



UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE SAN LUIS POTOSÍ

FACULTAD DE INGENIERÍA

CENTRO DE INVESTIGACIÓN Y ESTUDIOS DE POSGRADO

“DISEÑO Y OPTIMIZACIÓN DE UN MECANISMO POLICÉNTRICO DE RODILLA PARA UNA PRÓTESIS DEL TIPO TRANSFEMORAL”.

TESIS PROFESIONAL

Para obtener el grado de
MAESTRO EN INGENIERÍA MECÁNICA

Presenta:

ING. RODRIGO GONZÁLEZ TERÁN

Asesor:

DR. HUGO IVÁN MEDELLÍN CASTILLO

Co-Asesor:

M.I. JUAN CARLOS ARELLANO GONZÁLEZ

SAN LUIS POTOSÍ, S.L.P.

Febrero 2016



UASLP

Universidad Autónoma
de San Luis Potosí

26 de noviembre de 2015

**AL ING. RODRIGO GONZÁLEZ TERÁN
P R E S E N T E.**

En atención a su solicitud de Temario, presentada por el **Dr. Hugo Iván Medellín Castillo y M.I. Juan Carlos Arellano González**, Asesor y Co-asesor de la Tesis que desarrollará Usted, con el objeto de obtener el Grado de **Maestro en Ingeniería Mecánica**, me es grato comunicarle que en la Sesión del H. Consejo Técnico Consultivo celebrada el día 26 de noviembre del presente, fue aprobado el Temario propuesto:

TEMARIO:

"Diseño y optimización de un mecanismo policéntrico de rodilla para una prótesis del tipo transfemoral"

Introducción.

1. Antecedentes teóricos de la rodilla y sus prótesis.
2. Mecánica de la rodilla.
3. Diseño mecánico de la prótesis de rodilla.
4. Optimización de la prótesis de rodilla.
5. Diseño final y simulación de la prótesis de rodilla.

Conclusiones.

Referencias.

Apéndices.

"MODOS ET CUNCTARUM RERUM MENSURAS AUDEBO"

ATENTAMENTE

M. I. JORGE ALBERTO PÉREZ GONZÁLEZ
DIRECTOR.



UNIVERSIDAD AUTÓNOMA
DE SAN LUIS POTOSÍ
FACULTAD DE INGENIERÍA
DIRECCION



**FACULTAD DE
INGENIERÍA**

Av. Manuel Nava 8
Zona Universitaria • CP 78290
San Luis Potosí, S.L.P.
tel. (444) 826 2330 al39
fax (444) 826 2336
www.uaslp.mx

Copia. Archivo.
*etn.

"1945-2015. 70 Años con la Facultad de Formar Ingenieros"

Resumen

Los problemas más comunes en ortopedia están relacionados a la rodilla humana, y en particular a la implantación de una prótesis debido al desgaste excesivo, daño, fractura o incluso la amputación de la rodilla. Las prótesis de rodilla son reproducciones de los huesos de la zona de la rodilla, que se colocan en el lugar de la articulación para permitir el movimiento relativo entre el fémur y la tibia.

El trabajo de tesis consiste en el diseño y optimización de un mecanismo policéntrico para una prótesis de rodilla del tipo transfemoral. El objetivo es diseñar y optimizar los elementos que constituyen el mecanismo de cuatro barras propuesto para la prótesis de rodilla, el cual fue obtenido a partir de la caracterización del caminado humano.

Para ello se requirió establecer las necesidades y especificaciones que la prótesis de rodilla debe cumplir con base en los usuarios y normativas vigentes. Además, se desarrolló un modelo mecánico de la rodilla que considera las cargas que actúan en una rodilla humana bajo condiciones estáticas y dinámicas. Este modelo fue utilizado para llevar a cabo el análisis estructural, diseño de detalle, simulación y optimización de la prótesis propuesta. Como resultado del trabajo de tesis se definieron todos los componentes, dimensiones, materiales, formas, tolerancias y geometría de la prótesis de rodilla.

Agradecimientos

A mis padres y a mi hermano Omar que estuvieron apoyándome incondicionalmente, por su amor, por su cariño y por su comprensión que me brindaron en cada momento durante este proyecto.

A mi pareja por todo este su apoyo, por su amor, por su amistad, por su comprensión, por ese motor que me impulsó para seguir avanzando para la realización de este proyecto.

A mi asesor de tesis Dr. Hugo Iván Castillo y a mi co-asesor M.I. Juan Carlos Arellano González, por sus consejos, por su tiempo, por su dedicación, por brindarme esa gran calidad humana y profesional y ser grandes responsables para que este proyecto llegara con éxito a su fin.

A cada uno de los profesores que fueron partícipes de mi formación en estos estudios de posgrado.

A la Universidad Autónoma de San Luis Potosí en la facultad de ingeniería que ha sido mi alma mater durante mis estudios de licenciatura y mis estudios de posgrado, por darme la oportunidad de desarrollarme profesionalmente.

A mis compañeros de generación: Cintia, Karina, Eduardo, Guillermo, Jorge, Miguel y Joel por su amistad, por su compañerismo y por compartir conmigo sus habilidades y conocimientos.

A mi familia que ha estado conmigo, siempre apoyándome y motivándome a alcanzar nuevas metas.

A mis amigos que me han ayudado a cada momento, por su apoyo y su amistad.

Dedicatorias

El presente trabajo se lo dedico especialmente a mis padres, que han sido un ejemplo de trabajo, que han fomentado un espíritu incansable de lucha y de perseverancia para alcanzar nuestras metas, de enseñarnos a esforzarnos y ser valientes en cada instante de la vida, de nunca rendirnos ante cualquier adversidad, de ser mejores cada día y con inteligencia, honestidad y dedicación los sueños se hacen realidad

Héctor González Enríquez

Aura Rosa Terán Guerrero

El presente trabajo también se lo dedico muy especialmente al amor de mi vida que me inspira en cada momento a seguir adelante, gracias por tu amor, por tu cariño, por tu ternura gracias por creer en mí por acompañarme en este largo camino de la vida y estar siempre conmigo

Yadira April García Guerrero

Índice

Resumen	I
Agradecimientos	ii
Dedicatorias	iii
Índice	v

Introducción	1
Antecedentes	1
Justificación	2
Objetivo general.....	3
Objetivos particulares	3
Organización de la tesis.....	3
Capítulo 1	4
Antecedentes teóricos de la rodilla y sus prótesis.....	4
1.1 Biomecánica	4
1.2 Anatomía de la rodilla y su cinemática articular	4
1.3 Prótesis de rodilla.....	6
1.4 Especificaciones y requisitos de diseño	12
Capítulo 2	14
Mecánica de la rodilla	14
2.1 Ciclo de marcha normal.....	14
2.2 Cargas en la rodilla	16
2.3 Diseño conceptual.....	26
2.4 Análisis cinemático	27
2.5 Modelo mecánico.....	33
Capítulo 3	39
Diseño mecánico de la prótesis de la rodilla.....	39
3.1 Vida de la prótesis	39
3.2 Selección del material	40
3.3 Resistencia a la fatiga	42
3.4 Concentración de esfuerzos	43
3.5 Cargas combinadas variables	43
3.6 Criterios de falla por fatiga.....	44

3.7 Análisis teórico de esfuerzos en los eslabones	45
3.8 Análisis de esfuerzos en los eslabones mediante MEF	56
Capítulo 4	66
Optimización de la prótesis de rodilla.....	66
4.1 Planteamiento del problema de optimización	66
4.2 Alternativa de solución al problema de optimización.....	66
4.3 Validación del mecanismo optimizado	73
Capítulo 5	76
Diseño final y simulación de la prótesis de rodilla	76
5.1 Diseño de detalle de la prótesis de rodilla	76
5.2 Modelación de la prótesis	84
Conclusiones.....	87
Referencias	89
Apéndices.....	91
Anexo A. Planos de diseño y fabricación de la prótesis	91
Anexo B. Códigos de Matlab ®	101

Introducción

Antecedentes

El uso y fabricación de prótesis ha existido desde el origen del ser humano, esto debido a las amputaciones provocadas principalmente por accidentes, malformaciones genéticas, enfermedades crónico degenerativas, guerras, etc. En la actualidad las prótesis se han convertido en una necesidad que ha venido en aumento debido a los accidentes automovilísticos [1]; tan solo en el año 2014 se registraron 378,240 accidentes, así como al aumento de enfermedades crónico degenerativas [2], como el cáncer y diabetes, que aumentan el número de amputaciones de extremidades superiores e inferiores.

De acuerdo a cifras oficiales en México [3], de los 6.5 millones de personas que sufren diabetes el 35% ignoran que padecen esta enfermedad, lo que ocasiona una atención tardía y en muchas ocasiones diversas complicaciones, entre ellas las que derivan en amputaciones. Una encuesta en el 2005 reveló que el 14% de los mexicanos mayores de 20 años padecen diabetes.

Un reporte del Instituto Mexicano del Seguro Social (IMSS) [4], indica que el 70% de las amputaciones no traumáticas de pie se deben a complicaciones infecciosas por diabetes, principalmente por falta o mal control médico de esta enfermedad. Mientras que la Secretaria de Salud informó que en un año se amputaron 75 mil extremidades inferiores en México.

Una de las articulaciones más importantes del cuerpo humano es la rodilla, la cual se destaca por ser la articulación más grande y compleja del esqueleto humano. La rodilla soporta el cuerpo cuando la persona está parada, durante el caminado, trote, carrera, y despegue y recepción de saltos. La literatura reporta varios estudios sobre la biomecánica de la rodilla, siendo la más importante la marcha humana. Sin embargo, la mayoría de estos análisis reportan resultados muy diversos en cuanto a las fuerzas que actúan en la rodilla; esto debido en gran parte a las diferentes técnicas que usan para la medición de las cargas o esfuerzos en la rodilla [5], [6], [7].

En la actualidad destacan dos tipos de prótesis de rodilla del tipo transfemoral [8], las de eje simple, también conocidas como tipo bisagra las cuales permiten sólo la flexión y la extensión de la pierna, y las policéntricas, es decir con más de un eje de rotación las cuales son más complejas que las de un solo eje permitiendo un mayor grado de movimiento durante la flexión y extensión de la pierna.

Justificación

La amputación de extremidades inferiores es un problema que va incrementado su frecuencia en la población en general, principalmente debido a las secuelas de enfermedades crónicas degenerativas que van en aumento. De acuerdo con la Organización Mundial de la Salud (OMS) y la Organización Panamericana de la Salud (OPS), la diabetes y sus numerosas complicaciones representan una pérdida económica importante para los países y sus sistemas de salud. En las naciones desarrolladas las complicaciones en extremidades inferiores consumen entre el 15 y 25% de los recursos de salud pública [3].

Se calcula que sólo una de cada 10 personas con miembros amputados se rehabilita mediante el uso de una prótesis, y únicamente 30% de estos saben usar adecuadamente sus prótesis. Las prótesis han sido y son una necesidad que ha venido en crecimiento como resultado del incremento en el número de extremidades amputadas. Las prótesis permiten a la persona que las usa desenvolverse en sus actividades cotidianas de la manera más normal posible. En la actualidad las prótesis de rodilla del tipo transfemoral son diseñadas y manufacturadas por países de primer mundo, principalmente por países como Estados Unidos, Canadá y Alemania [9], [10], [11].

En México no existen empresas que se dediquen al diseño y/o manufactura de prótesis, sin embargo existen empresas que exportan prótesis y dan asistencia para el uso y adaptación de las mismas [12]. Una prótesis de rodilla del tipo transfemoral puede costar en México hasta 110 mil pesos [3].

Los estudios reportados en la literatura relacionados a prótesis de rodilla externa del tipo transfemoral son pocos, destacando los desarrollos conceptuales [13], las simulaciones virtuales [14], el desarrollo de mecanismo [15],[16], [17] y el control de los mecanismos [18]. El desarrollo conceptual está basado en desarrollar los elementos que constituyen la prótesis de rodilla externa del tipo transfemoral respondiendo a las necesidades de los usuarios de países en Latinoamérica. Los trabajos enfocados al desarrollo y simulación de los mecanismos no contemplan las cargas dinámicas a las cuales la rodilla está sometida durante un ciclo de marcha normal, sino que realizan un análisis estructural estático con el peso de una persona de 100 kg aproximadamente.

No existen trabajos en la literatura enfocados al diseño y optimización del mecanismo policéntrico de una prótesis de rodilla con base a las cargas dinámicas que soporta la rodilla durante un ciclo de marcha normal. Por lo anterior, existe la necesidad de diseñar y optimizar un mecanismo policéntrico para prótesis de rodilla del tipo transfemoral, capaz de soportar las cargas dinámicas y estáticas a las que estará sometida, correspondientes a las diferentes condiciones de caminado o marcha, tales como subir o bajar escaleras, caminar y trotar. La optimización del mecanismo considera minimizar su peso de manera tal que sea lo más ligero posible. Además de contribuir al conocimiento en el diseño de prótesis, el desarrollo propuesto contribuye al desarrollo de prótesis en México.

Objetivo general

Modelar, diseñar y optimizar un mecanismo policéntrico para una prótesis de rodilla del tipo transfemoral.

Objetivos particulares

Para lograr el objetivo del proyecto de tesis se definieron los siguientes objetivos particulares:

1. Conocer el estado del arte de las prótesis de rodillas, en particular la prótesis del tipo transfemoral.
2. Establecer necesidades, especificaciones y requisitos de diseño de la prótesis.
3. Desarrollar un modelo biomecánico (cinemático, dinámico y estructural) de la rodilla humana.
4. Realizar el diseño conceptual de una prótesis de rodilla policéntrica del tipo transfemoral.
5. Realizar el diseño de detalle de la prótesis de rodilla con base en su análisis estructural.
6. Optimizar el diseño propuesto considerando la minimización del peso.
7. Simular y evaluar el diseño de la prótesis de rodilla.

Organización de la tesis

La organización de la tesis es de la siguiente manera. En el capítulo 1 se presentan los antecedentes teóricos de la rodilla y sus prótesis, los cuales comprenden conceptos de la rodilla y su biomecánica, su funcionamiento articular, las prótesis internas y externas de rodilla, así como las especificaciones y requisitos a cumplir en el diseño de una prótesis de rodilla. En el capítulo 2 se analiza el ciclo de caminado humano, así como las cargas a las que está sometida la rodilla durante dicho ciclo. En el capítulo 3 se presenta el diseño conceptual y análisis de la prótesis, lo cual comprende el modelo mecánico, los análisis dinámicos y estructurales, así como el análisis de esfuerzos mediante el Método del Elemento finito, para definir la geometría y dimensiones del mecanismo y sus eslabones. En el capítulo 4 se lleva a cabo la mejora del mecanismo con base en la reducción de peso. En el capítulo 5 se presenta el diseño de detalle de la prótesis final con base el mecanismo optimizado, el prototipo virtual de la prótesis, así como su simulación. Finalmente se presentan las conclusiones derivadas de la realización del presente trabajo de tesis.

Capítulo 1

Antecedentes teóricos de la rodilla y sus prótesis

Para el diseño de una prótesis de rodilla es necesario conocer la biomecánica y funcionamiento de la rodilla humana para el correcto establecimiento de requisitos y especificaciones.

1.1 Biomecánica

La biomecánica es la aplicación de la ingeniería mecánica (estática, dinámica, resistencia de materiales y análisis de esfuerzos) a la solución de problemas biológicos [19]. A su vez se refiere a los estudios de ingeniería y la física relacionados con el análisis mecánico de las fuerzas y movimientos de sistemas biológicos, principalmente el cuerpo humano.

Los sistemas mecánicos son sistemas inertes mucho menos complejos que los sistemas vivos llamados biosistemas. En los biosistemas la geometría es irregular y no se puede representar fácilmente por figuras o formas elementales; las propiedades de los materiales son heterogéneas, anisotrópicas y no lineales. De hecho, son compuestos de líquidos y gases con viscoelasticidad no lineal y con características no Newtonianas.

La biomecánica puede ser dividida en 3 áreas principales [20]:

- (1) Desempeño. Se refiere a la manera en la que los sistemas viven y realizan las diferentes actividades; por ejemplo, caminar, sentarse, pararse, alcanzar, tirar, patear, llevar objetos de un lado a otro etc. Además de movimientos internos tales como flujos de sangre, circulación de fluidos, mecánica del corazón, de los músculos y la cinemática de las articulaciones del esqueleto.
- (2) Lesión. Se refiere a la falla y daños de los biosistemas, por ejemplo, huesos rotos, músculos desgarrados, ligamentos y tendones dañados, y el deterioro de órganos. También comprende el estudio de los accidentes y diseño de dispositivos para su protección.
- (3) Rehabilitación. Se refiere a la recuperación de una lesión o enfermedad, por lo tanto, incluye todas las aplicaciones de la mecánica en el cuidado de la salud, abarcando áreas tales como el diseño de dispositivos de corrección y asistencia, desarrollo de implantes, diseño de dispositivos para el diagnóstico, etc.

1.2 Anatomía de la rodilla y su cinemática articular

Una articulación, en anatomía, es aquel elemento que permite la unión entre dos o más huesos cercanos. Las articulaciones permiten al cuerpo formar juntas de unión

esquelética proporcionando movimiento mecánico, lo que le da al cuerpo elasticidad y plasticidad. Las articulaciones son los sistemas claves para el movimiento del sistema locomotor del cuerpo humano que, complementadas con los ligamentos, tendones, cartílagos, músculos y fluidos, proporcionan la fuerza y estabilidad necesarias para producir los movimientos mecánicos del cuerpo.

La rodilla es la articulación más grande y compleja del cuerpo humano, Figura 1.1. La rodilla es la unión de 3 huesos: el fémur, la tibia y la rótula. Esta articulación se considera como biaxial y condílea, es decir, es una articulación en la cual una superficie cóncava (el cóndilo o proyección redondeada en el extremo del hueso) se desliza sobre otra convexa alrededor de 2 ejes (Figura 1.2). Como superficies articulares contiene a los cóndilos del fémur, la superficie rotuliana del fémur, la carilla articular de la rótula y los meniscos femorales (estructuras cartilaginosas que actúan como cojinetes, amortiguando el choque entre el fémur y la tibia) [8]. Los ligamentos de la rodilla guían los segmentos esqueléticos adyacentes durante los movimientos articulares, y las restricciones primarias para la traslación de la rodilla durante la carga pasiva. La estabilidad de la rodilla está asegurada por los ligamentos cruzados anterior y posterior, y los colaterales internos (tibial) y externo (peroné).



Figura 1.1. Partes que conforman la rodilla [8].



Figura 1.2. Partes que conforman la rodilla [8].

Desde un punto de vista funcional, la rodilla conjuga dos objetivos casi excluyentes entre sí, dar estabilidad y soportar el peso corporal en un área relativamente pequeña, así como proporcionar la movilidad adecuada para realizar el caminando o carrera a pesar de las irregularidades que se presentan en el terreno. Desde un punto de vista estructural la rodilla está constituida por dos articulaciones: la femorotibial y la femororrotuliana [21]. Las estructuras que comprenden la rodilla son las siguientes:

- 1) Huesos.
- 2) Ligamentos.
- 3) Músculos y tendones.

En la articulación de la rodilla se pueden realizar movimientos en dos planos, el movimiento de flexo extensión, el cual se desarrolla en el plano sagital, y el movimiento de rotación, el cual tiene lugar en un plano frontal, ver Figura 1.3. Éstos movimientos de la rodilla son los principales, pero debido a la plasticidad articular, y sólo de forma pasiva, la rodilla puede permitir movimientos de muy escasa amplitud en el plano transversal [22]. Sin embargo, los movimientos de la articulación de la rodilla están controlados por una serie de factores limitantes de distinta naturaleza. La flexión está limitada, por un lado, por la distensión de los cuádriceps; por otro, por el contacto y mutua compresión de las partes blandas situadas en la región posterior del muslo y de la pierna; y por la captación de las partes posteriores de los meniscos entre los cóndilos femorales y los platillos tibiales.

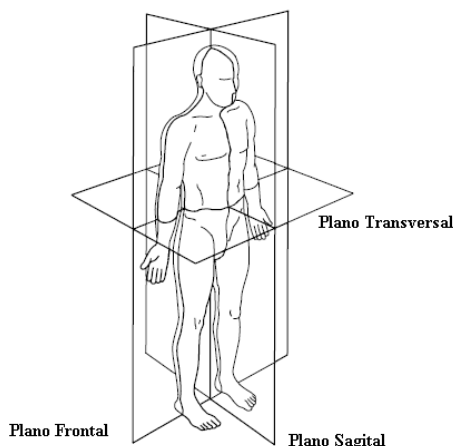


Figura 1.4. Planos principales del cuerpo humano [22].

1.3 Prótesis de rodilla

Una prótesis es un aparato o dispositivo destinado a reparar artificialmente la falta de un órgano o parte de él. Una amputación es cortar y separar enteramente del cuerpo un miembro o una porción de él. La amputación transfemoral indica que la amputación ha sido realizada por encima de la rodilla. Las prótesis de rodilla se clasifican en dos grupos, las prótesis externas y las prótesis internas.

1.3.1 Prótesis internas

El uso de prótesis de rodilla interna se debe principalmente a que la rodilla tiene un desgaste excesivo, daño, fractura u osteoartritis, la cual causa dolor y rigidez en las articulaciones como rodilla, cadera y pulgar. Las prótesis internas buscan sustituir una articulación lesionada o artrósica por una articulación artificial, y en función de la cantidad de superficie articular eliminada, este tipo de prótesis son implantadas a la rodilla mediante cirugía, llamada cirugía de artroplastia parcial o total de rodilla. La artroplastia consiste en reemplazar una porción o el total de la rodilla dañada. El objetivo de la artroplastia total de rodilla primaria es reestablecer el eje mecánico, restaurar la línea de la articulación, balancear los tejidos blandos, recuperar la flexión y extensión, y restaurar la alineación patelofemoral y su mecánica. Independientemente del diseño de la prótesis interna de rodilla, existen tres cortes básicos de hueso en la artroplastia total de rodilla: la tibia proximal, el fémur distal y el fémur posterior, como se muestra en la Figura 1.4 [23].

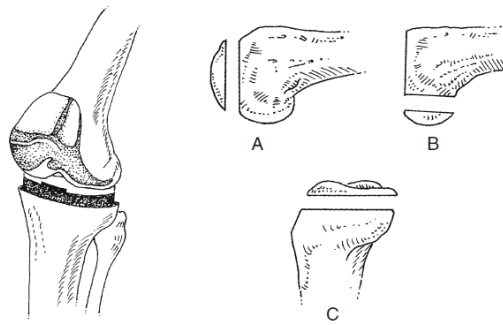


Figura 1.4. Artroplastia total de rodilla, cortes de los huesos básicos: a) fémur posterior, b) fémur distal y c) tibia proximal.[23]

Existen dos variantes de las prótesis internas de rodilla:

- *Prótesis Unicompartimental.* Se aplica a lesiones delimitadas, es decir para casos en los cuales sólo una parte de la articulación está afectada y es necesario reemplazarla, por ejemplo, por alguna enfermedad como la osteoartritis. La Figura 1.5a muestra un remplazo de articulación de rodilla unicompartimental.
- *Prótesis Totales.* Consiste en el remplazo total de la articulación de la rodilla cuando el desgaste de la articulación es tal que no existe cartílago, la Figura 1.5b muestra un remplazo de articulación de rodilla total.



Figura 1.5. Prótesis de rodilla interna unicompartmental y total. [24]

Los materiales utilizados en la prótesis de rodilla interna son biomateriales, los cuales son materiales naturales o artificiales que reemplazan un sistema orgánico para mejorar la durabilidad de la prótesis y la calidad de vida humana, disminuyendo o eliminando el dolor en los pacientes. Los implantes son fabricados de una gran variedad de materiales, incluyendo metales, polímeros, cerámicos y sus compuestos. El hueso, en donde se realiza el reemplazo de articulación, es altamente sensible a la velocidad de deformación y falla bajo cargas repentinas. La Tabla 1.1 muestra diferentes materiales usados en los componentes de la prótesis de rodilla interna [25].

Tabla 1.1. Materiales usados para los componentes de la prótesis de rodilla interna [25].

No.	Material
1	Acero inoxidable L316 (recocido)
2	Acero inoxidable L316 (forjado en frio)
3	Aleación Co–Cr (forjado Co–Ni–Cr–Mo)
4	Aleación Ti (Titanio Puro)
5	Aleación Ti (Ti–6Al–4V)
6	Ti–6Al–7Nb (IMI-367 forjado)
7	Ti–6Al–7Nb (protasul-100 forjado en caliente)
8	Aleación Ni Ti con memoria de forma
9	Aleación porosa Ni Ti con memoria de forma

1.3.2 Prótesis externas

En la actualidad existen en el mercado una gran cantidad de prótesis de rodilla externas también conocidas como de tipo transfemoral, como se muestra en la Figura 1.6. Entre las prótesis disponibles destacan dos tipos principales: las de eje simple, también conocidas como tipo bisagra, y las rodillas policéntricas, es decir con más de un eje de rotación.



Figura 1.6. Prótesis del tipo transfemoral [8]

Las prótesis de un solo eje funcionan como una bisagra, Figura 1.7, permitiendo solamente la flexión y la extensión. Algunas de sus características principales son [8]:

- Mecanismo sencillo y duradero.
- Bajo peso.
- Costo menor a otros sistemas de rodilla.
- No tiene control de posición, lo que significa que las personas con amputaciones deben usar sus músculos para mantener el equilibrio mientras están de pie.
- Suelen disponer de bloqueo manual para compensar la falta de control de posición.
- Suelen hacer uso de la fricción para evitar que la pierna oscile hacia adelante con demasiada rapidez al iniciar el siguiente paso.
- Mayor riesgo de tropiezos debido a que no produce el efecto de acortamiento de la pierna.



Figura 1.8 Rodilla tipo bisagra (de eje simple) [8].

Por otro lado, las prótesis de rodilla tipo policéntrica son más complejas y permiten mayor libertad de movimiento, Figura 1.8. Algunas de sus principales características son [8]:

- Mantenimiento más frecuente en comparación con otros tipos de rodillas protésicas.
- Mayor peso que las rodillas tipo bisagra.
- Es muy estable durante la primera parte de la fase de apoyo (al iniciar el paso).

- Produce el efecto de acortamiento de la pierna, disminuyendo el riesgo de tropiezos.
- Se dobla en la fase de balanceo, es decir cuando la pierna está en el aire o cuando el usuario se sienta.
- Funciona bien en muchas personas con amputaciones, incluidas las que han tenido problemas con otras rodillas protésicas o tienen una desarticulación de rodilla, amputaciones bilaterales de pierna o muñones largos.
- Control sencillo de balanceo que permite una velocidad de marcha ideal.
- Control de balanceo de fluido (un pistón en el interior de un cilindro con aire o aceite) que permite diferentes velocidades de marcha.
- Puede limitar parte del movimiento de la rodilla, pero no tanto como para suponer un problema.



Figura 1.8. Rodilla tipo policéntrica para prótesis transfemoral [9].

En las prótesis de rodilla externa, las características del material difieren a las prótesis de rodilla interna; esto debido a que los materiales no interactúan directamente con el cuerpo humano, sino que tratan de repetir la cinemática que tiene y soportar a las cargas a las que están sometidas. Las principales características de los materiales para prótesis de rodilla externa son ligereza y durabilidad. Dado que la prótesis debe de ser lo menos pesada posible, el material debe ser ligero, y tener una gran resistencia a la fatiga para soportar las constantes variaciones de carga y movimientos que presenta el mecanismo a lo largo del uso. Algunos de los materiales utilizados en la construcción de prótesis de rodilla externa se muestran en la Tabla 1.2 [9], [10], [11].

Tabla 1.2. Materiales usados en la fabricación de las prótesis de rodilla externa [9] [10] [11].

No.	Material
1	Aluminio
2	Acero inoxidable
3	Acero Estructural
4	Titanio
5	Fibra de Carbono
6	Termoplástico

Las personas encargadas de seleccionar la prótesis son los médicos, rehabilitadores y protésicos. Para realizar la adecuada selección toman en cuenta diferentes factores de la prótesis y del paciente, entre los que destacan la edad, el nivel de amputación, la salud y el estilo de vida que lleve la persona amputada.

1.3.3 Control en la flexión de rodilla

Debido a las diferentes condiciones o adaptabilidades que la prótesis puede llegar a tener, existen diferentes tipos de control para una rodilla protésica. Por ejemplo, una prótesis de rodilla monocéntrica suele estar acompañada de los siguientes dispositivos de control: freno de fricción, control de postura, cierre manual, ayudas a la extensión, tirante de extensión, palanca de extensión [26].

Existen diferentes tecnologías para el control de prótesis de rodilla externas transfemorales del tipo bisagra y policéntricas.

- 1) *Control por fricción constante.* Proporciona una fricción alrededor del eje de la rodilla para controlar la velocidad a la que la pierna puede oscilar, evitando una excesiva elevación del talón durante la flexión y un impacto más elevado durante la extensión de la pierna [26]. Este diseño no requiere de un servicio de mantenimiento, pero solo ofrece una velocidad de marcha [18].
- 2) *El control por fricción variable.* Permite un rango de velocidades dentro del cual el sistema de control funciona de acuerdo al diseño del mecanismo, fuera de esto se presentarán problemas [26].
- 3) *Sistemas de control de fluido.* La dinámica de fluidos permite crear sistemas de control de marcha para hacer la locomoción más cómoda y sus movimientos lo más naturales posibles. Estos sistemas de control consisten en conjuntos cilindro-pistón en los que la sustancia de trabajo puede ser aire (sistema neumático) o fluido (hidráulico) [26]. En los sistemas neumáticos el aire se comprime cuando la pierna se flexiona, incrementando la energía de las moléculas de aire, y regresando a la normalidad cuando la rodilla se extiende. Los sistemas neumáticos presentan la característica de no verse afectados en su desempeño por cambios de temperatura en el ambiente, y son ideales para pacientes que presentan bajas velocidades de marcha. En sistemas hidráulicos se tiene una respuesta muy buena durante la marcha, un paso suave que se adapta a cualquier velocidad de marcha e incluso pueden descender rampas sin problemas.
- 4) *Microprocesadores.* Las prótesis tecnológicamente avanzadas poseen microprocesadores incorporados, los cuales se encargan del control de la rodilla y el pie-talón. La fase de apoyo y la fase de oscilación de la pierna son controladas por el

microprocesador, resultando en movimientos muy naturales. Detectan las condiciones que actúan sobre la articulación de la rodilla y pueden hacer rápidamente los ajustes internos para cumplir con seguridad dichas condiciones [26].

- 5) *Motorizada*. Sobre la base de la tecnología de microprocesador, la prótesis motorizada proporciona los movimientos de flexión y extensión mediante un motor con alimentación externa. La prótesis motorizada reemplaza la pérdida muscular (cuádriceps) debido a la amputación del miembro inferior. Los sensores están colocados en el lado de la prótesis para medir con precisión el movimiento, la carga y la posición de los eslabones, esta información se analiza en el microprocesador y determina una respuesta para generar los movimientos deseados.
- 6) *Bloqueo geométrico*. La función de bloqueo geométrico, también referido como un bloqueo de la fase de apoyo mecánico, bloquea la prótesis de rodilla en extensión completa y no lo libera hasta que la línea de peso pasa por encima de la parte delantera del pie y la hiperextensión se produce. Este esquema de bloqueo geométrico inteligente está diseñado para una rodilla policéntrica y proporciona excelente estabilidad. El bloqueo geométrico puede ser conveniente, ya que proporciona un control de posición fiable. Un bloqueo manual está disponible en alguna fricción constante y rodillas con fluidos. Para aquellas actividades que requieren la máxima estabilidad, un bloqueo geométrico es ideal [18].

1.4 Especificaciones y requisitos de diseño

En México no existe alguna norma que indique las necesidades, especificaciones o requisitos que debe cumplir el diseño de una prótesis de rodilla. Respecto a las normas internacionales, existen diferentes normas que hablan acerca del uso, manejo, y pruebas que se le deben hacer a las prótesis, pero no existe una que defina los requisitos de diseño. Las normas que existen son médicas y hablan acerca de la adaptación del paciente hacia las prótesis, el traslado de los pacientes que acaban de sufrir una amputación de sus miembros, y el traslado de ciertos componentes para prótesis internas.

La norma internacional ISO 10328 especifica los procedimientos para llevar a cabo las pruebas experimentales en todo tipo de prótesis de miembro inferior para caminar (trans-tibial y trans-femoral) [27]. Las prótesis comerciales muestran en sus catálogos que las pruebas que se les realizaron a sus prótesis han cumplido satisfactoriamente con la norma europea: UNE-EN ISO 10328:2007. Prótesis. Ensayo estructural de las prótesis de miembros inferiores. Requisitos y métodos de ensayo. (ISO 10328:2006) [28].

Con base en una revisión de las características de las prótesis comerciales, se identificaron varios requisitos de diseño que servirán para realizar el diseño de la prótesis de rodilla. Dichos requisitos de diseño se describen a continuación.

Adaptable a cualquier velocidad

La prótesis debe resistir los esfuerzos a los que estará sometido cuando está parado el paciente, durante la marcha normal (1.24 m/s en promedio [22]), o incluso al trotar (aproximadamente 1.66 m/s [5]).

Subir y bajar escaleras

La prótesis debe ser capaz de resistir los esfuerzos a los que estará sometida al momento de subir o bajar escaleras [6].

Paso natural (marcha normal)

La prótesis debe cumplir con la cinemática de la rodilla, es decir realizar el paso lo más cercano a lo natural [22].

Peso

La prótesis debe ser lo más ligera posible.

Durabilidad

La prótesis debe tener una vida mínima de 10 años, [9], [10], [29].

Económica

La prótesis debe ser lo más económica posible.

Mantenimiento

La prótesis debe contar con el mínimo número de piezas, lo que implica un mantenimiento más simple y económico, además de reducir el riesgo de falla.

La correcta comprensión de las necesidades y requerimientos del diseño de la prótesis es fundamental para lograr un diseño óptimo que cumpla con el objetivo general.

Capítulo 2

Mecánica de la rodilla

Para el desarrollo de un modelo mecánico de la rodilla, es necesario conocer el ciclo de marcha normal y las cargas a las cuales la rodilla está sometida durante dicha.

2.1 Ciclo de marcha normal

Desde el punto de vista clínico, el ciclo de marcha o caminado normal presenta cinco características:

- 1) Estabilidad durante el apoyo.
- 2) Paso libre del pie durante el balanceo.
- 3) Preparación adecuada del pie para el contacto inicial.
- 4) Longitud adecuada del paso.
- 5) Conservación de la energía.

En un niño la deambulación se inicia cuando cumple estos cinco pre-requisitos. Inicialmente las rodillas están relativamente rígidas y el pequeño camina con una gran base de sustentación, gradualmente la marcha evoluciona hacia el patrón de caminado adulto a medida que el niño desarrolla su equilibrio. Generalmente la marcha se inicia alrededor del año de edad, pero el patrón maduro de apoyo talón-dedos no se obtiene antes de los 3 años. A pesar de que todos aprendemos a caminar de forma natural, existe muy poca desviación en el patrón de marcha entre una persona a otra, cualquier desviación de marcha afectará el rendimiento y causará un aumento en el gasto de energía.

Para conocer la marcha normal, es importante conocer la terminología básica usada en el análisis de la marcha. Al describir la marcha humana convencionalmente se hace referencia al ciclo de marcha o zancada, el cual inicia cuando un pie toca el suelo y termina cuando el mismo pie toca el suelo nuevamente. La longitud de paso corresponde a la distancia entre los dos pies, midiéndose desde el punto del contacto inicial del pie izquierdo rezagado hasta el punto de contacto inicial del pie derecho adelantado. La longitud de zancada es la distancia cubierta durante un ciclo completo de marcha y representa la suma de las longitudes de los pasos derecha e izquierda, en otras palabras, se extiende desde el contacto inicial de un pie hasta el siguiente contacto inicial del mismo pie. La cadencia es el número de pasos dado en un periodo de tiempo determinado, generalmente se mide en pasos por minuto. La velocidad de marcha se expresa como la distancia recorrida entre el tiempo, generalmente se mide en metros por minuto [18].

