



Universidad Autónoma de San Luis Potosí
Facultad de Ingeniería
Centro de Investigación y Estudios de Posgrado

**Análisis y modelado del comportamiento estructural al cortante
de componentes producidos por fabricación por filamento
fundido utilizando diversos parámetros de proceso**

T E S I S

Que para obtener el grado de:
Maestro en Ingeniería Mecánica

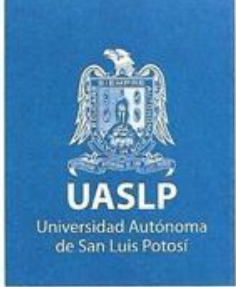
Presenta:
Ing. Cruz Noel Guzmán Narváez

Asesor:
Dr. Hugo Iván Medellín Castillo

San Luis Potosí, S. L. P.

Febrero de 2026





FACULTAD DE INGENIERÍA

19 de junio de 2025

**ING. CRUZ NOEL GUZMÁN NARVAEZ
P R E S E N T E.**

En atención a su solicitud de Temario, presentada por el **Dr. Hugo Iván Medellín Castillo**, *Asesor del Trabajo de Tesis* que desarrollará Usted, con el objeto de obtener el Grado de **Maestro en Ingeniería Mecánica**. Me es grato comunicarle que en la sesión del H. Consejo Técnico Consultivo celebrada el día 19 de junio del presente, fue aprobado el Temario propuesto:

TEMARIO:

“Análisis y modelado del comportamiento estructural al cortante de componentes producidos por Fabricación por Filamento Fundido utilizando diversos parámetros de proceso”

1. Introducción.
 2. Fundamentos de la manufactura aditiva y comportamiento mecánico.
 3. Pruebas experimentales del comportamiento a torsión de probetas FFF.
 4. Análisis de resultados experimentales.
 5. Modelos de predicción de propiedad a cortante de piezas FFF.
 6. Conclusiones.
- Referencias.

“MODOS ET CUNCTARUM RERUM MENSURAS AUDEBO”

ATENTAMENTE



DR. EMILIO JORGE GONZÁLEZ GALVÁN
DIRECTOR DE SAN LUIS POTOSÍ
FACULTAD DE INGENIERIA
DIRECCION

www.uaslp.mx

Av. Manuel Nava 8
Zona Universitaria • CP 78290
San Luis Potosí, S.L.P.
tel. (444) 826 2330 al39
fax (444) 826 2336

Ccp. Archivo
-bvlg



FACULTAD DE
INGENIERÍA



CENTRO DE
INVESTIGACIÓN
Y ESTUDIOS
DE POSGRADO

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE SAN LUIS POTOSÍ
FACULTAD DE INGENIERÍA
Área de Investigación y Estudios de Posgrado

DECLARACIÓN

El presente trabajo que lleva por título:

“Análisis y modelado del comportamiento estructural al cortante de componentes producidos por fabricación por filamento fundido utilizando diversos parámetros de proceso”

se realizó en el periodo mayo de 2024 a enero de 2026 bajo la dirección del Dr. Hugo Iván Medellín Castillo

Originalidad

Por este medio aseguro que he realizado el trabajo reportado, y la escritura de este documento de tesis para fines académicos sin ayuda indebida de terceros y sin utilizar otros medios más que los indicados.

Las referencias e información tomadas directa o indirectamente de otras fuentes se han definido en el texto como tales y se ha dado el debido crédito a las mismas.

El autor exime a la UASLP de las opiniones vertidas en este trabajo escrito y asume la responsabilidad total del mismo.

Este trabajo no ha sido sometido como tesis o trabajo terminal a ninguna otra institución nacional o internacional en forma parcial o total, exceptuando el caso cuando existe un convenio específico de doble titulación celebrado entre ambas instituciones.

Se autoriza a la UASLP para que divulgue este documento para fines académicos.

El autor del trabajo escrito, Cruz Noel Guzmán Narváez.

Agradecimientos

Primeramente, gracias infinitas a Guadalupe Sandra y Ausencio mis padres que fueron los que me apoyaron desde el principio al darme su cariño y fuerza para impulsarme en cada una de las etapas de mi vida que me llevaron a tomar las decisiones que hoy en día agradezco porque me llevaron hasta aquí, además de creer en mí incluso cuando yo llegué a flaquear en el camino, pero sobre todo por haberme dado la oportunidad de seguir estudiando.

A mi hermano que siempre me sacaba una sonrisa con sus ocurrencias o sus bromas que me ayudaban a despejarme para seguir trabajando, también a mi hermana que me escuchó cuando lo necesitaba y me aconsejaba en esos momentos que me llegaba a sentir perdido; ustedes no solo fueron ese empujoncito para seguir, sino que también me llenaron de recuerdos que aprecio hasta el día de hoy.

A mi asesor de tesis, el Dr Hugo Iván Medellín Castillo, mi más sincero agradecimiento por su paciencia, orientación, valiosos consejos y, sobre todo, por el tiempo dedicado a mi formación, Su apoyo ha sido clave en la realización de este proyecto.

A todos los profesores, por su contribución a mi formación académica durante esta etapa de mi vida, pero sobre todo por su paciencia durante el aprendizaje de nuevos temas.

Al Laboratorio de Ingeniería de Materiales, y de manera especial a su encargado, Carlos Israel González Villalobos, por el apoyo brindado para el desarrollo de este trabajo. Asimismo, agradezco a mis compañeros del posgrado, con quienes tuve la oportunidad de intercambiar ideas y compartir la enriquecedora experiencia de esta etapa de formación académica.

A la Secretaría de Ciencia, Humanidades, Tecnología e Innovación (SECIHTI) de México por brindarme el apoyo económico durante mis estudios.

Resumen

La Manufactura Aditiva (AM, por sus siglas en inglés) ha evolucionado grandemente desde sus orígenes hace más de tres décadas. Actualmente existen diversas técnicas AM las cuales utilizan una gran variedad de materiales metálicos, cerámicos, polímeros y compuestos. El proceso de Fabricación por Filamento Fundido (FFF, por sus siglas en inglés) es uno de los más utilizados a nivel mundial debido a sus bajos costos de equipos, materiales y mantenimiento, además de ser una tecnología que puede ser utilizada en cualquier oficina. Sin embargo, a pesar del gran desarrollo que han tenido las tecnologías AM, su uso industrial es aún bajo debido a varias limitaciones que se tienen. Una de estas limitantes es la incertidumbre con relación al comportamiento mecánico de las piezas fabricadas con estas tecnologías. Dicha incertidumbre radica en el hecho de que las propiedades resultantes en las piezas fabricadas no solo dependen de la materia prima, sino también de los parámetros del proceso utilizados en la fabricación de la pieza.

Por lo anterior, el presente trabajo tiene como objetivo, analizar y modelar el comportamiento estructural bajo condiciones de carga cortante de los componentes fabricados por FFF, así como conocer la influencia de los parámetros del proceso en la resistencia al cortante de dichos componentes. Además, desarrollar modelos analíticos que sean capaces de predecir el módulo elástico al cortante y la resistencia última al cortante. Para lograr esto, se realizaron pruebas a torsión tomando en cuenta ciertos parámetros estructurales, tales como, orientación de fabricación, ángulo de relleno y porcentaje de relleno. Los resultados demostraron que el porcentaje de relleno tuvo la mayor influencia en las propiedades al cortante, observándose que mientras más sólida es la pieza se obtiene una mejor propiedad de la pieza. Además, también se observó que la orientación de fabricación es otro parámetro crucial en las propiedades al cortante.

Para el desarrollo de modelos analíticos fue necesario utilizar los datos experimentales para determinar el valor de los coeficientes correspondientes a cada modelo. De esta manera se pudieron predecir las propiedades mecánicas al cortante y evaluar cada modelo para determinar el más adecuado para predecir las propiedades al cortante. Los resultados obtenidos en este trabajo representan una contribución relevante para el diseño mecánico racional de piezas fabricadas por Fabricación por Filamento Fundido (FFF). La posibilidad de predecir de manera adecuada tanto el módulo elástico al cortante como la resistencia última al cortante, permite integrar estos modelos en etapas tempranas del proceso de diseño de componentes en cualquier tipo de industria.

Abstract

Additive Manufacturing (AM) has evolved greatly since its origins more than three decades ago. Currently, there are various AM techniques that utilize a wide variety of metallic, ceramic, polymer, and composite materials. The Fused Filament Fabrication (FFF) process is one of the most widely used AM systems due to its low equipment, material, and maintenance costs, as well as being a technology that can be implemented in any office. However, despite the significant development of AM technologies, their industrial use remains low due to several limitations. One of these limitations is the uncertainty regarding the mechanical behavior of parts manufactured with these technologies. This uncertainty stems from the fact that the resulting properties of the manufactured parts depend not only on the raw material but also on the process parameters used in the part's manufacture.

Therefore, the objective of this work is to analyze and model the structural behavior of FFF-manufactured components under shear loading conditions, as well as to understand the influence of process parameters on the shear properties of these components. Furthermore, the aim is to develop analytical models capable of predicting the shear modulus and ultimate shear strength. To achieve this, torsion tests were performed considering certain structural parameters, such as build orientation, raster angle, and infill percentage. The results demonstrated that the infill percentage has the greatest influence on the shear properties, showing that a more solid component leads to superior shear properties. Build orientation was also found to be an important parameter affecting the shear properties.

To develop predictive analytical models, it was necessary to use experimental data to determine the coefficient values of each model. This allowed the prediction of the shear mechanical properties and the evaluation of each model to identify the most suitable for predicting the shear properties. The results obtained in this work represent a significant contribution to the rational mechanical design of parts manufactured by Fused Filament Fabrication (FFF). The ability to accurately predict both the shear modulus and the ultimate shear strength allows these models to be integrated into the early stages of the design process of components in all type of industries.

Contenido

Agradecimientos	i
Resumen	ii
Abstract.....	iii
Lista de Figuras	vii
Lista de Tablas	x
Capítulo 1. Introducción.....	1
1.1 Justificación	3
1.2 Hipótesis	4
1.3 Objetivo general	4
1.4 Objetivos particulares	4
1.5 Organización del trabajo.....	4
Capítulo 2. Fundamentos de la manufactura aditiva y comportamiento mecánico	5
2.1 Manufactura aditiva.....	5
2.3 Clasificación de los procesos de manufactura aditiva	6
2.4 Proceso de Fabricación por Filamento Fundido	7
2.5 Parámetros del proceso FFF	8
2.5.1 Orientación de fabricación	9
2.5.2 Ángulo de relleno	10
2.5.3 Espesor de capa	10
2.5.4 Espacio de aire	11
2.5.5 Ancho de extrusión.....	12
2.5.6 Porcentaje de relleno	12
2.5.7 Patrón de relleno.....	12
2.5.8 Capas perimetrales	13
2.5.9 Velocidad de impresión.....	13
2.5.10 Temperatura de extrusión.....	13
2.6 Comportamiento a cargas cortante de las piezas FFF	14
2.7 Modelos analíticos de predicción	17
Capítulo 3. Pruebas experimentales del comportamiento a torsión de probetas FFF.....	20
3.1 Metodología general de las pruebas experimentales	20

3.2 Selección de parámetros FFF	20
3.3 Caracterización del filamento	21
3.4 Fabricación de probetas	23
3.5 Medición de probetas.....	24
3.6 Medición del porcentaje de relleno	26
3.7 Pruebas de torsión.....	28
Capítulo 4. Análisis de resultados experimentales	30
4.1 Obtención de curva esfuerzo-deformación.....	30
4.2 Normalización de resultados	31
4.3 Resultados experimentales	32
4.3.1 Orientación plana y ángulo de relleno 0°/90°	32
4.3.2 Orientación plana y ángulo de relleno ±45°	34
4.3.3 Orientación vertical y ángulo de relleno 0°/90°	37
4.3.4 Orientación vertical y ángulo de relleno ±45°	39
4.4 Análisis y discusión general	42
4.4.1 Influencia del porcentaje de relleno	44
4.4.2 Influencia de la orientación de fabricación	45
4.4.3 Influencia del ángulo de relleno	49
4.5 Estimación del coeficiente de Poisson de las probetas.....	50
Capítulo 5. Modelos de predicción de propiedad a cortante de piezas FFF	55
5.1 Modelos de predicción.....	55
5.1.1 Ley de mezclas	55
5.1.2 Modelo de eficiencia	56
5.1.3 Modelo de Gibson-Ashby	56
5.1.4 Modelo de Spriggs y Duckworth.....	57
5.1.5 Modelo de Rice	57
5.1.6 Modelo de Hasselman	58
5.1.7 Modelo variante de Duckworth.....	58
5.1.8 Modelo exponencial	59
5.2 Estimación de los parámetros de los modelos	59
5.3 Análisis y evaluación de los modelos.....	61
5.3.1 Orientación plana y ángulo de relleno 0°/90°	61
5.3.2 Orientación plana y ángulo de relleno ±45°	65

5.3.3 Orientación vertical y ángulo de relleno $0^{\circ}/90^{\circ}$	69
5.3.4 Orientación vertical y ángulo de relleno $\pm 45^{\circ}$	73
5.4 Análisis y discusión general	77
5.4.1 Módulo elástico al cortante	77
5.4.2 Resistencia última al cortante.....	79
5.4.3 Diseño de componentes FFF	81
Capítulo 6. Conclusiones.....	82
Trabajo a futuro	84
Referencias	86
Anexos	88
A. Código de programación para el cálculo de los coeficientes de los modelos.....	88

Lista de Figuras

Figura 1.1. Ilustración esquemática del proceso FFF [2].	2
Figura 2.1. Ilustración del proceso de FFF [6].	7
Figura 2.2. Parámetros del proceso FFF.	8
Figura 2.3. Parámetros del proceso FDM relacionados con la trayectoria de la herramienta[3].	9
Figura 2.4. Orientaciones de fabricación: a) Ángulo arbitrario b) Plana, vertical y al borde [3].	10
Figura 2.5. Ángulo de relleno: a) 0° b) 45° c) 90° d) -45° / 45° [3].	10
Figura 2.6. Espesor de capa [3].	11
Figura 2.7. Porosidad con incremento del espesor de capa [8].	11
Figura 2.8. Espacio de aire: a) positivo b) cero c) negativo [3].	11
Figura 2.9. Patrón de relleno: a) lineal b) concéntrico c) hexagonal [3].	12
Figura 3.1. Metodología experimental para la evaluación del comportamiento al cortante.	20
Figura 3.2. Prueba de tensión al filamento.	22
Figura 3.3. Dimensiones de las probetas de torsión utilizadas (mm).	23
Figura 3.4. Fabricación de probetas: a) con orientación plana, b) con orientación vertical.	23
Figura 3.5. Visualización de estructuras de soporte en la fabricación de probetas.	24
Figura 3.6. Medición de probetas.	24
Figura 3.7. Pesaje de probetas.	26
Figura 3.8. Utillaje para adaptación de torquímetro en máquina de torsión.	28
Figura 3.9. Sistema de pruebas de torsión utilizado para las probetas FFF.	28
Figura 4.1. Curva esfuerzo deformación al cortante de una probeta con relleno nominal del 20%.	31
Figura 4.2. Módulo elástico al cortante vs. porcentaje de relleno real para la orientación plana y ángulo de relleno 0°/90°.	33
Figura 4.3. Módulo elástico al cortante normalizado vs. porcentaje de relleno real para la orientación plana y ángulo de relleno 0°/90°.	33
Figura 4.4. Resistencia última al cortante vs. porcentaje de relleno real para la orientación plana y ángulo de relleno 0°/90°.	34
Figura 4.5. Resistencia última al cortante normalizada vs. porcentaje de relleno real para la orientación plana y ángulo de relleno 0°/90°.	34

Figura 4.6. Módulo elástico al cortante vs. porcentaje de relleno real para la orientación plana y ángulo de relleno $\pm 45^\circ$	35
Figura 4.7. Módulo elástico al cortante normalizado vs. porcentaje de relleno real para la orientación plana y ángulo de relleno $\pm 45^\circ$	36
Figura 4.8. Resistencia última al cortante vs. porcentaje de relleno real para la orientación plana y ángulo de relleno $\pm 45^\circ$	36
Figura 4.9. Resistencia última al cortante normalizada vs. porcentaje de relleno real para la orientación plana y ángulo de relleno $\pm 45^\circ$	37
Figura 4.10. Módulo elástico al cortante vs. porcentaje de relleno real para la orientación vertical y ángulo de relleno $0^\circ/90^\circ$	38
Figura 4.11. Módulo elástico al cortante normalizado vs. porcentaje de relleno real para la orientación vertical y ángulo de relleno $0^\circ/90^\circ$	38
Figura 4.12. Resistencia última al cortante vs. porcentaje de relleno real para la orientación vertical y ángulo de relleno $0^\circ/90^\circ$	39
Figura 4.13. Resistencia última al cortante normalizada vs. porcentaje de relleno real para la orientación vertical y ángulo de relleno $0^\circ/90^\circ$	39
Figura 4.14. Módulo elástico al cortante vs. porcentaje de relleno real para la orientación vertical y ángulo de relleno $\pm 45^\circ$	40
Figura 4.15. Módulo elástico al cortante normalizado vs. porcentaje de relleno real para la orientación vertical y ángulo de relleno $\pm 45^\circ$	41
Figura 4.16. Resistencia última al cortante vs. porcentaje de relleno real para la orientación vertical y ángulo de relleno $\pm 45^\circ$	41
Figura 4.17. Resistencia última al cortante normalizada vs. porcentaje de relleno real para la orientación vertical y ángulo de relleno $\pm 45^\circ$	42
Figura 4.18. Módulo elástico al cortante vs. porcentaje de relleno real.....	42
Figura 4.19. Resistencia última al cortante vs. porcentaje de relleno real.....	43
Figura 4.20. Módulo elástico al cortante normalizado vs porcentaje de relleno real.....	43
Figura 4.21. Resistencia última al cortante normalizada vs porcentaje de relleno real.....	44
Figura 4.22. Vista de la sección de falla en probetas FFF en orientación vertical con ángulo de relleno $\pm 45^\circ$, con porcentajes de relleno nominal de: a) 100, b) 80, c) 60, d) 40, e) 20..	45
Figura 4.23. Influencia de la orientación de fabricación en el módulo elástico al cortante para un ángulo de relleno: a) $\pm 45^\circ$, b) $0^\circ/90^\circ$	46
Figura 4.24. Influencia de la orientación de fabricación en la resistencia última al corte para un ángulo de relleno: a) $\pm 45^\circ$, b) $0^\circ/90^\circ$	47

Figura 4.25. Fractura de probetas FFF con ángulo de relleno $\pm 45^\circ$ en dos orientaciones de fabricación: a) vertical, b) plana.	48
Figura 4.26. Falla observada en probetas FFF: a) Plana, $\pm 45^\circ, 60\%$, b) Vertical, $\pm 45^\circ, 60\%$, c) Plana, $0^\circ/90^\circ, 60\%$, d) Vertical, $0^\circ/90^\circ, 60\%$	49
Figura 4.27. Variación del coeficiente de Poisson en función del relleno real para diferentes orientaciones y ángulos de relleno utilizando el módulo elástico a tensión del filamento....	52
Figura 4.28. Variación del coeficiente de Poisson en función del relleno real para diferentes orientaciones y ángulos de relleno utilizando el módulo elástico a tensión estimado de las probetas.....	54
Figura 5.1 Metodología para el cálculo de coeficientes, análisis y evaluación de modelos predictivos.	59
Figura 5.2. Módulo elástico al cortante normalizado vs. porcentaje de relleno real con orientación plana y ángulo de relleno $0^\circ/90^\circ$	62
Figura 5.3. Resistencia última al cortante normalizada vs. porcentaje de relleno real con orientación plana y ángulo de relleno $0^\circ/90^\circ$	64
Figura 5.4. Módulo elástico al cortante normalizado vs. porcentaje de relleno real con orientación plana y ángulo de relleno $\pm 45^\circ$	66
Figura 5.5. Resistencia última al cortante normalizada vs. porcentaje de relleno real con orientación plana y ángulo de relleno $\pm 45^\circ$	68
Figura 5.6. Módulo elástico al cortante normalizado vs. porcentaje de relleno real con orientación vertical y ángulo de relleno $0^\circ/90^\circ$	70
Figura 5.7. Resistencia última al cortante normalizada vs. porcentaje de relleno real con orientación vertical y ángulo de relleno $0^\circ/90^\circ$	72
Figura 5.8. Módulo elástico al cortante normalizado vs. porcentaje de relleno real con orientación vertical y ángulo de relleno $\pm 45^\circ$	74
Figura 5.9. Resistencia última al cortante normalizada vs. porcentaje de relleno real con orientación vertical y ángulo de relleno $\pm 45^\circ$	76

Lista de Tablas

Tabla 2.1. Estudios reportados en la literatura del comportamiento al cortante de piezas FFF.....	16
Tabla 3.1. Parámetros del proceso FFF seleccionados.	21
Tabla 3.2. Resultados de las pruebas a tensión del filamento.....	22
Tabla 3.3. Dimensiones promedio de las probetas para cada orientación y patrón de relleno.	25
Tabla 3.4. Medición de diámetro del filamento.....	27
Tabla 3.5. Porcentajes de relleno real promedio de las probetas fabricadas.	27
Tabla 4.1 Propiedades mecánicas al cortante en la orientación plana y ángulo de relleno 0°/90°.....	32
Tabla 4.2 Propiedades mecánicas al cortante en la orientación plana y ángulo de relleno ±45°.....	35
Tabla 4.3 Propiedades mecánicas al cortante en la orientación vertical y ángulo de relleno 0°/90°.....	37
Tabla 4.4 Propiedades mecánicas al cortante en la orientación vertical y ángulo de relleno ±45°.....	40
Tabla 4.5. Valores del coeficiente de Poisson para cada probeta utilizando el módulo elástico a tensión del filamento.	51
Tabla 4.6. Valores del coeficiente de Poisson para cada probeta utilizando el módulo elástico a tensión calculado para cada una de las proebras.....	53
Tabla 5.1 Parámetros obtenidos de los modelos para estimación de propiedades al cortante, mostrados por orientación, ángulo de relleno y propiedad estimada.	61
Tabla 5.2. Estimaciones del módulo elástico al cortante normalizado para cada modelo para la orientación plana y ángulo de relleno 0°/90°.....	62
Tabla 5.3. Errores de estimación para el módulo elástico al cortante normalizado y ranking de modelos para la orientación plana y ángulo de relleno 0°/90°.	63
Tabla 5.4. Estimaciones de la resistencia última al cortante normalizada para cada modelo en orientación plana y ángulo de relleno 0°/90°.....	64
Tabla 5.5. Errores de estimación en la resistencia última al cortante y ranking por cada modelo en orientación plana y ángulo de relleno 0°/90°.....	65
Tabla 5.6. Estimaciones del módulo elástico al cortante normalizado para cada modelo en orientación plana y ángulo de relleno ±45°.	66

Tabla 5.7. Errores de estimación del módulo elástico al cortante y ranking por cada modelo en orientación plana y ángulo de relleno $\pm 45^\circ$	67
Tabla 5.8. Estimaciones de la resistencia última al cortante normalizada para cada modelo en orientación plana y ángulo de relleno $\pm 45^\circ$	68
Tabla 5.9. Errores de estimación en la resistencia última al cortante y ranking por cada modelo en orientación plana y ángulo de relleno $\pm 45^\circ$	69
Tabla 5.10. Estimaciones del módulo elástico al cortante normalizado para cada modelo en orientación vertical y ángulo de relleno $0^\circ/90^\circ$	70
Tabla 5.11. Errores de estimación del módulo elástico al cortante normalizado y ranking por cada modelo en orientación vertical y ángulo de relleno $0^\circ/90^\circ$	71
Tabla 5.12. Estimaciones de la resistencia última al cortante normalizada para cada modelo en orientación vertical y ángulo de relleno $0^\circ/90^\circ$	71
Tabla 5.13. Errores de estimación en la resistencia última al cortante y ranking por cada modelo en orientación vertical y ángulo de relleno $0^\circ/90^\circ$	72
Tabla 5.14. Estimaciones del módulo elástico al cortante normalizado para cada modelo en orientación vertical y ángulo de relleno $\pm 45^\circ$	73
Tabla 5.15. Errores de estimación del módulo elástico al cortante normalizado y ranking por cada modelo en orientación vertical y ángulo de relleno $\pm 45^\circ$	74
Tabla 5.16. Estimaciones de la resistencia última al cortante normalizada para cada modelo en orientación vertical y ángulo de relleno $\pm 45^\circ$	75
Tabla 5.17. Errores de estimación en la resistencia última al cortante y ranking por cada modelo en orientación vertical y ángulo de relleno $\pm 45^\circ$	76
Tabla 5.18. Desempeño y ranking global de los modelos para el módulo elástico al cortante (G).	78
Tabla 5.19. Desempeño y ranking global de los modelos para la resistencia última al cortante (S_{us}).	80

Capítulo 1. Introducción

En las últimas décadas, el campo de la manufactura ha experimentado una transformación significativa impulsada por la demanda de procesos más eficientes, flexibles y capaces de producir geometrías cada vez más complejas. Este cambio ha dado lugar al desarrollo de diversas tecnologías de fabricación modernas, las cuales han ampliado notablemente las capacidades productivas tradicionales. Entre ellas destacan los procesos sustractivos avanzados, los métodos de conformado, y más recientemente la manufactura aditiva. Aunque los sistemas CNC (Control Numérico Computarizado) de múltiple eje y los procesos de transformación continúan ocupando un lugar relevante en la industria, presentan limitaciones asociadas al desperdicio de material, la necesidad de herramientas costosas y la dificultad para obtener geometrías internas complejas [1]. Estas restricciones impulsaron el surgimiento de tecnologías que ofrecieran mayor libertad geométrica y tiempos de desarrollo más cortos. Entre estos avances y la digitalización industrial ha dado lugar al paradigma de la Industria 4.0, caracterizado por la integración de tecnologías como el internet de las cosas, la robótica colaborativa y el análisis masivo de datos. Este ecosistema ha permitido crear entornos productivos altamente conectados, capaces de monitorear procesos en tiempo real, anticipar fallas, reducir tiempos de respuesta y habilitar esquemas de producción personalizados. Dentro de estas tecnologías, la manufactura aditiva (AM, por sus siglas en inglés, Additive Manufacturing) ocupa un papel central debido a su estrecha relación con el diseño digital y su capacidad de fabricar piezas directamente desde sus modelos digitales.

