



Universidad Autónoma de San Luis Potosí  
Facultad de Ingeniería  
Centro de Investigación y Estudios de Posgrado

# Diseño mecánico de un dinamómetro para prueba de motores en rueda para aplicaciones de vehículos eléctricos

## TESIS

Que para obtener el grado de:

Maestro en Ingeniería Mecánica

Presenta:

Antonio Robles Guerrero

Asesor:

Dr. Ciro Alberto Núñez Gutiérrez

Co-Asesora:

Dra. Nancy Visairo Cruz





# Índice general

<b>Lista de figuras</b>	<b>v</b>
<b>Lista de tablas</b>	<b>viii</b>
<b>Resumen</b>	<b>xi</b>
<b>Introducción</b>	<b>xiii</b>
<b>1. Antecedentes de los dinamómetros</b>	<b>1</b>
1.1. Historia del dinamómetro . . . . .	1
1.2. Clasificación y tipos de dinamómetros . . . . .	1
1.2.1. Dinamómetros de fricción . . . . .	2
1.2.2. Dinamómetros hidráulicos . . . . .	2
1.2.3. Dinamómetros eléctricos motor-generator . . . . .	3
1.2.4. Dinamómetros de corrientes de Eddy . . . . .	4
1.3. Tipos de montaje . . . . .	4
1.3.1. Montaje sobre baleros . . . . .	4
1.3.2. Montaje de dinamómetros en línea . . . . .	4
1.4. Dinamómetros de chasis . . . . .	5
1.5. Dinamómetros comerciales . . . . .	6
<b>2. Estudio teórico para la realización del diseño mecánico</b>	<b>9</b>
2.1. Introducción . . . . .	9
2.2. Motores en rueda (In-Wheel) . . . . .	9
2.3. Dinámica de vehículos . . . . .	11
2.3.1. Fuerza de tracción . . . . .	11
2.3.2. Resistencia a la rodadura . . . . .	11
2.3.3. Arrastre aerodinámico . . . . .	12
2.3.4. Resistencia debido a las pendientes . . . . .	13
2.3.5. Ecuación de la dinámica del vehículo . . . . .	13
2.4. Teoría de diseño de elementos de máquinas . . . . .	13
2.4.1. Fallas por fatiga . . . . .	13
2.4.2. Esfuerzos fluctuantes . . . . .	13
2.4.3. Límite de resistencia a la fatiga . . . . .	14
2.4.4. Factores que afectan el límite de resistencia a la fatiga . . . . .	16
2.4.5. Esfuerzos en ejes . . . . .	18

<b>3. Geometría de los componentes y características de los dispositivos del sistema</b>	<b>21</b>
3.1. Introducción . . . . .	21
3.2. Descripción del vehículo eléctrico . . . . .	21
3.3. Determinación de la masa máxima del vehículo con los motores considerados . . . . .	21
3.3.1. Ciclos de manejo . . . . .	22
3.3.2. Velocidad y aceleración máxima . . . . .	22
3.3.3. Masa del vehículo . . . . .	23
3.4. Parámetros de diseño del vehículo eléctrico . . . . .	24
3.5. Geometría de la flecha . . . . .	24
3.6. Geometría del tambor . . . . .	25
3.7. Geometría de los soportes del dinamómetro . . . . .	27
3.8. Soporte de la unidad motor-generator y soporte de la transmisión . . . . .	29
3.9. Base del dinamómetro . . . . .	30
3.10. Sensor de torque . . . . .	30
3.10.1. Selección del sensor de torque . . . . .	30
3.10.2. Métodos de calibración de un sensor de torque . . . . .	31
3.10.3. Calibración básica del sensor de torque . . . . .	32
3.10.4. Trazabilidad del sensor de torque . . . . .	33
3.10.5. Normas para la calibración de sensores de torque . . . . .	33
3.11. Unidad motor-generator del dinamómetro . . . . .	33
3.12. Selección de la transmisión por bandas . . . . .	34
3.13. Selección de los acoplamientos flexibles . . . . .	36
3.14. Funcionamiento del dinamómetro . . . . .	37
<b>4. Cálculo y análisis por el método del elemento finito del dinamómetro</b>	<b>39</b>
4.1. Introducción . . . . .	39
4.2. Cálculo del diámetro de la flecha . . . . .	39
4.2.1. Fuerzas y reacciones sobre la flecha . . . . .	39
4.2.2. Diámetro de la flecha en el punto B . . . . .	40
4.2.3. Diámetro de la flecha en el hombro, punto C . . . . .	44
4.2.4. Diámetro de la flecha en el punto F . . . . .	45
4.2.5. Deflexión de la flecha . . . . .	45
4.3. Cálculo de la cuña . . . . .	48
4.4. Análisis del tambor por el método del elemento finito . . . . .	51
4.4.1. Mallado del tambor . . . . .	51
4.4.2. Condiciones de frontera . . . . .	52
4.4.3. Localización de esfuerzos máximos . . . . .	53
4.4.4. Resultados . . . . .	53
4.5. Análisis de los soportes por el método del elemento finito . . . . .	55
4.5.1. Condiciones de frontera . . . . .	55
4.5.2. Mallado de los soportes . . . . .	55
4.5.3. Resultados . . . . .	56
4.6. Análisis del soporte del motor-generator por el método del elemento finito . . . . .	57
4.6.1. Condiciones de frontera . . . . .	57
4.6.2. Mallado del soporte . . . . .	58
4.6.3. Resultados . . . . .	59

4.7. Análisis de la base del dinamómetro por el método del elemento finito . . . . .	59
4.7.1. Mallado de la base . . . . .	60
4.7.2. Resultados . . . . .	60
4.8. Dibujos de diseño . . . . .	61
<b>Conclusiones</b>	<b>63</b>
<b>Anexos</b>	<b>64</b>
<b>1. Dibujos de diseño del dinamómetro</b>	<b>65</b>
<b>2. Dibujos de ensamble del dinamómetro</b>	<b>79</b>
<b>Bibliografía</b>	<b>83</b>



# Índice de figuras

1.1. Dinamómetros de fricción. . . . .	3
1.2. Dinamómetro hidrocínético (freno de agua): (a) vista de sección del dinamómetro; (b) vista del rotor; (c) desarrollo de la sección a-a; (d) representación de los vórtices toroidales. . . . .	3
1.3. Unidad de absorción de corrientes de Eddy. . . . .	4
1.4. Montaje de la unidad de absorción sobre baleros. . . . .	5
1.5. Montaje de dinamómetros en línea. . . . .	5
1.6. Tipos de dinamómetros de chasis. . . . .	6
1.7. Dinamómetro Standar 800 Motorcycle. . . . .	7
1.8. Dinamómetro MD Scooter40HP. . . . .	7
1.9. Dinamómetro de freno de agua para Kart . . . . .	7
2.1. Construcción de un motor en rueda. . . . .	10
2.2. Motor en rueda disponible en el laboratorio de vehículos eléctricos. . . . .	10
2.3. Fuerzas que actúan sobre los vehículos al subir una pendiente. . . . .	12
2.4. Patrones de esfuerzo tiempo. . . . .	14
2.5. Patrones complejos de esfuerzo tiempo. . . . .	15
2.6. Probeta para pruebas de resistencia a la fatiga. . . . .	15
2.7. Curva S-N del ciclo axial invertido para un acero AISI 4130. . . . .	15
2.8. Respuesta de aleaciones a las cargas cíclicas. . . . .	16
3.1. Ciclos de manejo usados en las simulaciones. . . . .	22
3.2. Geometría de la flecha. . . . .	25
3.3. Comparativa de la deformación y esfuerzos de una llanta de 24 in realizado por Goodyear. . . . .	26
3.4. (a) Relación entre el radio del dinamómetro y el radio de la llanta, (b) Relación entre la resistencia a la rodadura y la relación llanta-tambor. . . . .	26
3.5. Ensamble del tambor, flecha y anillo de seguridad. . . . .	27
3.6. Soportes del motor en rueda y del tambor. . . . .	27
3.7. Vista lateral del ensamble de los soportes. . . . .	28
3.8. Componentes del cable para aplicar la tensión en los soportes. . . . .	28
3.9. Soporte de la unidad motor-generator. . . . .	29
3.10. Soporte para la polea mayor. . . . .	29
3.11. Ensamble de los soportes y la transmisión por banda dentada. . . . .	30
3.12. Base del dinamómetro. . . . .	30
3.13. Sensor de torque MB8661. . . . .	31
3.14. Formas de calibración de sensores de torque. . . . .	32
3.15. Diagrama de carga de un sensor de torque . . . . .	33

3.16. Motor de imanes permanentes modelo ME0909. . . . .	34
3.17. Paso de banda de 8 mm. . . . .	35
3.18. Acoplamiento flexible SKF. . . . .	36
3.19. Clases de desalineamiento. . . . .	37
3.20. Aspecto final del dinamómetro. . . . .	38
4.1. Puntos críticos en la flecha. . . . .	39
4.2. Fuerzas en la flecha. . . . .	40
4.3. Dimensiones de la flecha. . . . .	40
4.4. Momentos flexionantes y cortantes en la flecha. . . . .	41
4.5. Factores de concentración de esfuerzo de cuñeros, con extremo fresado, a torsión ( $K_{ts}$ ) y flexión ( $K_t$ ). . . . .	42
4.6. Factores de concentración de esfuerzo para hombro. . . . .	45
4.7. Esquema general de la flecha. . . . .	46
4.8. Deflexión de la flecha del punto A al C. . . . .	48
4.9. Geometría y fuerzas sobre la cuña. . . . .	49
4.10. Modelo del tambor. . . . .	52
4.11. Mallado del tambor. . . . .	52
4.12. Condiciones de frontera aplicadas al tambor. . . . .	53
4.13. Localización de los esfuerzos máximos. . . . .	53
4.14. Resultados de la simulación del tambor en ANSYS. . . . .	54
4.15. Condiciones de frontera en los soportes. . . . .	55
4.16. Mallado de los soportes. . . . .	56
4.17. Esfuerzos y deformaciones en el soporte del motor. . . . .	56
4.18. Esfuerzos y deformaciones en el soporte del tambor. . . . .	57
4.19. Condiciones de frontera en el soporte del motor. . . . .	58
4.20. Conector rígido. . . . .	58
4.21. Mallado del soporte de la unidad motor-generador. . . . .	59
4.22. Esfuerzos y desplazamientos en el soporte del motor-generador. . . . .	59
4.23. Condiciones de frontera en la base. . . . .	60
4.24. Mallado de la base del dinamómetro. . . . .	60
4.25. Esfuerzos y desplazamientos en la base del dinamómetro. . . . .	61

# Índice de tablas

1.	Componentes esenciales del dinamómetro. . . . .	XIV
2.1.	Especificaciones eléctricas del motor en rueda. . . . .	11
2.2.	Características de la rueda . . . . .	11
2.3.	Factores que pueden afectar la curva S-N. . . . .	16
2.4.	Factores de confiabilidad $k_r$ correspondientes a 8 desviaciones estandar porcentuales del límite de resistencia a la fatiga. . . . .	18
2.5.	Parámetros en el factor de la condición superficial. . . . .	18
3.1.	Parámetros de vehículos para las simulaciones. . . . .	23
3.2.	Masa máxima del vehículo en base a los puntos de mayor demanda de torque de los ciclos de manejo. . . . .	24
3.3.	Parámetros de diseño del dinamómetro. . . . .	24
3.4.	Relación entre los diámetros de tambor y diámetros de las llantas. . . . .	25
3.5.	Características del motor-generator. . . . .	34
3.6.	Combinación de poleas para una relación de transmisión de 4:1, usando un paso de banda de 8 mm. . . . .	36
3.7.	Características del cople flexible. . . . .	37
4.1.	Rango máximo de pendientes en rodamientos. . . . .	46
4.2.	Resultados de las pruebas de variación de espesor y número de triángulos. . . .	54
4.3.	Tolerancias generales para dimensiones lineales. . . . .	61



# Resumen

En este trabajo de tesis se presenta el diseño mecánico de un dinamómetro para probar motores en rueda (*In-Wheel*), cuya utilización será para realizar pruebas con diferentes ciclos de manejo. Este trabajo se planteó como una necesidad para el laboratorio de vehículos eléctricos donde se desarrollan esquemas de administración de energía considerando fuentes de almacenamiento híbridas en distintas configuraciones, se implementan convertidores de electrónica de potencia, se estudia el efecto del frenado regenerativo con estabilidad mecánica en el frenado, se analiza el uso de diferenciales electrónicos y las pruebas se validan utilizando motores en rueda. Con esto se busca una reducción en el consumo de energía y un aumento en la autonomía de un vehículo eléctrico.

Lo anterior representa un requerimiento específico para poder realizar las pruebas descritas con anterioridad, en donde la parte principal que puede integrar las especificaciones mecánicas para medición de torque y velocidad es un dinamómetro. De esta manera, este trabajo se centra en el diseño mecánico de un dinamómetro compacto que no requiere de instalaciones especiales, las piezas se diseñaron con geometrías no muy complejas, buscando que su construcción sea llevada a cabo fácilmente. En el alcance de este trabajo no se considera la instrumentación, control y calibración del sistema.

El marco teórico bajo el cual se desarrolló el diseño del dinamómetro incluyó: la teoría de la dinámica de vehículos para dimensionar el tamaño y capacidades del dinamómetro, la teoría de diseño de elementos de máquinas y el método del elemento finito para evaluar los esfuerzos y las deformaciones de los piezas diseñadas.

Este dinamómetro consiste en un soporte para el motor en rueda, un tambor adecuado para el tamaño de neumático, soportes para mantenerlo en su posición y un sensor de par en línea. El funcionamiento del dinamómetro es como sigue: cuando el motor en rueda entra en contacto con el tambor, el movimiento es detectado por el sensor de par que mide el torque. En el extremo opuesto del sensor se acopla un sistema de transmisión que es accionado por un motor de corriente directa (CD), ambos se utilizan para aplicar resistencia al motor en rueda simulando un patrón de manejo que incluya frenado regenerativo.

En los resultados se incluyen los planos de todas las partes del dinamómetro especificando sus tolerancias y planos de ensamble.



# Introducción

El contexto de este trabajo se centra en el soporte necesario para desarrollar investigación en torno al uso de vehículos eléctricos, lo cual incluye:

- configuraciones de fuentes de almacenamiento de energía híbridos,
- uso de motores en rueda,
- estrategias de administración de la energía,
- diseño e implementación de convertidores de electrónica de potencia,
- modelado y control de los convertidores así como propuestas de control jerárquico y
- análisis del efecto del frenado regenerativo en el consumo de energía y autonomía del vehículo eléctrico.

Con la finalidad de tener un banco de pruebas fijo para desarrollar lo antes mencionado, es un requisito indispensable contar con un dinamómetro con características específicas que permita el desarrollo y evolución de esta línea de investigación. Una alternativa para sostener esta investigación es utilizar dinamómetros comerciales; no obstante, el laboratorio de vehículos eléctricos cuenta con motores en rueda de 1 kW lo que hace que la mayoría de los dinamómetros comerciales esté sobredimensionado en capacidades y en precio. Adicionalmente, las unidades de absorción de manera general aplican torque a la rueda y no consideran el frenado regenerativo a menos que sea bajo una solicitud de diseño especial.

Debido a lo anterior este trabajo se planteó para dar una solución específica y competitiva a los requerimientos del laboratorio de vehículos eléctricos descritos con anterioridad.

En este trabajo de tesis se presenta el diseño mecánico de un dinamómetro para probar motores en rueda. El dinamómetro propuesto incorpora un motor de CD con el que es posible realizar distintas pruebas que no se logran con otro tipo de unidades de absorción, es decir, puede funcionar como generador o como motor al aplicar resistencia o propulsar el motor bajo prueba, respectivamente.

Es importante mencionar que los motores en rueda, mejor conocidos como *In-Wheel* o *Hub motors*, de manera general son máquinas eléctricas basadas en motores sin escobillas (*brushless*) que se encuentran alojadas en el rin de una rueda y en algunos casos incluye el sistema de freno y suspensión. Este tipo de motores se han utilizado para propulsar bicicletas y recientemente vehículos eléctricos. Aunque el dinamómetro se diseñó para probar únicamente motores en rueda con características del que se tiene en el laboratorio de vehículos eléctricos.

La descripción general del dinamómetro que se diseñó es como sigue: tiene un soporte para mantener al motor en rueda en su posición, un tambor para aplicar fricción a la llanta, un

sensor de par en línea para medir el torque aplicado y un motor de CD que simula el torque requerido para un patrón de manejo deseado.

Para sustentar el diseño mecánico del dinamómetro se utilizaron conceptos de la teoría de diseño de elementos de máquinas y análisis por el método del elemento finito. Para la validación del diseño se utilizaron las siguientes herramientas de cómputo: para el diseño mecánico y creación de los planos de ensamble se utilizó SolidWorks y para verificar que los esfuerzos y las deformaciones de las piezas estuvieran dentro de los rangos permitidos se utilizaron ANSYS y Comsol para aplicar el método del elemento finito.

## Planteamiento del problema

El presente trabajo de tesis se centra en el diseño mecánico de un dinamómetro con características específicas para probar motores en rueda, satisfaciendo los requerimientos técnicos y de investigación del laboratorio de vehículos eléctricos. Además, debe satisfacer que sea una herramienta fiable con piezas de geometrías de construcción accesible, disponibilidad de refacciones pero principalmente atendiendo la demanda de potencia de los motores en rueda disponibles en el laboratorio de vehículos eléctricos. La tabla 1 muestra las características que debe satisfacer el dinamómetro objeto de esta tesis.

Tabla 1: Componentes esenciales del dinamómetro.

	<b>Componente</b>	<b>Descripción</b>
1	Sistema de medición de torque	Se propone que sea adaptable al dinamómetro.
2	Sistema de medición de velocidad	Se propone que sea adaptable al dinamómetro.
3	Tambor	Se define el diámetro y la geometría adecuada para reducir el desgaste de la llanta y para garantizar flexibilidad ante cambios de velocidad.
4	Soporte para el motor en rueda	Se diseña para mantener la posición del motor en rueda y aplicar presión al motor en rueda.
5	Unidad motor-generator	Se dimensiona el motor-generator para la aplicación de torque y se diseña el soporte para la capacidad del motor.

## Objetivos

### Objetivo general

Diseñar la parte mecánica de un dinamómetro para motores en rueda de 1 kW para aplicaciones de vehículos eléctricos.

### Objetivos específicos

1. Establecer las características mecánicas para el diseño de un dinamómetro de propósito específico.

2. Diseñar la geometría de los componentes y los dispositivos del sistema.
3. Validar el diseño con la teoría de elementos de máquinas y del método del elemento finito.
4. Transferir el diseño a través de planos y memorias de cálculo.

El trabajo de tesis está organizado como sigue: en el Capítulo 1 se describen las generalidades referentes a los dinamómetros empleados en la caracterización de motores, se revisan las distintas tecnologías que se utilizan para aplicar resistencia o carga a los motores bajo prueba, así como los tipos de montajes de los dinamómetros. Asimismo, se hace una descripción general del sistema propuesto. En el Capítulo 2 se aborda la teoría para el diseño de los componentes y para la dinámica de los vehículos que se requirió para obtener las características del dinamómetro. En el Capítulo 3 se establecen los parámetros de diseño, se describe la geometría de las piezas propuestas y las características de los dispositivos requeridos para la construcción del dinamómetro. En el Capítulo 4 se presentan los cálculos realizados y el análisis por el método del elemento finito para las piezas del dinamómetro. Seguido de este capítulo se presentan las conclusiones del trabajo. Adicionalmente, en el Anexo 1 se presentan los planos mecánicos con las dimensiones de todas las piezas y en el Anexo 2 los planos de ensamblaje del dinamómetro.



# Capítulo 1

## Antecedentes de los dinamómetros

### 1.1. Historia del dinamómetro

Los dinamómetros han sido usados desde hace mucho tiempo para medir la potencia de las máquinas rotatorias. Los primeros dispositivos eran rústicos y poco eficaces al realizar tareas de medición; sin embargo, la idea original sigue en uso en dispositivos modernos. El freno Prony considerado como el primer dinamómetro fue inventado por Gasparad Prony en 1821, que es básicamente un dispositivo que utiliza la fricción para oponer resistencia al motor bajo prueba. Posteriormente, en 1877 William Froude inventó el freno de agua que fue diseñado para probar un motor de vapor de un navío, la unidad fue acoplada al eje de la propela, con una disposición de palancas y una balanza de resorte se medía el torque, la velocidad era medida mediante un mecanismo. Poco después, en 1881 se produjeron los primeros dinamómetros comerciales por la compañía Heenan & Froude. En 1928 la compañía alemana "Carl Schenck Eisengießerei & Waagenfabrik" creó el primer dinamómetro para probar frenos de vehículos de calle. El dinamómetro de corrientes de Eddy fue inventado alrededor de 1931. Años antes de esto, los dinamómetros motor-generator de corriente directa (CD) o corriente alterna (CA) ya habían sido usados. La idea de poner en marcha un vehículo a toda potencia mientras se encuentra en reposo fue concebido primero para una locomotora antes de ser adoptada para vehículos de calle. Las últimas locomotoras a vapor construidas en Reino Unido fueron probadas en múltiples unidades de rodillos con grandes dinamómetros de corrientes de Eddy conectados a cada rueda motriz [1].

Antes de 1970 los dinamómetros eran completamente primitivos, caracterizados por tener rodillos de diámetros muy pequeños que eran poco adecuados para simular de manera realista las condiciones de contacto y la resistencia a la rodadura experimentada por la llanta en la carretera, además, estaban equipados con arreglos bastante toscos para la medición y aplicación de torque. Después de 1970 comenzó una rápida evolución de las pruebas de emisiones. El diámetro de los rodillos se incrementó para simular condiciones más realistas de tracción, la medición de torque con galgas extensométricas y sistemas de control más sofisticados permitió simulaciones de manejo más realistas [2].

### 1.2. Clasificación y tipos de dinamómetros

La definición de dinamómetro desde un punto de vista automotriz es:

*Dinamómetro.* Es un dispositivo para la medición de torque, fuerza o potencia disponible de un eje rotatorio [1]. Su función es imponer condiciones de carga variable al motor bajo prueba a través de un rango de velocidades y periodos de duración, permitiendo de este modo la medición de torque y potencia [3].

Existen distintas clases de dinamómetros con diferentes características y usados para distintos fines. Un ejemplo son los dinamómetros hidráulicos empleados para probar motores de gran potencia, como los usados en autos de fórmula 1 o en turbinas de aviones. Algunos dinamómetros, como los de fricción, no son utilizados hoy en día y su inclusión dentro de la revisión sólo es de valor histórico, sin embargo, permiten una clara comprensión del principio de funcionamiento de los dinamómetros. Una de las clasificaciones de los dinamómetros es por el tipo de unidad de absorción, se le llama unidad de absorción al dispositivo que impone cargas o aplica resistencia al motor de prueba. En el caso de los dinamómetros que emplean motores de corriente alterna o directa para aplicar dicha resistencia se les llama dinamómetros universales, porque además de poder absorber la potencia del motor bajo prueba, tiene también la posibilidad de propulsarlo.

### 1.2.1. Dinamómetros de fricción

Este tipo de dinamómetros utiliza la fricción para oponer resistencia al motor bajo prueba. Los dinamómetros de fricción eran empleados para medir torques elevados producidos a bajas velocidades, hoy en día raramente son empleados.

El dinamómetro de freno Prony es un freno mecánico de fricción, emplea zapatas de madera que son presionadas contra un volante montado en el eje del motor, figura 1.1(a). La fuerza de reacción se mide con pesos muertos en el extremo del brazo del dinamómetro [1]. Para obtener una medición el motor se opera a velocidad constante, se ajusta la presión en las zapatas y se agregan o se remueven pesos hasta que el brazo se encuentre en balance. La potencia se calcula mediante:

$$P = \frac{2\pi nT}{4500} \quad (1.1)$$

donde  $n$  es la velocidad (rpm) y  $T$  es el torque (kgm).

El dinamómetro de fricción de freno de cuerda, figura 1.1(b), consiste de una cuerda enredada alrededor de un tambor, que a su vez es montado en el eje del motor que se desea probar [2]. Las vueltas de la cuerda en el tambor son espaciadas mediante bloques de madera posicionados en la periferia del tambor. Un extremo de la cuerda se ata a una balanza de resorte y el extremo opuesto se fija. La fuerza de fricción entre el tambor y la cuerda lentamente detendrá el motor bajo prueba.

### 1.2.2. Dinamómetros hidráulicos

Los dinamómetros hidráulicos (o frenos de agua) son considerados frenos mecánicos, son dispositivos que utilizan la fricción con agua en vez de la fricción seca para disipar la energía absorbida [2]. Consiste en un rotor cilíndrico montado sobre un eje, figura 1.2, el cual agita agua dentro de una cubierta hermética. En la parte media del estator y del rotor se forman cavidades toroidales que son divididas en huecos por paletas posicionadas a un ángulo con respecto al eje del rotor. Cuando el rotor gira, fuerzas centrífugas establecen una intensiva circulación toroidal como se indica por las flechas de la figura 1.2 (a). El efecto es transferir momentum del rotor al estator; y por lo tanto, desarrollar un par resistente a la rotación

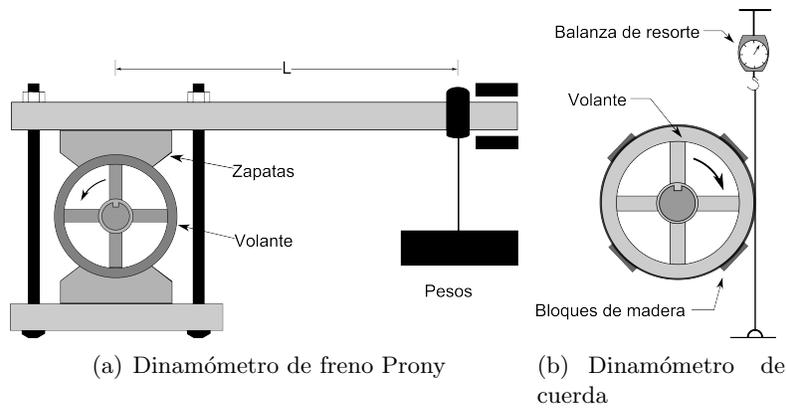


Figura 1.1: Dinamómetros de fricción.

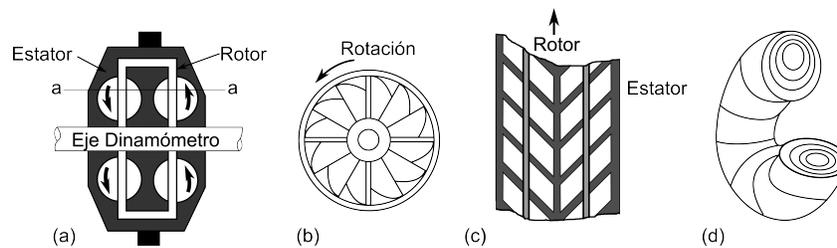


Figura 1.2: Dinamómetro hidrocínético (freno de agua): (a) vista de sección del dinamómetro; (b) vista del rotor; (c) desarrollo de la sección a-a; (d) representación de los vórtices toroidales.

del eje, balanceado por un par igual y opuesto en la carcasa. Existen dos variantes de este dispositivo:

- **Llenado constante.** En este tipo de máquinas el torque es variado insertando o removiendo placas delgadas entre el rotor y el estator, con esto se controla el desarrollo de vórtices toroidales.
- **Llenado variable.** En este tipo de máquinas el torque es variado controlando la cantidad de agua que circula dentro de la cubierta. Esto se logra con una válvula que generalmente se ubica a la salida del agua.

### 1.2.3. Dinamómetros eléctricos motor-generator

Los dinamómetros motor-generator eléctricos pueden ser de CA o CD, en cualquiera de los dos casos, la unidad de motor-generator puede operar como generador cuando aplica resistencia al motor bajo prueba o puede propulsar al motor bajo prueba cuando es utilizado como motor. En ambos casos, cuando se cuenta con unidades de control regenerativo se puede transformar la potencia de la unidad bajo prueba a energía de utilidad, obteniendo beneficios extras del uso de estas máquinas.

### 1.2.4. Dinamómetros de corrientes de Eddy

Los dinamómetros de corrientes de Eddy, figura 1.3, requieren de un núcleo, eje o disco en movimiento a través de un campo magnético para producir resistencia al movimiento. El Hierro es un material común, pero el Cobre, Aluminio y otros materiales resultan adecuados. La mayoría de estos dispositivos son enfriados por aire, pero algunos modelos requieren sistemas de enfriamiento externo por agua. En 2009 la mayoría de los frenos de corrientes de Eddy empleaban discos de Hierro similares a los discos de freno utilizados en automóviles, y electroimanes para cambiar la intensidad del campo magnético y controlar la cantidad de freno [4].

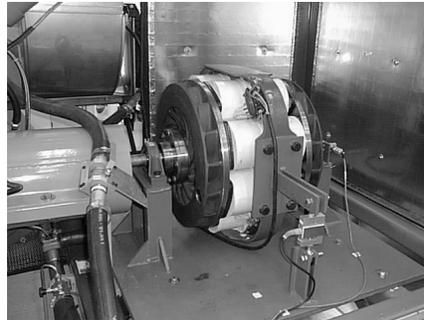


Figura 1.3: Unidad de absorción de corrientes de Eddy.

## 1.3. Tipos de montaje

### 1.3.1. Montaje sobre baleros

La característica esencial del montaje de dinamómetros sobre baleros, figura 1.4, es que la unidad de absorción de potencia del dinamómetro está montada sobre baleros, la medición de torque está restringida y se hace a través de un transductor actuando de manera tangencial a un radio conocido desde el eje de la unidad de absorción [2]. Hasta inicios de siglo, la gran mayoría de los dinamómetros nuevos y existentes usaban este método de medición de torque. En este tipo de máquinas era necesario ajustar la posición del transductor de fuerza, para asegurar que la medición de la fuerza fuese tangencial. Los dinamómetros modernos montados sobre baleros usan transductores de fuerza, la gran mayoría usa algún tipo de galgas extensométricas, junto con un circuito amplificador apropiado. La ventaja del uso de galgas extensométricas es que son extremadamente rígidas, por lo que no es necesario ajustar su posición. Los rodamientos utilizados son una combinación de baleros de bolas, de rodillos o del tipo hidrostáticos. Operan bajo condiciones poco favorables, con movimiento angular no perceptible, y consecuentemente, propensos a la formación de estrías, indentación y desgaste.

