}}{F_{d,max,R}} \right) DDH_0 \approx \left(\frac{e^{\mu_0 \frac{\pi}{2}}}{e^{\mu \frac{\pi}{2}}} \right) DDH_0 = \left(e^{(\mu_0 - \mu) \frac{\pi}{2}} \right) DDH_0 \quad (5.20)$$

donde μ_0 es el valor original del coeficiente de fricción, μ es el nuevo valor del coeficiente de fricción y $\frac{\pi}{2}$ representa el ángulo en radianes de un radio de dado de 90°. De esta manera el factor del efecto del coeficiente de fricción pisador-dado en la DDH , K_{fpd} , se define como:

$$K_{fpd} = e^{(\mu_0 - \mu) \frac{\pi}{2}} = e^{\left(1 - \frac{\mu}{\mu_0}\right) \frac{\pi \mu_0}{2}} \quad (5.21)$$

Este factor puede ser utilizado para estimar el valor DDH esperado al variar el coeficiente de fricción en la interfaz pisador-dado.

5.4 Influencia de los parámetros en la altura permisible de embutido

Finalmente se realizó un análisis comparativo del efecto de los diferentes parámetros en la altura de embutido permisible en piezas rectangulares. Dicho análisis se realizó al comparar los resultados obtenidos del análisis teórico bajo el enfoque energético, el análisis teórico utilizando factores analíticos, ec. (5.3), el análisis MEF y algunos resultados de la literatura.

5.4.1 Parámetros geométricos

a) *Influencia del espesor de lámina*

En la Figura 5.5 se comparan los resultados obtenidos a partir de la ec. (4.3), de la ec. (5.3) al tomar solamente el factor K_t , de la simulación MEF, y los resultados reportados por Saxena y Dixit [14].

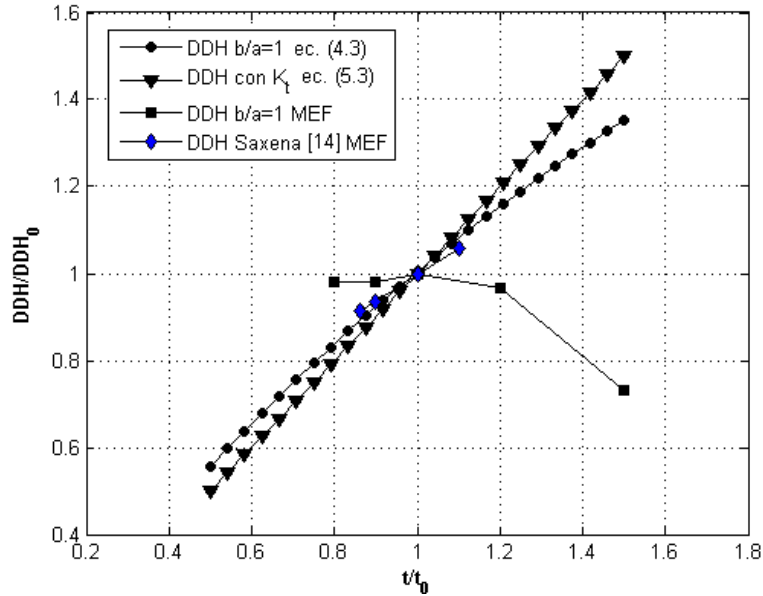


Figura 5.5. Influencia del espesor del blanco en la DDH permisible.

De la Figura 5.5 se observa que ambos modelos teóricos propuestos en esta tesis tienen un comportamiento congruente con lo reportado en la literatura [14]. También se puede observar en los resultados de [14], que la DDH permisible aumenta con el espesor, esto debido a que una lámina más gruesa soporta un nivel más alto de desplazamiento para un mismo valor de deformación, en comparación con una lámina delgada. En [14] se comenta que si sólo se utiliza un elemento en la dirección del espesor en la simulación MEF, la tendencia esperada será que la altura disminuya con el espesor de la lámina [14].

b) Influencia del radio de las esquinas del punzón

En la Figura 5.6 se muestran resultados del efecto del r_{pc} sobre la DDH permisible usando: la ec. (4.3), la ec. (5.3) al considerar solamente el factor K_{rpc} , los resultados obtenidos por simulación MEF, y los resultados reportados en [6] y [24].

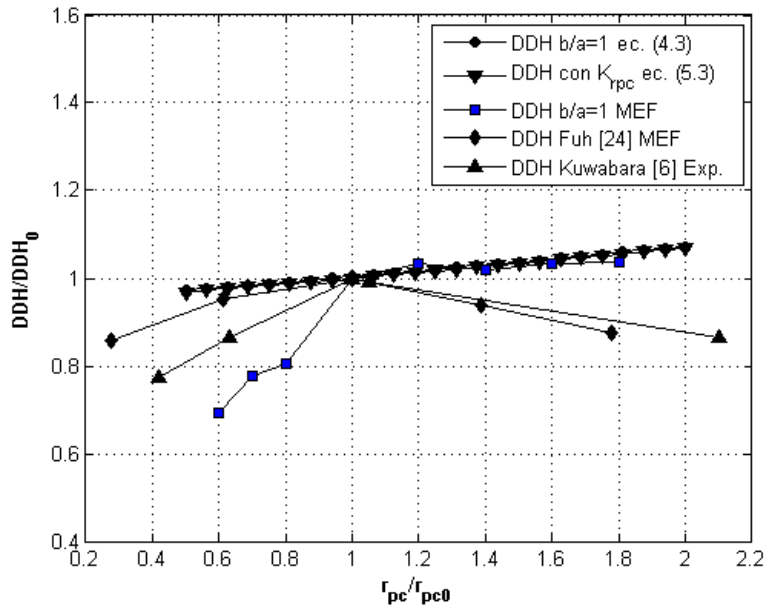


Figura 5.6. Influencia del radio de las esquinas del punzón en la DDH permisible.

Se puede ver en la Figura 5.6 que existe un punto óptimo en la curva del efecto de r_{pc} sobre la DDH permisible en piezas cuadradas en los resultados MEF y en los reportados en la literatura [6] y [24]. La causa principal de este un punto óptimo es debido a que la pieza sufre un cambio en el modo de carga para la fractura [6] y [24].

Para verificar la razón del punto óptimo se puede observar el mapa de contornos de los esfuerzos equivalentes de Von Mises de cada variación de r_{pc} realizado para el estudio paramétrico, Figura 5.7. En esta figura se puede observar que la distribución de esfuerzos y la localización del esfuerzo máximo cambió entre $r_{pc}=10$ mm y $r_{pc}=12$ mm. Este cambio en la distribución de esfuerzos se debe a que las cargas externas (la fuerza de embutido, la fuerza del pisador y las fuerzas cortantes inducidas por las esquinas en el flanco) que actúan sobre el material durante el proceso de embutido se van modificando con el cambio de curvatura del punzón.

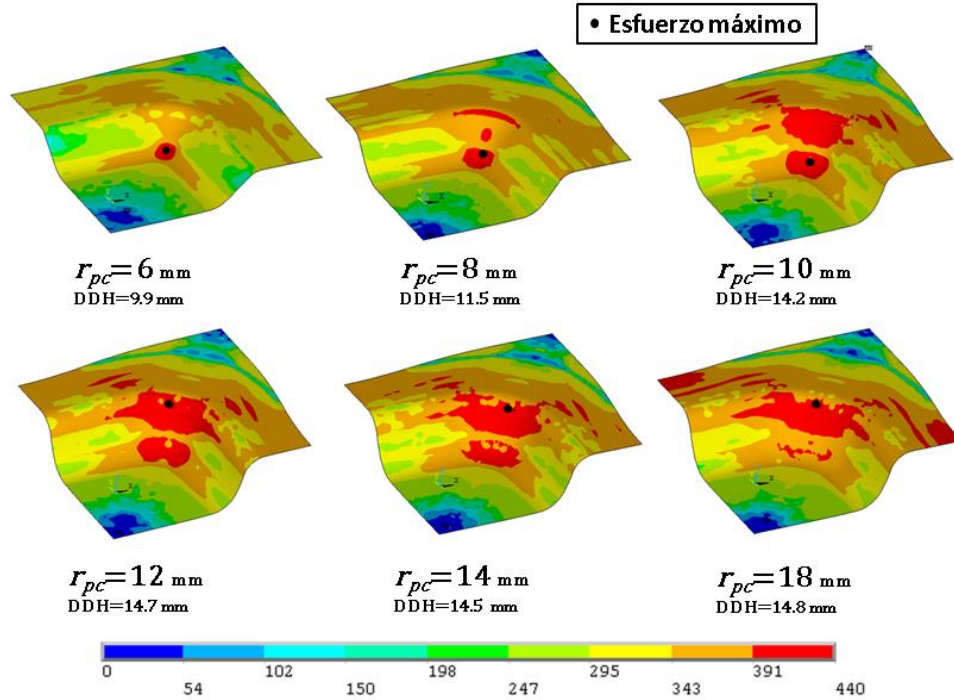


Figura 5.7. Distribución de esfuerzos [MPa] con el cambio del radio de las esquinas del punzón en la pieza con $b/a=1$ del estudio paramétrico.

La presencia de un punto óptimo fue exclusivo en la pieza cuadrada, ya que para las piezas rectangulares con $b/a=0.75$ y $b/a=0.5$ no presentaron un punto en los resultados teóricos y MEF. Las piezas rectangulares con $b/a=0.75$ y $b/a=0.5$ no presentaron un punto óptimo, Figura 5.8, debido a que no hubo un cambio en el modo de carga, Figura 5.9.