El ciclo de marcha se divide en dos fases principales, la fase de apoyo y la fase de balanceo. La fase de apoyo comienza con el contacto inicial del talón al suelo (“heel contact” en inglés) y finaliza con el despegue de los dedos (“toe-off” en inglés) momento en el cuál se inicia la fase de balanceo. La fase de balanceo se define como el periodo transcurrido desde el despegue del pie hasta cuando éste toca nuevamente el suelo. Cada uno de estos eventos ocurre secuencialmente en porcentajes específicos del ciclo de marcha, ver Figura 2.1. El contacto inicial ocurre en el momento que el talón hace contacto con el suelo al 0% del ciclo de marcha, mientras que el despegue ocurre cuando los dedos del pie se despegan del suelo, lo cual ocurre al 70% del ciclo de marcha, y la fase del balanceo es el 30% restante del ciclo de marcha normal [8].

Durante el ciclo de marcha hay dos periodos de doble apoyo cuando ambos pies tocan el suelo, este doble apoyo representa un 20% del ciclo de marcha. El primer doble apoyo ocurre inmediatamente después del contacto inicial y el segundo poco antes del despegue. El primer doble apoyo es la respuesta a la carga (“loading response” en inglés) de la pierna, es un periodo de desaceleración cuando se absorbe el impacto, posterior a esta respuesta a la carga sigue un periodo de apoyo sencillo. El apoyo sencillo se subdivide a su vez en apoyo medio y en apoyo final. Al final de la fase de apoyo viene un segundo periodo de doble apoyo llamado pre-balanceo, el cual corresponde en tiempo y duración a la respuesta a la carga del miembro opuesto. Es importante recordar estas relaciones debido a que la marcha normal es simétrica.

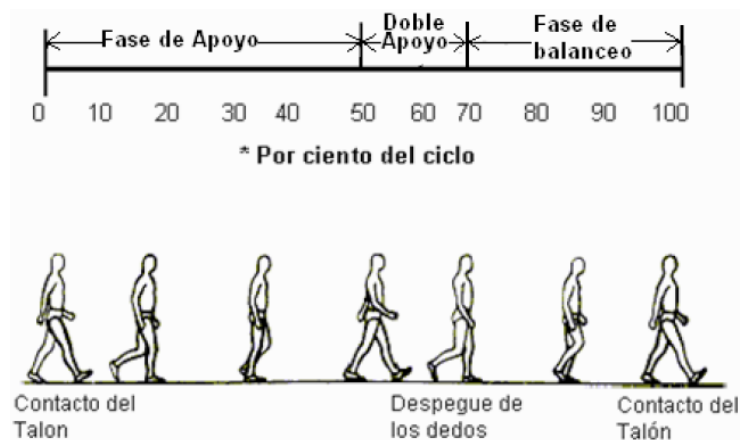


Figura 2.1. Ciclo de marcha normal [8].

Por su parte, la fase de balanceo puede dividirse en tres sub-fases: la fase de aceleración que se caracteriza por la rápida aceleración de la pierna después de que los dedos dejan de tocar el suelo; la fase de balanceo, cuando la pierna balanceada sobrepasa a la otra que se encuentra en fase de apoyo; y la fase de desaceleración, cuando la pierna se mueve rápidamente a su posición de contacto inicial cuando se acerca al suelo.

El análisis de la marcha se realiza en los tres planos principales del cuerpo humano. En análisis sobre el plano sagital permite observar la inclinación pélvica, así como el movimiento de flexo-extensión de la cadera, rodilla y tobillo. El análisis en el plano frontal permite observar la abducción y la aducción de la cadera al igual que la pelvis. En el plano transversal es posible analizar la posición rotacional de las extremidades [22].

2.2 Cargas en la rodilla

La velocidad de marcha normal promedio es de 4 km/h, pero la velocidad máxima es de aproximadamente 6 km/h, a partir de la cual la marcha empieza a tener diferentes patrones que la alteran. La longitud de zancada promedio es de aproximadamente 1.5 m. La Tabla 2.1 muestra en porcentaje y en tiempo la duración de las diferentes fases durante el ciclo de marcha normal, la tabla se elaboró a partir de la Figura 2.1.

Tabla 2.1. Fases de apoyo y balanceo en un ciclo de marcha normal para ambas piernas, así como los tiempos en marcha normal a 6 km/h.

	Fase de Apoyo						Fase de Balanceo			Fase de Apoyo					
Pierna derecha	Doble Apoyo		Simple Apoyo			Doble Apoyo		Fase de Balanceo			Doble Apoyo		Simple Apoyo		
	10%	20%	30%	40%	50%	60%	70%	80%	90%	100%-0%	10%	20%	30%	40%	50%
Pierna Izquierda	60%	70%	80%	90%	100%	10%	20%	30%	40%	50%	60%	70%	80%	90%	100%
	Doble Apoyo		Fase de Balanceo			Doble Apoyo		Simple Apoyo			Doble Apoyo		Fase de Balanceo		
	Fase de Apoyo							Fase de Apoyo							
Tiempo (s)	0.09	0.18	0.27	0.36	0.45	0.54	0.63	0.72	0.81	0.9	.99	1.08	1.17	1.26	1.35

La norma ISO-10328 identifica dos configuraciones de carga para los niveles máximos de carga experimentados por la rodilla durante la fase de apoyo en un ciclo de marcha normal. La primera condición se relaciona con el instante de carga máxima que ocurre durante el contacto inicial, mientras que la segunda condición se relaciona al instante de carga máxima ocurrido en la parte del despegue [30]. Debido a estas dos condiciones antes mencionadas, las cargas llegan hasta 4.4 veces el peso corporal (BW por sus siglas en inglés Body Weight) [31]. La Tabla 2.2 muestra el peso de cada miembro del cuerpo humano en porcentaje del peso corporal.

Tabla 2.2. Peso en porcentaje de BW de los distintos miembros del cuerpo humano [32].

Partes del cuerpo	Peso en % de BW	Partes del cuerpo	Peso en % de BW
Tronco	50.0%	Pie	1.5%
Mano	0.7%	Tibia	4.4%
Antebrazo	1.6%	Muslo	10.1%
Parte superior del brazo	2.7%	Pierna Completa	16.0%
Brazo completo	5.0%	Cabeza	8.0%

La Figura 2.2 muestra la configuración a utilizar durante el análisis de las cargas durante el ciclo de marcha normal. Se definen los ejes “X”, “Y” y “Z” a lo largo de la tibia con la finalidad de representar la dirección en que actúan las fuerzas con respecto a la tibia.

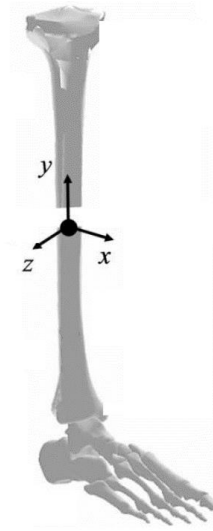


Figura 2.2. Ejes coordenados con respecto a la tibia para el análisis de las cargas.

La Figura 2.3a muestra un diagrama de cuerpo libre de la rodilla para la condición de doble apoyo, que es cuando las dos piernas están en contacto con el suelo, mientras que la Figura 2.3b muestra el diagrama de cuerpo libre para la condición de simple apoyo, que sucede cuando solo una pierna está en contacto con el suelo. Se observa una fuerza de reacción del pie con respecto al suelo (F_{p-s}), la cual va cambiando durante la fase de apoyo, dependiendo si está bajo la condición de contacto inicial, simple apoyo, doble apoyo o despegue. Esta fuerza está mayormente presente en la dirección y. El ángulo teta (θ) cuantifica la apertura de la pierna entre el fémur y la tibia, el ángulo alfa (α) cuantifica la apertura entre el fémur y una línea horizontal a la altura de la rodilla, y el ángulo beta (β) mide la apertura entre la línea horizontal a la altura de la rodilla y la tibia.

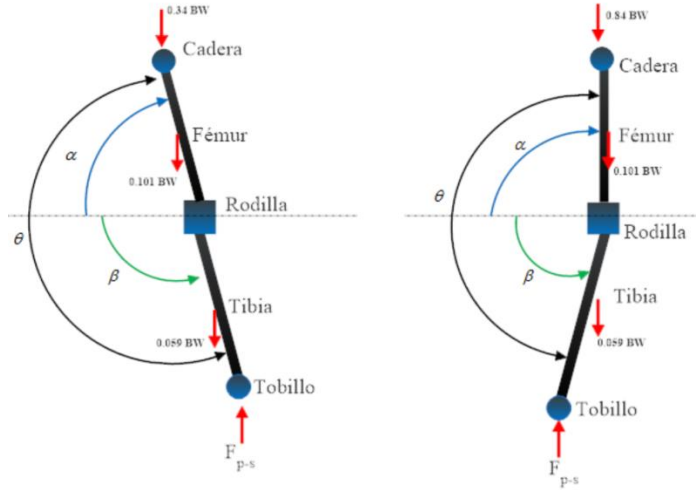


Figura 2.3. Diagrama de fuerzas en la rodilla en el plano sagital para: a) un doble apoyo, b) un simple apoyo.

La variación y comportamiento de los ángulos α , β y θ durante un ciclo de marcha normal se muestra en la Tabla 2.3.

Tabla 2.3. Comportamiento de los ángulos α , β y θ durante un ciclo de marcha normal [8].

Ángulo	Ángulo inicial	Ángulo final	Δ ángulo
θ	169.4°	124.6°	-44.8°
β	93°	16.44°	-77.14°
α	75°	108.16°	32.34°

De acuerdo a los diagramas de cuerpo libre de la Figura 2.3, cuando se tiene un doble apoyo el peso de la parte superior del cuerpo y el peso del tronco, $W_{superior}$ es el peso combinado de la cabeza, los brazos y el tronco, es decir de la parte superior del cuerpo, dado en % BW, se distribuye de manera equitativa en cada pierna, y F_{p-s} resulta en:

$$F_{p-s} = \frac{W_{superior}}{2} + W_{fémur} + W_{tibia} \quad (2.1)$$

donde $W_{fémur}$ es el peso de la parte de la pierna de la cadera a la rodilla, W_{tibia} es el peso de la parte de la pierna de la rodilla al tobillo.

Por otro lado, en la fase de simple apoyo, el peso total del cuerpo es soportado por una sola pierna, entonces F_{p-s} resulta en:

$$F_{p-s} = W_{superior} + W_{fémur} + W_{tibia} + W_{pierna} \quad (2.2)$$

donde la W_{pierna}

$$W_{pierna} = W_{fémur} + W_{tibia} \quad (2.3)$$

que es el peso de la pierna que se encuentra en fase de balanceo dada en %BW.

En la Figura 2.4 se muestran las dos condiciones antes mencionadas asumiendo que la velocidad de marcha es prácticamente cero, por lo que las fuerzas de impacto y de impulso ocasionadas por el contacto inicial y el despegue respectivamente son consideradas despreciables. Se muestra la fuerza de reacción obtenida en Newtons (N), esto a partir de

$$N = (BW)(g)(mass) \quad (2.4)$$

donde g es la gravedad de la tierra $9.81 \text{ (m / s}^2 \text{)}$ y $mass$ es la masa del individuo en kg la cual es de 100 kg para el presente análisis.

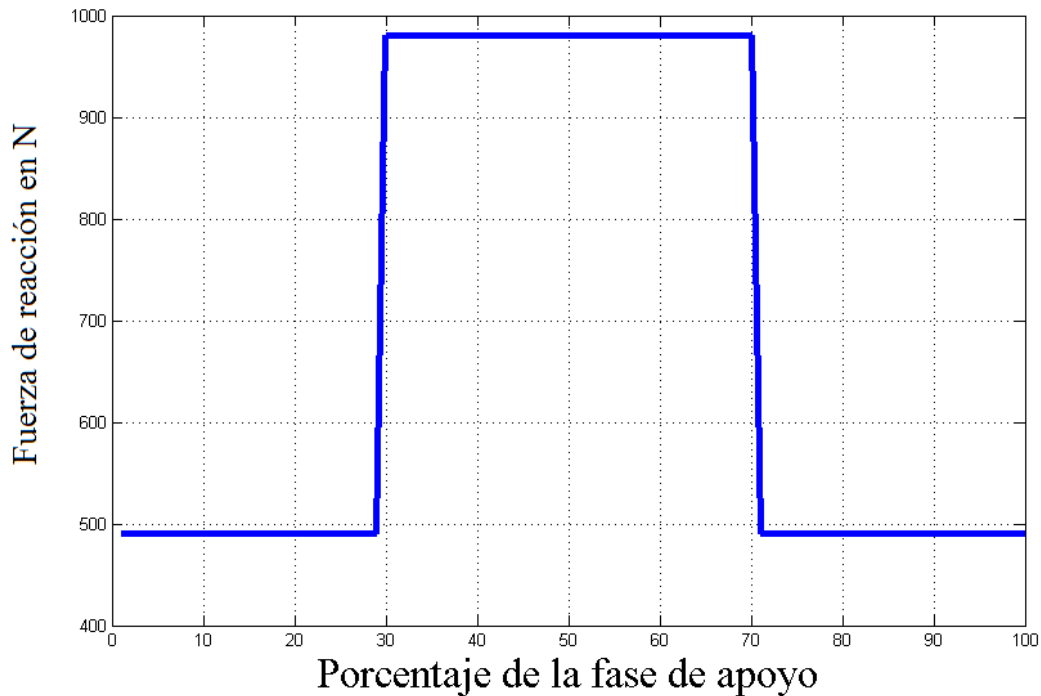


Figura 2.4. Fuerza de reacción del pie en N durante la fase de apoyo, el doble apoyo se presenta al principio (0-30%) y final (70-100%) de la fase mientras el simple apoyo en medio (30-70%) de la fase.

En la Figura 2.4 se observa solo la condición de doble o simple apoyo; sin embargo, existen diferentes factores que aumentan las cargas en la rodilla durante la fase de apoyo, dos de ellas son la fuerza de impacto que se origina al momento del contacto inicial y la fuerza de impulso que se origina al momento del despegue de los dedos. Estos factores aumentan de manera significativa las cargas en la rodilla.

En la literatura estas cargas adicionales son obtenidas a través de diferentes métodos durante el ciclo de marcha. Uno de estos métodos es medir en tiempo real las cargas. Para ello se usan sensores (principalmente acelerómetros) a lo largo de la pierna para medir las cargas. Otra forma es mediante sensores implantados [31] en las prótesis internas. Con estas cargas se determinan las fuerzas y momentos de reacción en cada articulación de miembros inferiores.

Se reproduce la fuerza de reacción en la rodilla obtenida en la literatura [31], dividiendo la fase de apoyo en 78 partes, de acuerdo a la Tabla 2.3 son los grados que se mueve la tibia durante la fase de apoyo, para cada grado se obtiene una fuerza de reacción. La figura 2.5 muestra la fuerza de reacción obtenida en Newtons (N), para una velocidad de marcha promedio de 4.0 km/h.

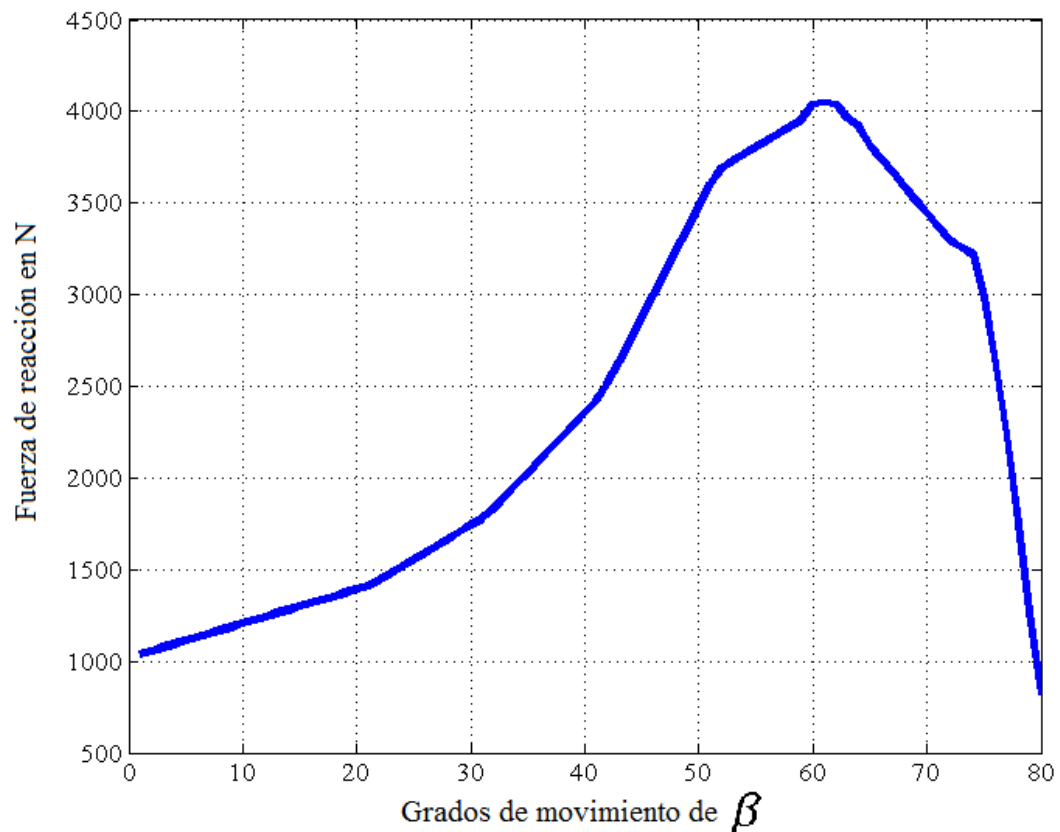


Figura 2.5. Fuerza de reacción durante la fase de apoyo, para una velocidad de marcha promedio de 4.0 km/h.

De manera similar, se obtienen los momentos de reacción a los cuales está sometida la rodilla de acuerdo a la literatura [31], estos momentos se encuentran en el plano sagital y frontal. La Figura 2.6 muestra los momentos dados en N.m, a los cuales la rodilla está sometida durante la fase de apoyo del ciclo de marcha a una velocidad de marcha promedio.

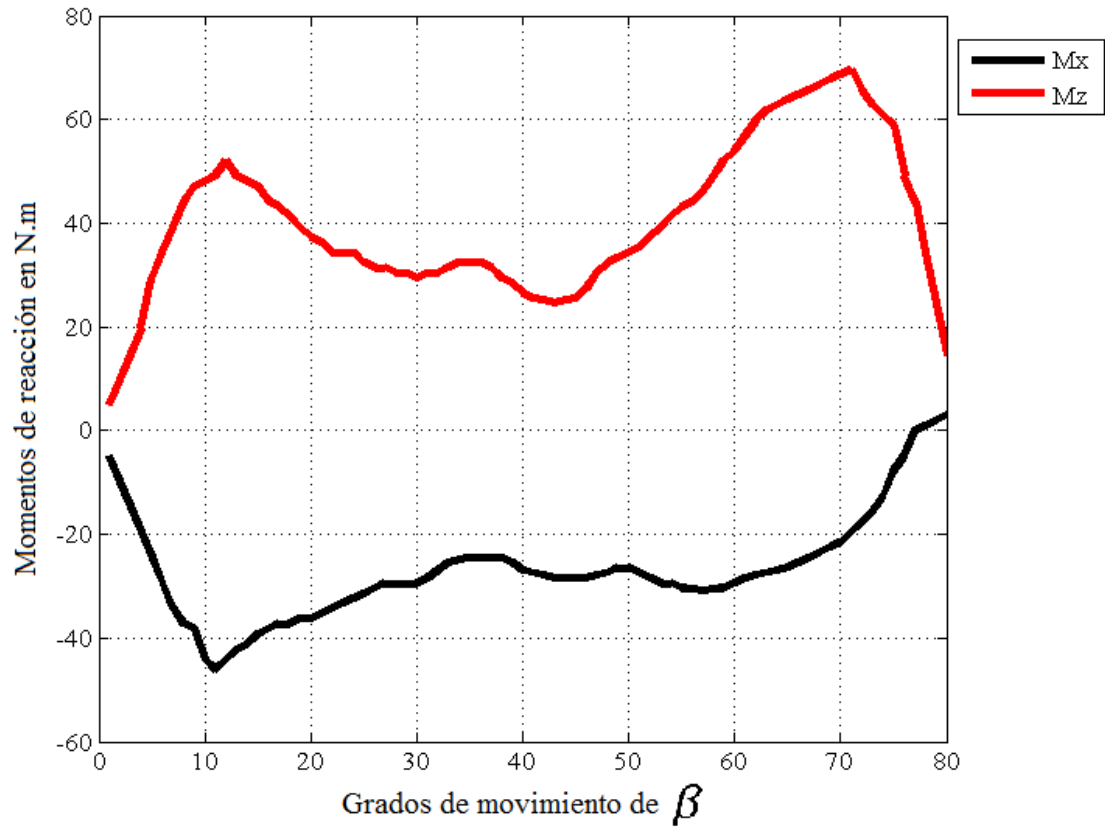


Figura 2.6. Momentos en el eje Z y en X, durante un durante la fase de apoyo, para una velocidad de marcha promedio de 4 km/h.

Se observa en las gráficas anteriores las cargas y momentos a los cuáles la rodilla está sometida durante un ciclo de marcha normal promedio. Sin embargo, existen diferentes velocidades de marcha las cuales van de 0 a 6 km/h y en donde las fuerzas de impacto ($F_{impacto}$) y las fuerzas de impulso ($F_{impulso}$) varían dependiendo de la velocidad de marcha. De la Figura 2.4 se observa que en la fase de doble apoyo en condiciones estáticas se tiene una F_{p-s} de 490 N (0.5 BW), mientras que en la Figura 2.5 se observa que durante la marcha normal esta fuerza se incrementa hasta 1117.7 N (1.2 BW) en la misma fase; en otras palabras, la fuerza de impacto incrementa en 0.7 BW la F_{p-s} en el caminado normal a velocidad promedio.

Para modelar la $F_{impacto}$ se considera la pierna como un péndulo. La Figura 2.7 muestra un péndulo donde la masa está concentrada en la parte final del eslabón, de masa despreciable, la cual lleva una velocidad e impacta con el suelo.

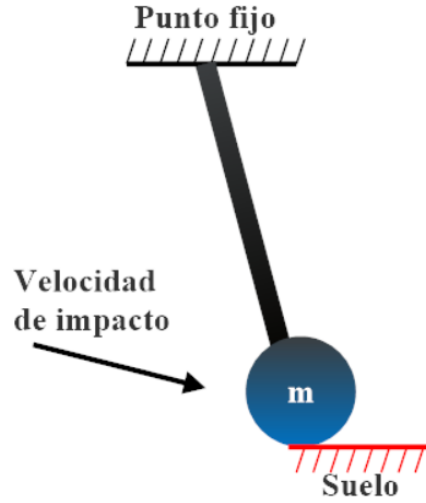


Figura 2.7. Modelo de péndulo.

La F_{impacto} sucede cuando la masa golpea al suelo. Debido a que el suelo no se mueve ni la masa después el impacto, se supone un choque elástico donde el coeficiente de restitución es 1, se tiene

$$F_{\text{impacto}} = m \frac{(v_{\text{inicial}} - v_{\text{final}})}{\Delta t} \quad (2.5)$$

donde v_{inicial} es la velocidad inicial al momento del choque que lleva la masa, v_{final} es la velocidad con la que termina la masa que es cero, y Δt es el tiempo de duración del choque. Para calcular v_{inicial} es necesario conocer el tiempo en el que la pierna se acomoda para el contacto inicial, la cual corresponde a la mitad del tiempo de balance, Tabla 2.1. Con el tiempo de balance establecido, se determina la aceleración angular del ángulo β . Para establecerlo es necesario usar las ecuaciones movimiento uniformemente acelerado aplicadas a este ángulo.

$$\beta_f - \beta_i = \dot{\beta}_i \frac{t_{\text{balance}}}{2} + \frac{1}{2} \ddot{\beta} \left(\frac{t_{\text{balance}}}{2} \right)^2 \quad (2.6)$$

donde β_f es el ángulo inicial del ángulo β y β_i es el ángulo final β obtenidos de la Tabla 2.3 esto debido a que la tibia va de regreso a la posición de contacto inicial y la velocidad inicial del ángulo $\dot{\beta}$ es cero se tiene que la aceleración angular:

$$\ddot{\beta} = \frac{2 * (\beta_f - \beta_i)}{\left(\frac{t_{\text{balance}}}{2} \right)^2} \quad (2.7)$$

A partir de $\ddot{\beta}$ se obtiene la velocidad angular del ángulo β , esto a partir de una ecuación del movimiento uniformemente acelerado.

$$\dot{\beta}_f - \dot{\beta}_i = \ddot{\beta} \frac{t_{balance}}{2} \quad (2.8)$$

se sabe $\dot{\beta}_i$ entonces se tiene que la velocidad angular con la que impacta la masa es de

$$\dot{\beta}_f = \ddot{\beta} \frac{t_{balance}}{2} \quad (2.9)$$

Al conocer la velocidad angular con la que la masa choca contra el piso, para determinar la velocidad tangencial es necesario conocer la longitud del eslabón $l_t = 0.47 \text{ m}$ [33], longitud que corresponde de la base de la rodilla hasta al talón.

$$v_{tangencial} = \dot{\beta}_f * l_t \quad (2.10)$$

Se determina la componente vertical (eje y) de la fuerza tangencial, debido a que es en esta dirección en donde la fuerza de reacción actúa en la tibia de acuerdo a la Figura 2.4 se encuentran en ese mismo eje, y esta componente de la velocidad que se utiliza en la ecuación (2.5) como velocidad inicial.

$$v_y = v_{tangencial} * \sin(\beta_f) \quad (2.11)$$

La masa efectiva del impacto, así como el tiempo en que ocurre el impacto son desconocidos. Sin embargo, se propone que la masa del impacto es la suma de la masa de la tibia (4.4% BW) más la masa del pie (1.5% BW). Si para una velocidad de caminado promedio la fuerza de impacto es 0.7 BW, entonces el tiempo del impacto de acuerdo a la ecuación (2.5) es 0.0438 s, lo cual corresponde a un 4.14% del tiempo de la fase de apoyo.

La Figura 2.7 muestra la fuerza de impacto calculada a partir de la ecuación (2.5). En esta figura cada línea representa una velocidad de caminado desde 1 a 6 km/hr. Cada punto de cada línea logarítmica representa una posible fuerza de impacto para un diferente Δt .

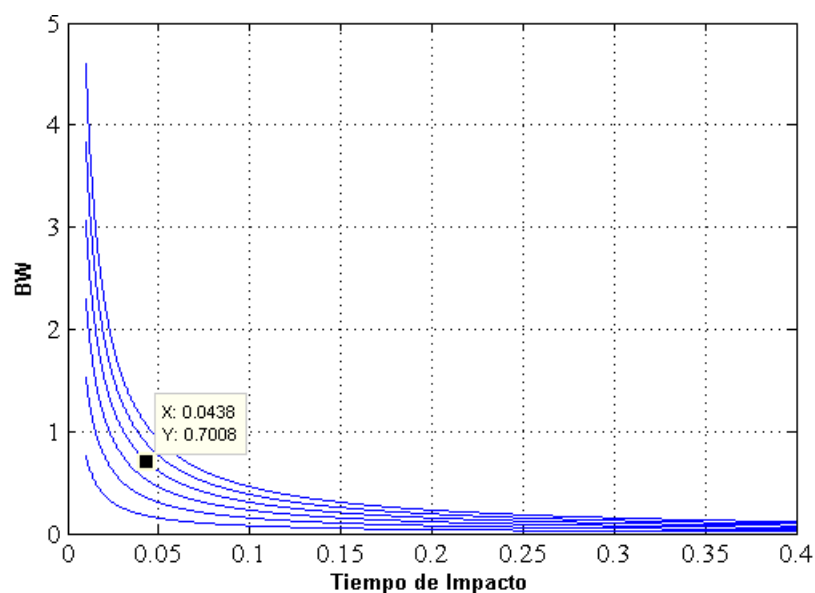


Figura 2.7. Fuerza de impacto como función del tiempo de impacto para una masa del 5.9% BW y velocidades de caminado desde 1 a 6 km/h.

La Tabla 2.4 muestra los valores de la fuerza de impacto para diferentes velocidades de caminado, así como el tiempo de apoyo, el tiempo del impacto, la fuerza de reacción F_{p-s} y la diferencia de la fuerza de impacto con respecto a la fuerza de impacto para la velocidad promedio. Cabe mencionar que el porcentaje del tiempo de impacto con respecto al tiempo de la fase de apoyo es de 4.6%.

Tabla 2.4. Velocidad, tiempos y fuerzas obtenidas a diferentes velocidades de caminado.

Velocidad de caminado (km/h)	Velocidad en m/s	Tiempo de caminado (s)	Tiempo fase de apoyo (s)	Tiempo del impacto (s)	Fuerza de impacto (BW)	Fuerza de reacción F_{p-s} (BW)	Fuerza de impacto con respecto a la fuerza de impacto a la velocidad promedio
1	0.278	5.4	3.78	0.175	0.049	0.545	0.46
2	0.556	2.7	1.89	0.087	0.20	0.70	0.58
3	0.833	1.8	1.26	0.058	0.44	0.94	0.78
4	1.111	1.35	0.945	0.0438	0.7	1.2	1.00
5	1.389	1.08	0.756	0.035	1.29	1.79	1.49
6	1.667	0.9	0.63	0.029	1.78	2.28	1.90

En la Figura 2.8 se muestran los valores de la fuerza de reacción F_{p-s} obtenidos considerando diferentes velocidades de caminado. Los valores de la fuerza de reacción se determinan al

multiplicar la fuerza obtenida de la Figura 2.5 por la fuerza de impacto con respecto a la fuerza de impacto a la velocidad promedio, la última columna de la Tabla 2.4.

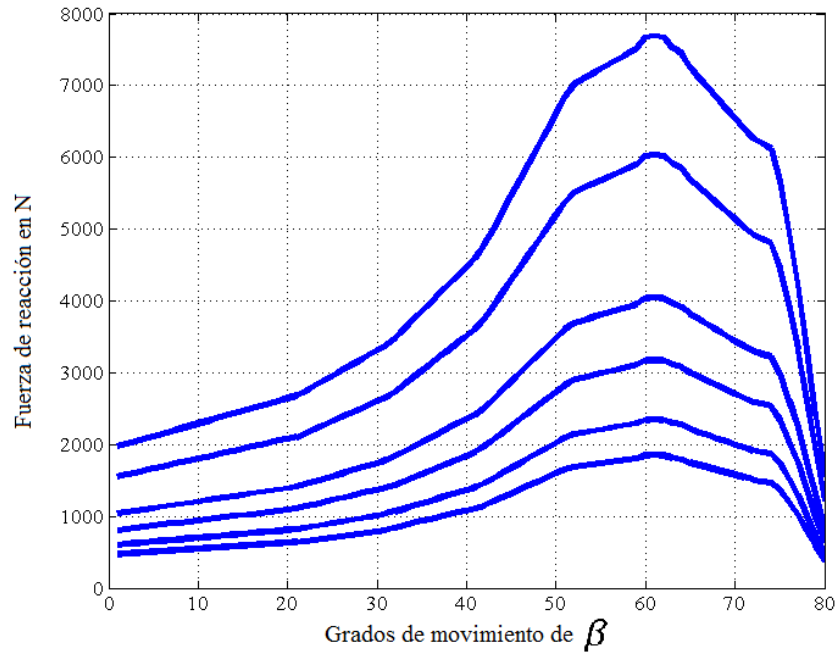


Figura 2.8. Fuerzas de reacción en la rodilla F_{p-s} para diferentes velocidades de caminado.

De igual manera, para determinar los valores de los momentos resultantes en la rodilla, de la Figura 2.9 se multiplican por la última columna de la Tabla 2.4.

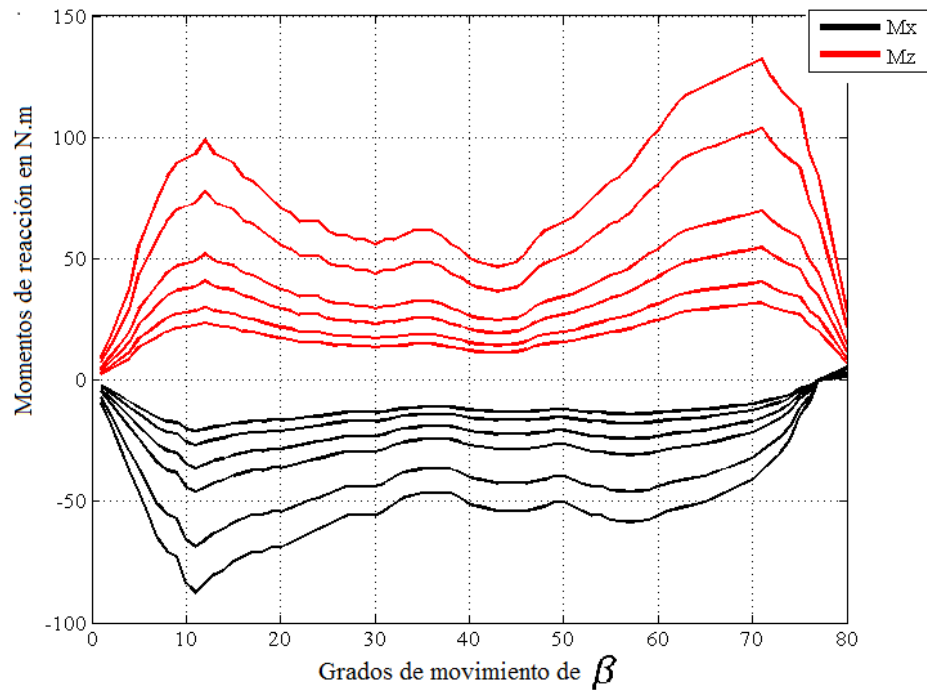


Figura 2.9. Momentos en la rodilla para diferentes velocidades caminado.

En la figura 2.8 y 2.9 se observa que las cargas y momentos en la rodilla aumentan considerablemente a medida que la velocidad de la marcha aumenta. Por lo anterior, en el análisis mecánico y diseño de la prótesis se tomarán los valores de cargas y momentos para una velocidad máxima de marcha de 6 km/h.

2.3 Diseño conceptual

La Figura 2.10 muestra el prototipo virtual del mecanismo policéntrico propuesto para la prótesis de rodilla. Este mecanismo está basado en la trayectoria promedio de la marcha humana, y es el resultado del análisis y síntesis dimensional de cuerpo rígido realizada en [8]. El mecanismo ha sido sintetizado para cumplir con las necesidades de movimiento de la rodilla de la pierna humana durante el ciclo de marcha normal. En el mecanismo propuesto se observa la barra conducida (**L3**), la cual hace la función de los ligamentos cruzados, las barras conductoras (**L1**), que hacen la función de los ligamentos colaterales. La figura 2.11 muestra esta comparación entre los ligamentos de la rodilla humana y el mecanismo policéntrico propuesto. La Figura 2.12 compara el mecanismo propuesto con la rodilla natural en tres configuraciones distintas correspondientes a la trayectoria promedio de la marcha humana.

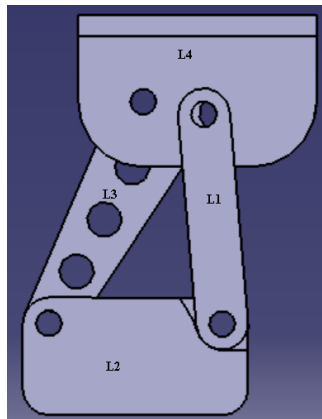


Figura 2.10. Mecanismo propuesto para la prótesis de rodilla tipo policéntrica.