### 1.3.2. Montaje de dinamómetros en línea

En este tipo de arreglo el transductor de torque se instala entre el motor bajo prueba y la unidad de absorción, figura 1.5. Consiste esencialmente de un sensor de torque que utiliza galgas extensométricas o recientemente de tecnologías de ondas acústicas de superficie [1]. Una ventaja es la simplicidad de este tipo de montaje, pero en contra surgen una serie de inconvenientes:

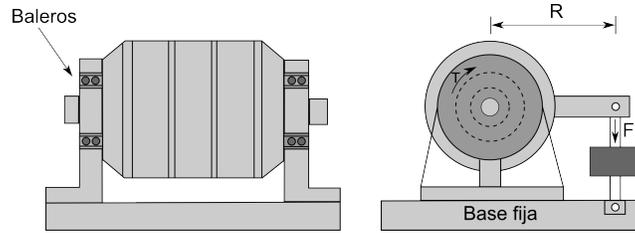


Figura 1.4: Montaje de la unidad de absorción sobre baleros.

- Como el transductor forma parte de la línea de transmisión de potencia, requiere de una instalación cuidadosa para evitar esfuerzos flexionantes o de tensión en el sensor de torque.
- La calibración de este tipo de dispositivos no es sencilla como en un dinamómetro montado sobre baleros, ya que requiere una forma de bloqueo del eje del dinamómetro y la adecuación de un brazo de calibración.
- Los dispositivos en línea son difíciles de proteger de las variaciones de temperatura.

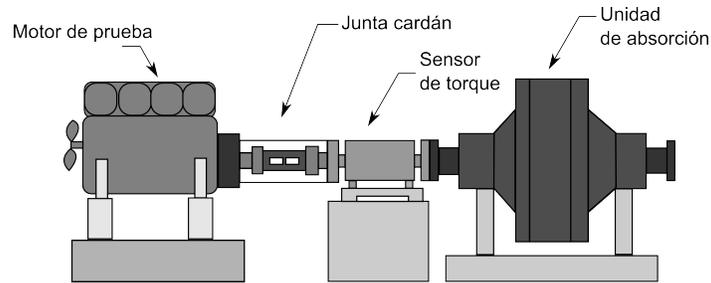


Figura 1.5: Montaje de dinamómetros en línea.

## 1.4. Dinamómetros de chasis

Los dinamómetros que se han descrito hasta ahora son de motor, es decir, éstos se acoplan directamente al eje del motor de prueba, permitiendo medir directamente la potencia. En consecuencia no permiten evaluar el sistema completo con las pérdidas de potencia que existen en un vehículo, entre las que se pueden incluir pérdidas por transmisión y/o diferencial.

Los dinamómetros de chasis pueden medir la potencia entregada por las ruedas. El vehículo se inmoviliza y se posiciona sobre un rodillo o rodillos los cuales pueden girar por la acción de las ruedas del vehículo; y por lo tanto, medir su potencia. Los dinamómetros pueden ser portables, figura 1.6(a), empleando rodillos de diámetros pequeños, o fijos con rodillos de mayor tamaño que requieren de una instalación especial, figura 1.6(b). La superficie de los rodillos puede tener algún acabado para mejorar la adherencia de las llantas. Existen dinamómetros que son empleados para probar frenos de vehículos, este tipo de máquinas son de las más simples, emplean rodillos accionados por motores. En pruebas de este tipo, el freno del vehículo es completamente accionado y el torque en los rodillos se incrementa hasta que las llantas se deslizan. Algunos dinamómetros emplean volantes de inercia donde

simulan condiciones de manejo limitadas, en algunas máquinas la inercia es fija, en otras se tiene la opción de uno o dos volantes de inercia. En este tipo de pruebas se mide la potencia necesaria para acelerar el tambor desde el reposo hasta cierta velocidad. La duración de estas pruebas debe ser corta para evitar el sobrecalentamiento del motor y de las llantas. En Estados Unidos alrededor de 1970, los dinamómetros destinados a realizar pruebas de emisiones se basaban en máquinas que utilizaban rodillos de 220 mm de diámetro. En modelos posteriores se incrementó el diámetro de los rodillos hasta 500 mm acoplados a motores de CD. Los rodillos de mayor tamaño simulan de mejor manera el contacto de la llanta con la carretera. Estas máquinas estaban diseñadas para superar los 160 km/h en la superficie del tambor. Los dinamómetros modernos hacen más que medir velocidad, potencia y torque, pueden simular condiciones de manejo variando la velocidad y potencia a través de ciclos de manejo [2].

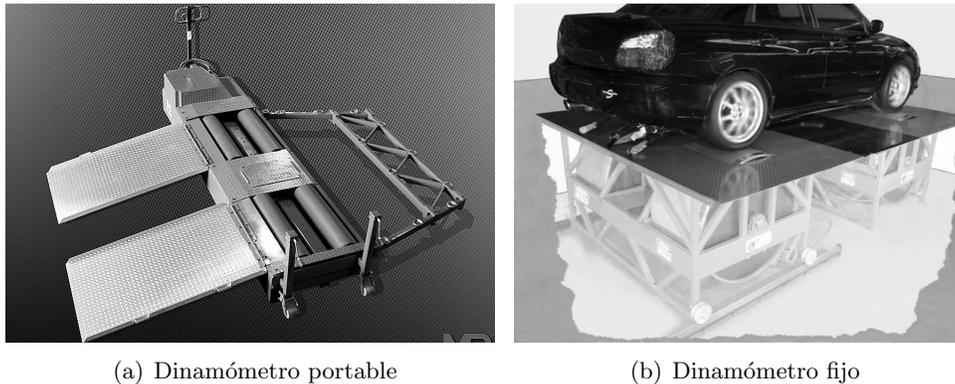


Figura 1.6: Tipos de dinamómetros de chasis.

## 1.5. Dinamómetros comerciales

A continuación se muestran algunos dinamómetros existentes en el mercado utilizados para probar motores con capacidades menores a 50 hp.

Un ejemplo de dinamómetros de baja capacidad de absorción de potencia son los utilizados para probar motocicletas, fabricado por la compañía DYNOMITE [5], figura 1.7, su unidad de absorción es un freno de corrientes de Eddy, puede probar motores de hasta 50 hp las dimensiones del tambor son 16 in de diámetro por 50 in de largo y su precio es de USD 25,950.

Otro ejemplo de dinamómetros comerciales es el mostrado en la figura 1.8, el fabricante es Mustang Dynamometer [6], es un dinamómetro muy compacto para probar motonetas de hasta 35 hp, su unidad de absorción también es un freno de corrientes de Eddy enfriado por aire, tiene dos rodillos de 6 in, el dispositivo de medición de torque es una galga extensométrica. Su precio en el mercado es de USD 18,500.

Por último, se presenta un dinamómetro pensado para probar Karts, figura 1.9(a) también fabricado por DYNOMITE. Este sistema, a diferencia de los anteriores, utiliza como unidad de absorción un freno de agua toroidal de 9 in; puede probar motores de hasta 30 hp. Para medir el torque utiliza un sensor de galga extensométrica y un brazo. Emplea dos rodillos de 4.5 in. Su costo es de USD 13,950, aunque el precio es menor comparado con los dinamómetros anteriores, requiere de una instalación especial para suministrar agua a la unidad de absorción, figura 1.9(b), la cual no se incluye con el dinamómetro.



Figura 1.7: Dinamómetro Standar 800 Motorcycle.

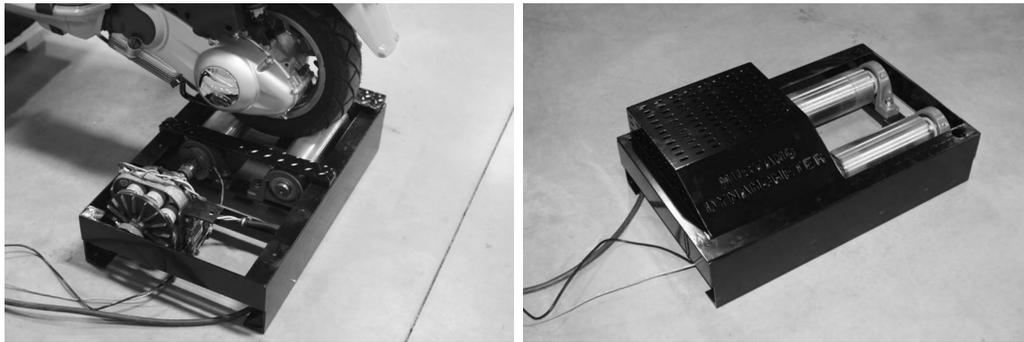
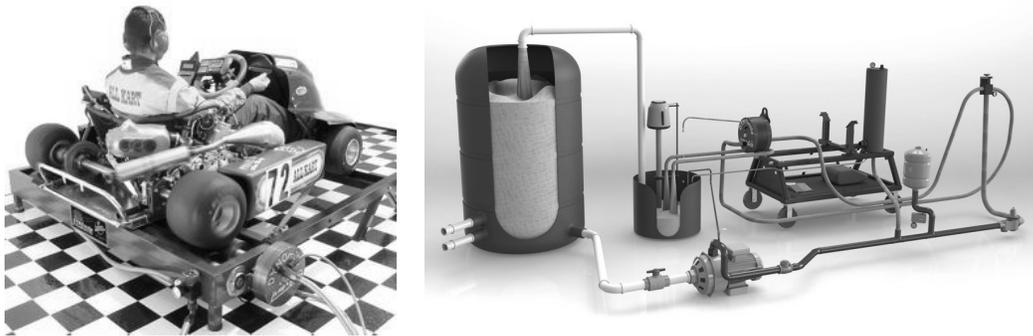


Figura 1.8: Dinamómetro MD Scooter40HP.



(a) Dinamómetro de chasis para Kart (b) Instalación para suministrar agua a la unidad de absorción

Figura 1.9: Dinamómetro de freno de agua para Kart



## Capítulo 2

# Estudio teórico para la realización del diseño mecánico

### 2.1. Introducción

El presente capítulo se divide en dos partes, la primera es referente a los motores en rueda y a la teoría de la dinámica de vehículos en un plano, donde se dan a conocer las características generales de funcionamiento de los motores en rueda. Además se revisa lo referente a la dinámica de vehículos para definir completamente los parámetros de diseño del dinamómetro y determinar de las capacidades de tracción de los motores en rueda, también se describen todas las fuerzas que se oponen al movimiento de los vehículos y las ecuaciones implicadas en su análisis.

La segunda parte trata de la teoría de diseño de elementos de máquinas. Los componentes del dinamómetro que transmiten el movimiento y la fuerza a los sistemas de medición estarán sometidos a cargas complejas, de manera que si tales componentes no son dimensionados adecuadamente, podría reducirse rápidamente su vida útil o provocar una falla. Se describen los aspectos considerados para obtener a un diseño adecuado de los componentes.

### 2.2. Motores en rueda (In-Wheel)

Los motores eléctricos han sido usados para propulsar vehículos, por consiguiente, es importante que los motores eléctricos sean lo pequeños y además ligeros para mantener el peso del vehículo tan bajo como sea posible. Los motores en rueda resultan atractivos para propulsar vehículos eléctricos, ya que tienen la ventaja de ser ligeros y compactos, eliminando la necesidad de una transmisión y un diferencial. Permiten el control independiente del torque en cada rueda, dando una tracción real y un mejor control en curvas. Además, el frenado regenerativo puede ser empleado de manera eficiente, ya que cada rueda es independiente. También, el espacio disponible aumenta en el cuerpo principal del vehículo [7].

Los motores en rueda comúnmente son motores brushless (sin escobillas), aunque esta tecnología es más cara comparada con motores brushed (con escobillas) generalmente tienen una mayor eficiencia. Se encuentran alojados dentro del rin, en algunos casos junto a sistemas de frenado y de suspensión. Algunos modelos incluyen engranes para incrementar el torque.

La estructura de un motor en rueda convencional se muestra en la figura 2.1. De manera general, los motores de este tipo están compuestos por el eje del motor, el cual se encuentra

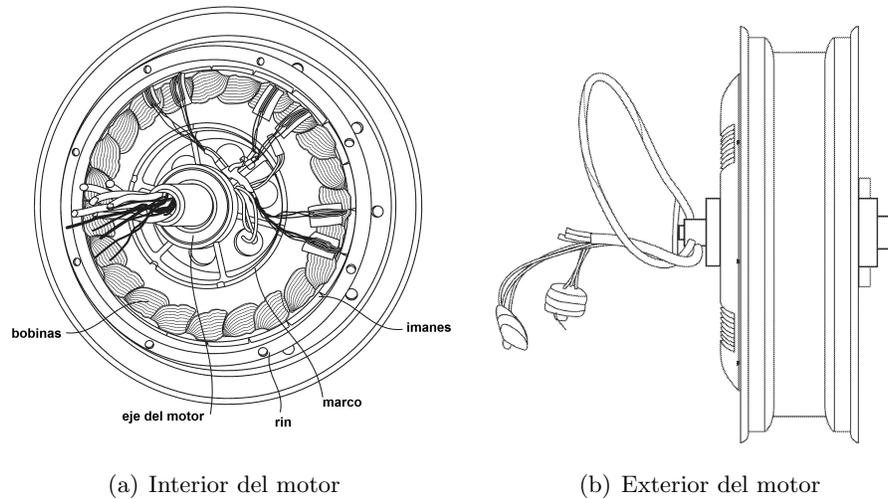


Figura 2.1: Construcción de un motor en rueda.

fijo y el cubo del motor que gira alrededor del eje. El cubo incluye una serie de bobinas posicionadas alrededor del eje del motor, imanes posicionados alrededor de las bobinas y cables para suministrar energía y para las señales de comunicación al controlador. En el exterior del cubo tiene bordes de soporte para el neumático, figura 2.1(b). Además, el cubo del motor actúa como un freno auxiliar [7].

El anillo exterior donde están posicionados los imanes permanentes (estator) rota y el núcleo metálico interior (rotor) se encuentra fijo, figura 2.1(a). Cuando el motor se acciona, el rotor permanece estático mientras que el estator gira alrededor del rotor.



Figura 2.2: Motor en rueda disponible en el laboratorio de vehículos eléctricos.

En la tabla 2.1 se muestran las características del motor en rueda disponible en el laboratorio de vehículos eléctricos, en la figura 2.2 se puede ver su aspecto. En el Anexo 1 se dan sus características geométricas y un resumen de las mismas se presentan en la tabla 2.2.

Tabla 2.1: Especificaciones eléctricas del motor en rueda.

Parámetro	Especificación
Voltaje nominal de alimentación	60 V
Torque	máx 62.3 Nm a 89 rpm mín 0.1 Nm a 783 rpm
Potencia nominal	1 kW
Variación de potencia de entrada	máx 1609 W a 89 rpm mín 199 W a 783 rpm
Variación de potencia de salida	máx 462 W a 89 rpm mín 6.56 W a 783 rpm
Eficiencia	entre 3.3 % y 84 %

Tabla 2.2: Características de la rueda

Parámetro	Valor
Diámetro del rin	254 mm (10 in)
Diámetro de la llanta	381 mm (15 in)
Masa	13 kg
Velocidad máxima	45 km/h

## 2.3. Dinámica de vehículos

La teoría de la dinámica de vehículos se empleó para definir los parámetros de diseño del dinamómetro. Se calculará la masa máxima que dos motores en rueda pueden mover siendo parte de un vehículo. También se calculará la fuerza tracción necesaria para mover la masa del vehículo y superar las fuerzas que se oponen a su movimiento. La fuerza de tracción y la fuerza que ejerce la masa del vehículo se aplicarán al tambor y serán soportadas por la estructura del dinamómetro, de allí la importancia de considerar la dinámica de los vehículos.

### 2.3.1. Fuerza de tracción

El comportamiento del vehículo a lo largo de la dirección de movimiento es completamente descrito por todas las fuerzas que actúan en su dirección, figura 2.3. La fuerza de tracción,  $F_t$ , debe vencer todas las fuerzas que se oponen a su movimiento, ecuación (2.1). Esta fuerza de oposición incluye la resistencia a la rodadura ( $F_r$ ), el arrastre aerodinámico ( $F_w$ ), la resistencia a las pendientes ( $F_g$ ), y la fuerza para proveer aceleración lineal al vehículo  $m \frac{dv}{dt}$  [8].

$$F_t = F_r + F_w + F_g + m \frac{dv}{dt} \quad (2.1)$$

### 2.3.2. Resistencia a la rodadura

Es la resistencia debido a la fricción de las llantas del vehículo en contacto con la superficie del suelo. Es aproximadamente constante, proporcional al peso del vehículo y difícilmente depende de la velocidad, está dado por:

$$F_r = \mu_{rr} mg \quad (2.2)$$

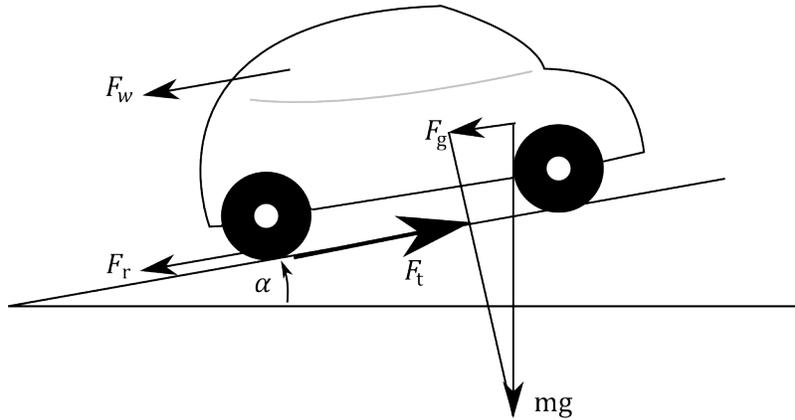


Figura 2.3: Fuerzas que actúan sobre los vehículos al subir una pendiente.

donde:

- $\mu_{rr}$  = es el coeficiente de resistencia a la rodadura
- $m$  = es la masa del vehículo
- $g$  = es la aceleración de la gravedad

### 2.3.3. Arrastre aerodinámico

Un vehículo viajando a una velocidad particular encuentra una fuerza de resistencia en el aire, que generalmente resulta de dos componentes: la forma del vehículo y la fricción con la superficie [9].

*Forma del vehículo.* El movimiento hacia adelante del vehículo empuja el aire que se encuentra en frente de él. El aire no puede moverse instantáneamente del frente, por lo que la presión del aire incrementa. Por otra lado, como en la parte trasera del vehículo el espacio no puede llenarse instantáneamente, se crea una zona de baja presión. El movimiento del vehículo es afectado por una fuerza en la parte frontal que empuja el vehículo, y otra en la parte trasera que jala al vehículo.

*Superficie del vehículo.* El aire cerca de la superficie del vehículo se mueve casi a la misma velocidad que el automóvil, mientras el aire lejos de la superficie del automóvil permanece inmóvil. La diferencia de velocidades en las moléculas de aire produce fricción, que resulta en la segunda componente del arrastre aerodinámico:

$$F_w = \frac{1}{2} \rho A_f C_d (v - v_w)^2 \quad (2.3)$$

donde:

- $\rho$  = densidad del aire.
- $A_f$  = área frontal del vehículo.
- $C_d$  = coeficiente de arrastre aerodinámico.
- $v$  = velocidad del vehículo.
- $v_w$  = componente de la velocidad del viento.

La componente de la velocidad del viento  $v_w$  tendrá signo positivo cuando se encuentra en la dirección de movimiento del vehículo y signo negativo en caso que se encuentre en oposición a la dirección de movimiento del vehículo.

### 2.3.4. Resistencia debido a las pendientes

Cuando un automóvil va hacia arriba o hacia abajo en una pendiente, su peso produce una componente en dirección descendente que se opone al movimiento o lo favorece, que puede expresarse como:

$$F_g = mg \sin \alpha \quad (2.4)$$

donde:

$m$  = masa del vehículo  
 $g$  = aceleración de la gravedad  
 $\alpha$  = pendiente.

### 2.3.5. Ecuación de la dinámica del vehículo

La ecuación dinámica de movimiento del vehículo a lo largo de la dirección longitudinal se expresa como:

$$m \frac{dv}{dt} = F_t - (F_r + F_w + F_g) \quad (2.5)$$

donde  $dv/dt$  es la aceleración lineal del vehículo a lo largo de la dirección longitudinal y  $m$  es la masa del vehículo. El primer término de la derecha es la fuerza de tracción y el segundo la fuerza total de resistencia.

La fuerza de tracción total requerida para mover el vehículo es:

$$F_t = \mu_{rr} mg + \frac{1}{2} \rho A_f C_d (v - v_w)^2 + mg \sin \alpha + m \frac{dv}{dt} \quad (2.6)$$

## 2.4. Teoría de diseño de elementos de máquinas

### 2.4.1. Fallas por fatiga

La mayoría de las fallas en máquinas son consecuencia de cargas que varían con el tiempo en lugar de cargas estáticas. Tales fallas ocurren normalmente a esfuerzos considerablemente menores que a los que ocurre la cedencia de los materiales. Las fallas por fatiga se deben básicamente a micro grietas en el material, que tienen su origen en los métodos de fabricación, tratamientos térmicos, condiciones ambientales, manejo de materiales, producción de la materia prima, esfuerzos residuales, entre otros. Estas grietas crecerán siempre que existan los esfuerzos de tensión cíclica, la grieta estará abriéndose y cerrándose, este movimiento causa que las caras adyacentes se rocen unas contra otras. El tamaño de la grieta se vuelve suficientemente grande como para crear concentraciones de esfuerzo. El material sobrante se reduce de tal modo que el área no puede resistir la carga y de manera repentina falla [10].

### 2.4.2. Esfuerzos fluctuantes

Los esfuerzos fluctuantes en maquinaria frecuentemente toman la forma de patrones sinusoidales por la rotación de algunas máquinas. Los patrones periódicos exhiben un máximo y

mínimo de fuerza, donde la forma de la onda es de poca relevancia [11]. En las gráficas de la figura 2.4 se definen varios términos útiles, en los que se incluyen:

- $\sigma_{m\acute{a}x}$  = esfuerzo máximo.
- $\sigma_{m\acute{i}n}$  = esfuerzo mínimo.
- $\sigma_m$  = esfuerzo medio.
- $\sigma_a$  = amplitud del esfuerzo alternante.
- $\Delta\sigma$  = rango de esfuerzo.

De tales relaciones resulta evidente que:

$$\sigma_m = \frac{\sigma_{m\acute{a}x} + \sigma_{m\acute{i}n}}{2} \quad \sigma_a = \left| \frac{\sigma_{m\acute{a}x} - \sigma_{m\acute{i}n}}{2} \right| \quad (2.7)$$

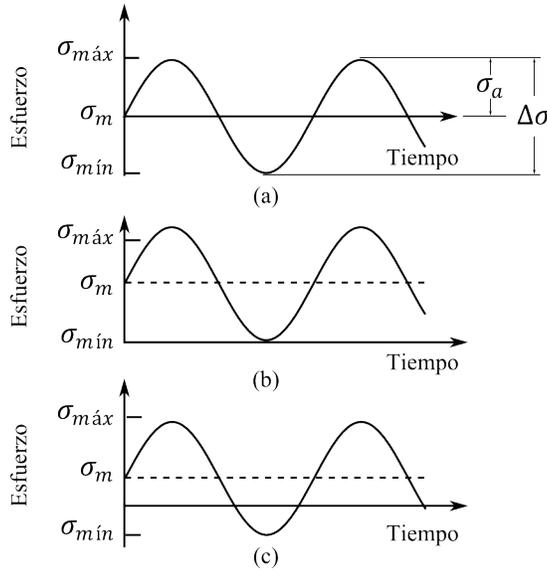


Figura 2.4: Patrones de esfuerzo tiempo.

La figura 2.4(a) presenta el caso más simple de esfuerzo por fatiga, en el cual un elemento de máquina puede estar sometido a un patrón sinusoidal de esfuerzo-tiempo de amplitud constante y frecuencia fija, a tal patrón se le conoce como *ciclo de esfuerzo completamente reversible*. El patrón de la figura 2.4(b) conocido como de *esfuerzo medio diferente de cero*, es similar al completamente reversible, excepto que el esfuerzo medio es diferente de cero y puede ser de compresión o de tensión. Un caso especial del esfuerzo medio diferente de cero encontrado frecuentemente en la práctica se muestra en la figura 2.4(c), en este caso el esfuerzo va de un valor mínimo igual a cero, hasta un esfuerzo máximo a tensión [12].

En la figura 2.5 se muestran patrones de esfuerzo contra tiempo más complejos, en la figura 2.5(a) el esfuerzo medio es cero pero la amplitud del esfuerzo cambia. En la figura 2.5(b) no sólo varía la amplitud del esfuerzo medio, si no también la magnitud del esfuerzo medio, este último patrón se acerca a una situación real.

### 2.4.3. Límite de resistencia a la fatiga

El diseño de componentes de máquinas que usualmente están sometidos a cargas de fatiga está basado en resultados de pruebas de laboratorio, donde se usan pequeñas probetas pulidas

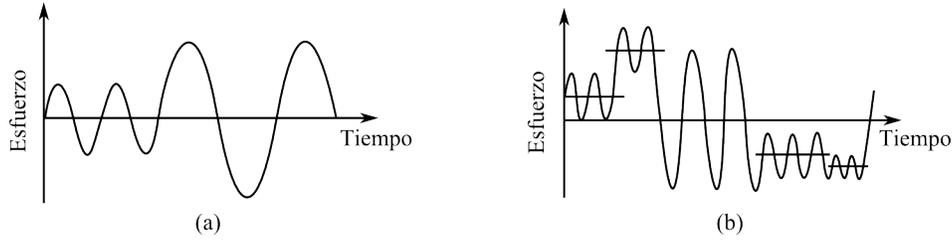


Figura 2.5: Patrones complejos de esfuerzo tiempo.

del material de interés, figura 2.6. Se hace rotar la probeta aplicando un momento constante y se registra el número de revoluciones al cual la probeta falla [14]. La primera prueba se hace con un esfuerzo ligeramente por debajo de la resistencia última del material. En la segunda se aplica un esfuerzo menor al anterior y así sucesivamente, hasta construir la gráfica S-N, figura 2.7, donde el eje de las ordenadas representa la magnitud del esfuerzo cíclico ( $S$ ) y el eje de las abscisas en escala logarítmica los ciclos de falla ( $N$ ).

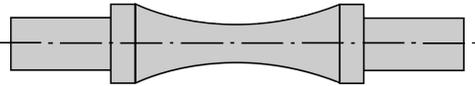


Figura 2.6: Probeta para pruebas de resistencia a la fatiga.

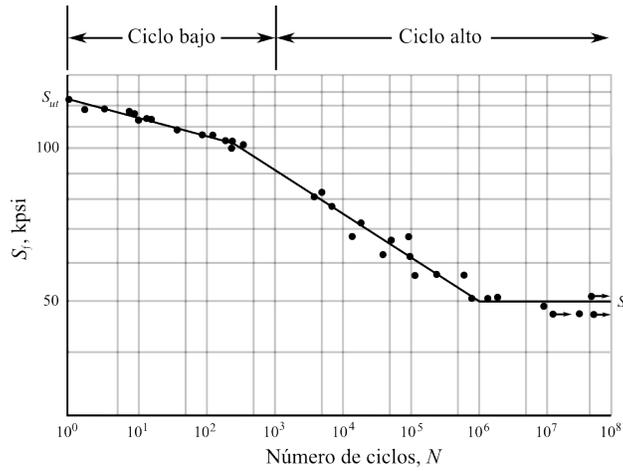


Figura 2.7: Curva S-N del ciclo axial invertido para un acero AISI 4130.

De esta gráfica se puede distinguir una región de vida infinita, la cual es distinta según el material, pero generalmente está entre los  $10^6$  y  $10^7$  ciclos, por encima de esta región sin importar el número de ciclos aplicados la pieza no fallará.

En la realidad los componentes de máquinas no se comportarán como las probetas de laboratorio. La ecuación (2.8), cuantifica el efecto que diversos factores que modifican el límite de resistencia a la fatiga.

$$S_f = (k_{gr}k_{we}k_fk_{sr}k_{sz}k_{rs}k_{fr}k_{cr}k_{sp}k_r)S'_f \quad (2.8)$$

De donde  $S_f$  es comúnmente usado para denotar el límite a la fatiga de un componente de una máquina en particular y  $S'_f$  es el límite a la fatiga de una muestra pequeña pulida. Los

demás factores se explicarán en la siguiente sección, en la tabla 2.3, se muestra un resumen de los mismos.

Tabla 2.3: Factores que pueden afectar la curva S-N.

Factor de influencia	Símbolo	Rango aproximado	Valor típico
Tamaño de grano y dirección	$k_{gr}$	0.4-1.0	1.0
Soldadura	$k_{we}$	0.3-0.9	0.8
Discontinuidad geométrica	$k_f$	0.2-1.0	Recíproco de $K_f$
Condición de la superficie	$k_{sr}$	0.2-0.9	0.7
Factor de tamaño	$k_{sz}$	0.5-1.0	0.9
Esfuerzo residual de superficie	$k_{rs}$	0.5-2.5	Dato específico requerido
Desgaste	$k_{fr}$	0.1-0.9	0.35 si no existe, 1.0 si existe
Corrosión	$k_{cr}$	0.1-1.0	Dato específico requerido
Velocidad de operación	$k_{sp}$	0.9-1.2	1.0
Factor de confiabilidad	$k_r$	0.7-1.0	0.9

#### 2.4.4. Factores que afectan el límite de resistencia a la fatiga

La *composición del material* es uno de los factores básicos que determina la resistencia a la fatiga. Los materiales se dividen en dos grandes grupos con respecto a la curva de respuesta *S-N*, figura 2.8. Las aleaciones ferrosas y de titanio exhiben una resistencia a la fatiga bien definida por  $10^7$  ciclos aplicados. Las aleaciones no ferrosas no exhiben un límite a la fatiga, y sus curvas continúan cayendo en  $10^8$  y  $10^9$  ciclos.