La manufactura aditiva, conceptualizada desde la década de 1980, se define como un conjunto de procesos que construyen piezas mediante la deposición controlada de material capa por capa. Su evolución ha permitido fabricar desde prototipos hasta componentes funcionales en sectores como el médico, automotriz y aeroespacial. Entre sus principales atributos destacan la libertad geométrica, el bajo desperdicio de material y la capacidad de producir piezas personalizadas sin necesidad de moldes ni herramientas específicas. No obstante, también presenta limitaciones relacionadas con la anisotropía, la porosidad y la velocidad de fabricación.

Dentro de los distintos métodos de manufactura aditiva, el proceso de Fabricación por Filamento Fundido (FFF, por sus siglas en inglés, Fused Filament Fabrication) se ha convertido en uno de los más utilizados debido a su accesibilidad, bajo costo, y facilidad de integración con entornos CAD (Computer-Aided Design). Este proceso consiste en suministrar un filamento termoplástico, generalmente materiales como el PLA, ABS, PETG, TPU, hacia una boquilla calefactada, donde se funde y se deposita de manera controlada siguiendo trayectorias definidas digitalmente. El cabezal de impresión se mueve en los ejes X y Y mientras la plataforma desciende en Z, permitiendo construir la pieza capa por capa según la geometría del modelo, como se muestra en la Figura 1.1 [2]. Su simplicidad

operativa ha permitido su adopción ampliamente en educación, investigación, así como en el diseño y manufactura ligera en diversos sectores. Sin embargo, el desempeño mecánico de las piezas fabricadas depende sensiblemente de parámetros como el espesor de capa, la orientación de fabricación, el porcentaje de relleno y otras variables que influyen directamente en la adhesión entre capas, la aparición de huecos internos y la respuesta estructural final [3].

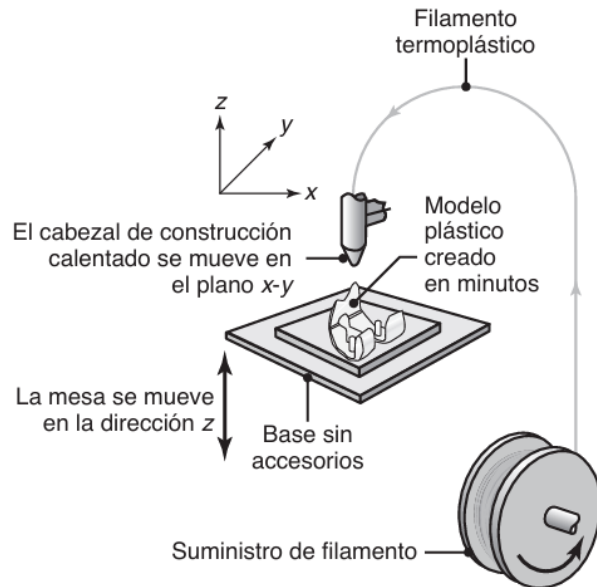


Figura 1.1. Ilustración esquemática del proceso FFF [2].

Debido a la naturaleza y condiciones del proceso FFF, las piezas fabricadas pueden presentar anisotropía y variaciones en resistencia que no siempre son evidentes en comparación con materiales tradicionales. Por ello, resulta fundamental estudiar el efecto de los parámetros del proceso FFF en el comportamiento mecánico de las piezas fabricadas, especialmente en aplicaciones donde las piezas están sujetas a cargas reales como tracción, flexión, torsión o cortante.

En este contexto se enmarca la presente investigación, cuyo propósito es analizar y modelar el comportamiento estructural al cortante de componentes producidos mediante Fabricación por Filamento Fundido, considerando el efecto de diferentes parámetros de fabricación y sus implicaciones en la integridad mecánica del componente final.

1.1 Justificación

A pesar del gran desarrollo que han tenido las tecnologías AM, su uso industrial es aún bajo debido a varias limitaciones que se tienen. Una de estas limitantes es la incertidumbre en relación al comportamiento mecánico de las piezas fabricadas con estas tecnologías. Dicha incertidumbre radica en el hecho de que las propiedades resultantes en las piezas fabricadas no solo dependen de la materia prima, sino también de los parámetros del proceso utilizados en la fabricación de la pieza. Varios trabajos de investigación se han desarrollado para estudiar, caracterizar y modelar el comportamiento estructural de los componentes fabricados por el proceso FFF.

Relativamente pocos trabajos se han enfocado en estudiar y modelar el comportamiento bajo condiciones de carga cortante de los componentes FFF. Los trabajos de investigación previos se han enfocado principalmente en evaluar la influencia de la orientación de fabricación en el comportamiento mecánico a cortante de las piezas fabricadas por FFF. Sin embargo, esto ha dejado un vacío en la literatura en relación con otros parámetros de fabricación críticos como el patrón de relleno, el porcentaje de relleno y la altura de capa. La falta de exploración en estos aspectos subraya la necesidad de una investigación más completa y exhaustiva. Por lo anterior, se identifica una brecha de investigación relacionada al estudio del comportamiento estructural a cortante de componentes fabricados por el proceso FFF.

Adicionalmente, hasta el momento no se ha desarrollado un modelo analítico que permita predecir con precisión las propiedades a cortante de piezas fabricadas por FFF. Esta falta de un modelo analítico contribuye a la incertidumbre en cuanto a las propiedades esperadas de las piezas fabricadas, por lo que representan una brecha de investigación que se debe atender.

Dado que no existen modelos para predecir el comportamiento a cortante de componentes fabricados por FFF, lo cual es fundamental para el análisis, simulación y diseño en ingeniería de dichos componentes, el desarrollar un modelo de predicción resulta esencial para el desarrollo y evolución de las tecnologías de manufactura aditiva, en particular del proceso FFF. El contar con un modelo analítico que permita predecir las propiedades al cortante sería invaluable para los diseñadores y fabricantes, ya que les permitiría entender la influencia de los parámetros de fabricación en las propiedades mecánicas al cortante, así como predecir con precisión las propiedades antes de su fabricación.

1.2 Hipótesis

Por lo anterior, la hipótesis del trabajo de tesis es:

Es posible predecir el comportamiento estructural al cortante de piezas producidas por Fabricación por Filamento Fundido (FFF) a través de un modelo analítico que tome en cuenta los parámetros del proceso.

1.3 Objetivo general

El objetivo general es analizar y modelar el comportamiento estructural bajo condiciones de carga cortante de los componentes fabricados por FFF, así como conocer la influencia de los parámetros del proceso en las propiedades al cortante de dichos componentes.

1.4 Objetivos particulares

Para lograr el objetivo general de la investigación, se consideran los siguientes objetivos específicos:

1. Identificar los principales parámetros del proceso FFF.
2. Sistematizar el estado del arte del comportamiento al cortante de componentes fabricados mediante FFF.
3. Caracterizar experimentalmente las propiedades al cortante de componentes FFF bajo diversos parámetros del proceso.
4. Desarrollar y evaluar modelos analíticos para predecir el comportamiento a cortante de los componentes FFF.

1.5 Organización del trabajo

El resto del presente trabajo de tesis se encuentra organizado de la siguiente manera. En el Capítulo 2 se presentan los fundamentos de la manufactura aditiva y el comportamiento mecánico de componentes fabricados por FFF, con énfasis en el comportamiento a torsión, así como los modelos analíticos empleados para describir sus propiedades estructurales. En el Capítulo 3 se detalla la metodología utilizada en las pruebas experimentales de torsión realizadas a las probetas FFF. Posteriormente, en el Capítulo 4 se analizan los resultados experimentales obtenidos y se discute la influencia de los parámetros estructurales evaluados. En el Capítulo 5 se adaptan y evalúan modelos de predicción de la propiedad a cortante en piezas FFF, tomando como referencia los resultados experimentales obtenidos. Finalmente, se presentan las conclusiones del estudio.

Capítulo 2. Fundamentos de la manufactura aditiva y comportamiento mecánico

2.1 Manufactura aditiva

La manufactura aditiva (AM, por sus siglas en inglés) se refiere al conjunto de tecnologías para la fabricación de piezas a partir de un modelo tridimensional mediante la adición de material capa tras capa. A diferencia de los sistemas de manufactura convencionales que generalmente sustraen material para lograr la forma deseada, la manufactura aditiva se basa en la creación de piezas mediante la adición de material hasta lograr su forma final.

Las áreas de aplicación de la manufactura aditiva son muy diversas e incluyen prácticamente todas las ingenierías, arquitectura, artes, medicina, aeroespacial y robótica [4]. Las principales aplicaciones son el diseño y modelado, creación de prototipos y la producción directa de piezas. Un uso adecuado de las tecnologías AM puede ayudar considerablemente a reducir el tiempo de diseño, creación de prototipos y fabricación de piezas para su uso final.

2.2 Ventajas y desafíos en los procesos de manufactura aditiva

Los procesos de manufactura aditiva (AM) presentan una serie de ventajas que los hacen especialmente atractivos para el desarrollo de componentes complejos. Entre las principales ventajas se encuentran:

- Fabricación de geometrías complejas en un solo proceso: La AM permite producir formas que serían imposibles o muy costosas de fabricar mediante procesos convencionales, ya que no requiere herramientas ni utillajes específicos.
- Reducción de peso en componentes: En aplicaciones como transporte, la reducción de peso puede traducirse en ahorros de hasta un 33% de combustible [5].
- Alta capacidad de personalización: Es posible modificar fácilmente el diseño para adaptarlo a necesidades específicas.

Por otro lado, a pesar de estas ventajas, la manufactura aditiva también presenta diversos desafíos técnicos y operativos que deben considerarse:

- Tiempos de fabricación elevados: especialmente en piezas grandes o con geometrías complejas, pudiendo tardar horas o incluso días.
- Baja resolución en el eje Z: la altura de capa (aproximadamente 0.25 mm en FFF) limita la calidad superficial y requiere de postproceso si se desea mejorar el acabado.
- Variabilidad en las propiedades mecánicas: las cuales dependen fuertemente de los parámetros de fabricación.

2.3 Clasificación de los procesos de manufactura aditiva

De acuerdo con la norma ISO/ASTM 52900:2021 [5], los procesos de manufactura aditiva se clasifican en los siguientes grupos:

1. Binder Jetting (BJT): Procesos en los cuales un agente de unión líquido se deposita selectivamente para unir materiales en polvo.
2. Directed Energy Deposition (DED): Procesos en los que se utiliza energía térmica enfocada para fundir materiales mientras se depositan.
3. Material Extrusion (MEX): Procesos en los que se dispensa selectivamente material a través de una boquilla u orificio.
4. Material Jetting (MJT): Procesos los que se depositan selectivamente gotas de material de alimentación.
5. Powder Bed Fusion (PBF): Procesos en los que la energía térmica fusiona selectivamente regiones de un lecho de polvo.
6. Sheet Lamination (SHL): Procesos en los que se unen láminas de material para formar una pieza.
7. Vat Photopolymerization (VPP): Procesos en los que un polímero líquido en un tanque se cura selectivamente mediante polimerización activada por luz.

Esta clasificación organiza los procesos de manufactura aditiva en siete categorías principales, cada una definida por el mecanismo mediante el cual se deposita, une o solidifica el material. Esta estructura resulta especialmente útil porque permite comprender la amplia diversidad tecnológica dentro de la manufactura aditiva, así como las diferencias fundamentales entre procesos que, aunque comparten el principio de fabricación capa por capa, operan bajo métodos muy distintos.

2.4 Proceso de Fabricación por Filamento Fundido

El proceso de fabricación por filamento fundido (Fused Filament Fabrication, FFF), también conocido como modelado por deposición fundida (Fused Deposition Modeling, FDM), es una técnica AM dentro de los procesos de extrusión de material. En la Figura 2.1 se ilustra este proceso en el que un filamento termoplástico es extruido, fundido y depositado selectivamente capa por capa sobre la plataforma de construcción, en una ruta predeterminada de acuerdo a la sección transversal de la pieza siendo construida, hasta completar la pieza. Para garantizar la estabilidad de las piezas, se imprimen estructuras de soporte especialmente en secciones sobresalientes o con ángulos críticos, como a 45°, lo que ayuda a reducir la distorsión causada por esfuerzos térmicos. Los filamentos utilizados para crear estos soportes pueden ser extruidos a través de una boquilla diferente, lo que también posibilita la impresión de materiales con diferentes propiedades o colores si es necesario. Sin embargo, el uso simultáneo de ambas boquillas puede ocasionar derrames de material fundido que aún pudieran quedar en la segunda boquilla. Las extrusoras (boquillas) están adjuntas al cabezal de impresión y pueden moverse en los ejes X y Y, mientras que la plataforma de construcción se desplaza verticalmente en el eje Z para permitir la construcción de las capas sucesivas.

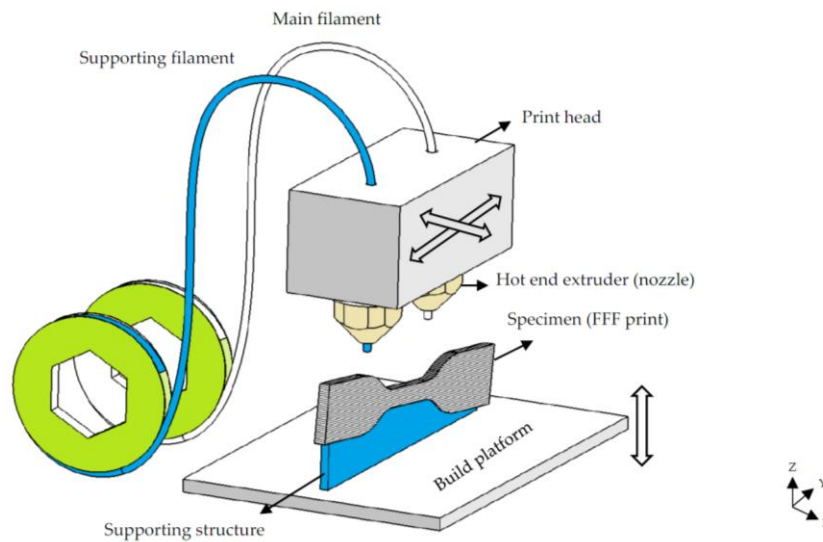


Figura 2.1. Ilustración del proceso de FFF [6].

En el proceso FFF se utilizan comúnmente materiales termoplásticos, entre los que destacan el ácido poliláctico (PLA), el acrilonitrilo butadieno estireno (ABS), el acrilato estireno acrilonitrilo (ASA), el nylon, y el poliuretano termoplástico (TPU), entre otros. Para obtener más información sobre las propiedades y aplicaciones de estos materiales, se puede consultar [7].

2.5 Parámetros del proceso FFF

Los parámetros del proceso FFF o FDM se pueden agrupar en dos grupos: parámetros de manufactura y los parámetros estructurales, tal como se muestra en la Figura 2.2. Los parámetros de manufactura son aquellos que se enfocan en la configuración de la máquina, tal como la velocidad de impresión, temperatura de boquilla, entre otros. En el caso de los parámetros estructurales se refiere a las características que influyen en la estructura interna y externa de las piezas fabricadas, como por ejemplo el porcentaje de relleno y patrón de relleno. Bakhtiari et al [6] comentan que los parámetros más investigados son la orientación de fabricación, temperatura de extrusión, porcentaje de relleno, espesor de capa, diámetro de boquilla, ángulo de relleno y velocidad de impresión, algunos de estos se muestran en la Figura 2.3. También mencionan que la interacción de estos parámetros juega un rol significativo en las propiedades mecánicas resultantes de la pieza.

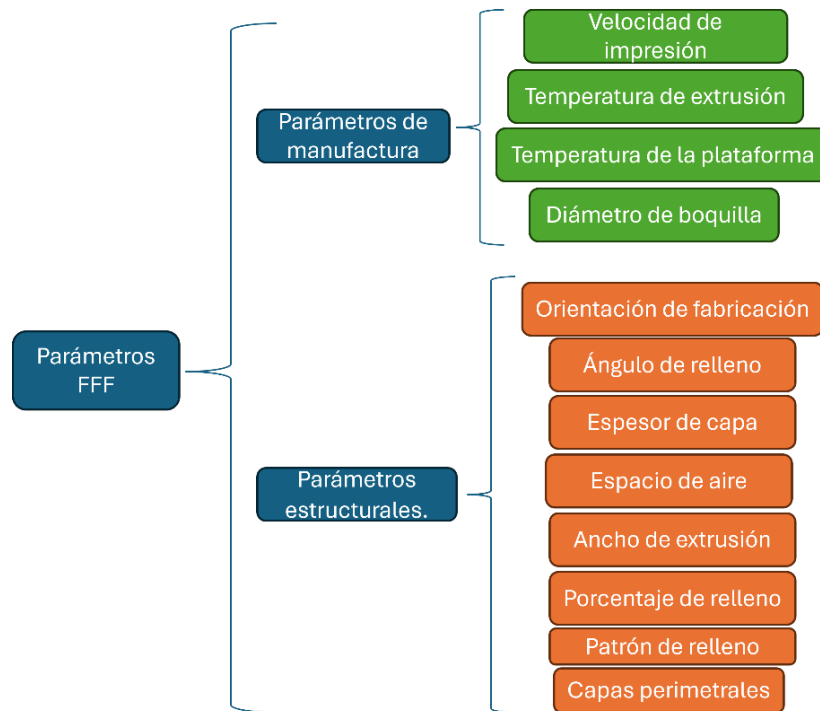


Figura 2.2. Parámetros del proceso FFF.

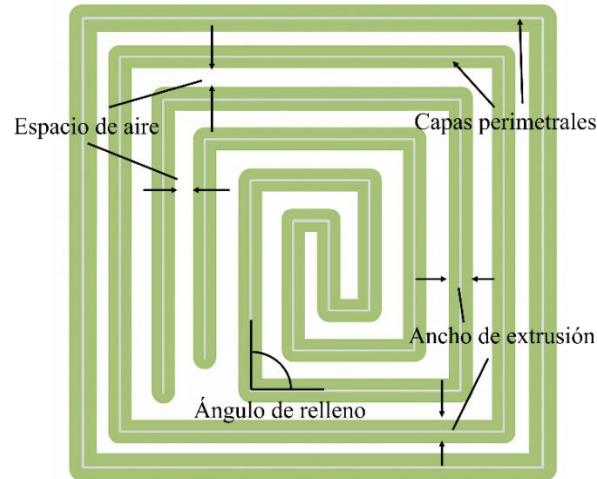


Figura 2.3. Parámetros del proceso FDM relacionados con la trayectoria de la herramienta[3].

De acuerdo con [8], los parámetros más críticos que afectan a la resistencia al cortante de partes fabricadas mediante FFF son:

- Orientación de fabricación
- Ángulo de relleno
- Espesor de capa
- Ancho de extrusión
- Porcentaje de relleno
- Patrón de relleno
- Capas perimetrales

Algunos de estos parámetros se muestran en la Figura 2.3.

2.5.1 Orientación de fabricación

La orientación de fabricación se refiere a la orientación de la pieza en la plataforma de fabricación. La orientación de fabricación puede ser un ángulo arbitrario con cualquier valor, pero generalmente las piezas se colocan alineadas con los ejes, en orientación horizontal, lateral o vertical, a estas orientaciones se les llama plana (flat), de borde (on-edge) y vertical (up-right) [3], respectivamente, como se muestra en la Figura 2.4. En el caso de la orientación plana y de borde, la orientación es paralela a la plataforma de impresión, pero para el caso de la orientación vertical, la orientación es normal a la plataforma de impresión.

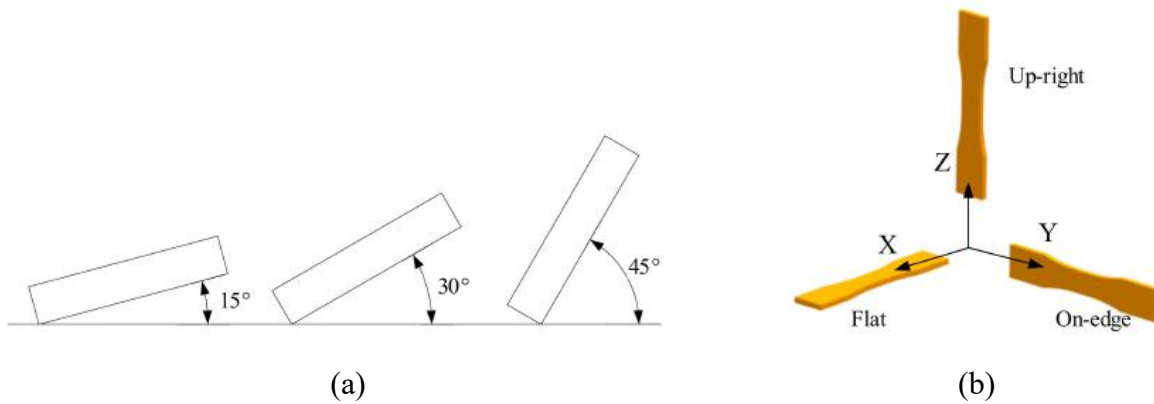


Figura 2.4. Orientaciones de fabricación: a) Ángulo arbitrario b) Plana, vertical y al borde [3].

2.5.2 Ángulo de relleno

El ángulo de relleno se refiere al ángulo de la dirección de deposición del filamento con respecto al eje X de la plataforma. Los ángulos de relleno permitidos pueden variar de -90° a $+90^\circ$, y los valores utilizados normalmente son 0° (axial), 45° (cruz), 90° (transversal) y su combinación. Por ejemplo, $-45^\circ/45^\circ$ (entrecruzado) representa que las direcciones de deposición son -45° y 45° alternativamente para diferentes capas, como se muestra en la Figura 2.5.

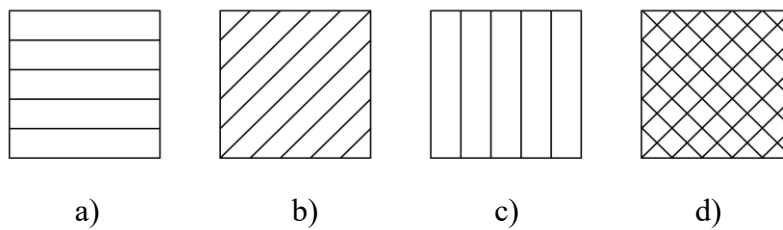


Figura 2.5. Ángulo de relleno: a) 0° b) 45° c) 90° d) $-45^\circ / 45^\circ$ [3].

2.5.3 Espesor de capa

El espesor de la capa se refiere al espesor de la capa impresa por la boquilla, como se muestra en la Figura 2.6. Generalmente este espesor es más pequeño que el diámetro de la boquilla de extrusión. Factores como el número de capas y el tiempo de fabricación pueden verse afectados por el espesor de capa seleccionado. Se ha demostrado que la calidad de la pieza es mejor cuando se tiene un menor espesor de capa; sin embargo, un menor espesor de capa implica un mayor tiempo de fabricación.

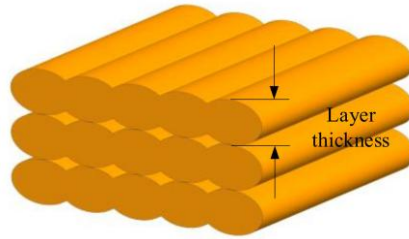


Figura 2.6. Espesor de capa [3].