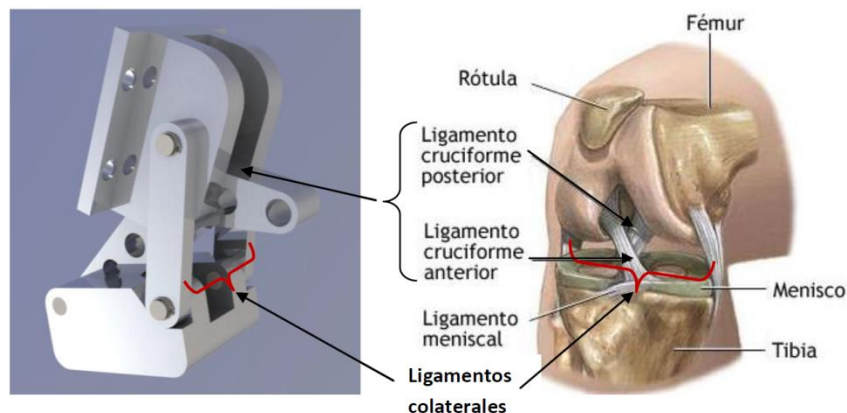


Figura 2.11. Comparación entre a) mecanismo policéntrico propuesto y b) la rodilla humana [8].

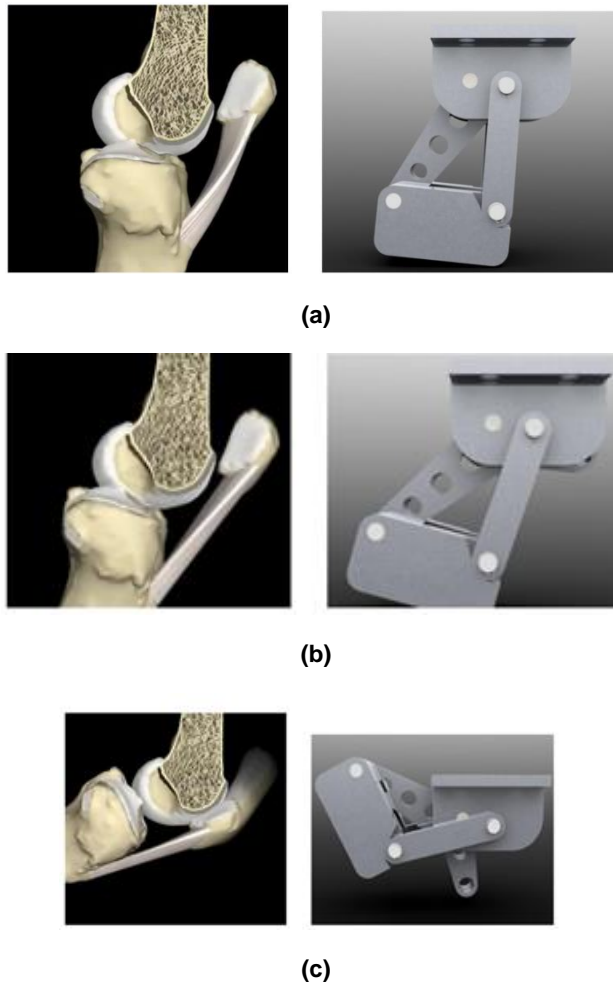


Figura 2.12. Comparativa de la rodilla humana con el mecanismo policéntrico: a) la posición del contacto inicial b) durante la fase de apoyo y c) despegue del pie [8].

2.4 Análisis cinemático

Para realizar el diseño y mejora del mecanismo policéntrico de 4 barras propuesto, es necesario conocer su comportamiento cinemático durante todo el ciclo de marcha normal. Para ello se toma como modelo simplificado el mecanismo mostrado en la Figura 2.13. Las dimensiones de los eslabones obtenidas de la síntesis de conducción de cuerpo rígido se muestran en el Tabla 2.5 [8].

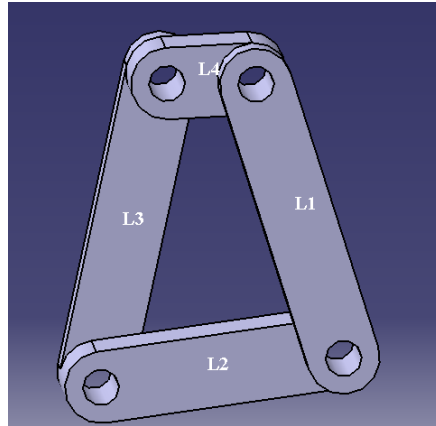


Figura 2.13. Mecanismo de cuatro barras propuesto.

Tabla 2.5. Dimensiones del mecanismo de cuatro barras.

Eslabón	Longitud (mm)
L1	48.3
L2	40.0
L3	55.4
L4	14.3

El análisis cinemático del mecanismo considera conocer la posición, velocidad y aceleración de cada eslabón en cualquier instante de tiempo durante el ciclo de marcha. Para realizar dicho análisis se define el diagrama cinemático auxiliar que se muestra en la Figura 2.14, en donde la posición de entrada se define como β_1 con respecto al eslabón L1, la velocidad angular de entrada como $\dot{\beta}_1$ y la aceleración angular de entrada como $\ddot{\beta}_1$. La posición del eslabón L2 se define mediante el ángulo β_2 ,y la posición del eslabón L3 mediante el ángulo β_3 .

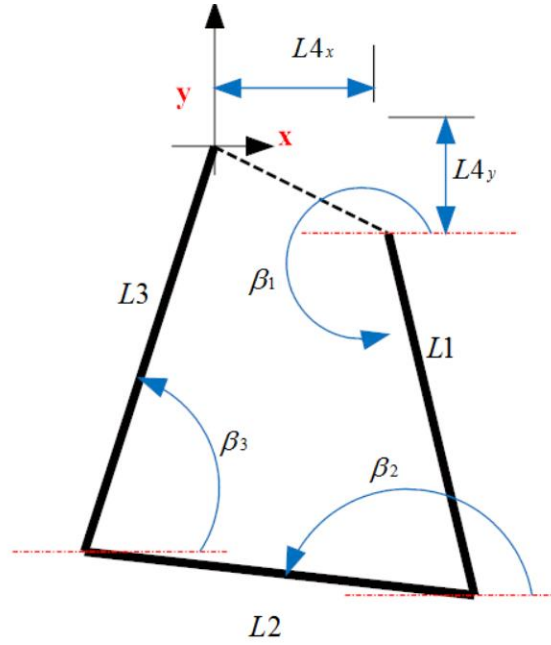


Figura 2.14. Diagrama cinemático auxiliar del mecanismo de 4 barras.

A partir del diagrama cinemático auxiliar de la Figura 2.14, se plantean las siguientes ecuaciones de restricción:

$$\beta_1 = \text{conocida} \quad (2.12)$$

$$L_1 \cos \beta_1 + L_2 \cos \beta_2 + L_3 \cos \beta_3 + L_{4x} = 0 \quad (2.13)$$

$$L_1 \sin \beta_1 + L_2 \sin \beta_2 + L_3 \sin \beta_3 - L_{4y} = 0 \quad (2.14)$$

Para resolver el problema de posición se reordenan las ecuaciones como:

$$-L_2 \cos \beta_2 = L_1 \cos \beta_1 + L_3 \cos \beta_3 + L_{4x} \quad (2.15)$$

$$-L_2 \sin \beta_2 = L_1 \sin \beta_1 + L_3 \sin \beta_3 - L_{4y} \quad (2.16)$$

Elevando al cuadrado y sumando las ecuaciones anteriores, se tiene que:

$$0 = L_1^2 - L_2^2 + L_3^2 + L_{4x}^2 + L_{4y}^2 + 2L_1L_3 \cos \beta_1 \cos \beta_3 + 2L_3L_{4x} \cos \beta_3 + 2L_1L_{4x} \cos \beta_1 + 2L_1L_3 \sin \beta_1 \sin \beta_3 - 2L_3L_{4y} \sin \beta_3 - 2L_1L_{4y} \sin \beta_1 \quad (2.17)$$

Reordenando se obtiene la siguiente ecuación:

$$A \sin \beta_3 + B \cos \beta_3 + C = 0 \quad (2.18)$$

donde

$$A = 2L_1L_3 \sin \beta_1 - 2L_3L_{4y} \quad (2.19)$$

$$B = 2L_1L_3 \cos \beta_1 + 2L_3L_{4x} \quad (2.20)$$

$$C = L_1^2 - L_2^2 + L_3^2 + L_{4x}^2 + L_{4y}^2 + 2L_1L_{4x} \cos \beta_1 + 2L_1L_{4y} \sin \beta_1 \quad (2.21)$$

La solución de la ecuación anterior está dada por:

$$\beta_3 = 2 \tan^{-1} \left(\frac{-A \pm \sqrt{A^2 + B^2 - C^2}}{C - B} \right) \quad (2.22)$$

Despejando $\cos \beta_2$ y $\sin \beta_2$ de las ecuaciones 13 y 14, se encuentra que:

$$\cos \beta_2 = \frac{L_1 \cos \beta_1 + L_3 \cos \beta_3 + L_{4x}}{-L_2} \quad (2.23)$$

$$\sin \beta_2 = \frac{L_1 \sin \beta_1 + L_3 \sin \beta_3 - L_{4y}}{-L_2} \quad (2.24)$$

A partir de estos valores se puede determinar el valor de β_2 :

$$\beta_2 = 2 \tan^{-1} \left(\frac{\sin \beta_2}{1 + \cos \beta_2} \right) \quad (2.25)$$

Para determinar las velocidades del mecanismo, se derivan las ecuaciones de restricción:

$$\dot{\beta}_1 = \text{conocida} \quad (2.26)$$

$$-L_1\dot{\beta}_1 \sin \beta_1 - L_2\dot{\beta}_2 \sin \beta_2 - L_3\dot{\beta}_3 \sin \beta_3 = 0 \quad (2.27)$$

$$L_1\dot{\beta}_1 \cos \beta_1 + L_2\dot{\beta}_2 \cos \beta_2 + L_3\dot{\beta}_3 \cos \beta_3 = 0 \quad (2.28)$$

resolviendo se obtiene:

$$\dot{\beta}_3 = \frac{L_1\dot{\beta}_1(\tan \beta_2 \cos \beta_1 - \sin \beta_1)}{L_3(\sin \beta_3 - \tan \beta_2 \cos \beta_3)} \quad (2.29)$$

$$\dot{\beta}_2 = \frac{L_1 \dot{\beta}_1 \cos \beta_1 + L_3 \dot{\beta}_3 \cos \beta_3}{-L_2 \cos \beta_2} \quad (2.30)$$

Al derivar por segunda vez las ecuaciones de restricción se obtienen las siguientes ecuaciones:

$$\ddot{\beta}_1 = \text{conocida} \quad (2.31)$$

$$-L_1 \ddot{\beta}_1 \sin \beta_1 - L_1 \dot{\beta}_1^2 \cos \beta_1 - L_2 \ddot{\beta}_2 \sin \beta_2 - L_2 \dot{\beta}_2^2 \cos \beta_2 - L_3 \ddot{\beta}_3 \sin \beta_3 - L_3 \dot{\beta}_3^2 \cos \beta_3 = 0 \quad (2.32)$$

$$L_1 \ddot{\beta}_1 \cos \beta_1 - L_1 \dot{\beta}_1^2 \sin \beta_1 + L_2 \ddot{\beta}_2 \cos \beta_2 - L_2 \dot{\beta}_2^2 \sin \beta_2 + L_3 \ddot{\beta}_3 \cos \beta_3 - L_3 \dot{\beta}_3^2 \sin \beta_3 = 0 \quad (2.33)$$

resolviendo:

$$\ddot{\beta}_2 = \frac{L_1 \ddot{\beta}_1 \cos \beta_1 - L_1 \dot{\beta}_1^2 \sin \beta_1 - L_2 \dot{\beta}_2^2 \sin \beta_2 + L_3 \ddot{\beta}_3 \cos \beta_3 - L_3 \dot{\beta}_3^2 \sin \beta_3}{-L_2 \cos \beta_2} \quad (2.34)$$

$$\ddot{\beta}_3 = \frac{L_1 \ddot{\beta}_1 (\tan \beta_2 \cos \beta_1 - \sin \beta_1) - L_1 \dot{\beta}_1^2 (\tan \beta_2 \sin \beta_1 + \cos \beta_1) - L_2 \dot{\beta}_2^2 (\tan \beta_2 \sin \beta_2 + \cos \beta_2) - L_3 \dot{\beta}_3^2 (\tan \beta_2 \sin \beta_3 + \cos \beta_3)}{L_3 \sin \beta_3} \quad (2.35)$$

Las variables de entrada están determinadas de la Tabla 2.3 donde el ángulo β_{1f} es al ángulo final del ángulo β , el ángulo inicial β_{1i} es el ángulo inicial del ángulo β . La velocidad angular y la aceleración angular se determinan a partir de las ecuaciones de movimiento uniformemente acelerado de la ecuación (2.6) se tiene

$$\beta_{1f} - \beta_{1i} = \dot{\beta}_{1i} t_{\text{apoyo}} + \frac{1}{2} \ddot{\beta}_1 (t_{\text{apoyo}})^2 \quad (2.36)$$

el tiempo de apoyo se obtiene de la Tabla 2.1. La velocidad angular inicial $\dot{\beta}_{1i}$ es cero entonces se tiene

$$\ddot{\beta}_1 = \frac{2(\beta_{1f} - \beta_{1i})}{(t_{\text{apoyo}})^2} \quad (2.37)$$

A partir de $\ddot{\beta}_1$ se obtiene la velocidad angular del ángulo β , esto igual a partir de una ecuación (2.8).

$$\dot{\beta}_1 = \ddot{\beta}_1 t_{\text{apoyo}} \quad (2.38)$$

La gráfica de la Figura 2.15 muestra el comportamiento del a) ángulo β_2 y b) ángulo β_3 con respecto al ángulo de entrada β_1 , esto determina la posición del mecanismo en cada instante de la fase de apoyo.

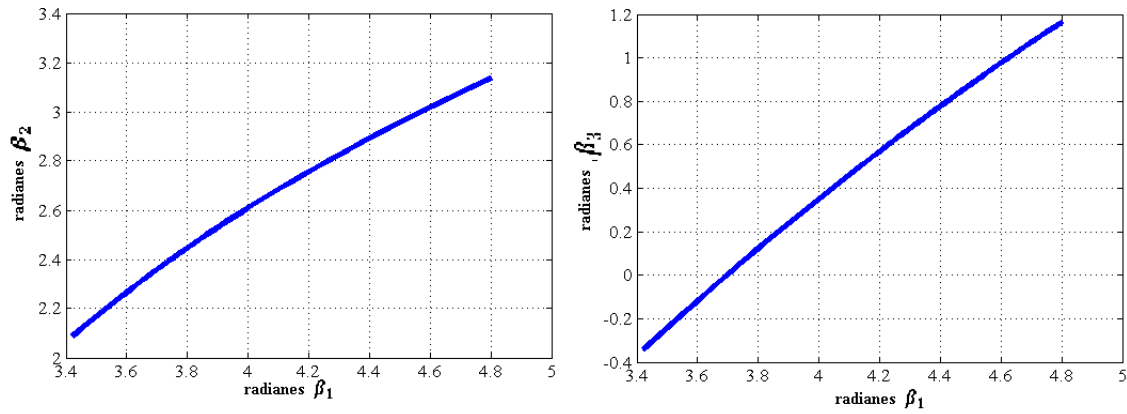


Figura 2.15. Posición de a) ángulo β_2 y b) ángulo β_3 con respecto al ángulo de entrada β_1 durante la fase de apoyo.

La figura 2.16 muestra el comportamiento de a) la velocidad angular $\dot{\beta}_2$ y b) la velocidad angular $\dot{\beta}_3$ con respecto al ángulo de entrada β_1 lo cual indica la velocidad que lleva cada eslabón durante la fase de apoyo.

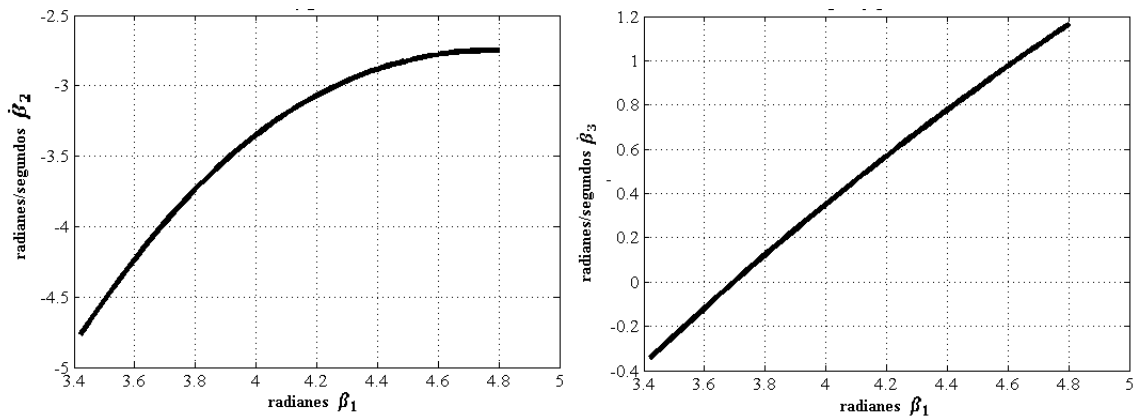


Figura 2.16. Velocidad a) angular $\dot{\beta}_2$ y b) angular $\dot{\beta}_3$ con respecto al ángulo de entrada β_1 durante la fase de apoyo.

La figura 2.17 muestra la a) aceleración angular $\ddot{\beta}_2$ y b) la aceleración angular de $\ddot{\beta}_3$ con respecto al ángulo de entrada β_1 , se observa la aceleración que tiene cada eslabón en la fase de apoyo.

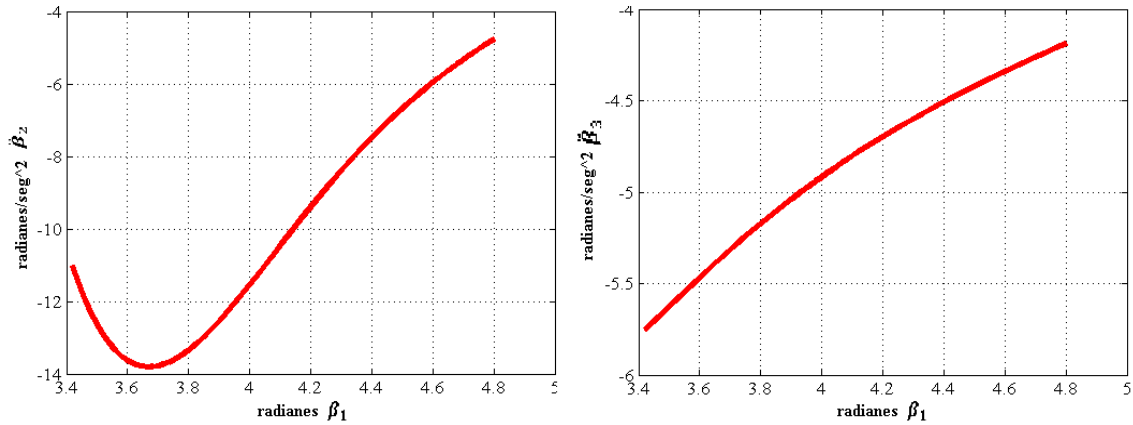


Figura 2.17. Aceleración a) angular $\ddot{\beta}_2$ y b) angular $\ddot{\beta}_3$ con respecto al ángulo de entra β_1 durante la fase de apoyo.

En la figura 2.18 se observa la simulación del mecanismo a lo largo de la fase de apoyo de un ciclo de marcha normal.

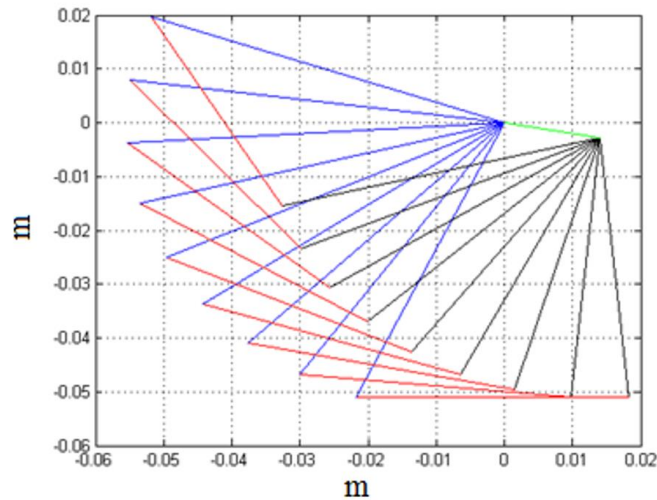


Figura 2.18. Simulación del mecanismo de cuatro barras.

Al conocer el comportamiento del mecanismo en cada instante de la fase de apoyo del ciclo de caminado, se pueden aplicar las cargas al mecanismo y conocer las fuerzas y momentos a que está sometido cada eslabón durante esta fase. Lo anterior permitirá diseñar los eslabones para que soporten estas cargas.

2.5 Modelo mecánico

La Figura 2.19 muestra el modelo mecánico del mecanismo de 4 barras propuesto, así como las cargas a las que está sujeto de acuerdo al análisis previo (subsección 2.2). El diagrama muestra la F_{p-s} que entra al mecanismo, así como el momento en el eje Z (M_z), estas cargas entran por el eslabón acoplador L2, el cual conduce la tibia. En esta figura

también se muestran las reacciones en las juntas del mecanismo las cuales se identifican como R_A , R_B , R_C y R_D . Además, se considera que en la articulación D actúa un momento de reacción M_D que evita el movimiento libre del mecanismo.

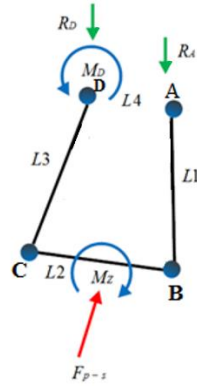


Figura 2.19. Diagrama de reacciones de los eslabones del mecanismo de 4 barras.

Para resolver las reacciones del mecanismo se considera el análisis eslabón por eslabón. Se realiza un análisis cuasi-dinámico, en donde se resuelve de manera estática para cada instante durante la fase de apoyo. Comenzando con el eslabón L2, que es el eslabón por donde entra la F_{p-s} y el M_z , la Figura 2.20 muestra su diagrama de cuerpo libre.

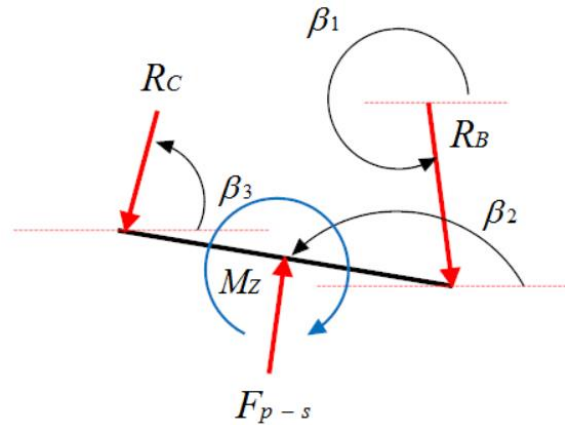


Figura 2.20. Diagrama de cuerpo libre del eslabón L2.

Para resolver el diagrama de cuerpo libre, se realiza la sumatoria de fuerzas igualando a cero

$$\sum F_x = 0 = -F_{p-s} \cos \beta_2 + R_B \cos \beta_1 - R_C \cos \beta_3 \quad (2.39)$$

$$\sum F_y = 0 = F_{p-s} \sin \beta_2 + R_B \sin \beta_1 - R_C \sin \beta_2 \quad (2.40)$$

así como la sumatoria de momentos con respecto al junta C, tomando en cuenta los momentos positivos al sentido de las manecillas del reloj:

$$\sum M_c = 0 = M_z + F_{p-s} \left(\frac{L_2}{2} \right) (\cos \beta_2 - \sin \beta_2) - R_B (L_2) (\cos \beta_1 + \sin \beta_1) \quad (2.41)$$

Resolviendo estas sumatorias se encuentra que:

$$R_B = \frac{M_z + F_{p-s} \left(\frac{L_2}{2} \right) (\cos \beta_2 - \sin \beta_2)}{(L_2) (\cos \beta_1 + \sin \beta_1)} \quad (2.42)$$

$$R_c = \frac{F_{p-s} \sin \beta_2 + R_B \sin \beta_1}{\sin \beta_2} \quad (2.43)$$

Debido a que es una estructura rígida, la fuerza se transmite de junta a junta por lo que para obtener las reacciones R_A y R_D .

$$R_B = R_A \quad (2.44)$$

$$R_c = R_D \quad (2.45)$$

La Figura 2.22 muestra las fuerzas de reacción en B y en A con respecto a la fase de apoyo de un ciclo de caminado. De la misma manera la Figura 2.23 muestra la fuerza de reacción obtenidas en C y D durante la fase de apoyo de un ciclo de caminado para una masa de 100 kg a una velocidad de caminado de 6 km/h.

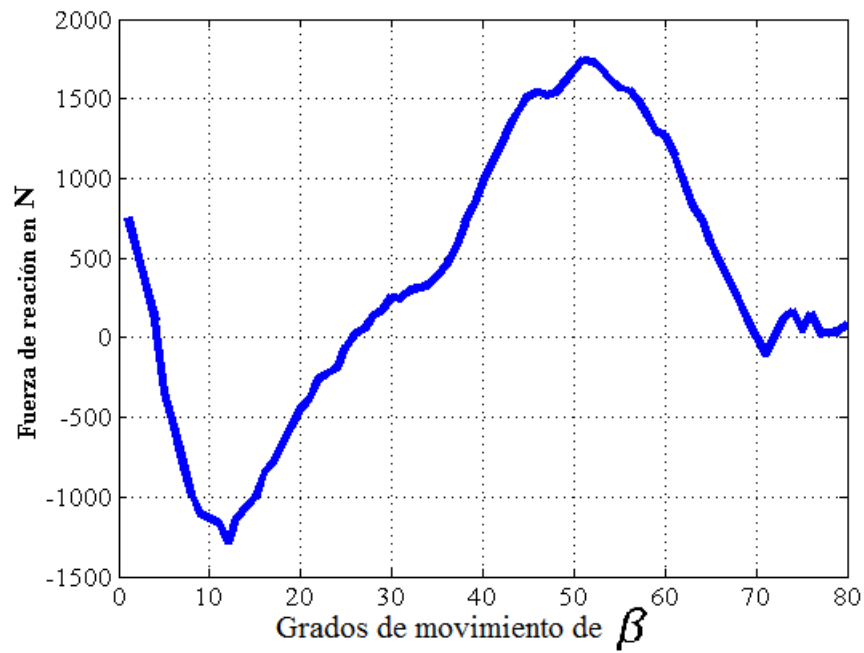


Figura 2.22. Fuerzas de reacción en la junta A y B.

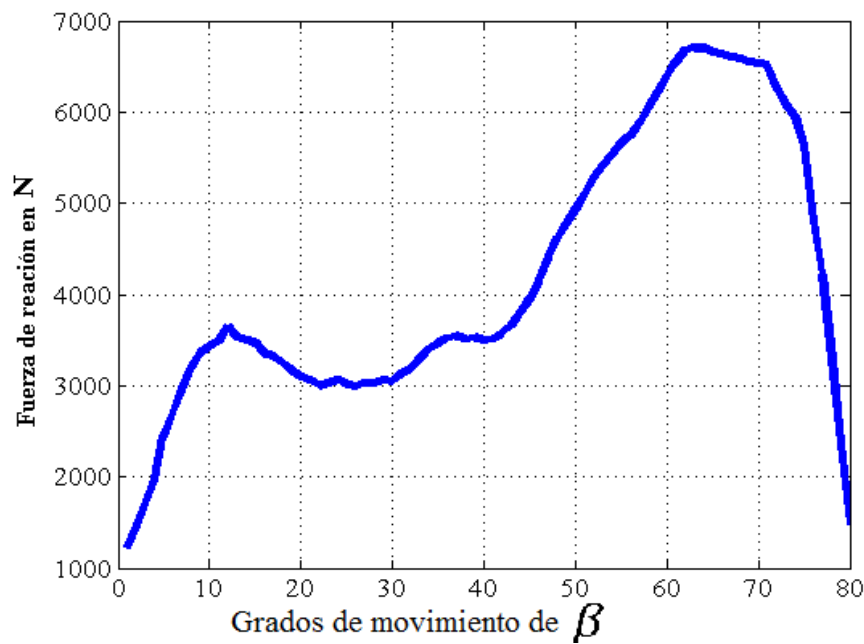


Figura 2.23. Fuerzas de reacción en la junta C y D.

Para calcular el momento de reacción M_D , se supone que el cuadro articulado es un sólido, como muestra la Figura 2.24, y se calcula el valor M_D para cada instante durante la

fase de apoyo del ciclo de marcha normal de caminado para una masa de 100 kg y una velocidad de caminado de 6 km/h.

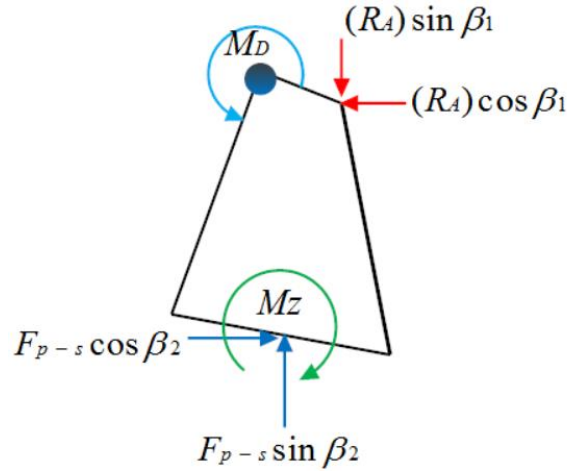


Figura 2.24. Representación del cuadro mecánico como un cuerpo sólido.

El M_D se calcula a partir de la sumatoria de momentos en la junta D

$$\sum = 0 = -M_D + M_Z + F_{p-s} \sin \beta_2 \left(\frac{L_2}{2} \cos \beta_2 + L_3 \cos \beta_3 \right) - F_{p-s} \cos \beta_2 \left(L_3 \sin \beta_3 + \frac{L_2}{2} \sin \beta_2 \right) - R_A \cos \beta_1 (l_{4y}) + R_A \sin \beta_1 (l_{4x}) \quad (2.46)$$

$$M_D = M_Z + F_{p-s} \sin \beta_2 \left(\frac{L_2}{2} \cos \beta_2 + L_3 \cos \beta_3 \right) - F_{p-s} \cos \beta_2 \left(L_3 \sin \beta_3 + \frac{L_2}{2} \sin \beta_2 \right) - R_A \cos \beta_1 (l_{4y}) + R_A \sin \beta_1 (l_{4x}) \quad (2.47)$$

En la Figura 2.25 se presenta la variación de M_D durante la fase de apoyo de un ciclo de marcha normal.

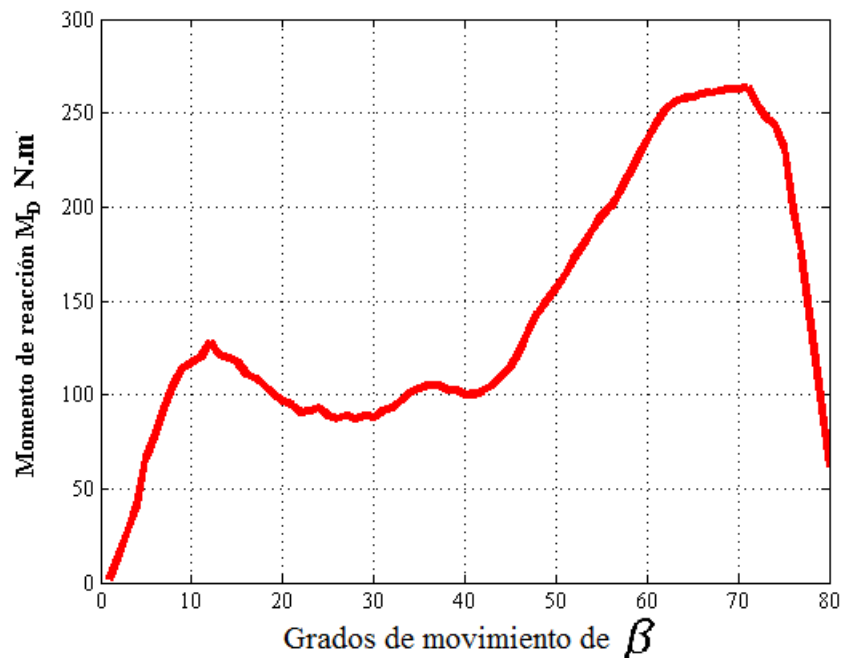


Figura 2.25. Momento resultante la junta D, M_D está dado en Nm.

Estos resultados obtenidos de las fuerzas de reacción en cada eslabón, así como del momento de reacción a lo largo de la fase de apoyo durante el ciclo de caminado, serán utilizados para el diseño estructural y mejora de cada uno de los eslabones del mecanismo.

Capítulo 3

Diseño mecánico de la prótesis de la rodilla

Al conocer las cargas que actúan en los eslabones es posible llevar a cabo el diseño de cada uno de éstos, así como el modelado y análisis de esfuerzos mediante el Método de Elemento Finito.

3.1 Vida de la prótesis

Las cargas y esfuerzos en los eslabones varían durante el ciclo de caminado y son repetitivos, es decir, cada fase de apoyo representa un ciclo de esfuerzos en el mecanismo. Por tanto, el análisis de esfuerzos en el mecanismo de la rodilla debe hacerse bajo un enfoque de diseño a fatiga. Al realizar un diseño a fatiga es importante conocer el número de ciclos mínimos que se desean alcanzar, así como conocer el comportamiento del material con respecto a este número de ciclos. Dado que el tiempo mínimo de vida útil de la prótesis de rodilla debe ser 10 años, el tiempo de vida se puede definir en número de ciclos, los cuales están relacionados directamente con el número de fases de apoyo o pasos que tiene la rodilla durante este periodo. De acuerdo al capítulo anterior, la distancia de zancada de una persona promedio es de 1.5 metros, la cual comprende dos pasos (un paso con la pierna derecha y un paso con la pierna izquierda), se observa entonces que en una zancada existe un ciclo de carga para cada pierna. El número de zancadas necesarias para recorrer una distancia x está dado por la siguiente ecuación:

$$No. de zancadas = \frac{x}{1.5 \frac{m}{zancada}} \quad (3.1)$$

Con base en la ecuación anterior y la distancia promedio recorrida por una persona en un día, es posible determinar el número de ciclos de carga a los cuales estaría sujeta la prótesis de rodilla durante su periodo de vida, Tabla 3.1.

Tabla 3.1. Número de ciclos de carga en el mecanismo.

Distancia recorrida (m/día)	Número de ciclos diarios	Número de ciclos en un año	Número de ciclos en 10 años (en millones)
1000	666.67	243333.33	2.43
2000	1333.33	486666.67	4.87
3000	2000	730000	7.3
4000	2666.67	973333.33	9.73
5000	3333.33	1216666.67	12.2
6000	4000	1460000	14.6
7000	4666.67	1703333.33	17
8000	5333.33	1946666.67	19.5
9000	6000	2190000	21.9
10000	6666.67	2433333.33	24.3

De la tabla 3.1 se observa que si una persona caminara 10 km diarios durante 10 años, se realizarían aproximadamente 2.43×10^7 ciclos de carga en el mecanismo de prótesis de rodilla.