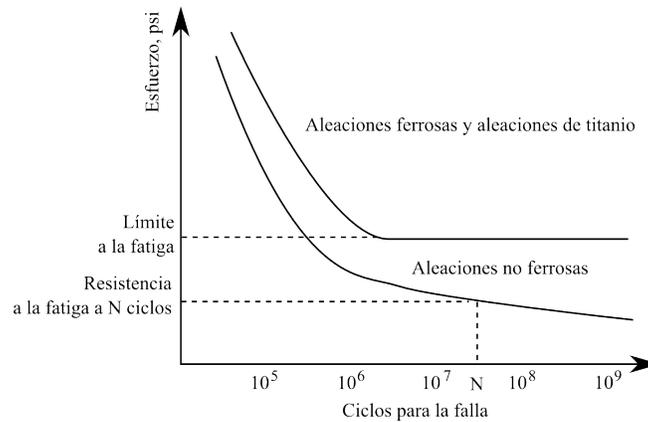


Figura 2.8: Respuesta de aleaciones a las cargas cíclicas.

*Tratamiento térmico.* Es también un factor que influye fuertemente a reducir el límite de resistencia a la fatiga. Tal como lo es para el caso de la resistencia estática. Un tratamiento puede alterar las propiedades mecánicas, por ejemplo, mejorando su resistencia.

La *temperatura de operación* puede tener un efecto significativo en la resistencia a la fatiga del material. Generalmente, la resistencia a la fatiga es algo que mejora por debajo de la temperatura ambiente y disminuye a temperaturas mayores a la temperatura ambiente. En el rango de temperaturas de alrededor de cero en la escala Fahrenheit hasta cerca de la temperatura de fusión, los efectos de la temperatura son insignificantes en la mayoría de los casos.

El *tamaño y dirección del grano* juegan un papel significativo en la resistencia a la fatiga, materiales de grano fino tienden a exhibir propiedades a la fatiga que son superiores a materiales de grano grueso de la misma composición. Esta superioridad se vuelve insignificante a temperaturas elevadas cuando la temperatura ambiente transgranular de agrietamiento da paso a grietas intergranulares.

La *soldadura* produce regiones metalúrgicamente no homogéneas que van desde regiones sin afectar térmicamente a zonas afectadas térmicamente y por último la zona de la soldadura.

Los efectos de la concentración de esfuerzo debido a *discontinuidades geométricas*, tales como cambios de forma, pueden afectar seriamente la resistencia a la fatiga de un componente de máquina, incluso si la parte está hecha de un material dúctil. La severidad de las muescas, agujeros, filetes entre otros concentradores de esfuerzos depende de las dimensiones relativas, tipo de carga y la sensibilidad del material a las muescas.

La *condición de la superficie* es muy importante ya que un alto porcentaje de fallas por fatiga comienzan en la superficie. Las superficies irregulares y rugosas exhiben propiedades inferiores a la fatiga en comparación con superficies lisas y pulidas. La expresión (2.9) cuantifica el factor de superficie para acabados comunes.

$$k_{sz} = aS_{ut}^b \quad (2.9)$$

donde  $S_{ut}$  es la resistencia mínima a la tensión y los valores para  $a$  y  $b$  se obtienen de la tabla 2.5.

Las muestras o componentes de máquinas grandes exhiben un *efecto de tamaño*, teniendo una menor resistencia a la fatiga que muestras de menor tamaño del mismo material. Por ejemplo, un componente de máquina de 6 pulgadas de diámetro, tiene como mucho 15 ó 20 % menos resistencia a la fatiga que un componente de  $1\frac{1}{2}$  pulgada de diámetro, del mismo material. Los efectos de tamaño para flexión y torsión, en relación con el diámetro, pueden expresarse como:

$$k_b = \begin{cases} 0.879d^{-0.107} & 0.11 \leq d \leq 2 \text{ in} \\ 0.910d^{-0.157} & 2 \leq d \leq 10 \text{ in} \\ 1.240d^{-0.107} & 2.79 \leq d \leq 51 \text{ mm} \\ 1.510d^{-0.157} & 51 \leq d \leq 254 \text{ mm} \end{cases} \quad (2.10)$$

Los *esfuerzos residuales* en las capas superficiales, ya sean inducidos o de manera accidental, juegan un rol importante en la resistencia a la fatiga. Si los esfuerzos residuales superficiales son a tensión, la resistencia a la fatiga disminuye. Si los esfuerzos superficiales son a compresión, la resistencia a la fatiga mejora.

El *desgaste* de superficies en contacto o juntas puede conducir a una reducción significativa de la resistencia a la fatiga o componente de máquina.

La *corrosión* tiende a disminuir la resistencia a la fatiga, frecuentemente un gran porcentaje.

La *velocidad de operación* dentro del rango de 200 ciclos por minuto (cpm) hasta 7000 cpm, al parecer, tiene un efecto en la resistencia a la fatiga. Por debajo de 200 cpm hay un pequeño decremento en la resistencia a la fatiga, y en el rango por encima de 7000 cpm hasta 60000 cpm muchos materiales exhiben un incremento en la resistencia a la fatiga.

*Factor de confiabilidad.* Muchos de los datos de resistencia reportados son valores medios. Hay una gran dispersión en múltiples pruebas del mismo material bajo las mismas condiciones de prueba. La tabla 2.4, indica los factores de confiabilidad de una supuesta desviación estándar del 8 %. Si se desea 99.999 % de probabilidad de que sus muestras cumplan o excedan la resistencia supuesta, se multiplica el valor de la resistencia media por 0.720.

Tabla 2.4: Factores de confiabilidad  $k_r$  correspondientes a 8 desviaciones estandar porcentuales del límite de resistencia a la fatiga.

% de confiabilidad	$k_r$
50	1.000
90	0.897
95	0.868
99	0.814
99.9	0.753
99.99	0.702
99.999	0.659
99.9999	0.620

Tabla 2.5: Parámetros en el factor de la condición superficial.

<i>Acabado superficial</i>	<i>Factor a</i>		<i>Exponente</i>
	$S_{ut}, kpsi$	$S_{ut}, MPa$	$b$
Esmerilado	1.3	1.58	-0.085
Maquinado o laminado e frío	2.7	4.51	-0.265
Laminado en caliente	14.4	57.7	-0.718
Como sale de la forja	39.9	272	-0.995

#### 2.4.5. Esfuerzos en ejes

Los esfuerzos de torsión, flexión y axiales pueden estar presentes tanto en componentes medios como en alternantes. Para el análisis es suficiente combinar los diferentes tipos de esfuerzos en esfuerzos de Von Mises alternantes y medios [11]. Los esfuerzos fluctuantes debidos a la flexión y la torsión están dados por:

$$\sigma_a = K_{ff} \frac{M_a c}{I} \quad \sigma_m = K_{ff} \frac{M_m c}{I} \quad (2.11)$$

$$\tau_a = K_{ft} \frac{T_a c}{J} \quad \tau_m = K_{ft} \frac{T_m c}{J} \quad (2.12)$$

donde  $M_m$  y  $M_a$  son los momentos flexionantes medios y alternantes,  $T_m$  y  $T_a$  son los pares de torsión medios y alternantes, y  $K_{ff}$  y  $K_{ft}$  son los factores de concentración de esfuerzo por fatiga de la flexión y la torsión, respectivamente. Si se supone un eje sólido de sección transversal redonda y se introducen los términos geométricos apropiados para  $c$ ,  $I$  y  $J$ , y además se combinan estos esfuerzos de acuerdo a la teoría de falla por energía de distorsión, los esfuerzos de Von Mises para ejes giratorios, redondos y sólidos, sin tomar en cuenta las cargas axiales, están dados por:

$$\sigma'_a = (\sigma_a^2 + 3\tau_a^2)^{1/2} = \left[ \left( \frac{32K_{ff}M_a}{\pi d^3} \right)^2 + 3 \left( \frac{16K_{ft}T_a}{\pi d^3} \right)^2 \right]^{1/2} \quad (2.13)$$

$$\sigma'_m = (\sigma_m^2 + 3\tau_m^2)^{1/2} = \left[ \left( \frac{32K_{ff}M_m}{\pi d^3} \right)^2 + 3 \left( \frac{16K_{ft}T_m}{\pi d^3} \right)^2 \right]^{1/2} \quad (2.14)$$

Estos esfuerzos medios y alternantes equivalentes pueden evaluarse usando una curva de falla apropiada. Por ejemplo para el criterio de falla de Goodman:

$$\frac{1}{n} = \frac{\sigma'_a}{S_f} + \frac{\sigma'_m}{S_{ut}} \quad (2.15)$$

de donde se obtiene la siguiente expresión para determinar el diámetro:

*ED-Goodman*

$$d = \left( \frac{16n}{\pi} \left\{ \frac{1}{S_f} [4(K_{ff}M_a)^2 + 3(K_{ft}T_a)^2]^{1/2} + \frac{1}{S_{ut}} [4(K_{ff}M_m)^2 + 3(K_{ft}T_m)^2]^{1/2} \right\} \right)^{1/3} \quad (2.16)$$

donde:

$d$  = diámetro de la flecha.

$n$  = factor de seguridad.

$K_{ff}$  = factor de concentración de esfuerzo a fatiga para flexión.

$K_{ft}$  = factor de concentración de esfuerzo a fatiga para torsión.

$S_f$  = resistencia a la fatiga.

$S_{ut}$  = esfuerzo de último a la cendencia.

$M_a$  = momento alternante aplicado.

$T_a$  = torque alterno aplicado.

$M_m$  = momento medio aplicado.

$T_m$  = torque medio aplicado.



## Capítulo 3

# Geometría de los componentes y características de los dispositivos del sistema

### 3.1. Introducción

En esta sección se dará una descripción detallada del por qué de la geometría de los componentes diseñados y las consideraciones que se tomaron en cuenta al seleccionar los dispositivos comerciales. El proceso comenzó por establecer los parámetros y las capacidades máximas de torque, potencia y velocidad. También se determinaron los pesos que la estructura deberá soportar. Todo lo anterior depende de la fuerza de tracción del motor en rueda descrita en la ecuación (2.6). Después se estableció el tipo de dinamómetro para atender las especificaciones requeridas para realizar las pruebas de interés al motor en rueda así como el tipo de sensor para la medición de torque y velocidad.

### 3.2. Descripción del vehículo eléctrico

El objetivo final del grupo de investigación es construir un vehículo eléctrico con dos motores en rueda. Sin embargo, para los propósitos de investigación se seleccionaron dos motores en rueda de 1 kW para una velocidad máxima de 45 km/h. La planta de potencia híbrida estará conformada por una celda de combustible de Hidrógeno, ultracapacitores y baterías. Por lo tanto, el propósito de este banco de pruebas basado en el dinamómetro propuesto en este trabajo será estudiar estrategias de control jerárquico que permitan una administración eficiente de la energía, aprovechamiento del frenado regenerativo para minimizar el consumo de energía y aumentar su autonomía, etc. Por todo lo anterior, es necesario determinar los parámetros de un vehículo impulsado por estos dos motores como parte del diseño.

### 3.3. Determinación de la masa máxima del vehículo con los motores considerados

Un paso esencial en el diseño del dinamómetro es determinar la masa máxima que es posible mover a 45 km/h con los motores en rueda de 1 kW. Para ello se requiere conocer

las capacidades de tracción del motor en rueda, lo cual se llevó a cabo simulando un vehículo propulsado por dos motores de este tipo. Para realizar la simulación se partió de la ecuación de la dinámica de vehículos basada en la segunda ley de Newton y se utilizó para describir el desempeño del vehículo eléctrico con dos ciclos de manejo. Proponiendo los parámetros de diseño del vehículo mostrados en la tabla 3.1, por medio de una simulación y considerando la velocidad y aceleración se obtuvo el torque máximo de los ciclos de manejo y con este dato se obtuvo la masa máxima que puede ser propulsada por los motores.

### 3.3.1. Ciclos de manejo

Los ciclos de manejo considerados son el ECE-15 y el New York City II que se muestran en la figura 3.1. El primero es un ciclo de manejo con periodos de aceleración y velocidad constante que es usualmente empleado para probar vehículos pequeños de baja velocidad, como vehículos de baterías. El segundo ciclo de manejo considerado es el New York City II, a diferencia del anterior, presenta periodos muy cortos de aceleración y frenado, sin periodos de velocidad constante y simula un ambiente de manejo en ciudad bajo condiciones de mucho tránsito. En ambos ciclos de manejo la velocidad máxima no supera 50 km/h [13].

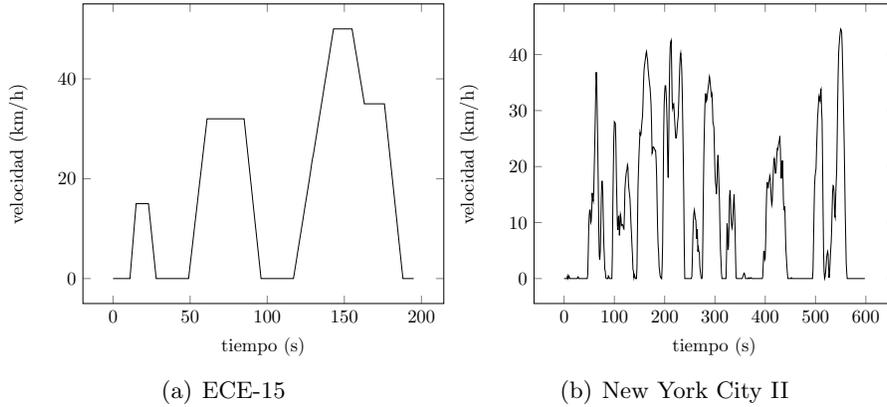


Figura 3.1: Ciclos de manejo usados en las simulaciones.

### 3.3.2. Velocidad y aceleración máxima

En una primera simulación hubo que precisar la combinación de velocidad y aceleración de cada ciclo de manejo que demanda el mayor torque para posteriormente sustituir ese valor con el torque de los motores en rueda que se encuentra en las zonas de mayor eficiencia. Se usaron datos de un vehículo de características similares a un sedán, sus parámetros se encuentran en la segunda columna de la tabla 3.1. Para todos los puntos de los ciclos de manejo se obtuvo la fuerza de tracción mediante:

$$F_t = \mu_{rr}mg + \frac{1}{2}\rho A_f C_d (v - v_w)^2 + mg \sin \alpha + m \frac{dv}{dt}$$

El torque requerido se obtiene a partir de  $T = F_t r$ , donde  $r$  es el radio de la llanta, que se considera al 85 % debido al aplastamiento por el peso del vehículo [17]. De esta simulación se encontró que los puntos en los ciclos de manejo que demandan el máximo torque son:

Ciclo de manejo	Velocidad (km/h)	Aceleración (m/s <sup>2</sup> )
ECE-15	15	1.06
NYC II	25.6	2.68

Tabla 3.1: Parámetros de vehículos para las simulaciones.

Parámetro	Vehículo sedan	Vehículo propuesto
Área frontal del vehículo ( $A$ )	3.23 m <sup>2</sup>	1.38 m <sup>2</sup>
Radio dinámico de la llanta ( $r$ )	0.3 m	0.162 m
Masa del vehículo ( $m$ )	1000 kg	
Coefficiente de arrastre aerodinámico ( $C_d$ )	0.5	0.5
Pendiente máxima ( $\alpha$ )	0°	0°
Coefficiente de resistencia a la rodadura ( $\mu_r$ )	0.014	0.014
Densidad del aire ( $\rho$ )	1.25 kg/m <sup>3</sup>	1.25 kg/m <sup>3</sup>
Aceleración de la gravedad ( $g$ )	9.81 m/s <sup>2</sup>	9.81 m/s <sup>2</sup>

### 3.3.3. Masa del vehículo

Para calcular la masa del vehículo se usan los parámetros de la tercera columna de la tabla 3.1, los cuales son propuestos y se basan en dimensiones de vehículos que usualmente usan este tipo de motores, por ejemplo, vehículos utilitarios. Nuevamente, se usa la ecuación de la dinámica del vehículo:

$$ma = F_t - (F_r + F_w + F_g)$$

La fuerza de tracción es simplemente  $F_t = T/r$  y despejando  $m$  de (2.6), resulta:

$$m = \frac{2T - r\rho AC_d v^2}{2r(a + gf_r \cos\alpha + g \sin\alpha)} \quad (3.1)$$

Se busca que los motores operen en su zona de mayor eficiencia con base en la velocidad y el torque requerido para proporcionar tracción a la rueda.

Tomando en cuenta las tablas de datos del fabricante se tomaron los tres valores de torque con las eficiencias más altas del motor; considerando que son dos motores, entonces el torque se multiplicó por dos dando como resultado 48, 54 y 60 Nm. La masa se calculó para estos tres valores de torque. Los resultados se muestran en la tabla 3.2. Resulta evidente que para conducir un vehículo a través del ciclo de manejo NYC II, la masa debería ser considerablemente menor que para un vehículo conducido a través del ciclo ECE 15. De esta simulación se concluye que el vehículo puede mover hasta 303 kg y cada rueda debe soportar la cuarta parte del peso total.

Tabla 3.2: Masa máxima del vehículo en base a los puntos de mayor demanda de torque de los ciclos de manejo.

Ciclo de manejo	Torque (Nm)	Fuerza de tracción (N)	Velocidad (km/h)	Aceleración (m/s <sup>2</sup> )	Masa del vehículo (kg)
ECE-15	48	260	15	1.06	215
NYC II		382	25.6	2.68	95
ECE-15	54	328	15	1.06	272
NYC II		439	25.6	2.68	110
ECE-15	60	365	15	1.06	303
NYC II		488	25.6	2.68	123

### 3.4. Parámetros de diseño del vehículo eléctrico

Los parámetros de diseño del dinamómetro se muestran en la tabla 3.3, los valores máximos de torque y fuerzas son ligeramente mayores a los que se esperan del motor en rueda. Como se vio en la sección 2.2 el torque máximo que puede producir el motor en rueda es de 62.3 Nm pero se usará como torque máximo de diseño de 90 Nm, que servirá como margen de seguridad y permitirá tener un mayor rango de medición en caso de ser necesario. Del torque máximo se desprende la fuerza de tracción máxima, como ( $F_t = T/r$ ) donde  $T$  es el torque y  $r$  el radio de la rueda, la fuerza de tracción es  $F_t = 600$  N. En la sección anterior se determinó que la masa máxima que puede mover un vehículo con los dos motores en rueda puede ser 303 kg, por lo tanto, cada rueda deberá soportar un cuarto de la masa, es decir, 75.75 kg. Pero como se dijo anteriormente, se desea tener un margen de seguridad por lo que la masa máxima será de 100 kg. Por lo tanto, la fuerza máxima aplicable al motor en rueda simulando el peso del vehículo será de 981 N. Como dato extra, la velocidad máxima que se espera es de 1000 rpm.

Tabla 3.3: Parámetros de diseño del dinamómetro.

Parámetros de diseño del dinamómetro	
Torque máximo	90 Nm
Velocidad máxima	1000 rpm
Fuerza máxima aplicable al motor en rueda	981 N
Fuerza de tracción	600 N

En las secciones siguientes se presentan las dimensiones y las geometrías de las piezas utilizando SolidWorks para la primera aproximación del diseño mecánico. El primer modelo sirvió para plantear mejoras, algunas de las cuales requirieron cálculos y análisis utilizando el método del elemento finito para definir el modelo final.

### 3.5. Geometría de la flecha

La flecha es uno de los componentes de mayor importancia, permiten transmitir la potencia del motor bajo prueba a la unidad motor-generador. La geometría de la flecha se muestra en la figura 3.2. Como se puede apreciar es escalonada, los hombros permiten mantenerla en su posición evitando movimiento axial. En la parte media tiene un cuñero perfilado, como su nombre lo dice alojará la cuña. A cada lado del cuñero tiene una ranura donde se insertan

anillos de seguridad que evitan que el tambor sufra movimiento lateral. Los extremos de la flecha tiene filetes para facilitar su inserción en las chumaceras.



Figura 3.2: Geometría de la flecha.

### 3.6. Geometría del tambor

El tambor es un componente indispensable para transmitir la potencia del motor bajo prueba hacia la flecha. Sobre el tambor se apoyará el motor en rueda y servirá como una pista. Para el dinamómetro de este trabajo se optó por un tambor de diámetro 304.8 mm (12 in), considerablemente mayor a los usados en los dinamómetros comerciales mostrados en el primer capítulo, cuyos diámetros generalmente son de 152.4 mm (6 in) y en algunos casos incluso de 101.6 mm (4 in). Los tambores de diámetros grandes simulan de mejor manera el contacto de las llantas con la carretera. Los tambores de diámetros pequeños deforman la llanta de manera anormal, creando zonas de grandes esfuerzos en las caras de la llanta, como se puede apreciar en las regiones en color rojo de las figuras 3.3. En las imágenes se muestra parte de un análisis por el método del elemento finito realizado por Goodyear [15], donde se compara el efecto de una superficie plana y dos tambores en una llanta de 609.6 mm (24 in) de diámetro. Los imágenes mostradas del análisis se seleccionaron para hacer una estimación del efecto que tendría probar la llanta de 381 mm (15 in) de diámetro del motor en rueda en tambores de 152.4 mm (6 in) y 304.8 mm (12 in) de diámetro.

Tabla 3.4: Relación entre los diámetros de tambor y diámetros de las llantas.

Diámetro de llanta (in)	24	24	15	15
Diámetro de tambor (in)	8.5	20	6	12
Relación	2.82	1.2	2.5	1.25

Para hacer la estimación se comparó las relaciones entre el diámetro de la llanta y los diámetros de los tambores del análisis de Goodyear con las relaciones entre el diámetro de la llanta del motor en ruda y los diámetros de tambores de 6 y 12 in, lo anterior se muestra en la tabla 3.4. Observando la relación de 2.82 y 2.5 se podría esperar que los esfuerzos y la indentación en la llanta por el uso de un tambor de 6 in fuesen similares a los mostrados en la figura 3.3(b). Y que con el uso de un diámetro de tambor de 12 in los efectos fuesen parecidos a los mostrados en la figura 3.3(c). Si bien existe deformación con el diámetro de tambor propuesto, los efectos son considerablemente menores en comparación con el tambor de 6 in.

Aunado a lo anterior, los rodillos de diámetros pequeños tiene un efecto directo en la resistencia a la rodadura. Cuando el diámetro de la llanta es significativamente mayor al diámetro del rodillo, habrá un aumento en la resistencia a la rodadura, en consecuencia la llanta experimentará un sobrecalentamiento y un mayor desgaste [2]. El aumento en la resistencia a la rodadura debido al tambor se expresa mediante la ecuación (3.2).

$$F_{rt} = F_{rr} \left(1 + \frac{r}{R}\right)^{\frac{1}{2}} \quad (3.2)$$



(a) Neumático sobre una superficie plana (b) Neumático sobre tambores de 8.5 in (c) Neumático sobre un tambor de 20 in

Figura 3.3: Comparativa de la deformación y esfuerzos de una llanta de 24 in realizado por Goodyear.

donde:

$F_{rr}$  = resistencia a la rodadura en camino plano.

$F_{rt}$  = resistencia a la rodadura sobre el tambor.

$r$  = radio del la llanta.

$R$  = radio del tambor.

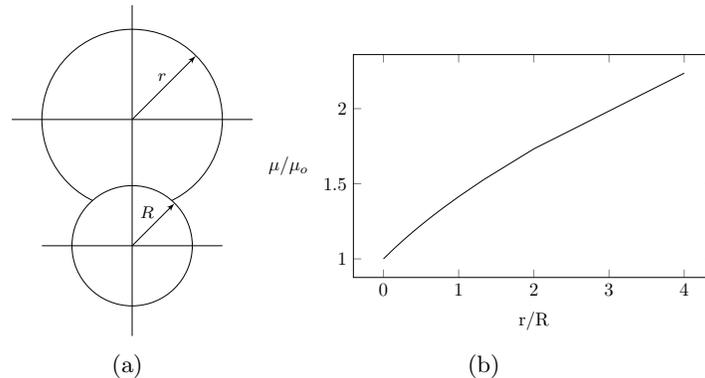


Figura 3.4: (a) Relación entre el radio del dinamómetro y el radio de la llanta, (b) Relación entre la resistencia a la rodadura y la relación llanta-tambor.

Con la ecuación se generó la gráfica de la figura 3.4(b), donde puede verse que una relación de  $r/R = 3$  puede tener un aumento en la resistencia a la rodadura del doble con respecto al camino plano. Para el diámetro de tambor de 12 in, con una relación de  $r/R = 1.25$ , la resistencia a la rodadura tiene un aumento de 1.5 veces comparada con la del suelo. Con lo anterior se puede suponer que el desgaste de las llantas será menor en comparación con rodillos de menor diámetro y que la probabilidad de una falla se verá reducida.

El ancho del tambor es de 140 mm, espacio suficiente para albergar la llanta. El cubo, parte central de tambor, tiene un diámetro interior de 34 mm y exterior de 76 mm, el largo se recomienda que sea 1.25 veces el diámetro de la flecha [16]. El aspecto del tambor montado en la flecha y con los anillos de seguridad puede verse en la figura 3.5.

Los esfuerzos y las deformaciones que sufrirá la llanta cuando sea probada en el tambor con el diámetro propuesto dependerá de diversos factores como la presión interna de la llanta, la presión que ejerce el vehículo, las características particulares de construcción del llanta o incluso el diseño de la banda de rodamiento. Sin embargo, con el diámetro de tambor propuesto es factible un mayor tiempo de experimentación y un menor desgaste de la llanta.

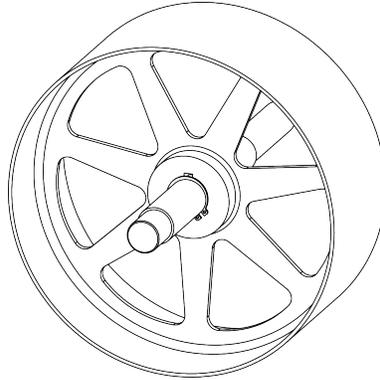


Figura 3.5: Ensamble del tambor, flecha y anillo de seguridad.

### 3.7. Geometría de los soportes del dinamómetro

Para mantener el contacto entre el motor bajo prueba y el tambor se requirió de una estructura especial diseñada a medida. La estructura está conformada por dos soportes, uno para el motor en rueda y otro para el tambor, figura 3.6, ambas estructuras son de perfil tubular rectangular (PTR) de 2 in x 2 in de sección transversal y 0.125 in de espesor.

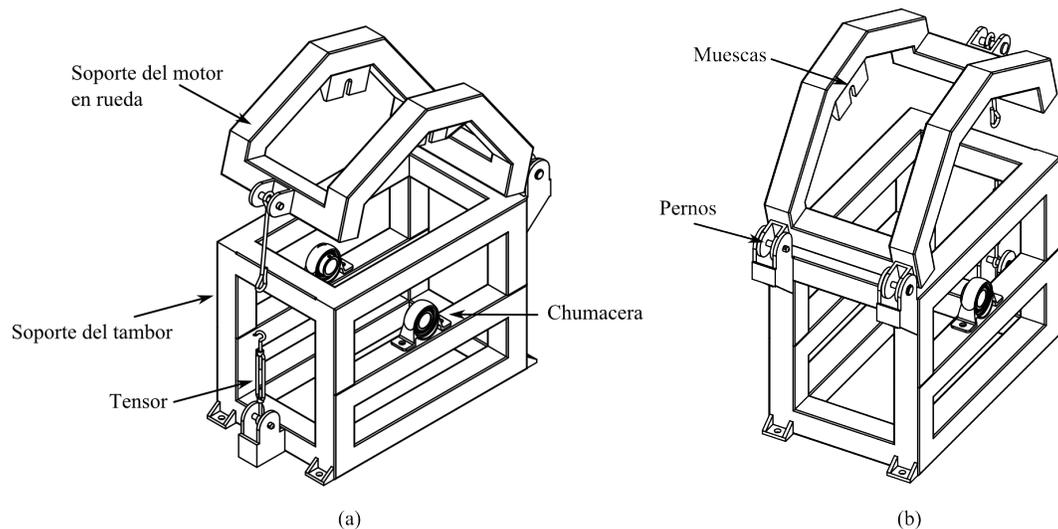


Figura 3.6: Soportes del motor en rueda y del tambor.

La estructura del soporte del motor fue hecha en base a las características geométricas del motor en rueda disponible en el laboratorio de vehículos eléctricos y presentadas en el Anexo 1. En la parte media muestras tiene muescas donde se asegurará el eje del motor. El soporte

aplicará presión al motor en rueda para simular el peso del vehículo y para mantenerlo en contacto con el tambor. Uno de los extremos del soporte del motor se une al soporte del tambor mediante pernos, creando un especie de bisagra, figura 3.7. El soporte puede girarse hasta  $180^\circ$ , permitiendo instalar y remover fácilmente el motor. Cuando el soporte se encuentra cerrado, puede aplastar la llanta del motor hasta un 20%, es decir, el radio de la llanta puede reducirse al 80%. Por convención, se dice que el radio de la llanta se reduce aproximadamente un 15% de su tamaño original debido al aplastamiento por el peso del vehículo [17]. El extremo opuesto del soporte tiene un cable unido a un tensor, que permitirá ajustar y mantener la presión de contacto entre el motor en rueda y el tambor, el extremo opuesto del tensor se une al soporte del tambor.