Caminero et al. [9] mencionaron que cuando se incrementa el espesor de capa (0.1 mm, 0.125 mm, 0.2 mm), se tiene una disminución en la resistencia al cortante. Esta disminución ocurre por el incremento de vacío entre los filamentos depositados cuando el espesor incrementa, como se muestra en la Figura 2.7, teniendo así una porosidad mayor dentro del material.

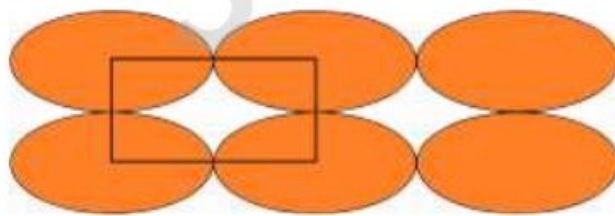


Figura 2.7. Porosidad con incremento del espesor de capa [8].

2.5.4 Espacio de aire

El parámetro espacio de aire se refiere al espacio entre 2 dos hilos o filamentos depositados en una capa. Existen tres tipos de espacio de aire: positivo, negativo y cero [3], como se muestra en la Figura 2.8. El tipo cero es generalmente usado en la configuración automática, el tipo positivo se refiere a la presencia de una separación entre los filamentos, lo cual facilita una deposición más rápida del material, y el tipo negativo se refiere a cuando los filamentos fundidos se superponen parcialmente creando un componente más denso.



Figura 2.8. Espacio de aire: a) positivo b) cero c) negativo [3].

2.5.5 Ancho de extrusión

El ancho de extrusión representa el ancho del material depositado durante la impresión y depende del diámetro de boquilla, así como el espesor de capa y la velocidad de impresión. Algunos investigadores encuentran diferencias entre el ancho de extrusión de las capas perimetrales y el ancho de extrusión para el relleno, ya que los perímetros suelen imprimirse con menor velocidad, mayor precisión, por ello, su ancho puede no ser igual al del relleno [3]. Sin embargo, en la mayoría de los estudios ambos se consideran el mismo parámetro, comúnmente denominado ancho de extrusión.

2.5.6 Porcentaje de relleno

La parte exterior de una pieza fabricada mediante manufactura aditiva tiende a ser sólida, mientras que el volumen interior, conocido como relleno, está ubicado dentro de la superficie de contorno. El término "densidad de relleno" (también referido como grado de relleno, relación de relleno, porcentaje de relleno o densidad de relleno) indica el porcentaje de material sólido en la parte interior de la pieza, donde 0% representa una estructura completamente hueca y 100% representa una pieza sólida [6]. Con tecnologías como FFF, los usuarios pueden ajustar la densidad del relleno manipulando parámetros como el espacio de aire o el ancho de la trama.

2.5.7 Patrón de relleno

El patrón de relleno se refiere a la manera en que los filamentos fundidos rellenan el espacio interior de la pieza, como se muestra en la Figura 2.9. Existen diferentes patrones de relleno como hexagonal (o también conocido como honeycomb), concéntrico, lineal, entre otros como los ilustrados por Alafahani et al [3]. El patrón de relleno puede afectar el tiempo de impresión y la cantidad de material a usar para obtener la pieza finalizada.

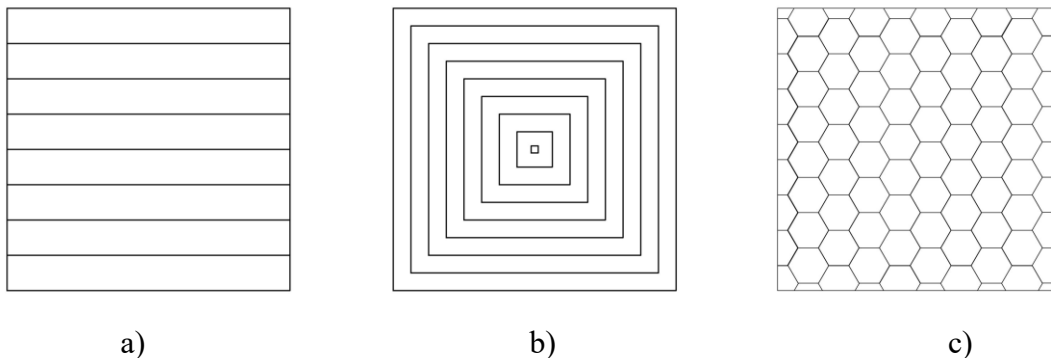


Figura 2.9. Patrón de relleno: a) lineal b) concéntrico c) hexagonal [3].

2.5.8 Capas perimetrales

Las capas perimetrales son conocidas como el número de contornos que son depositados en el borde de la pieza, como se mostró en la Figura 2.3. El número de capas perimetrales puede variar dependiendo de la configuración de impresión seleccionada [3]. La importancia del número de contornos en las propiedades mecánicas del material es que cuando se tienen más números de capas de contornos la pieza es más resistente.

2.5.9 Velocidad de impresión

La velocidad de impresión se refiere a la velocidad con la cual la boquilla viaja en la plataforma durante la impresión de la pieza. Mientras la velocidad de impresión sea menor, el tiempo para fabricar una pieza será mayor, y la calidad de la pieza también será mayor. Por otro lado, si se tiene una velocidad mayor el tiempo de fabricación será menor, pero se tendrá una menor calidad de la pieza final.

2.5.10 Temperatura de extrusión

La temperatura de extrusión es también es conocida como la temperatura de impresión o temperatura de boquilla [3]. La temperatura de extrusión se refiere a la temperatura a la cual el filamento es calentado, dentro de la boquilla, y extruido durante el proceso de FFF. Las características que pueden verse afectadas al variar la temperatura de extrusión son la fluidez y la solidificación del material fundido, y el control de la viscosidad del material extruido de la boquilla [3]. Además, una temperatura de extrusión más alta del filamento depositado proporciona una mejor fusión entre capas, lo que da como resultado propiedades mecánicas más altas. Sin embargo, una temperatura de extrusión demasiado alta puede causar degradación del material o falla del moldeo durante la deposición, lo que resulta en inexactitud dimensional y deformación del filamento. Por otro lado, una temperatura de extrusión más baja puede impedir que el material se funda adecuadamente, provocando la obstrucción de la boquilla o la falta de adherencia entre capas, dando lugar a propiedades mecánicas débiles de las piezas impresas.

2.6 Comportamiento a cargas cortante de las piezas FFF

Algunos trabajos de investigación enfocados a estudiar el comportamiento al cortante de las piezas FFF se han reportado en la literatura. Entre esos trabajos destacan el realizado por Jonathan Torres et al. [10], quienes realizaron pruebas de torsión y observaron que tanto el porcentaje de relleno como el espesor de capa son importantes para la resistencia al corte. Por otro lado, Cesar et al. [11] encontraron que la orientación de fabricación afecta significativamente al módulo elástico al cortante, mientras que la orientación del relleno influye en la resistencia al corte. Por su parte, Rohde et al. [12] investigaron el impacto de la orientación de fabricación y el ángulo de relleno en probetas de PC y ABS mediante el método de prueba Iosipescu. Encontraron que el ángulo de relleno tiene un efecto significativo en el módulo elástico al cortante para el PC; sin embargo, con ABS se observaron variaciones en los valores tanto del módulo elástico al cortante como de la resistencia máxima al corte al cambiar la orientación de fabricación de las probetas. De manera similar, Gonabadi et al. [13] encontraron que las piezas fabricadas por PLA muestran una variación importante en el módulo elástico y resistencia al cortante según la orientación de fabricación.

Por otro lado, Nicholas et al. [14] compararon el desempeño al cortante de piezas fabricadas por FFF y piezas maquinadas. Encontraron que las piezas fabricadas por FFF, independientemente de la orientación de fabricación y relleno, tienen menor capacidad para resistir la deformación a torsión en comparación con las piezas maquinadas. Además, observaron que las orientaciones no tuvieron una influencia significativa en el esfuerzo último y el módulo elástico al cortante. Por su parte, Albert Forés et al. [15] estudiaron los efectos de los parámetros de relleno en componentes fabricados mediante FFF utilizando material PEI Ultem y ensayos de cortante tipo Iosipescu. Los resultados mostraron que, en todas las pruebas con un ángulo de relleno de $\pm 45^\circ$ y con orientaciones de fabricación plana y al borde, se obtuvo un módulo al cortante mayor. Los autores concluyen que tanto el ángulo de relleno como la orientación de fabricación tienen un impacto directo en el valor del módulo al cortante.

Por su parte, Zhang et al [16] realizaron un estudio de la resistencia al cortante en piezas fabricadas mediante el proceso FFF, utilizando ABS, ABS reforzado con nanotubos (CNTABS), y ABS reforzado con fibras de carbono (CFABS). Los resultados mostraron que la resistencia al cortante por los métodos In-plane tensile shear y double notch, disminuye cuando aumenta la velocidad de impresión. Este mismo comportamiento se observó con el espesor de capa, al aumentar el espesor de capa la resistencia al cortante se redujo. Por su parte, Romeijn Thomas et al [8] estudiaron el efecto que tiene la alineación del filamento fundido en la fabricación FFF con el objetivo de disminuir la porosidad en las piezas fabricadas. Para ello, compararon la alineación que viene por default en la máquina con un nuevo método que propusieron. Los resultados demostraron que el método propuesto

incrementa la densidad de la pieza, y como consecuencia se tiene un incremento en la resistencia al cortante al tener un mayor contacto entre capas.

En la Tabla 2.1 se resumen los diversos trabajos reportados en la literatura enfocados al estudio del comportamiento mecánico a cortante de piezas fabricadas por el proceso FFF. En esta tabla se muestra la referencia a los autores de cada investigación, seguida del material utilizado. Posteriormente se presentan los tipos de pruebas que se realizaron en cada estudio, así como los parámetros considerados. Por último, se indica si las investigaciones desarrollaron un modelo predictivo del comportamiento a cortante. De esta revisión se observa que la mayoría de los trabajos utilizan los métodos experimentales de prueba torsión y iosipescu. Por otro lado, en el caso de las variables del proceso, solamente dos trabajos han variado el porcentaje de relleno. De manera similar, el espesor de capa no ha sido considerado en la gran parte de las investigaciones. Por otro lado, la orientación de fabricación es un parámetro que se ha variado con mayor frecuencia en la literatura, al igual que el ángulo de relleno, en donde comúnmente se usa $\pm 45^\circ$. En relación con el uso o desarrollo de modelos predictivos, se observa que hasta el momento no se ha desarrollado o usado un modelo analítico que permita predecir con precisión las propiedades a cortante de piezas fabricadas por FFF.

Tabla 2.1. Estudios reportados en la literatura del comportamiento al cortante de piezas FFF.

Ref.	Material	Tipo de pruebas				Parámetros del proceso FFF										Modelo predictivo	
		Torsión	Iosipescu shear	in-plane tensile shear	Double notch shear test	Relleno (%)	Orientación de fabricación	Ángulo de relleno	Espesor de capa	Tratamiento térmico	Velocidad de impresión	Temperatura de extrusión	Diámetro de boquilla	Deposición de filamento	Espacio de aire		
Jonathan et al [10]	PLA	x				x			x	x							
Cesar et al [11]	ABS-M30	x					x	x									
S. Rohde et al [12]	Pc & ABS		x				x	x									
Nicholas et al [14]	ABS1pus (P430)	x					x										
Gonabadi et al [13]	PLA		x			x	x										
Albert Forés et al [15]	PEI Ultem		x				x	x									x
Wei Zhang et al [16]	ABS CNTABS CFABS			x	x			x	x		x						
Thomas et al [8]	ABS				x				x			x	x	x			

2.7 Modelos analíticos de predicción

En componentes producidos mediante AM se puede controlar la cantidad de relleno interior a usar, esto da como resultado un componente poroso, el cual proporciona la ventaja de ahorrar material, pero a su vez se produce una incertidumbre en sus propiedades resultantes, por lo cual surge la necesidad del desarrollo de modelos analíticos que puedan predecir las propiedades de los componentes. En la literatura existen diversos modelos desarrollados originalmente para predecir el comportamiento del módulo de elasticidad y la resistencia a la tensión en materiales compuestos [17].

Ley de mezclas

El modelo más común es la ley de mezclas, la cual se expresa como se muestra a continuación:

$$E_c = V_1E_1 + V_2E_2 \quad (2-1)$$

en donde E_c es el módulo de elasticidad del material compuesto, E_1 y E_2 son el módulo elástico de los materiales que conforman el material compuesto, V_1 y V_2 son el porcentaje volumétrico de cada material.

Modelo de eficiencia

Por otro lado, existe una variante de la ley de mezclas conocida como modelo de eficiencia, el cual se expresa de la siguiente manera:

$$E_c = \alpha V_1E_1 + \beta V_2E_2 \quad (2-2)$$

en este caso, se incorporan los factores de eficiencia α y β .

Modelo de Gibson-Ashby

El modelo de Gibson-Ashby [18] relaciona el módulo de la pieza porosa con el porcentaje de relleno real mediante la siguiente expresión:

$$\frac{E}{E_S} = C \left(\frac{\rho}{\rho_s} \right)^n \quad \left(\text{para } 0.5 < \frac{\rho}{\rho_s} < 0.96 \right) \quad (2-3)$$

donde E es el módulo elástico efectivo de la pieza, E_S es el módulo elástico del material sólido, ρ es la densidad aparente, ρ_s es la densidad del material sólido, C y n son los coeficientes del modelo, los cuales se pueden obtener a partir de datos experimentales.

Modelo de Spriggs y Duckworth

Duckworth [19] propuso un modelo que permite estimar la resistencia última a la tensión (UTS), S_{ut} , de una pieza porosa mediante la siguiente expresión:

$$S_p = S_0 e^{-kP} \quad (2-4)$$

donde S_p y S_0 son la resistencia última a la tensión S_{ut} del material poroso y del material sólido, respectivamente, P es la porosidad, k es una constante que depende del material. Sin embargo, tiempo después Spriggs [19] extendió el modelo de Duckworth para caracterizar el módulo elástico y obtuvo:

$$E_p = E_0 e^{-mP} \quad (2-5)$$

donde m es una constante que depende del material, E_p y E_0 es el módulo elástico del material poroso y del material sólido, respectivamente. Además, notó que m debería encontrarse dentro del rango 2.7 a 4.3.

Modelo de Rice

Rice [19] desarrolló un modelo en el cual el rango de porosidad es más amplio. Dicho modelo se expresa de la siguiente manera:

$$E_p = E_0 [1 - e^{-r\{1-P\}}] \quad (2-6)$$

en donde r es un coeficiente del modelo. Rice [19] comenta que r tiene un valor aproximado de 0.5.

Modelo de Hasselman

Hasselman [19] propone una expresión en la cual se relaciona el módulo elástico con la porosidad de la siguiente forma:

$$E_p = E_0 \left[1 + \left[\frac{AP}{1-AP-P} \right] \right] \quad (2-7)$$

en donde A es un coeficiente del modelo, el cual puede obtenerse de forma experimental.

Modelo variante de Duckworth

Steffany et al. [20] propusieron una variación del modelo de Duckworth añadiendo un coeficiente de eficiencia como se muestra a continuación:

$$\sigma_p = \beta \sigma_0 [e^{-mP}] \quad (2-8)$$

donde σ_p es el UTS del material poroso, σ_0 es el UTS del material sólido (filamento), y β es el coeficiente de eficiencia que se determina de manera experimental.

Modelo exponencial

Steffany et al. [20] también propusieron un modelo exponencial basado en el modelo de Gibson and Ashby, el cual consta de 2 parámetros:

$$E_p = C E_0 [e^{n(V_m)}] \quad (2-9)$$

en donde V_m es el porcentaje de relleno, y C y n son constantes que pueden ser determinadas de manera experimental.

Capítulo 3. Pruebas experimentales del comportamiento a torsión de probetas FFF

3.1 Metodología general de las pruebas experimentales

Para analizar el comportamiento estructural de los componentes fabricados mediante el proceso FFF, se realizaron pruebas experimentales siguiendo la metodología presentada en la Figura 3.1. Esta metodología comprende la selección de parámetros del proceso FFF a tomar en cuenta, la caracterización del filamento, la fabricación de las probetas, la medición de estas mismas, la medición de su porcentaje de relleno, las pruebas de torsión y el análisis de resultados.

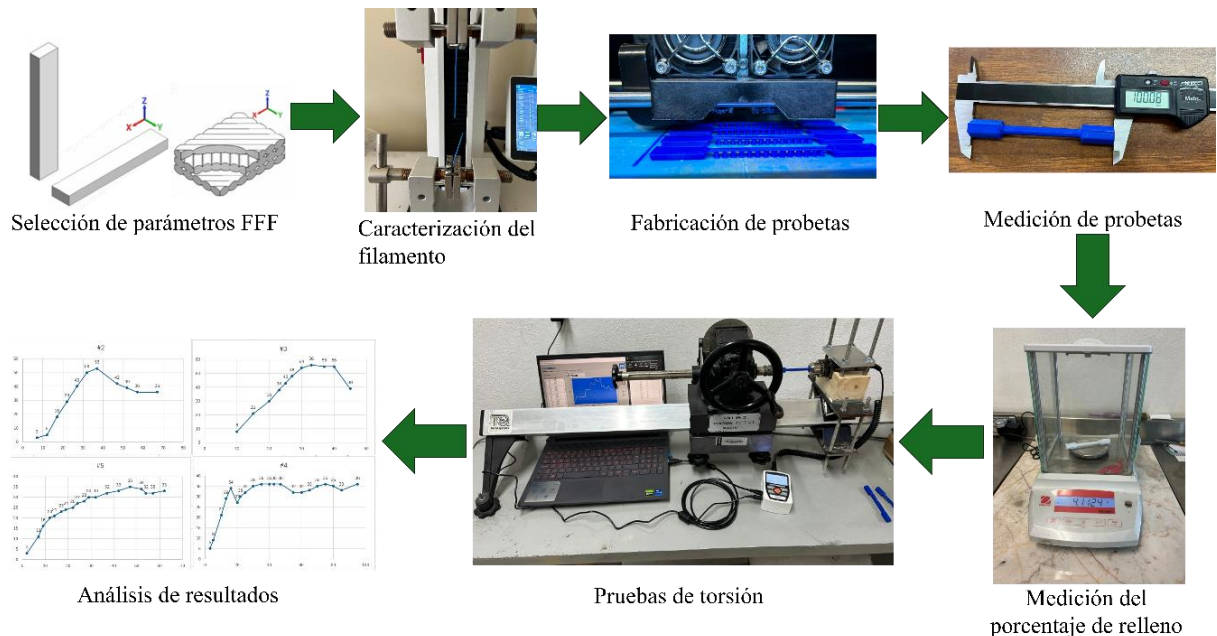


Figura 3.1. Metodología experimental para la evaluación del comportamiento al cortante.

3.2 Selección de parámetros FFF

De acuerdo con estudios previos [8], [10], [11], [12], [13], [14], [15], [16] se puede identificar que los parámetros más influyentes en las propiedades al cortante de las piezas FFF son principalmente la orientación de fabricación, seguido del ángulo de relleno y el porcentaje de relleno, éste último ha sido poco estudiado pero su impacto en las propiedades al cortante es alto. Por lo anterior, en este trabajo de investigación se analizará el efecto de los parámetros porcentaje de relleno, orientación de fabricación y patrón de relleno, en las propiedades al cortante de piezas FFF. Para lograr lo anterior, se seleccionaron los parámetros del proceso FFF mostrados en la Tabla 3.1. Estos parámetros fueron seleccionados con base en el trabajo preliminar realizado por el grupo de

investigación de la Universidad Autónoma de San Luis Potosí (UASLP) [21], el comportamiento observado de los parámetros del proceso FFF, y a la revisión bibliográfica realizada.

Tabla 3.1. Parámetros del proceso FFF seleccionados.

Parámetros del proceso	Valores
Porcentaje de relleno (%)	20, 40, 60, 80, 100
Orientación de fabricación	Plana, vertical
Ángulo de relleno	$\pm 45^\circ, 0^\circ/90^\circ$
Capas perimetrales	2
Espesor de capa (mm)	0.18
Número de capas inferiores y superiores	3
Material	PLA

3.3 Caracterización del filamento

Para la realización de las pruebas experimentales se seleccionó como material el ácido poliláctico (PLA), el cual es el material más utilizado en el proceso FFF. Se utilizó un rollo de filamento de PLA de la marca 3DMarket®. Para determinar las propiedades a la tensión de este filamento utilizado, se le realizaron ensayos de tensión en una máquina Mark-10 modelo F305-EM. Para ello se tomaron seis muestras de filamento con un diámetro real de 1.76 mm, una longitud total de 300 mm y una longitud calibrada de 100 mm. A cada muestra de filamento se le realizó el ensayo de tensión a una velocidad de 5 mm/min, a temperatura ambiente (20°C), humedad entre 35% y 50%, y una altitud de 1860 m. En la Figura 3.2 se muestra un ejemplo de la prueba de tensión realizada al filamento.

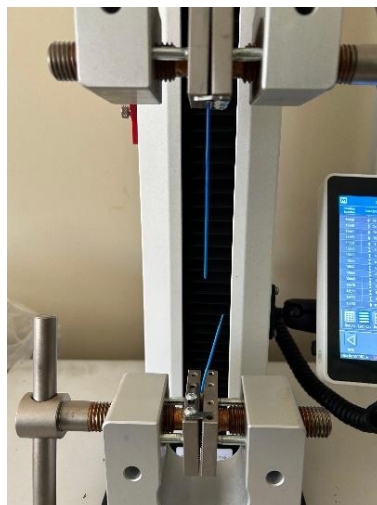


Figura 3.2. Prueba de tensión al filamento.

En la Tabla 3.2 se presentan los resultados obtenidos de las pruebas de tensión del filamento. Estos resultados muestran que el filamento posee una resistencia a la tensión (S_{ut}) 42.17 ± 2.43 MPa y un módulo de elasticidad (E) 2337.05 ± 196.41 MPa.

Tabla 3.2. Resultados de las pruebas a tensión del filamento.

No. muestra	Diámetro medio (mm)	S_{ut} (MPa)	E (MPa)
1	1.77	44.67	2634.80
2	1.77	42.46	2190.91
3	1.76	43.96	2582.27
4	1.76	44.19	2247.40
5	1.75	38.66	2238.70
6	1.76	39.08	2128.20
Promedio	1.76 ± 0.0069	42.17 ± 2.43	2337.05 ± 196.41

3.4 Fabricación de probetas

Las probetas para los ensayos de torsión se seleccionaron de acuerdo con la norma ASTM E143 [22]. La probeta seleccionada es del tipo cilíndrica con dimensiones y geometría como se muestra en la Figura 3.3. Las probetas se fabricaron en una máquina FFF modelo Creator Pro de la marca Flashforge™, la cual es un sistema con doble extrusor, precisión de 0.1 a 0.3 mm, y espacio de trabajo de 225×145×150 mm. Para garantizar una muestra estadísticamente representativa, se fabricaron 3 probetas por cada combinación de valores de los parámetros del proceso FFF mostrados en la Tabla 3.1, resultando en un total de 60 probetas. La Figura 3.4 muestra la fabricación de las probetas en el sistema FFF utilizado.

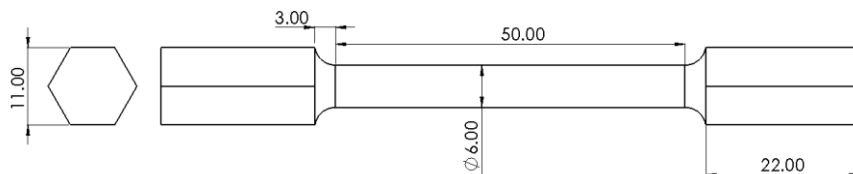
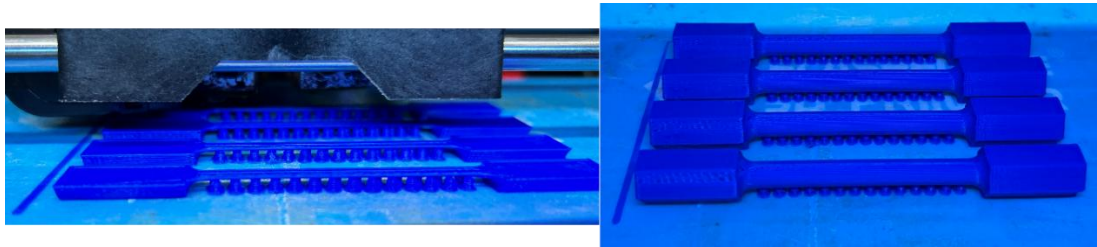
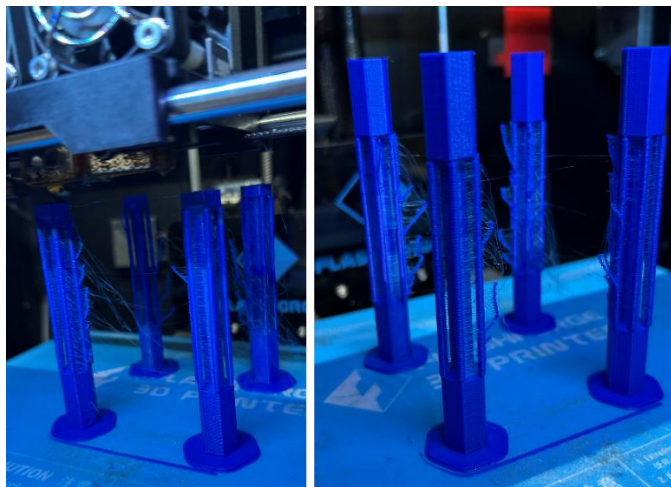


Figura 3.3. Dimensiones de las probetas de torsión utilizadas (mm).



a)



b)

Figura 3.4. Fabricación de probetas: a) con orientación plana, b) con orientación vertical.