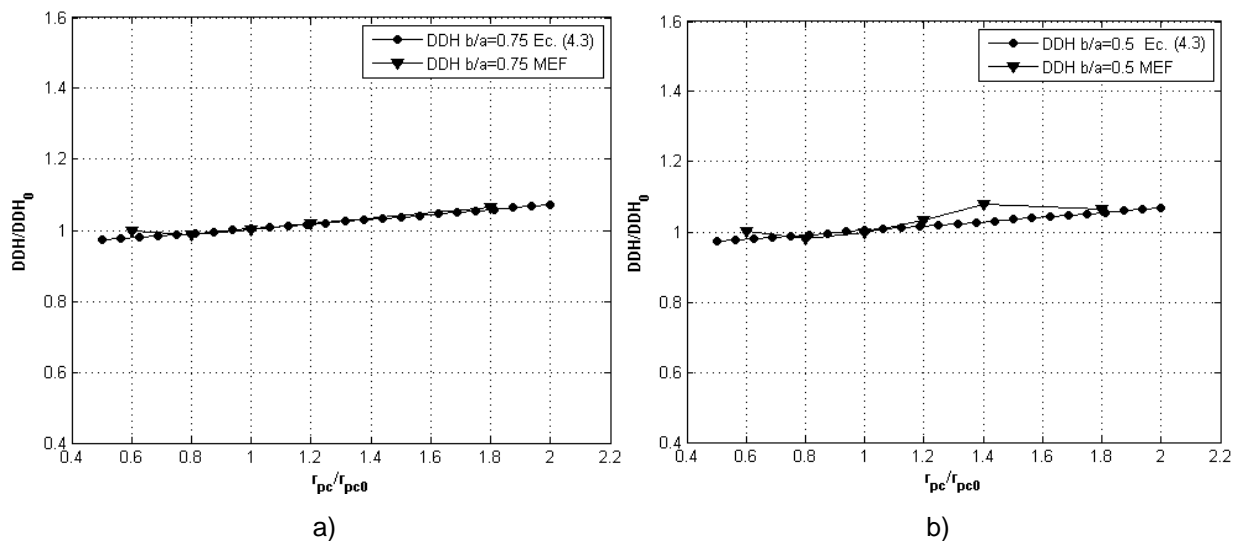


Figura 5.8. Efecto del radio de las esquinas del punzón en la DDH permisible para piezas rectangulares con relación de aspecto: a) $b/a=0.75$ y b) $b/a=0.5$.

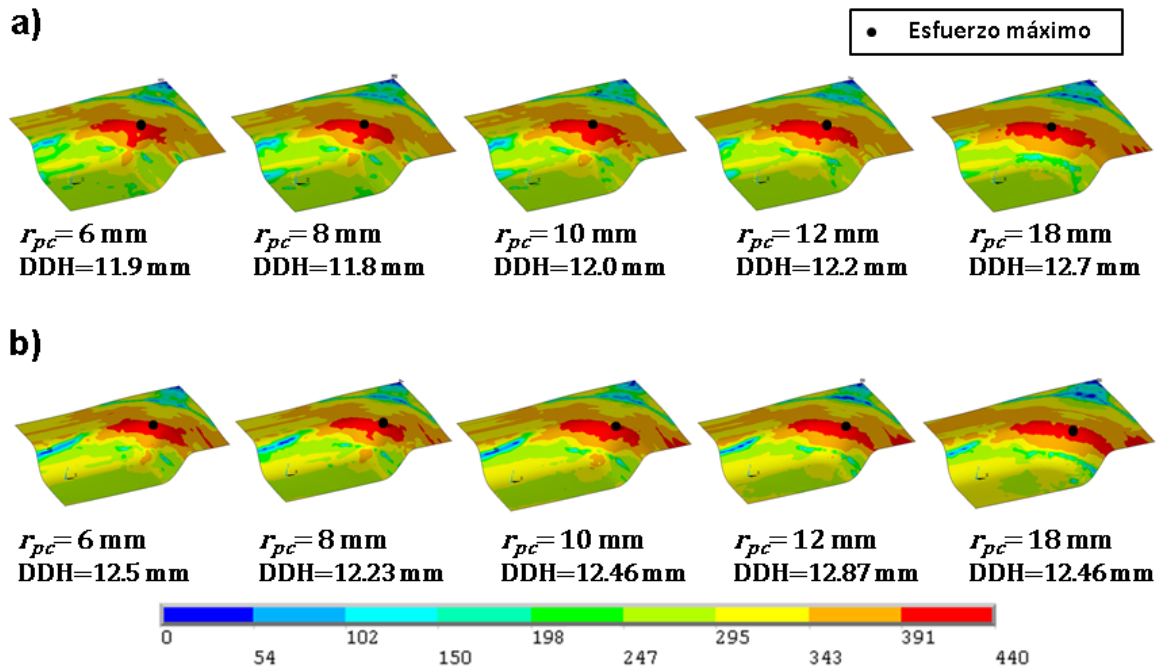


Figura 5.9. Distribución de esfuerzos [MPa] con el cambio del radio de las esquinas del punzón para: a) piezas con $b/a=0.75$, y b) piezas con $b/a=0.5$.

Finalmente, sobre el desempeño de las expresiones teóricas propuestas, se puede ver que la ec. (4.3) y la ec. (5.3) tuvieron un comportamiento similar entre si, sin embargo no modelan el efecto del punto óptimo.

c) *Influencia del radio del dado*

En la Figura 5.10 se muestran los resultados del efecto del radio del dado r_d sobre la DDH permisible usando: la ec. (4.3), la ec. (5.3) tomando solo el factor K_{rd} , los resultados de la simulación MEF y los resultados reportados por Saxena y Dixit [14].

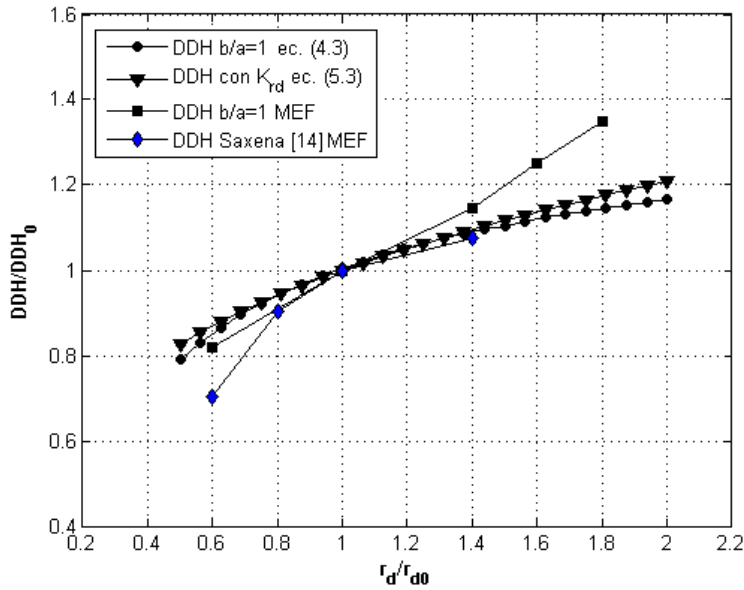


Figura 5.10. Influencia del radio del dado en la DDH permisible.

Como se puede observar en la Figura 5.10, la DDH permisible aumenta con el radio del dado. La curva obtenida mediante la ecuación (4.3) y la ecuación (5.3) fueron congruentes con lo reportado en la literatura. Por otro lado, la diferencia entre los resultados de la simulación MEF con los reportados en la literatura se debe al uso de diferentes criterios de falla. El criterio de falla utilizado en este trabajo se basó en el esfuerzo equivalente, en contraste con el criterio basado en la deformación utilizado en la literatura [14]. La Figura 5.11 muestra que la distribución de esfuerzos en el flanco varía con el radio del dado, por ejemplo con $r_d=3$ mm hay una mayor concentración de esfuerzos que para un $r_d=9$ mm; esto es debido a que los bordes de los flancos son más afilados, ocasionado que los esfuerzos incrementen y por tanto la altura permisible es menor.

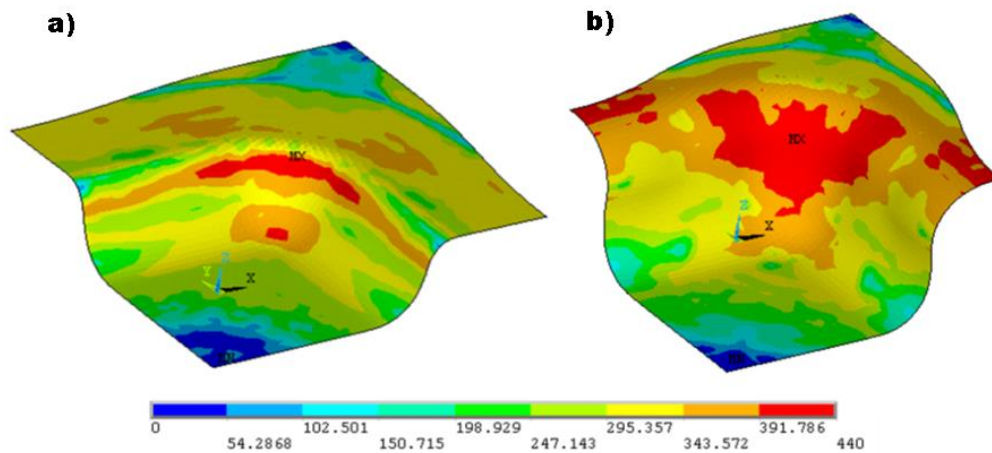


Figura 5.11. Distribución de esfuerzos equivalentes [MPa] en piezas cuadradas con diferentes radios del dado:
a) $r_d=3\text{mm}$ y b) $r_d=9\text{mm}$.

La influencia del radio del dado para piezas con $b/a=0.75$ y $b/a=0.5$ fue muy similar a los obtenidos con $b/a=1$, como se puede observar en la Figura 5.12. Por lo tanto, no hay influencia en DHH permisible por la variación de la relación de aspecto y con respecto al radio del dado.