3.2 Selección del material

Entre los requisitos más importantes para el diseño de la prótesis de rodilla se encuentran el peso del mecanismo, su resistencia a la fatiga, su fácil manufactura y su bajo costo. De entre los materiales disponibles se ha seleccionado el aluminio debido a las propiedades que este material ofrece en comparación con otros materiales comúnmente utilizados para prótesis de rodilla externa, ver Tabla 3.2. En esta tabla el signo “+” indica que el material en cuestión es mejor que el aluminio, mientras que el signo “menos” (-) indica lo contrario.

Tabla 3.2. Tabla comparativa de diversos materiales con respecto al aluminio.

	Densidad	Resistencia	Manufactura	Costo
Acero	-	+	-	+
Titanio	-	+	-	-
Fibra de carbono	+	-	-	-

* el signo “+” indica mejor que el aluminio, y el signo “menos” (-) indica lo contrario.

El aluminio (Al) es un material de baja densidad (2.7 g/cc) el cual es utilizado en una gran variedad de aplicaciones comerciales, como en la industria aeroespacial y otros campos del transporte. El aluminio puede ser reforzado agregando elementos aleantes (Cu, Mg, Mn, Si, etc.) con unos subsecuentes tratamientos térmicos. Debido a que existe una amplia gama de aleaciones del aluminio, se obtienen una gran variedad de aplicaciones. La ASTM (Sociedad Americana de Prueba de Materiales, por sus siglas en inglés) identifica las aleaciones de aluminio con un número de 4 dígitos, seguido por un guion y una letra según

su tratamiento térmico. La Tabla 3.3 muestra algunas series de aleaciones del aluminio, en donde se observa una propiedad mecánica importante a usar, la resistencia a la fatiga en MPa. Esta resistencia a la fatiga está dada para 5×10^8 , ciclos de vida, al no sobrepasar estos niveles de esfuerzo se asegura la vida del material, lo cual cumple adecuadamente con el requisito de vida de la prótesis de rodilla.

Tabla 3.3. Series de aleaciones de aluminio y su resistencia a la fatiga.

Aleación de Aluminio	Fatiga en número de ciclos 5×10^8 (MPa)
1000	41.4-68.0
2000	89.6 -125
3000	48-110
4000	125
5000	82.7 – 365
6000	55-375
7000	140-425

Se seleccionó dentro de las diferentes series de aleaciones de aluminio, la serie 7000 debido a que tiene la mayor resistencia a la fatiga. En particular se seleccionó la aleación 7075-T6 debido a que se encuentra disponible comercialmente. Esta aleación es altamente usada para partes estructurales donde los esfuerzos son altos, algunas de las aplicaciones para este tipo de material son accesorios para aeronaves, engranes y ejes, partes de misiles, partes de válvulas reguladoras, engranes de tornillo, llaves, aviones, industria aeroespacial, cuadro de bicicletas y vehículos todo terreno, etc. La Tabla 3.4 muestra los elementos que componen la aleación 7075-T6, así como las propiedades físicas y mecánicas más importantes.

Tabla 3.4. Propiedades de la aleación de aluminio 7075

Elemento Componente	Porcentaje	Propiedades Físicas	Sistema Métrico
Aluminio	87.1-91.4 %	Densidad	2.81 g/cc
Cromo	0.18-0.28 %	Propiedades Mecánicas	-
Cobre	1.2-2.0 %	Esfuerzo último a tensión S_{ut}	462 MPa
Fierro	≤ 0.50 %		
Magnesio	2.1-2.9 %	Esfuerzo de cedencia a tensión S_y	372 MPa
Manganeso	≤ 0.30 %		
Silicón	≤ 0.40 %	Módulo de elasticidad	71.1 GPa
Titanio	≤ 0.20 %	Relación de poisons	0.33
Zinc	5.1-6.1 %	Esfuerzo a la fatiga	159 MPa

3.3 Resistencia a la fatiga

Al hacer un análisis de falla por fatiga no es posible conocer el momento exacto en el que la pieza va a presentar una falla, lo cual es debido a que existen diferentes factores que modifican la resistencia a la fatiga del material. Para el diseño preliminar se requiere un método rápido para estimar los límites de resistencia a la fatiga. Se han identificado factores que cuantifican los efectos de la condición superficial, el tamaño, la carga, la temperatura y otros efectos. Estos factores modifican el límite de resistencia a la fatiga por medio de correcciones sustractivas o multiplicativas. El diseño de falla por fatiga está basado en el método de Marín [34], el cual se describe por medio de la siguiente ecuación.

$$S_e = k_a k_b k_c k_d k_e S'_e \quad (3.2)$$

donde k_a = factor de modificación por la condición superficial
 k_b = factor de modificación por el tamaño
 k_c = factor de modificación por la carga
 k_d = factor de modificación por la temperatura
 k_e = factor de confiabilidad
 S'_e = límite de resistencia a la fatiga de la probeta
 S_e = límite de resistencia a la fatiga en la ubicación crítica de una parte de máquina en la geometría y condición de uso.

Todos los factores de modificación que se aplicaran al diseño de la prótesis se determinan a partir de la ecuación de Marín [34], donde se consideran las características de cada eslabón para obtener los factores.

Factor de superficie k_a

Depende de la calidad de acabado, se determina

$$k_a = a S_{ut}^b \quad (3.3)$$

donde S_{ut} es la resistencia mínima a la tensión del material, y los valores $a = 4.51$ y $b = -0.265$ para un acabado superficial obtenido por maquinado.

Factor de tamaño k_b

Depende del tamaño de la pieza, se determina

$$k_b = (d/7.062)^{-0.107} = 1.24 d^{-0.107} \quad (3.4)$$

donde d es el diámetro para secciones circulares, para secciones rectangulares se obtiene un diámetro equivalente

$$d_e = 0.808(hb)^{1/2} \quad (3.5)$$

Factor de carga k_c

Depende de la condición de carga, para cargas a flexión el factor es 1, si es axial el valor es de 0.85.

Factor de temperatura k_d

Para el diseño de la prótesis el valor del factor es 1.

Factor de confiabilidad k_e

El factor de confiabilidad para el diseño de la prótesis es de 0.897, el cual corresponde a un 90% de confiabilidad.

3.4 Concentración de esfuerzos

La existencia de irregularidades o discontinuidades como orificios, ranuras o muescas incrementa de manera significativa los esfuerzos teóricos en la vecindad inmediata, algunos materiales no son completamente sensibles a la presencia. Se usa un factor de concentración de esfuerzo por fatiga k_f .

$$k_f = 1 + q(k_t - 1) \quad (3.6)$$

donde q es la sensibilidad de la muesca y k_t es la concentración de esfuerzo para esfuerzos estáticos.

3.5 Cargas combinadas variables

Debido a que los esfuerzos fluctuantes en el mecanismo presentan un patrón irregular, se determina la carga máxima ($F_{m\acute{a}x}$) y mínima ($F_{m\acute{i}n}$), las cuales se emplean para caracterizar el patrón de fuerza. De estas fuerzas se construye una componente uniforme y una alternante de la siguiente manera

$$F_m = \frac{F_{m\acute{a}x} + F_{m\acute{i}n}}{2} \quad (3.7)$$

$$F_a = \left| \frac{F_{m\acute{a}x} - F_{m\acute{i}n}}{2} \right| \quad (3.8)$$

donde F_m es la componente de intervalo medio de la fuerza y F_a es la componente de la amplitud de la fuerza.

Las siguientes relaciones resultan evidentes a partir de lo anterior debido a que las fuerzas producen esfuerzos.

$$\sigma_m = \frac{\sigma_{m\acute{a}x} + \sigma_{m\acute{i}n}}{2} \quad (3.9)$$

$$\sigma_a = \left| \frac{\sigma_{m\acute{a}x} - \sigma_{m\acute{i}n}}{2} \right| \quad (3.10)$$

Posteriormente se calculan los esfuerzos de Von Mises equivalente para cada uno de estos elementos de esfuerzos y para finalmente aplicar un criterio de falla por fatiga.

Debido a que el mecanismo está sometido a cargas combinadas axiales y de flexi3n fluctuantes, la teoría de falla por energía de distorsi3n resulta un método satisfactorio para combinar los esfuerzos múltiples sobre un elemento de esfuerzo. En una primera instancia es necesario crear dos componentes de esfuerzo, uno para esfuerzos medios σ'_m y otro para esfuerzos alternantes σ'_a , aplicándose los factores de concentraci3n de esfuerzos:

$$\sigma'_a = (k_f)_{flexi3n}(\sigma_a)_{flexi3n} + (k_f)_{axial} \frac{(\sigma_a)_{axial}}{0.85} \quad (3.11)$$

$$\sigma'_m = (k_f)_{flexi3n}(\sigma_m)_{flexi3n} + (k_f)_{axial} (\sigma_m)_{axial} \quad (3.12)$$

3.6 Criterios de falla por fatiga

La Figura 3.1 muestra varios criterios de falla a la fatiga, los cuales implican que existe un lugar geométrico que divide las combinaciones seguras de las inseguras de σ_a y σ_m . Estos criterios incluyen la parábola de Gerber la línea (recta) de Goodman y la línea (recta) de Soderberg, donde son zonas o banda donde se puede estimar la probabilidad de falla.

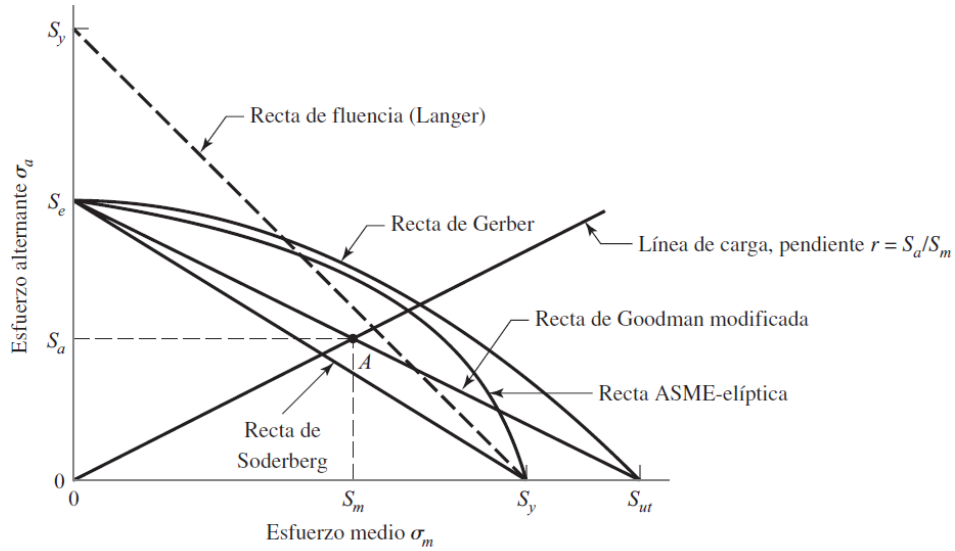


Figura 3.1. Diagrama de fatiga donde proporcionan diferentes criterios de falla a la fatiga.

En este trabajo se usará el criterio de Goodman modificado debido a que es el más conservador. La ecuación de la recta de Goodman modificada es:

$$\frac{\sigma'_a}{S_e} + \frac{\sigma'_m}{S_{ut}} = \frac{1}{n} \quad (3.13)$$

donde n es el factor de diseño. Si $n \geq 1$ se dice que el diseño si soporta y cumple con este criterio de falla. El factor de diseño usando el criterio de Goodman modificado es:

$$n = \frac{1}{\frac{\sigma'_a}{S_e} + \frac{\sigma'_m}{S_{ut}}} \quad (3.14)$$

El factor de diseño para el mecanismo propuesto se puede derivar de acuerdo a la norma ISO-10328, la cual indica que las pruebas prótesis de rodilla externa deben soportar 10 a 11 veces el peso corporal. Considerando una masa corporal de 100 kg, y tomando en cuenta (de acuerdo al análisis del capítulo anterior) que la fuerza máxima F_{p-s} es 7689.02 N, entonces el factor de seguridad es:

$$n = \frac{9810 \text{ N}}{7689.0243 \text{ N}} \approx 1.3 \quad (3.15)$$

Adicionalmente se debe verificar que la pieza puede soportar la carga o esfuerzo máximo sin sufrir algún fallo o deformación permanente. Para llevar a cabo esta verificación se utiliza el criterio de cedencia de Langer:

$$\sigma'_a + \sigma'_m = \frac{S_y}{n} \quad (3.16)$$

donde n es el factor de seguridad contra la cedencia del material. Si $n \geq 1$, se dice que la pieza puede soportar el primer ciclo de carga.

3.7 Análisis teórico de esfuerzos en los eslabones

El mecanismo de la prótesis de rodilla está sujeto a las cargas mostradas en la Figura 3.2. En esta figura se puede apreciar que los eslabones L2 y L3 están sujetos a cargas axiales y de flexión, mientras que los eslabones L1 y L4 solo están sujetos solo a cargas axiales. Se observan 4 juntas de revolución (A, B, C, D) en donde los eslabones se conectan, y que permiten el giro de los eslabones en el plano XY.

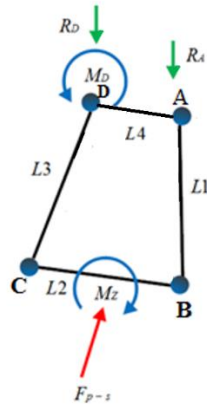


Figura 3.2. Mecanismo de la prótesis de rodilla sujeto a cargas axiales y de flexión.

3.7.1 Eslabón L3

En la Figura 3.3 se aprecia el eslabón L3, el cual tiene dos barrenos de diferentes tamaños debido a que la concentración de esfuerzos teóricos en la junta D mayores que en la junta C. El eslabón L3 es el eslabón de entrada del mecanismo, por lo cual está sometido a esfuerzo axial, producidas por las reacciones R_C y R_D y esfuerzo a flexión provocado por el momento M_D , el cual se calculó en el capítulo 2.

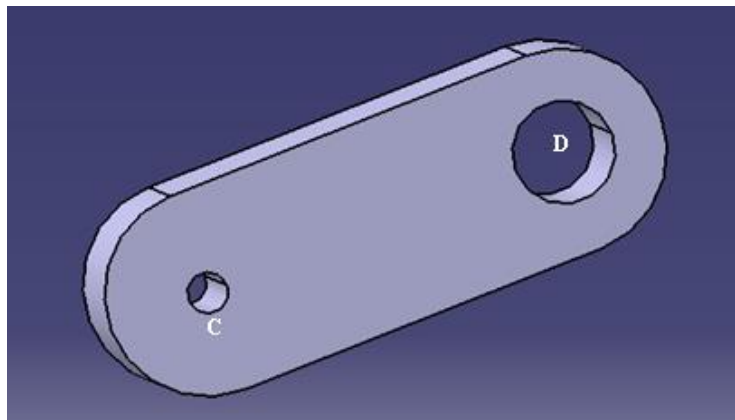


Figura 3.3. Eslabón L3.

Sección D

La Tabla 3.5 muestra las fuerzas axiales y momentos máximos y mínimos a los cuales está sometido el eslabón el eslabón L3 en la junta D durante un ciclo de caminado. Estos valores fueron obtenidos a partir de los valores de R_C , R_D y M_D .

Tabla 3.5. Fuerzas y momentos en el eslabón L3.

Fuerzas Axiales	N	Momento	N.mm
F_{max}	6702.7	M_{max}	263772.7
F_{min}	389.4	M_{min}	1959.179
F_m	3546	M_m	132865.9
F_a	3156.7	M_a	130906.8

Partiendo del diseño previo propuesto en [8], se proponen las dimensiones del eslabón L3 en la junta D, el cual es el junta crítico del eslabón. La Tabla 3.6 muestra las dimensiones propuestas.

Tabla 3.6. Dimensiones propuestas para el eslabón L3.

Nombre	Fórmula	Resultados	Unidades
Ancho	w_3	30	mm
Espesor	h_3	25	mm
Diámetro del barreno D	d_D	15	mm
Área	$A_{31} = (h_3)(d_D)$	375	mm ²
Inercia	$\left(\frac{h}{12}\right)(w_3^3 - d_D^3)$	49218.75	mm ⁴
Distancia c	$\frac{w_3}{2}$	15	mm

Para calcular los esfuerzos axiales se utiliza la siguiente ecuación

$$\sigma_{axial} = k_{taxial} * \frac{F}{A} \quad (3.17)$$

donde k_{taxial} es la concentración de esfuerzo teórico axial debido a un cambio de sección en la geometría de la pieza. Al no existir una tabla de concentración de esfuerzos para este tipo de muescas, se considera un valor aproximado de $k_{taxial} = 1.5$, el cual se obtuvo para el caso de un hombro o cambio de sección de una flecha o eje. Posteriormente mediante el método de elemento finito se validará este valor.

Para calcular el esfuerzo a flexión se tiene:

$$\sigma_{flexión} = k_{tflexion} * \frac{Mc}{I} \quad (3.18)$$

donde $k_{tflexión}$ es la concentración de esfuerzo teórico a flexión, de manera similar no existe una tabla que coincida con las características la muesca en el eslabón, por lo que se toma un valor $k_{tflexión} = 1.1$ correspondiente a un hombro o cambio de sección en una eje o flecha.

La Tabla 3.7 muestra los esfuerzos resultantes en el eslabón a partir de las fuerzas y momentos de la Tabla 3.5.

Tabla 3.7. Esfuerzos en el eslabón L3

Esfuerzos axiales	MPa	Esfuerzos a flexión	MPa
σ_{Max}	26.8	σ_{Max}	88.4
σ_{Min}	4.9	σ_{Min}	0.65
σ_{Med}	15.8	σ_{Med}	44.5
σ_{Amp}	10.9	σ_{Amp}	43.8

De acuerdo al método de Marín, se calculan los factores corrección:

$$k_a = 4.51(462)^{-0.265} = 0.89 \quad (3.19)$$

$$d_e = 0.808(hb)^{1/2} = 0.808(27 * 30)^{1/2} = 23 \quad (3.20)$$

$$k_b = 1.24 d^{-0.107} = 1.24(22.99)^{-0.107} = 0.89 \quad (3.21)$$

$$k_c = 1 \quad (3.22)$$

$$k_d = 1 \quad (3.23)$$

$$k_e = 0.897 \text{ (90\%)} \quad (3.24)$$

Se calcula el límite de resistencia a la fatiga, S_e

$$S_e = (0.887250)(0.08921)(1)(1)(0.897)(159MPa) = 112.90 \text{ MPa} \quad (3.25)$$

Se calculan los esfuerzos σ'_a y σ'_m a partir de las ecuaciones (3.11) y (3.12)

$$\sigma'_a = (1.1)(43.8815MPa) + 1.5 \frac{10.2368MPa}{0.85} = 65.5 \text{ MPa} \quad (3.26)$$

$$\sigma'_m = (1.1)(44.542\text{MPa}) + 1.5 (14.7866\text{MPa}) = 74.28 \text{ MPa} \quad (3.27)$$

Aplicando el criterio de falla de Goodman modificado para determinar el factor de seguridad:

$$n = \frac{1}{\frac{65.55 \text{ MPa}}{112.9 \text{ MPa}} + \frac{74.28\text{MPa}}{462 \text{ MPa}}} = 1.34 \quad (3.28)$$

Dado que $n > 1.3$ el eslabón soporta las cargas de fatiga y cumple con la norma ISO 10-328.

Para determinar si el eslabón soporta el primer ciclo de carga a la fluencia, se usa el criterio de Langer.

$$n = \frac{372 \text{ MPa}}{65.55 \text{ MPa} + 74.28 \text{ MPa}} = 2.66 \quad (3.29)$$

Dado que $n > 1.3$ el eslabón soporta las cargas sin sufrir deformaciones o daños permanentes.

Sección C

En la junta C el eslabón L3 solo está sometido a carga axial. La Tabla 3.8 muestra las dimensiones propuestas para sección de este eslabón. La Figura 3.4 muestra las dimensiones propuestas del eslabón L3.

Tabla 3.8. Dimensiones propuestas para el eslabón L3.

Nombre	Fórmula	Resultado	Unidades
Ancho	w_3	30	mm
Espesor	h_3	25	mm
Diámetro del barreno D	d_c	6	mm
Área	$A_{32} = (h_3)(d_c)$	162	mm^2

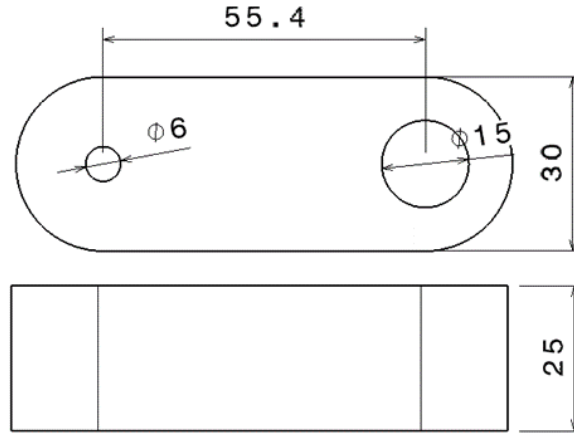


Figura 3.4. Dimensiones para el eslabón L3 en mm.

La Tabla 3.9 muestra las fuerzas F_{max} , F_{min} , F_m y F_a así como sus correspondientes esfuerzos a las que está sometido el eslabón L3 en la junta C durante la fase de apoyo. Para estos valores de fuerza se calculan los esfuerzos usando el área A_{32} con un $k_{taxial} = 1.5$, los resultados se muestran en esta misma tabla.

Tabla 3.9. Fuerzas y esfuerzos en el eslabón L3.

Fuerzas	N	Esfuerzos	MPa
F_{max}	6702.7	σ_{max}	67
F_{min}	389.4	σ_{min}	12.2
F_m	3546	σ_m	39.6
F_a	3156.7	σ_a	27.4

Mediante el método de Marín se determina el límite de resistencia a la fatiga S_e , de acuerdo a lo siguiente:

$$k_a = 4.51(462)^{-.265} = 0.89 \quad (3.30)$$

Al ser una carga axial

$$k_b = 1 \quad (3.31)$$

Por ser un factor de carga axial

$$k_c = 0.85 \quad (3.2)$$

El factor de temperatura

$$k_d = 1 \quad (3.33)$$

Para una confiabilidad del 90% se tiene que:

$$k_e = 0.897 \quad (3.34)$$

El factor de concentración de esfuerzos a la fatiga, se puede determinar como:

$$k_f = 1 + 0.78(1.5 - 1) = 1.39 \quad (3.35)$$

El valor S_e puede ser determinado como:

$$S_e = (0.89)(1)(0.85)(1)(0.897) \left(\frac{1}{1.39} \right) (159 \text{MPa}) = 77.40 \text{MPa} \quad (3.36)$$

Aplicando el criterio de falla de Goodman modificado, ecuación (3.15) se tiene que:

$$n = \frac{1}{\frac{27.4 \text{ MPa}}{77.40 \text{MPa}} + \frac{39.60 \text{MPa}}{462 \text{ MPa}}} = 2.27 \quad (3.37)$$

Dado que $n > 1.3$ el eslabón soporta las cargas de fatiga y cumple con la norma.

En el caso de la cedencia el factor de seguridad resulta en:

$$n = \frac{372 \text{ MPa}}{27.4 \text{ MPa} + 39.60 \text{MPa}} = 5.55 \quad (3.38)$$

Dado que $n > 1.3$ el eslabón soporta las cargas sin sufrir deformaciones o daños permanentes.

Se observa que las dimensiones propuestas sí son capaces de soportar las cargas a las que son sometidas durante la fase de apoyo de acuerdo a los criterios de falla a fatiga. Aunque el factor de seguridad está al doble del necesario, para el eslabón en la junta D es aceptable.

3.7.2 Eslabón L1

El eslabón L1 es el eslabón seguidor o de salida. Este eslabón consta de dos barras en paralelo, uno por cada lado de la prótesis. La Tabla 3.10 muestra los valores propuestos de las dimensiones del eslabón L1.

Tabla 3.10. Dimensiones propuestas para el eslabón L1.

Nombre	Fórmula	Resultado	Unidades
Ancho	w_1	12	mm
Espesor	h_1	3.5	mm
Diámetro del barreno D	d_A	6	mm
Área	$A = (d_A)(h_1)$	21	mm ²

La figura 3.6 muestra las dimensiones del eslabón L1 de acuerdo a las dimensiones propuestas.

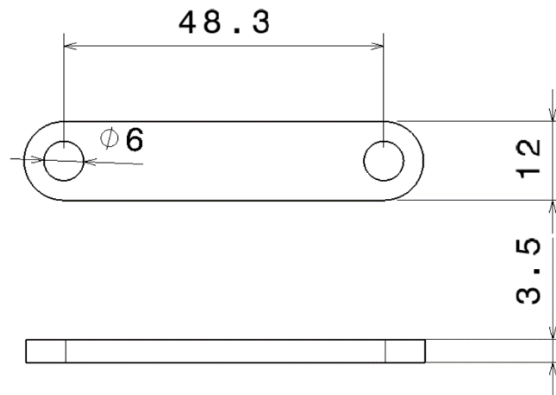


Figura 3.6. Dimensiones para el eslabón L1 en mm.

La Tabla 3.11 muestra las fuerzas F_{max} y F_{min} así como las componentes F_m y F_a que están presentes en el eslabón L1 durante la fase de poyo del ciclo de marcha normal. Las fuerzas positivas indican que el eslabón está sujeto a cargas de compresión, mientras que las fuerzas con signo negativo indican cargas de tensión en el eslabón, estas fuerzas se obtienen de las reacciones R_A y R_B . Los esfuerzos correspondientes a estas fuerzas considerando un $k_{taxial} = 1.5$, se determinan usando la ecuación (3.17) y los resultados se muestran en la Tabla 3.11.

Tabla 3.11. Fuerzas y esfuerzos en el eslabón L1.

Fuerzas	N	Esfuerzos	MPa
F_{max}	872.7	σ_{max}	62.3
F_{min}	-644.6	σ_{min}	-46
F_m	114	σ_m	8.15
F_a	758.7	σ_a	54.19

Los factores de modificación y el límite de resistencia a la fatiga par el eslabón L1, son iguales a los del eslabón L3 en la junta C, por lo que

$$S_e = (0.89)(1)(0.85)(1)(0.897) \left(\frac{1}{1.39} \right) (159 \text{ MPa}) = 77.40 \text{ MPa} \quad (3.39)$$

Aplicando el criterio de falla de Goodman se determina el factor de seguridad:

$$n = \frac{1}{\frac{54.19 \text{ MPa}}{77.4 \text{ MPa}} + \frac{8.15 \text{ MPa}}{462 \text{ MPa}}} = 1.39 \quad (3.40)$$

Dado que $n > 1.3$ el eslabón soporta las cargas de fatiga y cumple con la norma.

En el caso de la cedencia el factor de seguridad resulta en:

$$n = \frac{372 \text{ MPa}}{54.19 \text{ MPa} + 8.15 \text{ MPa}} = 5.96 \quad (3.41)$$

De igual manera $n > 1.3$ por lo que el eslabón soporta las cargas sin sufrir deformaciones o daños permanentes.

3.7.3 Eslabón L2

El eslabón L2 es el eslabón acoplador del mecanismo, en las juntas B y C, está sometido a cargas axiales, esto debido a que los pernos solo transmiten cargas axiales, a pesar de que el eslabón está sometido a esfuerzo de flexión por el M_z . Los esfuerzos en las juntas son puramente axiales, las cuales son transmitidas por el perno siendo estos puntos críticos a analizar en el eslabón L2.

La Tabla 3.12, muestra las dimensiones propuestas para el eslabón L2, estas dimensiones son iguales para el eslabón tanto en la junta B como para la junta C. La Figura 3.7 muestra el eslabón L1 de acuerdo a las dimensiones propuestas. Cabe hacer mención que se tiene doble apoyo en cada extremo B y C del eslabón L2.

Tabla 3.12. Dimensiones propuestas para el eslabón L2.

Nombre	Fórmula	Resultado	Unidades
Espesor	h_2	7.2	mm
Diámetro del barreno D	d_c	6	mm
48Área	$A = (h_2)(d_c)$	43.2	mm ²

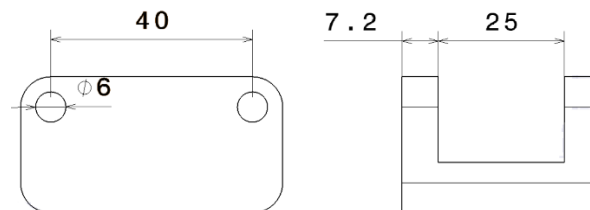


Figura 3.7. Dimensiones para el eslabón L2 en mm.

La Tabla 3.13 muestra la F_{max} y F_{min} así como la F_m y F_a que están presentes en el eslabón L2 durante la fase de pozo del ciclo de marcha normal en la junta B y en la junta C. Usando la ecuación (3.17), para calcular los esfuerzos y un $k_{taxial} = 1.5$, se calculan los esfuerzos mostrados, en la tabla 3.15 se observan estos esfuerzos.

Tabla 3.13. Fuerzas y esfuerzos en el eslabón L2.

Fuerzas	Junta B en N	Junta C en N	Esfuerzos	Junta B en MPa	Junta C en MPa
F_{max}	872.69	3351.37	σ_{max}	30.30	116.36
F_{min}	-644.62	194.7	σ_{min}	-22.38	21.16
F_m	114.03	1773.04	σ_m	3.95	68.76
F_a	758.65	1578.34	σ_a	26.34	47.60

Los factores de Marín y el límite de resistencia a la fatiga par el eslabón L2 para ambos extremos B y C, son iguales a los del eslabón L3 en la junta C. Así,

$$S_e = (0.89)(1)(0.85)(1)(0.897) \left(\frac{1}{1.39} \right) (159 \text{ MPa}) = 77.40 \text{ MPa} \quad (3.42)$$

Aplicando el criterio de falla de Goodman para la junta B se tiene:

$$n = \frac{1}{\frac{26.34 \text{ MPa}}{77.4 \text{ MPa}} + \frac{3.95 \text{ MPa}}{462 \text{ MPa}}} = 2.86 \quad (3.43)$$

Para la junta C se tiene:

$$n = \frac{1}{\frac{47.60 \text{ MPa}}{77.40 \text{ MPa}} + \frac{68.76 \text{ MPa}}{462 \text{ MPa}}} = 1.3088 \quad (3.44)$$

En el caso de la cedencia para la junta B

$$n = \frac{372 \text{ MPa}}{26.34 \text{ MPa} + 3.95 \text{ MPa}} = 12.27 \quad (3.45)$$

y para la junta C

$$n = \frac{372 \text{ MPa}}{47.60 \text{ MPa} + 68.76 \text{ MPa}} = 3.196 \quad (3.46)$$

Debido a que todos los factores de seguridad son mayores a 1.3, las dimensiones propuestas para el eslabón L2 son adecuados para soportar las cargas de acuerdo a los criterios de falla a fatiga. En la junta B se observa que el factor de seguridad está más sobrado y en la junta C está justo.

3.7.4 Eslabón L4

El eslabón L4 es el eslabón base del mecanismo; se encuentra sometido a cargas axiales en las juntas A y D, esto debido a que los pernos solo transmiten este tipo de cargas. Cabe destacar que, para que el mecanismo tenga un correcto funcionamiento, el espesor de los eslabones L4 y L2 en donde están las juntas debe de ser el mismo. La junta B transmite la fuerza R_B hacia la junta A mediante el eslabón L1, la cual produce la fuerza de reacción R_A . De lo anterior se destaca que al tener la misma geometría y al ser iguales las fuerzas de reacción en las juntas A y B, tienen los mismos esfuerzos que en el eslabón L2.

De esta manera, el análisis del eslabón 4 se enfocará a la junta D. La Tabla 3.14 muestra las dimensiones propuestas para el eslabón en la zona de la junta. La Figura 3.8 muestra el eslabón L4 con las dimensiones propuestas.

Tabla 3.14. Dimensiones propuestas para el eslabón L4 en la junta D.

Nombre	Fórmula	Resultado	Unidades
Espesor	h_4	7.2	mm
Diámetro del barreno D	d_D	15	mm
Área	$A = (h_4)(d_D)$	108	mm ²

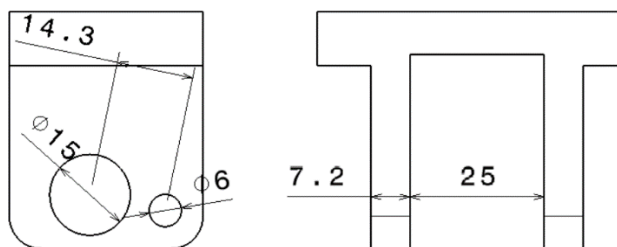


Figura 3.8. Dimensiones para el eslabón L4 en mm.

La Tabla 3.15 nos muestra las fuerzas F_{max} y F_{min} así como la F_m y F_a que están presentes en el eslabón L4 durante la fase de poyo del ciclo de marcha normal para la junta D, así como los esfuerzos resultantes usando la ecuación (3.17) y un $k_{taxial} = 1.5$.

Tabla 3.15. Fuerzas en el eslabón L4.

Fuerzas	Junta D en N	Esfuerzos	Junta D en MPa
F_{\max}	3351.37	σ_{\max}	46.55
F_{\min}	194.71	σ_{\min}	8.46
F_m	1773.04	σ_m	27.50
F_a	1578.33	σ_a	19.04

Los factores de modificación y el límite de resistencia a la fatiga para el eslabón L4 en la junta D, son iguales a los del eslabón L3 en el punto C, por lo que

$$S_e = (0.89)(1)(0.85)(1)(0.897) \left(\frac{1}{1.39} \right) (159 \text{ MPa}) = 77.40 \text{ MPa} \quad (3.47)$$

Aplicando el criterio de falla de Goodman para la junta D se tiene:

$$n = \frac{1}{\frac{19.04 \text{ MPa}}{77.40 \text{ MPa}} + \frac{27.50 \text{ MPa}}{462 \text{ MPa}}} = 3.25 \quad (3.48)$$

En el caso de la cedencia para la junta D

$$n = \frac{372 \text{ MPa}}{19.04 \text{ MPa} + 27.50 \text{ MPa}} = 7.99 \quad (3.49)$$

Por tanto, las dimensiones propuestas para el eslabón L4 sí soportan las cargas a las cuales está sometido durante la fase de apoyo bajo el criterio de falla a fatiga.

El factor de diseño promedio en los puntos críticos del mecanismo, de acuerdo al promedio de los factores de diseño de Goodman modificado es de 2.81. Esto debido a que es necesario mantener geometrías iguales en los puntos críticos, como por ejemplo en el ancho de los eslabones L2 y L4, para un correcto funcionamiento del mecanismo.

3.8 Análisis de esfuerzos en los eslabones mediante MEF

El análisis de esfuerzos en los eslabones del mecanismo durante el ciclo de caminado también se realizó utilizando el Método del Elemento Finito (MEF). Para ello se utilizó el software de ANSYS-Workbench ®. Se hacen análisis estáticos (Static Structural) y dinámicos (Transient Structural) para cada eslabón del mecanismo, así como un análisis transiente del mecanismo ensamblado para la fase de apoyo. El tipo de elemento utilizado es

el SOLID185, el cual es más utilizado y recomendado para modelos 3D de estructuras sólidas.

3.8.1 Eslabón L3

Este eslabón está sometido a cargas axiales y cargas a flexión en la junta D, mientras que en la junta C, solo está a cargas axiales. Como primera instancia es necesario hacer un análisis estático del eslabón. La Figura 3.9 muestra al eslabón L3 en donde la junta D está fijo y en la junta C se aplica la fuerza.