Para la fabricación de las probetas se utilizaron estructuras de soporte para la zona cilíndrica de la probeta, como se muestra en la Figura 3.5. Estas estructuras de soporte evitan distorsiones en las geometrías en voladizo o flotantes, ya que en estas geometrías el filamento debe formar un puente entre dos puntos, lo cual puede ocasionar que se hunda o no se adhiera correctamente, generando irregularidades como hilos colgantes o hundimientos.



Figura 3.5. Visualización de estructuras de soporte en la fabricación de probetas.

3.5 Medición de probetas

Posterior a su fabricación, cada una de las probetas se midió con el fin de conocer sus dimensiones reales y corroborar la precisión dimensional del equipo FFF. Las mediciones de las probetas fueron realizadas con un calibrador digital Mahr modelo 16x 0.01 mm, como se muestra en la Figura 3.6.



Figura 3.6. Medición de probetas.

En la Tabla 3.3 se presentan las medidas promedio y sus respectivas desviaciones estándar. Se utilizó la desviación estándar muestral debido a que las medidas se obtuvieron a partir de un

número limitado de probetas representativas del proceso FFF, lo que hace necesario estimar la variabilidad real de la población a partir de una muestra. de las probetas para cada combinación de orientación de fabricación y patrón de relleno. Al comparar las dimensiones reales de las probetas con las dimensiones nominales, se observa que la desviación máxima es de 0.2 mm. Por lo tanto, puede afirmarse que, en general, las probetas se encuentran dentro de un rango de precisión aceptable.

Tabla 3.3. Dimensiones promedio de las probetas para cada orientación y patrón de relleno.

Orientación de construcción	Relleno nominal (%)	Ángulo de relleno	Diámetro (mm) (nominal 6 mm)	Longitud de probeta (mm) (nominal 100 mm)	Zona de sujeción (mm) (nominal 11 mm)
Plana	20	0/90°	6.07 ±0.01	100.03 ±0.01	11.09 ±0.05
	40		6.08 ±0.03	100.04 ±0.05	11.07 ±0.02
	60		6.10 ±0.01	100.07 ±0.06	11.07 ±0.01
	80		6.09 ±0.02	100.05 ±0.04	11.07 ±0.01
	100		6.11 ±0.03	100.08 ±0.04	11.08 ±0.02
	20	±45°	6.07 ±0.02	100.07 ±0.01	10.98 ±0.02
	40		6.06 ±0.03	100.05 ±0.03	10.98 ±0.04
	60		6.06 ±0.03	99.97 ±0.03	11.00 ±0.02
	80		6.00 ±0.01	99.93 ±0.01	11.07 ±0.06
	100		6.01 ±0.02	99.97 ±0.03	11.06 ±0.07
Vertical	20	0/90°	5.97 ±0.02	99.85 ±0.03	11.06 ±0.07
	40		5.96 ±0.06	99.89 ±0.03	11.00 ±0.10
	60		6.00 ±0.08	99.94 ±0.00	10.97 ±0.10
	80		6.02 ±0.05	99.95 ±0.02	10.96 ±0.12
	100		6.15 ±0.02	100.09 ±0.06	11.04 ±0.19
	20	±45°	6.00 ±0.04	99.94 ±0.03	11.04 ±0.06
	40		6.04 ±0.03	100.05 ±0.05	11.02 ±0.05
	60		6.03 ±0.05	100.09 ±0.13	10.94 ±0.09
	80		6.05 ±0.05	99.95±0.04	10.97 ±0.13
	100		6.03 ±0.05	100.09 ±0.07	11.06 ±0.15

3.6 Medición del porcentaje de relleno

Para determinar el porcentaje de relleno o densidad real de cada probeta, se utilizó la siguiente ecuación:

$$R_r = \frac{P_p}{P_{ps}} \times 100 \% \quad (3-1)$$

donde R_r es el porcentaje de relleno real, P_p es el peso de la probeta, P_{ps} es el peso de una probeta sólida hecha de PLA. El peso de la probeta P_p se determinó al pesar cada una de las probetas fabricadas. Para ello se utilizó una báscula Ohaus Pioneer PA224, como se muestra en Figura 3.7.

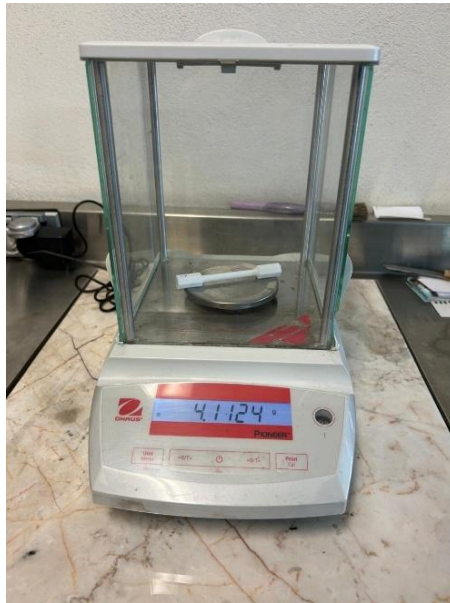


Figura 3.7. Pesaje de probetas.

Por otro lado, el peso de la probeta sólida P_{ps} se determina mediante la siguiente ecuación:

$$P_{ps} = V_p * \gamma \quad (3-2)$$

donde V_p es el volumen de la probeta y γ es el peso específico del PLA, esto es del filamento. El peso específico del filamento se obtuvo con la siguiente ecuación:

$$\gamma = \frac{m_f * g}{V_f} \quad (3-3)$$

donde m_f es la masa del filamento, g es el valor de la gravedad y V_f es el volumen de la muestra de filamento utilizada. La masa medida para el filamento fue de 8.85 g. Como se mencionó en la etapa de caracterización, el diámetro del material no es completamente uniforme; por ello, para reducir la variación asociada a este parámetro, se optó por trabajar con una longitud de 3 metros de filamento.

Para determinar el diámetro promedio del material, se realizaron 9 mediciones distribuidas a lo largo de la longitud seleccionada, las cuales se presentan en la Tabla 3.4. A partir de estas mediciones se obtuvo un diámetro promedio de 1.749 mm. Con este valor se calculó un peso específico de 1.226 g/cc, mientras que el proveedor reporta un peso específico de 1.4 g/cc para el mismo material.

Tabla 3.4. Medición de diámetro del filamento.

No. muestra	Diámetro (mm)
1	1.744
2	1.746
3	1.744
4	1.760
5	1.757
6	1.733
7	1.735
8	1.750
9	1.779
Promedio	1.749 \pm 0.013

Los resultados obtenidos de la estimación del porcentaje de relleno real se muestran en la Tabla 3.5. En esta tabla se muestran los resultados para cada orientación y patrón de relleno. En general, se observa que la orientación vertical presenta un porcentaje de relleno real ligeramente mayor. Esto se explica porque, en dicha orientación, el área a rellenar por capa es menor en comparación con la orientación plana; por lo tanto, aun con un porcentaje de relleno nominal igual o menor, la pieza tiende a presentar una estructura interna más sólida.

Por otro lado, en el caso del ángulo de relleno, se aprecia que este parámetro no genera una variación significativa en el porcentaje de relleno real, por lo que no se identifica una ventaja particular asociada a un ángulo de relleno específico.

Tabla 3.5. Porcentajes de relleno real promedio de las probetas fabricadas.

Relleno nominal (%)	Relleno real (%)			
	Plana		Vertical	
	0°/90°	\pm 45°	0°/90°	\pm 45°
20	47.80	49.26	51.87	52.59
40	60.03	62.59	62.79	64.76
60	73.33	74.31	76.64	75.05
80	86.42	85.45	89.33	89.72
100	97.61	96.48	99.96	97.14

3.7 Pruebas de torsión

Las pruebas de torsión se realizaron de acuerdo con lo establecido en la norma ASTM E143, la cual describe el procedimiento para evaluar el comportamiento mecánico de materiales sometidos a un momento torsional. Las pruebas de torsión se realizaron en una máquina TecQuipment, modelo SM1 Mk II, a la cual se le adaptó un torquímetro Mark-10, modelo Series R50 con el objetivo de medir de manera más precisa el par torsional aplicado durante las pruebas. Para adaptar el torquímetro a la máquina se diseñó y fabricó el dispositivo de sujeción que se muestra en la Figura 3.8. En la Figura 3.9 se muestra el montaje experimental y la disposición de los componentes utilizados durante el desarrollo de las pruebas.

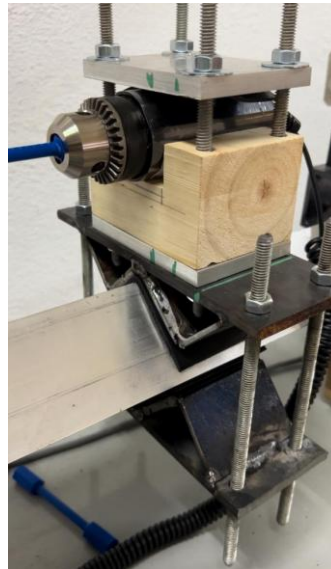


Figura 3.8. Utillaje para adaptación de torquímetro en máquina de torsión.



Figura 3.9. Sistema de pruebas de torsión utilizado para las probetas FFF.

Las pruebas de torsión se realizaron a una velocidad suficientemente alta para evitar la aparición del fenómeno de creep, el cual consiste en un aumento de la deformación aun cuando la pieza se encuentra sometida a un esfuerzo constante. Los ensayos se llevaron a cabo a temperatura ambiente (aproximadamente 20 °C), a una altitud de 1860 m y con una humedad entre 35 % y 50 %. Cada una de las probetas fue evaluada experimentalmente. De las pruebas realizadas se obtuvieron mediciones del torque y del ángulo de torsión. Los valores de torque fueron obtenidos mediante el torquímetro previamente descrito y almacenados en una hoja de cálculo de Excel junto con los valores del ángulo de torsión. Este ángulo se determinó de manera directa utilizando la escala angular graduada integrada en la máquina de torsión. Los resultados de las pruebas de torsión se analizan y discuten en el siguiente capítulo de esta tesis.

Capítulo 4. Análisis de resultados experimentales

4.1 Obtención de curva esfuerzo-deformación

Para determinar el comportamiento estructural de los componentes fabricados mediante el proceso FFF bajo condiciones de carga cortante, los resultados experimentales de las pruebas de torsión se procesaron y analizaron de la siguiente manera.

Primero se determinó el esfuerzo cortante τ de acuerdo con la siguiente ecuación:

$$\tau = \frac{Tr}{J} \quad (4-1)$$

en donde T es el valor de torque obtenido del torquímetro, r es el radio de la probeta, y J es el momento polar de inercia, el cual se determina de la siguiente manera:

$$J = \frac{\pi d^4}{32} \quad (4-2)$$

donde d es el diámetro de la probeta en la zona de medición.

Por otro lado, la deformación al cortante se determina mediante la siguiente expresión:

$$\gamma = \frac{\theta r}{L} \quad (4-3)$$

donde θ es el ángulo de giro (torsión) obtenido de la prueba de torsión, y L es la longitud de la probeta en la zona de medición.

A partir de las mediciones de las pruebas de torsión y las ecuaciones anteriores, se genera la curva esfuerzo-deformación al cortante para cada una de las probetas. De esta curva se determinan los valores del módulo elástico al cortante G y la resistencia última al cortante S_{us} . En el caso del módulo al cortante, éste se determina mediante dos puntos en la zona elástica (zona lineal) de la curva esfuerzo-deformación, de acuerdo con la siguiente ecuación:

$$G = \frac{\tau_2 - \tau_1}{\gamma_2 - \gamma_1} \quad (4-4)$$

en donde G es el módulo elástico al cortante, τ_1 y τ_2 son el esfuerzo cortante de los puntos seleccionados, y γ_1 y γ_2 son la deformación al cortante de estos puntos seleccionados.

En el caso de la resistencia última al cortante, esta se determinó tomando el valor máximo dentro la zona elástica de la prueba.

En la Figura 4.1 se muestra una gráfica esfuerzo-deformación al cortante de la prueba a torsión de una probeta con un porcentaje de relleno teórico de 20%, una orientación de fabricación plana, patrón de relleno $\pm 45^\circ$ y un espesor de capa de 0.18mm. De esta curva se obtuvieron los valores $S_{us} = 15.56$ MPa y $G = 508$ MPa.

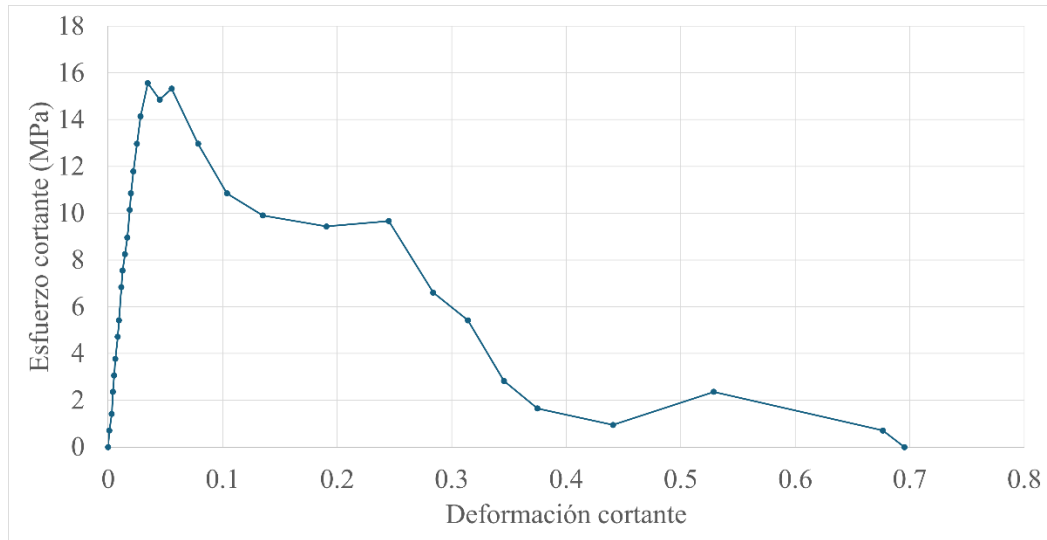


Figura 4.1. Curva esfuerzo deformación al cortante de una probeta con relleno nominal del 20%.

4.2 Normalización de resultados

Dado que en el mercado existen diversos proveedores de filamento PLA, es común encontrar variaciones en sus propiedades mecánicas. Con el fin de describir el comportamiento de las piezas de manera independiente del proveedor específico del material, los resultados se normalizaron con respecto a la propiedad del filamento.

El módulo elástico al cortante del filamento (G_f) se calculó a partir de la siguiente ecuación:

$$G_f = \frac{E_f}{2(1+\nu)} \quad (4-5)$$

donde E_f es el módulo elástico a tensión del filamento, determinado en la sección 3.3, y ν es el coeficiente de Poisson del filamento, el cual de acuerdo con la literatura es $\nu = 0.33$ para el PLA [13]. Cabe hacer mención que esta relación es estrictamente válida para materiales isotrópicos; sin embargo, debido a que en la literatura se utiliza esta relación aún para este tipo de materiales anisotrópicos, se decidió utilizarla en este estudio pero con esta aclaración de su limitante. De esta manera, para el filamento de PLA utilizado en este estudio el valor calculado de G_f es 878.59 MPa.

El módulo elástico al cortante de las probetas obtenido a partir de las pruebas experimentales, G_e , se normalizó con respecto al módulo elástico al cortante del filamento utilizando:

$$G_n = \frac{G_e}{G_f} \quad (4-6)$$

en donde G_n es el módulo elástico al cortante normalizado de la probeta, G_e es el módulo elástico al cortante de la probeta obtenido de manera experimental.

De manera similar, la resistencia última al cortante se escala de acuerdo con la siguiente expresión:

$$S_{us_n} = \frac{S_{us_e}}{S_{ut_f}} \quad (4-7)$$

donde S_{us_n} es la resistencia última al cortante normalizada de la probeta, S_{us_e} es la resistencia última al cortante de la probeta obtenida de la prueba experimental, y S_{ut_f} es la resistencia a la tensión del filamento. Cabe hacer mención que, aunque la resistencia última al cortante de la probeta se escala por la resistencia última a la tensión del filamento, se seguirá utilizando el termino normalizado como en el caso del módulo elástico. La normalización con respecto a la resistencia última a la tensión del filamento es debido a que este valor es el que normalmente se proporciona en la ficha técnica de los filamentos utilizados en FFF.

4.3 Resultados experimentales

4.3.1 Orientación plana y ángulo de relleno 0°/90°

Los resultados de las pruebas experimentales para las probetas con orientación plana y patrón de relleno 0°/90° se muestran en la Tabla 4.1. Los resultados del módulo elástico al cortante en función del porcentaje de relleno real se ilustran en la Figura 4.2, mientras que su valor normalizado se muestra en la Figura 4.3. En cuanto a la resistencia última al corte, los resultados sin normalizar se muestran en la Figura 4.4, y los valores normalizados en la Figura 4.5. En general, se observa que las propiedades al cortante incrementan de manera no lineal conforme el porcentaje de relleno real incrementa.

Tabla 4.1 Propiedades mecánicas al cortante en la orientación plana y ángulo de relleno 0°/90°.

Relleno nominal (%)	Relleno real (%)	G_e (MPa)	G_n	S_{us_e} (MPa)	S_{us_n}
20	47.80	447.01 ±29.95	0.51	10.14 ±0.37	0.24
40	60.03	480.11 ±21.62	0.55	12.79 ±2.25	0.30
60	73.33	505.19 ±26.99	0.58	14.68 ±1.28	0.35
80	86.42	566.02 ±3.52	0.64	18.45 ±0.42	0.44
100	97.61	734.54 ±16.61	0.84	30.95 ±1.32	0.73

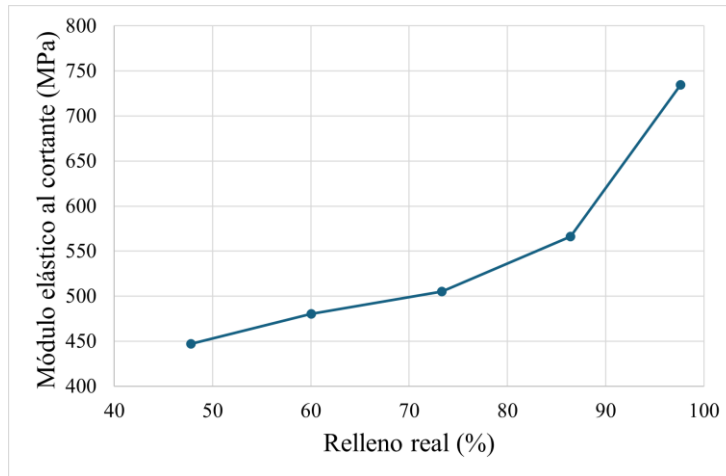


Figura 4.2. Módulo elástico al cortante vs. porcentaje de relleno real para la orientación plana y ángulo de relleno $0^{\circ}/90^{\circ}$.

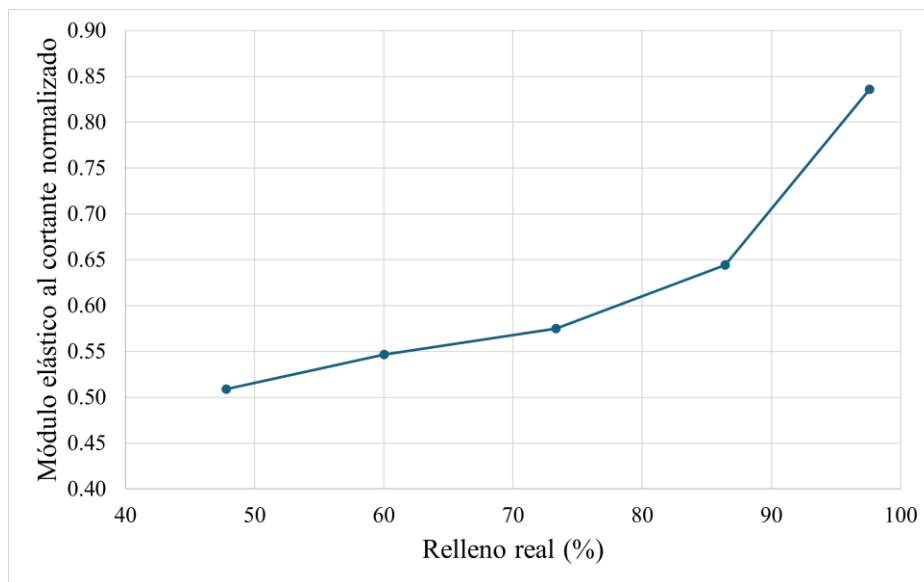


Figura 4.3. Módulo elástico al cortante normalizado vs. porcentaje de relleno real para la orientación plana y ángulo de relleno $0^{\circ}/90^{\circ}$.

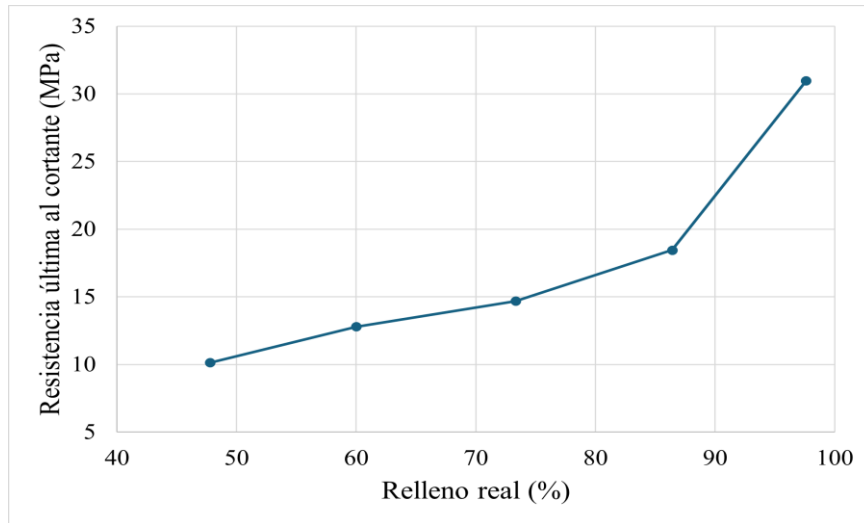


Figura 4.4. Resistencia última al cortante vs. porcentaje de relleno real para la orientación plana y ángulo de relleno 0°/90°.

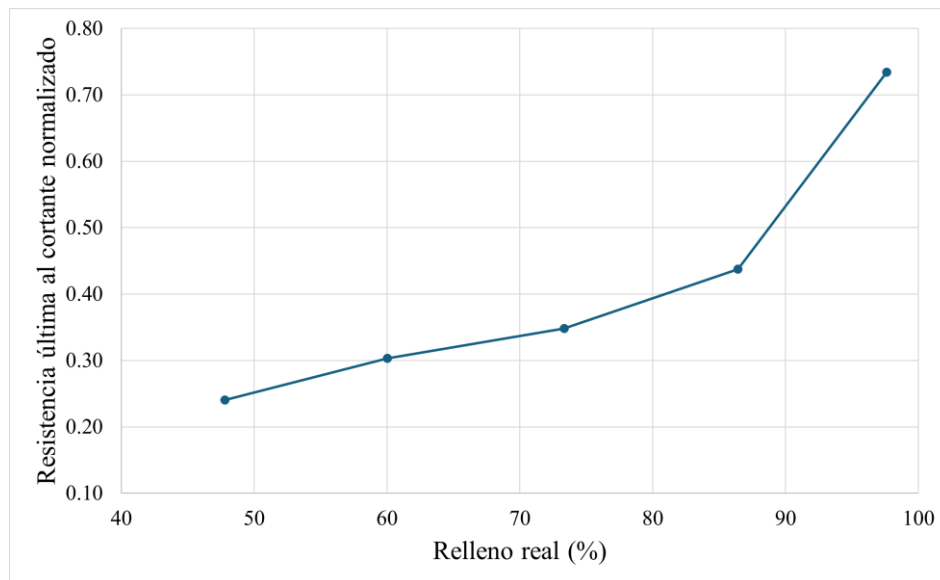


Figura 4.5. Resistencia última al cortante normalizada vs. porcentaje de relleno real para la orientación plana y ángulo de relleno 0°/90°.