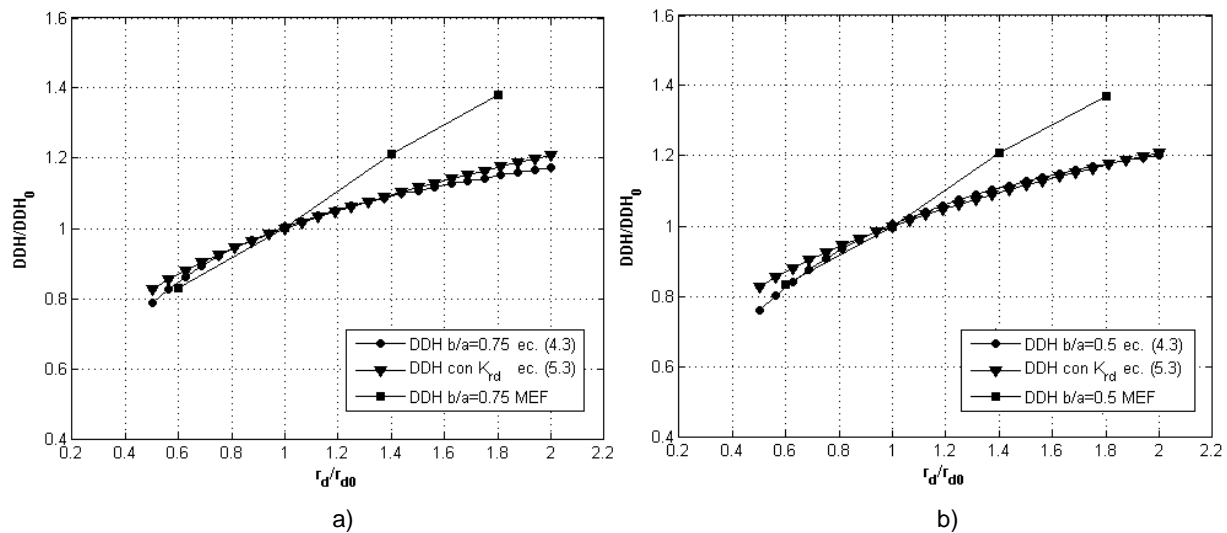


Figura 5.82. Efecto del radio del dado en la DDH permisible para piezas rectangulares con relación de aspecto:
a) $b/a=0.75$ y b) $b/a=0.5$.

d) Influencia del claro

En la Figura 5.13 se muestran resultados del efecto del claro c sobre la DDH permisible usando: la ecuación (4.3), los resultados obtenidos por simulación MEF y los resultados reportados por Fuh [24]. De esta figura se observa que todos los resultados fueron muy

congruentes y similares, evidenciando que el claro tiene poco efecto en la altura permisible de embutido.

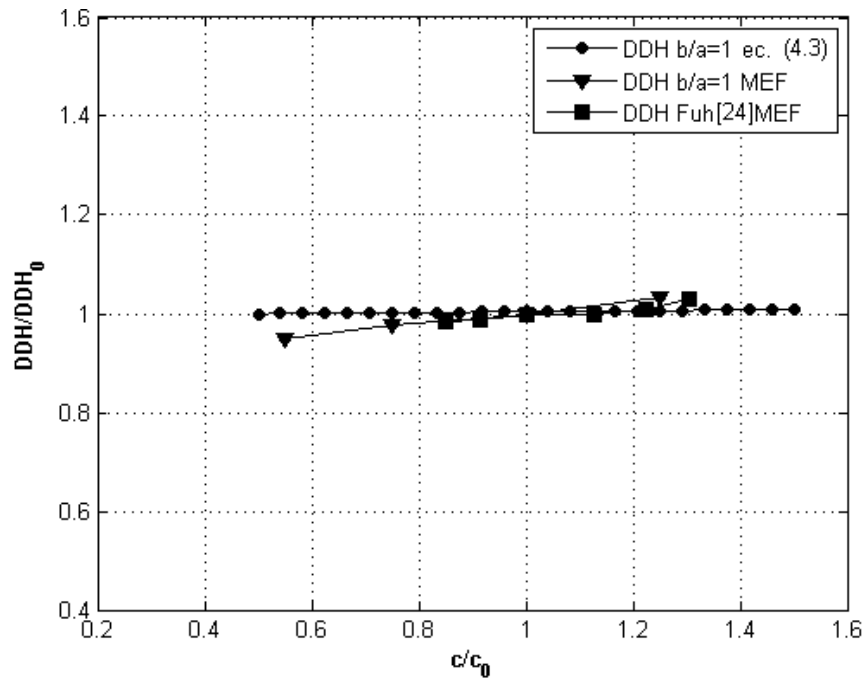
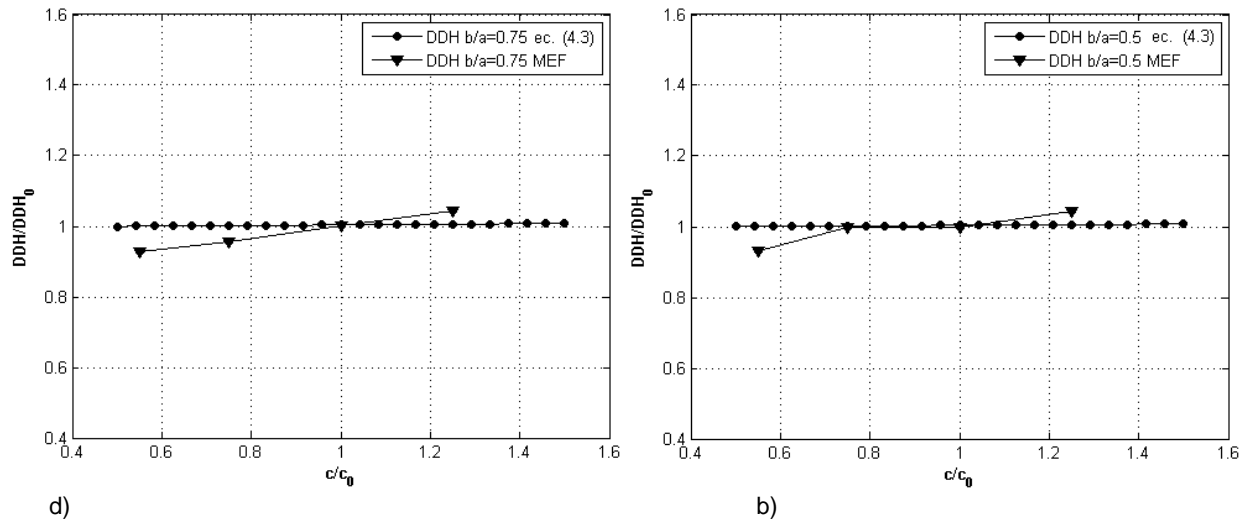


Figura 5.93. Influencia del claro en la DDH permisible.

Para otros valores de la relación de aspecto los resultados se muestran en la Figura 5.14. De estos resultados se observa la poca o nula influencia del claro sobre la DDH permisible.



d) Figura 5.104. Efecto del claro en la DDH permisible para piezas rectangulares con relación de aspecto: a) $b/a=0.75$ y b) $b/a=0.5$.

e) *Influencia del radio inferior del punzón*

El efecto del radio inferior del punzón no se pudo modelar teóricamente por lo que solo se reportan los resultados del MEF. En la Figura 5.15 se muestran resultados del efecto de r_{pb} sobre la DDH permisible considerando: los resultados obtenidos por simulación MEF, los resultados reportados por Saxena y Dixit [14], y los resultados reportados por Fuh y Shih [24].

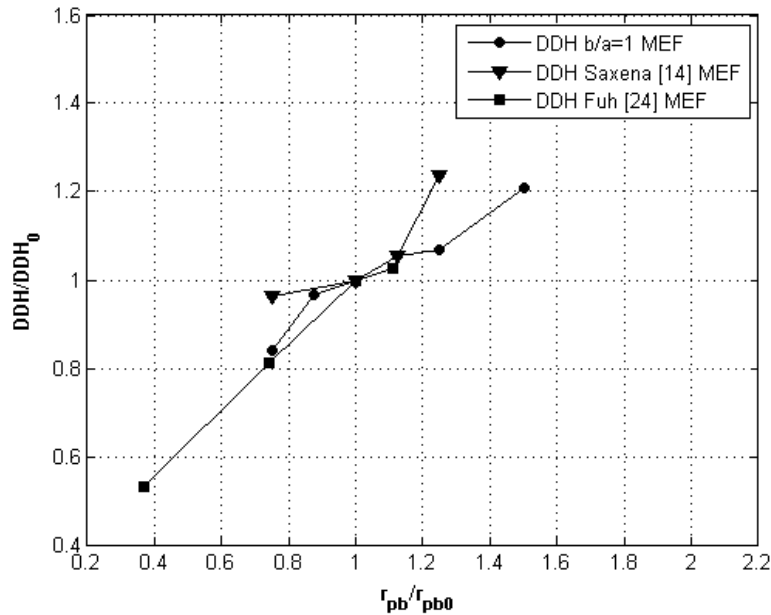


Figura 5.115. Influencia del radio inferior del punzón en la DDH permisible.

De estos resultados se observa que la DDH permisible aumenta con el radio inferior del punzón. Sin embargo los resultados reportados por MEF presentaron un punto de inflexión, los resultados de Saxena [14] formaron una curva convexa mientras los resultados de Fuh [24] formaron una curva cóncava. Esto se puede deber a que en [24] sólo variaba radios pequeños con respecto al tamaño de la pieza y en [14] sólo evaluaron un pequeño intervalo. Los resultados MEF de este trabajo fueron evaluados en un intervalo de $r_{pb}/r_{pb,0}$ mayor que los reportados en la literatura. Es posible que las curvas reportadas pudieran tener un efecto similar al obtenido en este trabajo si hubiesen variado más el radio inferior del punzón.

Sobre la relación de aspecto, los únicos resultados que se tienen son los del MEF, Figura 4.19, en donde se puede observar que el efecto de r_{pb} para las formas con $b/a=0.75$ y $b/a=0.5$ fueron muy parecidos al caso del embutido cuadrado, es decir, no existe efecto de la relación de aspecto cuando se varía el parámetro r_{pb} .

5.4.2 Parámetros del material

a) Influencia del coeficiente de endurecimiento

En la Figura 5.16 se presentan los resultados del efecto del coeficiente de endurecimiento en la altura permisible de embutido considerando: la ec. (4.3) y la ec. (5.3) al tomar solamente el factor K_k . Ambas curvas fueron muy parecidas. El análisis teórico no modela el efecto de la relación de aspecto, por lo que la influencia de K para las geometrías con $b/a=0.75$ y $b/a=0.5$ no pudo ser evaluada.