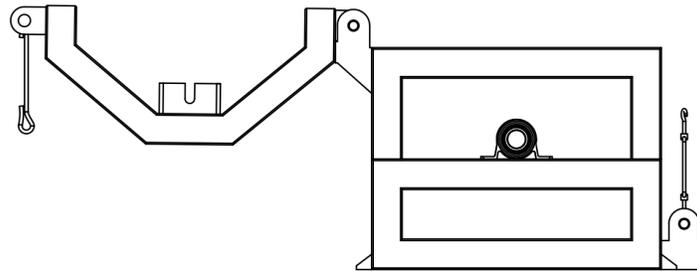


Figura 3.7: Vista lateral del ensamblaje de los soportes.

En la parte media el soporte del tambor tiene dos chumaceras con rodamientos de bolas, que permiten a la flecha girar libremente, las chumaceras pueden soportar hasta 19.5 kN de fuerza, que resulta más que suficiente para cubrir los requerimientos de la aplicación donde solo deberá soportar 981 N que es la fuerza que se aplicará al motor en rueda. Este soporte se atornilla a la base del dinamómetro de cuatro puntos para evitar su movimiento.

El cable usado para aplicar la tensión es de acero de 6.5 mm de diámetro, puede soportar hasta 24.5 kN, su longitud es de 150 mm, en los extremos tiene guardacabos para evitar un rápido desgaste 3.8(b). El tensor puede soportar hasta 1570 N y girando la parte media que une las roscas, puede ajustarse la tensión.



Figura 3.8: Componentes del cable para aplicar la tensión en los soportes.

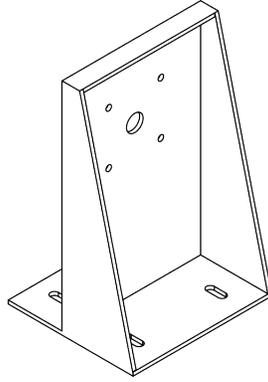


Figura 3.9: Soporte de la unidad motor-generator.

### 3.8. Soporte de la unidad motor-generator y soporte de la transmisión

El soporte para la unidad motor-generator ubica el centro del eje a la misma altura del centro de la flecha del tambor, así los centros de las poleas que forman el sistema de transmisión también estarán a la misma altura. Si en determinado momento se desea prescindir del sistema de transmisión, el motor-generator del dinamómetro puede acoplarse directamente al sensor de par. En la parte inferior tiene ranuras para atornillarse a la base del dinamómetro, figura 3.9. La unidad motor-generator se sujeta al soporte mediante cuatro tornillos y por la parte central pasa el eje. El soporte es de placa con espesor estándar de 5 mm.

Se diseñaron dos soportes para la polea de diámetro mayor del sistema de transmisión, figura 3.10, al igual que el soporte del motor y del tambor son de perfil tubular rectangular con las mismas características, cada soporte tiene una chumacera para una segunda flecha sobre la cual se montará la polea. Las chumaceras de estos soportes son para un diámetro de flecha de 26.99 m. El ensamble de sistema de transmisión y de los soportes se muestra en la figura 3.11.

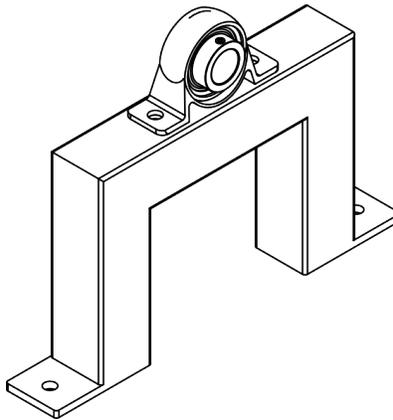


Figura 3.10: Soporte para la polea mayor.

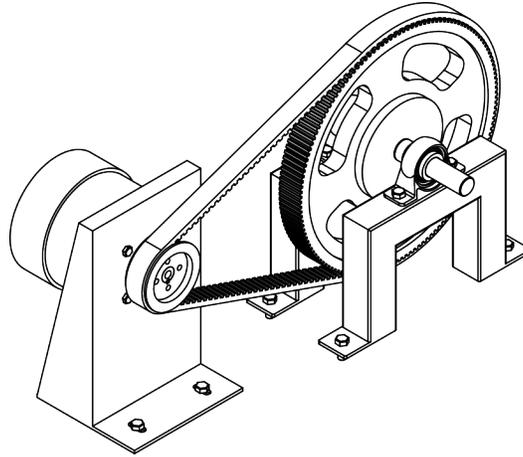
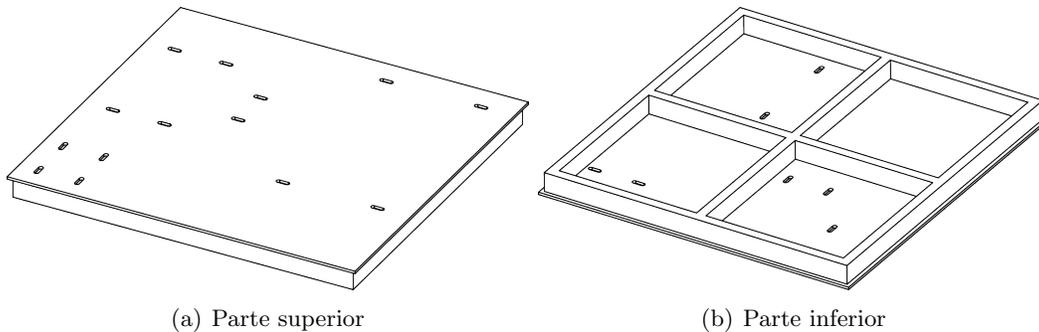


Figura 3.11: Ensamble de los soportes y la transmisión por banda dentada.

### 3.9. Base del dinamómetro

La geometría de la base del dinamómetro es de una placa rectangular de 850 x 900 mm con espesor de 4.8 mm, figura 3.12, para dar soporte a la placa y permitir atornillar los soportes, se añadió una estructura en la parte inferior de perfil rectangular de 25.4 x 50.8 mm de sección transversal y un espesor de 1.9 mm. La base del dinamómetro tiene ranuras para atornillar y permitir ajustar fácilmente la posición de los soportes. El material usado frecuentemente en la fabricación de PRT y placa de acero es ASTM A36.



(a) Parte superior

(b) Parte inferior

Figura 3.12: Base del dinamómetro.

### 3.10. Sensor de torque

#### 3.10.1. Selección del sensor de torque

Para medir la potencia del motor bajo prueba y tener un control de la resistencia aplicada, se necesita una forma de medir el torque. Se prefirió el uso de un sensor de torque en línea, por ser un método simple de implementación. Las consideraciones que se tomaron en cuenta para elegir el sensor de torque son: la capacidad máxima de medición, la velocidad máxima de operación, su precisión, puertos de salida de datos, tipo de tecnología para la medición, la

capacidad de medir tanto en sentido de las manecillas del reloj como en sentido contrario y la integración de un *encoder* para la medición de velocidad.



Figura 3.13: Sensor de torque MB8661.

El sensor elegido es el Burster 8661 que se muestra en la figura 3.13, puede medir hasta 100 Nm. Para la medición de torque utilizan galgas extensométricas adheridas al eje, la deformación de las galgas debido al torque produce un cambio en la resistencia. Puede realizar mediciones tanto en forma estática como dinámica. Tiene salida USB, lo que permite la conexión directa a una computadora. La precisión es de  $\pm 0.05\%$  de la escala completa. Incorpora *encoder* para medir la velocidad y puede operar hasta 25000 rpm. Con lo anterior se satisface los requisitos esenciales 1 y 2 en el diseño del dinamómetro descritos en la tabla 1.

### 3.10.2. Métodos de calibración de un sensor de torque

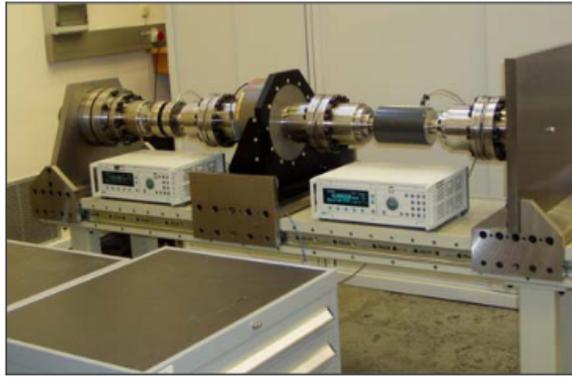
Existen diversas formas de aplicar torque a los sensores, se describen dos métodos de manera breve, la primera es utilizando un sensor de torque de referencia y la segunda con una palanca y pesos calibrados [18].

#### Sensor de torque de referencia

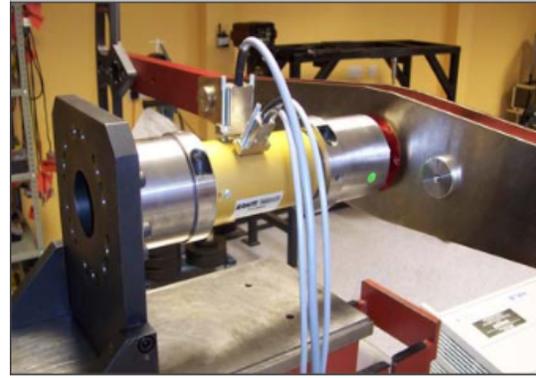
El torque puede ser aplicado usando un motor y el torque puede ser controlado por medio de sensores de torque de referencia en lazo cerrado, figura 3.14(a). Este tipo de sistema puede ser usado para medir torque estático pero tiene la ventaja de ser adecuado para calibración de torque continuo, mientras que el torque es aplicado por periodos más cortos. La desventaja de este sistema es que la incertidumbre de los torques aplicados es mayor porque el sistema es dependiente de la calibración de las referencias.

#### Palanca y pesos muertos

Consiste en un conjunto de pesos calibrados que actúan en un brazo calibrado, figura 3.14(b). El sistema puede ser aplicado directamente al sensor de torque en caso de una viga de calibración no soportada. En el caso ideal el brazo debe de ser conectado a un rodamiento para eliminar la flexión por los pesos y para minimizar la fricción. Estos sistemas son utilizados para calibración de torque estático y ofrece las menores incertidumbres.



(a) Calibración con sensor de torque de referencia.



(b) Calibración con brazo y pesos calibrados

Figura 3.14: Formas de calibración de sensores de torque.

### 3.10.3. Calibración básica del sensor de torque

Es buena práctica registrar todo los datos del proceso de medición. Esto incluye las precargas y los valores cero sin clasificación. Estos datos pueden dar información importante, sobre todo cuando el sensor se comporta de manera inesperada. El sistema se puede aplicar directamente al transductor en el caso de un brazo de calibración no soportado.

Siguiendo con la aplicación de torque, debe de esperarse un corto tiempo antes de tomar la primera lectura para permitir que el sistema se asiente. De manera regular, esto será de entre un tiempo de 30 a 60 segundos, pero el operador debe permitir más tiempo si es necesario. Dependiendo del mecanismo de carga, el sistema puede estar sujeto a los efectos inerciales o de pesos oscilantes. Algunos sistemas tienen mecanismos amortiguantes para limitar esto. Un tiempo de espera constante debe utilizarse en todo el rango de medición para minimizar los efectos dependientes del tiempo.

Precarga. Cuando el transductor se coloca por primera vez en la plataforma de calibración debe ser precargado tres veces a par máximo antes de realizar cualquier medición. Si el transductor de torque es movido a una nueva posición de montaje se requerirá de una precarga. El diagrama de carga del proceso completo de calibración se muestra en la figura 3.15 los pasos se describen a continuación:

1. Precargar el transductor.
2. Registrar la salida de torque cero.
3. Aplicar por lo menos cinco torques igualmente espaciados, incrementando el torque desde cero hasta llegar al torque máximo.
4. Registrar la medición de cada torque después de un periodo de al menos 30 segundos.
5. Si se aplica torque de manera decreciente, entonces retirar los pesos hasta llegar a cero y registrar la medición de cada torque.
6. Registrar la salida de torque final.
7. El transductor debe de ser desconectado y rotado en sentido horario. Después de cada rotación el sensor debe de ser precargado una vez.

8. Repetir los pasos para que el calibración se haga de forma simétrica.

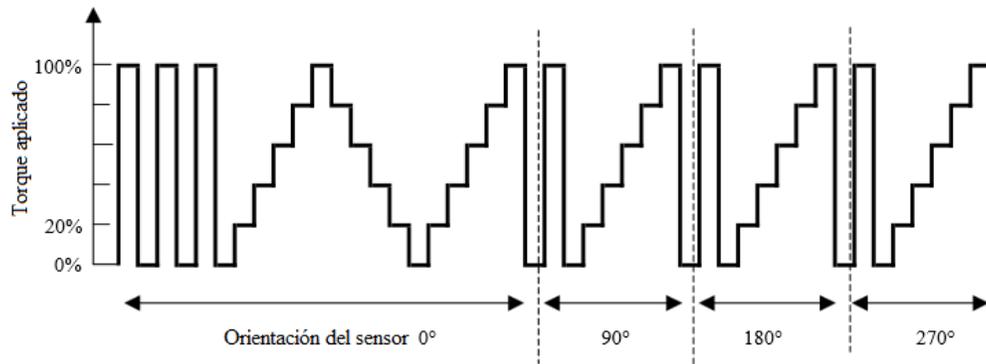


Figura 3.15: Diagrama de carga de un sensor de torque

#### 3.10.4. Trazabilidad del sensor de torque

Un método efectivo de obtener confianza del rendimiento de un sistema es comparándolo con otro sistema por medio de un transductor de torque de referencia. El segundo sistema debe tener una incertidumbre similar, si no mejor, que el sistema que se está evaluando. El transductor de referencia debe de ser de la mejor calidad posible a fin de tener una influencia insignificante sobre el resultado de la medición. Además de la reproducibilidad del sensor, se debe de saber algo acerca de su estabilidad a largo plazo y de su sensibilidad a los efectos de la temperatura y humedad.

#### 3.10.5. Normas para la calibración de sensores de torque

La norma británica: BS 7882:2008 “Method for the calibration and clasification of Torque Measuring Devices” describe el método de calibración, cálculo de resultados, cálculo de incertidumbres y la clasificación de los dispositivos de medición torque estático. Esta norma es importante para los laboratorios de calibración, fabricantes y usuarios finales porque provee un método de medición y evaluación de los dispositivos de medición de torque. Existe también la norma alemana: DIN 51309:2005 “Calibration of Static Torque Measuring Devices” [19].

### 3.11. Unidad motor-generator del dinamómetro

La unidad de absorción o mejor dicho unidad motor-generator que se propone para el dinamómetro es un motor de CD, este tipo de motores resulta adecuado para la aplicación, debido a la facilidad de controlarlos en comparación con un motor de CA [20, 21]. Para alargar la vida útil de la unidad de absorción del dinamómetro se recomienda que su potencia sea 50 % mayor al motor que se desea probar [3]. El motor elegido es de imanes permanentes de 5 kW un torque máximo de 20 Nm. El fabricante es *MotEnergy* el modelo es ME0909 sus características se encuentra en la tabla 3.5.



Figura 3.16: Motor de imanes permanentes modelo ME0909.

Tabla 3.5: Características del motor-generator.

Parámetro	Especificación
Potencia	4.8 kW continuos y 15 kW por 30 segundos
Voltaje	12-48 V
Velocidad	4400 rpm a 48 V (sin carga)
Torque	máx 20 Nm 4000 rpm mín 4 Nm 1000 rpm

### 3.12. Selección de la transmisión por bandas

La transmisión por bandas dentadas permitirá aumentar el torque que produce la unidad motor-generator del dinamómetro, para así generar un torque de oposición mayor al del motor bajo prueba. El motor en rueda puede proporcionar un torque máximo de 60 Nm y la unidad motor-generator 20 Nm, se busca una relación de transmisión 4:1, para que el torque sea mayor al del motor en rueda. Se eligió una transmisión por bandas dentadas *High Torque Sprockets (HTS)* fabricada por *Martin Sprockets and Gears*. Las transmisiones por banda dentada no requiere altas tensión en comparación con una transmisión con banda en V, se reduce el riesgo de que la banda se patine o deslice y no requiere de lubricación. El fabricante dispone de una guía de selección para determinar el tipo de banda y el tamaño de las poleas adecuadas según la aplicación [22]. Para seleccionar adecuadamente la transmisión se requiere de ciertos parámetros como son: potencia del motor, velocidad de la unidad motriz y la relación de transmisión deseada. El motor propuesto para el dinamómetro tiene una potencia de 5 kW y puede llegar hasta las 4400 rpm. En los siguientes párrafos se describen los pasos seguidos.

#### 1. Potencia de diseño

El primer paso en la guía de selección de la transmisión es calcular la potencia de diseño a partir de la ecuación:

$$P_d = P F_s \quad (3.3)$$

donde  $P$  es la potencia del motor (hp) y  $F_s$  es el factor de servicio y depende del tipo de servicio en donde será usada la transmisión, tipo de unidad motriz y las horas que estará en

operación por día. Para un motor eléctrico de CD que se empleará menos de 10 h por día y un servicio ligero, corresponde un factor de 1.6, la potencia de diseño es:

$$P_d = (6.7 \text{ hp})(1.6) = 10.72 \text{ hp}$$

## 2. Selección del paso de banda

Lo siguiente es la selección del paso de banda que dependerá de la potencia de diseño y de la velocidad de la polea motriz. Los pasos de banda disponibles son 5, 8, 14 y 20 mm, la que cumple con los requerimientos es la de 8 mm como se puede ver en la gráfica de la figura 3.17.

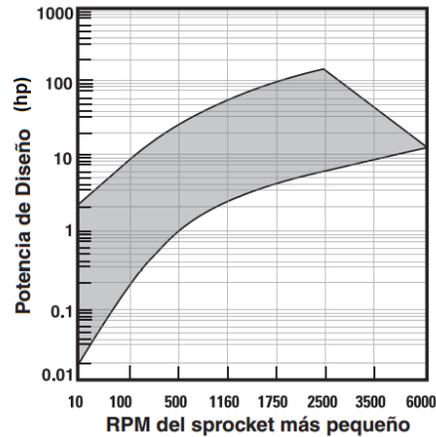


Figura 3.17: Paso de banda de 8 mm.

## 3. Selección de las poleas y largo de banda

Una vez que se tiene el paso de la banda, se busca la combinación de poleas que satisfaga la relación de transmisión de 4:1. La guía de transmisiones por banda incluye una extensa variedad de relaciones de transmisión que van desde 1:1 hasta 6:1, donde distintas combinaciones de diámetros de poleas cubren una relación de transmisión. La tabla 3.6 es una porción y sólo se incluyen los valores que fueron útiles para este trabajo. Para la opción 1 se requiere una combinación de poleas de menor diámetro de paso que para la opción 2. El fabricante recomienda el uso de poleas de mayor diámetro siempre que sea posible, ya que permite una mayor duración de la banda, además, requieren de un menor ancho de banda para una determinada capacidad de potencia, lo que se traduce en una menor carga en el eje [22]. Más aún, la distancia entre centros requerida por la opción 2 es menor que para la opción 1, siendo 16.4 in para la opción 2 y 20 in para la opción 1.

La combinación de poleas seleccionada es la opción 2, la banda es del tipo RPP y el código de designación de largo de banda es de 1120.

## 4. Selección del ancho de banda

El último paso es la selección del ancho de banda que pueda transferir la potencia, el ancho puede ser 20, 30, 50 y 85 mm. Con un ancho de banda de 30 mm se puede transferir hasta

Tabla 3.6: Combinación de poleas para una relación de transmisión de 4:1, usando un paso de banda de 8 mm.

Combinación de poleas					
Opción	Relación de velocidad	Polea motriz		Polea conducida	
		Número de dientes	Diámetro de paso	Número de dientes	Diámetro de paso
1	4.0	28	2.087	112	11.229
2	4.0	36	3.609	144	14.437

10.90 hp, suficiente para cubrir los requerimientos de la aplicación.

En resumen las características de la transmisión son las siguientes:

- Banda RPP 1120-8M-30.
- Polea motriz P368M30-1610.
- Polea conducida P1448M30-SF.

Las dimensiones y tolerancias de los barrenos para las poleas se presentan en el Anexo 1.

### 3.13. Selección de los acoplamientos flexibles

Los coples flexibles son recomendados para uso en sensores de par en línea más que cualquier otro tipo, permiten cierto grado de desalineamiento y absorben cargas de impacto que puedan dañar el sensor de torque. Los coples elegidos se muestran en la figura 3.18 son fabricados por *SKF*. Están conformados por dos masas o bridas y un elemento flexible hecho principalmente de caucho. Los desalineamientos pueden ser generalmente de tres tipos: lateral (a), angular (b) y axial (c), figura 3.19, el primero se debe al desalineamiento paralelo de los ejes, el segundo a la inclinación de los ejes y el último a un cambio en la longitud entre los ejes. El procedimiento de selección del acoplamiento adecuado es similar a guía seguida para la selección de transmisión, se encuentra disponible en [23] y los pasos a seguir se describen a continuación:



Figura 3.18: Acoplamiento flexible SKF.

#### Guía de selección de coples SKF

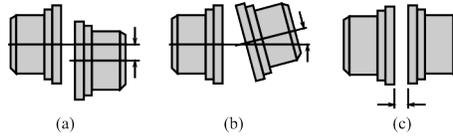


Figura 3.19: Clases de desalineamiento.

1. Se selecciona un factor de servicio según la aplicación y el tipo de motor que se usará, las aplicaciones pueden ser compresores bombas, elevadores, entre otros, dentro de la tabla se encuentra tabulada la aplicación de dinamómetro y empleando un motor eléctrico corresponde un factor de servicio de 1.0.

2. Se calcula la potencia de diseño multiplicando el factor de servicio por la potencia del motor. En nuestro caso el motor del dinamómetro es de 5 kW y el factor de servicio es 1.0, por lo que la potencia de diseño es 5 kW.

3. El tamaño adecuado del cople dependerá de la velocidad. La velocidad máxima de los motores en rueda está por debajo de las 1000 rpm. El tamaño de cople será de 50 ,definido de esta manera en la guía del fabricante, puede soportar un máximo de 160 Nm.

4. Por último, se verifica que el cople admita el diámetro del eje donde se montará, se tiene la opción de barreno cilíndrico o cónico. Se usarán bridas de barreno cilíndrico, el código de la brida a emplear es PHE F50RSBFLG y código del elemento flexible es PHE F50NRTYRE. Las características del cople se encuentran en la tabla 3.7.

Tabla 3.7: Características del cople flexible.

Tamaño del cople	Velocidad máxima	Desalineamiento			Torque máximo
		Angular	Paralelo	Axial	
	rpm	°	mm	mm	Nm
50	4500	4	1.3 mm	1.7	160

Las dimensiones de los barrenos para los coples se presentan en el Anexo 1.

### 3.14. Funcionamiento del dinamómetro

Con la descripción de todos los componentes se puede ver que el funcionamiento del dinamómetro es simple. Cuando el motor bajo prueba se encuentra montado en el soporte y en contacto con el tambor, el movimiento se transfiere a este último. Para que el movimiento se transfiera a la flecha, se usa la cuña. Un extremo de la flecha está conectado al sensor de par mediante un cople flexible, el extremo opuesto del sensor de par se conecta al sistema de transmisión con un segundo cople flexible. El sistema de transmisión por banda dentada aumentará el torque producido por la unidad motor-generator para oponerse al torque del motor en rueda. El sistema de transmisión se compone de dos poleas con relación 4:1. En la polea de menor diámetro se conecta el eje de la unidad motor-generator donde se opondrá al movimiento o impulsará según el tipo de análisis que se lleve a cabo. En la figura 3.20 se muestra el diseño dinamómetro completo.

El descripción ensamblado del sistema es como sigue: comenzando en la parte superior de la figura 3.20(b) se encuentra el soporte del motor, sobre el que está montado el motor en rueda; el soporte a su vez se conecta mediante pernos a la estructura que da soporte al tambor. La parte inferior de esta estructura se encuentra atornillada a la base del dinamómetro. El tambor, ubicado en la parte central de la estructura antes mencionada, se conecta a la flecha mediante una cuña. La flecha gira sobre chumaceras ancladas al soporte del tambor. Un extremo de la flecha se conecta a un extremo del sensor de torque mediante coples flexibles. Este sensor está soportado en uno de sus costados únicamente por una lámina delgada flexible. El otro extremo del sensor de torque se conecta a otra flecha mediante un segundo cople flexible. Esta segunda flecha se conecta a una polea que consiste de un sistema de transmisión por banda dentada que reduce el torque que llega a la unidad motor-generator. La polea de menor diámetro se acopla al eje del motor de CD el cual está montado sobre el soporte. Los centros de las poleas están a la misma altura con respecto a la base. La presión de contacto entre el motor en rueda y el tambor puede ser ajustado con el tensor como se ve en la figura 3.20(b). La posición de todos los soportes sobre la base son ajustables.

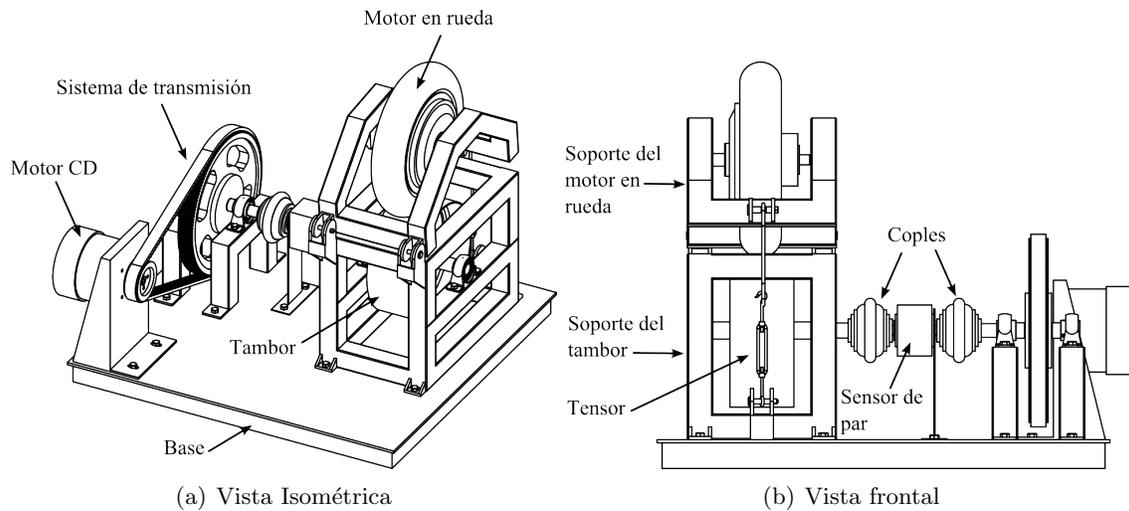


Figura 3.20: Aspecto final del dinamómetro.

## Capítulo 4

# Cálculo y análisis por el método del elemento finito del dinamómetro

### 4.1. Introducción

Con el bosquejo hecho del dinamómetro, se calcularon de manera analítica las dimensiones de la flecha y cuña, los componentes con geometrías complejas se analizaron por el método del elemento finito. La mayoría de las simulaciones se realizaron en ANSYS y se empleó Comsol sólo en un caso particular. Una vez que se definieron todas las geometrías de los componentes, se actualizó el modelo hecho en SolidWorks y se verificó que todos los componentes ensamblasen correctamente. Y para finalizar se generaron los dibujos de diseño y introdujeron las tolerancias y ajustes adecuados.

### 4.2. Cálculo del diámetro de la flecha

El cálculo del diámetro de la flecha se hace en puntos críticos, donde existen los mayores esfuerzos y donde las probabilidades de que ocurra una falla son mayores. En la flecha existen tres puntos críticos, el primero es el punto B, figura 4.1, donde se conecta la flecha con el tambor, el segundo es el punto C en el hombro, el último es el punto D donde se une la flecha con el cople. La flecha se calculó para transmitir un torque máximo de 90 Nm de modo fluctuante, es decir, el torque en la flecha podrá variar de 0 a 90 Nm.

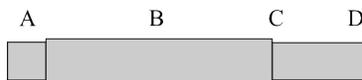


Figura 4.1: Puntos críticos en la flecha.

#### 4.2.1. Fuerzas y reacciones sobre la flecha

El siguiente paso fue conocer toda las fuerzas ejercidas sobre la flecha. En el esquema de la figura 4.2 se muestran las fuerzas que se transmiten a través del tambor y las reacciones producidas por los cojinetes. Las fuerzas  $F_{By}$  y  $F_{Bz}$  son producidas por la fuerza aplicada al motor en rueda simulando el peso del vehículo y la fuerza de tracción del motor en rueda

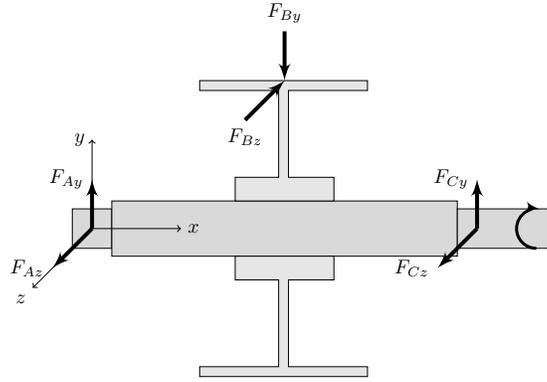


Figura 4.2: Fuerzas en la flecha.

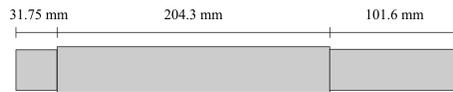


Figura 4.3: Dimensiones de la flecha.

respectivamente. Estos datos se encuentran en la tabla 3.3.

$$F_{By} = Wg = (100 \text{ kg})(9.81 \text{ m/s}^2) = 981 \text{ N}$$

La fuerza  $F_{Bz}$  se obtiene a partir de la fuerza de tracción que aplica el motor en rueda en el tambor:

$$F_{Bz} = \frac{T}{r} = \frac{90 \text{ Nm}}{0.15 \text{ m}} = 600 \text{ N}$$

Como las distancias del punto de aplicación de la fuerza a los apoyos son iguales, las reacciones en la dirección  $y$  son:

$$R_{Ay} = R_{Cy} = \frac{F_{By}}{2}$$

de la misma manera, las reacciones en la dirección  $z$  son:

$$R_{Az} = R_{Cz} = \frac{F_{Bz}}{2}$$

Con las reacciones conocidas se crearon los diagramas de corte y momentos flexionantes, figura 4.4. Donde puede verse que los momentos máximos se presentan en el punto B, mismo punto donde se transmite el torque.