4.3.2 Orientación plana y ángulo de relleno $\pm 45^\circ$

En la Tabla 4.2 se presentan las propiedades correspondientes a la orientación plana con un patrón de relleno de $\pm 45^\circ$. Los resultados del módulo al cortante se muestran en la Figura 4.6, mientras que sus valores normalizados se ilustran en la Figura 4.7. En el caso de la resistencia última al corte, los resultados sin normalizar se muestran en la Figura 4.8 y los valores normalizados en la Figura 4.9. De acuerdo con los datos experimentales, se observa que la resistencia última al cortante se incrementa de manera no lineal. Sin embargo, en el caso del módulo elástico al cortante,

a partir de un porcentaje de relleno real de 74 %, su incremento parece aproximarse a un comportamiento lineal.

Tabla 4.2 Propiedades mecánicas al cortante en la orientación plana y ángulo de relleno $\pm 45^\circ$.

Relleno nominal (%)	Relleno real (%)	G_e (MPa)	G_n	S_{us_e} (MPa)	S_{us_n}
20	49.26	488.16 \pm 16.76	0.56	12.97 \pm 1.85	0.31
40	62.59	524.33 \pm 6.44	0.60	14.85 \pm 2.99	0.35
60	74.31	534.74 \pm 1.89	0.61	17.29 \pm 2.04	0.41
80	85.45	608.01 \pm 15.67	0.69	19.33 \pm 2.08	0.46
100	96.48	682.90 \pm 30.40	0.78	25.47 \pm 0.84	0.60

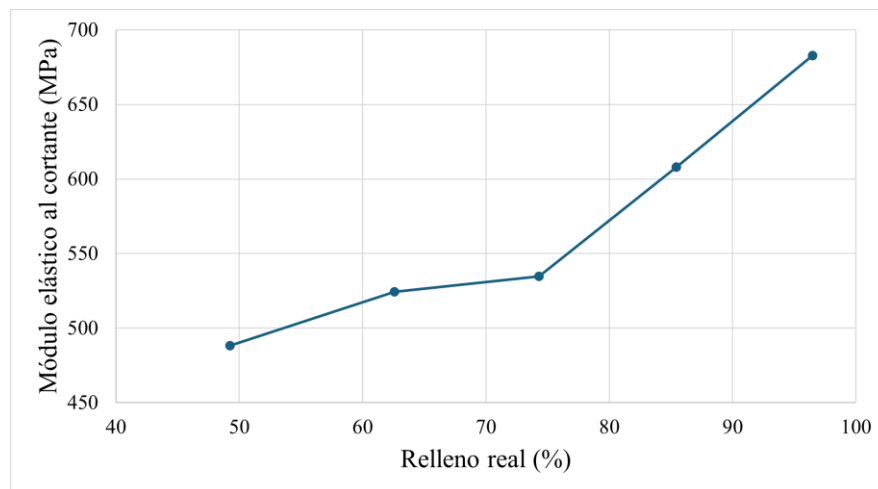


Figura 4.6. Módulo elástico al cortante vs. porcentaje de relleno real para la orientación plana y ángulo de relleno $\pm 45^\circ$.

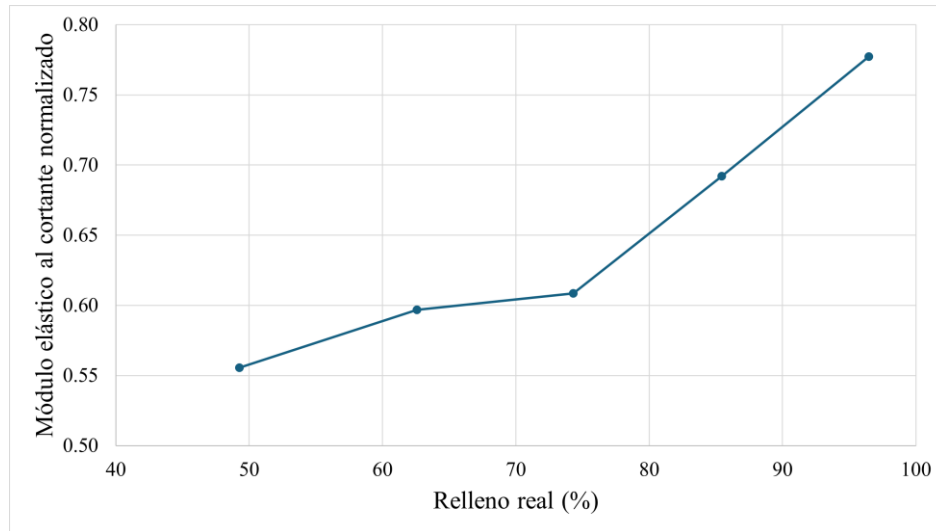


Figura 4.7. Módulo elástico al cortante normalizado vs. porcentaje de relleno real para la orientación plana y ángulo de relleno $\pm 45^\circ$.

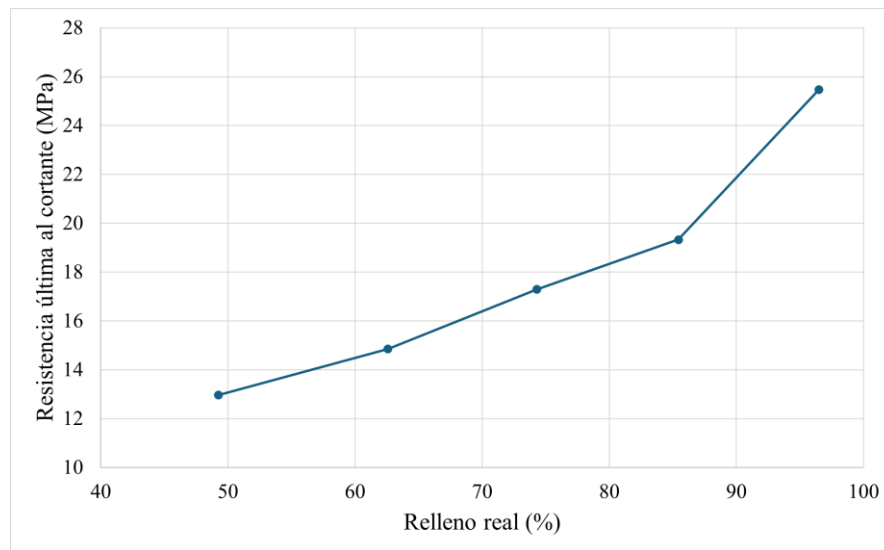


Figura 4.8. Resistencia última al cortante vs. porcentaje de relleno real para la orientación plana y ángulo de relleno $\pm 45^\circ$.

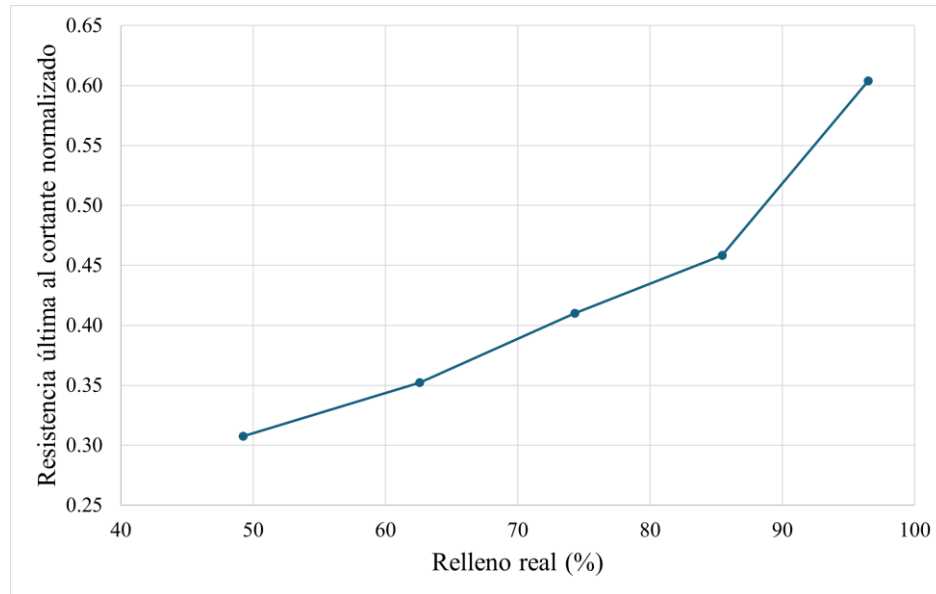


Figura 4.9. Resistencia última al cortante normalizada vs. porcentaje de relleno real para la orientación plana y ángulo de relleno $\pm 45^\circ$.

4.3.3 Orientación vertical y ángulo de relleno $0^\circ/90^\circ$

La Tabla 4.3 contiene las propiedades obtenidas para la orientación vertical con un patrón de relleno $0^\circ/90^\circ$. En la Figura 4.10 se representan los resultados del módulo al cortante, y en la Figura 4.11 se muestran sus valores normalizados. Por otra parte, la resistencia última al corte se muestra en la Figura 4.12 para el caso sin normalizar, mientras que en la Figura 4.13 se presentan los resultados normalizados. Los resultados muestran que el módulo elástico al cortante aumenta conforme incrementa el porcentaje de relleno real, aunque este crecimiento no es lineal. Para valores entre 50 % y 75 %, el incremento es moderado. A partir de este punto, el aumento se vuelve más notable, lo que indica una mejora en la continuidad estructural del material. En el caso de la resistencia última al cortante, se observa un incremento más consistente a partir de un relleno real del 60 %.

Tabla 4.3 Propiedades mecánicas al cortante en la orientación vertical y ángulo de relleno $0^\circ/90^\circ$.

Relleno nominal (%)	Relleno real (%)	G_e (MPa)	G_n	S_{us_e} (MPa)	S_{us_n}
20	51.87	510.23 \pm 19.23	0.58	11.32 \pm 1.11	0.27
40	62.79	549.40 \pm 21.10	0.63	13.52 \pm 1.24	0.32
60	76.64	592.63 \pm 16.43	0.67	15.50 \pm 0.95	0.37
80	89.33	672.83 \pm 28.55	0.77	18.09 \pm 2.60	0.43
100	99.96	833.07 \pm 22.55	0.95	23.68 \pm 2.63	0.56

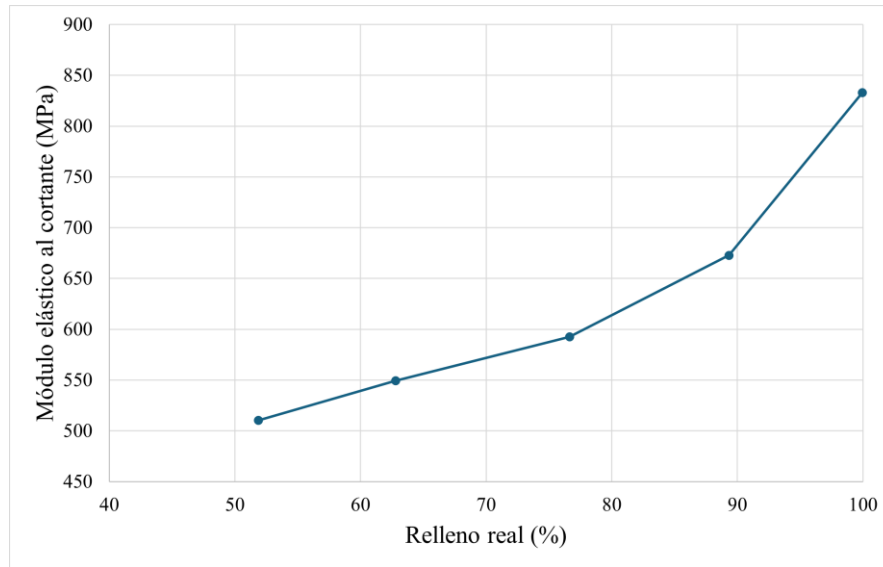


Figura 4.10. Módulo elástico al cortante vs. porcentaje de relleno real para la orientación vertical y ángulo de relleno 0°/90°.

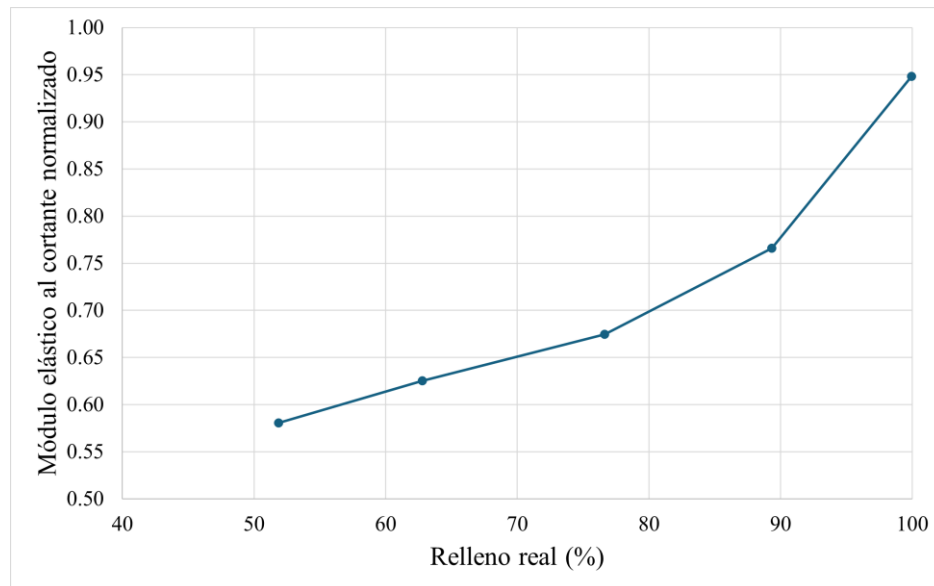


Figura 4.11. Módulo elástico al cortante normalizado vs. porcentaje de relleno real para la orientación vertical y ángulo de relleno 0°/90°.

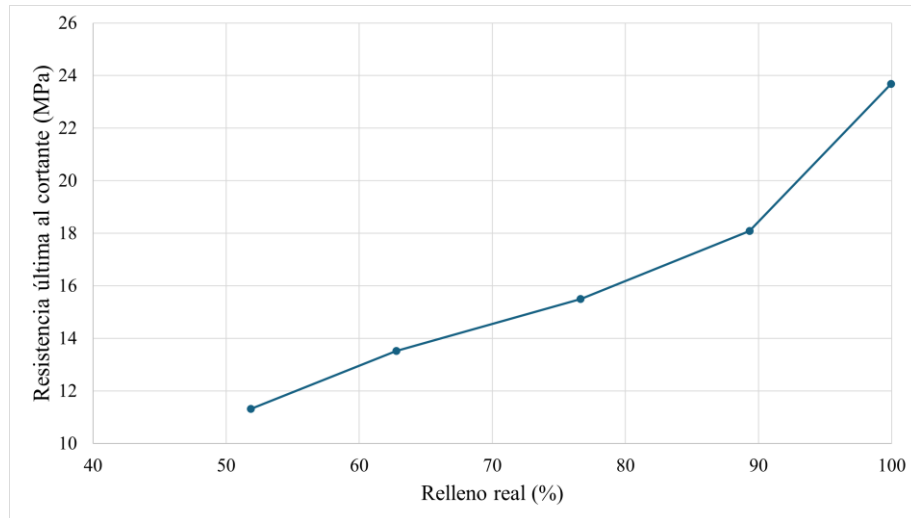


Figura 4.12. Resistencia última al cortante vs. porcentaje de relleno real para la orientación vertical y ángulo de relleno 0°/90°.

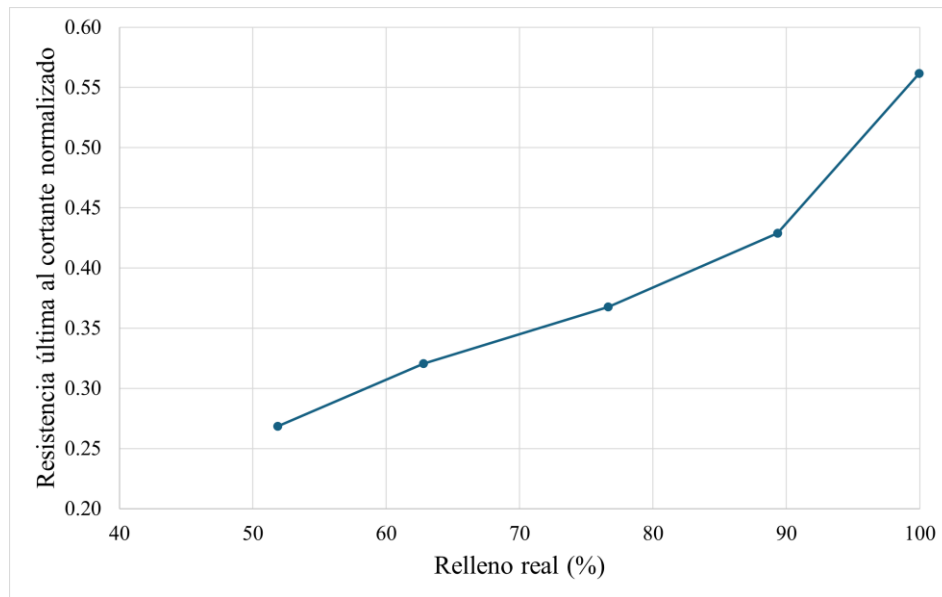


Figura 4.13. Resistencia última al cortante normalizada vs. porcentaje de relleno real para la orientación vertical y ángulo de relleno 0°/90°.

4.3.4 Orientación vertical y ángulo de relleno $\pm 45^\circ$

En la Tabla 4.4 se reportan las propiedades correspondientes a la orientación vertical con un patrón de relleno $\pm 45^\circ$. Los valores del módulo al cortante se encuentran en la Figura 4.14, mientras que su forma normalizada aparece en la Figura 4.15. En cuanto a la resistencia última al corte, los resultados sin normalizar se presentan en la Figura 4.16 y los normalizados en la Figura 4.17. Se puede observar que la resistencia última al cortante presenta un comportamiento aproximadamente lineal cuando el relleno real tiene valores entre 50 % y 90 %. Sin embargo, en el caso del módulo

elástico al cortante, su comportamiento es claramente no lineal a medida que aumenta el porcentaje de relleno real.

Tabla 4.4 Propiedades mecánicas al cortante en la orientación vertical y ángulo de relleno $\pm 45^\circ$.

Relleno nominal (%)	Relleno real (%)	G_e (MPa)	G_n	S_{us_e} (MPa)	S_{us_n}
20	52.59	541.82 ± 14.99	0.62	14.15 ± 2.02	0.34
40	64.76	583.62 ± 4.97	0.66	16.74 ± 1.90	0.40
60	75.05	606.39 ± 13.29	0.69	18.78 ± 0.97	0.45
80	89.72	670.44 ± 42.08	0.76	21.61 ± 1.64	0.51
100	97.14	778.52 ± 15.73	0.89	23.89 ± 2.94	0.57

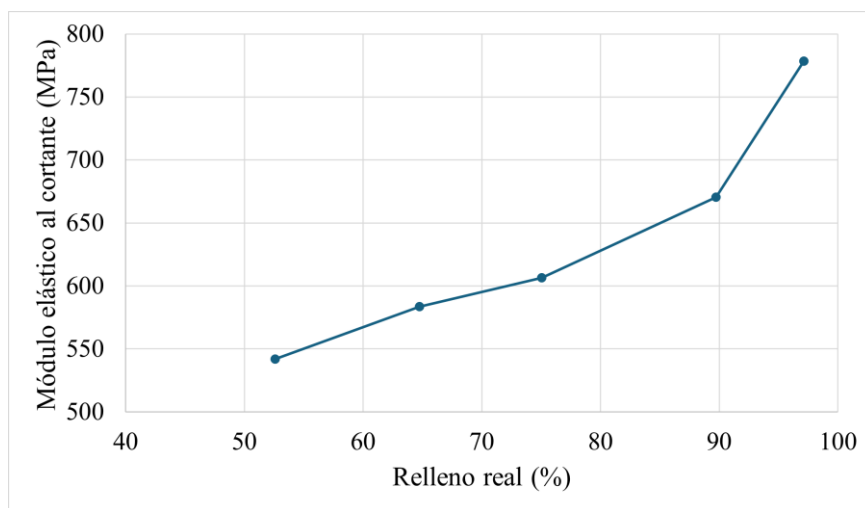


Figura 4.14. Módulo elástico al cortante vs. porcentaje de relleno real para la orientación vertical y ángulo de relleno $\pm 45^\circ$.

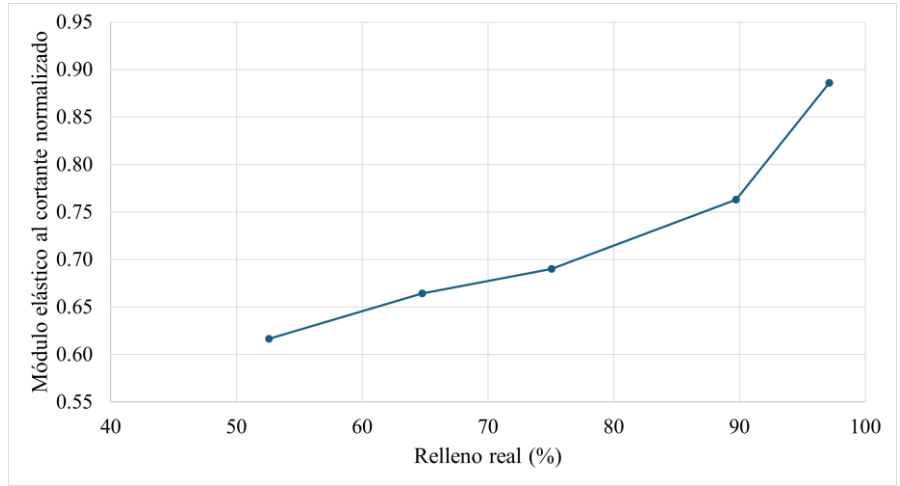


Figura 4.15. Módulo elástico al cortante normalizado vs. porcentaje de relleno real para la orientación vertical y ángulo de relleno $\pm 45^\circ$.

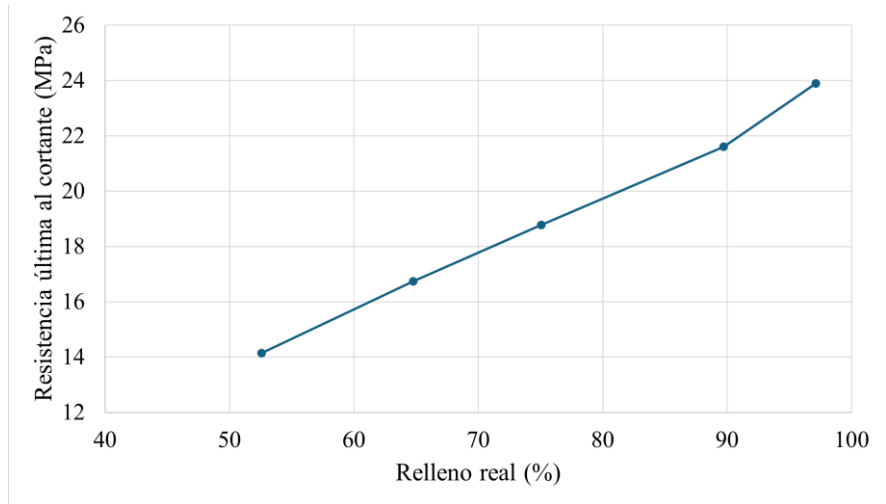


Figura 4.16. Resistencia última al cortante vs. porcentaje de relleno real para la orientación vertical y ángulo de relleno $\pm 45^\circ$.

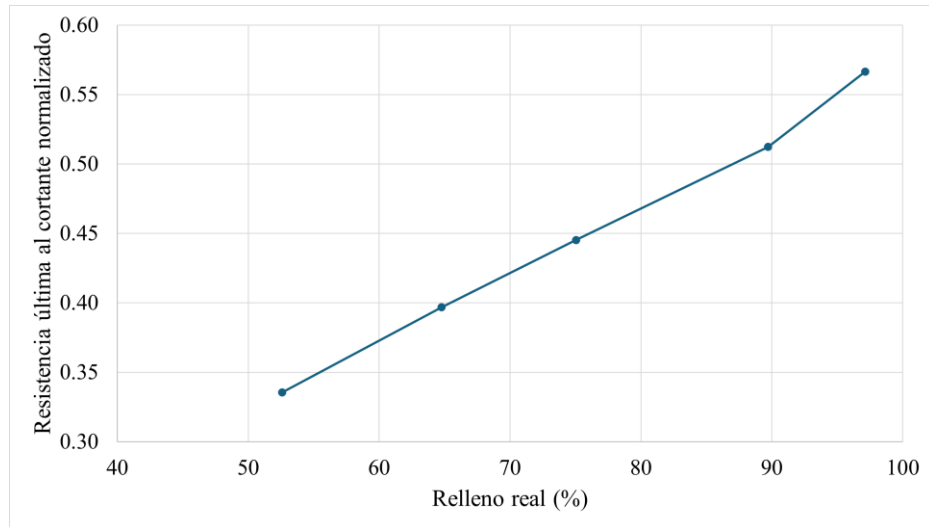


Figura 4.17. Resistencia última al cortante normalizada vs. porcentaje de relleno real para la orientación vertical y ángulo de relleno $\pm 45^\circ$.