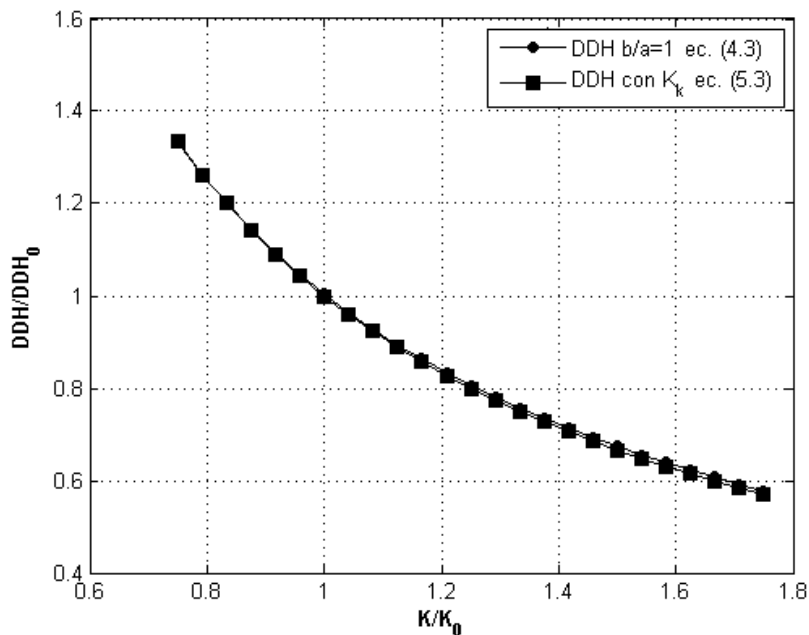


Figura 5.126. Influencia del coeficiente de endurecimiento en la DDH permisible.

b) Influencia del exponente de endurecimiento

En la Figura 5.17 se puede observar los resultados obtenidos utilizando la ec. (4.3) y la ec. (5.3) al considerar solamente el factor K_n . De esta figura se puede observar que ambos son muy similares, aumentando proporcionalmente DDH permisible al aumentar el exponente de endurecimiento. El análisis teórico no modela el efecto de la relación de aspecto, por lo que la influencia de n para las geometrías con $b/a=0.75$ y $b/a=0.5$ no pudo ser evaluada.

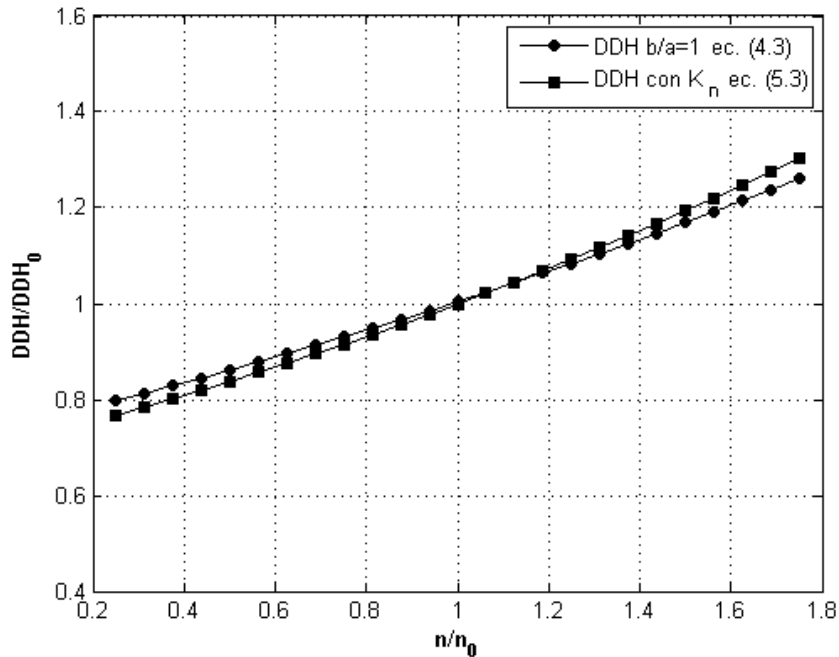


Figura 5.137. Influencia del exponente de endurecimiento en la DDH permisible.

c) *Influencia del esfuerzo de cedencia*

En la Figura 5.18 se puede observar los resultados obtenidos al utilizar la ec. (4.3) y la ec. (5.3) al considerar únicamente el factor K_y . De esta figura se puede observar que la DDH permisible disminuye conforme aumenta el σ_y inicial del material, esto es debido a la disminución de la zona plástica cuando se tiene un σ_y más grande. Este efecto también se puede asociar a la disminución de la deformación disponible al aumentar el esfuerzo de cedencia. Los resultados de ambas ecuaciones, ec. (4.3) y ec. (5.3), fueron muy congruentes, indicando que la modelación del factor K_y es válido para obtener la DDH sin necesidad de resolver la ec. (4.3). Dado que estas ecuaciones teóricas no modelan el efecto de la relación de aspecto, el efecto de σ_y para las geometrías con $b/a=0.75$ y $b/a=0.5$ no se evaluó.

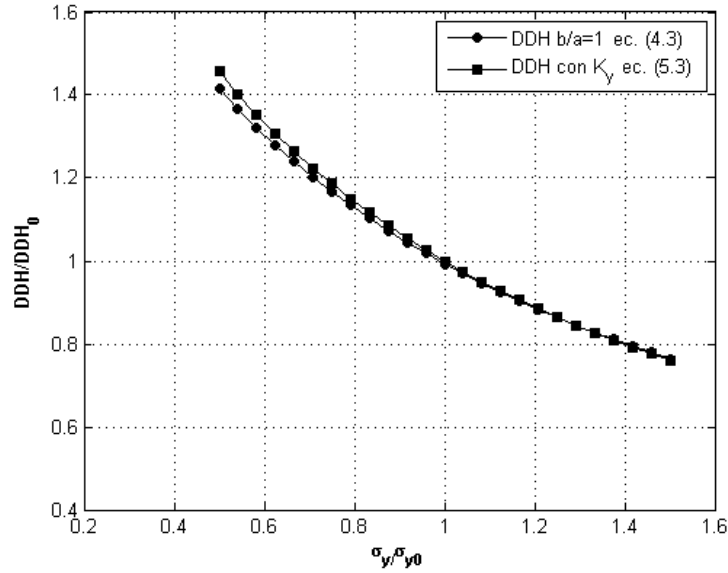


Figura 5.148. Influencia del esfuerzo de cedencia en la DDH permisible.

5.4.3 Parámetros del proceso

a) Influencia de la fuerza del pisador

En la Figura 5.19 se muestran resultados del efecto de F_{BH} sobre la DDH permisible usando: la ec. (4.3) y los resultados obtenidos experimentalmente por Demirci [67]. Ambos resultados demuestran que F_{BH} tiene un efecto poco significativo sobre la DDH permisible. Como en los demás parámetros analizados, el análisis teórico no modela el efecto de la relación de aspecto, por lo que el efecto de F_{BH} para las geometrías con $b/a=0.75$ y $b/a=0.5$ no se evaluó.

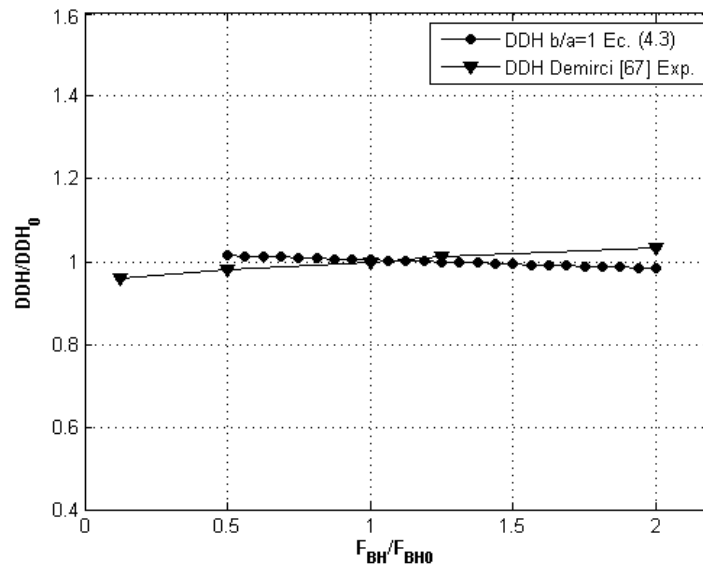


Figura 5.19. Influencia de la fuerza del pisador en la DDH permisible.

b) *Influencia de coeficiente de fricción*

En la Figura 5.20 se muestran los resultados del efecto del coeficiente de fricción $\mu_{pisador-dado}$ sobre la DDH permisible de piezas rectangulares usando: la ec. (4.3), la ec. (5.3) al considerar solamente el factor $K_{f_{pd}}$, y los resultados obtenidos por simulación MEF. Los resultados mostrados en dicha figura fueron muy similares, con excepción del MEF el cual mostró un punto óptimo. Esto es debido a un ligero cambio en la distribución de esfuerzos como sucedió con la variación del radio de las esquinas del punzón. El factor $K_{f_{pd}}$ mostró un comportamiento muy parecido al obtenido con la ec. (4.3) y ambos fueron menos conservadores que los resultados por simulación MEF.

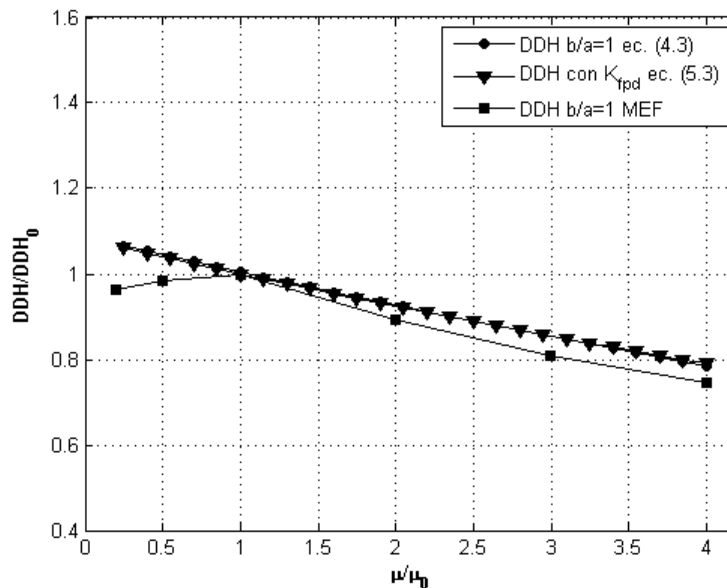


Figura 5.20. Influencia del coeficiente de fricción pisador-dado en la DDH permisible.