#### 4.2.2. Diámetro de la flecha en el punto B

En el punto B es donde se transmite el momento máximo, que es de:

$$M_{máx} = \sqrt{35^2 + 58^2} = 67.7 \text{ Nm}$$

Como el momento flexionante es completamente reversible:

$$M_m = 0 \quad \text{y} \quad M_a = 67.7 \text{ Nm}$$

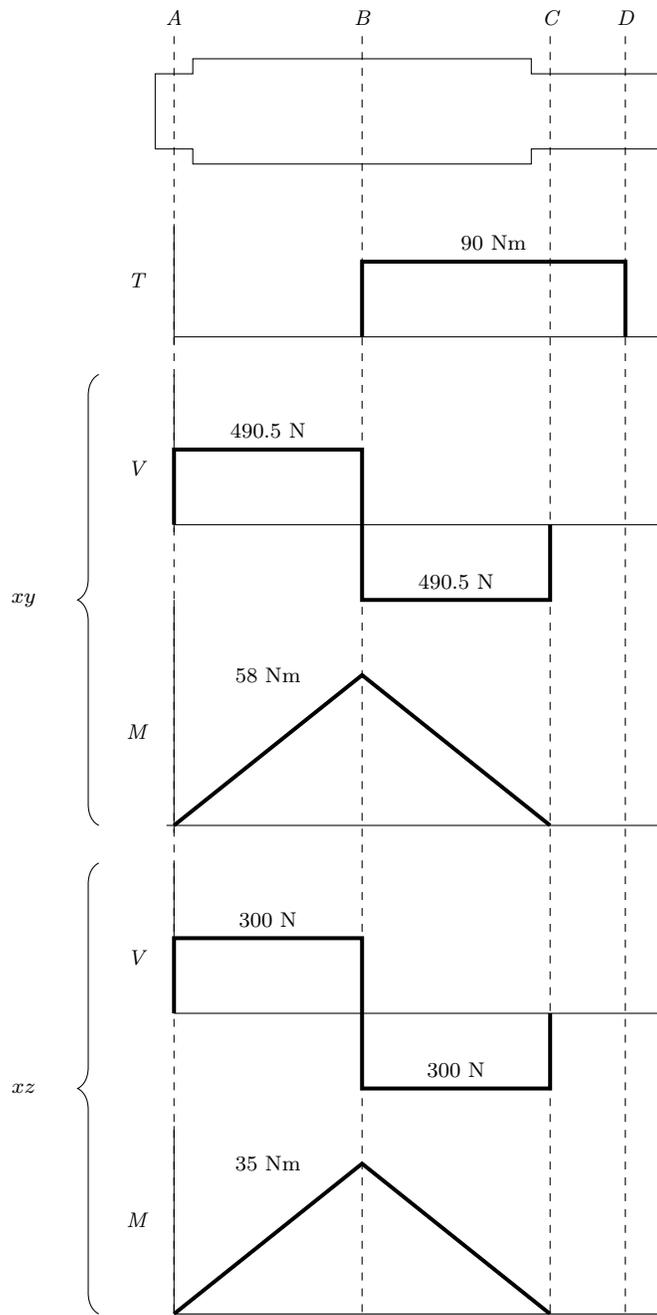


Figura 4.4: Momentos flexionantes y cortantes en la flecha.

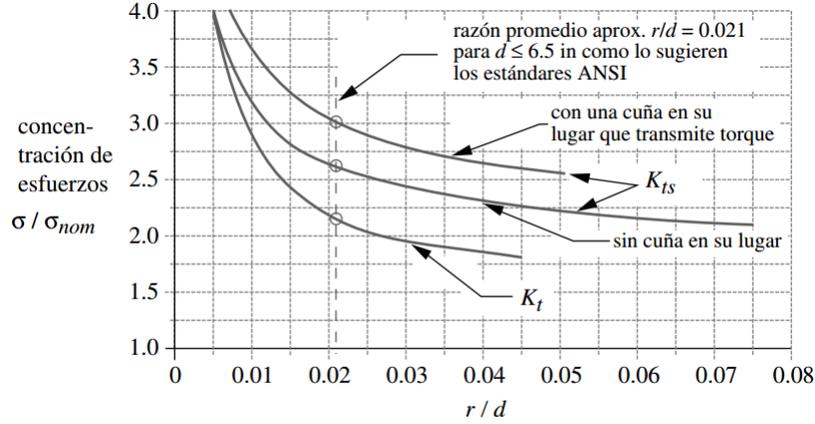


Figura 4.5: Factores de concentración de esfuerzo de cuñeros, con extremo fresado, a torsión ( $K_{ts}$ ) y flexión ( $K_t$ ).

El torque variará de 0 a 90 Nm por lo que:

$$T_a = T_m = 45 \text{ Nm}$$

Para transmitir la potencia del tambor a la flecha se usará una cuña. Las esquinas afiladas del cuñero provocarán que los esfuerzos sobre la flecha se eleven. La intensidad de los esfuerzos dependen del radio de las esquinas. Los factores de concentración de esfuerzo para el cuñero son:

$$K_t = 2.2 \quad \text{y} \quad K_{ts} = 3$$

donde  $K_t$  es el factor de concentración de esfuerzo a flexión y  $K_{ts}$  es el factor de concentración de esfuerzo a torsión. Los factores se determinaron a partir de la relación  $r/d$  recomendada por estándares ANSI y de la gráfica de la figura 4.5, donde  $r$  es el radio de los bordes del cuñero y  $d$  el diámetro de la flecha. Los factores de concentración de esfuerzo para fatiga se estiman a partir de:

$$K_f = \frac{K_t}{1 + \frac{2(K_t - 1)}{K_t} + \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{r}}} \quad (4.1)$$

donde  $\sqrt{a}$  es la *constante de Neuber* y es una constante del material. Para un concentrador de esfuerzo ranurado es:

$$\sqrt{a} = \frac{104}{S_{ut}} \quad (4.2)$$

que para el caso en cuestión es:

$$\sqrt{a} = \frac{104}{448} = 0.2321 \sqrt{\text{mm}}$$

de la relación recomendada  $r/d = 0.021$ , se hizo una primera estimación del radio con un diámetro propuesto de 24 mm:

$$r = 0.021(24 \text{ mm}) = 0.504 \text{ mm}$$

Los factores de concentración de esfuerzo a fatiga para flexión y torsión son:

$$K_f = \frac{2.2}{1 + \frac{2(2.2-1) \cdot 0.2321}{2.2 \cdot \sqrt{0.504}}} = 1.6689 \quad \text{y} \quad K_{fs} = \frac{3}{1 + \frac{2(3-1) \cdot 0.2321}{3 \cdot \sqrt{0.504}}} = 2.16$$

Lo siguiente fue el cálculo del límite de resistencia a la fatiga de la flecha, donde se involucraron todos los factores que influyen en disminuirla:

$$S_f = (k_{gr}k_{we}k_fk_{sr}k_{sz}k_{rs}k_{fr}k_{cr}k_{sp}k_r)S'_f \quad (4.3)$$

Como material se considera el acero AISI 1020, es comúnmente usado para componentes de máquinas y supone el peor de los casos, su esfuerzo último es de 448 MPa y su esfuerzo de cedencia 331 MPa. El límite de resistencia a la fatiga para acero AISI 1020 se puede obtener de gráficas o es posible hacer un estimado a partir de la siguiente ecuación:

$$S'_f = 0.5S_{ut} \quad \text{para} \quad S_{ut} < 200 \text{ kpsi} \quad (1400 \text{ MPa}) \quad (4.4)$$

$$S'_f = 0.5(448) = 224 \text{ MPa}$$

El cálculo del factor de tamaño para diámetros de entre  $0.11 \leq d \leq 2$  in y con un diámetro propuesto de 24 mm resulta:

$$k_{sz} = 1.24d^{-0.107} = 1.24(24)^{-0.107} = 0.8825$$

El factor de superficie para un acabado maquinado es:

$$k_{sr} = aS_{ut}^b = 4.51(448)^{-0.265} = 0.8945$$

El factor de discontinuidad geométrica es el inverso de  $K_f$  y  $K_{fs}$ :

$$k_{ff} = \frac{1}{K_f} = \frac{1}{1.6689} = 0.5992 \quad k_{ft} = \frac{1}{K_{fs}} = \frac{1}{2.16} = 0.4630$$

En este caso se tomó el factor de menor valor, que indica una mayor influencia en la reducción del límite a la resistencia del componente. Todos los factores se muestran a continuación:

$$\begin{aligned} k_{gr} &= 1.0, \text{ de tabla 2.3} \\ k_{we} &= 1.0, \text{ no se anticipa soldadura.} \\ k_f &= 0.4630 \\ k_{sr} &= 0.8945 \\ k_{sz} &= 0.8825 \\ k_{rs} &= 1.0 \\ k_{fr} &= 1.0, \text{ sin desgaste anticipado} \\ k_{cr} &= 1.0, \text{ sin corrosión anticipada} \\ k_{sp} &= 1.0, \text{ tabla 2.3} \\ k_r &= 0.897, \text{ tabla 2.3} \end{aligned}$$

El límite de resistencia a la fatiga de la flecha incluyendo todos los factores es:

$$S_f = (1)(1)(0.4630)(0.8945)(0.8825)(1)(1)(1)(1)(0.9)(225)$$

$$S_f = 74.1 \text{ MPa}$$

El cálculo del diámetro se hizo de manera iterativa utilizando en criterio de falla de *ED Goodman*:

$$d = \left( \frac{16n}{\pi} \left\{ \frac{1}{S_f} [4(K_{ff}M_a)^2 + 3(K_{ft}T_a)^2]^{1/2} + \frac{1}{S_{ut}} [4(K_{ff}M_m)^2 + 3(K_{ft}T_m)^2]^{1/2} \right\} \right)^{1/3} \quad (4.5)$$

Se propuso un valor inicial de diámetro de  $d = 24 \text{ mm}$ . Se volvieron a calcular factores que dependen de manera directa e indirecta. El diámetro final es de:

$$d = 34.5 \text{ mm}$$

Como se supuso el peor escenario con cargas mayores de operación, se introdujeron factores de seguridad y además se consideró el peor material, el diámetro resultante se tomó como:

$$d = 34 \text{ mm}$$

ya que además es un valor estándar de diámetro.

### 4.2.3. Diámetro de la flecha en el hombro, punto C

El propósito de los hombros es mantener la flecha en su posición, evitando el movimiento axial. Sin embargo, el cambio de sección transversal provoca concentradores de esfuerzo. Una manera de reducir sus efectos es manteniendo un pequeño radio, figura 4.6. El valor de la relación entre el diámetro menor y el mayor de la flecha se recomienda que esté dentro de:

$$1.2 < D/d < 1.5$$

con esta relación se puede obtener un diámetro menor de la flecha  $d$  inicial para el cálculo iterativo:

$$d = \frac{34 \text{ mm}}{1.5} = 22.6 \text{ mm}$$

Para la relación entre el radio y el diámetro menor de la flecha se usó  $r/d = 0.02$ , lo que supone un radio pequeño y esfuerzos elevados en la zona del hombro. Los factores de concentración de esfuerzo se estiman a partir de las gráficas de la figura 4.6 y son:

$$K_t = 2.2 \quad \text{y} \quad K_{ts} = 2$$

La constante de Neuber para un hombro es:

$$\sqrt{a} = \frac{139}{S_{ut}} \quad (4.6)$$

$$\sqrt{a} = 0.3103 \sqrt{\text{mm}}$$

Con los datos anteriores se calcula los concentradores de esfuerzo para fatiga:

$$K_f = 1.483 \quad \text{y} \quad K_{fs} = 1.3858$$

Como este punto se encuentra muy cerca del apoyo, los momentos son muy pequeños comparados con el punto B:

$$M_{\text{máx}} = \sqrt{4.42^2 + 7.35^2} = 8.58 \text{ Nm}$$

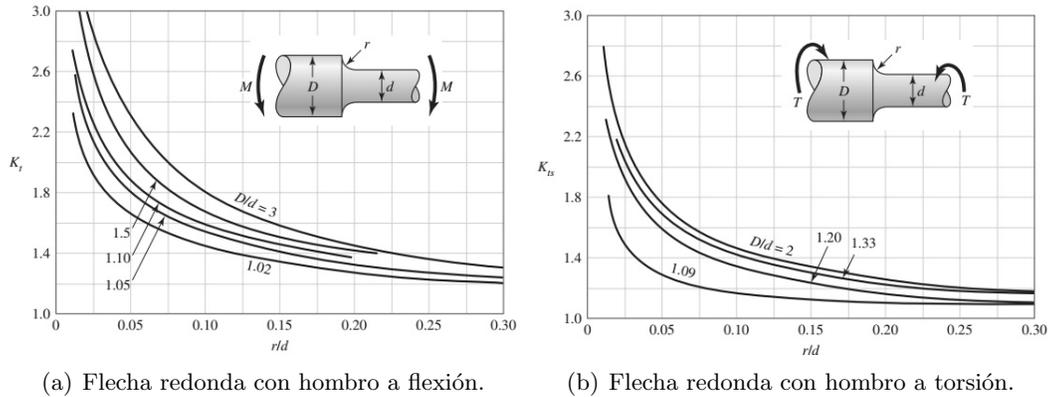


Figura 4.6: Factores de concentración de esfuerzo para hombro.

El torque en este punto es  $T_a = T_m = 45 \text{ Nm}$ . Muchos de los factores de reducción del límite de resistencia a la fatiga son iguales que para el punto anterior, por lo que solo se calculó el factor de tamaño:

$$k_{sr} = 1.24(d)^{-0.107} = 1.24(20)^{-0.107} = 0.8945$$

El límite de resistencia a la fatiga para la sección de la flecha en cuestión es:

$$S_f = 107 \text{ MPa}$$

Se utiliza el mismo factor de seguridad,  $n = 2$ .

El diámetro de la flecha utilizando el criterio de falla de ED Goodman es:

$$d = 20 \text{ mm}$$

#### 4.2.4. Diámetro de la flecha en el punto F

Por ultimo se calculó el diámetro en el punto F, en este punto se une la flecha con un cople al sensor de torque. Aunque en este lugar no habrá momentos flexionantes, podría transmitir el torque con una cuña, esto dependerá de la disposición del cople ya que algunos modelos no incluyen cuñero. Pero el diámetro de la flecha podrá alojar la cuña en caso de requerirlo sin que exista posibilidad de falla. La inclusión de los cálculos en este punto sería muy repetitiva, puesto que son similares a los del punto B, por lo tanto, sólo se presenta el resultado y es:

$$d = 30 \text{ mm}$$

Resulta evidente que el diámetro requerido en este punto es mayor que para el hombro, por lo tanto para no tener más variaciones de sección se mantuvo el valor de 30 mm.

Fue necesaria otra flecha para la polea de diámetro mayor del sistema de transmisión, en el anexo 1 se encuentra el dibujo de diseño con sus dimensiones.

#### 4.2.5. Deflexión de la flecha

Una vez que se determinaron los diámetros de la sección transversal de la flecha fue posible analizar sus deflexiones. La importancia de realizar este tipo de análisis radica en que los desalineamientos en rodamientos, sellos, engranes o algún otro componente montado sobre

flechas, puede resultar en un mal funcionamiento debido a la no uniformidad de la presión, que puede resultar en desgaste excesivo, vibraciones, ruido, entre otros. Los puntos críticos en la flecha son el A y E, figura. 4.7. Las deflexiones permisibles en los rodamientos dependerán del tipo de rodamiento y de las recomendaciones del fabricante, en general como guía se usan los valores de la tabla 4.1.

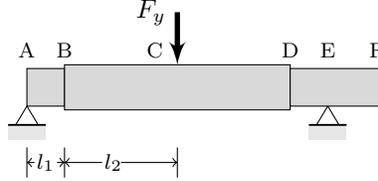


Figura 4.7: Esquema general de la flecha.

Tabla 4.1: Rango máximo de pendientes en rodamientos.

Tipo de rodamiento	Pendiente
rodillo cónico	0.0005-0.0012 rad
rodillo cilíndrico	0.0008-0.0012 rad
bola esférica	0.026-0.052 rad
bola autoalineante	0.026-0.052 rad

Por lo tanto para encontrar la pendiente y la deflexión se parte de la ecuación de la elástica:

$$EI \frac{d^2 y}{dx^2} = M \quad (4.7)$$

integrando la ecuación de la elástica se obtiene la ecuación de la pendiente:

$$\theta = \frac{dy}{dx} = \int \frac{M}{EI} dx \quad (4.8)$$

e integrando una vez más se obtiene la ecuación de los desplazamiento:

$$y = \iint \frac{M}{EI} dx dx \quad (4.9)$$

donde  $M$  es el momento aplicado a la flecha,  $I$  es el momento de inercia y  $E$  es el módulo de elasticidad del material.

Como la carga en la flecha está ubicada a igual distancia de los apoyo, se asume que la deflexión de la flecha entre los puntos AC y CD será simétrica, entonces, es posible analizar solamente la flecha del punto A al C. La ecuación de momentos entre los puntos A y C es:

$$M = R_A x \quad (0 \leq x \leq l_2) \quad (4.10)$$

Y las ecuaciones para cada uno de los segmentos es:

$$EI_1 \frac{d^2 y}{dx^2} = R_A x \quad (0 \leq x \leq l_1) \quad (4.11)$$

$$EI_2 \frac{d^2 y}{dx^2} = R_A x \quad (l_1 \leq x \leq l_2) \quad (4.12)$$

Integrando cada una de las ecuaciones anteriores se tiene que:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{R_A x^2}{2EI_1} + C_1$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{R_A x^2}{2EI_2} + C_2$$

Como la pendiente en el punto C es cero ( $\theta = 0$ ) se obtiene que:

$$C_2 = -\frac{R_A(l_1 + l_2)^2}{2EI_2}$$

La ecuación de la pendiente para el segmento BC es:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{R_A}{2EI_2} [x^2 - (l_1 + l_2)^2] \quad (l_1 \leq x \leq l_2) \quad (4.13)$$

De la ecuación anterior se evalúa la pendiente en el punto B ( $x = l_1$ ) obteniendo:

$$\left. \frac{dy}{dx} \right|_{x=l_1} = -\frac{R_A}{2EI_2} (2l_1 l_2 + l_2^2)$$

Igualando las pendientes en el punto B para encontrar  $C_1$  se tiene que:

$$C_1 = -\frac{R_A(2l_1 l_2 + l_2^2)}{2EI_2} - \frac{R_A l_1^2}{2EI_1}$$

La ecuación de la pendiente de la flecha para el segmento AB es:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{R_A x^2}{2EI_1} - \frac{R_A(2l_1 l_2 + l_2^2)}{2EI_2} - \frac{R_A l_1^2}{2EI_1} \quad (0 \leq x \leq l_1) \quad (4.14)$$

Integrando las ecuaciones de la pendiente 4.13 y 4.14 se tiene que:

$$y = \frac{R_A x^3}{6EI_1} - \frac{R_A(2l_1 l_2 + l_2^2)x}{2EI_2} - \frac{R_A l_1^2 x}{2EI_1} + C_3$$

$$y = \frac{R_A}{2EI_2} \left[ \frac{x^3}{3} - (l_1 + l_2)^2 x \right] + C_4$$

Como la deflexión en el punto A es cero,  $y(0) = 0 \therefore C_3 = 0$ . La ecuación de la deflexión para el segmento AB es:

$$y = \frac{R_A x^3}{6EI_1} - \frac{R_A(2l_1 l_2 + l_2^2)x}{2EI_2} - \frac{R_A l_1^2 x}{2EI_1} \quad (0 \leq x \leq l_1) \quad (4.15)$$

Con la ecuación anterior se calcula la deflexión en el punto B ( $x = l_1$ ):

$$\left. y \right|_{x=l_1} = \frac{R_A l_1^3}{6EI_1} - \frac{R_A l_1(2l_1 l_2 + l_2^2)}{2EI_2} - \frac{R_A l_1^3}{2EI_1}$$

Igualando las deflexiones en el punto B para determinar  $C_4$ :

$$\frac{R_A l_1^3}{6EI_1} - \frac{R_A l_1(2l_1 l_2 + l_2^2)}{2EI_2} - \frac{R_A l_1^3}{2EI_1} = \frac{R_A}{2EI_2} \left[ \frac{l_1^3}{3} - (l_1 + l_2)^2 l_1 \right] + C_4$$

resulta que el valor de  $C_4$  es:

$$C_4 = \frac{2R_A l_1^3}{6E} \left( \frac{1}{I_2} - \frac{1}{I_1} \right)$$

La ecuación de la deflexión para el segmento BC queda de la siguiente manera:

$$y = \frac{R_A}{2EI_2} \left[ \frac{x^3}{3} - (l_1 + l_2)^2 x \right] + \frac{2R_A l_1^3}{6E} \left( \frac{1}{I_2} - \frac{1}{I_1} \right) \quad (l_1 \leq x \leq l_2) \quad (4.16)$$

En la gráfica de la figura 4.8, se muestra la deflexión de la flecha. La pendiente en los puntos de interés es:

$$\theta_A = 0.00014756 \text{ rad}$$

Como la pendiente en los punto de interés es muy baja puede usarse sin problemas rodamientos de bolas e incluso podría usarse rodamientos de rodillos si fuese necesario.

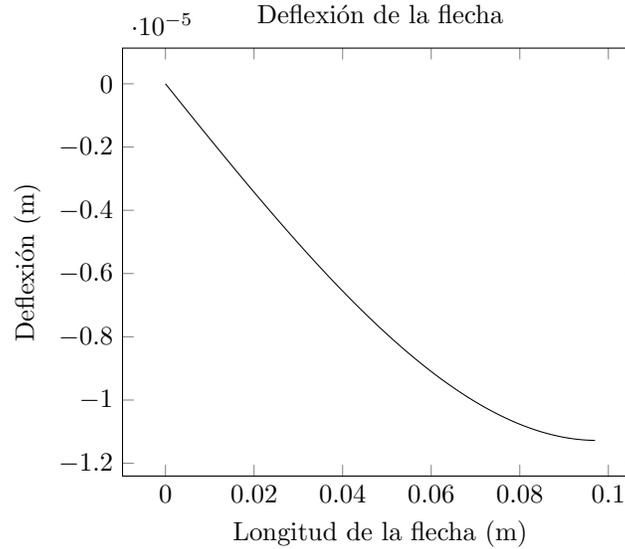


Figura 4.8: Deflexión de la flecha del punto A al C.

### 4.3. Cálculo de la cuña

La función de la cuña es transmitir el torque del tambor a la flecha. Los materiales utilizados frecuentemente para su fabricación son aceros de bajo carbón rolando en frío. El material elegido para la cuña fue el mismo que para la flecha, acero AISI 1020. Se eligió una cuña cuadrada estándar donde su sección transversal está normalizada y depende del diámetro de la flecha, esto según estándares ANSI/ISO. Para el diámetro de flecha calculado de  $d = 34 \text{ mm}$  corresponde una cuña con sección transversal de  $w = 10 \text{ mm}$  y  $h = 8 \text{ mm}$ . La longitud de la cuña depende del máximo torque a transmitir, teniendo en cuenta que la cuña estará sometida a esfuerzos variables se aplicó el criterio de falla por fatiga de Goodman.

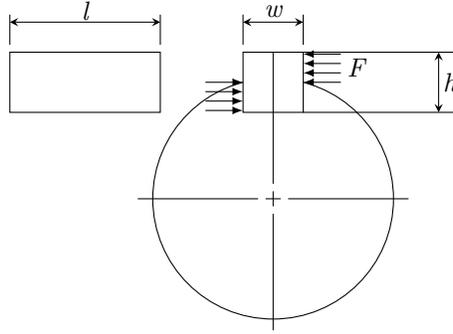


Figura 4.9: Geometría y fuerzas sobre la cuña.

El torque máximo a transmitir es  $T = 90 \text{ Nm}$ , por lo tanto, la fuerza aplicada a las cuñas es:

$$F = \frac{2T}{d} = \frac{90000 \text{ Nmm}}{17 \text{ mm}} = 5294.12 \text{ N}$$

de la ecuación anterior  $d$  es el diámetro de la flecha. La fuerza aplicada a la cuña, figura 4.9, produce dos estados de esfuerzo, uno cortante:

$$\tau = \frac{F}{wl} \quad (4.17)$$

y uno de aplastamiento:

$$\sigma = \frac{2F}{hl} \quad (4.18)$$

a su vez cada estado de esfuerzo tendrá una componente de fuerza media:

$$F_m = \frac{F_{\text{máx}} + F_{\text{mín}}}{2} \quad (4.19)$$

y una de fuerza alternante:

$$F_a = \left| \frac{F_{\text{máx}} - F_{\text{mín}}}{2} \right| \quad (4.20)$$

Como  $F_{\text{mín}} = 0$ , los componentes medios y alternos de la fuerza son equivalentes:

$$F_m = F_a = 2647.05 \text{ N}$$

el esfuerzo cortante está dado por:

$$\tau_a = \tau_m = \frac{2647.05}{(10)l} = \frac{264.7}{l} \text{ N/mm}^2$$

el esfuerzo de aplastamiento es:

$$\sigma_a = \sigma_m = \frac{2(2647.05)}{(8)l} = \frac{661.76}{l} \text{ N/mm}^2$$

en las expresiones anteriores  $l$  es la longitud de la cuña.

Los esfuerzos principales en la cuña se calculan mediante:

$$\sigma_{1,2} = \frac{\sigma}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma}{2}\right)^2 + \tau^2} \quad (4.21)$$

para la cuña son:

$$\sigma_{1a} = \sigma_{1m} = \frac{754.6}{l} \text{ N/mm}^2 \quad \text{y} \quad \sigma_{2a} = \sigma_{2m} = \frac{-92.8}{l} \text{ N/mm}^2$$

Y los esfuerzos de Von Mises mediante:

$$\sigma' = (\sigma_1^2 + \sigma_1\sigma_2 + \sigma_2^2)^{1/2} \quad (4.22)$$

resultan:

$$\sigma'_a = \sigma'_m = \frac{712.7}{l} \text{ N/mm}^2$$

De la misma manera que para la flecha, se calculó el límite de resistencia a fatiga de la cuña, recordando la ecuación:

$$S_f = (k_{gr}k_{we}k_fk_{sr}k_{sz}k_{rs}k_{fr}k_{cr}k_{sp}k_r)S'_f$$

$k_{gr} = 1.0$ , de tabla 2.3.

$k_{we} = 1.0$ , no se anticipa soldadura.

$k_f = 1.0$

$k_{sr} = 0.8945$

$k_{sz} = 1.0035$

$k_{rs} = 1.0$

$k_{fr} = 1.0$ , sin desgaste anticipado

$k_{cr} = 1.0$ , sin corrosión anticipada

$k_{sp} = 1.0$ , tabla 2.3

$k_r = 0.897$

El factor de tamaño no está definido para secciones rectangulares, pero es posible obtener un *diámetro efectivo* ( $d_e$ ), el cual está dado por:

$$d_e = 0.808(bh)^{1/2} \quad (4.23)$$

de donde  $h$  y  $b$  son la sección transversal de la cuña.

$$d_e = 0.808((10)(8))^{1/2} = 7.227 \text{ mm}$$

El factor de tamaño para la cuña es:

$$k_{sz} = 1.24d_e^{-0.107} = 1.24(7.227)^{-0.107} = 1.0035$$

El factor de superficie para un acabado maquinado es:

$$k_{sr} = aS_{ut}^b = 4.51(448)^{-0.265} = 0.8945$$

El factor de confiabilidad que se utilizó es  $k_c = 0.897$  para un 90 % de confiabilidad. El límite de resistencia a la fatiga es:

$$S'_f = 0.5(448 \text{ MPa}) = 224 \text{ MPa}$$

$$S_f = (1.0035)(0.8945)(0.897)(224)$$

$$S_f = 180.36 \text{ MPa}$$

Aplicando el criterio de falla de Goodman se tiene que:

$$\frac{n\sigma'_a}{S_f} + \frac{n\sigma'_m}{S_{ut}} = 1 \quad (4.24)$$

$$\frac{2(1425.5)}{(180.36)l} + \frac{2(1425.5)}{(448)l} = 1$$

La longitud de la cuña es:

$$l = 12.21 \text{ mm}$$

Las dimensiones de la cuña son: 10 x 8 x 12.5 mm.

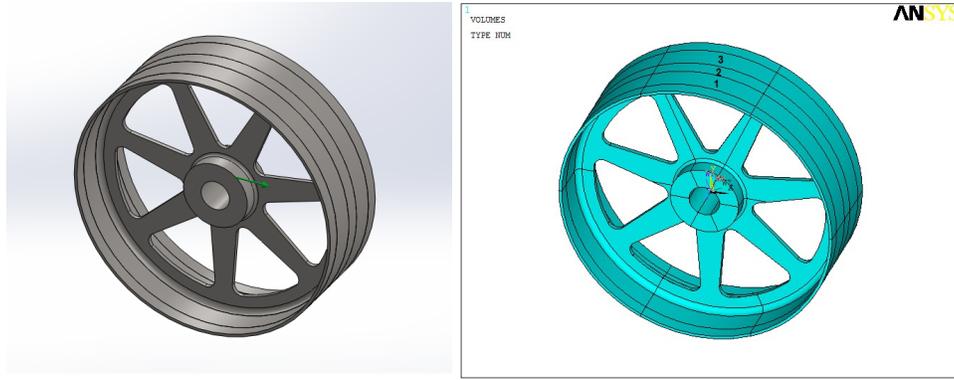
## 4.4. Análisis del tambor por el método del elemento finito

Para validar el diseño del tambor se analizó mediante el método del elemento finito en ANSYS. El principal objetivo es encontrar los puntos donde se localizan los esfuerzos máximos y determinar el espesor adecuado para reducir su masa. El tambor también estará sometido a fatiga, por lo que se calculó su resistencia a la fatiga. La geometría del tambor se modeló en SolidWorks y se importó en formato IGS a ANSYS. Las propiedades del material que se utilizaron para las simulaciones son de un acero AISI 1020, con módulo de elasticidad de 210 GPa y coeficiente de Poisson de 0.3.