4.4 Análisis y discusión general

En las Figuras 4.18 y 4.19 se muestran los resultados del módulo elástico al cortante y los resultados de la resistencia última al cortante, respectivamente, para todas las orientaciones y patrones de relleno. Por otro lado, las Figuras 4.20 y 4.21 muestran los mismos resultados del módulo elástico al cortante y los resultados de la resistencia última al cortante, respectivamente, pero normalizados.

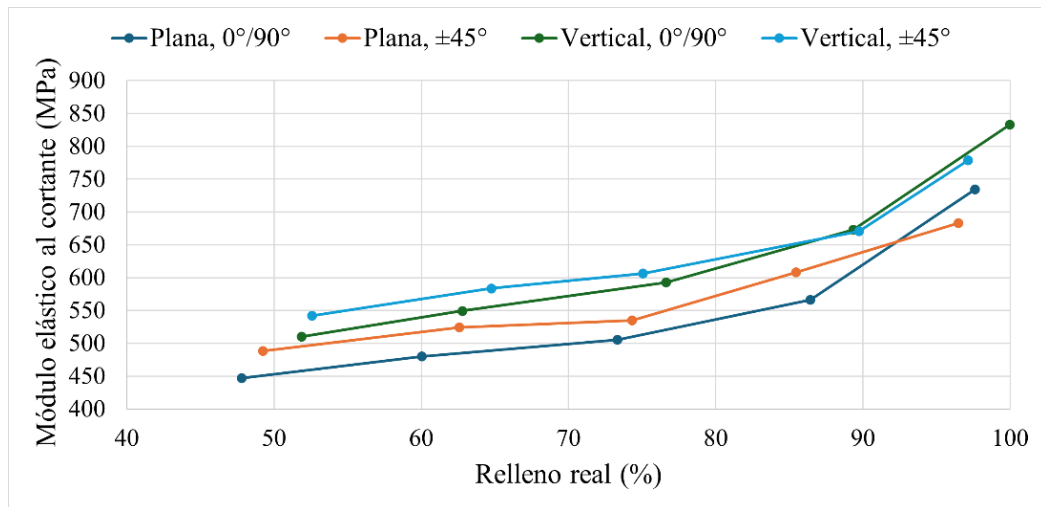


Figura 4.18. Módulo elástico al cortante vs. porcentaje de relleno real.

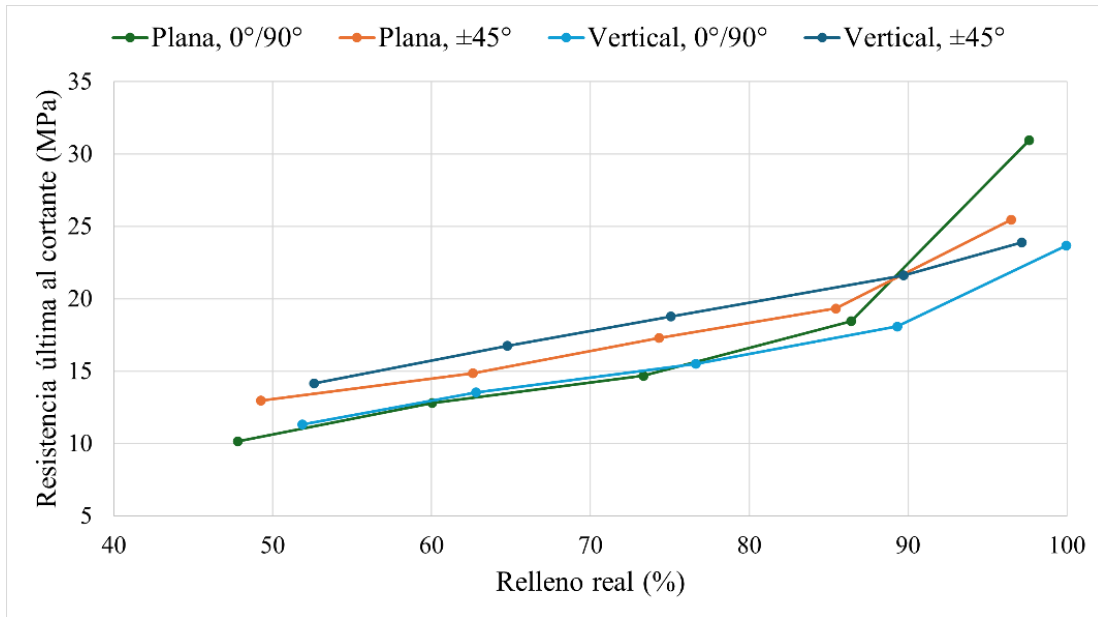


Figura 4.19. Resistencia última al cortante vs. porcentaje de relleno real.

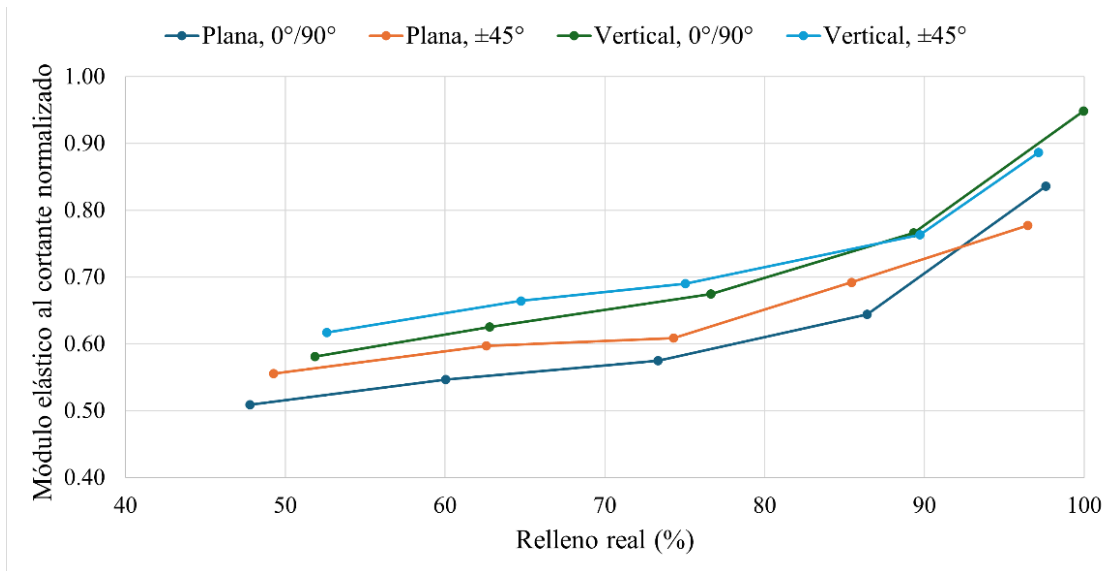


Figura 4.20. Módulo elástico al cortante normalizado vs porcentaje de relleno real.

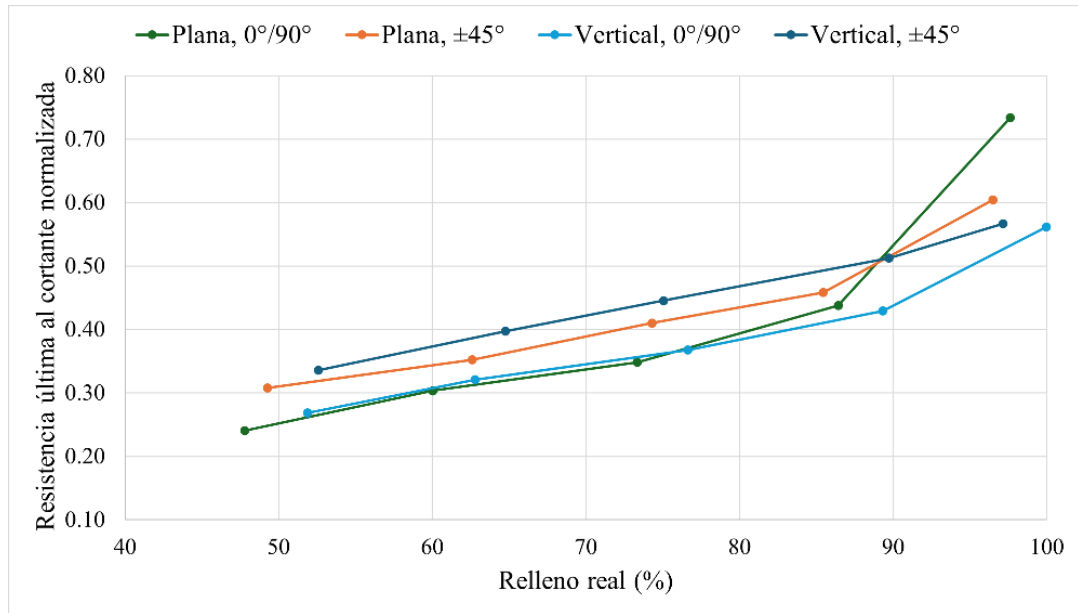


Figura 4.21. Resistencia última al cortante normalizada vs porcentaje de relleno real.

4.4.1 Influencia del porcentaje de relleno

Las Figuras 4.20 y 4.21 permiten observar claramente que las propiedades al cortante, tanto el módulo elástico al cortante como la resistencia última al cortante, son altamente dependientes del porcentaje de relleno real de la pieza o probeta. En general, esta dependencia es proporcional y no lineal; esto es, a mayor porcentaje de relleno, mayor rigidez y resistencia al cortante. Este comportamiento se observa para en todas las orientaciones de fabricación y ángulo de relleno. La Figura 4.22 muestra la falla ocurrida en las probetas con diferentes porcentajes de relleno en la orientación vertical y un ángulo de relleno de $\pm 45^\circ$. De esta figura se observa que, a menor porcentaje de relleno, la falla ocurre debido a una menor adherencia entre capas, ya que el área efectiva de la sección transversal disminuye conforme decrece el porcentaje de relleno. Esto se aprecia en la Figura 4.22, donde las probetas con menor relleno muestran una zona de falla más reducida (representada por áreas de color azul claro). A medida que el porcentaje de relleno aumenta, la extensión de esta zona dañada incrementa, indicando una mayor transmisión de esfuerzos y una superficie efectiva más amplia durante la falla.

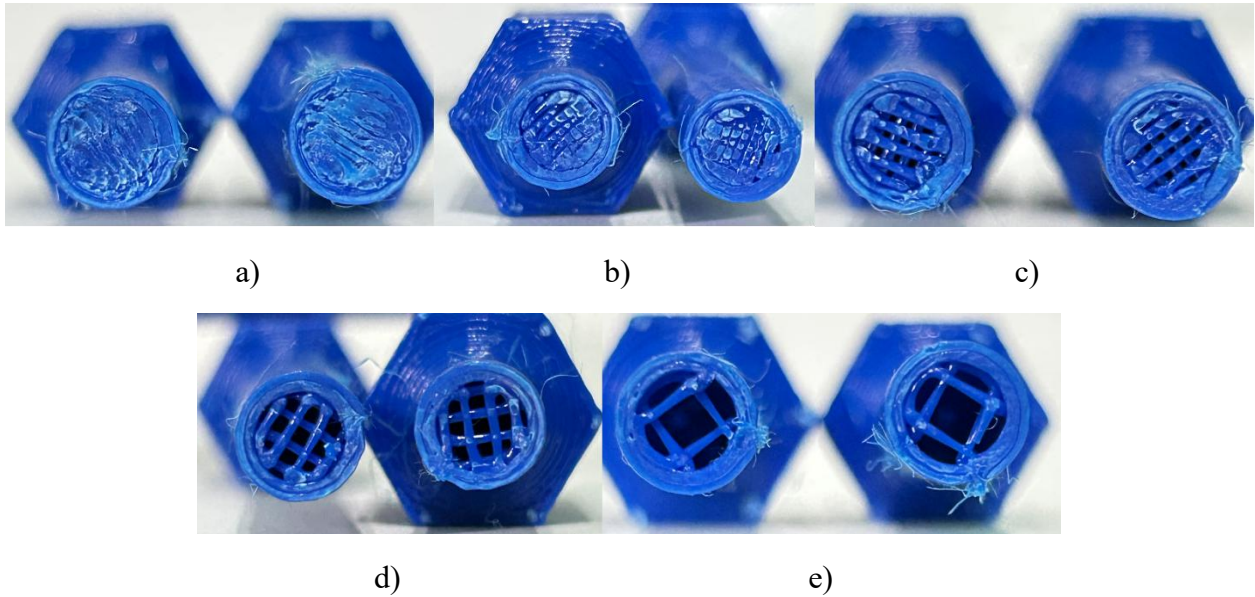
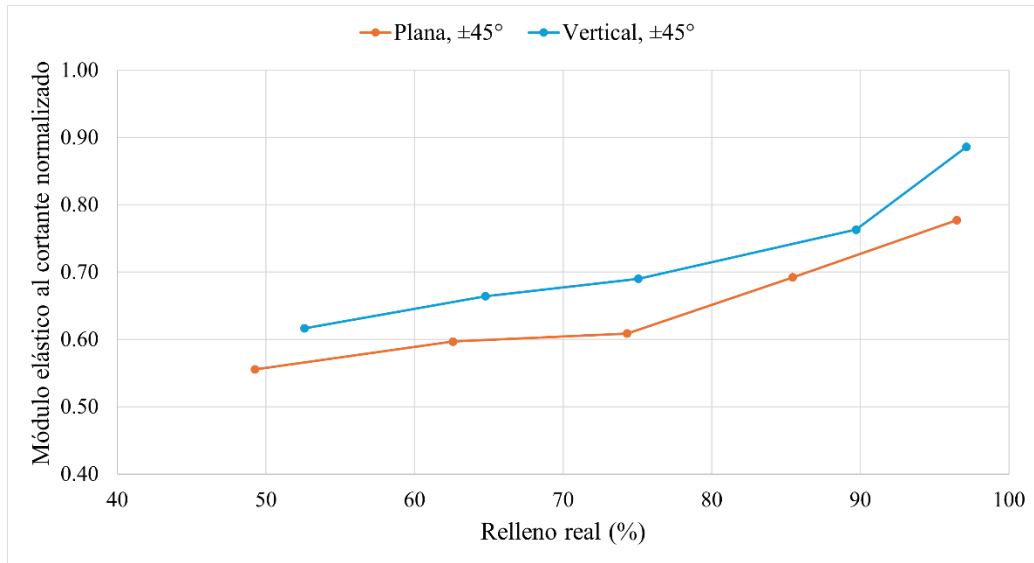


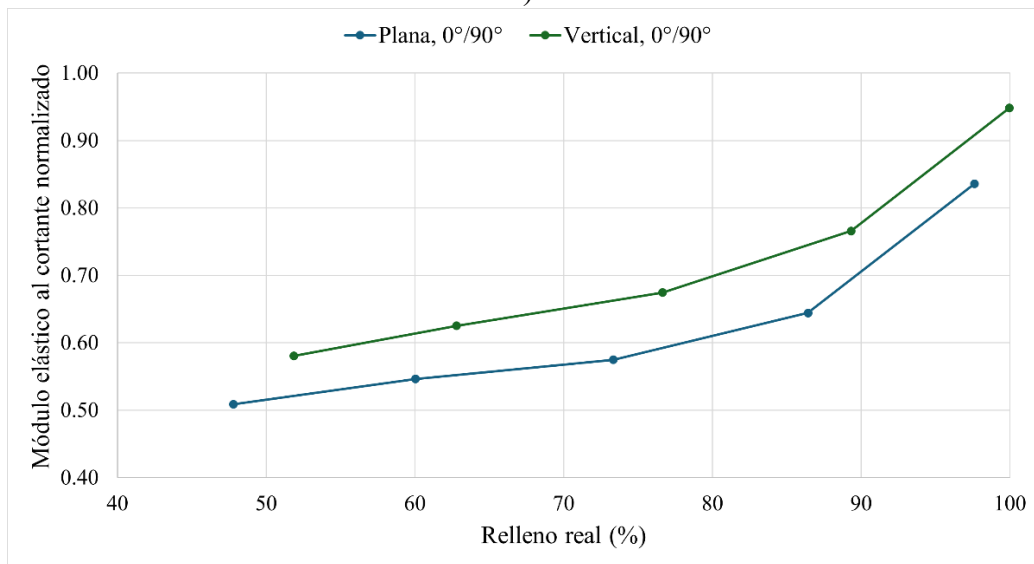
Figura 4.22. Vista de la sección de falla en probetas FFF en orientación vertical con ángulo de relleno $\pm 45^\circ$, con porcentajes de relleno nominal de: a) 100, b) 80, c) 60, d) 40, e) 20.

4.4.2 Influencia de la orientación de fabricación

Las Figuras 4.23 y 4.24 presentan los resultados experimentales normalizados pero agrupados según la orientación de fabricación plana y vertical. En el caso del módulo elástico al cortante, Figura 4.23, las probetas con orientación vertical tuvieron valores más altos que las probetas con orientación plana. Se observa que las probetas con orientación vertical alcanzaron valores del módulo elástico al cortante mayores del 90% del valor correspondiente al filamento, mientras que las de orientación plana alcanzaron valores justo por encima del 80% del valor correspondiente al filamento. Por otro lado, en relación con la resistencia última al cortante, la Figura 4.24 muestra que las probetas en la orientación vertical tienen valores mayores de resistencia que las probetas en la orientación plana. Sin embargo, en este caso la diferencia de resistencias entre la orientación vertical y plana es muy pequeña, casi despreciable. También se observa que para un ángulo de relleno de $\pm 45^\circ$ y valores de relleno real inferiores al 89%, la orientación vertical muestra una mejor resistencia, pero cuando el relleno supera dicho valor, la orientación plana presenta una mayor resistencia. Cabe señalar que, en términos generales, ambas orientaciones siguen una tendencia similar de mejora en la propiedad mientras se aumenta el porcentaje de relleno.

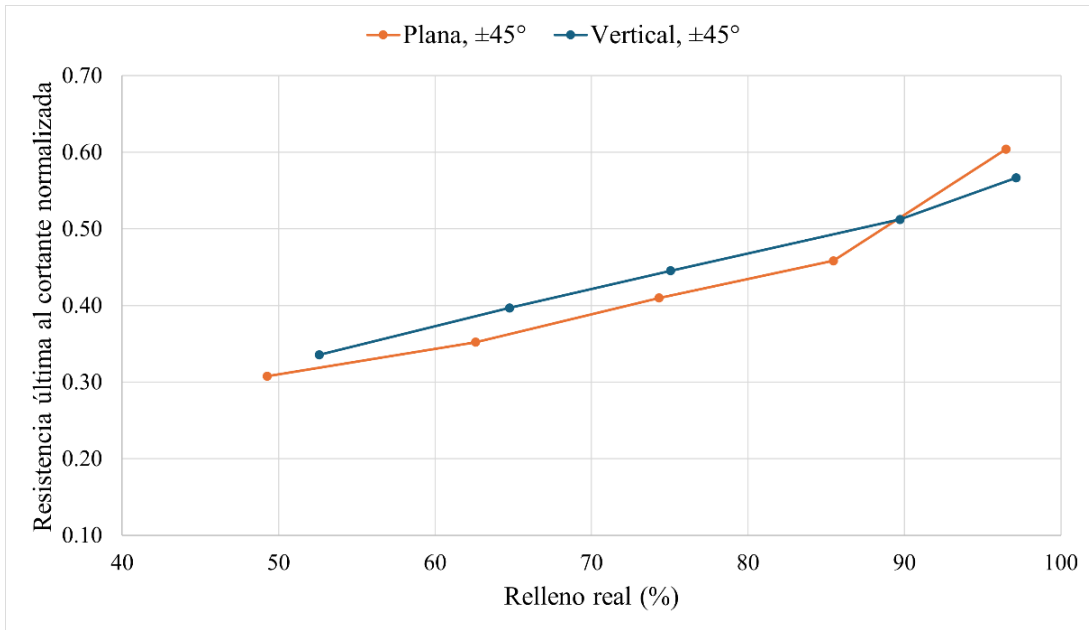


a)

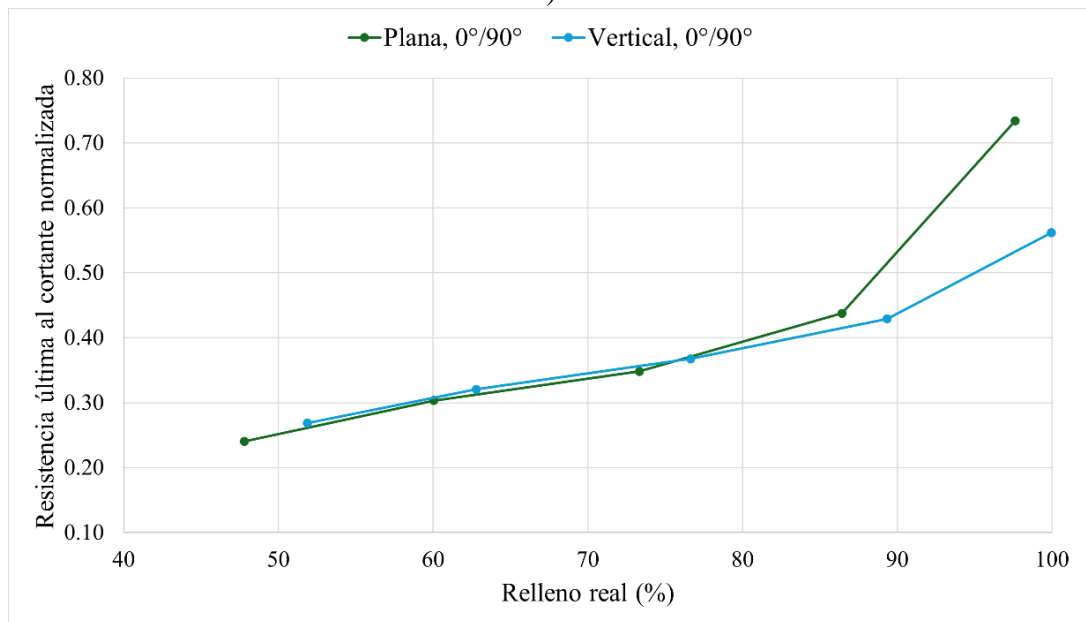


b)

Figura 4.23. Influencia de la orientación de fabricación en el módulo elástico al cortante para un ángulo de relleno: a) $\pm 45^\circ$, b) $0^\circ/90^\circ$.



a)

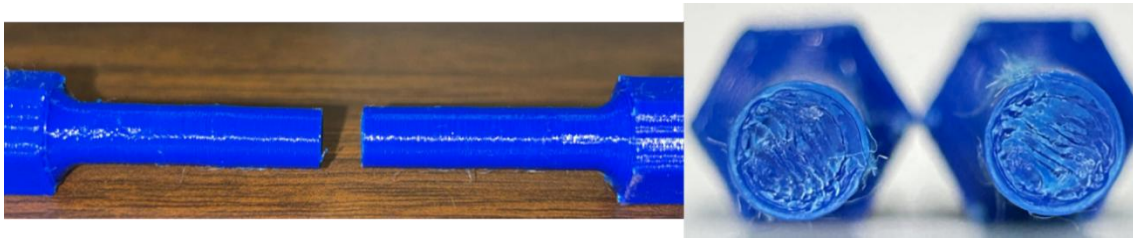


b)

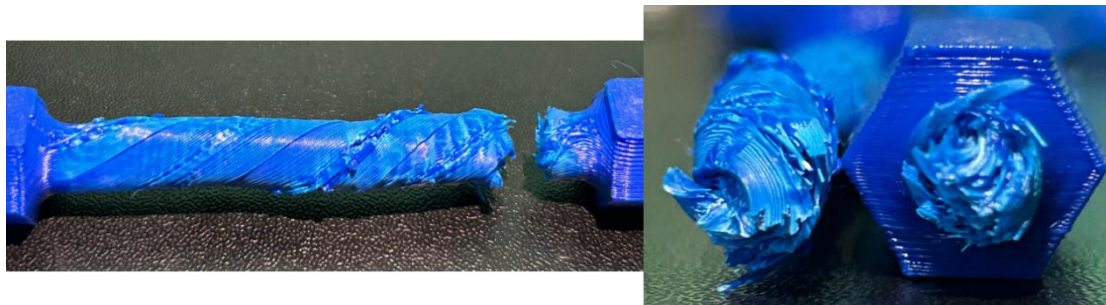
Figura 4.24. Influencia de la orientación de fabricación en la resistencia última al corte para un ángulo de relleno: a) $\pm 45^\circ$, b) $0^\circ/90^\circ$.