En la Sección 4.2.4 se mostró el efecto de variar el coeficiente de fricción en las diferentes interfaces de contacto presentes en el embutido profundo rectangular. Siendo el coeficiente de fricción de la interface pisador-lámina-dado el de más influencia en la DDH permisible. El coeficiente de fricción de la interface de contacto punzón-lámina fue el que presentó menos influencia en la DDH permisible, lo cual coincide con lo reportado en [66]. Además, la pieza con $b/a=1$ fue más afectada por el coeficiente de fricción que las piezas con $b/a=0.75$ y $b/a=0.5$. En general, la influencia del coeficiente de fricción no fue el mismo para cada relación de aspecto en todas las interfaces de contacto analizadas.

Conclusiones

Con el desarrollo del presente trabajo de tesis se logró analizar, modelar y evaluar el efecto de diversos parámetros en el desempeño del proceso de embutido de formas rectangulares. En particular el estudio se enfocó al análisis de la fuerza máxima y la altura permisible de embutido de piezas rectangulares. Se desarrollaron y propusieron nuevas expresiones para la obtención de la fuerza máxima de embutido rectangular, así como diversos factores analíticos para estimar la influencia de los parámetros del embutido en la altura permisible de embutido de piezas rectangulares. Los resultados obtenidos demuestran que las nuevas expresiones para obtener la fuerza máxima de embutido predicen de manera satisfactoria la fuerza máxima por lo que se consideran aceptables para su uso en la práctica. Además se propuso un nuevo modelo para determinar la altura de embutido permisible mediante factores analíticos que cuantifican el efecto de variaciones de los parámetros del embutido en la altura permisible. Al comparar los resultados obtenidos de este modelo propuesto, con los resultados obtenidos de manera teórica, numérica y de la literatura, se confirmó la validez del modelo propuesto. A continuación se detallan algunas de las principales conclusiones de este trabajo:

a) Fuerza máxima de embutido

Se analizaron y desarrollaron diversas expresiones para determinar la fuerza máxima de embutido para formas cilíndricas y rectangulares. Como parte de este análisis se realizó un estudio comparativo para evaluar el error de predicción de estas expresiones, teniendo como referencia resultados experimentales de la literatura. De los resultados obtenidos se concluye que las ecuaciones que involucran más parámetros tienen el mejor desempeño en la predicción de la fuerza máxima de embutido. En el caso particular del embutido rectangular, las ecuaciones propuestas (2.91), (2.92) y (2.94) fueron las que tuvieron mejor desempeño al tener un error de predicción de aproximadamente 12%, muy por debajo de las otras ecuaciones. Adicionalmente se concluye que el uso del diámetro equivalente pitagórico en las ecuaciones propuestas (2.91), (2.92), conduce a una buena precisión en la predicción de la fuerza máxima de embutido, además de ser más simple de calcular.

b) Altura permisible de embutido

Un nuevo modelo teórico para determinar la altura de embutido fue propuesto con base a un enfoque energético, tomando en consideración la energía de deformación. Este modelo permitió evaluar los efectos que tienen los diferentes parámetros del embutido en la altura de embutido. Los resultados obtenidos con el modelo teórico fueron congruentes con los resultados del MEF y de la literatura, observándose una variación menor al 5% en el caso de los parámetros geométricos y del proceso, con excepción del radio de las esquinas del punzón. Cabe hacer mención que el modelo teórico propuesto no modela la relación de aspecto, por lo que no distingue entre una geometría cuadrada y una rectangular equivalentes. Por lo anterior se concluye que el modelo propuesto para determinar variaciones en la altura permisible debido a cambios en los parámetros de embutido, es válido.

c) Modelo MEF

Se desarrolló un modelo numérico MEF del proceso de embutido, el cual fue validado utilizando un caso de estudio de la literatura. Con el modelo MEF propuesto se analizó el efecto de los diversos parámetros en la altura de embutido profundo de piezas rectangulares. Los resultados obtenidos fueron congruentes con los obtenidos del modelo teórico y de la literatura, excepto para el efecto del espesor del blanco en la altura permisible. De esta manera se confirma la validez del modelo MEF propuesto, así como su uso para evaluar los efectos de diversos parámetros en el desempeño del proceso de embutido.

d) Estudio paramétrico

Del análisis realizado para evaluar la influencia de los diversos parámetros sobre la fuerza máxima de embutido y la altura permisible de embutido rectangular, se concluye que:

- El efecto de los parámetros en la fuerza de embutido es similar tanto para el embutido cilíndrico como para el embutido rectangular.
- Los parámetros de mayor influencia en la fuerza máxima de embutido rectangular son: el espesor de la lámina, el radio del dado, y los parámetros de endurecimiento del material.
- Los parámetros de mayor influencia en la altura permisible de embutido rectangular son: el espesor de la lámina, el radio del dado, el radio inferior del punzón, el esfuerzo de

cedencia, el coeficiente y exponente de endurecimiento; así como los parámetros radio de las esquinas del punzón y el coeficiente de fricción para geometrías cuadradas.

- La relación de aspecto b/a influye significativamente en la altura permisible de embutido rectangular cuando se varían el radio de las esquinas del punzón y el coeficiente de fricción.
- Los resultados teóricos y numéricos sobre la influencia de los parámetros en la altura de embutido fueron congruentes con algunos casos experimentales y numéricos de la literatura.

e) Modelo propuesto y factores analíticos para la altura de embutido

A partir del análisis del modelo teórico propuesto para determinar la altura de embutido, se desarrollaron y propusieron factores analíticos para cuantificar, de una manera práctica, el efecto de los diversos parámetros en la altura permisible de embutido. Con base a estos factores analíticos se propuso un modelo simplificado para determinar el cambio en la altura de embutido al variar los diversos parámetros. Los resultados de este modelo simplificado fueron congruentes con los resultados del modelo teórico, de la simulación MEF y de la literatura. Por lo anterior se concluye que el modelo simplificado propuesto es válido y práctico para su uso en el diseño de piezas embutidas rectangulares.

Contribuciones

Las principales contribuciones del trabajo son:

- Un estudio comparativo para evaluar el error de precisión de diversas expresiones para determinar la fuerza máxima de embutido para formas cilíndricas y rectangulares.
- Un nuevo concepto de diámetro equivalente, el diámetro equivalente pitagórico.
- Un nuevo modelo teórico para determinar la variación de la altura de embutido con un enfoque energético.
- Un modelo MEF del proceso de embutido profundo, el cual permite incorporar parámetros geométricos, del material y del proceso.
- Un nuevo modelo teórico simplificado para determinar la variación de la altura de embutido con base en factores analíticos.
- Siete nuevos factores analíticos para determinar el efecto de variaciones de los parámetros del embutido en la altura permisible.

Trabajo futuro

Como trabajo futuro se visualizan los siguientes puntos:

- Analizar el efecto de la relación de aspecto en la fuerza máxima de embutido para piezas rectangulares.
- Modelar con elementos sólidos la lámina y cuantificar su efecto sobre la altura de embutido.
- Realizar modificaciones al criterio de falla del modelo MEF, tomando en cuenta otros tipos de fallas o defectos en el embutido profundo.
- Estudiar el modo de carga o falla que se presenta en las esquinas de una pieza cuadrada conforme se varía su radio de curvatura, r_{pc} .
- Desarrollar nuevos factores analíticos que tomen en cuenta la variación del radio inferior del punzón y la variación del coeficiente de fricción en diferentes interfaces de contacto.
- Los modelos teóricos propuestos en este estudio pueden ser utilizados para determinar los parámetros necesarios que conduzcan a una fuerza de embutido o una altura de embutido óptima.
- Desarrollar nuevas expresiones teóricas para el cálculo de la altura de embutido permisible para geometrías irregulares (ovaladas, semicirculares, triangular, etc.).

Referencias

- [1] Khelifa, M., Oudjene M. (2008). Numerical damage prediction in deep drawing of sheet metals. *Journal of materials processing technology*, 200, 71-76.
- [2] Önder, E., (2005). Tesis de maestría, Middle East Technical University. Turquía
- [3] García, P. de J. (2005). Tesis de doctorado, Universidad de Guanajuato. México.
- [4] Suchy, I. (2006). *Handbook of die design*, 2nd edn. Mc Graw Hill.
- [5] Colorado, F.J. (2011). Tesis de maestría, Universidad Autónoma de San Luis Potosí. México
- [6] Kuwabara, T., Akiyama, K., & Nakayama, Y. (1993). Square shell drawing characteristics of aluminum alloy sheet A5182-O. *Journal of materials processing technology*, 38(4), 737-749.
- [7] Medellín-Castillo, H. I., García-Zugasti, P. D. J., de Lange, D. F., & Colorado-Alonso, F. J. (2013). Analysis of the allowable deep drawing height of rectangular steel parts. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 66(1-4), 371-380.
- [8] Hu, J., Marciniak, Z., & Duncan, J. (Eds.). (2002). *Mechanics of sheet metal forming*. Butterworth-Heinemann.
- [9] Lankford, W.I., Snyder, S.C., Bauscher, J.A. (1950). New criteria for predicting the press performance of deep-drawing sheets, *Trans. ASM*. 42, 1196-1232.
- [10] Dieter, G. E., & Bacon, D. (1986). *Mechanical metallurgy*, Vol. 3. New York: McGraw-Hill.
- [11] Standard, A.S.T.M. (2000). E517-00. *ASTM Standard Annual Book*, Vol. 3.
- [12] Groover, M.P. (2007) *Fundamentals of modern manufacturing: Materials, processes and systems*, 3rd edn. Wiley, New York.
- [13] American Society of Tool and Manufacturing Engineers, Wilson, F. W., Harvey, P. D., & Gump, C. B. (1965). *Die Design Handbook: A Practical Reference Book on Process Analysis, Product Design, Metal Movements, Materials, and Proved Die Designs for Every Class of Sheet-metal Pressworking*. McGraw-Hill.
- [14] Saxena, R. K., & Dixit, P. M. (2011). Numerical analysis of damage for prediction of fracture initiation in deep drawing. *Finite Elements in Analysis and Design*, 47(9), 1104-1117.
- [15] Banabic, D. et al. (2010) *Sheet metal forming processes*. Springer, Heidelberg.
- [16] Standard DIN 8582. (1971). *Manufacturing methods, forming, classification, subdivision*, Beuth Verlag, Berlin.
- [17] Schuler, GmbH. (Ed.). (1998). *Metal forming handbook*. Springer.
- [18] Tonka, A. (2009). Tesis de Maestría. Trakya University. Turquía
- [19] Lange, K. (ed) (1985) *Handbook of metal forming*. Mc. Graw Hill, New York.
- [20] Önder, E., & Tekkaya, A. E. (2008). Numerical simulation of various cross sectional workpieces using conventional deep drawing and hydroforming technologies. *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, 48(5), 532-542.