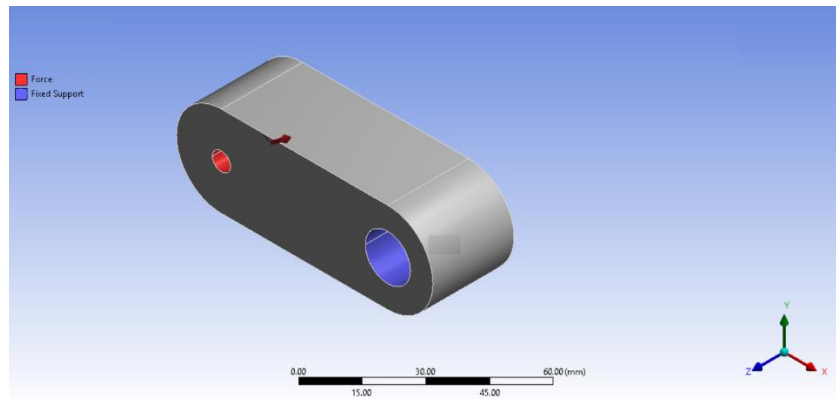


Figura 3.9. Eslabón L3 la fuerza es aplicada en la junta C mientras que la junta D esta fija.

La carga axial es aplicada en la dirección X de acuerdo a la Figura 3.9, mientras para la carga a flexión se aplica una fuerza en dirección Y, lo que produce el momento deseado en la junta D. Estas cargas se determinan en el instante que ocurre el esfuerzo máximo. De acuerdo a los análisis previos, se conocen los esfuerzos máximos. Para la carga en X se usa la fuerza máxima de R_C , mientras que para inducir el momento máximo se divide su valor entre la distancia entre los centros de los barrenos, obteniéndose:

$$F_{ejeY} = \frac{2637772.68 \text{ Nmm}}{55.4 \text{ mm}} = 47613.2 \text{ N} \quad (3.50)$$

La Tabla 3.16 muestra las cargas aplicadas en el eslabón L3.

Tabla 3.16. Cargas de esfuerzo máximo para el eslabón L3.

Dirección	Cargas
Eje X	6506.74 N
Eje Y	47613.2 N

Un aspecto importante a considerar en una simulación MEF es el análisis de convergencia de acuerdo al tamaño de malla. La Figura 3.10 muestra el tamaño de malla más burdo hasta el tamaño de malla más fino utilizado. La Tabla 3.17 muestra los esfuerzos obtenidos en la simulación estática para diferentes tamaños de malla. También se observa la diferencia del esfuerzo en porcentaje con respecto al tamaño de malla más fino utilizado. Los primeros 3 tamaños de malla son definidos por el software.

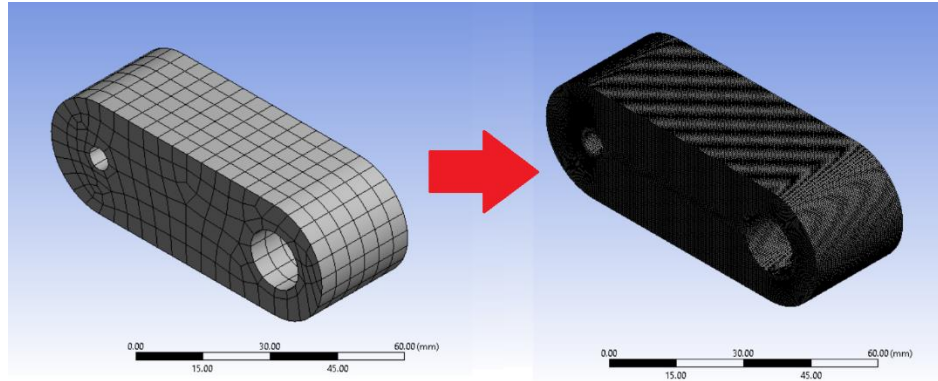


Tabla 3.17. Esfuerzos máximos del eslabón L3 a diferentes tamaños de malla.

Tamaño de malla	Esfuerzos en MPa	Diferencia
Burdo-5 mm	100.9	11%
Medio- 3 mm	98.09	13%
Fino -1.3 mm	102.74	9%
1 mm	105	7%
0.75 mm	107.33	5%
0.5 mm	111.13	2%
0.4 mm	113.21	0%

El esfuerzo teórico máximo se obtiene al sumar el esfuerzo axial y el esfuerzo a flexión para cada fuerza del ciclo de carga. De esta manera se obtiene que el esfuerzo máximo es

$$\sigma_{max} = \sigma_{axial} + \sigma_{flexión} = 26.02 \text{ MPa} + 88.42 \text{ MPa} = 114.45 \text{ MPa} \quad (3.51)$$

La Tabla 3.18 muestra la diferencia que existe entre el esfuerzo teórico calculado vs el esfuerzo obtenido mediante el análisis MEF para un tamaño de malla de 0.4 mm.

Tabla 3.18. Diferencia entre el esfuerzo teórico vs el esfuerzo MEF.

Esfuerzo	Esfuerzos en MPa	Diferencia
Teórico	114.45	-
MEF	113.21	1.08%

Al comparar el esfuerzo máximo teórico $\sigma_{m\acute{a}x} = 114.45 \text{ MPa}$ con el esfuerzo máximo MEF estático de $\sigma_{m\acute{a}x} = 113.21 \text{ MPa}$, se tiene una diferencia 1.08% de por lo que se concluye y se valida los esfuerzos obtenidos en el eslabón L3 mediante un análisis MEF coinciden con los esfuerzos obtenidos teóricamente.

Debido a limitaciones en la capacidad de cómputo no es posible realizar un análisis transiente con el tamaño de malla 0.4 mm, por lo que se realiza un análisis transiente con un

tamaño de malla de 1.3 mm. La Figura 3.11 muestra los esfuerzos resultantes para el ciclo de carga con el tamaño de malla previamente mencionado.

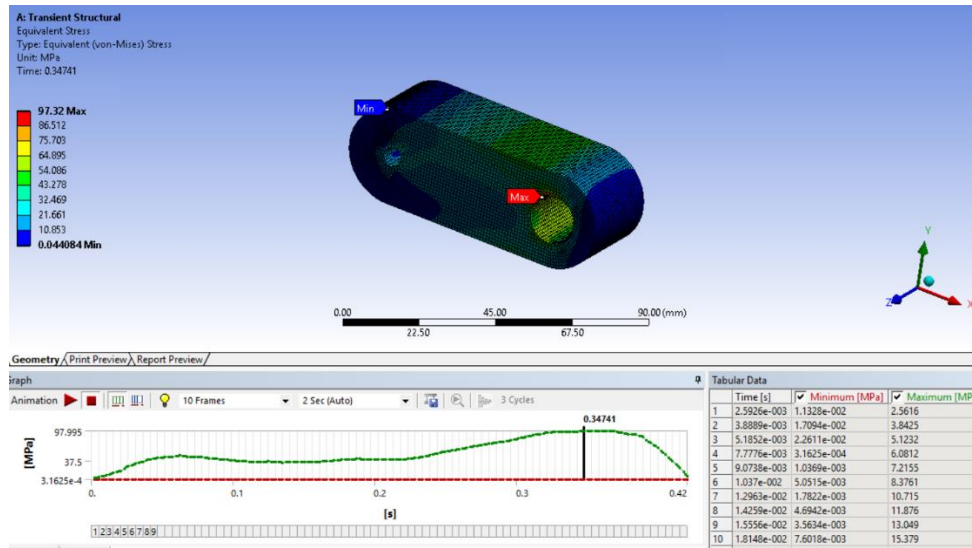


Figura 3.11 Esfuerzos resultantes del ciclo de carga en el eslabón L2.

Al comparar el esfuerzo máximo obtenido en el análisis transiente con un tamaño de malla de 1.3 mm $\sigma_{\text{máx}} = 97.32$ MPa, mientras para el mismo tamaño de malla para un análisis estructural es de $\sigma_{\text{máx}} = 102.74$ MPa, observando una diferencia de 5.27%. Este comportamiento se comparará más adelante con el comportamiento de los demás eslabones.

3.8.2 Eslabón L1

El eslabón solo está sometido a cargas axiales. La Figura 3.12 muestra al eslabón L1 al cual se le aplica una carga axial en la dirección X en la junta B, mientras que en la junta A permanece fijo.

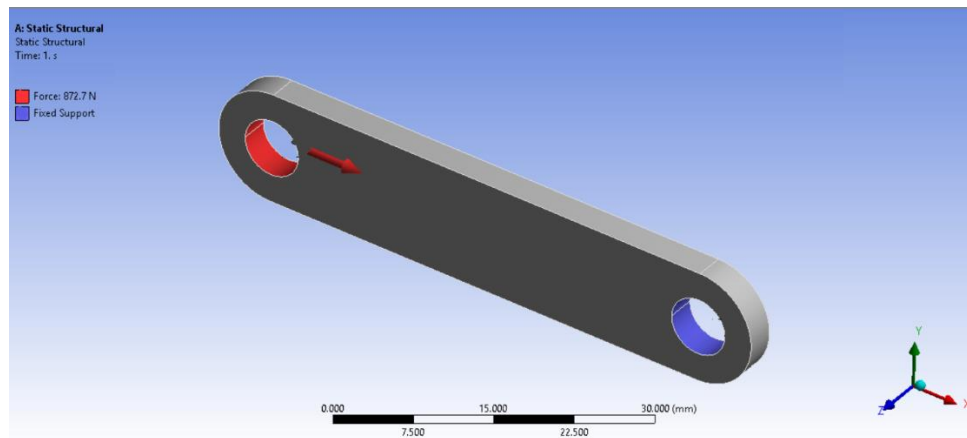


Figura 3.12 Eslabón L1 fuerza aplicada es aplicada en la junta B mientras que la junta A permanece fijo.

De manera similar al eslabón L3, el tamaño de malla para los análisis del eslabón L1, se va disminuyendo para realizar el análisis de convergencia. La fuerza que se ocupa para

hacer este análisis es de 872.7 N del ciclo de carga que se obtiene de la fuerza máxima de la reacción R_B . La Tabla 3.19 muestra los esfuerzos resultantes a diferentes tamaños de malla y el porcentaje de la diferencia de los resultados. La Figura 3.13 muestra al eslabón L1 al cual se le aplica la fuerza máxima de R_B con un tamaño de malla de 0.25 mm.

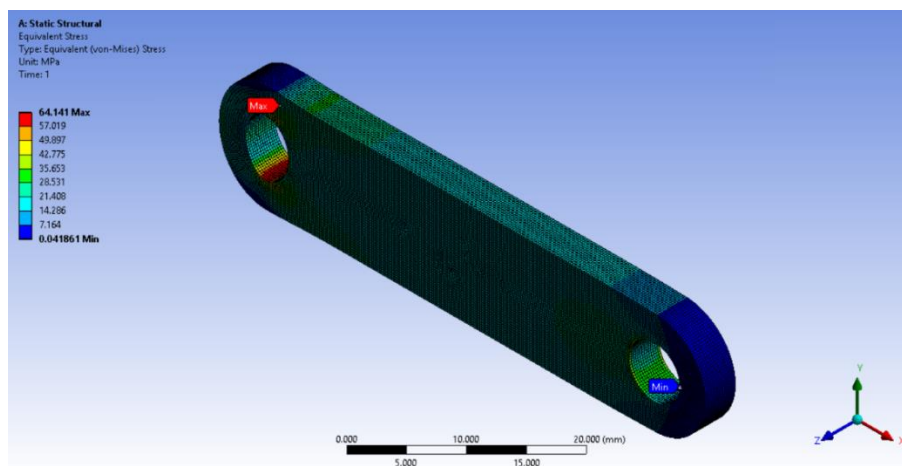


Figura 3.13. Eslabón L1 sometido a una carga axial de 872.7 N con tamaño de malla de 0.25 mm.

Tabla 3.19. Esfuerzos máximos del eslabón L1 a diferentes tamaños de malla.

Tamaño de malla	Esfuerzos en MPa	Diferencia
Burdo-5 mm	56.925	11.25%
Medio- 3 mm	62.77	2.14%
Fino -1.3 mm	65.14	1.56%
1 mm	65.804	2.59%
0.75 mm	64.238	0.15%
0.5 mm	64.961	1.28%
0.25	64.141	0.00%

Se concluye que para cargas axiales el resultado converge para un tamaño de malla fino de aproximadamente 1.3 mm proporcionado por el software.

Es necesario aplicar al eslabón L1 el ciclo de carga completa durante la fase de apoyo, con el fin de validar el esfuerzo. La Figura 3.14 muestra el ciclo de carga al cual es sometido.

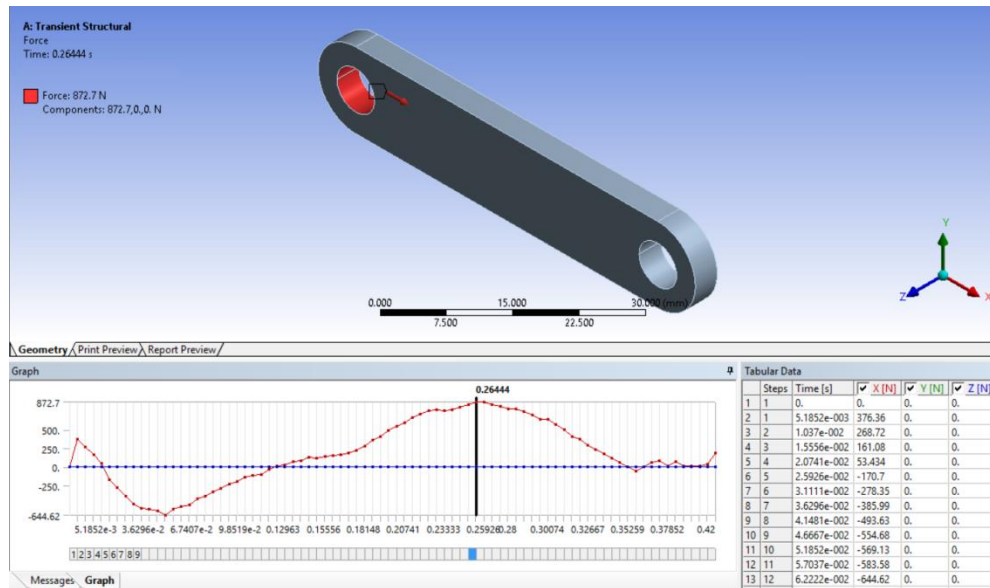
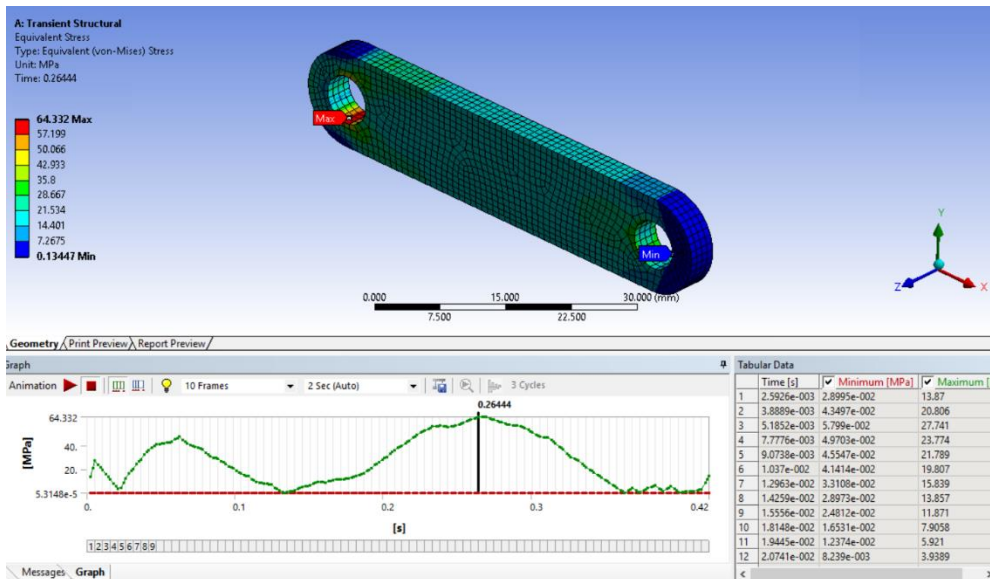


Figura 3.14. Eslabón L1 sometido al ciclo de cargas durante la fase de apoyo.

La Figura 3.15 muestra los esfuerzos resultantes del eslabón L1 durante el ciclo de carga al cual está sometido, el tamaño de malla es de 1.3 mm.



positiva al eje Y, mientras las que están en la junta B van en dirección negativa del mismo eje. La cara inferior del eslabón se mantiene fija durante el análisis.

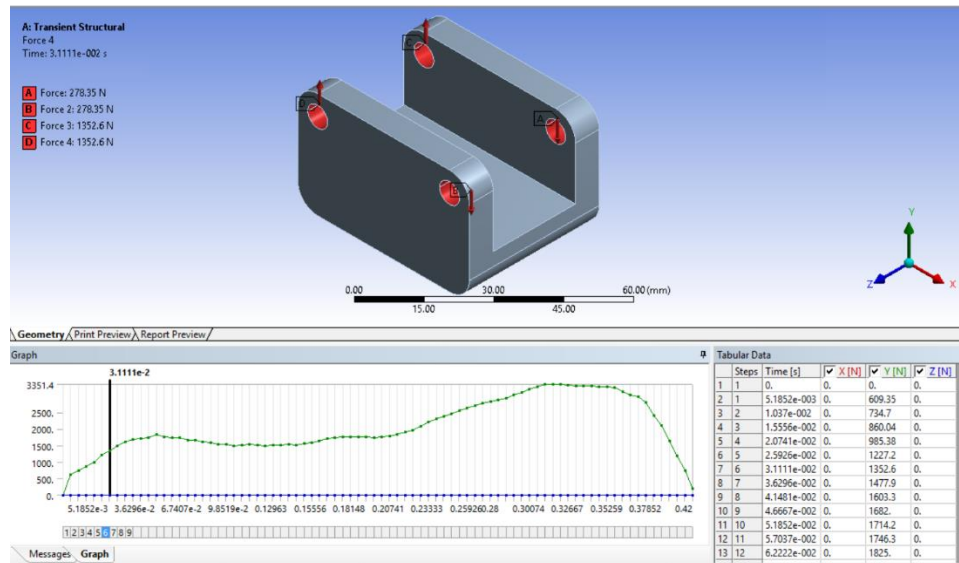


Figura 3.16. Eslabón L2 sometido al ciclo de cargas durante la fase de apoyo, se observa solo el ciclo de carga para el punto D.

La Figura 3.17 muestra los esfuerzos resultantes en el eslabón L2 durante el ciclo de carga, el tamaño de malla usado fue de 1.3 mm.

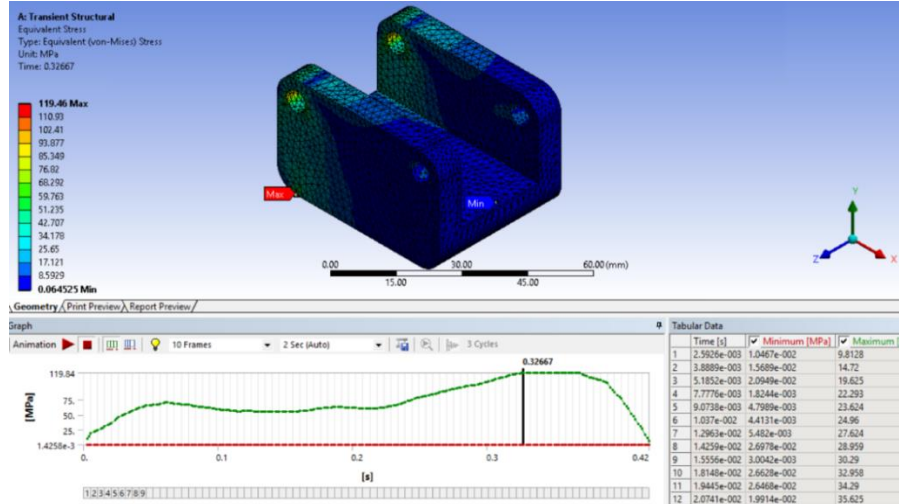


Figura 3.17 Esfuerzos resultantes máximos en cada instante del ciclo de carga en el eslabón L1.

Al comparar el esfuerzo máximo teórico, $\sigma_{m\acute{a}x} = 116.36$ MPa con el esfuerzo máximo mediante MEF, $\sigma_{m\acute{a}x} = 119.46$ MPa, se tiene una diferencia del 2.59%, por lo que se valida el diseño del eslabón para una falla de fatiga.

3.8.4 Eslabón L4

La Figura 3.18 muestra al eslabón L4, el cual se somete a un ciclo de carga durante la fase de apoyo. Las fuerzas en la junta D van en dirección del eje Y positivo, mientras que

las fuerzas en la junta A van en dirección negativa del mismo eje. La cara superior del eslabón se mantiene fija durante el análisis.

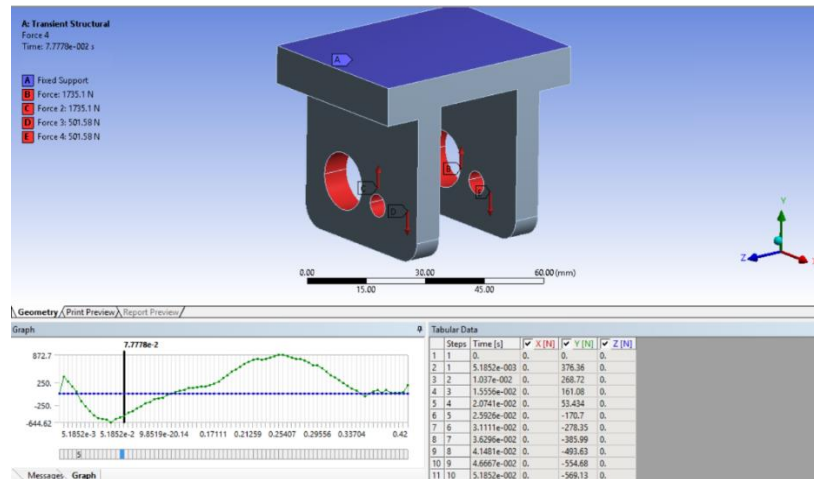


Figura 3.18. Eslabón L4 sometido al ciclo de cargas durante la fase de apoyo, se observa solo el ciclo de carga para el punto A.

La Figura 3.19 muestra los esfuerzos resultantes en el eslabón L4, el tamaño de malla usado para el análisis es fino de 1.3 mm.

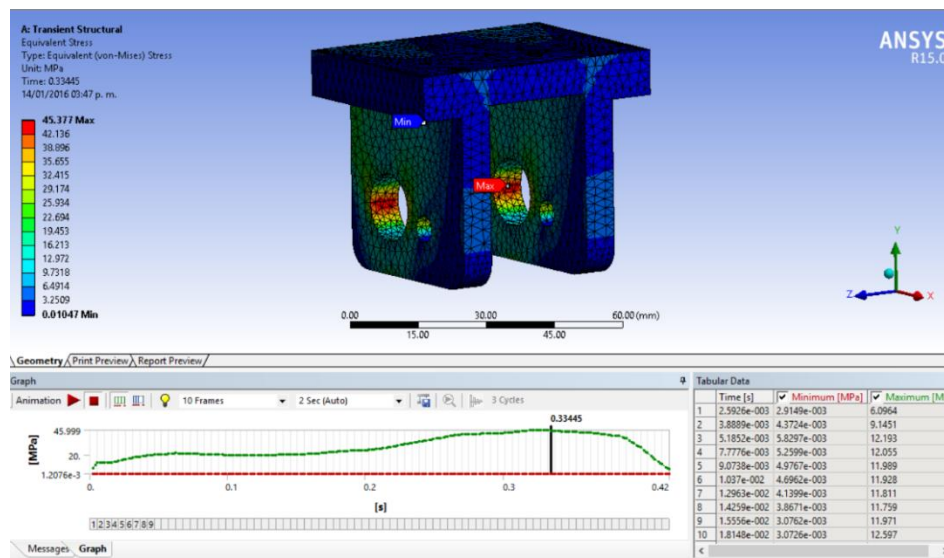


Figura 3.19. Esfuerzos resultantes máximos en cada instante del ciclo de carga en el eslabón L4.

Al comparar el esfuerzo máximo teórico el cual es de $\sigma_{m\acute{a}x} = 46.54 \text{ MPa}$ con el esfuerzo máximo mediante MEF que es de $\sigma_{m\acute{a}x} = 45.377 \text{ MPa}$, tienen una diferencia de 2.56% por lo que se valida que el eslabón satisface el diseño de falla a fatiga.

3.8.5 Mecanismo de prótesis ensamblado

La Figura 3.20 muestra el mecanismo completo ensamblado. Se observa la fuerza F_{p-s} , descompuesta en sus dos componentes X (rojo) y Y(verde), las cuales entran al

mecanismo por la parte inferior del eslabón L2, mientras que el eslabón L4 permanece fijo durante el análisis.

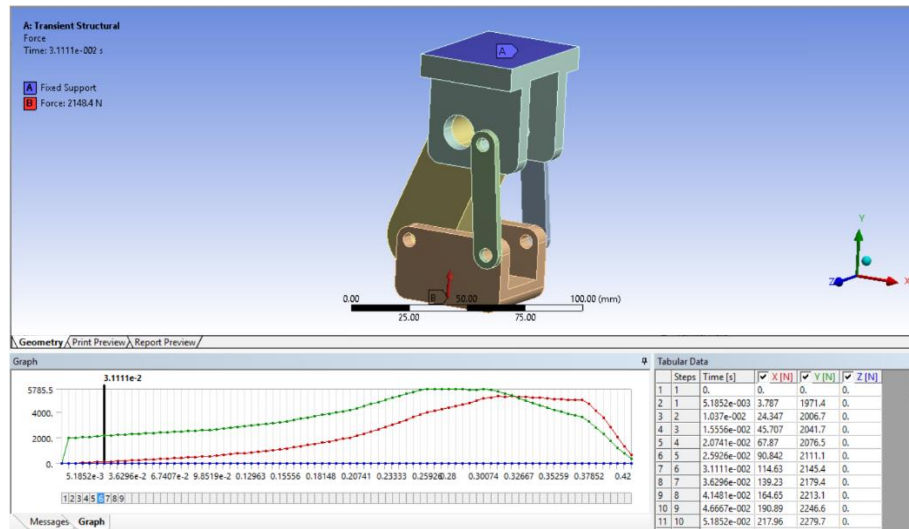


Figura 3.20. Mecanismo de prótesis de rodilla ensamblada, sometida al ciclo de cargas durante la fase de apoyo.

Para aplicar el momento M_z al mecanismo, se utilizan dos fuerzas que se aplican en las caras laterales del eslabón L2. La Figura 3.21 muestra el ciclo de fuerzas aplicadas en el eslabón L2 para inducir el M_z . Estas fuerzas se calculan al dividir el M_z entre la distancia que existe entre las fuerzas, la cual es 52 mm. Cabe destacar que un inconveniente al aplicar estas fuerzas en el eslabón es que producen esfuerzos cortantes inexistentes, los cuales serán omitidos en el resultado del análisis.

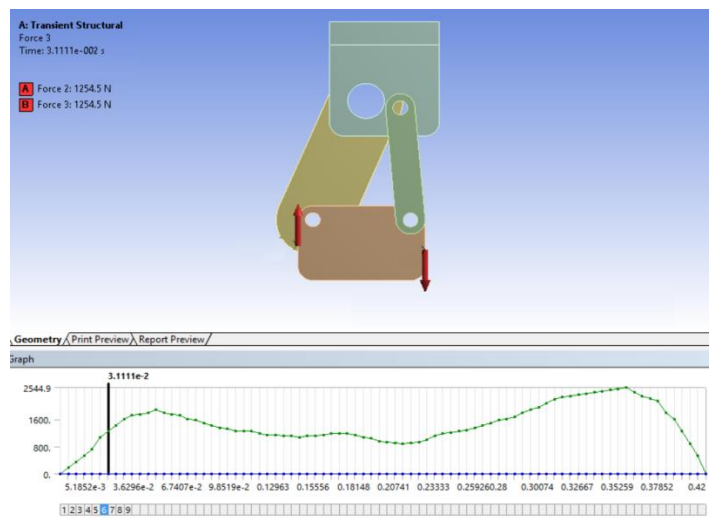


Figura 3.21. Fuerzas aplicadas en el eslabón L2 que induce el M_z .

La Figura 3. 22 muestra los resultados del análisis estructural transiente del mecanismo completo. Estos resultados muestran que los esfuerzos que se tienen en los eslabones del mecanismo ensamblado. Al comparar estos esfuerzos resultantes del

mecanismo completo con los esfuerzos resultantes de forma individual en cada eslabón, se observa una gran similitud de los esfuerzos para cada eslabón del mecanismo, los cuales coinciden con los esfuerzos teóricos.

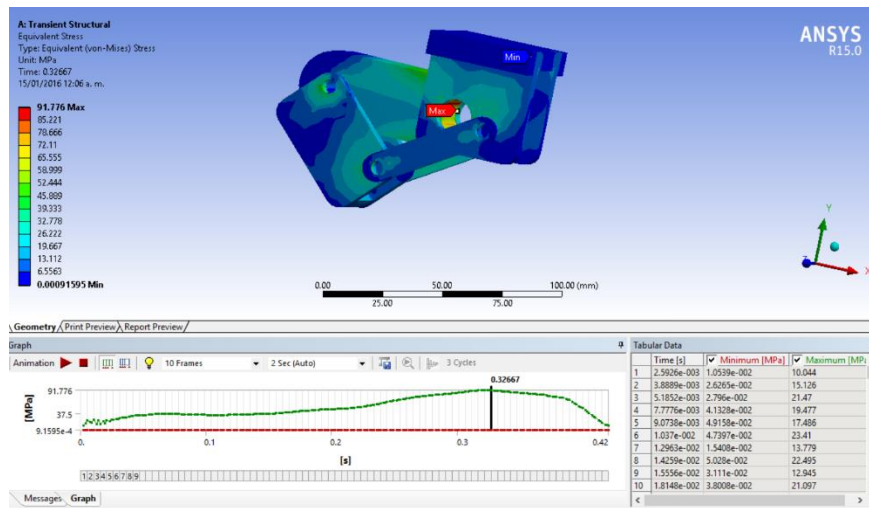


Figura 3.22. Esfuerzos resultantes máximos en cada instante del ciclo de carga en el mecanismo de prótesis de rodilla.

Capítulo 4

Optimización de la prótesis de rodilla

Debido a que las geometrías propuestas en el capítulo anterior para los eslabones del mecanismo, presentan zonas de bajos esfuerzos, resulta necesario la mejora geométrica de dichos eslabones.

4.1 Planteamiento del problema de optimización

El mecanismo de prótesis de rodilla presentado en el capítulo anterior es un diseño adecuado para una falla por fatiga. Sin embargo, debido a que la geometría de los eslabones está basada en el punto crítico del eslabón, existen zonas en los eslabones en donde el nivel de esfuerzo es mucho menor al máximo permitido. Estas zonas de bajo esfuerzo se deben a un exceso de material en los eslabones, ocasionando que tengan un peso mayor de manera innecesaria. Sin embargo, debido a que un requisito en la prótesis de rodilla es que tenga el menor peso posible, resulta necesario el llevar a cabo la optimización de dicho mecanismo para reducir su peso. Como prioridad en el proceso de síntesis se considera el mantener la geometría de los eslabones lo más sencillo posible para su manufactura, evitando altos costos de fabricación.

4.2 Alternativa de solución al problema de optimización

Existen muchos factores que afectan los esfuerzos a los que son sometidos los eslabones del mecanismo de prótesis de rodilla. Entre los factores más relevantes se destacan los siguientes: cargas dinámicas con variación en orientación y magnitud, configuración y orientación variable de los eslabones, muescas y geometrías irregulares de los eslabones, factores de concentración de esfuerzos, etc. Debido a la complejidad que resulta el considerar todos estos factores en un análisis teórico de esfuerzos, a la falta de datos para analizar la concentración de esfuerzos, y a la dificultad de formular una restricción que mantenga una geometría simple para su fabricación, no es posible formular de manera analítica el problema de optimización del mecanismo. Por lo anterior se propone realizar un proceso de mejora en la geometría de los eslabones en lugar del proceso de optimización.

Para realizar la mejora del mecanismo se utilizó la metodología que se muestra en la Figura 4.1. El criterio de paro en la mejora que se considera es que ya no se puedan eliminar áreas en la geometría y que la geometría propuesta no incremente el costo del maquinado, este requerimiento al no ser cuantificable dentro de la metodología queda sólo con la experiencia que cuenta el diseñador en la manufactura.

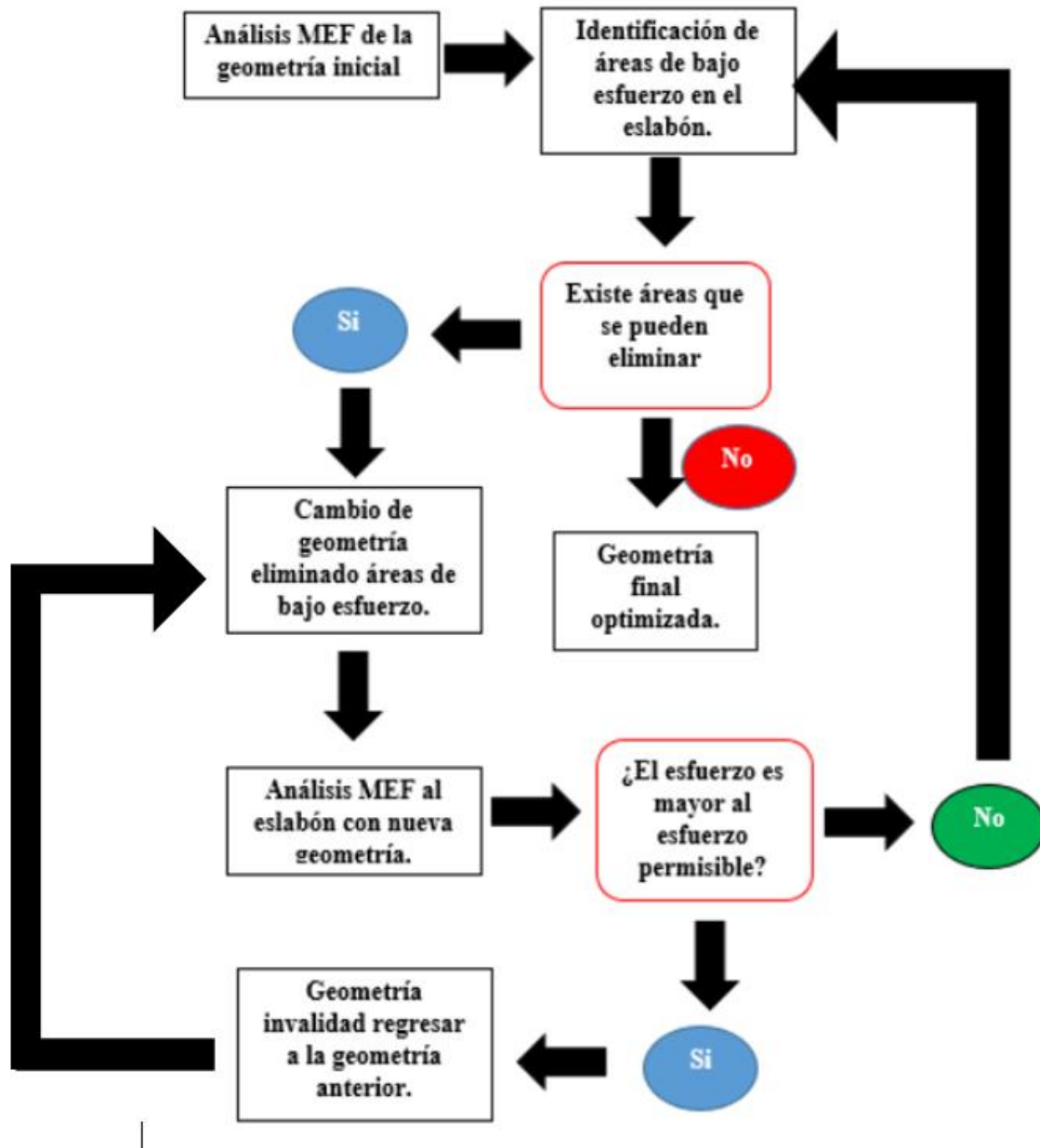


Figura 4.1. Diagrama de flujo del proceso iterativo de mejora del mecanismo.