En relación al tipo de falla que ocurre en cada una de las orientaciones, la Figura 4.25 muestra imágenes de la falla ocurrida en probetas con orientación vertical y con orientación plana. Como se observa en la figura, la orientación vertical muestra un comportamiento de un material frágil, ya que no presenta alguna deformación significativa antes de llegar a la ruptura. Al analizar la sección transversal, se aprecia que la probeta falla principalmente por el desprendimiento entre

capas, lo cual confirma la debilidad de la adhesión interlaminar. Por otro lado, en la orientación plana se aprecia una ruptura con mayor deformación previa, similar al comportamiento de un material dúctil. En este caso, la falla se origina por el trenzado irregular del filamento. Bajo carga de torsión, este trenzado irregular facilita el desprendimiento y la flexión de los filamentos, lo que reduce significativamente la rigidez y resistencia del componente. Cabe mencionar que este tipo de fallas presentaban consistencia de manera independiente del porcentaje de relleno que tuviera la probeta.



a)



b)

Figura 4.25. Fractura de probetas FFF con ángulo de relleno $\pm 45^\circ$ en dos orientaciones de fabricación: a) vertical, b) plana.

En general, se observa que la orientación vertical favorece al módulo al cortante, lo que indica que la adherencia entre capas en esta disposición es superior a la obtenida en la orientación plana. Esto se debe a que, en la orientación plana, los puntos de contacto entre las capas perimetrales son menores debido a la geometría circular, lo que ocasiona una formación escalonada que reduce el área de contacto y debilita la pieza bajo este tipo de fabricación.

4.4.3 Influencia del ángulo de relleno

En relación con el ángulo de relleno, los resultados mostrados en la Figura 4.20 y Figura 4.21 evidencian que las probetas con un ángulo de relleno de $\pm 45^\circ$ tienen valores más altos de módulo elástico y resistencia al cortante que las probetas con un ángulo de relleno de $0^\circ/90^\circ$. En el caso del módulo elástico al cortante, se obtienen valores similares en la orientación vertical independientemente del ángulo de relleno que se use. Este comportamiento se debe a que ambos ángulos de relleno resultan equivalentes en dicha disposición de fabricación. Por otro lado, para las probetas con orientación plana y un porcentaje de relleno cercano al 100%, destaca el ángulo de $0^\circ/90^\circ$ ya que favorece a la resistencia última al corte. La Figura 4.26 muestra imágenes de la falla de algunas probetas fabricadas con diferentes ángulos de relleno en las diferentes orientaciones.

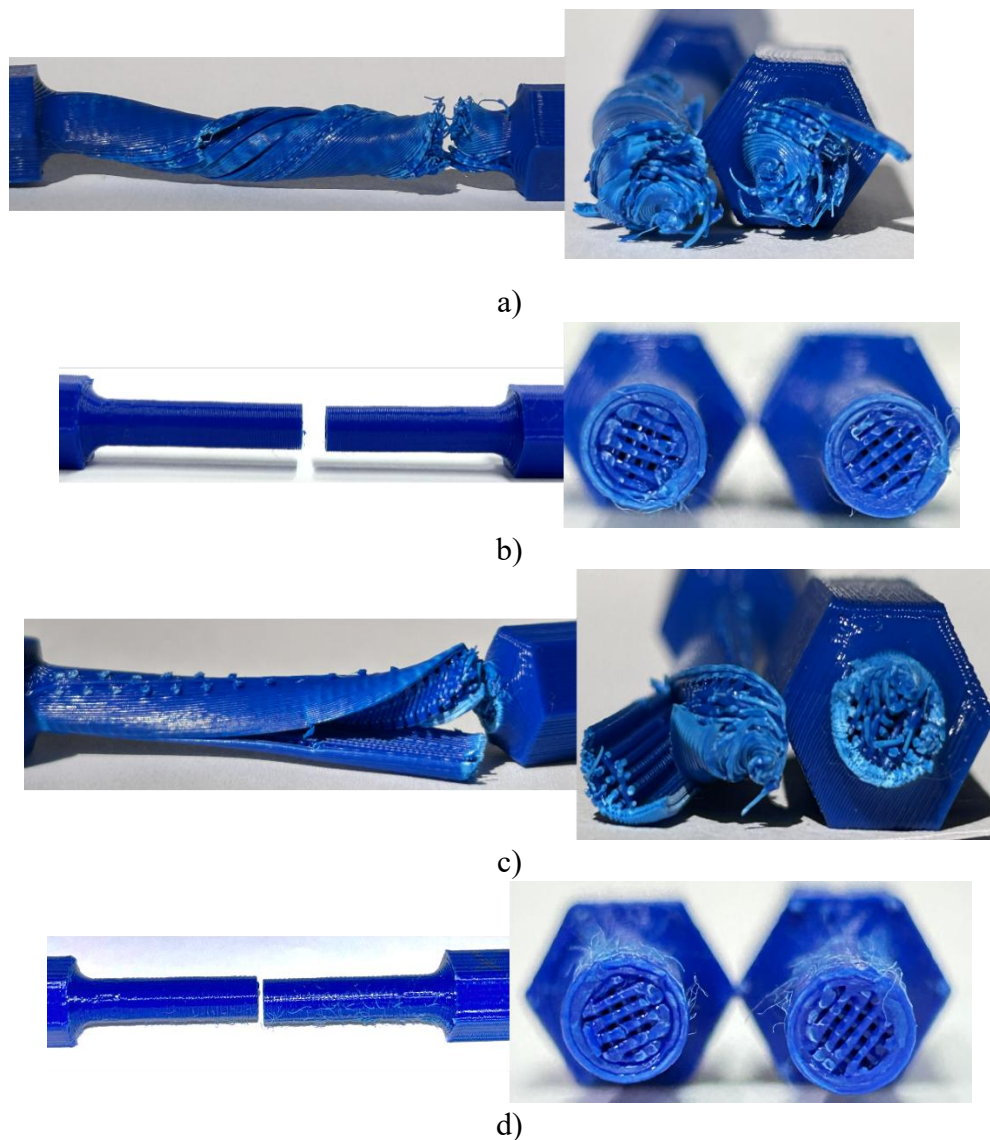


Figura 4.26. Falla observada en probetas FFF: a) Plana, $\pm 45^\circ$, 60%, b) Vertical, $\pm 45^\circ$, 60%, c) Plana, $0^\circ/90^\circ$, 60%, d) Vertical, $0^\circ/90^\circ$, 60%.

De la Figura 4.26 se observa que, en la orientación plana las probetas con un ángulo de relleno de $\pm 45^\circ$ presentan un trenzado posterior a la falla mucho más pronunciado. Esto ocurre porque el ángulo de relleno $\pm 45^\circ$ coincide con los planos donde se desarrollan los esfuerzos principales inducidos por el cortante, de modo que los filamentos quedan sometidos simultáneamente a esfuerzos de tensión y compresión. En cambio, las probetas con orientación de fabricación plana y ángulo de relleno $0^\circ/90^\circ$ presentan una falla dominada por cizallamiento entre capas, ya que dicho ángulo de relleno no está alineado con el plano de máximo esfuerzo cortante. Por esta razón, no se genera el trenzado helicoidal característico observado en las probetas con $\pm 45^\circ$. Por otro lado, se confirma que, independientemente del ángulo de relleno, en la orientación de fabricación vertical la falla es similar para ambos casos, debido a que los ángulos de relleno en esta orientación son equivalentes.

4.5 Estimación del coeficiente de Poisson de las probetas

A partir de los resultados obtenidos experimentalmente del módulo elástico al cortante de las probetas, se procedió a determinar su coeficiente de Poisson (ν) mediante la siguiente ecuación:

$$\nu = \frac{E_f}{2(G_e)} - 1 \quad (4-8)$$

donde E_f tiene un valor de 2337.05 MPa de acuerdo con la caracterización del filamento realizada en la sección 3.3. En el caso de G_e se tomaron los valores del módulo elástico al cortante de cada probeta mostrados en la sección 4.3.

Los resultados obtenidos se muestran en la Tabla 4.5, los cuales se grafican en la Figura 4.27. De estos resultados se observa que, conforme aumenta el porcentaje de relleno real, el coeficiente de Poisson de las probetas tiende a converger hacia el valor característico del material base que tiene un valor de 0.33. Esto se debe a que, para porcentajes de relleno entre aproximadamente 40 % y 80 %, las probetas no se comportan como un sólido continuo, sino que su respuesta mecánica depende fuertemente de la estructura interna generada por el ángulo de relleno.

Se observa además que las probetas con un ángulo de relleno $0^\circ/90^\circ$ y orientación de fabricación plana presentan un coeficiente de Poisson mayor. Esto implica que, bajo una carga a tensión, exhiben una deformación transversal mayor comparadas con aquellas con un ángulo de relleno $\pm 45^\circ$. Sin embargo, esta diferencia no se debe directamente a una mayor susceptibilidad física a deformarse transversalmente, sino al valor del módulo elástico al cortante obtenido experimentalmente. En las probetas con un ángulo de relleno $\pm 45^\circ$, el módulo elástico al cortante fue mayor, lo que al aplicarse en la ecuación 4-8 produce un valor más bajo del coeficiente de Poisson. Teóricamente se esperaría lo contrario: que las probetas con orientación plana y ángulo de relleno $\pm 45^\circ$ mostraran un coeficiente de Poisson mayor, ya que la falta de filamentos alineados con la dirección de carga las hace más susceptibles a desplazamientos internos y, por tanto, a una mayor deformación transversal. Este comportamiento esperado ha sido reportado previamente en la literatura [21].

Tabla 4.5. Valores del coeficiente de Poisson para cada probeta utilizando el módulo elástico a tensión del filamento.

Orientación de fabricación	Ángulo de relleno	Relleno nominal (%)	Relleno real (%)	Módulo elástico al cortante (MPa)	Coeficiente de Poisson
Plana	±45°	20	49.26	488.16	1.39
		40	62.59	524.33	1.23
		60	74.31	534.74	1.19
		80	85.45	608.01	0.92
		100	96.48	682.9	0.71
	0°/90°	20	47.8	447.01	1.61
		40	60.03	480.11	1.43
		60	73.33	505.19	1.31
		80	86.42	566.02	1.06
		100	97.61	734.54	0.59
Vertical	±45°	20	52.59	541.82	1.16
		40	64.76	583.62	1.00
		60	75.05	606.39	0.93
		80	89.72	670.44	0.74
		100	97.14	778.52	0.50
	0°/90°	20	51.87	510.23	1.29
		40	62.79	549.4	1.13
		60	76.64	592.63	0.97
		80	89.33	672.83	0.74
		100	99.96	833.07	0.40

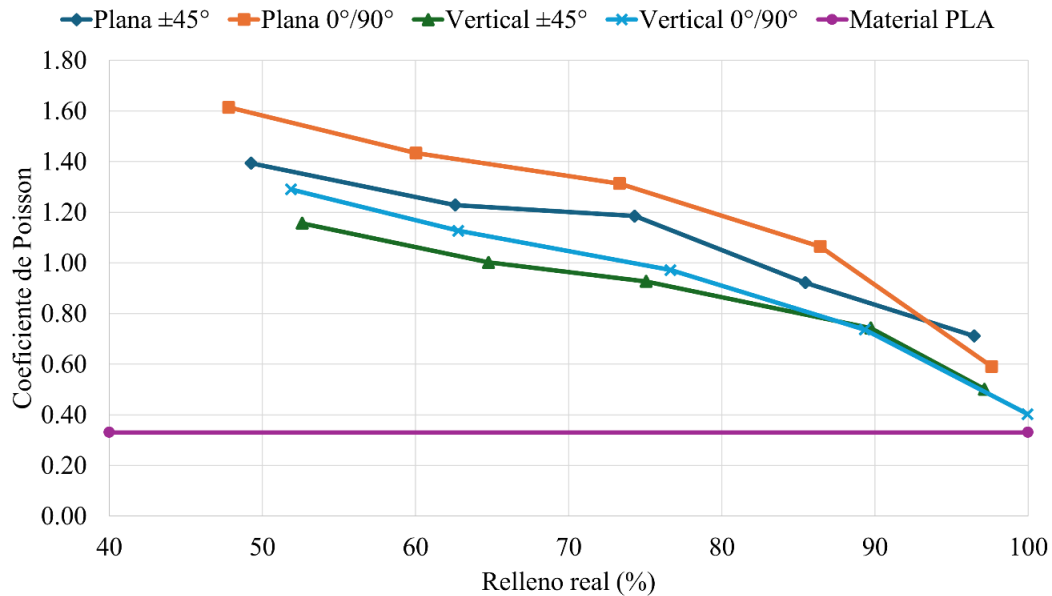


Figura 4.27. Variación del coeficiente de Poisson en función del relleno real para diferentes orientaciones y ángulos de relleno utilizando el módulo elástico a tensión del filamento.

De manera alternativa, y con el propósito de comparar alternativas de solución, el coeficiente de Poisson (ν) de las probetas porosas también se determinó mediante la siguiente ecuación:

$$\nu = \frac{E_p}{2(G_e)} - 1 \quad (4-9)$$

donde E_p es el módulo elástico a tensión para cada una de las probetas, el cual fue determinado mediante el modelo de Gibson y Ashby y los resultados reportados en [20]. Los resultados del cálculo del módulo elástico a tensión y del coeficiente de Poisson de las probetas, se muestran en la Tabla 4.6. Estos resultados también se grafican en la Figura 4.28, en donde se puede observar un incremento del coeficiente de Poisson para porcentajes de relleno real comprendidos entre 48% y 89%. Posteriormente, se presenta una ligera disminución del coeficiente, lo cual se explica porque, en el intervalo de relleno entre 86% y 99%, el incremento en el módulo elástico a tensión (E) no es proporcional al aumento observado en el módulo elástico al cortante (G), afectando directamente la relación entre ambas propiedades. Por otro lado, se obtienen valores negativos del coeficiente de Poisson en las probetas fabricadas con orientación vertical. Este resultado se debe a que, para dichas configuraciones, el valor estimado del módulo elástico a tensión no alcanza el doble del módulo elástico al cortante, condición necesaria para obtener valores físicamente consistentes de ν . No obstante, estos valores negativos no deben interpretarse como un comportamiento auxético real, sino como una consecuencia de la aplicación de una relación teórica válida para materiales isotrópicos a un material anisotrópico como el FFF.

En términos generales, ambos métodos de estimación indican que la orientación plana presenta una mayor deformación transversal en comparación con la orientación vertical. En esta última, las

probetas fallan con menor deformación previa a la fractura, lo que refleja un comportamiento más frágil asociado a la dependencia de la adhesión interlaminar. En consecuencia, el comportamiento más representativo y físicamente consistente del coeficiente de Poisson se observa en probetas fabricadas en orientación plana, con porcentajes de relleno entre 60% y 86%, y un ángulo de relleno de 0°/90°, como se muestra en la Figura 4.28.

Tabla 4.6. Valores del coeficiente de Poisson para cada probeta utilizando el módulo elástico a tensión calculado para cada una de las probetas.

Orientación de fabricación	Ángulo de relleno	Relleno nominal (%)	Relleno real (%)	Módulo elástico al cortante (MPa)	Módulo elástico a tensión estimado (MPa)	Coefficiente de Poisson
Plana	±45°	20	49.26	488.16	809.79	-0.17
		40	62.59	524.33	1035.85	-0.01
		60	74.31	534.74	1235.74	0.16
		80	85.45	608.01	1426.56	0.17
		100	96.48	682.9	1616.19	0.18
	0°/90°	20	47.8	447.01	785.13	-0.12
		40	60.03	480.11	992.32	0.03
		60	73.33	505.19	1218.99	0.21
		80	86.42	566.02	1443.21	0.27
		100	97.61	734.54	1635.65	0.11
Vertical	±45°	20	52.59	541.82	541.52	-0.50
		40	64.76	583.62	714.64	-0.39
		60	75.05	606.39	869.83	-0.28
		80	89.72	670.44	1103.48	-0.18
		100	97.14	778.52	1226.73	-0.21
	0°/90°	20	51.87	510.23	531.67	-0.48
		40	62.79	549.4	685.82	-0.38
		60	76.64	592.63	894.47	-0.25
		80	89.33	672.83	1097.09	-0.18
		100	99.96	833.07	1274.41	-0.24

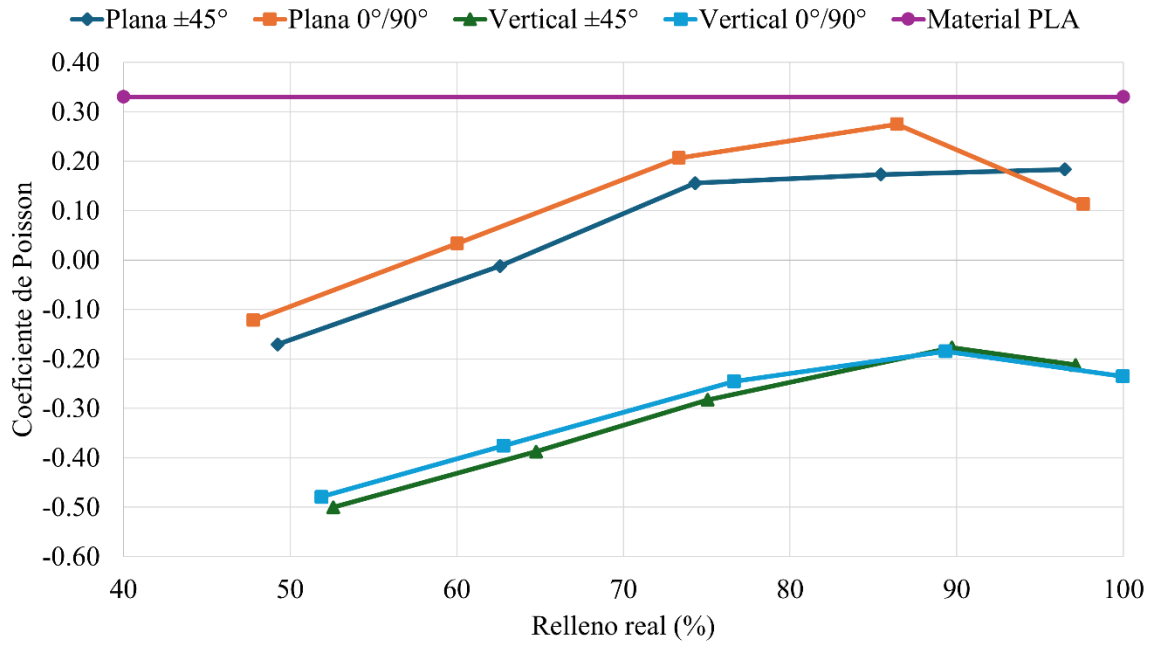


Figura 4.28. Variación del coeficiente de Poisson en función del relleno real para diferentes orientaciones y ángulos de relleno utilizando el módulo elástico a tensión estimado de las probetas.

Capítulo 5. Modelos de predicción de propiedad a cortante de piezas FFF

5.1 Modelos de predicción

En la literatura existen diversos modelos de la micromecánica para predecir el comportamiento mecánico de materiales compuestos [17]. Dentro de estos materiales compuestos se incluyen los materiales porosos, cuyas propiedades mecánicas se definen en función de la porosidad del material, la cual está relacionada con el relleno del material de la siguiente manera:

$$P = 1 - R \quad (5-1)$$

en donde P es la porosidad del material y R es el relleno o fracción sólida del material. En el caso de las piezas FFF, el relleno R corresponde al relleno real o global de la pieza, no solo al relleno interior.

Aunque los modelos de la micromecánica fueron desarrollados para predecir propiedades a tensión, en [19] se indica que los modelos también pueden utilizarse para estimar otras propiedades. Algunos modelos de la micromecánica ya han sido previamente utilizados para predecir el comportamiento a la tensión de los componentes FFF en función de la porosidad o porcentaje de relleno [20].

Sin embargo, en el presente trabajo de tesis, dichos modelos se han adaptados para estimar las propiedades al cortante de las piezas FFF en función de su porcentaje de relleno real R . Las propiedades a estimar con los diferentes modelos son el módulo elástico al cortante normalizado, G_n , y la resistencia última al cortante normalizada, S_{usn} . Los modelos adaptados se muestran a continuación.

5.1.1 Ley de mezclas

El modelo más común es la ley de mezclas, el cual se expresa mediante la siguiente expresión:

$$G_n = R \quad (5-2)$$

Para estimar la resistencia última al cortante se adecua el modelo de la siguiente manera:

$$S_{usn} = R \quad (5-3)$$

5.1.2 Modelo de eficiencia

Por otro lado, existe una variante de la ley de mezclas conocida como modelo de eficiencia, el cual se expresa de la siguiente manera:

$$G_n = \alpha R \quad (5-4)$$

donde α es el factor de eficiencia para el cálculo del módulo elástico al cortante, y el cual puede determinarse a partir de datos experimentales.

En el caso de la resistencia última al cortante normalizada, el modelo queda definido mediante la siguiente relación:

$$S_{us n} = \alpha R \quad (5-5)$$

donde α es el factor de eficiencia para el cálculo de la resistencia al cortante, y puede ser determinado mediante datos experimentales.

5.1.3 Modelo de Gibson-Ashby

El modelo de Gibson-Ashby [18] permite relacionar el módulo elástico al cortante de la pieza porosa FFF con el porcentaje de relleno real mediante la siguiente expresión:

$$G_n = C(R)^n \quad (5-6)$$

donde C y n son los coeficientes del modelo para el cálculo del módulo elástico al cortante, los cuales se pueden obtener a partir de datos experimentales. Para determinar la resistencia última al cortante, el modelo de Gibson y Ashby queda de la siguiente manera:

$$S_{us n} = C(R)^n \quad (5-7)$$

donde C y n son los coeficientes del modelo para el cálculo de la resistencia al cortante, los cuales se pueden obtener a partir de datos experimentales.

5.1.4 Modelo de Spriggs y Duckworth

Duckworth [19] propuso un modelo que permite estimar la resistencia última al cortante S_{us} de una pieza porosa, en este caso la pieza FFF, mediante la siguiente expresión:

$$S_{usn} = e^{-m(1-R)} \quad (5-8)$$

donde m es el coeficiente del modelo para el cálculo de la resistencia al cortante, y el cual se puede determinar de manera experimental. Sin embargo, tiempo después Spriggs [19] notó que, m debería de encontrarse dentro de un rango de valor entre 2.7 a 4.3.

Para determinar el módulo al cortante normalizado, el modelo de Duckworth queda de la siguiente manera:

$$G_n = e^{-m(1-R)} \quad (5-9)$$

donde m es el coeficiente del modelo para el cálculo del módulo elástico al cortante, y el cual se puede determinar de manera experimental.

5.1.5 Modelo de Rice

Rice [19] desarrolló un modelo en el cual el rango de porosidad es más amplio. Dicho modelo se puede expresar de la siguiente manera para las piezas FFF:

$$G_n = [1 - e^{-r\{R\}}] \quad (5-10)$$

donde r es el coeficiente del modelo, que de acuerdo con Rice [19] tiene un valor aproximado de 0.5.

En el caso de la resistencia última al cortante normalizada de las piezas FFF, el modelo de Rice queda de la siguiente manera:

$$S_{usn} = [1 - e^{-r\{R\}}] \quad (5-11)$$

donde r es un coeficiente del modelo para el cálculo de la resistencia al cortante, y el cual puede determinarse a partir de datos experimentales.

5.1.6 Modelo de Hasselman

Hasselman [19] propuso una expresión en la cual se relaciona el módulo al cortante normalizado con la porosidad del material. El modelo de Hasselman adaptado para el caso de las piezas FFF queda de la siguiente forma:

$$G_n = \left[1 + \left[\frac{A(1-R)}{1-A(1-R)-(1-R)} \right] \right] \quad (5-12)$$

donde A es el coeficiente del modelo para el cálculo del módulo elástico al cortante, y el cual puede obtenerse a partir de datos experimentales. Adaptando la expresión anterior para determinar la resistencia última al cortante normalizada, resulta la siguiente ecuación:

$$S_{usn} = \left[1 + \left[\frac{A(1-R)}{1-A(1-R)-(1-R)} \right] \right] \quad (5-13)$$

donde A es el coeficiente del modelo para el cálculo de la resistencia al cortante, el cual puede determinarse a partir de datos experimentales.

5.1.7 Modelo variante de Duckworth

Steffany et al. [20] propusieron una variación del modelo de Duckworth añadiendo un coeficiente de eficiencia como se muestra a continuación:

$$G_n = \beta [e^{-m(1-R)}] \quad (5-14)$$

$$S_{usn} = \beta [e^{-m(1-R)}] \quad (5-15)$$

donde β es el coeficiente de eficiencia, el cual se puede determinar a partir de datos experimentales del módulo elástico al cortante y de la resistencia al cortante.