- [21] Padmanabhan, R., Oliveira, M. C., Alves, J. L., & Menezes, L. F. (2007). Influence of process parameters on the deep drawing of stainless steel. *Finite Elements in Analysis and Design*, 43(14), 1062-1067.
- [22] Colgan, M., & Monaghan, J. (2003). Deep drawing process: analysis and experiment. *Journal of materials processing technology*, 132(1), 35-41.
- [23] Smith, D. A. (Ed.). (1990). *Die design handbook*. Society of Manufacturing Engineers.
- [24] Fuh-Kuo, C. & Shih-Yu, L. (2007), A formability index for the deep drawing of stainless steel rectangular cups, *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 34, p878–888.
- [25] Ravindra, K. Saxena, P.M. Dixit (2010) "Prediction of flange wrinkling in deep drawing process using bifurcation criterion", *Journal of Manufacturing Processes*, 12, 19-29.
- [26] Grote, K. H., & Antonsson, E. K. (Eds.). (2009). *Springer handbook of mechanical engineering (Vol. 10)*. Springer Science & Business Media.
- [27] Oh, S. I., & Altan, T. (1989). *Metal forming and the finite-element method*. Oxford university press.
- [28] Handbook, A. M. (2006). *Metalworking: Sheet Forming*. ASM International, 14.
- [29] Chen, F. K., Huang, T. B., & Chang, C. K. (2003). Deep drawing of square cups with magnesium alloy AZ31 sheets. *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, 43(15), 1553-1559.
- [30] Shuichi Kurozumi (2006), *Notas del curso: Tecnología de herramientas*, CIDESI.
- [31] Mori, T., & Marumo, Y. (1990). A Systematic Approach to Improving Square Shell Drawability. *Adv. Tech. of Plasticity*, 3, 1179.
- [32] Daxin, E., Mizuno, T., & Li, Z. (2008). Stress analysis of rectangular cup drawing. *Journal of Materials Processing Tech.*, 205(1-3), 469-476.
- [33] Daxin, E., & Mizuno, T. (2004). Study on friction of blank holder face in a non-rotational symmetry drawing. *Chinese Journal of Mechanical Engineering*, 40(7), 191-194.
- [34] Popov, E. P. (1976). *Introducción a la Mecánica de Sólidos*. Limusa.
- [35] Larour, P. (2010). *Strain rate sensitivity of automotive sheet steels: influence of plastic strain, strain rate, temperature, microstructure, bake hardening and pre-strain* (Doctoral dissertation, Universitätsbibliothek).
- [36] Siebel, E., and Beisswäner, H. (1955), *Embutido Profundo (En Alemán)*, München, Carl.
- [37] Eckart-Doege, B. (2010). *Handbuch Umformtechnik: Grundlagen, Technologien, Maschinen*. Hannover: Springer.
- [38] Hu, H. S. (2003). *Determination of Friction Coefficient in Deep Drawing*. 1st Colloquium Processscaling. Bremen.
- [39] Andreini, P. (Ed.). (2002). *Manuale dell'ingegnere meccanico*. Hoepli Editore.
- [40] Fereshteh-Saniee, F., & Montazeran, M. H. (2003). A comparative estimation of the forming load in the deep drawing process. *Journal of Materials Processing Technology*, 140(1), 555-561.
- [41] Schedin, E. (1991). *Tesis doctoral*, Royal Institute of Technology. Suecia.
- [42] Jain, M., Allin, J., & Bull, M. J. (1998). Deep drawing characteristics of automotive aluminum alloys. *Materials Science and Engineering: A*, 256(1), 69-82.

- [43] Suh, N. P., & Turner, A. P. (1975). Elements of the mechanical behavior of solids. Scripta Book Co.
- [44] Misión. Recuperado el 20 enero de 2015, de <http://cidesi.com/wsite/nosotros/mision.php>.
- [45] Tschaetsch, H. (2006). Metal forming practise (pp. 172-184). Springer-Verlag Berlin Heidelberg.
- [46] Society of Manufacturing Engineers (ed) (1998) Tool and manufacturing engineers handbook. Volume 2: Forming, Society of Manufacturing Engineers Dearbord.
- [47] Banabic, D. (Ed.). (2000). Formability of metallic materials: plastic anisotropy, formability testing, forming limits. Springer Science & Business Media.
- [48] García, C., Celentano, D., Flores, F., Ponthot, J. P., & Oliva, O. (2006). Numerical modelling and experimental validation of steel deep drawing processes: Part II: Applications. Journal of materials processing technology, 172(3), 461-471.
- [49] Mohamed, M. S., Foster, A. D., Lin, J., Balint, D. S., & Dean, T. A. (2012). Investigation of deformation and failure features in hot stamping of AA6082: Experimentation and modelling. International Journal of Machine Tools and Manufacture, 53(1), 27-38.
- [50] Theory Reference for ANSYS. (2011). Release 14.0.
- [51] Cook R.D. (1995). Finite Element modeling for stress analysis, Joh Wiley & Sons, Inc.
- [52] Moaveni, S. (2003). Finite element analysis: theory and application with ANSYS. Pearson Education India.
- [53] PAM-STAMP 2G Reference Manual. (2002) ESI-Software, France.
- [54] Makinouchi, A., Nakamachi, E., Onate, E., Wagoner, R.H (Eds). (1993). Verification of Simulation with Experiments. Proceedings of the Numisheet 1993. Second International Conference on Numerical Simulation of 3D Sheet Metal Forming Process, Ishera, Japan.
- [55] Zhang, H. W., Xu, W. L., Di, S. L., & Thomson, P. F. (2002). Quadratic programming method in numerical simulation of metal forming process. Computer methods in applied mechanics and engineering, 191(49), 5555-5578.
- [56] Onate, E., Kleiber, M., Saracibar, D., & Agelet, C. (1988). Plastic and viscoplastic flow of void-containing metals. Applications to axisymmetric sheet forming problems. International journal for numerical methods in engineering, 25(1), 227-251.
- [57] Choi, T. H., & Huh, H. (1999). Sheet metal forming analysis of planar anisotropic materials by a modified membrane finite element method with bending effect. Journal of Materials Processing Technology, 89, 58-64.
- [58] Elgueta, M. (2002). Ductile damage analysis of sheet metal forming. Journal of materials processing technology, 121(1), 148-156.
- [59] Huh, H., Han, S. S., & Yang, D. Y. (1994). Modified membrane finite element formulation considering bending effects in sheet metal forming analysis. International journal of mechanical sciences, 36(7), 659-671.
- [60] Thiruvardchelvan, S., Travis, F. W., & Poh, T. K. (1999). On the deep drawing of cups with punch and blank-holding forces proportional to a hydraulic pressure. Journal of Materials Processing Technology, 92, 375-380.
- [61] Saran, M. J., Schedin, E., Samuelsson, A., Melander, A., & Gustafsson, C. (1990). Numerical and experimental investigations of deep drawing of metal sheets. Journal of

- Manufacturing Science and Engineering, 112(3), 272-277.
- [62] Mamalis, A. G., Manolakos, D. E., & Baldoukas, A. K. (1997). Simulation of sheet metal forming using explicit finite element techniques: effect of material and forming characteristics: Part 2. Deep-drawing of square cups. *Journal of Materials processing technology*, 72(1), 110-116.
 - [63] Özek, C., & Ünal, E. (2011). Optimization and modeling of angular deep drawing process for square cups. *Materials and Manufacturing Processes*, 26 (9), 1117-1125.
 - [64] Özek, C., & Bal, M. (2009). The effect of die/blank holder and punch radiuses on limit drawing ratio in angular deep-drawing dies. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 40(11-12), 1077-1083.
 - [65] Wagoner, R. H., & Chenot, J. L. (2001). *Metal forming analysis*. Cambridge University Press.
 - [66] Baspinar M. (2011). Tesis de maestría, Middle East Technical University. Turquía.
 - [67] Demirci, H. I., Esner, C., & Yasar, M. (2008). Effect of the blank holder force on drawing of aluminum alloy square cup: Theoretical and experimental investigation. *Journal of materials processing technology*, 206(1), 152-160.

Anexos

A. Código de programación del modelo MEF para el estudio paramétrico

El siguiente código de programación fue desarrollado en el programa ANSYS LS-DYNA® para simular el proceso de embutido profundo utilizando un modelo de la literatura [14]. Es necesario proporcionar datos básicos como la geometría del herramental, tipo de material, parámetros del proceso, etc.