Por tanto, el modelo mejorado se realiza de manera numérica mediante el Método del Elemento Finito utilizando el software ANSYS-Workbench®. Para el modelo MEF se utiliza un tamaño de malla de 1.3 mm, a su vez los análisis se hacen individualmente a cada eslabón, para posteriormente ensamblar el mecanismo y validar el diseño. Todos los análisis se hacen transientes en el tiempo (Transient Structural). El tipo de elemento utilizado es el SOLID185, el cual es más utilizado para modelos 3D de estructuras sólidas.

4.2.1 Eslabón L3

El primer eslabón a analizar es el L3, con dimensiones y geometría de acuerdo a la Figura 3.4. La Tabla 4.1 muestra el volumen y la masa inicial de este eslabón, las cuales fueron determinadas utilizando el programa CAD CATIA V5 ® y una densidad de la aleación de aluminio $\rho = 2.8 \text{ g/cc}$.

Tabla 4.1. Volumen y masa inicial del eslabón L3.

Eslabón	L3	unidades
Volumen	54.1	cm ³
Masa	151.5	gramos

Después de varias iteraciones en el proceso de mejora del eslabón L3, se llegó a la geometría final del eslabón la cual se muestra en la Figura 4.2. En esta figura se presenta la geometría inicial del eslabón L3 antes del proceso de mejora, y la geometría final obtenida después del proceso de mejora, en donde se puede observar el cambio en la geometría, pero respetando la forma y dimensiones en las partes críticas del eslabón. Estos resultados comprenden una reducción del ancho del eslabón desde un extremo al otro. El volumen y masa del eslabón L3 después del proceso de mejora se muestran en la Tabla 4.2, lo cual se traduce en una reducción de 35% del volumen y peso inicial del eslabón.

Tabla 4.2. Volumen y masa antes y después de la mejora eslabón L3.

Eslabón	L3 inicial	L3 optimizado	unidades	Diferencia
Volumen	54.1	34.98	cm ³	35%
Masa	151.5	97.9	gramos	

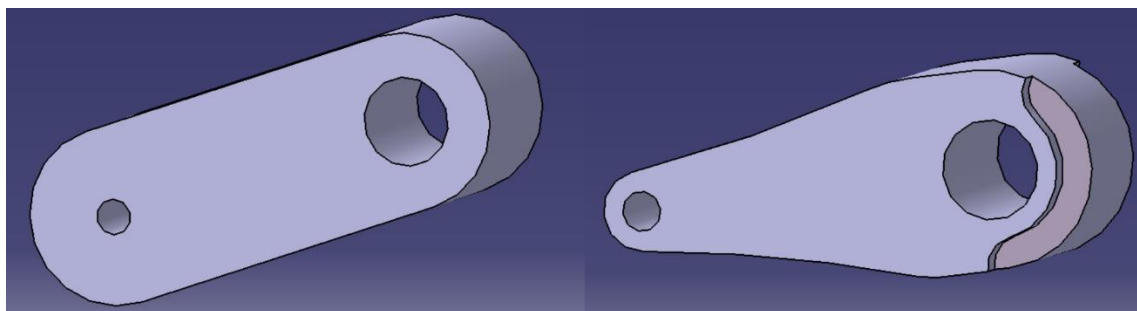


Figura 4.2. Geometría del eslabón L3: a) antes de la mejora, b) después de la mejora.

Debido a las limitaciones en la capacidad de cómputo, solo se realizó el análisis estático del eslabón L3 optimizado con un tamaño de malla 0.4 mm, y con las cargas máximas a la cual está sujeto durante la fase de apoyo. La Figura 4.3 muestra el resultado de este análisis estático en el MEF, esto debido a que un esfuerzo estático nos brinda mayor precisión con respecto al esfuerzo teórico y al obtenido mediante MEF, en donde se observa un

esfuerzo máximo de 114.36 MPa, valor por debajo del esfuerzo máximo permisible 114.45 MPa.

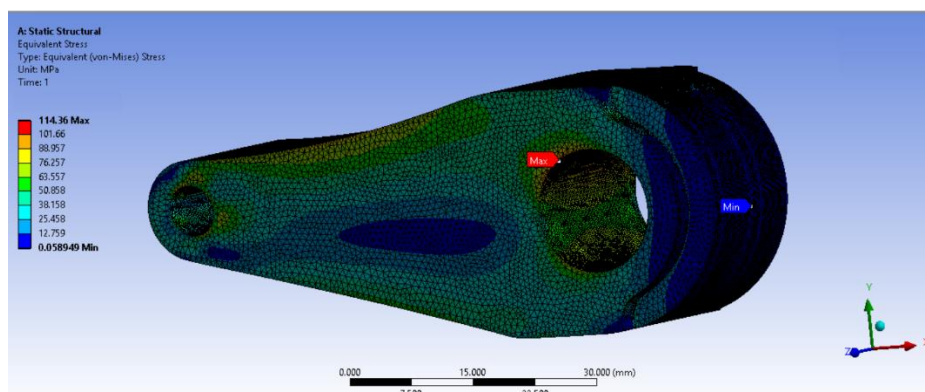


Figura 4.3. Esfuerzo máximo en el eslabón L3.

4.2.2 Eslabón L2

La tabla 4.3 muestra las propiedades de volumen y masa del eslabón L2 con las dimensiones de la Figura 3.7.

Tabla 4.3. Volumen y masa del eslabón L2.

Eslabón	L2	unidades
Volumen	35.3	cm ³
Masa	98.89	gramos

La Figura 4.4 muestra al eslabón L2 inicial antes del proceso de mejora y después del proceso de mejora, con una geometría diferente respetando los valores del diseño anterior en los valores críticos del eslabón. Se observa una diferencia significativa con respecto al eslabón anterior. El volumen y masa del eslabón L2 después del proceso de mejora se muestran en la Tabla 4.3, lo cual se traduce en una reducción de 49% del volumen y peso inicial del eslabón.

Tabla 4.3. Volumen y masa antes y después de la mejora eslabón L2.

Eslabón	L2 inicial	L2 optimizado	unidades	Diferencia
Volumen	35.3	17.88	cm ³	49%
Masa	98.89	50.1	gramos	

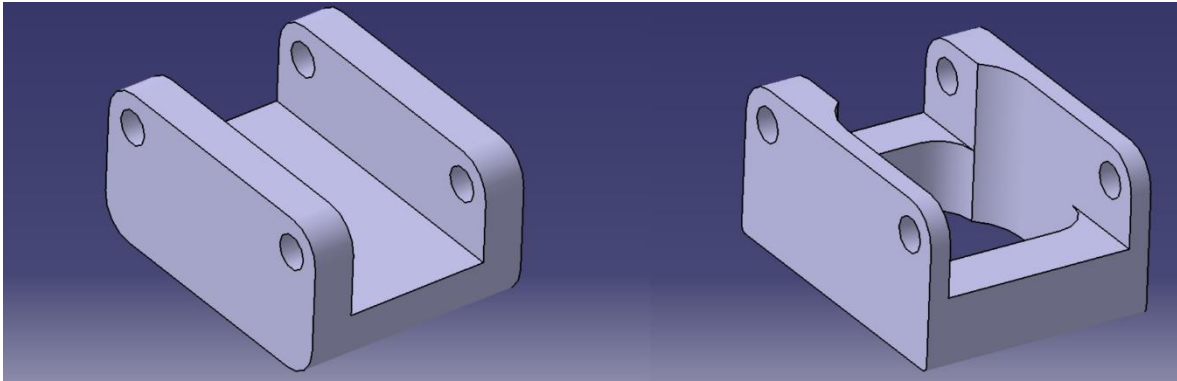


Figura 4.4. Geometría del eslabón L2: a) antes de la mejora, b) después de la mejora.

La Figura 4.5 muestra el resultado del análisis estático donde el criterio para determinar si el diseño a fatiga es satisfactorio es no sobrepasar el esfuerzo máximo teórico establecido en el capítulo anterior, que para el eslabón L2 es 116.45 MPa.

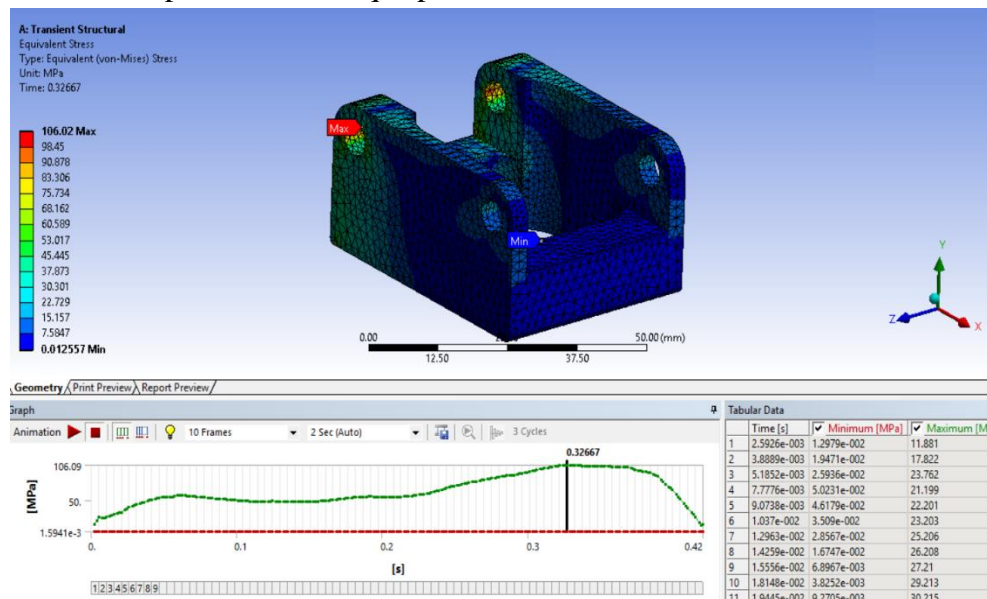


Figura 4.5. Esfuerzo máximo en el eslabón L2 durante un ciclo de carga.

Se observa que se tiene un esfuerzo máximo de 106.02 MPa, que comparándolos con el esfuerzo teórico máximo hay una diferencia de 8.9% menor al esfuerzo máximo teórico. Por lo que la nueva geometría del eslabón L2 satisface el diseño a la resistencia de falla a la fatiga.

4.2.3 Eslabón L4

La Tabla 4.4 muestra las propiedades de volumen y masa del eslabón L4 con las dimensiones de la Figura 3.8.

Tabla 4.4. Volumen y masa del eslabón L4.

Eslabón	L4	unidades
Volumen	46.6	cm ³
Masa	130.4	gramos

La Figura 4.6 muestra al eslabón L4 inicial antes del proceso de mejora y con una geometría diferente respetando los valores del diseño anterior en los valores críticos del eslabón, se observa una diferencia significativa. El volumen y masa del eslabón L4 después del proceso de mejora se muestran en la Tabla 4.5, lo cual se traduce en una reducción de 15% del volumen y peso inicial del eslabón.

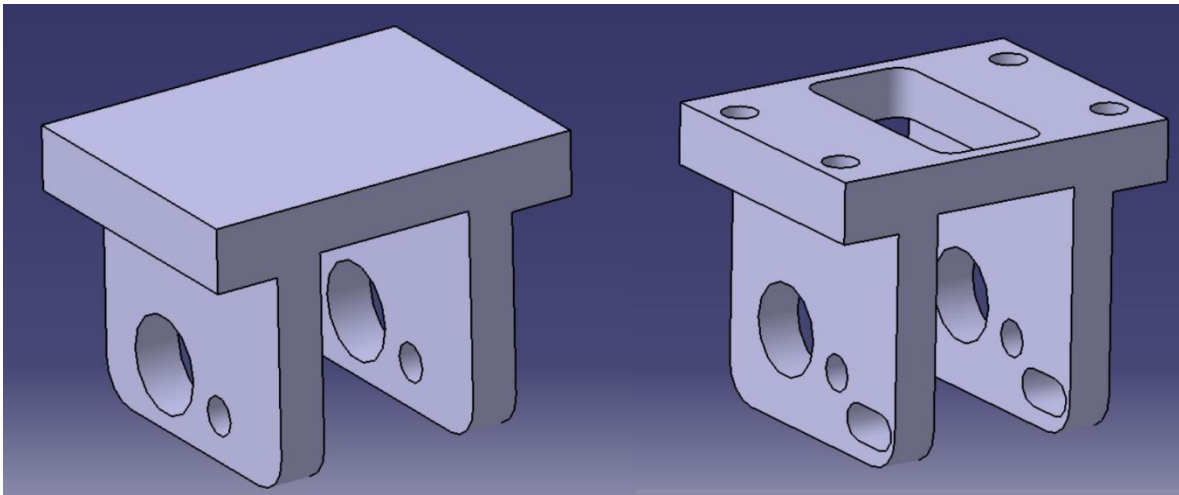


Figura 4.6. Geometría del eslabón L4: a) antes de la mejora, b) después de la mejora.

Tabla 4.5. Volumen y masa antes y después de la mejora eslabón L4.

Eslabón	L4 inicial	L4 optimizado	unidades	Diferencia
Volumen	46.6	127.6	cm ³	15%
Masa	130.4	108.2	gramos	

La Figura 4.7 muestra el resultado del análisis estático donde el criterio para determinar si el diseño a fatiga es satisfactorio es no sobrepasar el esfuerzo máximo teórico establecido en el capítulo anterior, que para el eslabón L4 es 46.54 MPa.

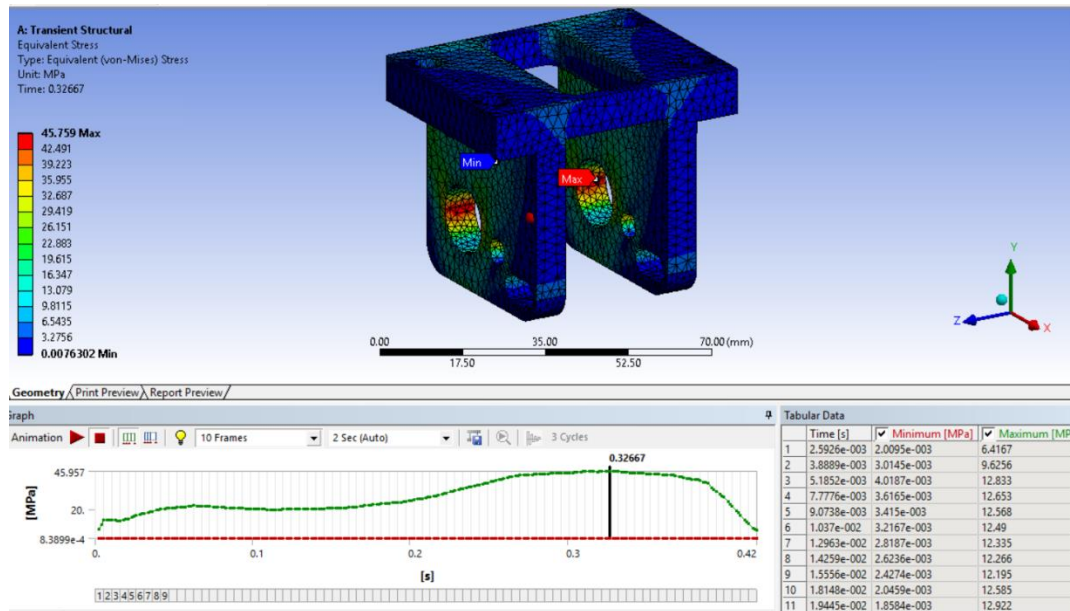


Figura 4.7. Esfuerzo máximo en el eslabón L4 durante un ciclo de carga.

Se observa que el esfuerzo obtenido del eslabón L4 con esta nueva geometría es de 45.759 MPa que, comparado con el esfuerzo máximo teórico, es menor con una diferencia de 1.67%. Por lo tanto, la nueva geometría del eslabón L4 satisface el diseño a la resistencia de falla a la fatiga.

4.2.4 Eslabón L1

En el caso del eslabón L1 no fue necesario retirar material debido a que, al hacer una muesca o discontinuidad en su geometría, ocasiona la aparición de concentración de esfuerzos y por consecuencia la necesidad de incrementar más su geometría. Por lo anterior, y dado que el eslabón L1 es el más pequeño y que su contribución no es significativa al peso total del mecanismo, se optó por dejarlo con su geometría inicial.

4.2.3 Mecanismo de rodilla

De lo anterior se observa que los eslabones han sido reducidos en volumen y masa, pero sin alterar las dimensiones mínimas establecidas en el capítulo anterior, y sin sobrepasar el nivel máximo de esfuerzo para evitar una falla de fatiga. La Tabla 4.6 muestra una comparativa del mecanismo inicial y final, eslabón por eslabón, indicándose el porcentaje de reducción del volumen y la masa.

Tabla 4.6. Diferencia entre el volumen y masa inicial y final de los eslabones del mecanismo antes y después del proceso de mejora.

Eslabón	Volumen original cm³	Volumen final cm³	Masa inicial gramos	Masa final en gramos	Diferencia de masa y volumen en porcentaje
L1	4.45	4.45	6.24	6.24	0%
L2	35.3	17.88	98.88	50.08	49%
L3	54.1	34.98	151.48	97.93	35%
L4	45.58	38.65	127.62	108.23	15%
TOTAL	139.45	95.96	390.45	268.68	31%

En la Tabla 4.6 se observa una reducción importante del 31% en volumen y por consiguiente en la masa del mecanismo de prótesis de rodilla. Esta reducción se debe principalmente al eslabón L2, cuya reducción en peso fue de 49%. El peso final del mecanismo es de 268.7 gr, apropiado para la prótesis en comparación con las prótesis policéntricas de rodilla externa comerciales, las cuales tienen un peso entre 481 a 1095 gr. Cabe hacer mención que el peso final de la prótesis de rodilla de este trabajo, será mayor al del mecanismo debido al peso adicional de los tornillos, pernos, seguros, y accesorios que llevará.

4.3 Validación del mecanismo optimizado

Para validar el mecanismo de prótesis optimizado, se realizó el análisis MEF de todo el mecanismo sujeto a las cargas y movimiento de la rodilla durante la fase de apoyo. Para realizar este análisis se usó un tamaño de malla fino de 0.75 mm debido a la capacidad de computo disponible. La Figura 4.8 muestra el mecanismo de prótesis de rodilla externa con las nuevas geometrías de los eslabones y con las cargas correspondientes a la fase de apoyo. En la parte inferior de la Figura 4.8 se muestran las fuerzas F_{reacx} (roja) y F_{reacy} (verde) que se aplican en la base del eslabón L2, mientras que la parte superior del eslabón L4 queda restringida en su movimiento.

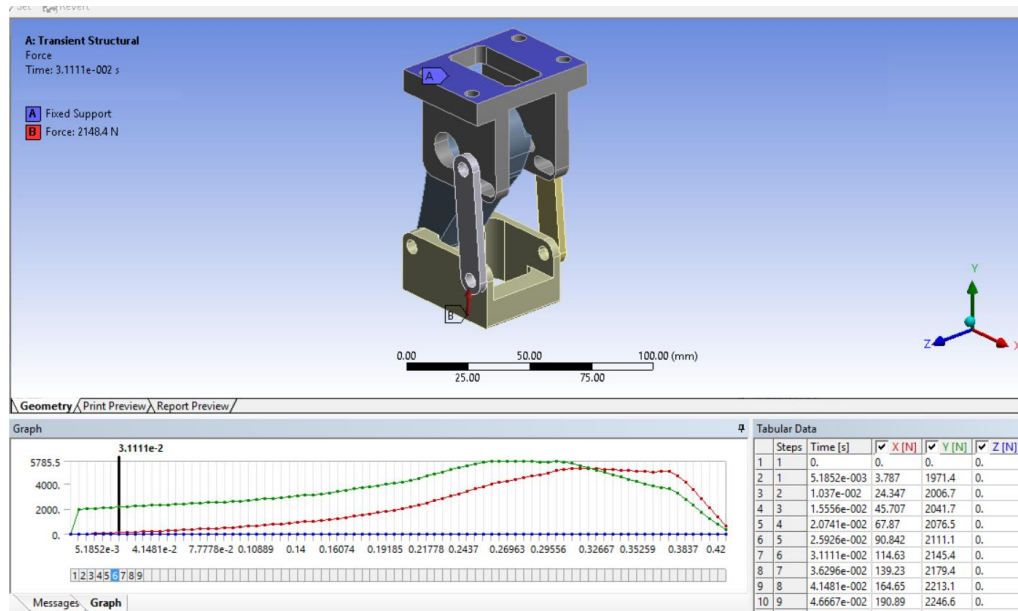


Figura 4.8. Mecanismo optimizado sometido a un ciclo de carga.

La Figura 4.9 muestra el esfuerzo máximo obtenido en el análisis MEF, el cual no sobrepasa el obtenido en el análisis del esfuerzo teórico en los eslabones. Se observa que el mecanismo optimizado de prótesis de rodilla tiene un comportamiento igual al mecanismo de prótesis propuesto sin optimizar y los esfuerzos máximos son iguales a los análisis hechos a cada eslabón individualmente, lo cual indica que las nuevas geometrías del mecanismo cumplen con el diseño de falla a la fatiga, por lo que se valida su diseño.

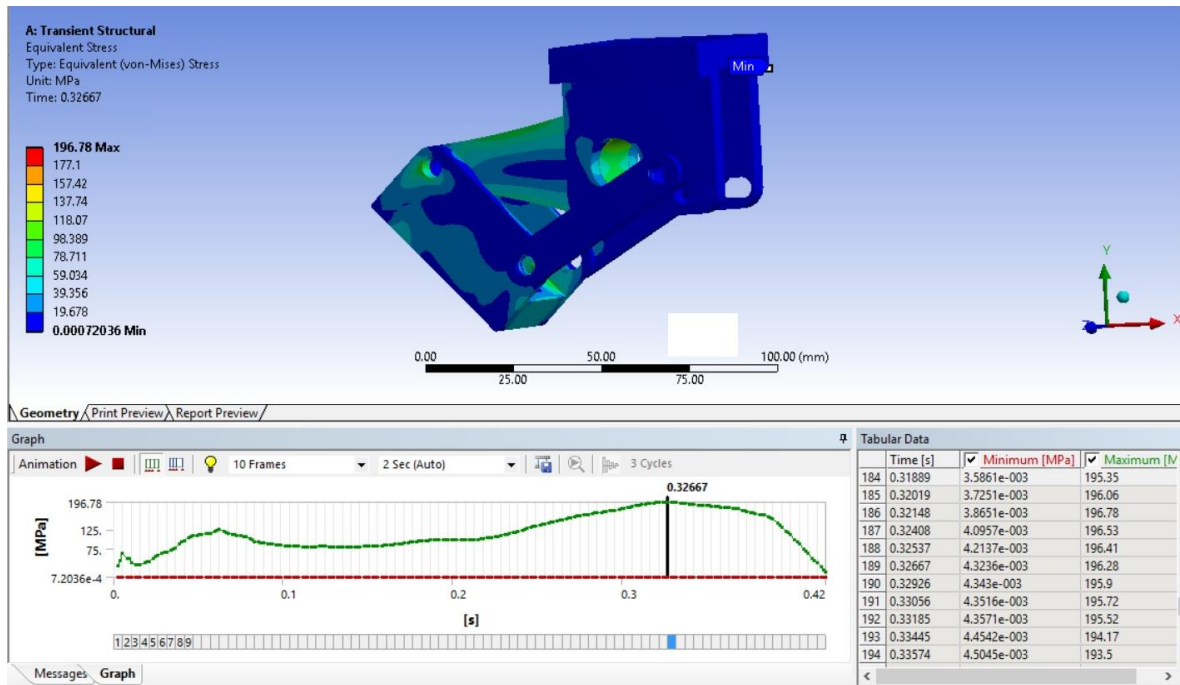


Figura 4.9. Esfuerzo máximo en el mecanismo optimizado durante un ciclo de carga.

Finalmente, se puede mencionar que durante el proceso de mejora del mecanismo se tomaron en cuenta geometrías simples de los eslabones para facilitar su manufactura, evitando altos costos en su fabricación. El resultado son eslabones con geometrías sencillas de fabricar en un centro de maquinados de 3 ejes convencional.

Capítulo 5

Diseño final y simulación de la prótesis de rodilla

Al tener un diseño mejorado de los eslabones para el mecanismo, éste debe contar con aditamentos los cuales le permitirán su funcionamiento correcto.

5.1 Diseño de detalle de la prótesis de rodilla

El diseño de detalle comprende el diseño y/o selección de todos de componentes que integran la prótesis de rodilla externa del tipo transfemoral. Estos componentes serán definidos con base en el diseño conceptual previamente presentado.

5.1.1 Eslabón L1

La función del eslabón L1 en el mecanismo es la de eslabón conducido, mientras que en la prótesis cumple la función de los ligamentos colaterales que proveen estabilidad durante la fase de apoyo. La Figura 5.1 muestra la propuesta de diseño final de vista isométrica del eslabón L1, el cual se fabricará en aleación de aluminio 7075-T6, descrito en el capítulo 3. La fabricación del eslabón L1 se propone se realice en un centro de maquinados de 3 ejes. En el Anexo A se presenta el dibujo técnico de este eslabón, con las especificaciones para su fabricación.

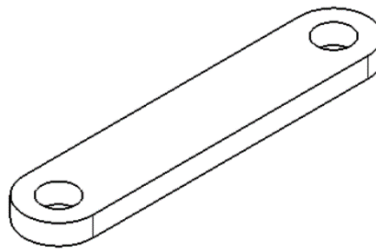


Figura 5.1. Vista isométrica del eslabón L1.

5.1.2 Eslabón L2

El eslabón L2 es el eslabón acoplador del mecanismo, y es por donde las cargas entran al mecanismo y es el eslabón que está conectado con la parte trasntibial de la prótesis. La Figura 5.2 muestra una vista isométrica del diseño final del eslabón L2, el cual también se fabricará en aleación de aluminio 7075-T6. En el Anexo A se presenta el dibujo técnico de éste eslabón, con las especificaciones para su fabricación, la cual se propone realizar en un centro de maquinado de 3 ejes.

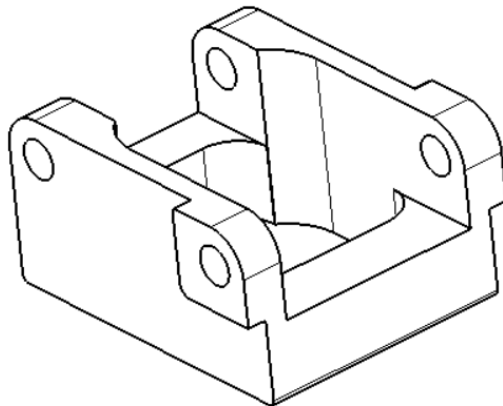


Figura 5.2. Vista isométrica del eslabón L2.

5.1.3 Eslabón L3

El eslabón *L3* actúa como el eslabón conductor que controla el movimiento del mecanismo durante la fase de apoyo. La Figura 5.3 muestra una vista isométrica del diseño final del eslabón *L3*. El material para su fabricación es una aleación de aluminio 7075-T6, y se realizará en un centro de maquinado de 3 ejes. En el anexo A se presenta el dibujo técnico de este eslabón con las especificaciones para su fabricación.

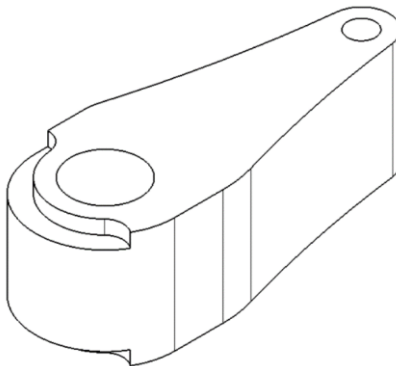


Figura 5.3. Vista isométrica del eslabón L3.

5.1.4 Eslabón L4

El eslabón *L4* es considerado como el eslabón base del mecanismo, la cual se considera que permanece fija mientras los otros eslabones se mueven. A su vez es la parte del mecanismo que está conectada al socket de la prótesis. La Figura 5.4 muestra una vista isométrica del eslabón L4, mientras que en el Anexo A se presenta su dibujo técnico con los requerimientos para su fabricación, la cual se podrá realizar en un centro de maquinado de 3 ejes. El material para su fabricación es aleación de aluminio 7075-T6.

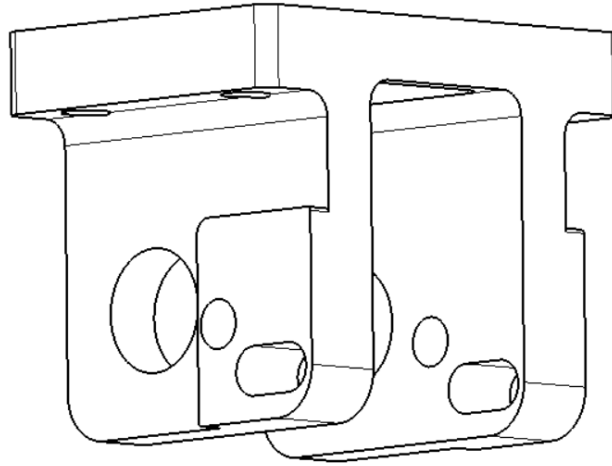


Figura 5.4. Vista isométrica del eslabón L4.

5.1.5 Pernos

La unión entre eslabones se realizará mediante pernos, los cuales permiten un giro libre de los eslabones. Debido a que los pernos no pueden ir directamente sobre los eslabones de aluminio, ya que este desgastaría rápidamente el aluminio, se emplearan bujes que se montaran sobre el aluminio. La Figura 5.5 muestra un buje sólido el cual será empleado en los pernos.

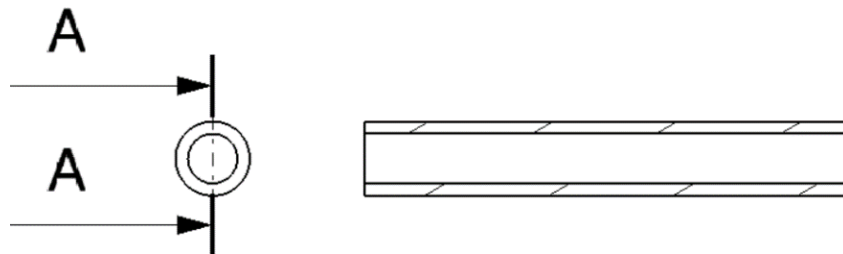


Figura 5.5. Bujé sólido.

Se propone un buje sólido de un material (bronce, por ejemplo) menos resistente que el aluminio y el acero, para que sea éste el que se desgaste en lugar del aluminio y el acero. El buje se ensamblará por interferencia con el eslabón, permitiendo un juego con el perno, y garantizando el desgaste del buje y no del eslabón.

Las fuerzas de reacción entre los eslabones se transmiten a través de estos pernos. El material de los pernos considerados es de acero AISI 10120, con propiedades dadas en la Tabla 5.1.

Tabla 5.1. Propiedades del acero AISI 10120 [34].

Propiedades Físicas	Sistema Métrico
Densidad	7.845 g/cc
Propiedades Mecánicas	-
Resistencia última a tensión S_{ut}	1240.2MPa
Resistencia a la cedencia a tensión S_y	627 MPa
Límite de resistencia a la fatiga	896 MPa

Los pernos están sometidos a esfuerzos cortantes, los cuales se calculan como

$$\tau = \frac{V}{A_t} \quad (5.1)$$

donde τ es el esfuerzo cortante actuando en el perno, V es la fuerza actuando en el perno y A_t es el área transversal del perno.

Se analiza solamente el perno en la junta C, esto debido a que es el perno que más carga soportará. El diámetro del perno es $d_c = 4 \text{ mm}$, que es igual al diámetro del barreno en la misma junta. La Tabla 5.2 muestra los esfuerzos máximos, mínimos, medios y alternos que soporta el perno durante el ciclo de marcha normal.

Tabla 5.2. Esfuerzos resultantes en el perno de la junta C.

Esfuerzos	MPa
σ_{\max}	267
τ_{\min}	48.5
τ_m	157.6
τ_a	109.1

Para este caso, el esfuerzo de Von Mises es de la forma $\sigma' = (\sigma_x^2 + 3\tau_{xy}^2)^{1/2}$ donde los esfuerzos axiales son cero y que los esfuerzos cortantes tienen componentes alternantes y medios.

$$\sigma'_a = (3\tau_a^2)^{1/2} \quad (5.2)$$

$$\sigma'_m = (3\tau_m^2)^{1/2} \quad (5.3)$$

La Tabla 5.3 muestra los esfuerzos alternantes y medios obtenidos de la ecuación (5.2) y (5.3), así como también los factores de modificación para el perno de la junta C.

Tabla 5.3. Factores de modificación para el perno de la junta C.

Esfuerzos	MPa
σ'_a	272.96
σ'_m	188.97
Factor de Modificación	Valor
k_a	0.68
k_b	0.84
k_c	1
k_d	1
k_e	0.89

Calculando el límite de resistencia a la fatiga tomando en cuenta los parámetros para el acero.

$$S_e = (0.68)(0.84)(1)(1)(0.89)(896) = 462.3 \text{ MPa} \quad (5.4)$$

Aplicando el criterio de falla de Goodman modificado de la ecuación (3.21) para calcular si las dimensiones propuestas cumplen con un factor de seguridad $n = 1.3$, se tiene lo siguiente:

$$n = \frac{1}{\frac{188.97 \text{ MPa}}{462.3 \text{ MPa}} + \frac{272.96 \text{ MPa}}{709.67 \text{ MPa}}} = 1.59 \quad (5.5)$$

Mientras para saber si el eslabón soporta el primer ciclo de carga a la fluencia, se utiliza el criterio de Langer de la ecuación (3.24):

$$n = \frac{599.43 \text{ MPa}}{188.97 \text{ MPa} + 272.96 \text{ MPa}} = 2.35 \quad (5.6)$$

Las dimensiones propuestas para el perno son adecuadas para soportar las cargas de acuerdo a los criterios de falla a fatiga. La Figura 5.6 muestra las dimensiones para el perno en la junta C de una vista isométrica. Dado que el perno en la junta C es el más crítico porque soporta las cargas más elevadas, se puede decir que los demás pernos A, B, y D soportan las cargas durante el tiempo de vida de prótesis.

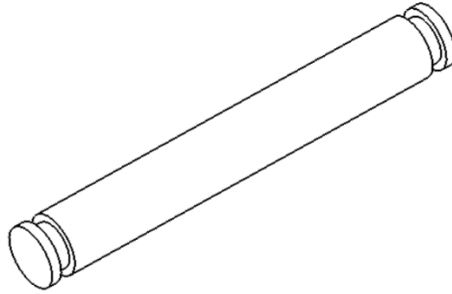


Figura 5.6 Vista isométrica del eslabón del perno en la junta C.

En el anexo A se presentan los dibujos de taller del perno en la junta C, así como los de los pernos en las demás juntas A, B y D.

Para evitar que los pernos se salgan de lugar se usará arandelas de seguridad tipo omega, las cuales se colocaran en ambos lados del perno, impidiendo el desplazamiento axial de los pernos. La Figura 5.7 muestra la arandela para la junta D, mientras que la Figura 5.8 muestra la arandela que se usará para los pernos de las juntas A, B y C.