### 4.4.1. Mallado del tambor

El tambor se malló con elementos solid185, tiene ocho nodos y tres grados de libertad por nodo, con traslaciones en las direcciones  $x$ ,  $y$  y  $z$ . En la parte externa del tambor, donde rodará el motor en rueda, tiene una malla mapeada con elementos prismáticos tipo ladrillo. Este tipo de malla reduce el consumo de recursos de la computadora. El resto del tambor se malló de forma libre con elementos piramidales que permiten ajustarse de mejor manera a las irregularidades del modelo.

Llegar a realizar tal mallado en ANSYS Mechanical APDL no fue sencillo. El modelo hecho en SolidWorks del tambor se creó con extrusiones no fusionadas, en la figura 4.10(a) pueden verse líneas en la circunferencia del tambor debido a que está conformada de múltiples volúmenes. Una vez que el modelo fue importado a ANSYS, los volúmenes que forman el modelo se unen con la función VGLUE, con esta operación las áreas en contacto de los volúmenes comparten las mismas fronteras, como si se tratase de un solo volumen, pero con la posibilidad de aplicar distintas mallas a cada volumen. Posteriormente, se dividió el modelo completo mediante planos de trabajo, como se mencionó antes, se aplicó una malla mapeada en la periferia del tambor que solo se puede lograr en volúmenes de 6 lados. Como la periferia del tambor originalmente estaba formada por aros de 4 lados no era posible mallarlo. Además, la división del modelo permitió aislar las áreas donde se aplicaron las condiciones de frontera lo más cercano a la realidad. El modelo dividido en ANSYS se muestra en la figura 4.10(b). El tamaño de los elementos en la malla mapeada es de 0.125, en las zonas donde se localizan los esfuerzos máximos se refinó la malla con un nivel 2, definido de esta manera en ANSYS Mechanical APDL. En la figura 4.11 se puede ver el aspecto del mallado.



(a) Molelo del tambor en SolidWorks. (b) Modelo del tambor dividido en ANSYS.

Figura 4.10: Modelo del tambor.

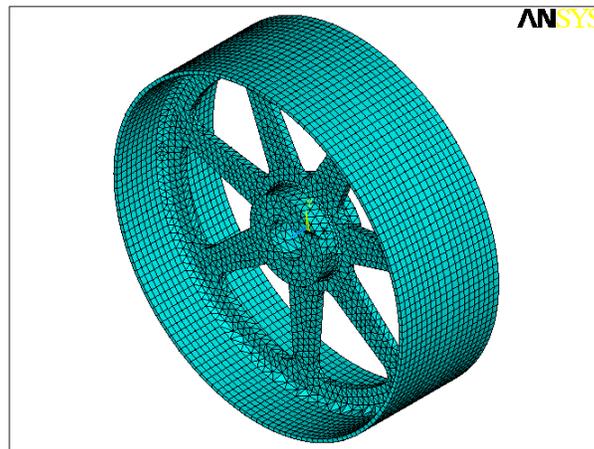


Figura 4.11: Mallado del tambor.

#### 4.4.2. Condiciones de frontera

Las condiciones de frontera se aplicaron como se muestra en la figura 4.12. El área rectangular es similar a la huella de la llanta, sus dimensiones son 70 mm x 130 mm, está formada por las áreas 1, 2 y 3 mostrada en la figura 4.10(b). La fuerza tangencial en la periferia del tambor que está dentro del área rectangular es la fuerza de tracción del motor en rueda, se aplicó a todos los nodos contenidos dentro de esta área. Antes de ser aplicada la fuerza se cambió el marco de referencia de cada nodo del cartesiano al cilíndrico, para que la fuerza actuase de forma tangencial. La fuerza aplicada fue de 600 N y se dividió entre el número de nodos. La presión que ejerce la llanta se aplicó perpendicular a la superficie, su magnitud de 107.8 kPa, y se debe a 981 N de fuerza aplicada. Las áreas internas del cubo, por donde pasa la flecha, se restringen sus desplazamientos en sus tres grados de libertad.

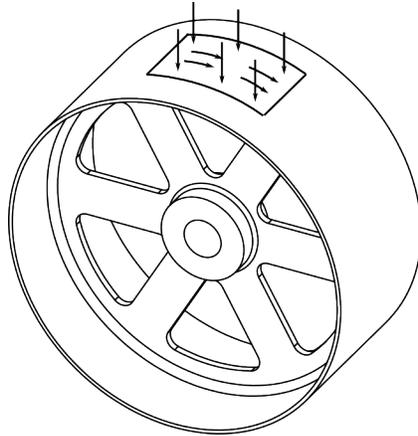


Figura 4.12: Condiciones de frontera aplicadas al tambor.

#### 4.4.3. Localización de esfuerzos máximos

Los mayores esfuerzos se presentan en la parte interior del tambor, en las agujeros con forma de triángulo. Los esfuerzos máximos son de compresión y se localizan en la zona de color rojo, figura 4.14(a). A medida que el tambor gira, el esfuerzo en esta zona varía. Para determinar el punto en donde se encuentra el esfuerzo máximo y mínimo, se giró el área de aplicación de las fuerzas cada  $5^\circ$  en sentido contrario de las manecillas de reloj, desde la línea punteada hasta recorrer  $60^\circ$ . Cuando las fuerzas son aplicadas en la posición de la línea sólida mostrada en la figura 4.13 y la fuerza de tracción está en dirección contraria a la manecilla del reloj, se presentan los esfuerzos máximos y los mínimos cuando la fuerzas actúan sobre la línea punteada en la misma figura.

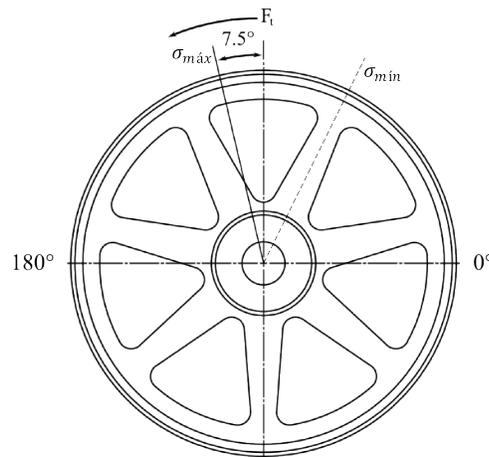
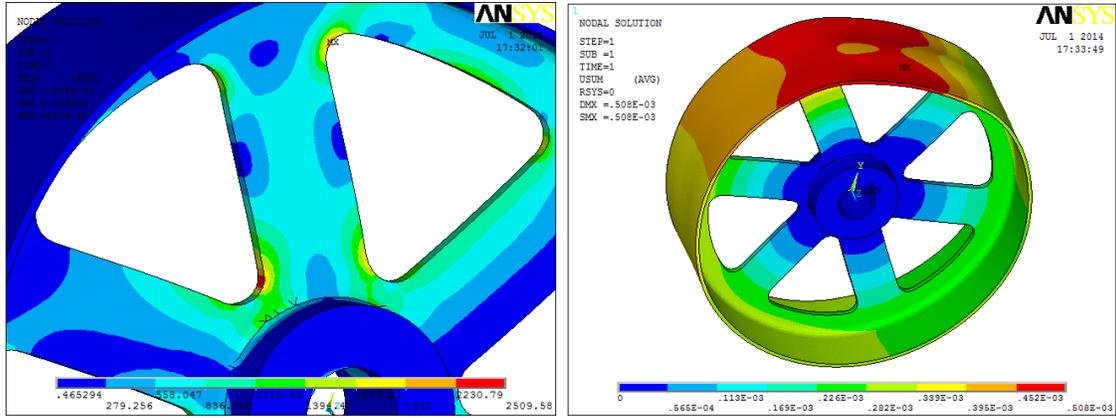


Figura 4.13: Localización de los esfuerzos máximos.

#### 4.4.4. Resultados

Se llevó a cabo una serie de simulaciones variando el número de agujeros y el espesor de la placa en el interior del tambor, con la finalidad de encontrar la configuración con la menor



(a) Esfuerzos de von Mises (b) Desplazamientos totales

Figura 4.14: Resultados de la simulación del tambor en ANSYS.

masa sin reducir su resistencia a un límite crítico. Los espesores de placa probados fueron 4.7526 mm (0.375 in) y 6.35 mm (0.250 in) y con 6 y 7 agujeros. La estimación de la masa del tambor se hizo en SolidWorks. Como las deformaciones fueron menores a 1 mm utilizando un espesor de 3.175 mm (0.125 in) en la periferia del tambor se mantuvo igual en todas las simulaciones. En la tabla 4.2 se muestran los resultados de las simulaciones.

Tabla 4.2: Resultados de las pruebas de variación de espesor y número de triángulos.

<i>6 triángulos</i>					
Espesor de la placa (mm)	Esfuerzo máximo (MPa)	Esfuerzo mínimo (MPa)	Desplazamiento máximo (mm)	Masa (kg)	Factor de seguridad
4.7625	20.75	7.5	0.012446	5.25	12.4
6.35	15.86	5.7	0.403e-3	5.75	16.2
<i>7 triángulos</i>					
Espesor de la placa (mm)	Esfuerzo máximo (MPa)	Esfuerzo mínimo (MPa)	Desplazamiento máximo (mm)	Masa (kg)	Factor de seguridad
4.7625	26.8	9.7	0.017018	5	9.6
6.35	20.5	7.4	0.53e-3	5.5	12.54

Con el criterio de falla de Goodman se calculó el factor de seguridad:

$$\frac{1}{n} = \frac{\sigma'_a}{S_f} + \frac{\sigma'_m}{S_{ut}}$$

Al igual que para la flecha y la cuña, se calculó el límite de resistencia a la fatiga del tambor  $S_f = 134.8$  MPa, el esfuerzo último del acero AISI 1020 es de  $S_{ut} = 448$  MPa, recordando que:

$$\sigma_m = \frac{\sigma_{m\acute{a}x} + \sigma_{m\acute{i}n}}{2} \quad \sigma_a = \left| \frac{\sigma_{m\acute{a}x} - \sigma_{m\acute{i}n}}{2} \right|$$

El factor de seguridad para todos los casos resultó elevado, lo recomendado para cargas variables es de 3 a 4 según [16], cualquiera de los espesores soportará fácilmente las cargas, pero como el objetivo primordial de los analisis es encontrar el tambor de menor masa, se seleccionó la combinación que tiene el espesor de placa de 4.7625 mm y 7 agujeros o triángulos. De esta

manera se cumple el requisito 3 de las características esenciales en el diseño del dinamómetro descritas en la tabla 1.

## 4.5. Análisis de los soportes por el método del elemento finito

Aún cuando el diseño de la estructura, en general, parece ser rígida por el uso del perfil tubular rectangular, fue necesario verificar que los esfuerzos y deformaciones estén dentro de un rango aceptable para que el dinamómetro tenga un funcionamiento adecuado y evitar fallas en algún componente. Es importante localizar los puntos donde se localizan los esfuerzos máximos, desde antes del análisis se puede suponer que estarán en agujeros ya que son concentradores de esfuerzo. Si los esfuerzos o deformaciones llegasen a ser críticos, habría que ajustar las dimensiones. El material del PTR para los soportes será acero ASTM A36, sus propiedades mecánicas: módulo elástico de 200 GPa, su resistencia última a la tensión es de 400 a 550 MPa y la relación de Poisson de 0.32.

### 4.5.1. Condiciones de frontera

Ambos soportes se analizaron por separado, aplicando las fuerzas de reacción en los puntos de conexión de los soportes. Las condiciones de frontera aplicadas a cada modelo se muestran en la figura 4.15.

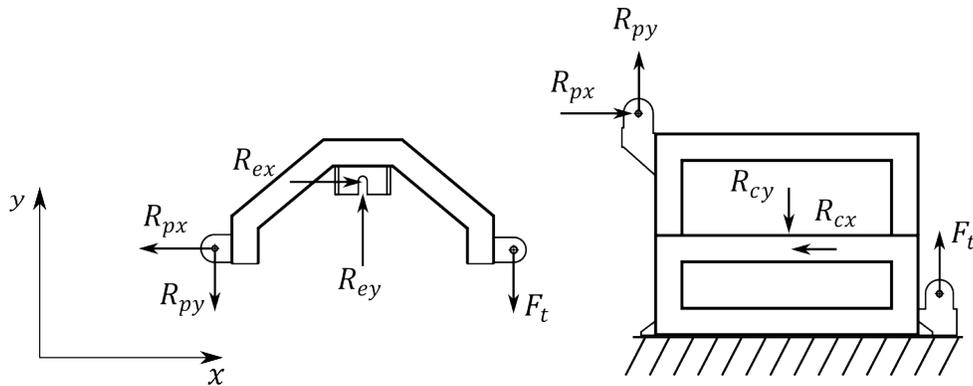


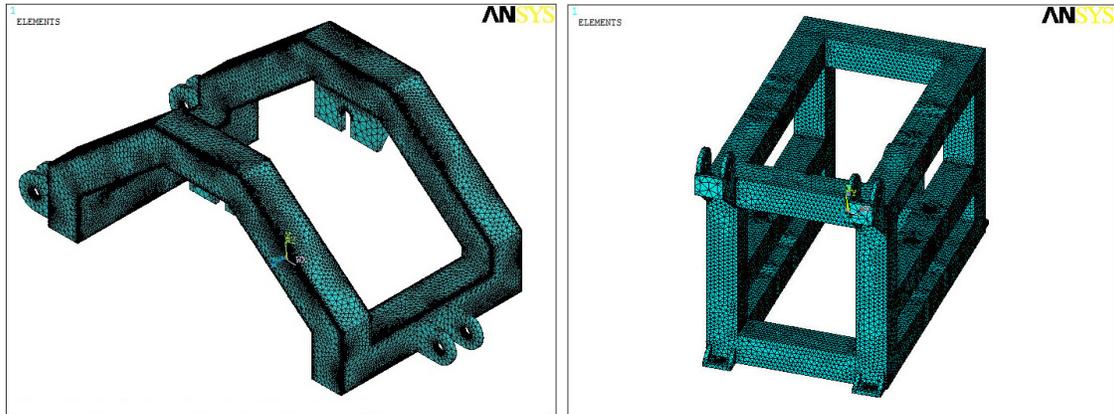
Figura 4.15: Condiciones de frontera en los soportes.

Para simular la fuerza que mantiene en contacto el motor en rueda al tambor se aplica la fuerza  $F_t$ , en la parte media de soporte del motor se crea una reacción  $R_{ey}$ , para equilibrar estas fuerzas, existe también una reacción en los pernos  $R_{py}$ . Cuando el motor es accionado, produce una fuerza de tracción  $R_{ex}$  que intenta mover el soporte del motor en la dirección  $x$  positiva, la reacción en los pernos  $R_{px}$  se opone a la fuerza de tracción. Las fuerzas antes mencionadas tienen su efecto en el soporte del tambor. Las fuerzas  $R_p$  son transferidas a través de los pernos teniendo sus equivalentes en el otro soporte. La fuerza que ejerce el motor en rueda es transferida a la flecha y después a las chumaceras creando una reacción  $R_{cy}$  en el soporte del tambor.

### 4.5.2. Mallado de los soportes

El mallado de los soportes se hizo con elementos Solid185 con 8 nodos y desplazamientos en las direcciones  $x$ ,  $y$  y  $z$ . Los dos modelos se mallaron de forma libre, figura 4.16, con

elementos tipo piramidal usando la herramienta *Smart Size* y un tamaño de malla 6, definido así en ANSYS Mechanical APDL. En los orificios donde se conectan los pernos y el eje del motor es donde se presentan concentración de esfuerzos, en estas zonas se refinó la malla a un nivel 2 para capturar mejor la solución.



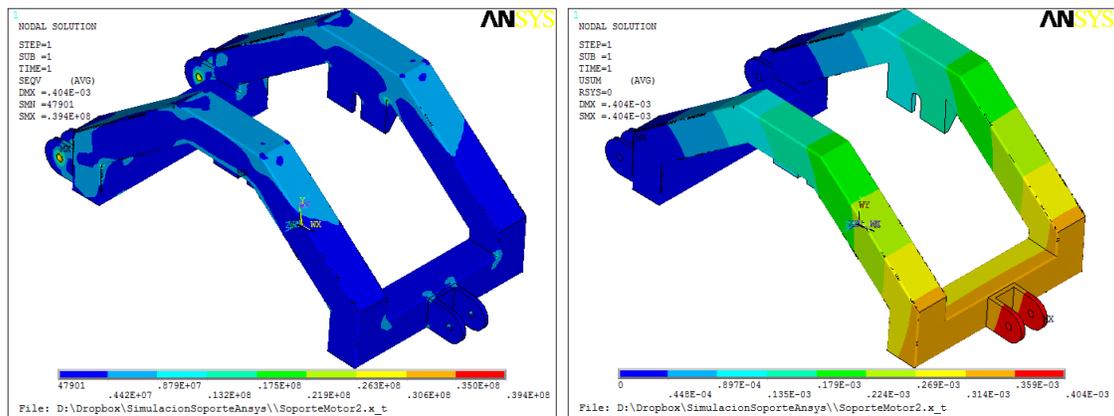
(a) Mallado del soporte del motor

(b) Mallado del soporte del tambor

Figura 4.16: Mallado de los soportes.

### 4.5.3. Resultados

Primero se analizarán los resultados de los esfuerzos en el soporte del tambor, figura 4.17(a) y se obtuvieron los esfuerzos de Von Mises. Es importante que los esfuerzos en el soporte estén por debajo del límite elástico de material, ya que si los esfuerzos rebasan el límite elástico indicaría una falla. Los esfuerzos máximos se presentan donde se conectan los pernos y son de 50.4 MPa, en las demás zonas los esfuerzos se mantienen bajos, por lo que no representan ningún problema para la estructura. Los desplazamientos totales máximos son de 0.38 mm, se presentan en las zonas en color rojo de la figura 4.17(b). Los desplazamientos de ninguna forma afectan el funcionamiento del soporte.



(a) Esfuerzos de Von mises

(b) Desplazamientos totales

Figura 4.17: Esfuerzos y deformaciones en el soporte del motor.

Como la estructura del soporte de tambor es más robusta, los esfuerzos máximos que se presentan son menores que en soporte del motor en rueda, figura 4.18(a), los esfuerzos máximos son menores a 10 MPa, de la misma manera los esfuerzos máximos están presentes en los orificios debido a que son concentradores de esfuerzos. Los desplazamientos totales máximos son muy bajos 0.0084 mm, están en el lugar donde se atornillan las chumaceras figura 4.18(b). En general los esfuerzos y las deformaciones en los soportes se encuentran en valores aceptables, lo que significa que el diseño de la estructura es seguro y confiable. Por lo anterior se cubre el requisito 4 de las características esenciales en el diseño del dinamómetro descritas en la tabla 1.

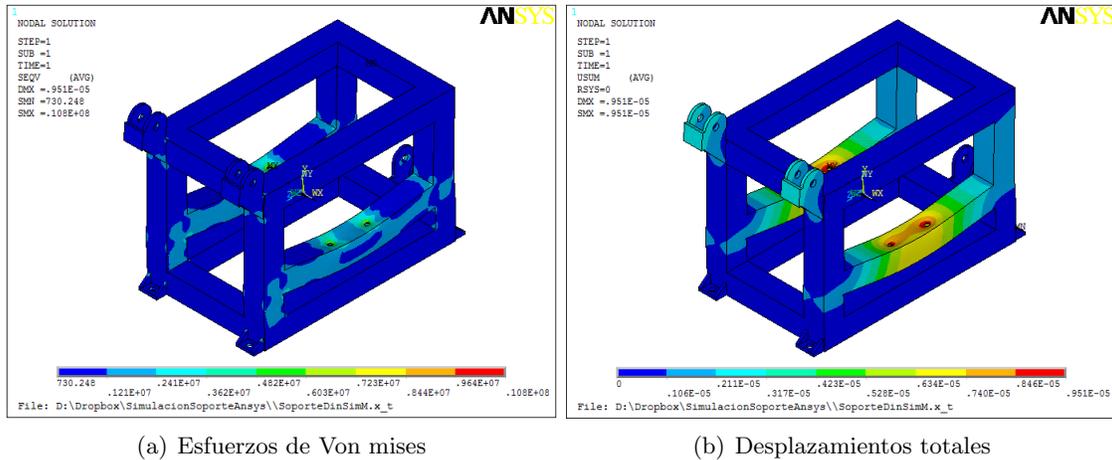


Figura 4.18: Esfuerzos y deformaciones en el soporte del tambor.

## 4.6. Análisis del soporte del motor-generator por el método del elemento finito

El análisis del soporte tiene como propósito generar la geometría adecuada para mantener los desplazamientos lo más bajo posibles. La forma en que se atornilla la unidad motor-generator crea un momento en el soporte, similar al creado por una viga en voladizo en la zona de empotramiento, el momento se debe al peso del motor, figura 4.19(a). Además la tensión de la banda aplica una fuerza a través del eje del motor-generator que se transfiere directamente al soporte, figura 4.19(b).

### 4.6.1. Condiciones de frontera

Comsol provee una herramienta para simular fácilmente tales estados de esfuerzo, llamada *Conector rígido*, que básicamente simula un cuerpo rígido al que se le aplica la fuerza y no directamente sobre las caras del soporte. La aplicación de las condiciones de frontera se hizo de la siguiente manera, primero para el caso de la carga por la tensión en la banda dentada, se seleccionó la herramienta *conector rígido* y se aplica en las caras internas del soporte, por donde pasa el eje del motor generado, se da la ubicación del centro de rotación, aproximadamente 40 mm del soporte, figura 4.20, en este punto se aplicó la carga de 26 N que es la requerida por la banda dentada. Un proceso similar se hizo para aplicar la carga del motor generator, se seleccionó nuevamente la herramienta *conector rígido*. Esta vez se seleccionaron los cuatro

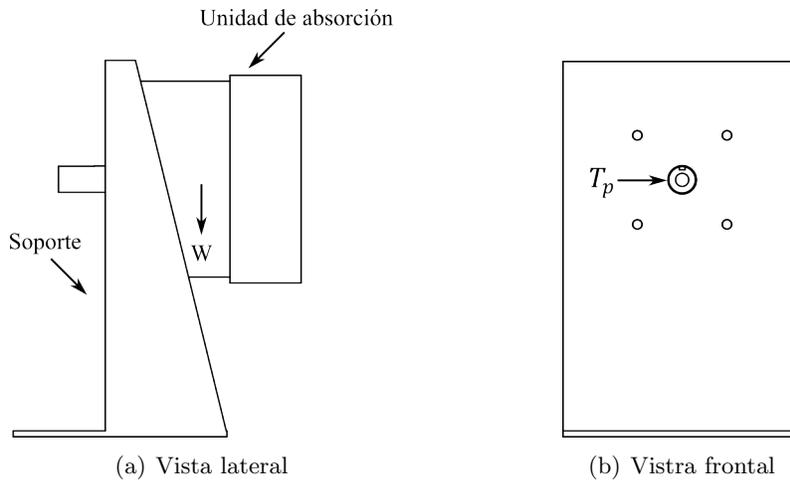


Figura 4.19: Condiciones de frontera en el soporte del motor.

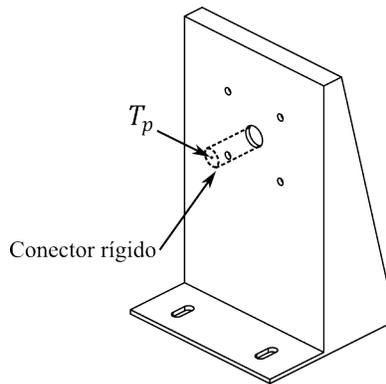


Figura 4.20: Conector rígido.

agujeros donde se atornilla el motor-generador, el centro de rotación se ubicó a 100 mm desde el soporte, aproximadamente donde se encuentra el centro de gravedad del motor-generador, la magnitud de la fuerza fue de 221 N. Los ranuras en la parte inferior se restringen sus movimientos en todas direcciones y el área de la base se restringe sus desplazamientos en  $y$ .

#### 4.6.2. Mallado del soporte

El soporte del motor-generador se malló de forma libre con elementos piramidales, figura 4.21, con un tamaño de elemento fino que va de un mínimo de 3.17 mm hasta un máximo de 25.4 mm, el orden del elemento es cúbico. Comsol automáticamente detecta las localizaciones donde posiblemente existan concentradores de esfuerzo, como son los agujeros en el modelo y refina la malla en esas zonas. El agujero por donde pasa el eje fue el único lugar en donde no se refinó la malla automáticamente, y en su lugar se tuvo que hacer manualmente, haciéndolo con un tamaño de malla extra fino que para este caso está entre 0.0064 mm y 6.34 mm.

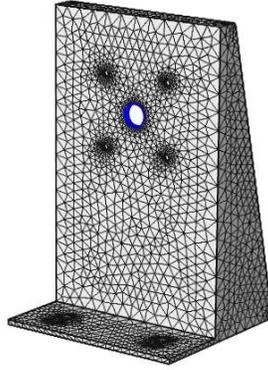


Figura 4.21: Mallado del soporte de la unidad motor-generator.

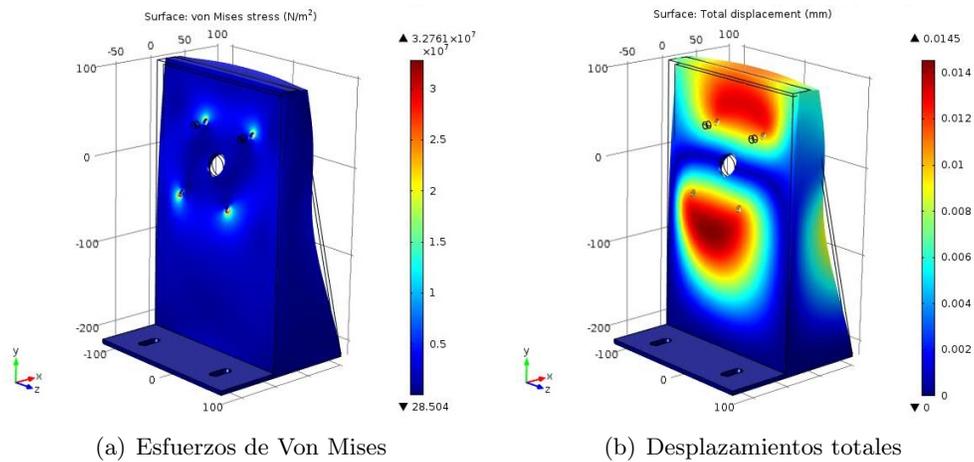


Figura 4.22: Esfuerzos y desplazamientos en el soporte del motor-generator.

### 4.6.3. Resultados

Los esfuerzos máximos se localizan en los agujeros, donde se atornilla el motor-generator, y son debidos al peso del motor, su magnitud es 32.7 MPa, figura 4.22(a). El efecto de la tensión aplicado por la banda en la polea es menos significativo. Los desplazamientos máximos también se deben al peso del motor, siendo mayores en la parte media del soporte, se ilustran en la figure 4.22(b). Los refuerzos en los costados y en la parte superior ayudan a reducir los desplazamientos, siendo los máximos de 0.014 mm. En este caso la geometría de la pieza ayudó a reducir los esfuerzos y los desplazamientos a un nivel permisible. Con lo que se cumple el último de los requisitos esenciales en el diseño del dinamómetro descritos en la tabla 1, junto con la selección del motor-generator descrito en la sección 3.11.

## 4.7. Análisis de la base del dinamómetro por el método del elemento finito

El análisis permitió determinar si existen puntos débiles en la base. La simulación se realizó aplicando una fuerza de prueba de 981 N en las áreas alrededor de los tornillos que unen el

soporte del tambor, figura 4.23. Realmente la fuerza no actuará concentrada en las cuatro áreas antes mencionadas, si no que se distribuirá en toda el área de la base del soporte del tambor. Si los esfuerzos resultantes no son significativos cuando la fuerza está concentrada en las cuatro áreas, será menos significativa si es distribuida en toda la base del soporte del tambor. Para completar las condiciones de frontera se restringieron los desplazamientos en  $y$  en las áreas en la parte inferior de la base.

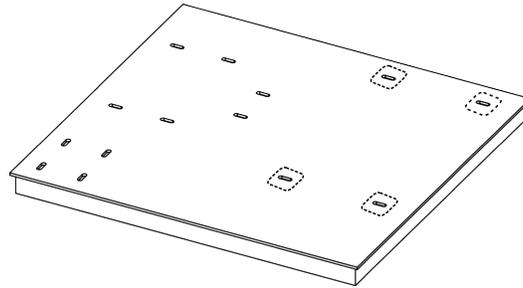


Figura 4.23: Condiciones de frontera en la base.

#### 4.7.1. Mallado de la base

El análisis se llevó a cabo en ANSYS Mechanical APDL. Las propiedades del material de un acero ASTM A36 con módulo elástico de 200 GPa y coeficiente de Poisson de 0.3. Se emplearon elementos SOLID185 de forma piramidal, se malló de forma libre con la herramienta *Smart Size* con un tamaño 6 predefinido en ANSYS, las áreas alrededor de los tornillos mostrados en la figura 4.24 se refinaron con un nivel 2.