Código:

```
! Aaron Rivas Menchi,
! Código para el modelo base cuadrado (b/a = 1) de Saxena [14]
! matriz del paper Saxena y Dixit con simetria y mallado mapeado
!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!! Inicio !!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!
! Constantes
*SET,travel,-25.51 ! mm
*SET,tt,-0.01*travel ! para una velocidad de embutido de 0.1 m/s
*SET,blankhd,-15000 !N
*SET,espesor,1 ! mm
! Exportar archivo IGES del modelo CAD
/AUX15
! Configuración del archive exportado
IOPTN,IGES,SMOOTH
IOPTN,MERGE,YES
IOPTN,SOLID,NO
IOPTN,SMALL,YES
IOPTN,GTOLER,DEFA
IGESIN,'DDsaxenasimetrico9','igs','..\logs\geometrias\'
APLOT
! Habilitar análisis estructural LS-DYNA
KEYW,PR_SET,1
KEYW,PR_STRUC,1
KEYW,PR_THERM,0
KEYW,PR_FLUID,0
KEYW,PR_MULTI,0
KEYW,LSDYNA,1
KEYW,PR_DYNA,1
/GO
/COM,
/COM,Preferences for GUI filtering have been set to display:
/COM, Structural with LS-DYNA Explicit
! Inicio del preprocesamiento
FINISH
/PREP7
! Elegir element shell
ET,1,SHELL163
! Elegir formulación y otros parámetros del elemento
KEYOPT,1,1,2 ! formulacion Belytschko-Tsay
KEYOPT,1,2,0
KEYOPT,1,3,0
KEYOPT,1,4,0,
! elemento elegido
! variables reales
*SET,_RC_SET,1,
R,1
! espesor del elemento y puntos de integración
RMODIF,1,1,5/6,5,espesor,,, !
!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!
! Propiedades del material
! Punzon-pisador-lamina-dado
! Punzon
```

```

EDMP,RIGI,1,4,7 ! Cuerpo rigido
MP,DENS,1,7.58e-6 ! densidad
MP,EX,1,200000 ! Modulo Young
MP,NUXY,1,0.3 !Poisson
!pisador
!*
EDMP,RIGI,2,4,7 ! Elemento rigido
MP,DENS,2,7.58E-006 ! densidad
MP,EX,2,200000 ! Modulo Young
MP,NUXY,2,,3
! propiedades de la lamina
!*
MP,DENS,3,7.8e-6 ! Densidad
MP,EX,3,210000 ! Modulo Young
MP,NUXY,3,0.3 ! poisson
TB,PLAW,3,,,2, ! Asignar Power Law con Von Mises
TBDAT,1,604.1207 ! K
TBDAT,2,0.2726 ! n
TBDAT,3,
TBDAT,4,
TBDAT,5,276 ! esfuerzo de cedencia
TBDAT,6,
! matriz o dado
EDMP,RIGI,4,7,7 ! Cuerpo rigido
MP,DENS,4,7.58e-6 ! Densidad
MP,EX,4,200000 ! Modulo de Young
MP,NUXY,4,,3 ! Poisson
!propiedades del material definidas
!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!
! Mallado
/PREP7
!mallar punzon
MSHAPE,0,2D ! mallado de superficies
MSHKEY,1 ! elegir elemento
! seleccionar areas que representan el punzon
FLST,5,10,5,ORDE,8
FITEM,5,1
FITEM,5,-2
FITEM,5,7
FITEM,5,27
FITEM,5,29
FITEM,5,37
FITEM,5,-40
FITEM,5,51
CM,_Y,AREA
ASEL,,,P51X
CM,_Y1,AREA
CHKMSH,'AREA'
CMSEL,S,_Y
! Mallar punzon
AMESH,_Y1
! Refinar areas seleccionadas del punzon
CMDELE,_Y
CMDELE,_Y1
CMDELE,_Y2
!seleccionar areas
FLST,5,8,5,ORDE,6
FITEM,5,1 !fondo del punzon
!FITEM,5,2
!FITEM,5,7
FITEM,5,27
FITEM,5,29
FITEM,5,37
FITEM,5,-40
FITEM,5,51
CM,_Y,AREA
ASEL,,,P51X
CM,_Y1,AREA
CMSEL,S,_Y
CMDELE,_Y
! Refinar
AREFINE,_Y1,,,2,0,1,1 !refinar nivel 2 punzon
CMDELE,_Y1
! Pisador
! Asignar material del pisador

```

```

TYPE, 1
MAT, 2
REAL, 1
ESYS, 0
SECNUM,
! Seleccionar areas del pisador
FLST,5,4,5,ORDE,4
FITEM,5,19
FITEM,5,-20
FITEM,5,48
FITEM,5,-49
CM,_Y,AREA
ASEL,,,P51X
CM,_Y1,AREA
CHKMSH,'AREA'
CMSEL,S,_Y
! Mallar pisador
AMESH,_Y1 !mallar
! Configurar refinamiento
CMDELE,_Y
CMDELE,_Y1
CMDELE,_Y2
! Seleccionar areas para refinar
FLST,5,4,5,ORDE,4
FITEM,5,19
FITEM,5,-20
FITEM,5,48
FITEM,5,-49
CM,_Y,AREA
ASEL,,,P51X
CM,_Y1,AREA
CMSEL,S,_Y
CMDELE,_Y
! Refinar
AREFINE,_Y1,,,2,0,1,1 !refinar pisador
CMDELE,_Y1
! Mallar Lamina
! Asignar propiedades de material para la lamina
TYPE, 1
MAT, 3
REAL, 1
ESYS, 0
SECNUM,
!tamano elemento
FLST,2,1,5,ORDE,1 ! Asignar propiedades de material y tipo de elemento
FITEM,2,47 ! seleccionar area
AESIZE,P51X,0.8, !tamano de elemento de 0.8 mm
CM,_Y,AREA
ASEL,,, 47 ! seleccionar cuadriláteros mapeado
CM,_Y1,AREA
CHKMSH,'AREA'
CMSEL,S,_Y
! Mallar
AMESH,_Y1
! Borrar entidades geometricas
CMDELE,_Y
CMDELE,_Y1
CMDELE,_Y2
! Mallar Dado
TYPE, 1
MAT, 4
REAL, 1
ESYS, 0
SECNUM,
! Seleccionar areas del dado
FLST,5,21,5,ORDE,11
FITEM,5,12
FITEM,5,-14
FITEM,5,22
FITEM,5,-23
FITEM,5,25
FITEM,5,-26
FITEM,5,41
FITEM,5,-46
FITEM,5,50

```

```

FITEM,5,52
FITEM,5,-58
CM,_Y,AREA
ASEL,,,P51X
CM,_Y1,AREA
CHKMSH,'AREA'
CMSEL,S,_Y
! Mallar dado
AMESH,_Y1
! Refinar
CMDELE,_Y
CMDELE,_Y1
CMDELE,_Y2
! Areas para refinar
FLST,5,8,5,ORDE,8
FITEM,5,22
FITEM,5,-23
FITEM,5,41
FITEM,5,43
FITEM,5,-44
FITEM,5,46
FITEM,5,50
FITEM,5,52
CM,_Y,AREA
ASEL,,,P51X ! Seleccionar areas
CM,_Y1,AREA
CMSEL,S,_Y
CMDELE,_Y
AREFINE,_Y1,,,1,0,1,1 !refinar dado con nivel 1
CMDELE,_Y1
! Fin de mallado
! Aplicar simetría
EDPART,CREATE ! se crean partes con las propiedades del mallado
NSEL,S,LOC,X,0 ! Seleccionar elementos en el eje X
DSYM,SYMM,X ! Simetria con respecto al eje X
NSEL,S,LOC,Y,0 ! Seleccionar elementos en el eje Y
DSYM,SYMM,Y ! Simetria con respecto al eje Y
! Fin de simetria
! Definir contactos y cargas
ALLSEL,ALL ! seleccionar todos los elementos
!seleccionar entidades
ESEL,S,MAT,,2 ! seleccionar elementos que representan al pisador
NSLE,S
CM,pisador,NODE ! crear un componente con los elementos seleccionados
ALLSEL,ALL ! seleccionar todos los elementos de nuevo
!definir contactos
!definir condiciones de contacto
! FORMING CONTACT donde lamina es esclavo (CONTACT) y los cuerpos rigidos son maestros (TARGET)
*SET,frp,0.05 ! asignar constante del coefficient de friccion
! Contacto superficie a superficie (punzon-lamina) con coeficiente de fricción de 0.05
EDCGEN,FSTS,3,1,frp,0.05E-00,0,10,0,,,0,10000000,0,0
! Contacto superficie a superficie (pisador-lamina) con coeficiente de fricción de 0.05
EDCGEN,FSTS,3,PISADOR,frp,0.05,0,10,0,,,0,10000000,0,0
! Contacto superficie a superficie (dado-lamina) con coeficiente de fricción de 0.05
EDCGEN,FSTS,3,4,frp,0.05,0,10,0,,,0,10000000,0,0
!Definir parmetros o arreglos
*DIM,Fuerza,ARRAY,2,1,1,,, ! declarar arreglo de fuerza
*DIM,Desplazamiento,ARRAY,2,1,1,,, ! declarar arreglo de desplazamiento
*DIM,Tiempo,ARRAY,2,1,1,,, ! Declarar arreglo de tiempo
! Aplicar valores a los arreglos creados
*SET,TIEMPO(2,1,1),tt ! velocidad 0.1 m/s
*SET,DESPLAZAMIENTO(1,1,1),0
*SET,DESPLAZAMIENTO(2,1,1),travel !- 25.51carrera del punzon
*SET,FUERZA(1,1,1),blankhld ! 15000 N
*SET,FUERZA(2,1,1),blankhld
!Definir vectores de fuerza
EDLOAD,ADD,RBFZ,0,2,TIEMPO,FUERZA,0,,,, ! Fuerza en dirección Z para componente pisador
EDLOAD,ADD,RBUZ,0,1,TIEMPO,DESPLAZAMIENTO,0,,,, ! Movimiento de la parte punzon
!Definir tiempo de solucion
FINISH
/SOL
TIME,tt,!tiempo de solución
EDOUT,RCFORC ! Crear archivo de fuerzas en los contactos en carpeta logs
! Configuración de los contactos
!EDCONTACT,0,1,0,2,0,1,1,1,4,0

```

```
!EDSP,OFF,'',1,
EDCONTACT,0.1,0.5,2,0,4,2,1,4,0
EDSP,OFF,'',1,
EDCMORE,ADD,1,,5,20, ! Penalizacion de 5 y 20
EDCMORE,ADD,3,,5,20,
! Empezar a solucionar
/STATUS,SOLU
SOLVE ! ejecutar el solver
FINISH
! Postprocesamiento
/POST1
SET,FIRST
ESEL,S,MAT,,3 ! Seleccionar lamina
/DSCALE,1,1.0 ! Escala real de los desplazamientos
EPlot ! mostrar elementos
PLNS,S,EQV ! Seleccionar esfuerzos de Von Mises
ANDATA,0.5,,0,0,0,1,0,0 ! Animacion de mapa de contornos
!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!! FIN !!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!
```


B. Código de programación para la validación del modelo MEF

Para verificar la validez del modelo propuesto para el análisis MEF del proceso de embutido, se modificó los parámetros del código del Anexo A y se comparó con los resultados del trabajo en [1].