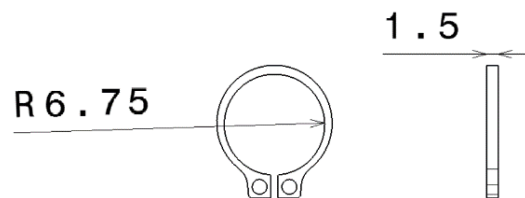


Figura 5.7. Dimensiones en mm de la arandela de seguridad tipo omega en la junta D.



Figura 5.8. Dimensiones en mm de la arandela de seguridad tipo omega en las juntas A, B Y C.

5.1.6 Resorte de torsión

Como sistema de control pasivo del movimiento de la prótesis se propone el uso de un resorte de torsión, el cual está anclado al eslabón L4, y se acciona con el eslabón L3. Durante la fase de apoyo el resorte permite un movimiento continuo, mientras que en la fase de balanceo el resorte regresa el mecanismo a la posición de contacto inicial. La Figura 5.9 muestra el resorte de torsión que se propone para el control pasivo de la prótesis de rodilla. Cabe destacar que el resorte es un sistema pasivo que permite el retorno de la prótesis a una

posición de inicio. El sistema de control requiere un análisis más detallado el cual se considera como trabajo futuro.

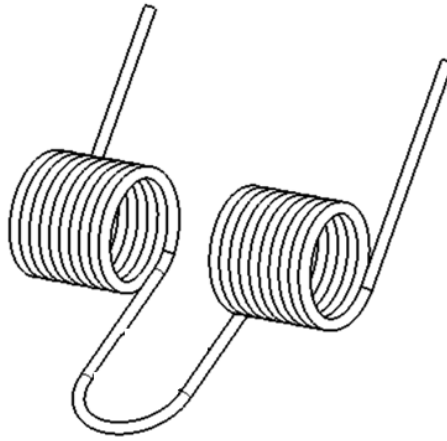


Figura 5.9. Resorte de torsión.

La constante k del resorte se calcula a partir de la siguiente ecuación:

$$M_{resorte} = k\beta_3 \quad (5.7)$$

donde $M_{resorte}$ es el momento de torsión inducido en el resorte, que para el caso de la prótesis corresponde al momento M_D promedio de 141 N.m; y β_3 es el ángulo de torsión desplazamiento angular, que en este caso es 1.53 rad. De ésta manera la constante del resorte se define como:

$$k = \frac{M_{resorte}}{\beta_3} = \frac{141 \text{ N.m}}{1.53 \text{ rad}} = 92.15 \frac{\text{N.m}}{\text{rad}} \quad (5.8)$$

5.1.7 Tope geométrico

El tope geométrico sirve para mantener la prótesis en una posición deseada durante un momento determinando durante el ciclo de caminado. La posición deseada a controlar es la posición que adopta el mecanismo al momento del contacto inicial.

Para esta prótesis se proponen dos tornillos de cabeza de media luna (color azul) que irán en el eslabón L4 (color verde), como se observa en la Figura 5.10, mediante unas tuercas

(color turquesa), esto con la intención de poder ajustar la posición del contacto inicial según las necesidades de cada paciente.

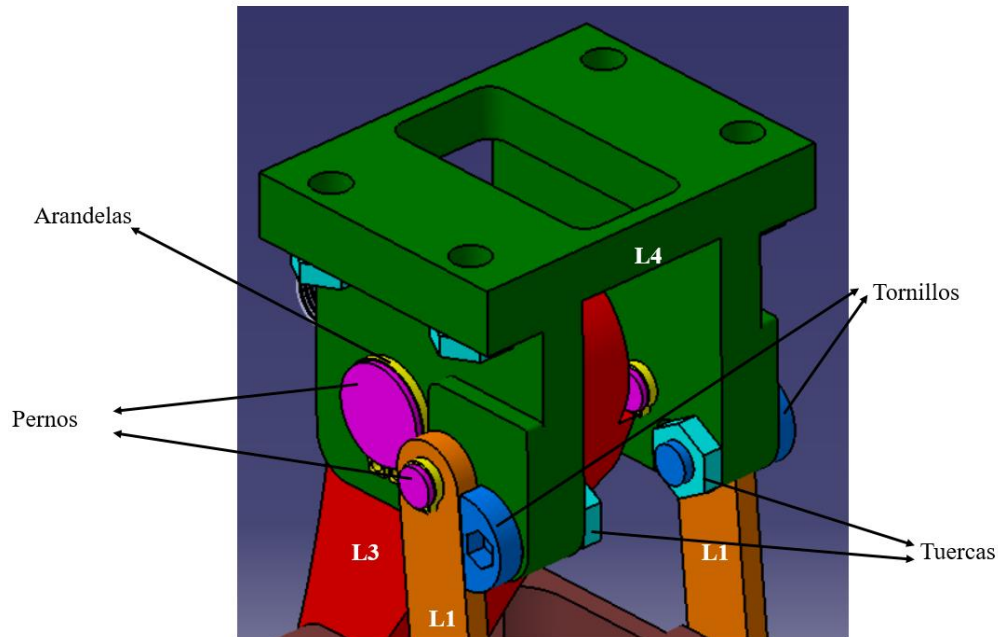


Figura 5.10 Tope geométrico propuesto mediante tornillos.

Los tornillos propuestos métricos M6.

5.1.8 Acoplamiento con el socket y tibia

El acoplamiento entre el socket y el mecanismo, es mediante un muñón (color gris), la Figura 5.11 muestra este acoplamiento del eslabón L4 (color verde) que cuenta con 4 roscas métricas (Anexo A), las cuales a través de tornillos M6 (color azul) y tuercas (color turquesa) unen al eslabón L4 con el muñón. El muñón se ensambla al socket.

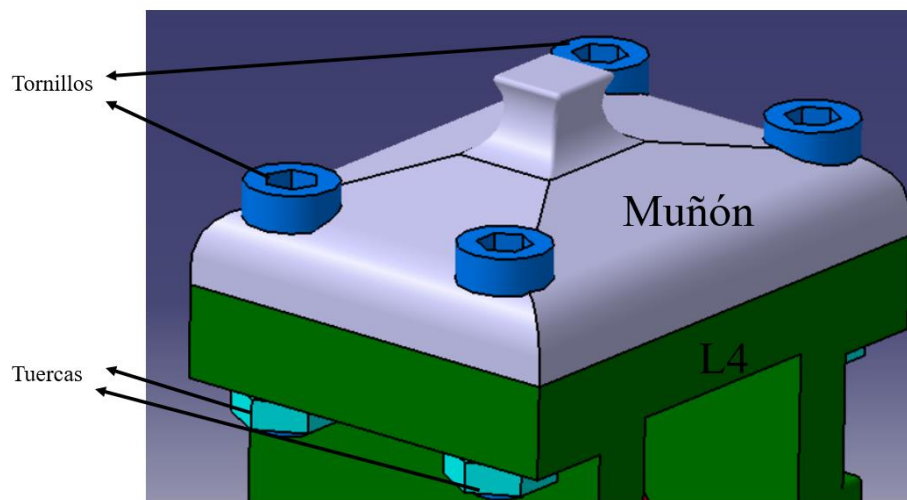


Figura 5.11. Acoplamiento entre el muñón y el mecanismo.

La unión entre el mecanismo y la parte transtibial de la prótesis, es mediante 4 tornillos M6, el eslabón L2 tiene 4 ranuras M6 en la parte inferior las cuáles se unen a la parte transtibial. La Figura 5.12 muestra el acoplamiento entre el mecanismo y la parte transtibial.

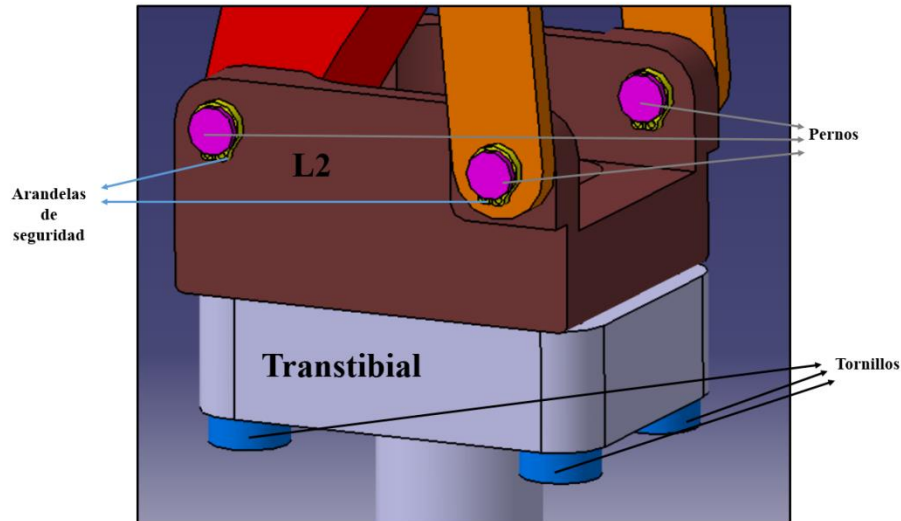


Figura 5.12. Acoplamiento entre el mecanismo y la parte transtibial de la prótesis.

5.2 Modelación de la prótesis

El prototipo virtual de la prótesis final se realizó en el software CATIA®. La Figura 5.13 muestra el prototipo final con sus tres vistas principales.

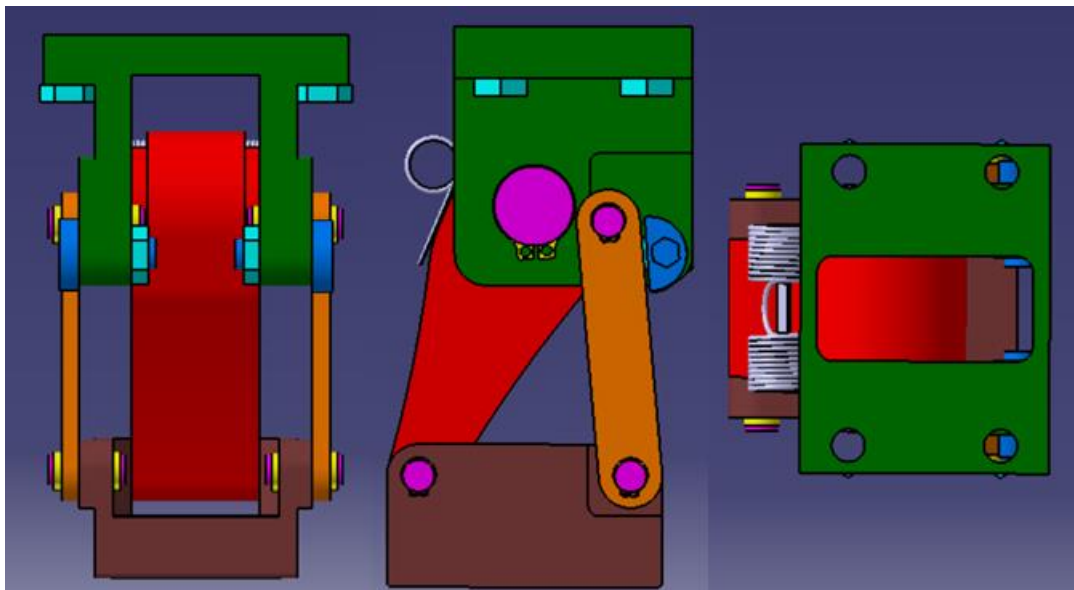


Figura 5.13. Prototipo virtual final de la prótesis de rodilla: a) vista frontal, b) vista lateral, y c) vista superior.

La Figura 5.14 muestra las tres posiciones principales de la prótesis durante la fase de caminado: a) contacto inicial, la cual ocurre al principio de la fase de apoyo; b) a la mitad de la fase de apoyo; y c) al momento en el que se produce el despegue.

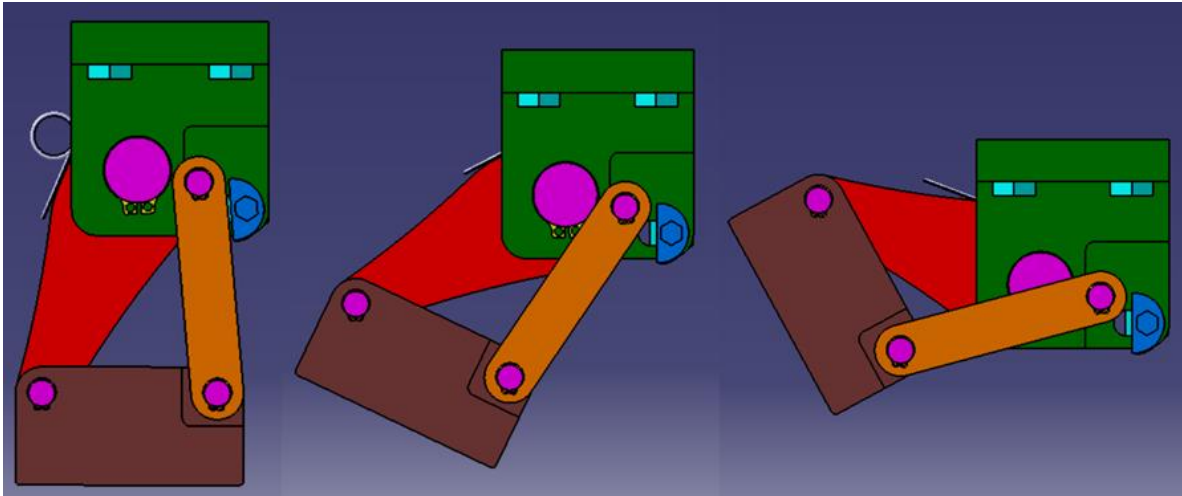


Figura 5.14. Mecanismo de prótesis de rodilla durante: a) el contacto inicial, b) la fase de apoyo, y c) el despegue.

La prótesis final de rodilla externa del tipo transfemoral, incluyendo el socket y la parte transtibial se muestra en la Figura 5.15.

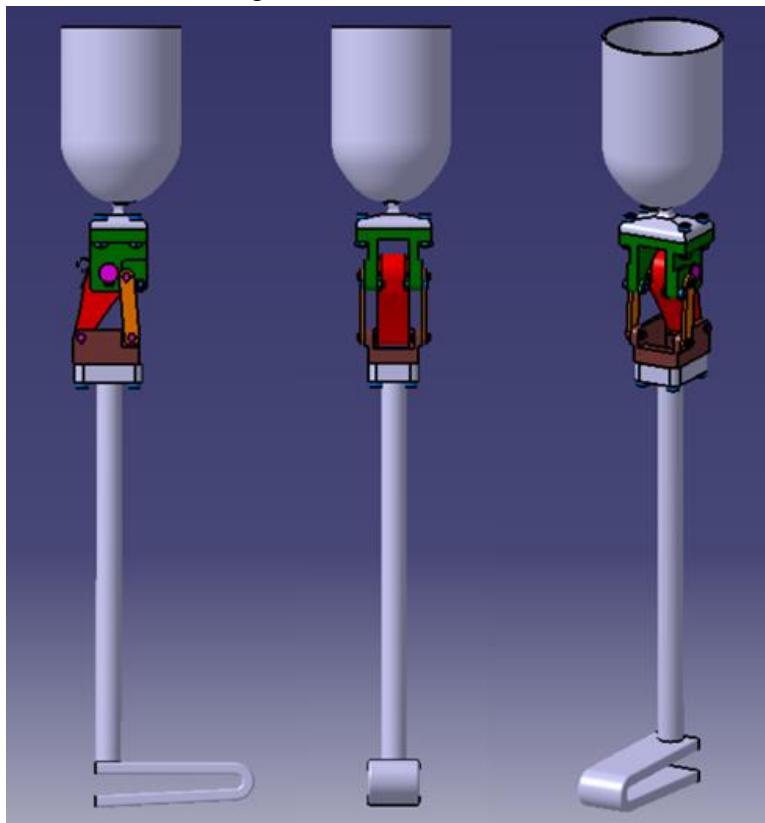


Figura 5.15. Propuesta de prótesis de rodilla del tipo transfemoral.

Los planos de diseño y fabricación de la prótesis se han incluido en el Anexo A de ésta tesis.

Conclusiones

En el presente trabajo de tesis se desarrolló el modelo mecánico, diseño y mejora de un mecanismo de prótesis de rodilla del tipo transfemoral. Dicho desarrollo se logró a partir del establecimiento de necesidades, especificaciones y requisitos para la prótesis. Se propuso un modelo biomecánico de la rodilla con el cuál se realizaron los análisis cinemáticos, dinámicos y estructurales para el diseño conceptual y de detalle del mecanismo de cuatro barras propuesto para la prótesis de rodilla. Como resultado se dimensionaron los eslabones del mecanismo y se desarrolló un mecanismo mejorado el cual mantiene una geometría sencilla para ahorrar costos de maquinado. Para validar y simular los resultados del diseño propuesto se utilizó el Método del Elemento Finito (MEF).

Con el desarrollo del presente proyecto de tesis, se llegó a las siguientes conclusiones:

- ❖ Las necesidades, especificaciones y requisitos de la prótesis marcaron la pauta del diseño del mecanismo. Las principales características encontradas fueron una vida de 10 años, el menor peso posible y un bajo costo.
- ❖ El mecanismo de 4 barras propuesto reúne los principales elementos de la rodilla que le otorgan estabilidad y movimiento durante el ciclo de caminado.
- ❖ El análisis cinemático del mecanismo, permite conocer el comportamiento del mismo y permite analizar cada instante del ciclo de marcha.
- ❖ Las cargas dinámicas en la rodilla son dependientes de la velocidad de caminado, por lo que al diseñar el mecanismo de la prótesis se debe tomar en cuenta la velocidad máxima de caminado para el análisis del mecanismo. En este trabajo se consideró una velocidad máxima promedio de caminado de 6 km/h.
- ❖ Las cargas estructurales y dinámicas presentes en la rodilla varían a lo largo del ciclo de caminado, siendo la etapa más crítica el impulso debido a que las cargas y momentos son máximos en esta etapa.
- ❖ Debido a las geometrías irregulares y concentraciones de esfuerzos en los eslabones, los esfuerzos teóricos deben ser validados mediante alguna otra técnica como el MEF.
- ❖ La optimización geométrica del mecanismo es muy compleja debido a que muchos de los parámetros y restricciones no son cuantificables de manera analítica, por lo que es necesario utilizar métodos experimentales o numéricos para llevar a cabo una mejora.

Contribuciones

Las contribuciones del trabajo son:

- ✓ Se establecieron requerimientos específicos para una prótesis de rodilla del tipo transfemoral.
- ✓ Se hizo un modelo mecánico de las cargas actuando en la rodilla a diferentes velocidades de marcha.

- ✓ Se determinaron las cargas en la rodilla durante una marcha humana normal para diferentes velocidades de caminado.
- ✓ Se diseñó y mejoró un mecanismo para una prótesis de rodilla, con una geometría simple que puede ser manufacturada de manera sencilla, es decir, no cuenta con geometrías que requiera una gran complejidad o un extenso número de maquinados, así como ensamble sencillo y un mantenimiento simple.
- ✓ Se desarrolló un modelo MEF del mecanismo para el análisis dinámico de la prótesis de rodilla durante la fase de apoyo del caminado humano.

Trabajo futuro

Como trabajo futuro se contempla lo siguiente:

- Construir la prótesis de rodilla propuesta para evaluar y validar su diseño y funcionamiento real.
- Desarrollar e implementar un sistema de control eficiente para el mecanismo de prótesis de rodilla, el cual permita controlar la velocidad tanto en la fase de apoyo como en la fase de balanceo.
- Desarrollar un sistema de medición experimental de las cargas en la rodilla a diferentes velocidades y bajo diferentes condiciones (pendientes, condiciones del suelo).
- Desarrollar los elementos necesarios para la implantación real de la prótesis de rodilla en un paciente. Entre estos elementos se encuentran el socket y los elementos transtibiales.

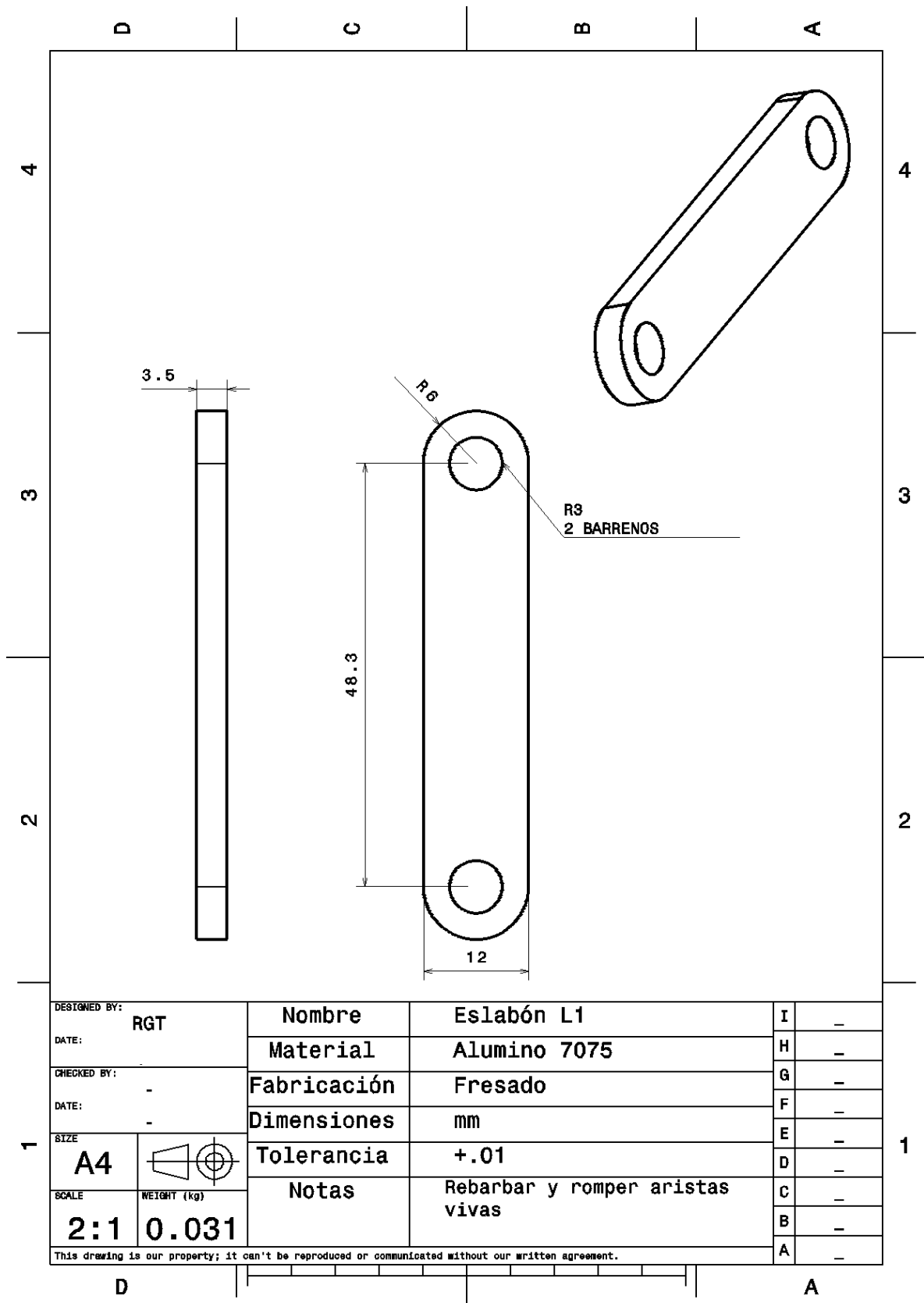
Referencias

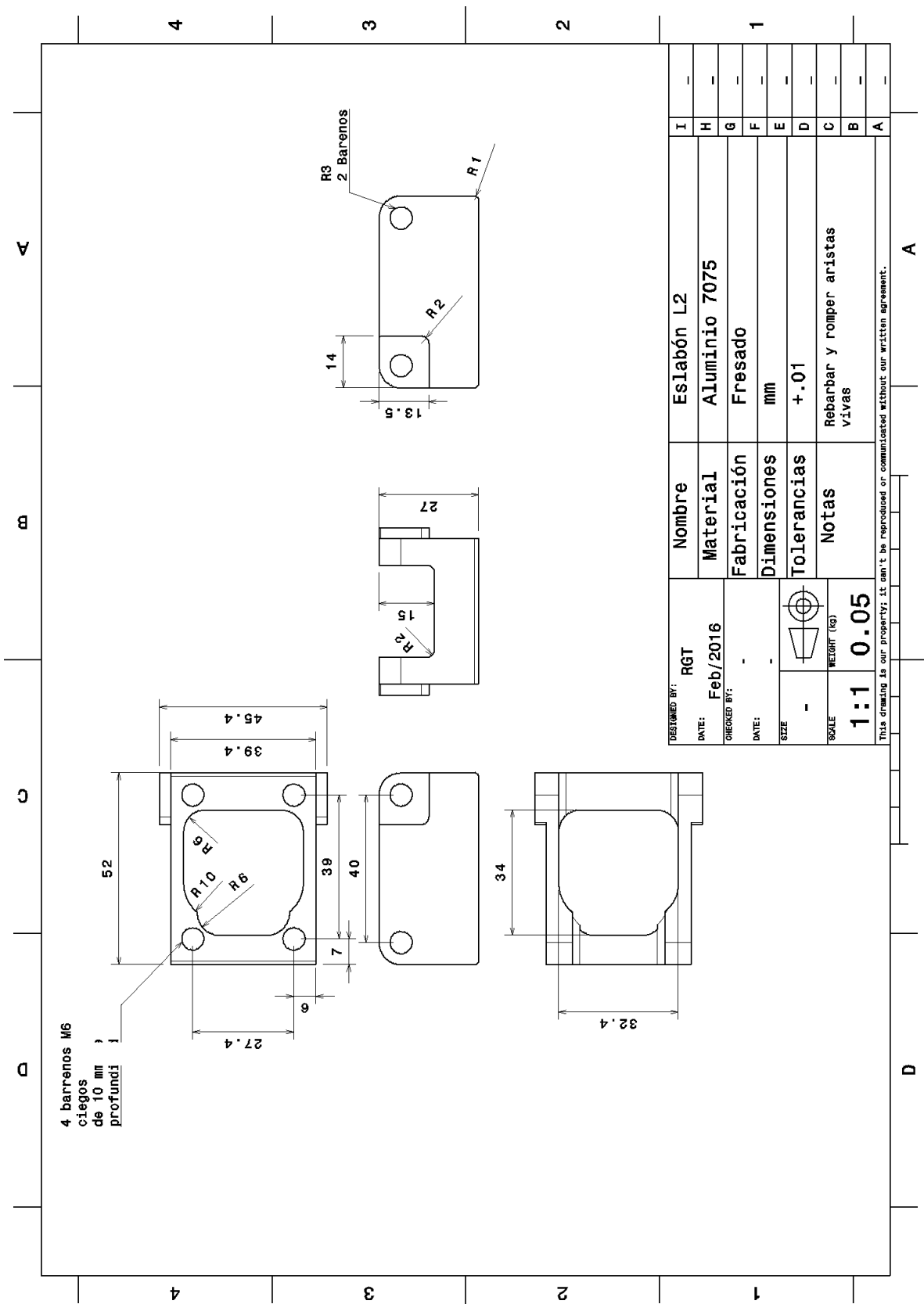
- [1] “Accidentes de tránsito terrestre en zonas urbanas y suburbanas. Consulta interactiva de datos”, 20-oct-2015. [En línea]. Disponible en: http://www.inegi.org.mx/est/lista_cubos/consulta.aspx?p=adm&c=1. [Consultado: 20-oct-2015].
- [2] “Instituto Nacional de Estadística y Geografía (INEGI)”, 22-sep-2015. [En línea]. Disponible en: <http://www.inegi.org.mx/>. [Consultado: 22-sep-2015].
- [3] “Centro Nacional de Excelencia Tecnológica en Salud”, *Centro Nacional de Excelencia Tecnológica en Salud*, 22-sep-2015. [En línea]. Disponible en: <http://www.cenetec.salud.gob.mx/>.
- [4] “Secretaría de Salud | Gobierno | gob.mx”. [En línea]. Disponible en: <http://www.gob.mx/salud>. [Consultado: 25-ene-2016].
- [5] W. B. Edwards, J. C. Gillette, J. M. Thomas, y T. R. Derrick, “Internal femoral forces and moments during running: Implications for stress fracture development”, *Clin. Biomech.*, vol. 23, núm. 10, pp. 1269–1278, dic. 2008.
- [6] W. R. Taylor, M. O. Heller, G. Bergmann, y G. N. Duda, “Tibio-femoral loading during human gait and stair climbing”, *J. Orthop. Res.*, vol. 22, núm. 3, pp. 625–632, may 2004.
- [7] W. R. Taylor, R. M. Ehrig, M. O. Heller, H. Schell, P. Seebeck, y G. N. Duda, “Tibio-femoral joint contact forces in sheep”, *J. Biomech.*, vol. 39, núm. 5, pp. 791–798, 2006.
- [8] Juan Carlos Arellano González, Hugo Iván Medellín Castillo, Tesis de Maestría “Análisis y Caracterización del Caminado Humano para la Síntesis de un Mecanismo de Prótesis de Pierna Transfemoral”, Maestría, Facultad de Ingeniería. Universidad Autónoma de San Luis Potosí, San Luis Potosí S.L.P., 2010.
- [9] “Prosthetics-Orthotics-Orthopaedic footwear | Ortho Europe”, 28-sep-2015. [En línea]. Disponible en: <http://www.ortho-europe.com/>. [Consultado: 28-sep-2015].
- [10] “Home”. [En línea]. Disponible en: <http://trulife.com/>. [Consultado: 26-ene-2016].
- [11] “MedicalExpo - El Salón Virtual del Sector Médico: dispositivo médico, imagen médica, Mobiliario de hospital, Equipos de laboratorio ...”, 28-sep-2015. [En línea]. Disponible en: <http://www.medicaexpo.es/>. [Consultado: 28-sep-2015].
- [12] “ortho-mex”. [En línea]. Disponible en: <http://www.ortho-mex.com.mx/>. [Consultado: 26-ene-2016].
- [13] Natalia Lizeth Araujo Herrera, Tesis de Licenciatura “Diseño conceptual de una prótesis para amputación transfemoral”, Universidad Autónoma de Occidente, Facultad de Ingeniería Departamento de Automática y Electrónica Programa Biomédica Santiago de Cali, 2012.
- [14] Lucero Esmeralda Moreno Castilla, Tesis de Licenciatura “Simulación Virtual del Comportamiento de una Prótesis de Rodilla.” Facultad de Ingeniería, Universidad Nacional Autónoma de México, 2009.
- [15] L. G. B. Gerardo Alejandro Valentino Orozco, “Desarrollo de prótesis de rodilla externa con mecanismo policéntrico”, CINVESTAV, Instituto Politécnico Nacional, México, 2008.
- [16] Marissa Claudiands Fernández Espinosa, “Caracterización del movimiento de la rodilla y diseño de un mecanismo policéntrico.”, Instituto Politécnico Nacional, Escuela Superior de Ingeniería Mecánica y Eléctrica Unidad Azcapotzalco México Distrito Federal, 2008.
- [17] Lugo González Esther, Tesis de Doctorado “Diseño de mecanismos utilizando algoritmos genéticos con aplicación en prótesis para miembro inferior”, Instituto Politécnico Nacional, México D.F., 2010.