#### 4.7.2. Resultados

Los resultados de la simulación se muestran las figuras 4.25. Los mayores desplazamientos se presentan en uno de los apoyos, zona con color rojo figura 4.25(b), se debe a que está más alejado de la estructura de PTR. Los demás apoyos sufrieron menor desplazamiento debido a que se encuentran más cercanos a la estructura de PTR. Aun así, los desplazamientos

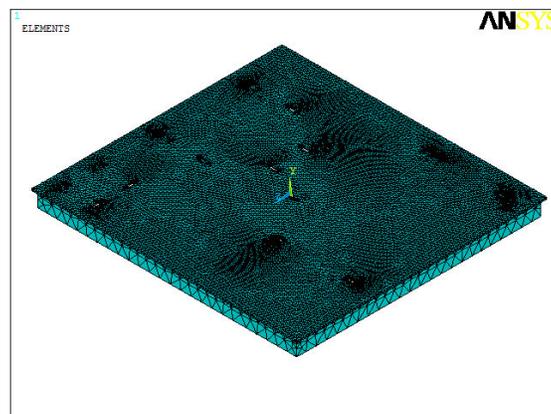


Figura 4.24: Mallado de la base del dinamómetro.

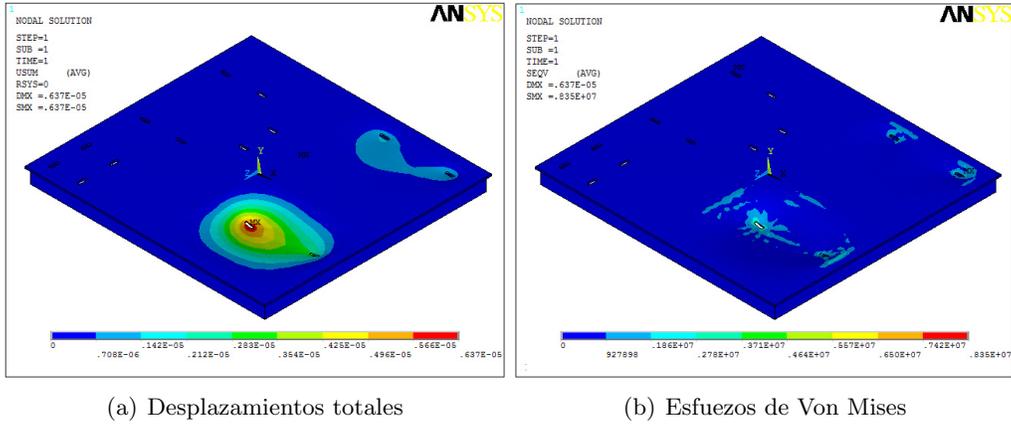


Figura 4.25: Esfuerzos y desplazamientos en la base del dinamómetro.

totales son muy bajos por lo que no existe problema alguno. Los esfuerzos máximos son de aproximadamente 8.3 MPa, se presentan en el mismo punto que tiene los desplazamientos máximos, figura 4.25(a), el valor es muy bajo considerando que el esfuerzo de fluencia para un acero común se encuentra alrededor de 250 MPa; por lo tanto, la base no tendrá problemas.

## 4.8. Dibujos de diseño

El último paso en el diseño del dinamómetro fue la actualización del modelo y la verificación de que todos los componentes ensamblasen correctamente, para finalmente generar los dibujos de cada una de las piezas. Se introdujeron las tolerancias según la norma ISO 2768-m. En la tabla 4.3 se dan las tolerancias lineales utilizadas para los dibujos de diseño. Las tolerancias solo se aplicaron en partes que son requeridas como barrenos, en las flechas y ajustes de las cuñas, ya que un acabado mas fino requerirá de maquinaria o herramientas especializadas, instrumentación para medición y mano de obra calificada, en consecuencia el consto será elevado. Los dibujos de diseño de las piezas se encuentran en el anexo 1. Los ajustes recomendados para las cuñas se encuentran en [24].

Tabla 4.3: Tolerancias generales para dimensiones lineales.

Clase de tolerancia		Desviaciones admisibles respecto al valor nominal							
Designación	Descripción	0.5 hasta 3	más de 3 hasta 6	más de 6 hasta 30	más de 30 hasta 120	más de 120 hasta 400	más de 400 hasta 1000	más de 1000 hasta 2000	más de 2000 hasta 4000
f	fina	± 0.05	± 0.05	± 0.1	± 0.15	± 0.2	± 0.3	± 0.5	-
m	media	± 0.1	± 0.1	± 0.2	± 0.3	± 0.5	± 0.8	± 1.2	± 2
c	rugoso	± 0.2	± 0.3	± 0.5	± 0.8	± 1.2	± 2	± 3	± 4
v	muy rugoso	-	± 0.5	± 1	± 1.15	± 2.5	± 4	± 5	± 8

Para valores nominales inferiores a 0.5 mm, las tolerancias deben indicarse siempre junto a la cota nominal correspondiente.



# Conclusiones

El objetivo de hacer un diseño para un dinamómetro de propósito específico sustentado en la teoría de diseño mecánico y del método del elemento finito se cumplió, con lo que el laboratorio de vehículos eléctricos cuenta con el diseño mecánico para la construcción de un dinamómetro para poder llevar a cabo las pruebas de su interés.

El diseño mecánico del dinamómetro se desarrolló cumpliendo los requerimientos de la tabla 1 de la Introducción y se sustenta y se verifica en el Capítulo 3. Los componentes del dinamómetro se diseñaron con geometrías accesibles para su construcción con materiales estándar como PTR o placa de acero. Las piezas como pernos, tornillos o el tensor son estandarizados, lo que permite poder remplazarlos fácilmente.

A través del método del elemento finito y de la teoría de diseño de elementos de máquinas se demostró que los esfuerzos y las deformaciones de las piezas diseñadas están dentro de los rangos y tolerancias permisibles para la operación del dinamómetro.

El uso de herramientas computacionales permite una descripción de piezas a través de planos comprensibles para su fácil transferencia al usuario.

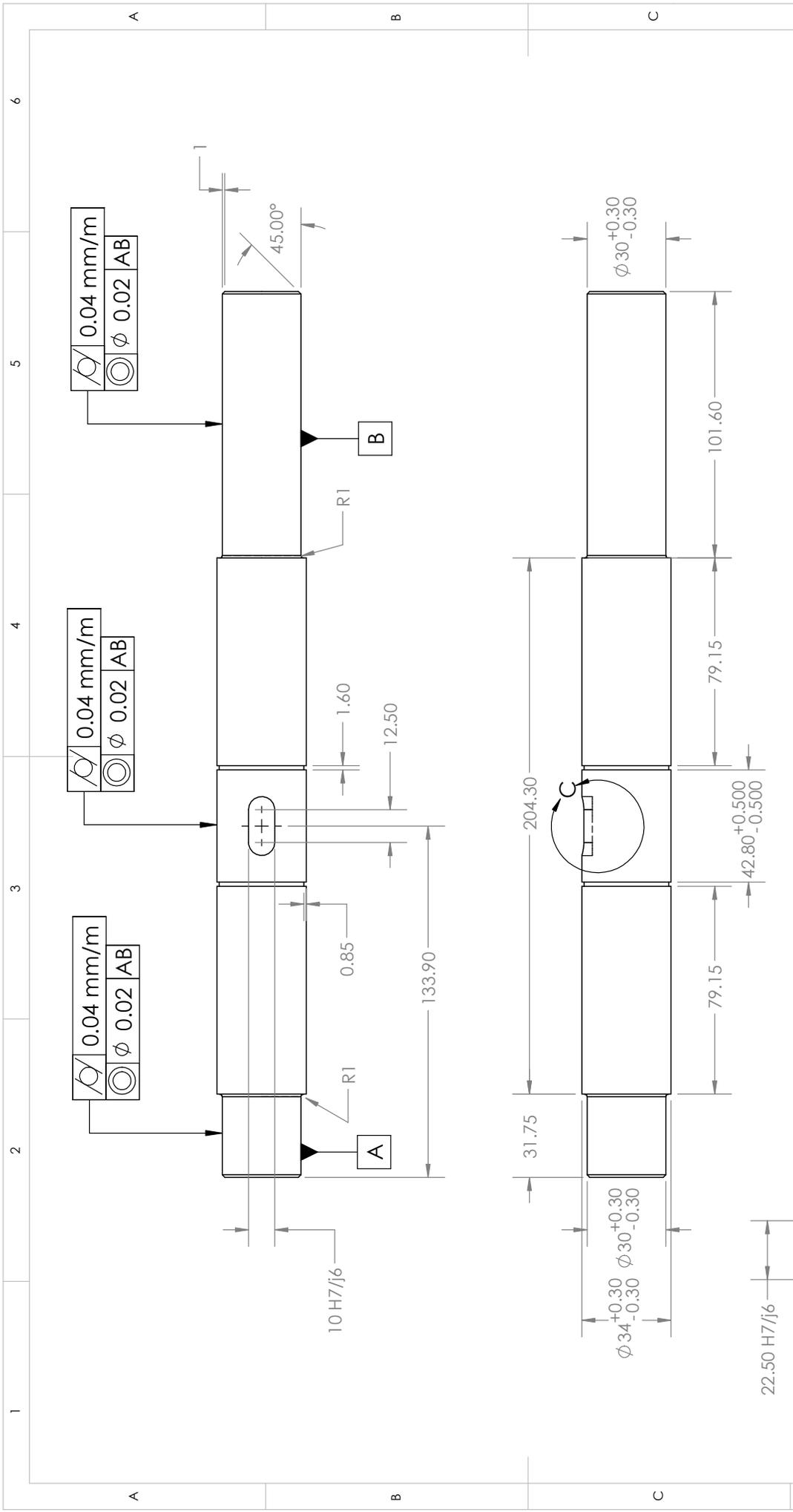
## Recomendaciones

- Se recomienda que la superficie en la periferia del tambor tenga un tratamiento para mejorar la adherencia del neumático y evitar deslizamiento. Por ejemplo, se puede dar un acabado moleteado en caso de ser necesario, este tipo de acabados es usado en dinamómetros comerciales.
- Se debe de dar un especial cuidado a la construcción del tambor y balancear si se tiene la posibilidad ya que un desbalance podría producir vibraciones que acelerarían el desgaste de las chumaceras y posiblemente también del neumático.
- Para que el dinamómetro sea completamente funcional requerirá de la parte electrónica y de control del motor/generador. Además se requiere el software para comunicar una computadora con los sensores para poder llevar a cabo las simulaciones.
- Se debe de realizar una calibración del sensor de par para verificar que la fuerza aplicada al sensor corresponde a la salida o señal suministrada. Existen normas para realizar la calibración del sensor de par como la ISO 376 o la ASTM E 74 utilizada en Estados Unidos.

# Anexos

Anexo 1

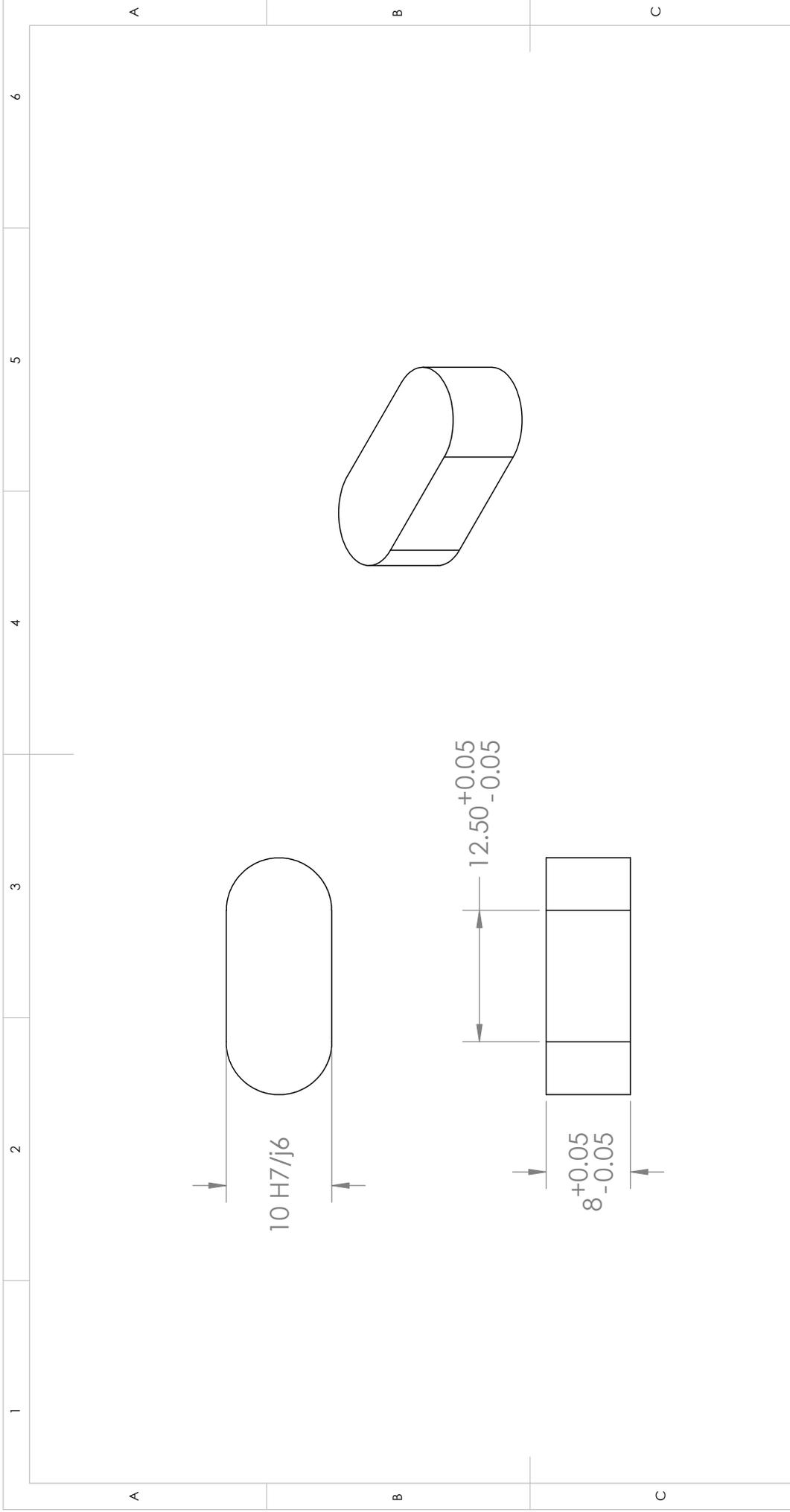
## Dibujos de diseño del dinamómetro



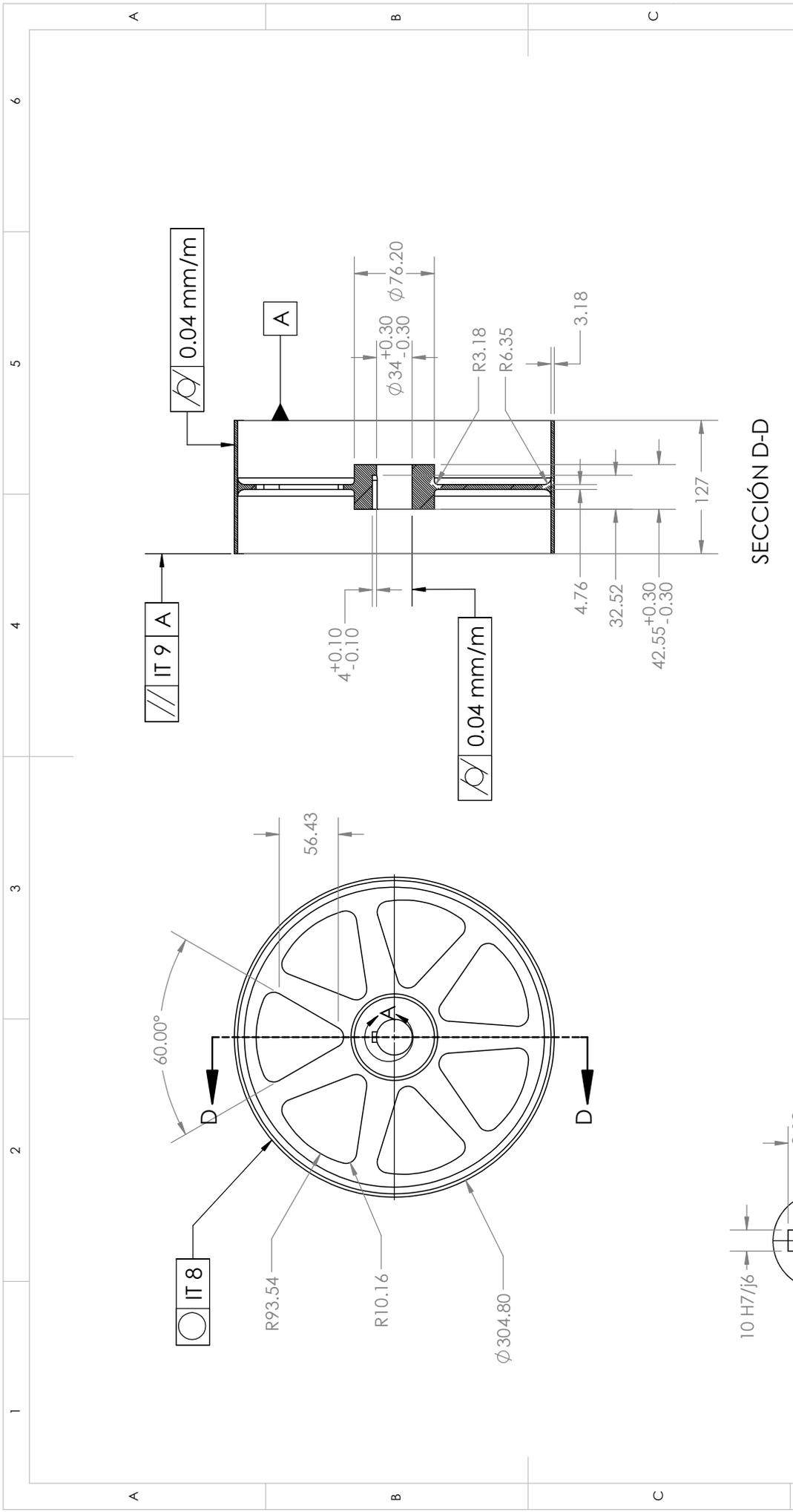
SI NO SE INDICA LO CONTRARIO: LAS COTAS SE EXPRESAN EN MM		NO CAMBIE LA ESCALA	
TÍTULO: <b>Flecha para el tambor</b>			
FECHA	NOMBRE DIBUJ.	N.º DE DIBUJO	
10/02/2015	Antonio Robles Guerrero		
MATERIAL: AISI 1020		A4	
		ESCALA: 1:2	HOJA 1 DE 1

DETALLE C  
ESCALA 1 : 2





SI NO SE INDICA LO CONTRARIO: LAS COTAS SE EXPRESAN EN MM		NO CAMBIE LA ESCALA	
TÍTULO: <b>Cuña para las dos flechas</b>			
FECHA	NOMBRE DIBUJ.	N.º DE DIBUJO	
10/02/2015	Antonio Robles Guerrero	Cuña	
MATERIAL:		ESCALA: 2:1	
AISI 1020		A4	

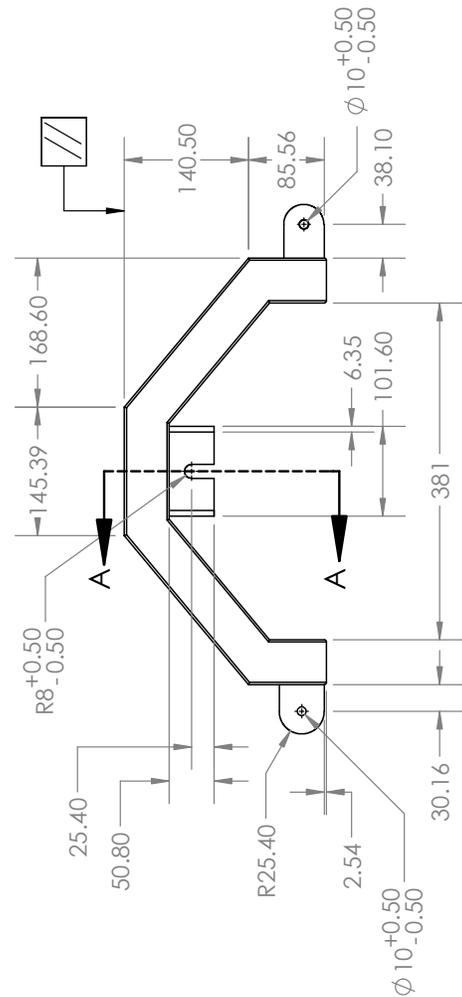
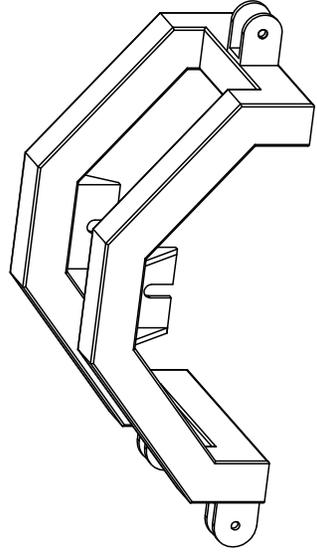
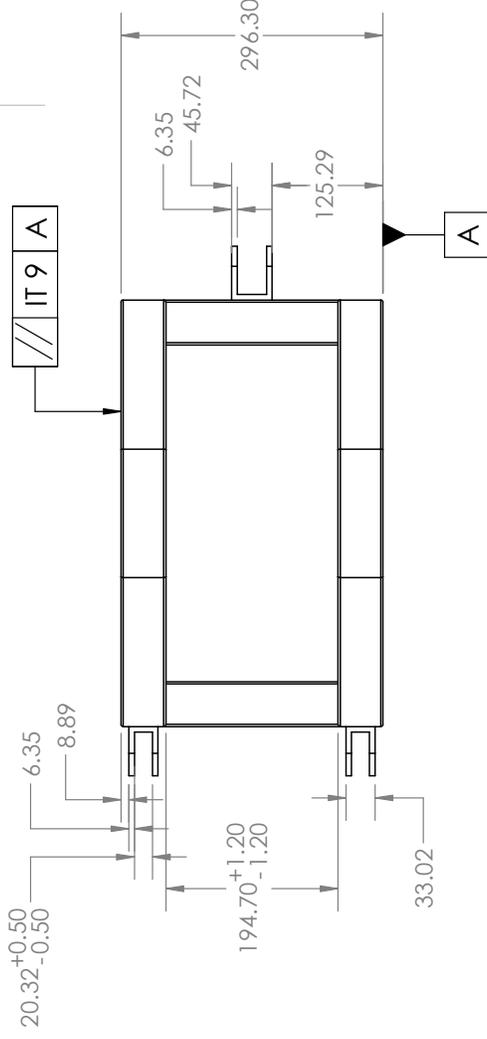


SI NO SE INDICA LO CONTRARIO: LAS COTAS SE EXPRESAN EN MM		NO CAMBIE LA ESCALA	
TÍTULO: <b>Tambor</b>			
FECHA	NOMBRE DIBUJ.	N.º DE DIBUJO	
10/02/2015	Antonio Robles Guerrero	<b>Tambor</b>	
MATERIAL: AISI 1020		A4	

DETALLE A ESCALA 2 : 5		2	
1		2	

1 2 3 4 5 6

A B C

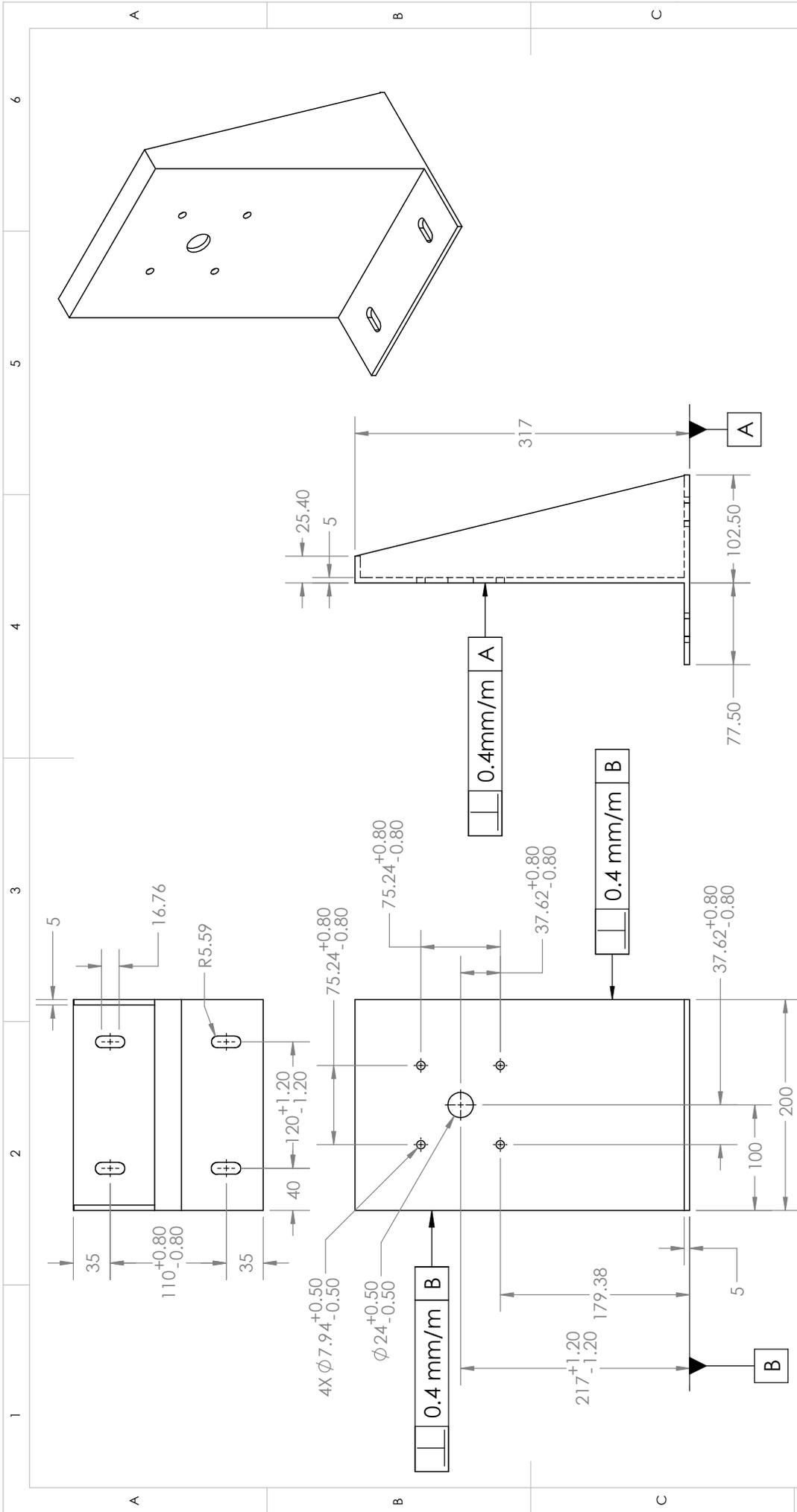


SECCIÓN A-A  
ESCALA 1:8

SI NO SE INDICA LO CONTRARIO: LAS COTAS SE EXPRESAN EN MM  
TÍTULO: NO CAMBIE LA ESCALA

# Soporte para motor en rueda

FECHA	NOMBRE DIBUJ.	N.º DE DIBUJO	A4
10/02/2015	Antonio Robles Guerrero	ESCALA:1:8	
MATERIAL:		HOJA 1 DE 1	
Estructura PTR AISI A36 Placa acero ASTM A36		Soporte motor	



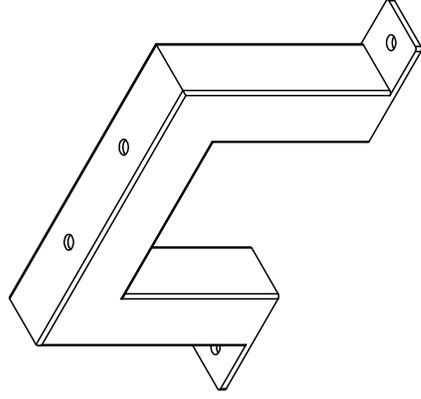
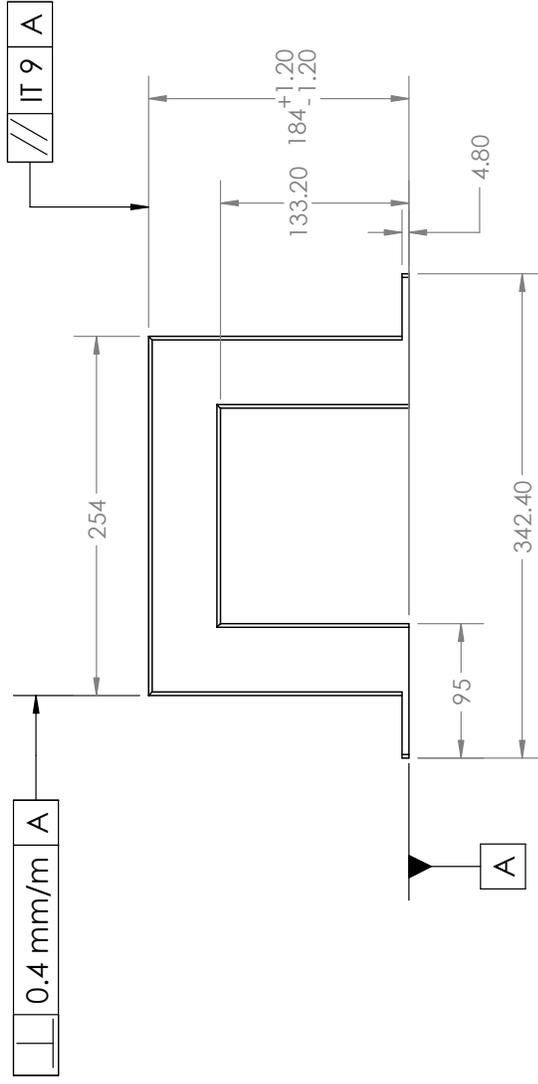
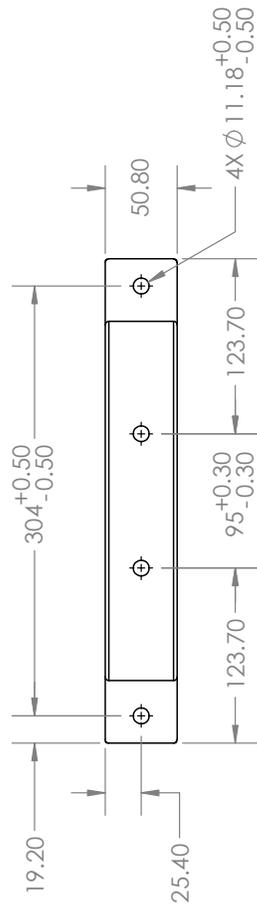
SI NO SE INDICA LO CONTRARIO: LAS COTAS SE EXPRESAN EN MM  
 TÍTULO: NO CAMBIE LA ESCALA