Código:

```
! Aaron Rivas Menchi,
! Codigo para el modelo de validación de Khelifa [1]
!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!! Inicio !!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!
! Constantes
*SET,travel,-40 !mm
*SET,tt,-0.01*travel ! velocidad 0.1 m/s
*SET,blankhld,-19600 !N
*SET,espesor,.78 !mm
!con simetría y mallado mapeado
/AUX15
!Exportar geometría CAD con IGES
IOPTN,IGES,SMOOTH
IOPTN,MERGE,YES
IOPTN,SOLID,NO
IOPTN,SMALL,YES
IOPTN,GTOLER,DEFA
IGESIN,'khelifasimetrico3','igs','.. \ansyslogs\geometrias\
APLOT
! Habilitar análisis estructura LS-DYNA
KEYW,PR_SET,1
KEYW,PR_STRUC,1
KEYW,PR_THERM,0
KEYW,PR_FLUID,0
KEYW,PR_MULTI,0
KEYW,LSDYNA,1
KEYW,PR_DYNA,1
/GO
/COM,
/COM,Preferences for GUI filtering have been set to display:
/COM, Structural with LS-DYNA Explicit
FINISH
!Inicio del preprocesamiento
/PREP7
! Elegir elemento Shell
ET,1,SHELL163
! Elegir formulación y otros parámetros del elemento
KEYOPT,1,1,2 !estudio con Belytschko–Tsay
KEYOPT,1,2,0
KEYOPT,1,3,0
KEYOPT,1,4,0.
! Configurar las variables reales
*SET,_RC_SET,1,
R,1
RMODIF,1,1,5/6,5,espesor, , ,
!espesor del elemento y puntos de integracion

!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!
! Propiedades del material
!punzon-pisador-lamina-dado
! Punzon
EDMP,RIGI,1,4,7
MP,DENS,1,7.8e-3
MP,EX,1,200000 !exagerado para x 10 para obtener un elemento mas rigido
MP,NUXY,1,.,3
!pisador
EDMP,RIGI,2,4,7
MP,DENS,2,7.8E-003
MP,EX,2,200000
MP,NUXY,2,.,3
! propiedades de la lamina
!von mises power law
MP,DENS,3,7.8e-3
MP,EX,3,206000
MP,NUXY,3,0.3
```

```

TB,PLAW,3,,2
TBDAT,1,567.29
TBDAT,2,0.2637
TBDAT,3,
TBDAT,4,
TBDAT,5,164.1 !aplicando cedencia a power law
TBDAT,6,
! matriz o dado
EDMP,RIGI,4,7,7
MP,DENS,4,7.8e-3
MP,EX,4,200000
MP,NUXY,4,,3
!propiedades definidas
!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!
! Comienza mallado de las superficies
FINISH
/PREP7
! mallar punzon
MSHAPE,0,2D
MSHKEY,1
! Seleccionar areas de la superficies del punzon
FLST,5,10,5,ORDE,6
FITEM,5,2
FITEM,5,7
FITEM,5,37
FITEM,5,-41
FITEM,5,49
FITEM,5,-51
! Mallar areas
CM,_Y,AREA
ASEL,, , ,P51X
CM,_Y1,AREA
CHKMSH,'AREA'
CMSEL,S,_Y
! Mallar
AMESH,_Y1
CMDELE,_Y
CMDELE,_Y1
CMDELE,_Y2
! Refinar areas importantes (esquinas, bordes)
FLST,5,7,5,ORDE,4
FITEM,5,37 !abajo del punzon
FITEM,5,-41
FITEM,5,50
FITEM,5,-51
CM,_Y,AREA
ASEL,, , ,P51X
CM,_Y1,AREA
CMSEL,S,_Y
CMDELE,_Y
! Comando para refinar las areas seleccionadas
AREFINE,_Y1,, ,1.5,0,1,1 !refinar nivel 2 punzon
CMDELE,_Y1
! Mallar Pisador
! Seleccionar elementos con los atributos del pisador
TYPE, 1
MAT, 2
REAL, 1
ESYS, 0
SECNUM,
! Seleccionar areas
FLST,5,4,5,ORDE,4
FITEM,5,17
FITEM,5,-18
FITEM,5,47
FITEM,5,-48
CM,_Y,AREA
ASEL,, , ,P51X
CM,_Y1,AREA
CHKMSH,'AREA'
CMSEL,S,_Y
! Mallar pisador
AMESH,_Y1 !mallar
! Refinar areas
CMDELE,_Y
CMDELE,_Y1
CMDELE,_Y2
!*
FLST,5,4,5,ORDE,4
FITEM,5,17

```

```

FITEM,5,-18
FITEM,5,47
FITEM,5,-48
CM,_Y,AREA
ASEL, , , ,P51X
CM,_Y1,AREA
CMSEL,S,_Y
CMDELE,_Y
! Refinar un nivel
AREFINE,_Y1, , ,2,0,1,1 !refinar pisador
CMDELE,_Y1
!*
! Mallar lamina
TYPE, 1
MAT, 3
REAL, 1
ESYS, 0
SECNUM,
! Elegir tamaño de elemento
FLST,2,1,5,ORDE,1
FITEM,2,59
AESIZE,P51X,1.5, !TAMAÑO IGUAL A 0.5
CM,_Y,AREA
ASEL, , , , 59
CM,_Y1,AREA
CHKMSH,'AREA'
CMSEL,S,_Y
! Realizar mallado de cuadriláteros de 0.5 mm
AMESH,_Y1
!*
CMDELE,_Y
CMDELE,_Y1
CMDELE,_Y2
! Mallar Dado
TYPE, 1
MAT, 4
REAL, 1
ESYS, 0
SECNUM,
! Seleccionar areas del dado
FLST,5,21,5,ORDE,11
FITEM,5,11
FITEM,5,-13
FITEM,5,20
FITEM,5,-22
FITEM,5,36
FITEM,5,42
FITEM,5,-46
FITEM,5,52
FITEM,5,-58
FITEM,5,60
FITEM,5,-61
CM,_Y,AREA
ASEL, , , ,P51X
CM,_Y1,AREA
CHKMSH,'AREA'
CMSEL,S,_Y
! Mallar
AMESH,_Y1
! Configurar refinado de algunas areas
CMDELE,_Y
CMDELE,_Y1
CMDELE,_Y2
! Seleccionar areas para refinar
FLST,5,8,5,ORDE,8
FITEM,5,20
FITEM,5,36
FITEM,5,42
FITEM,5,44
FITEM,5,46
FITEM,5,52
FITEM,5,60
FITEM,5,61
CM,_Y,AREA
ASEL, , , ,P51X
CM,_Y1,AREA
CMSEL,S,_Y
CMDELE,_Y
! Refinar areas
AREFINE,_Y1, , ,1,0,1,1 !refinar dado

```

```

CMDELE,_Y1
! Fin mallado
! Mallado completo
!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!
! Aplicar simetría al modelo
EDPART,CREATE ! Crear partes con las propiedades del mallado
NSEL,S,LOC,X,0 ! Seleccionar elementos en el eje X
DSYM,SYMM,X ! Simetría con respecto al eje X
NSEL,S,LOC,Y,0 ! Seleccionar elementos en el eje Y
DSYM,SYMM,Y ! Simetría con respecto al eje Y
!Simetría realizada
!Definir contactos y cargas
ALLSEL,ALL
!seleccionar entidades
ESEL,S,MAT,,2 ! seleccionar elementos con el material del pisador
NSLE,S
CM,pisador,NODE ! convertirlo los elementos en el componente pisador
ALLSEL,ALL ! seleccionar todo de nuevo
!definir contactos
/REPLOT,RESIZE
!definir condiciones de contacto
! Contacto entre lamina
! Contacto superficie a superficie (punzon-lamina) con coeficiente de fricción de 0.144
EDCGEN,FSTS,3,1,0.144,0.14E-00,0,01,0,,,,,0,10000000,0,0
! Contacto superficie a superficie (pisador-lamina) con coeficiente de fricción de 0.144
EDCGEN,FSTS,3,PISADOR,0.144,0.01,10,0,,,,,0,10000000,0,0
! Contacto superficie a superficie (dado-lamina) con coeficiente de fricción de 0.144
EDCGEN,FSTS,3,4,0.144,0.01,0,10,0, , , , 0,10000000,0,0
! Definir arreglos o parametros
*DIM,Fuerza,ARRAY,2,1,1, , ,
*DIM,Desplazamiento,ARRAY,2,1,1, , ,
*DIM,Tiempo,ARRAY,2,1,1, , ,
! Aplicar valores a los arreglos
*SET,TIEMPO(2,1,1) , tt ! velocidad 10 m/min
*SET,DESPLAZAMIENTO(1,1,1) , 0
*SET,DESPLAZAMIENTO(2,1,1) , travel !- 40 mm CARRERA DEL PUNZON
*SET,FUERZA(1,1,1) , blankhld
*SET,FUERZA(2,1,1) , blankhld
!!!!Definir vectores de fuerza
EDLOAD,ADD,RBFZ,0,2,TIEMPO,FUERZA, 0, , , , ! Fuerza en dirección Z para pisador
EDLOAD,ADD,RBUZ,0, 1,TIEMPO,DESPLAZAMIENTO, 0, , , , ! Movimiento del punzon
! Definir tiempo de solución
FINISH
/SOL
TIME, tt , ! tiempo de solución
EDOUT,RCFORC !grabar archivo de fuerzas en logs
! Parametros avanzados de los contacto
EDCONTACT,0.1,0.5,2,0,4,2,1,4,0
EDSP,OFF,'',1,
EDCMORE,ADD,1, ,5,20, ! Nivel de penalización
EDCMORE,ADD,3, ,5,20,
! Configuración de solución terminada
! Guardar código
/STATUS,SOLU
SOLVE ! Solucionar
FINISH
! Postprocesamiento
/POST1
SET,FIRST
ESEL,S,MAT,,3 ! Seleccionar lamina
/DSCALE,1,1.0 ! Escala real de los desplazamientos
EPLT
PLNS,S,EQV ! Seleccionar un resultado
ANDATA,0.5, ,0,0,0,1,0,0 ! Animación de mapa de contornos
! Animación de los esfuerzos de Von Mises
/EFACET,1
PLNSOL, S,EQV, 0,1.0
!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!! FIN !!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!

```