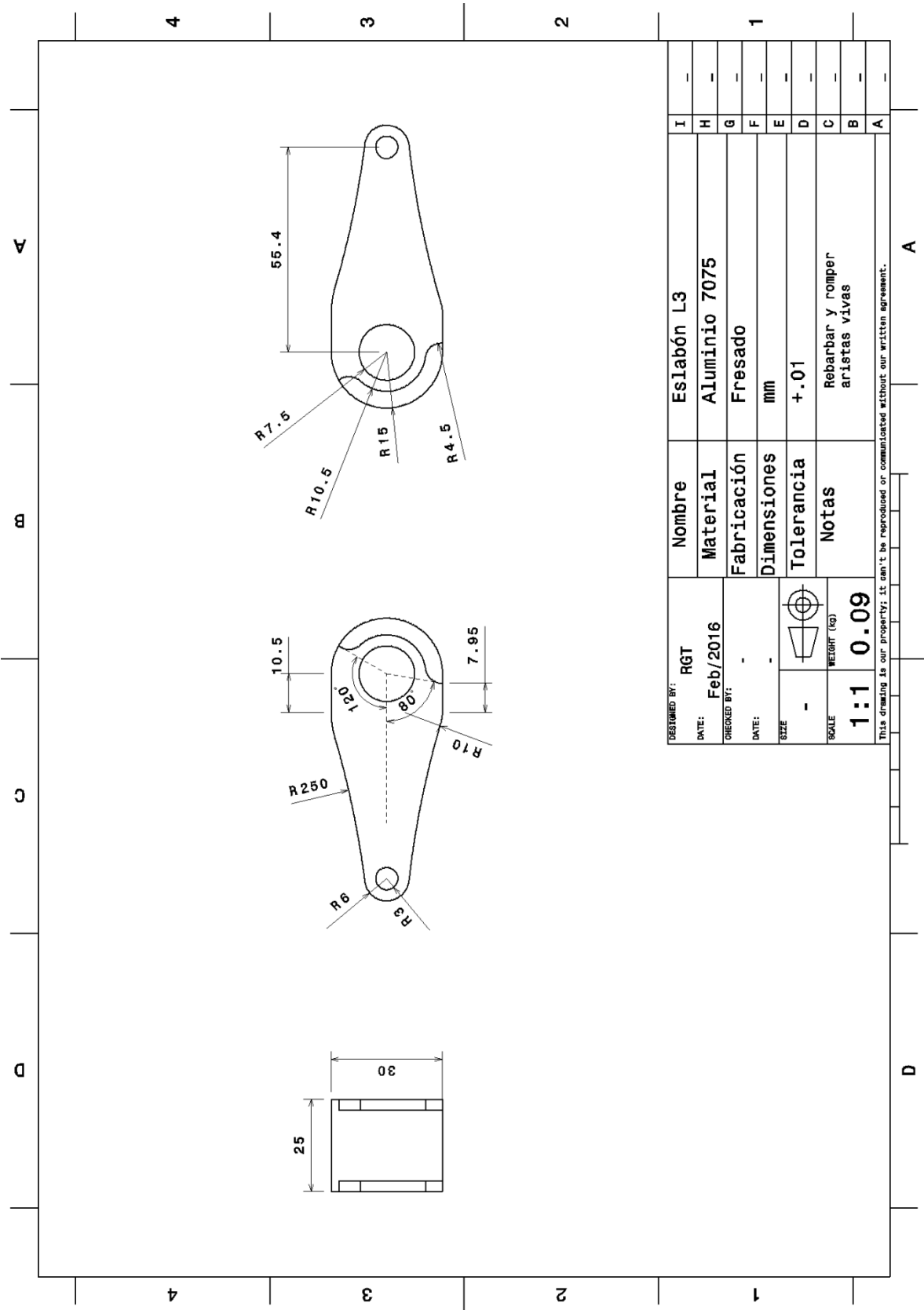
- [18] Jorge Alberto Nájera Callejón, Tesis de Doctorado “Diseño para el control para una prótesis de rodilla tipo policéntrica.”, Universidad Autónoma Nacional de México, México D.F., 2013.
- [19] Jerrod h. Levy, *Biomechanics Principles, Trends and Aplicattions*. Nova, 2010.
- [20] Ronald L. Huston, *Principles of Biomechanics*. CRC Press, 2009.
- [21] M. Moreno. Cascales, G. Doménech Rattoa, “Anatomía y biomecánica de la articulación de la rodilla.”, Departamento de Ciencias Morfológicas. Facultad de Medicina. Universidad de Murcia.
- [22] C. L. Vaughan, B. L. Davis, and J. C. O’Connor, *Dynamics of human gait*. Human Kinetics Publishers, 1992.
- [23] A. J. T., Jr., M.D. Giles R. Scuderi, M.D, *Knee Arthroplasty Handbook*. 2006 ed. Springer.
- [24] “Knee joint replacement prosthesis: MedlinePlus Medical Encyclopedia Image”. [En línea]. Disponible en: <https://www.nlm.nih.gov/medlineplus/ency/imagepages/9494.htm>. [Consultado: 27-oct-2015].
- [25] M. Bahraminasab y A. Jahan, “Material selection for femoral component of total knee replacement using comprehensive VIKOR”, *Mater. Des.*, vol. 32, núm. 8–9, pp. 4471–4477, sep. 2011.
- [26] L. D. C. Valladares y F. C. Brausendorff, “Diseño y Modelado Virtual del Mecanismo Policéntrico de una Prótesis de Rodilla”, *Rev. Tecnológica - ESPOL*, vol. 25, núm. 2, dic-2012.
- [27] “ISO - International Organization for Standardization”. [En línea]. Disponible en: <http://www.iso.org/iso/home.html>. [Consultado: 28-sep-2015].
- [28] “AENOR: Norma UNE-EN ISO 10328:2007”. [En línea]. Disponible en: <http://www.aenor.es/aenor/normas/normas/fichanorma.asp?tipo=N&codigo=N0038886#.VgmcJfRFzIU>. [Consultado: 28-sep-2015].
- [29] “Ottobock - Children’s Prosthetic Components”. [En línea]. Disponible en: http://professionals.ottobock.com.au/cps/rde/xchg/ob_au_en/hs.xsl/3199.html?openteaser=1. [Consultado: 28-oct-2015].
- [30] C. Colombo, E. G. Marchesin, L. Vergani, E. Boccafogli, y G. Verni, “Design of an ankle prosthesis for swimming and walking”, *Procedia Eng.*, vol. 10, pp. 3503–3509, 2011.
- [31] T. Wehner, L. Claes, y U. Simon, “Internal loads in the human tibia during gait”, *Clin. Biomech.*, vol. 24, núm. 3, pp. 299–302, mar. 2009.
- [32] “Peso de distintas partes del cuerpo, Salud y Algo más”, 18-nov-2014. [En línea]. Disponible en: <http://www.saludyalgomas.com/tablasnutricionales/peso-de-distintas-partes-del-cuerpo/>.
- [33] “Cámara Nacional de la Industria del Vestido”. [En línea]. Disponible en: <http://canaive.org.mx/index.php>. [Consultado: 01-dic-2015].
- [34] J. Keith Nisbett, Richard G. Budynas, *Diseño en Ingeniería mecánica de Shigley*, 8a ed. Mc Graw Hill.2008

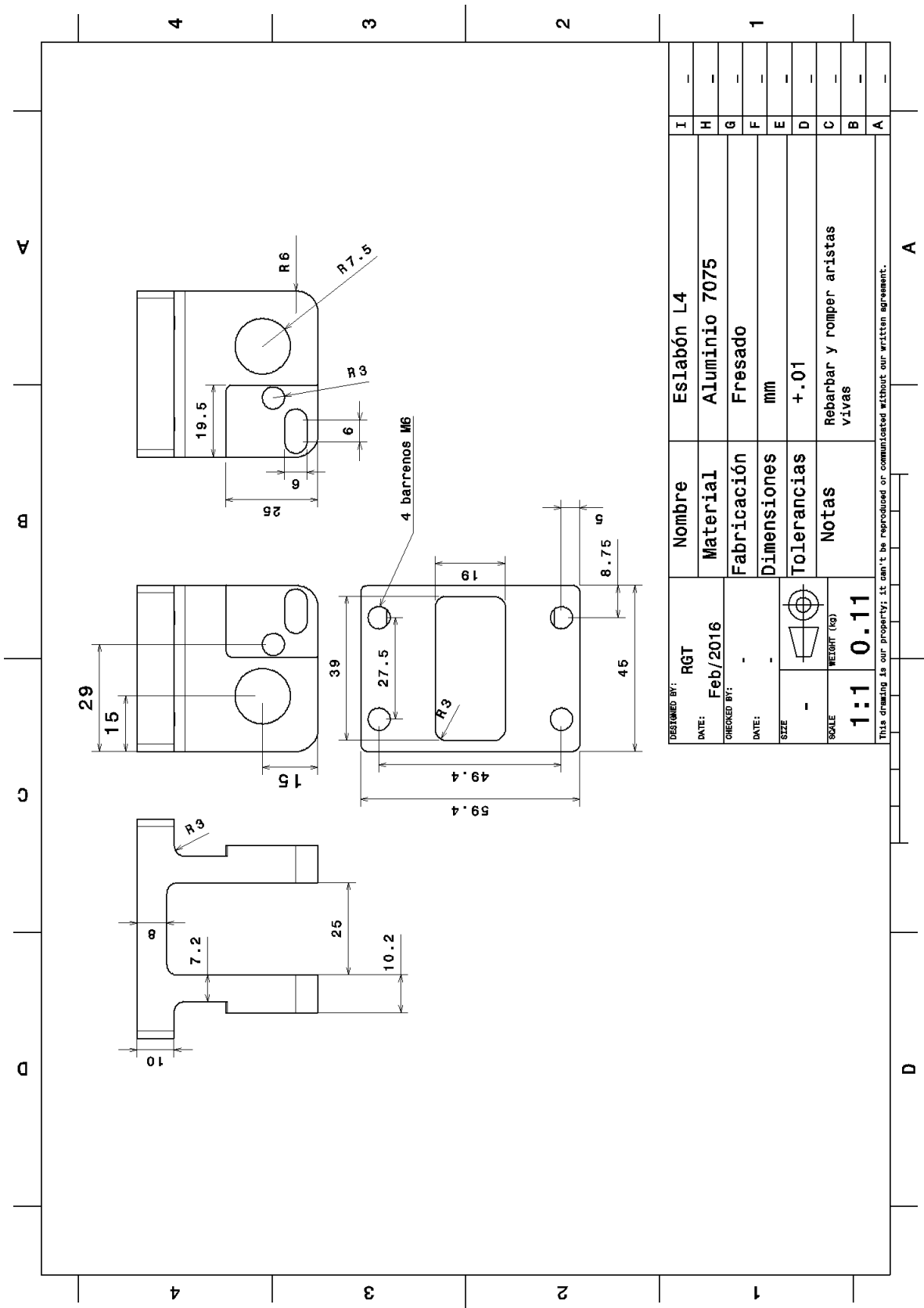
Apéndices

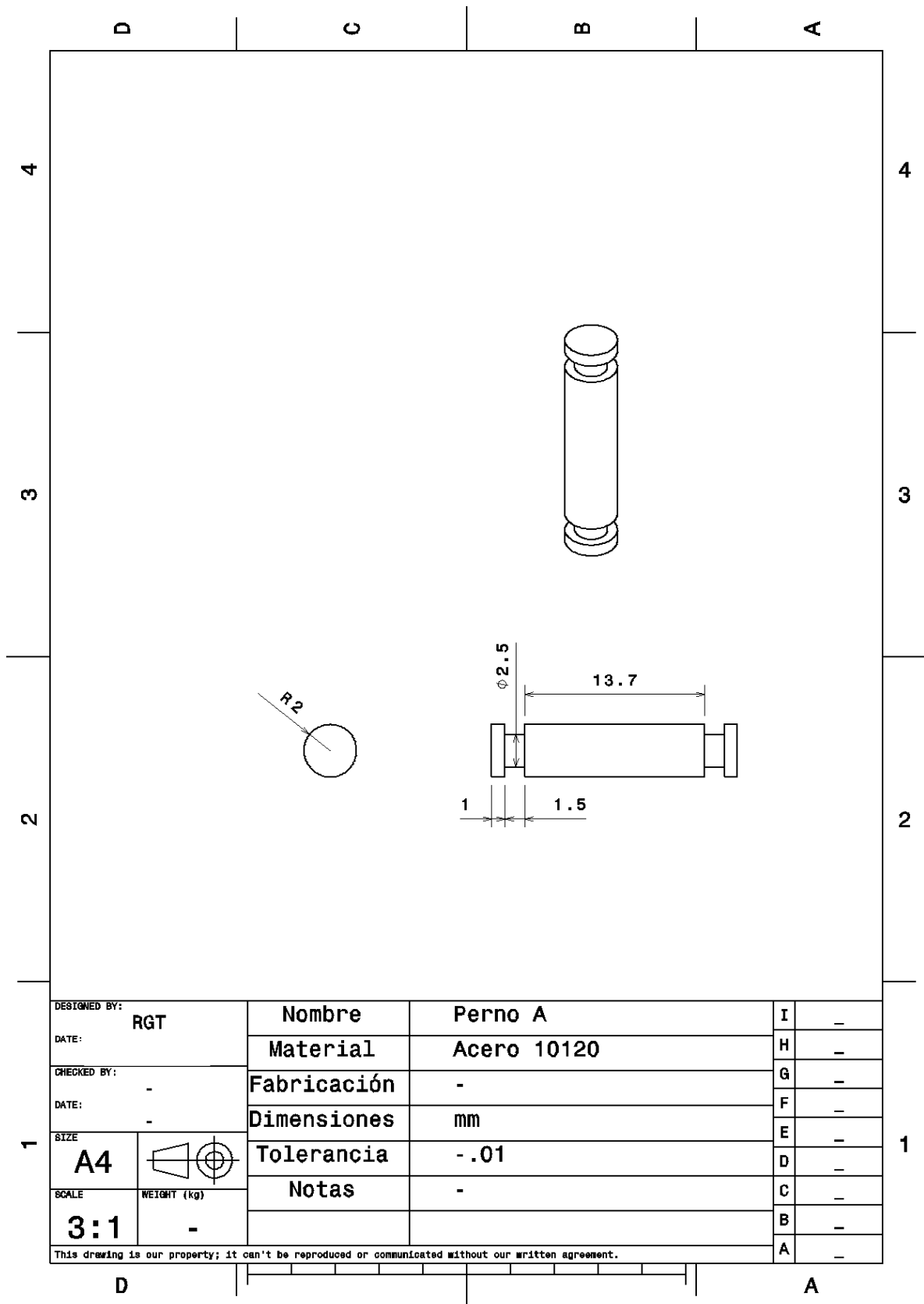
Anexo A. Planos de diseño y fabricación de la prótesis

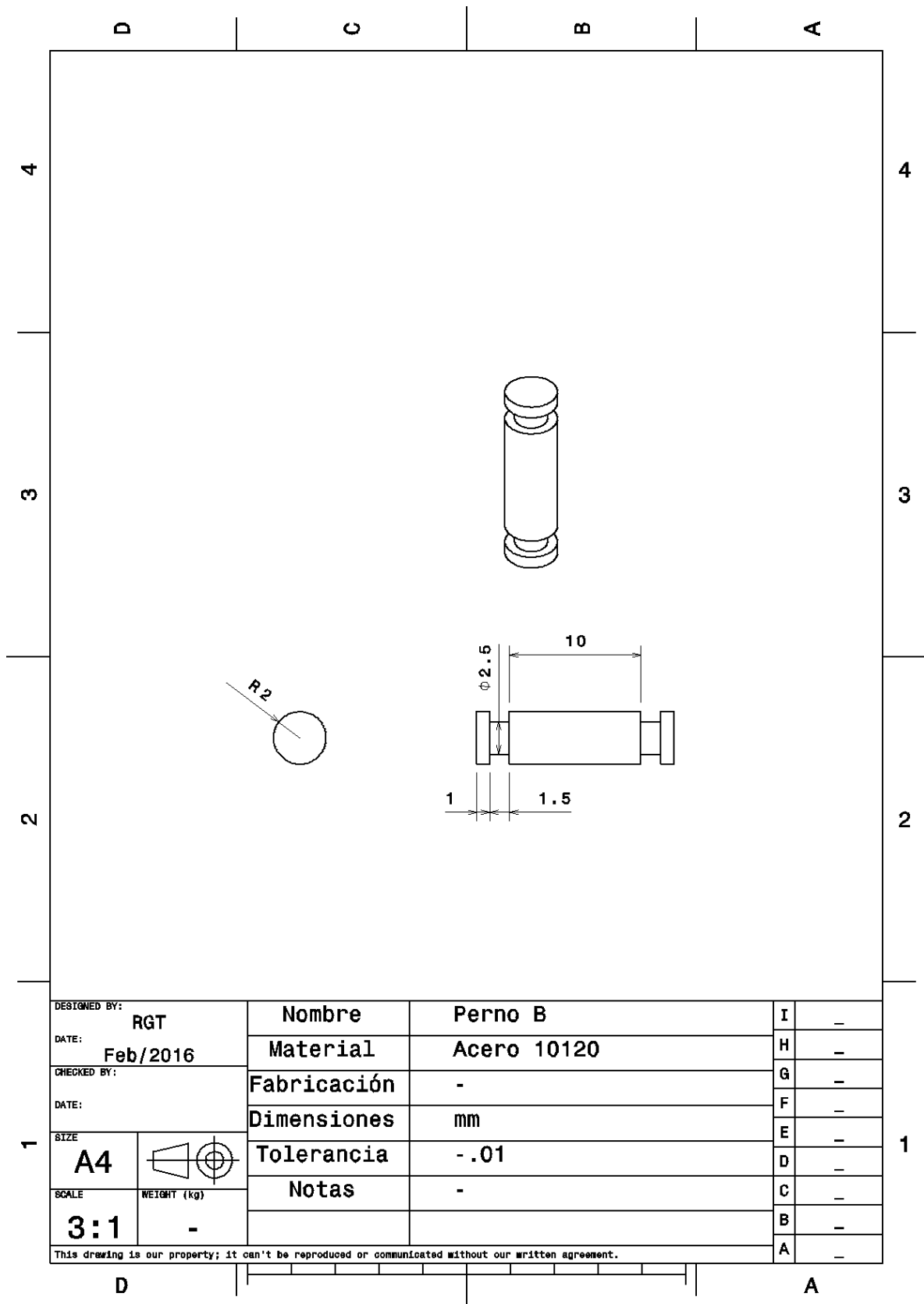


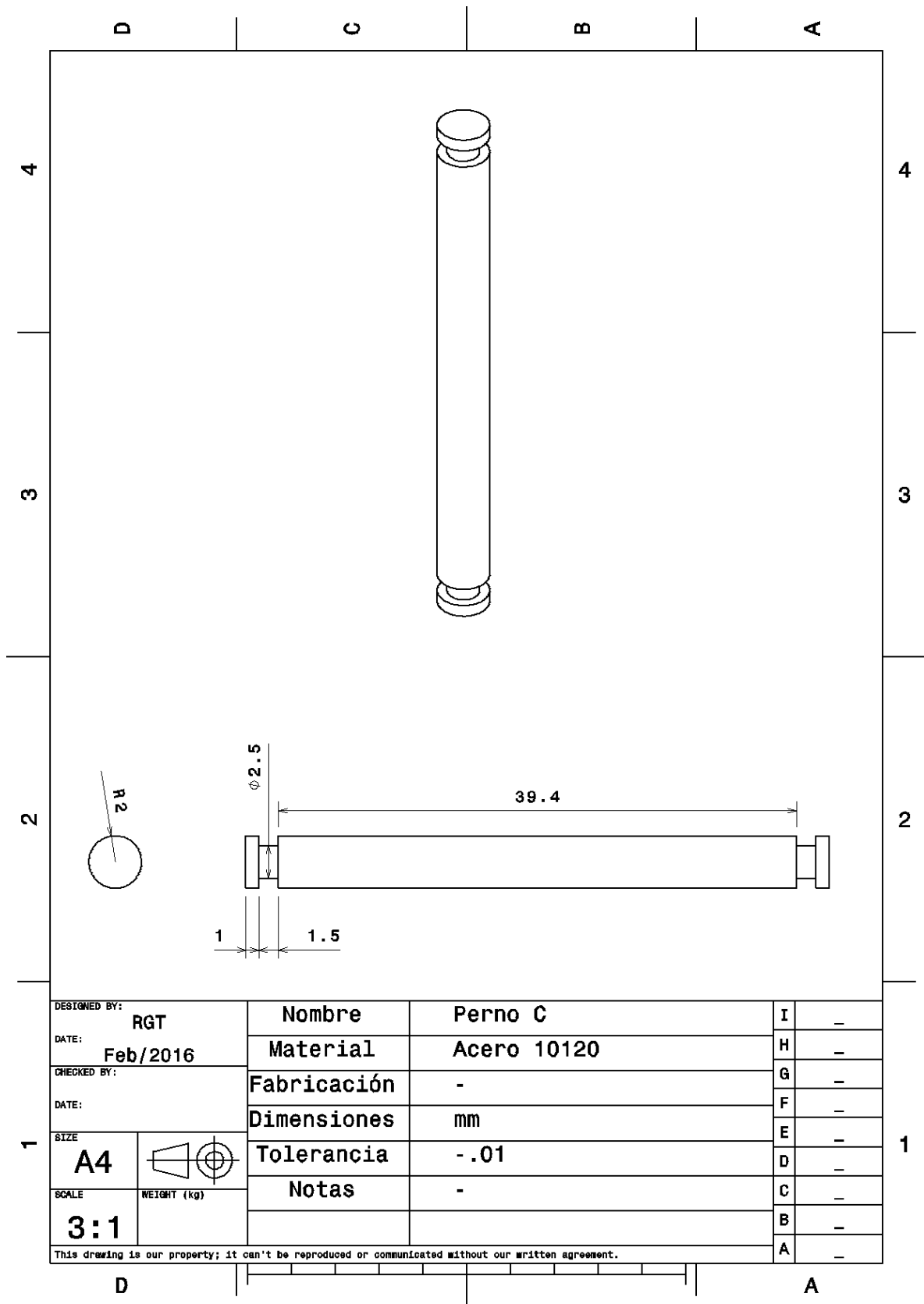


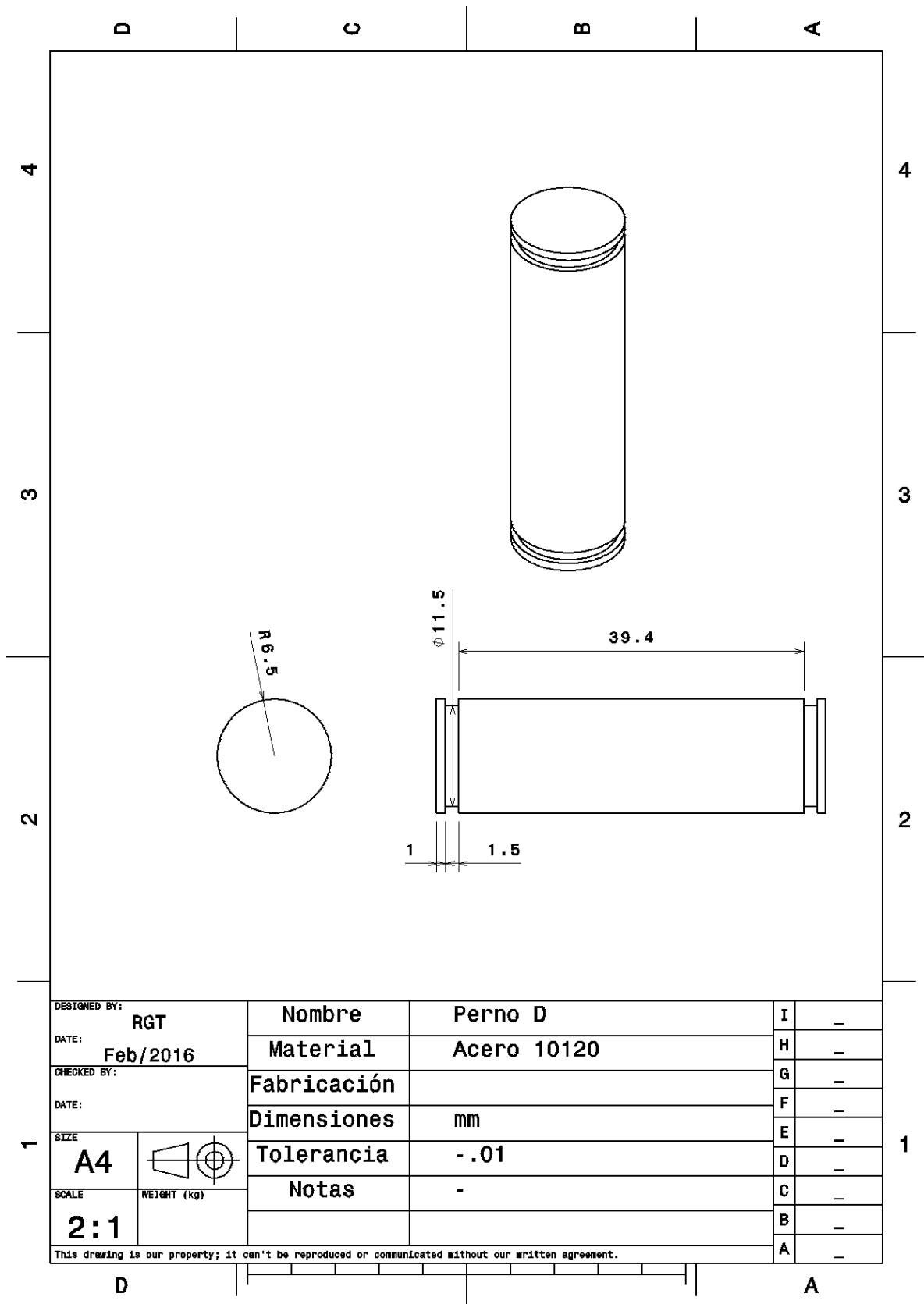


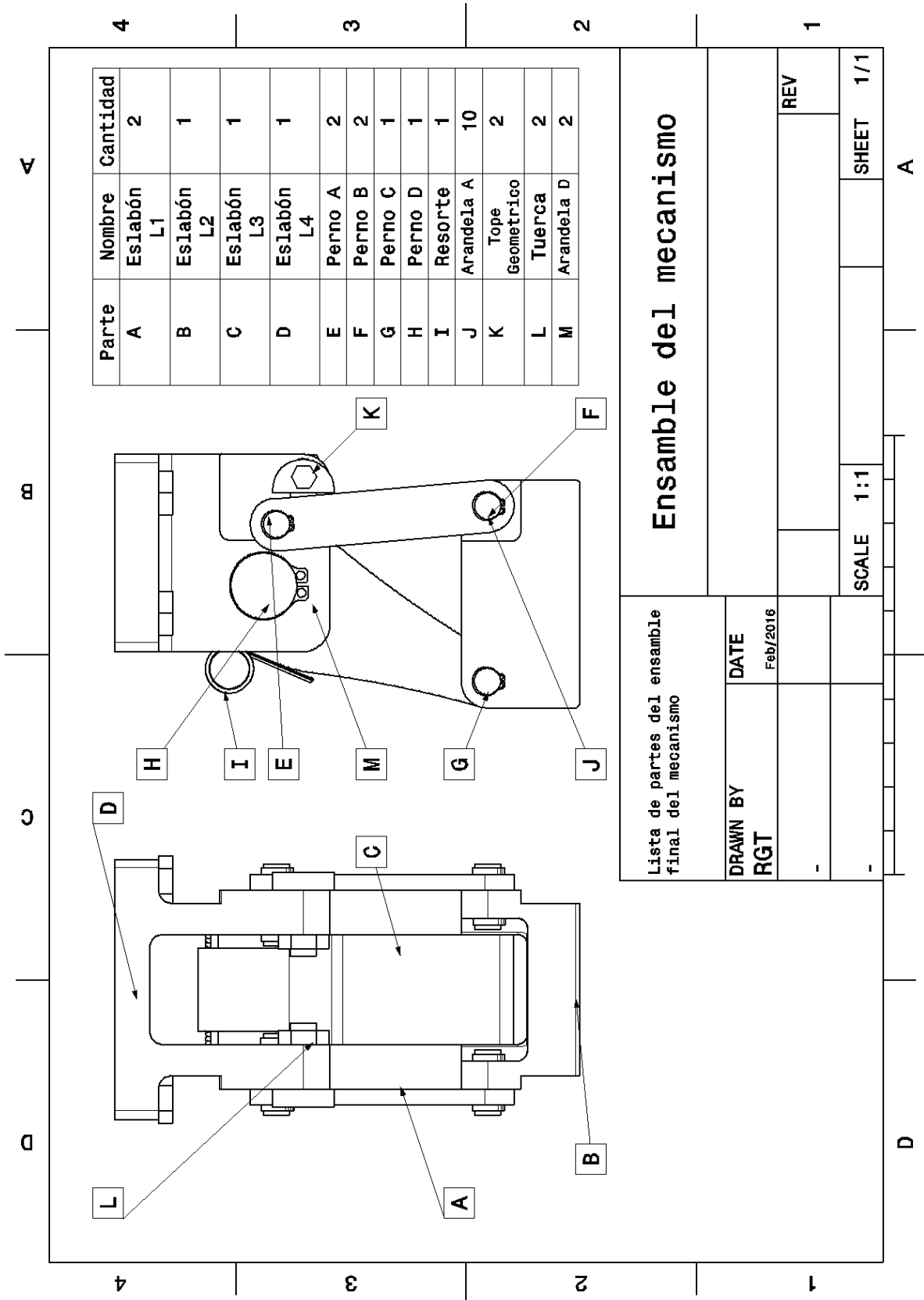












Anexo B. Códigos de Matlab ®

Este anexo presenta los códigos de Matlab ®, para el cálculo de la cinemática directa del mecanismo de 4 barras, así como también los cálculos de las fuerzas y momentos de reacción del mecanismo de prótesis de rodilla.

```
%% Mecanismo de 4 barras
%PARAMETROS INICIALES
clc; clear all;
%LONGITUD DE ESLABONES EN metros
tr=1;
l1=.0483*tr; l2=.04*tr;
l3=.0554*tr; l4x=0.014*tr;
l4y=0.0029*tr;
%OTROS DATOS
g=9.81; %gravedad
distancia=1.5; %distancia recorrida tras dos pasos
%%
r=81;
beta1=zeros(r,1); A=zeros(r,1); B=zeros(r,1); C=zeros(r,1);
beta2=zeros(r,1); beta3=zeros(r,1);
beta2v=zeros(r,1); beta3v=zeros(r,1);
beta2a=zeros(r,1); beta3a=zeros(r,1);
Rrody=zeros(r,1); Rrodx=zeros(r,1);
Freacy=zeros(r,1); Freacx=zeros(r,1);
alfa=zeros(r,1);
grados= xlsread('C:\Users\teran\Documents\MAESTRIA\Tesis\Programas en
Matalab\grados.xlsx','Hoja1');
fuerzas= xlsread('C:\Users\teran\Documents\MAESTRIA\Tesis\Programas en
Matalab\fuerzas.xlsx','Hoja1');
MomentosX= xlsread('C:\Users\teran\Documents\MAESTRIA\Tesis\Programas en
Matalab\MomentosX.xlsx','Hoja1');
MomentosZ= xlsread('C:\Users\teran\Documents\MAESTRIA\Tesis\Programas en
Matalab\MomentosZ.xlsx','Hoja1');
MomentoX=zeros(r,1); MomentoZ=zeros(r,1); MomentoA=zeros(r,1);
p1x=zeros(r,1); p1y=zeros(r,1); p2x=zeros(r,1); p2y=zeros(r,1);
p3x=zeros(r,1); p3y=zeros(r,1); p4x=zeros(r,1); p4y=zeros(r,1);
r1x=zeros(r,1); r1y=zeros(r,1); r2x=zeros(r,1); r2y=zeros(r,1);
r3x=zeros(r,1); r3y=zeros(r,1);
reaA=zeros(r,1); reaB=zeros(r,1); reaD=zeros(r,1);
reaC=zeros(r,1); reaC1=zeros(r,1);
MomentoD=zeros(r,1); Freac=zeros(r,1); ray=zeros(r,1); rax=zeros(r,1);
%% PARTES DEL CUERPO
BW=100; %en kilogramos
Wtronco=0.68*g*BW; %peso del tronco
Wpierna=0.16*g*BW; %peso de una pierna completa
Wmuslo=.101*g*BW; %peso del muslo
Wtibia=.059*g*BW; %peso de la tibia y del pie juntos
%% ANGULOS
rad=pi/180; %conversion de angulos a radianes
%teta; ángulo entre el muslo y la tibia
tetaInicial=169.4*rad; %teta inicial
tetaFinal=124.6*rad; %teta final
% beta1inicial=273.58*rad; %beta1 inicial
% beta1final=196.44*rad; %beta1 final
```

```

betalinicial=275*rad;           %beta1 inicial
betalfinal=195*rad;             %beta1 final
deltabeta1=(betalfinal-betalinicial); %incremento de theta
%alfa; ángulo arriba de la rodilla
alfainicial=tetaInicial-betalinicial; %alfa inicial
alfafinal=tetafinal-betalfinal;      %alfa final
deltaalfa=(alfafinal-alfainicial); %incrmento de alfa

%% CALCULOS
for j=6:6
    speed=j*1000/3600;           % velocidad de caminado en m/s
    tiempodecamindo=distancia/speed;
    tiempodeapoyo=tiempodecamindo*(7/10);
    tiempodebalanceo=tiempodecamindo*(1.5/10);
    %durante la fase de apoyo-----
    betala=2*(deltabeta1)/tiempodeapoyo^2;
    betalv=betala*tiempodeapoyo;
    alfa2=2*(deltaalfa)/tiempodeapoyo^2;
    alfa1=alfa2*tiempodeapoyo;
    if j==1
        impacto=0.45755;
    end
    if j==2
        impacto=0.58025;
    end
    if j==3
        impacto=0.784833333;
    end
    if j==4
        impacto=1.00;
    end
    if j==5
        impacto=1.491666667;
    end
    if j==6
        impacto=1.9;
    end

    for i=1:r
        beta1(i)=grados(i)*rad;
        A(i)=2*l1*l2*sin(beta1(i))-2*l2*l4y;
        B(i)=2*l1*l2*cos(beta1(i))+2*l4x*l2;
        C(i)=l1^2+l2^2-l3^2+l4x^2+l4y^2+2*l1*l4x*cos(beta1(i))-
        2*l1*l4y*sin(beta1(i));
        %-----beta2-----
        beta2(i)=2*atan((-A(i)+((A(i).^2+B(i).^2+C(i).^2))^(0.5)))/(C(i)-
        B(i)));
        %-----beta3-----
        beta3(i)=2*atan((l1*sin(beta1(i))+l2*sin(beta2(i))-
        l4y)/(l4x+l1*cos(beta1(i))+l2*cos(beta2(i))-l3));
        %-----velocidades-----
        beta3v(i)=(l1*betalv*(tan(beta2(i))*cos(beta1(i))-
        sin(beta1(i)))/(l3*(sin(beta3(i))-tan(beta2(i))*cos(beta3(i)))));
        beta2v(i)=(l1*betalv*cos(beta1(i))+l3*beta3v(i)*cos(beta3(i)))/(-
        l2*cos(beta2(i)));
        %-----aceleraciones-----

```

```

        beta3a(i)=(l1*betala*(cos(beta1(i))*tan(beta2(i))-sin(beta1(i)))-
l1*betav.^2*(cos(beta1(i))-tan(beta2(i))*sin(beta1(i)))-
l2*beta2v(i).^2*(cos(beta2(i))-tan(beta2(i))*sin(beta2(i)))-
l3*beta3v(i).^2*(cos(beta3(i))-
tan(beta2(i))*sin(beta3(i))))/(l3*(sin(beta3(i))-
cos(beta3(i))*tan(beta2(i))));
        beta2a(i)=(l1*betala*cos(beta1(i))-l1*betav.^2*sin(beta1(i))-
l2*beta2v(i).^2*sin(beta2(i))+l3*beta3a(i)*cos(beta3(i))-
l3*beta3v(i).^2*sin(beta3(i)))/(-l2*cos(beta2(i)));

        %dinamica analitica
        r1x(i)=-(l1/2)*(betala*sin(beta1(i))+betav.^2*cos(beta1(i)));
        r1y(i)=(l1/2)*(betala*cos(beta1(i))-betav.^2*sin(beta1(i)));
        r2x(i)=(-l1*(betala*sin(beta1(i))+betav.^2*cos(beta1(i)))-
(l2/2)*(beta2a(i)*sin(beta2(i))+beta2v(i).^2*cos(beta2(i))));
        r2y(i)=(l1*(betala*cos(beta1(i))-
betav.^2*sin(beta1(i)))+(l2/2)*(beta2a(i)*cos(beta2(i))-
beta2v(i).^2*sin(beta2(i))));
        r3x(i)=-(
(l3/2)*(beta3a(i)*sin(beta3(i))+beta3v(i).^2*cos(beta3(i))));
        r3y(i)=(l3/2)*(beta3a(i)*cos(beta3(i))-
beta3v(i).^2*sin(beta3(i)));

        %Fuerzas y momentos resultantes en los eslabones
        MomentoX(i)=MomentosX(i)*g*BW*impacto/1000;
        MomentoZ(i)=MomentosZ(i)*g*BW*impacto/1000;
        %-----

        Freacy(i)=-fuerzas(i)*cos(beta2(i))*g*BW*impacto;
        Freacx(i)=fuerzas(i)*sin(beta2(i))*g*BW*impacto;

        Freac(i)=(Freacy(i).^2+ Freacx(i).^2).^0.5;
        %-----

        reaB(i)=(MomentoZ(i)+Freacy(i)*(l2/2)*cos(beta2(i))+Freacx(i)*(l2/2)*sin(
beta2(i)))/(l2*(sin(beta1(i))*cos(beta2(i))-
sin(beta2(i))*cos(beta1(i))));
        reaC1(i)=Freac(i)-reaB(i);

        %-----
        -----
        reaD(i)= reaC1(i);
        %-----
        -----

        reaA(i)=reaB(i);
        ray(i)=reaA(i)*sin(beta1(i));
        rax(i)=reaA(i)*cos(beta1(i));

        MomentoD(i)=MomentoZ(i)+Freacy(i)*((l2/2)*cos(beta2(i))+l3*cos(beta3(i)))-
Freacx(i)*((l2/2)*sin(beta2(i))+l3*sin(beta3(i)))+ray(i)*l4x-rax(i)*l4y;

End

%
```

Se presenta el programa para calcular la fuerza del impacto a diferentes velocidades.

```
%PARAMETROS INICIALES
clc; clear all;
%longitud de extremidades
lf=0.45; %longitud de femúr en metros
lt=0.470; %longitud de tibia en metros
lp=0.3; %longitud de la pelvis en metros
masa=0.059; %masa del pie
syms tiempo
distancia=1.5; %distancia tras dos pasos de caminado
%% ANGULOS
rad=pi/180; %conversion de angulos a radianes
%teta; ángulo entre el muslo y la tibia
tetaInicial=169.4*rad; %teta inicial
tetaFinal=124.6*rad; %teta final
betaInicial=273.58*rad; %beta1 inicial
betaFinal=196.44*rad; %beta1 final
deltaBeta=(betaFinal-betaInicial); %incremento de theta
%alfa; ángulo arriba de la rodilla
alfaInicial=tetaInicial-betaInicial; %alfa inicial
alfaFinal=tetaFinal-betaFinal; %alfa final
deltaAlfa=(alfaFinal-alfaInicial); %incrmento de alfa
for j=1:6
    speed=j*1000/3600; % velocidad de caminado en m/s
    tiempoDecamindo=distancia/speed;
    tiempoDeapoyo=tiempoDecamindo*(7/10);
    tiempoDebalanceo=tiempoDecamindo*(1.5/10);

    betaA=2*(-deltaBeta)/tiempoDebalanceo^2;
    betaV=betaA*tiempoDebalanceo;
    vt=betaV*lt;
    vy=vt*sind(betaInicial);
    tiempo=0.01:0.0001:.4;
    im=masa*vy*(tiempo.^-1);
    figure (1)
    plot(tiempo,im)
    hold on
    grid on
    xlabel ('Tiempo de Impacto')
    ylabel ('Fuerza de impacto en BW')
end
```