# Soporte para el motor en rueda

FECHA	NOMBRE DIBUJ.	N.º DE DIBUJO
10/02/2015	Antonio Robles Guerrero	A4
MATERIAL:		
Placa acero ASTM A36 espesor 5 mm		
ESCALA:1:5		HOJA 1 DE 1



1 2 3 4 5 6



SI NO SE INDICA LO CONTRARIO: LAS COTAS SE EXPRESAN EN MM

TÍTULO:

NO CAMBIE LA ESCALA

# Soporte para la polea del sistema de transmisión

FECHA: 10/02/2015

NOMBRE DIBUJ.: Antonio Robles Guerrero

N.º DE DIBUJO

Soporte polea

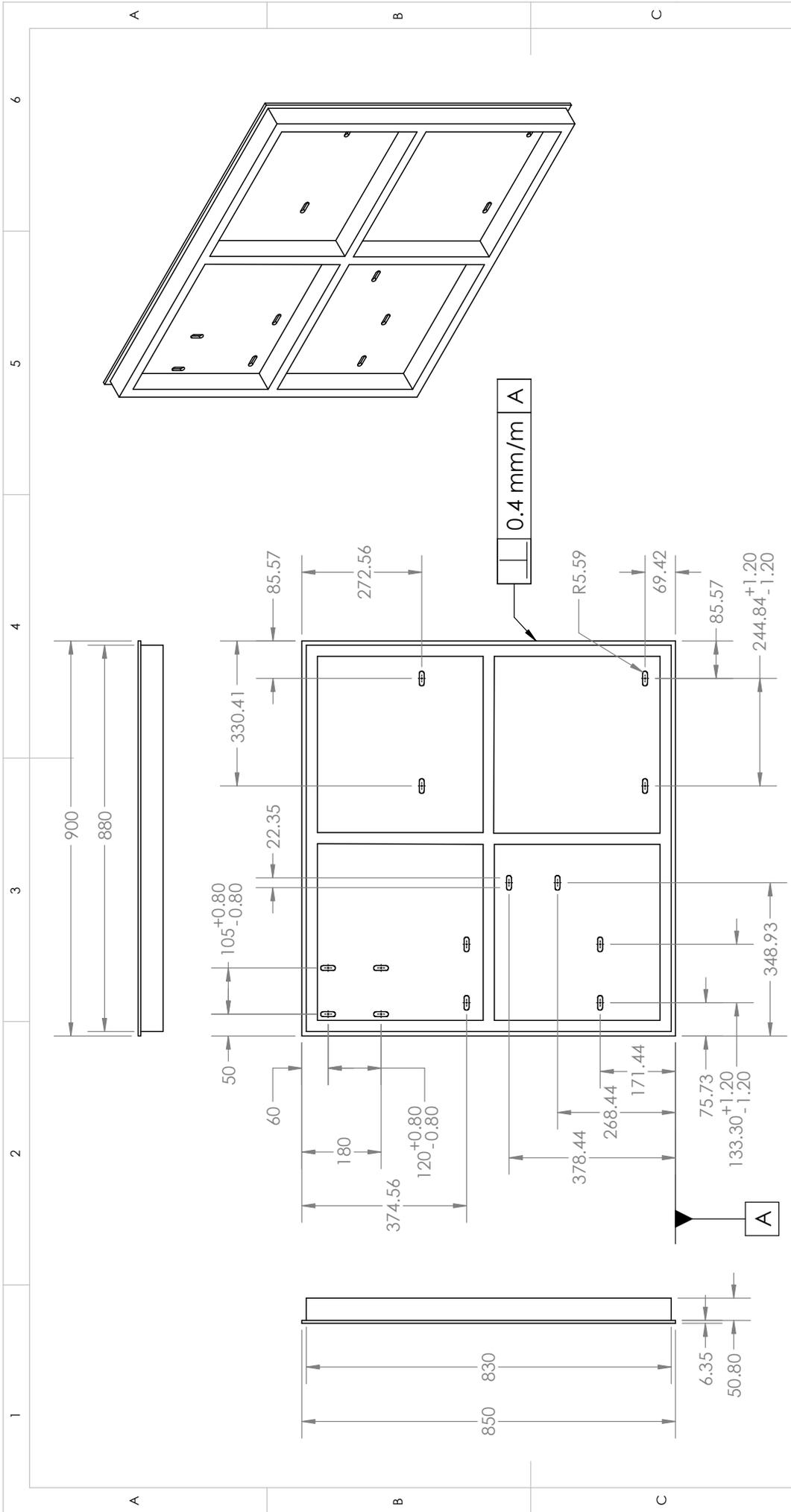
A4

MATERIAL:

PTR 50.8 x 50.8 mm  
Placa acero ASTM A36

ESCALA: 1:5

HOJA 1 DE 1

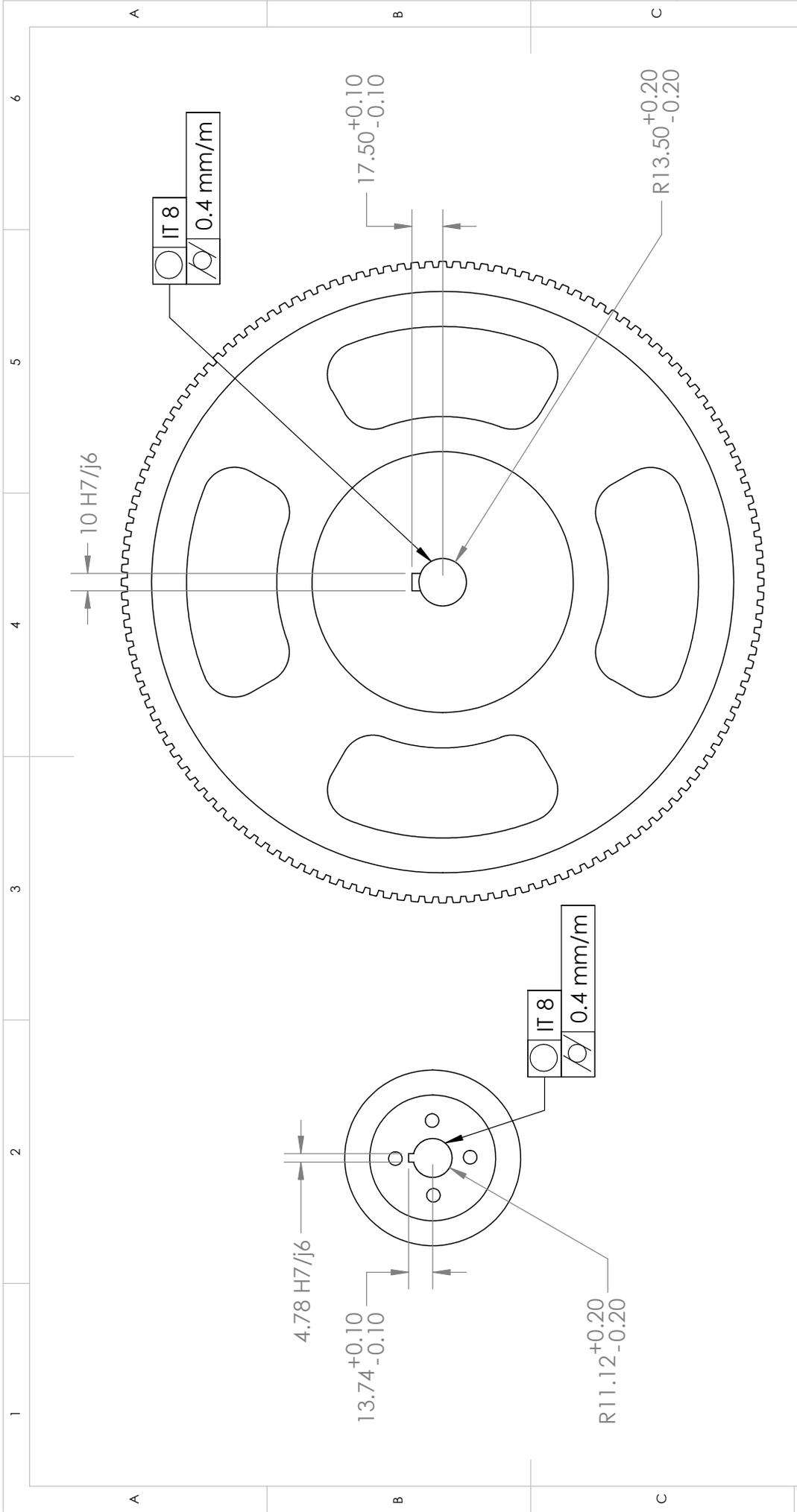


SI NO SE INDICA LO CONTRARIO: LAS COTAS SE EXPRESAN EN MM

NO CAMBIE LA ESCALA

# Base del dinamómetro

FECHA	10/02/2015	NOMBRE DIBUJ.	Antonio Robles Guerrero	N.º DE DIBUJO	Base dinamómetro	A4
MATERIAL:	PTR 24.5 x 50.8 mm Placa acero ASTM A36					
			ESCALA: 1:12		HOJA 1 DE 1	



SI NO SE INDICA LO CONTRARIO: LAS COTAS SE EXPRESAN EN MM		NO CAMBIA LA ESCALA	
TÍTULO: <b>Barrenos para las poleas del sistema de transmisión</b>			
FECHA	NOMBRE DIBUJ.	N.º DE DIBUJO	
10/02/2015	Antonio Robles Guerrero	Polea Transmisión	
MATERIAL:		A4	
		ESCALA:1:3	HOJA 1 DE 1

1 2 3 4 5 6

A

B

C

IT 8  
0.4 mm/m

IT 8  
0.4 mm/m

IT 8  
0.4 mm/m

$\phi 26.99^{+0.20}_{-0.20}$

$\phi 30^{+0.20}_{-0.20}$

$\phi 26^{+0.20}_{-0.20}$

Cople para la flecha de la polea

2 x Coples del sensor de torque

NO CAMBIA LA ESCALA

SI NO SE INDICA LO CONTRARIO: LAS COTAS SE EXPRESAN EN MM

TÍTULO:

# Barrenos de los coples

FECHA	10/02/2015	NOMBRE DIBUJ.	Antonio Robles Guerrero	N.º DE DIBUJO	Barrenos poleas	A4
MATERIAL:						
			ESCALA:1:2	HOJA 1 DE 1		

A

B

C

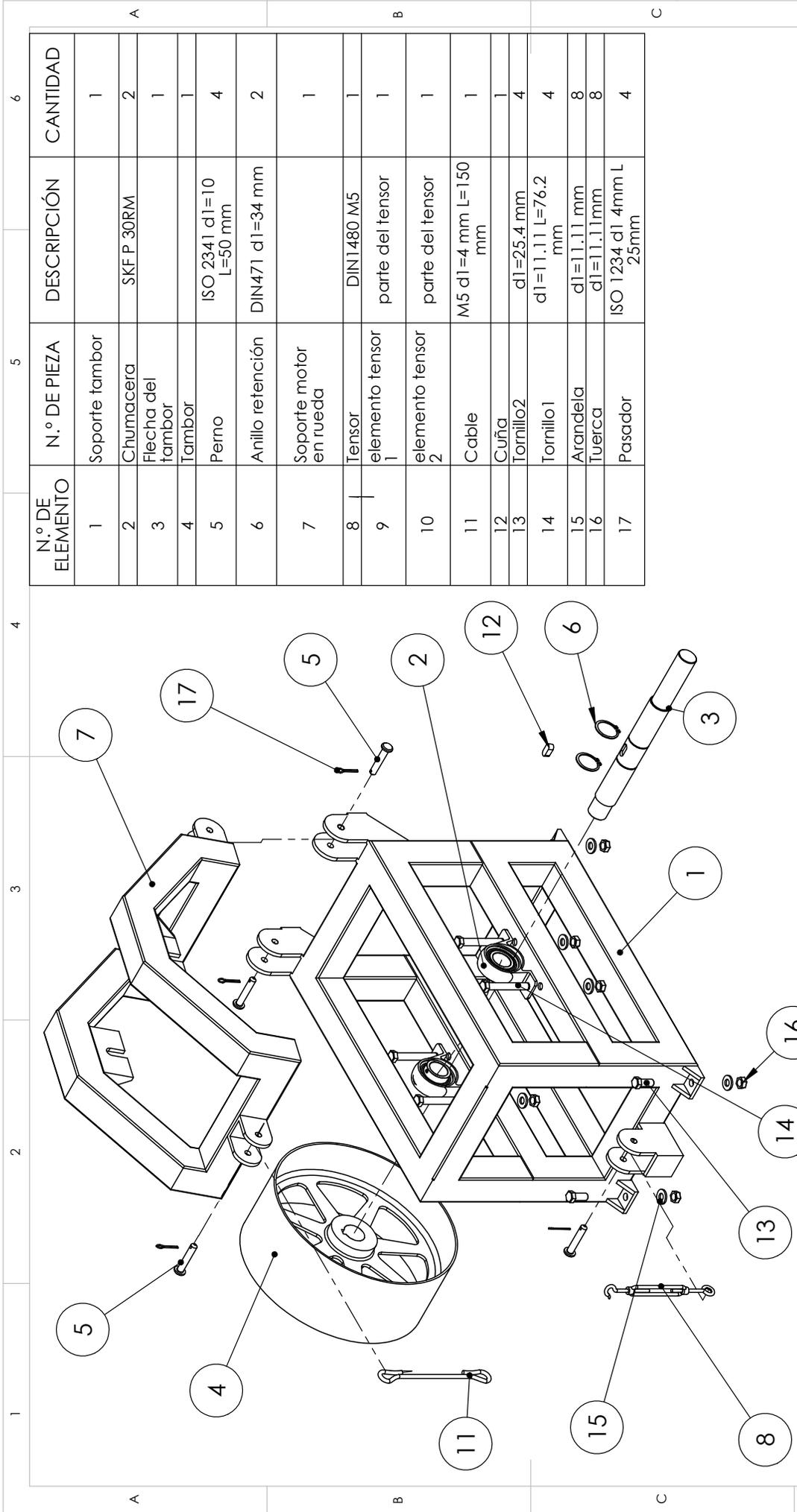
D





## Anexo 2

# Dibujos de ensamble del dinamómetro

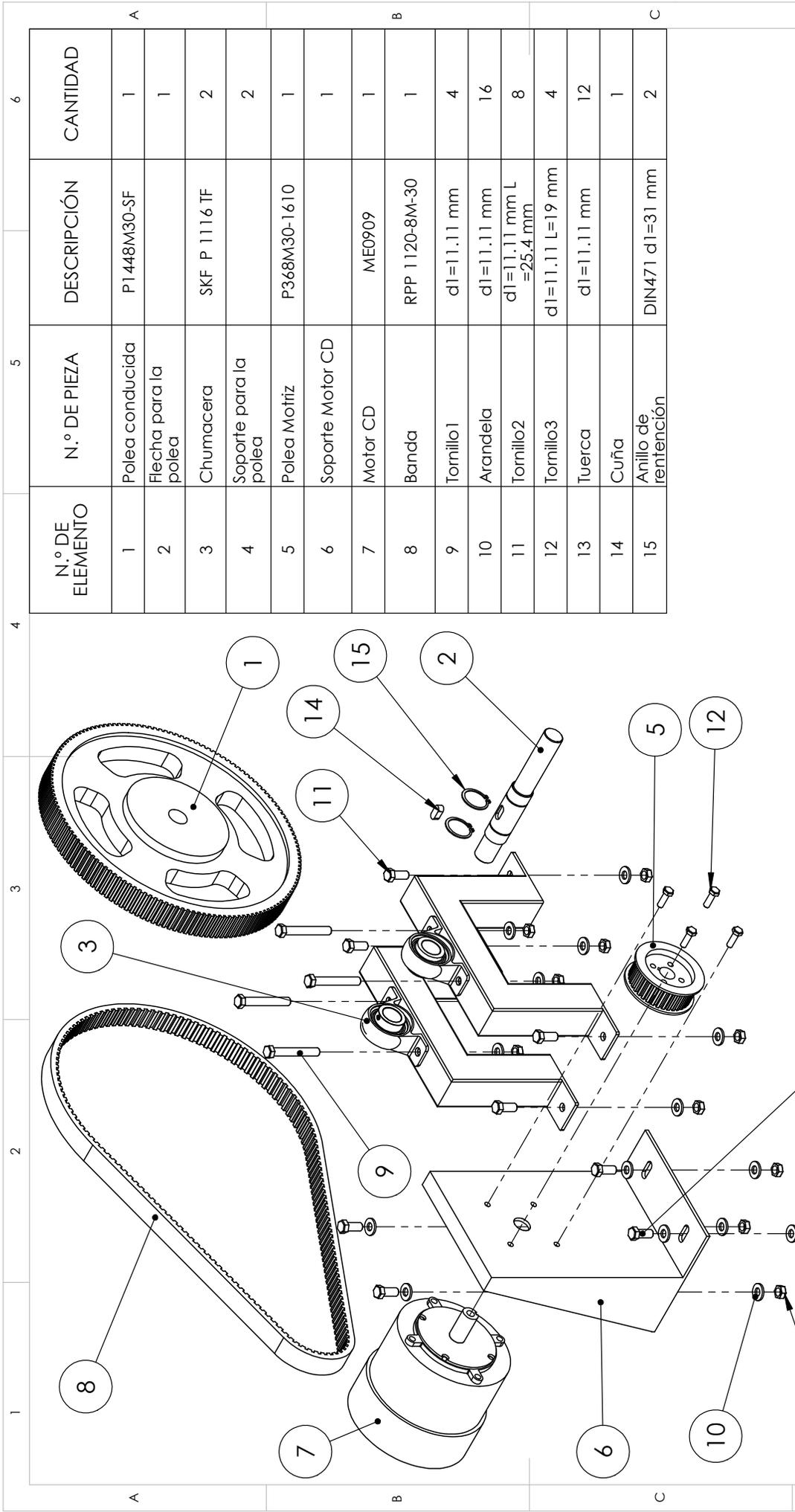


N.º DE ELEMENTO	N.º DE PIEZA	DESCRIPCIÓN	CANTIDAD
1	SopORTE tambor		1
2	Chumacera	SKF P 30RM	2
3	Flecha del tambor		1
4	Tambor		1
5	Perno	ISO 2341 d1=10 L=50 mm	4
6	Anillo retención	DIN471 d1=34 mm	2
7	SopORTE motor en rueda		1
8	Tensor elemento tensor 1	DIN1480 M5	1
9	elemento tensor 2	parte del tensor	1
10	elemento tensor 2	parte del tensor	1
11	Cable	M5 d1=4 mm L=150 mm	1
12	Cuña	d1=25.4 mm	1
13	Tornillo 2	d1=11.1 L=76.2 mm	4
14	Tornillo 1	d1=11.1 L=76.2 mm	4
15	Arandela	d1=11.1 mm	8
16	Tuerca	d1=11.1 mm	8
17	Pasador	ISO 1234 d1 4mm L 25mm	4

SI NO SE INDICA LO CONTRARIO: LAS COTAS SE EXPRESAN EN MM  
TÍTULO: NO CAMBIA LA ESCALA

# Vista explosionada del ensamble de los soportes

FECHA	NOMBRE DIBUJ.	N.º DE DIBUJO	A4
10/02/2015	Antonio Robles Guerrero	Ensamble Soportes	
MATERIAL:			
ESCALA:1:8	HOJA 1 DE 1		



N.º DE ELEMENTO	N.º DE PIEZA	DESCRIPCIÓN	CANTIDAD
1	Polea conducida	P1448M30-SF	1
2	Flecha para la polea		1
3	Chumacera	SKF P 1116 TF	2
4	Soporte para la polea		2
5	Polea Motriz	P368M30-1610	1
6	Soporte Motor CD		1
7	Motor CD	ME0909	1
8	Banda	RPP 1120-8M-30	1
9	Tornillo1	d1=11.11 mm	4
10	Arandela	d1=11.11 mm	16
11	Tornillo2	d1=11.11 mm L=25.4 mm	8
12	Tornillo3	d1=11.11 L=19 mm	4
13	Tuerca	d1=11.11 mm	12
14	Cuña		1
15	Anillo de retención	DIN471 d1=31 mm	2

SI NO SE INDICA LO CONTRARIO: LAS COTAS SE EXPRESAN EN MM

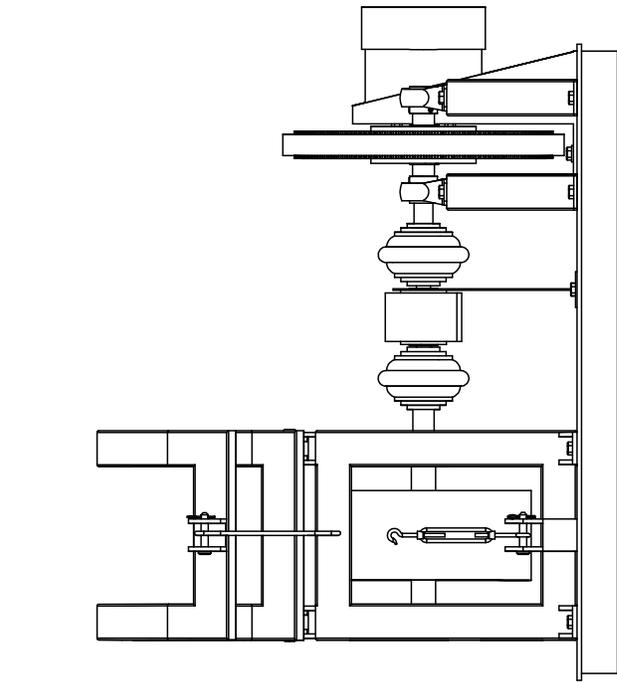
TÍTULO: Vista explosionada del ensamble del sistema de transmisión

NO CAMBIA LA ESCALA

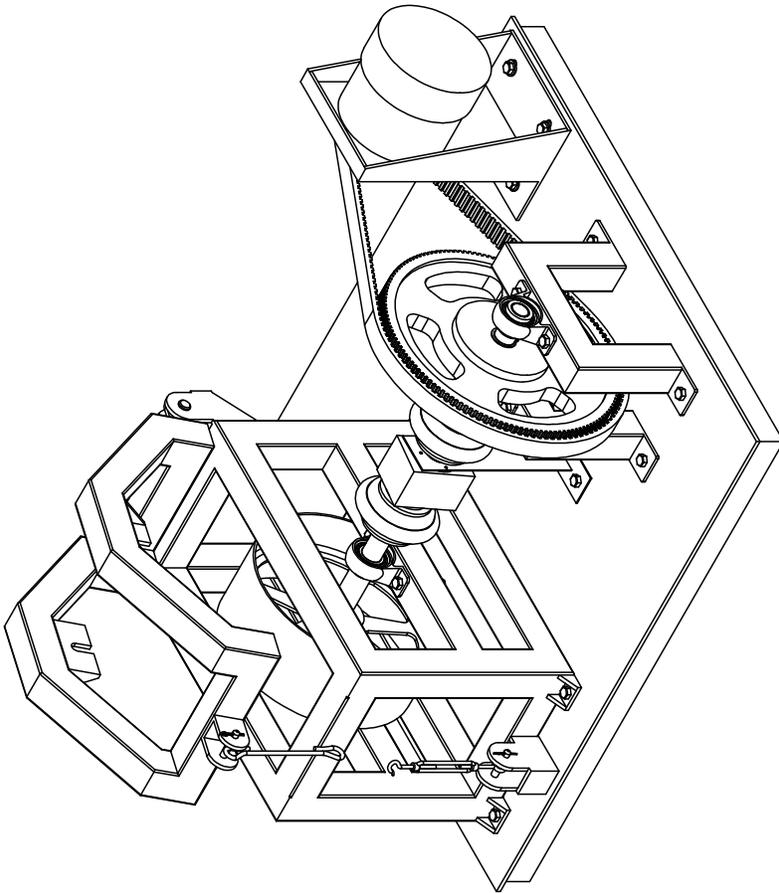
FECHA	NOMBRE DIBUJ.	N.º DE DIBUJO
10/02/2015	Antonio Robles Guerrero	A4
MATERIAL:		ESCALA:1:7
		HOJA 1 DE 1

1 2 3 4 5 6

A



B



C

SI NO SE INDICA LO CONTRARIO: LAS COTAS SE EXPRESAN EN MM

NO CAMBIE LA ESCALA

TÍTULO:

# Ensamble final del dinamómetro

FECHA:

NOMBRE DIBUJ.

N.º DE DIBUJO

10/02/2015

Antonio Robles Guerrero

MATERIAL:

## Ensamble Final

A4

1

2

ESCALA:1:10

HOJA 1 DE 1

# Bibliografía

- [1] JYOTINDRA S. KILLEDAR. (2012). *Dynamometer: Theory and Application to Engine Testing*. Estados Unidos: Xlibris Corporation.
- [2] A.J. MARTYR & M.A. PLINT. (2007). *Engine Testing Theory and Practice*. (3a ed.). UK: Butterworth-Heinemann.
- [3] RICHARD D. ATKINS. (2009). *An Introduction to Engine Testing and Development*. Estados Unidos: SAE International.
- [4] EDWIN MAURICIO MARTÍNEZ GALICIA. (2012). *Acondicionamiento de un dinamómetro para pruebas de flujo de potencia* (Tesis de pregrado). Universidad Nacional Autónoma de México, México.
- [5] DYNOMITE, [en línea], [octubre 2014], Disponible en: <http://www.land-and-sea.com/>
- [6] MUSTANG DINAMOMETER, [en línea], [octubre 2014], Disponible en: <http://www.mustangdyne.com/>
- [7] GARY STARR. (2011). *In-wheel driving device*. US20110168465. Estados Unidos: Google Patents.
- [8] JAMES LARMINIE & JOHN LOWRY. (2003). *Electric Vehicle Technology Explained*. UK: John Wiley & Son.
- [9] MEHRDAD EHSIANI, YIMIN GAO & ALI EMADI. (2010). *Modern Electric Hybrid Electric and Fuel Cell Vehicles*. (2a ed.). Estados Unidos: CRC Press.
- [10] PIETRO PAOLO MILELLA. (2013). *Fatigue and Corrosion in Metals*. Italia: Springer.
- [11] RICHARD G. BUDYNAS, J. KEITH NISBETT. (2011). *Shigley's Mechanical Engineering Design*. (9a ed.). Estados Unidos: Mc Graw Hill.
- [12] JACK A. COLLINS, HENRY R. BUSBY & GEORGE H. STAAB. (2010). *Mechanical Design of Machine Elements and Machines*. (2a ed.). Estados Unidos: John Wiley & Sons.
- [13] UNITED STATES ENVIROMENTAL PROTECTION AGENCY, [en línea], [febrero 2014], Disponible en: <http://www.epa.gov/nvfel/testing/dynamometer.htm>.
- [14] ROBERT L. NORTON. (2011). *Design of machinery*. (4a. ed.). Estados Unidos: Prentice Hall.
- [15] ROLL DIAMETER VS. TIRE DEFORMATION, [en línea], [octubre 2014], Disponible en: [http://www.land-and-sea.com/dyno-tech-talk/roll\\_diameter.htm](http://www.land-and-sea.com/dyno-tech-talk/roll_diameter.htm)

- [16] AARON D. DEUTSCHMAN. (1995). *Diseño de máquinas, Teoría y Practica*. México: Compañía editorial continental.
- [17] REZA N. HAZARD.(2008). *Vehicle Dynamics Theory and Applications*. Estados Unidos: Springer.
- [18] GUIDE TO THE CALIBRATION AND TESTING OF TORQUE TRANSDUCERS, [en línea], [febrero 2015], Disponible en: [http://publications.npl.co.uk/npl\\_web/pdf/mgpg107.pdf](http://publications.npl.co.uk/npl_web/pdf/mgpg107.pdf)
- [19] THE CALIBRATION OF TORQUE MEASURING DEVICES TO BRITISH STANDAR BS 7882:2008., [en línea], [febrero 2015], Disponible en: [http://www.norbar.com/Portals/0/BS 7882.2008 Paper.pdf](http://www.norbar.com/Portals/0/BS_7882_2008_Paper.pdf)
- [20] NASSER HASHERNIA & BEHZAD ASAEI. (2008). *Comparative Study of Using Different Electric Motors in the Electric Vehicles*. International Conference on Electrical Machines.
- [21] M. EBADIAN, V. MOWLAIE, F. SHAFIEE, M. FARSHAD & M. MIR SEYEDI ANBARAN. (2012). *Study and Simulation of PMBLDC Motors as the Proper Choice for Electric and Hybrid Electric Vehicles*. International Review on Modelling and Simulations, 4 (4), 1500-1509.
- [22] EL GRAN CATÁLOGO 4000, [en línea], [Diciembre 2014], Disponible en: <http://issuu.com/msg-mexico/docs/cat4000-k>
- [23] SKF COUPLINGS, [en línea], [Diciembre 2014], Disponible en: <http://www.skf.com/group/products/power-transmission/couplings/index.html>
- [24] KARL-HEINRICH GROTE & ERICK K. ANTONSSON. (2009). *Springer Handbook of Mechanical Engeering*. Estados Unidos: Springer.
- [25] J. B. WINTHER. (1975). *Dynamometer handbook of basic theory and applications*. Cleveland, Ohio: Eaton Corporation.