5.1.8 Modelo exponencial

Steffany et al. [20] también propusieron un modelo exponencial basado en el modelo de Gibson and Ashby. El modelo propuesto consta de 2 parámetros y se define de la siguiente manera:

$$G_n = C[e^{n(R)}] \quad (5-16)$$

$$S_{usn} = C[e^{n(R)}] \quad (5-17)$$

donde C y n son los parámetros del modelo para el cálculo del módulo elástico al cortante y la resistencia al cortante, los cuales pueden determinarse a partir de datos experimentales.

5.2 Estimación de los parámetros de los modelos

Para determinar los coeficientes, analizar y evaluar cada uno de los modelos a partir de los resultados experimentales presentados en el capítulo anterior, se utilizó la metodología mostrada en la Figura 5.1, la cual se implementó en el software MATLAB®.

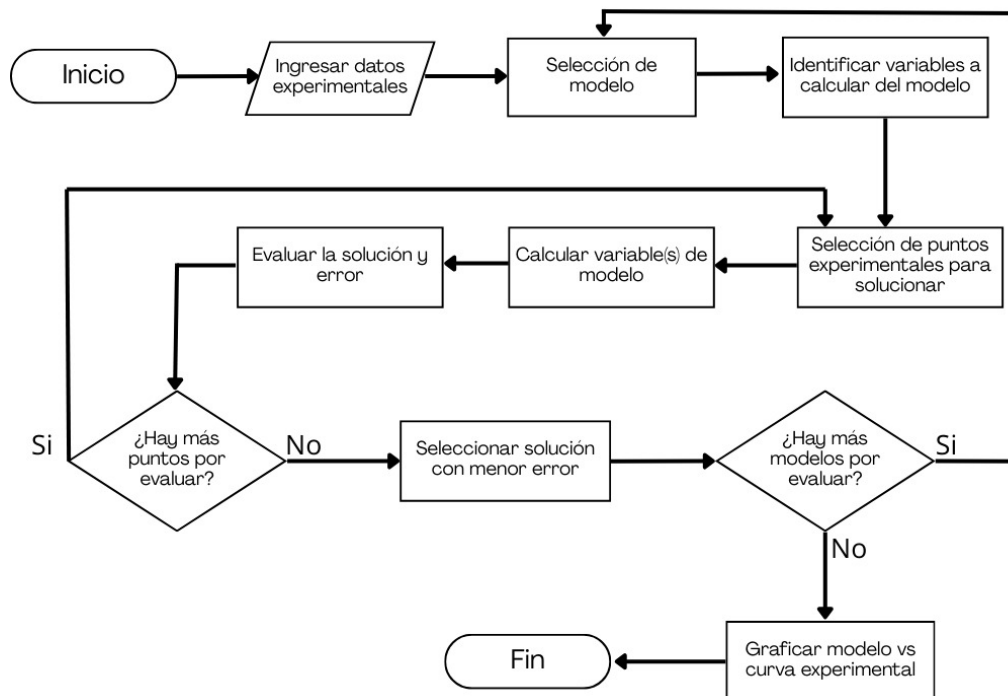


Figura 5.1 Metodología para el cálculo de coeficientes, análisis y evaluación de modelos predictivos.

El primer paso consiste en proporcionar los datos experimentales correspondientes a la propiedad a estimar (módulo elástico al cortante y resistencia última al cortante) en función del porcentaje de relleno real. A continuación, se selecciona el modelo a emplear para identificar cuántos coeficientes requiere. Dependiendo del número de coeficientes del modelo, se determina la cantidad de puntos experimentales necesarios para realizar el ajuste.

Posteriormente, se calculan los coeficientes del modelo y se procede a evaluar su desempeño de predicción mediante el cálculo del error de predicción, utilizando la siguiente expresión:

$$e = \frac{G_s - G_e}{G_e} \times 100 \quad (5-18)$$

donde e es el error de predicción, G_s se refiere al módulo al cortante estimado por el modelo, G_e es el módulo al cortante obtenido de manera experimental. Para el caso de la resistencia última al cortante, el error de predicción se determinó mediante la siguiente ecuación:

$$e = \frac{S_{us\ s} - S_{us\ e}}{S_{us\ e}} \times 100 \quad (5-19)$$

en donde $S_{us\ s}$ es la resistencia última al cortante estimada por el modelo.

Si existen más combinaciones de puntos experimentales por evaluar, el proceso se repite; de lo contrario, se procede a seleccionar la solución que presente el menor error. Este procedimiento se repite para cada modelo considerado.

Una vez finalizada la evaluación de todos los modelos, se genera una gráfica comparativa entre la curva experimental y las predicciones obtenidas con cada modelo.

En la Tabla 5.1 se presentan los valores de los parámetros obtenidos para cada uno de los modelos y cada combinación de orientación y ángulo de relleno, en ambas propiedades mecánicas analizadas.

Tabla 5.1 Parámetros obtenidos de los modelos para estimación de propiedades al cortante, mostrados por orientación, ángulo de relleno y propiedad estimada.

Modelos	Valores de los coeficientes de cada modelo							
	Orientación plana				Orientación vertical			
	0/90°		±45°		0/90°		±45°	
	G_n	$S_{us n}$	G_n	$S_{us n}$	G_n	$S_{us n}$	G_n	$S_{us n}$
Mezclas	N/A	N/A	N/A	N/A	N/A	N/A	N/A	N/A
Eficiencia α	0.8606	0.5091	0.9586	0.5592	0.9504	0.5096	0.9194	0.5996
Gibson y Ashby C, n	0.6768	0.5109	0.7324	0.6274	0.8166	0.4840	0.7921	0.5503
Spriggs y Duckworth m	2.0425	3.9363	1.9241	3.4706	1.2417	4.2562	1.4872	3.2004
Rice r	1.3302	0.6709	1.4640	0.7533	1.6725	0.6293	1.6659	0.7966
Hasselman A	-1.9910	-5.1063	-1.8493	-4.1625	-0.9910	-5.5863	-1.3514	-3.6765
V.Duckworth β, m	0.7039	0.6221	0.7542	0.6345	0.8351	0.4842	0.8041	0.5637
Exponencial C, n	0.6174	1.8246	0.6114	1.5904	0.7573	1.1133	0.5483	0.9733
	0.3797	0.1003	0.4092	0.1293	0.3916	0.1591	0.4647	0.2130
	0.6174	1.8246	0.6114	1.5904	0.7573	1.1133	0.5483	0.9733

5.3 Análisis y evaluación de los modelos

5.3.1 Orientación plana y ángulo de relleno 0°/90°

Módulo elástico al cortante

A partir de los parámetros obtenidos de los modelos se determina el módulo elástico al cortante normalizado para la orientación plana y un ángulo de relleno 0°/90°, los cuales se muestran en la Tabla 5.2. Estos resultados también se grafican y se muestran en la Figura 5.2. De estas estimaciones se determina el error de predicción y su desviación estándar para cada modelo. Los resultados se muestran en la Tabla 5.3, en donde también se incluye el ranking de los modelos con

base en su error promedio y desviación estándar. De estos resultados se puede apreciar que el modelo de rice se ajusta más a los datos experimentales, logrando de esta manera el ranking 1.

Tabla 5.2. Estimaciones del módulo elástico al cortante normalizado para cada modelo para la orientación plana y ángulo de relleno 0°/90°.

Relleno nominal (%)	Relleno real (%)	Módulo elástico al cortante normalizado, G_n								
		Resultado Experimental	M	E	G&A	S&D	R	H	VD	Ex
20	47.80	0.51	0.478	0.411	0.510	0.344	0.470	0.315	0.510	0.510
40	60.03	0.55	0.600	0.517	0.557	0.442	0.550	0.430	0.550	0.550
60	73.33	0.58	0.733	0.631	0.601	0.580	0.623	0.580	0.597	0.597
80	86.42	0.64	0.864	0.744	0.640	0.758	0.683	0.761	0.647	0.647
100	97.61	0.84	0.976	0.840	0.671	0.952	0.727	0.954	0.694	0.694

M - Mezclas, E - Eficiencia, G&A - Gibson y Ashby, S&D - Spriggs y Duckworth, R - Rice, H - Hasselman, VD - Variante de Duckworth, Ex - Exponencial

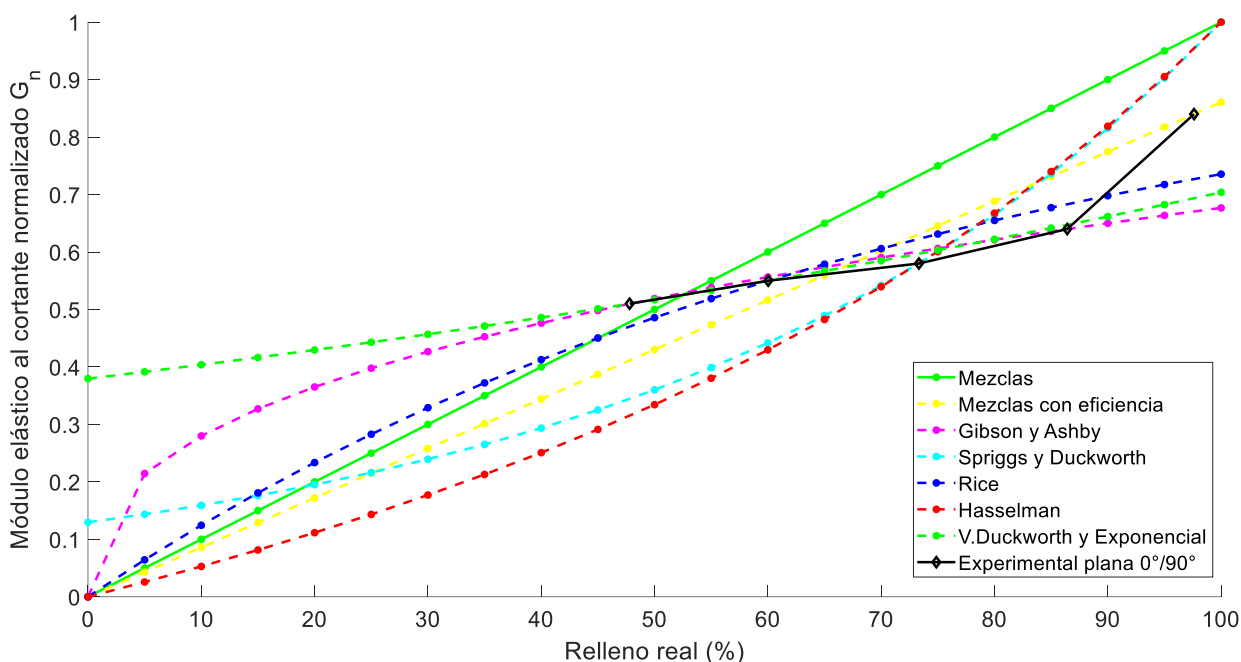


Figura 5.2. Módulo elástico al cortante normalizado vs. porcentaje de relleno real con orientación plana y ángulo de relleno 0°/90°.

Tabla 5.3. Errores de estimación para el módulo elástico al cortante normalizado y ranking de modelos para la orientación plana y ángulo de relleno 0°/90°.

Relleno nominal (%)	Relleno real (%)	Resultado Experimental	Errores de estimación del módulo elástico al cortante (%)							
			M	E	G&A	S&D	R	H	VD	Ex
20	47.80	0.51	-6.0	-19.0	0.0	-32.2	-7.7	-38.2	0.0	0.0
40	60.03	0.55	9.0	-6.1	1.2	-19.6	0.0	-21.8	0.0	0.0
60	73.33	0.58	26.0	8.8	3.61	0.0	7.0	0.0	3.0	2.9
80	86.42	0.64	35.0	16.2	0.0	18.4	6.8	19.0	1.0	1.1
100	97.61	0.84	16.0	0.0	-20.2	13.4	-13.4	13.5	-17.4	-17.4
Promedio			16.11	-0.08	-3.07	-4.07	-1.41	-5.51	-2.67	-2.67
SD			14.24	12.25	8.65	19.37	8.14	21.59	7.46	7.46
Ranking			7	4	3	5	1	6	2	2

M - Mezclas, E – Eficiencia, G&A – Gibson y Ashby, S&D – Spriggs y Duckworth, R – Rice, H – Hasselman, VD – Variante de Duckworth, Ex – Exponencial, SD – Desviación estándar

Resistencia última al cortante

La Tabla 5.4 muestra las estimaciones para la resistencia al cortante hechas por los modelos para la orientación plana y ángulo de relleno 0°/90°, los cuales también se grafican en la Figura 5.3. De estos resultados se calcula el error de estimación y desviación estándar para cada modelo, el cual se muestra en la Tabla 5.5. En esta tabla también se muestra el error promedio y desviación estándar para cada modelo, así como el ranking de los modelos con base en su desempeño de predicción. Los datos obtenidos muestran que los modelos con mejor predicción son el exponencial y variante de Duckworth, ambos teniendo un error promedio de predicción de 0.24%. Por el contrario, el modelo de mezclas es el que presenta el peor desempeño, teniendo un error promedio de predicción de 87.78%, lo cual se debe a que el comportamiento experimental no es lineal. Cabe señalar que los modelos de Spriggs, Hasselman y la ley de mezclas imponen, por su formulación matemática, la condición de que la propiedad normalizada tienda a la unidad cuando la pieza comienza a ser totalmente sólida. Esta condición resulta adecuada cuando la normalización se realiza con respecto a la misma propiedad del material sólido. Sin embargo, en el presente trabajo la resistencia última al cortante se escala con respecto a la resistencia última a tensión del filamento S_{ut} , por lo que no se espera que el valor escalado o normalizado de S_{us} alcance la unidad. En consecuencia, la convergencia de estos modelos a dicho valor no representa el comportamiento real esperado del material. Este comportamiento se observa de manera consistente en todas las estimaciones de S_{us_n} obtenidas mediante estos modelos para cada una de las orientaciones y ángulos de relleno mostradas en las siguientes subsecciones.

Tabla 5.4. Estimaciones de la resistencia última al cortante normalizada para cada modelo en orientación plana y ángulo de relleno 0°/90°.

Relleno nominal (%)	Relleno real (%)	Resistencia última al cortante normalizada, S_{usn}								
		Resultado Experimental	M	E	G&A	S&D	R	H	VD	Ex
20	47.80	0.24	0.478	0.243	0.240	0.128	0.274	0.152	0.240	0.240
40	60.03	0.30	0.600	0.306	0.303	0.207	0.332	0.227	0.300	0.300
60	73.33	0.35	0.733	0.373	0.372	0.350	0.389	0.350	0.382	0.382
80	86.42	0.44	0.864	0.440	0.440	0.586	0.440	0.555	0.486	0.486
100	97.61	0.73	0.976	0.497	0.498	0.910	0.481	0.889	0.596	0.596

M - Mezclas, E - Eficiencia, G&A - Gibson y Ashby, S&D - Spriggs y Duckworth, R - Rice, H - Hasselman, VD - Variante de Duckworth, Ex - Exponencial

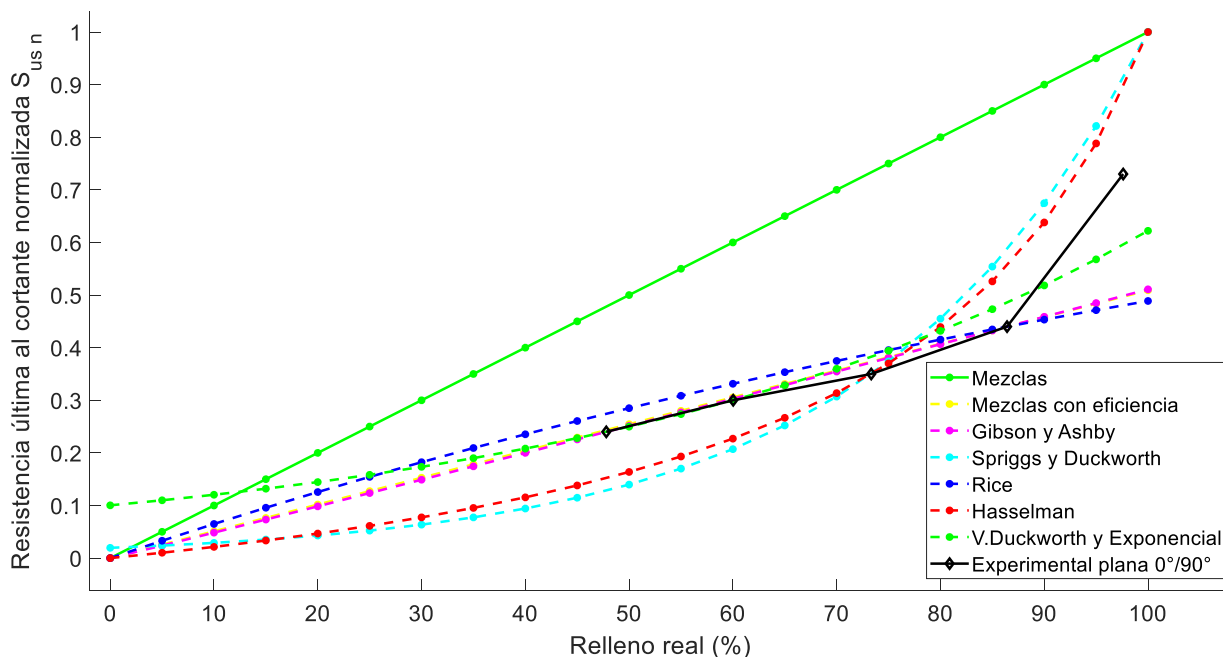


Figura 5.3. Resistencia última al cortante normalizada vs. porcentaje de relleno real con orientación plana y ángulo de relleno 0°/90°.

Tabla 5.5. Errores de estimación en la resistencia última al cortante y ranking por cada modelo en orientación plana y ángulo de relleno 0°/90°.

Relleno nominal (%)	Relleno real (%)	Resultado Experimental	Errores de estimación de resistencia última al cortante (%)							
			M	E	G&A	S&D	R	H	VD	Ex
20	47.80	0.24	99.2	1.4	0.0	-46.6	14.3	-36.6	0.0	0.0
40	60.03	0.30	100.1	1.9	1.0	-30.9	10.5	-24.2	0.0	0.0
60	73.33	0.35	109.5	6.7	6.3	0.0	11.0	0.0	9.3	9.3
80	86.42	0.44	96.4	0.0	0.0	33.2	0.0	26.1	10.4	10.4
100	97.61	0.73	33.7	-31.9	-31.7	24.7	-34.2	21.8	-18.4	-18.4
Promedio			87.78	-4.39	-4.89	-3.93	0.34	-2.61	0.24	0.24
SD			27.39	13.95	13.62	30.85	17.92	24.70	10.31	10.31
Ranking			7	2	3	6	4	5	1	1

M - Mezclas, E - Eficiencia, G&A - Gibson & Ashby, S&D - Spriggs and Duckworth, R - Rice, H - Hasselman, VD - Variante de Duckworth, Ex - Exponencial, SD - Desviación estándar

5.3.2 Orientación plana y ángulo de relleno $\pm 45^\circ$

Módulo elástico al cortante

Con los parámetros calculados de los modelos se estimaron los valores del módulo elástico al cortante para la orientación plana y un ángulo de relleno de $\pm 45^\circ$. Los resultados obtenidos se presentan en la Tabla 5.6 y se ilustran gráficamente en la Figura 5.4. A partir de estas estimaciones, se determina el error de predicción asociado a cada modelo, el cual se muestra en la Tabla 5.7. Se observa que el modelo Gibson and Ashby presenta un desempeño similar a los modelos V. Duckworth y Exponencial, logrando colocarse en segundo lugar con un error promedio de 0.42%. De igual manera que en el caso del ángulo de relleno de $\pm 90^\circ$, el modelo de mezclas obtuvo el peor desempeño con un error promedio de 12.33% y una desviación estándar de 14.21%.

Tabla 5.6. Estimaciones del módulo elástico al cortante normalizado para cada modelo en orientación plana y ángulo de relleno $\pm 45^\circ$.

Relleno nominal (%)	Relleno real (%)	Módulo elástico al cortante normalizado, G_n								
		Resultado Experimental	M	E	G&A	S&D	R	H	VD	Ex
20	49.26	0.56	0.493	0.472	0.560	0.377	0.514	0.344	0.553	0.553
40	62.59	0.6	0.626	0.600	0.613	0.487	0.600	0.475	0.600	0.600
60	74.31	0.61	0.743	0.712	0.654	0.610	0.663	0.610	0.645	0.645
80	85.45	0.69	0.855	0.819	0.690	0.756	0.714	0.761	0.690	0.690
100	96.48	0.78	0.965	0.925	0.723	0.935	0.756	0.937	0.738	0.738

M - Mezclas, E - Eficiencia, G&A - Gibson y Ashby, S&D - Spriggs y Duckworth, R - Rice, H - Hasselman, VD - Variante de Duckworth, Ex - Exponencial

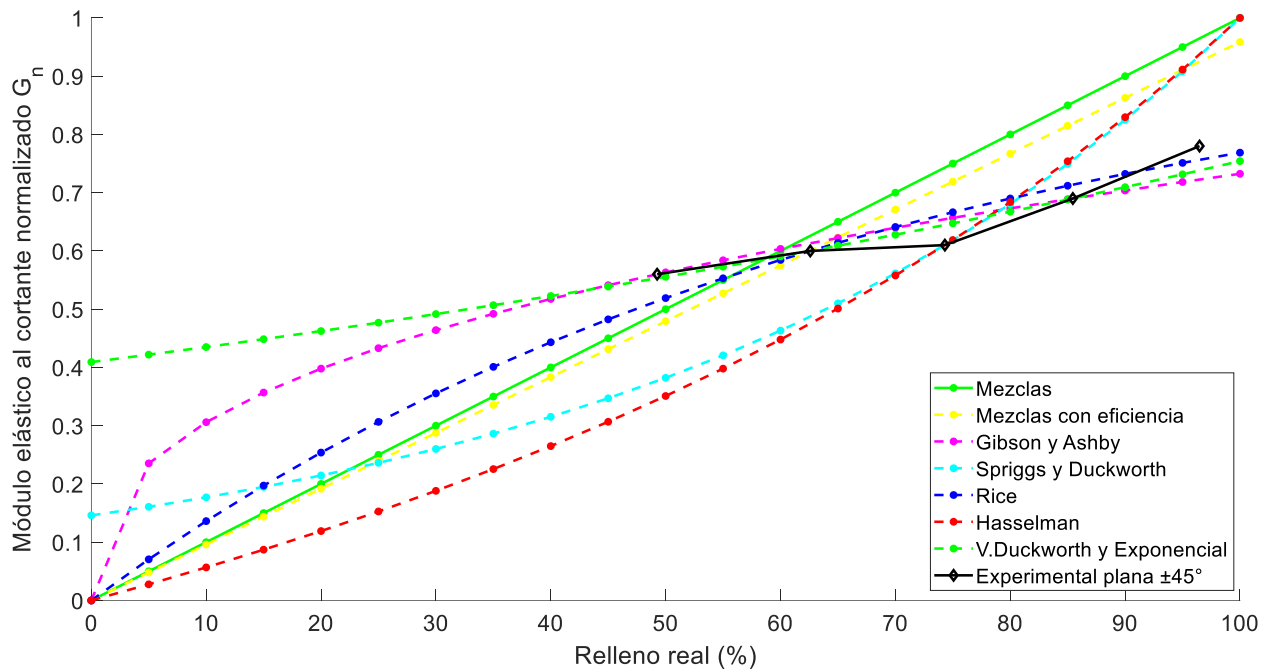


Figura 5.4. Módulo elástico al cortante normalizado vs. porcentaje de relleno real con orientación plana y ángulo de relleno $\pm 45^\circ$.

Tabla 5.7. Errores de estimación del módulo elástico al cortante y ranking por cada modelo en orientación plana y ángulo de relleno $\pm 45^\circ$.

Relleno nominal (%)	Relleno real (%)	Resultado Experimental	Errores de estimación del módulo elástico al cortante (%)							
			M	E	G&A	S&D	R	H	VD	Ex
20	49.26	0.56	-12.0	-15.7	0.0	-32.7	-8.3	-38.5	-1.2	-1.2
40	62.59	0.60	4.3	0.0	2.2	-18.9	0.0	-20.8	0.0	0.0
60	74.31	0.61	21.8	16.8	7.3	0.0	8.7	0.0	5.7	5.7
80	85.45	0.69	23.8	18.7	0.0	9.5	3.4	10.2	0.0	0.0
100	96.48	0.78	23.7	18.6	-7.4	19.8	-3.0	20.1	-5.4	-5.4
Promedio			12.33	7.68	0.42	-4.45	0.17	-5.81	-0.19	-0.19
SD			14.21	13.62	4.72	19.03	5.74	21.25	3.53	3.53
Ranking			7	4	2	5	3	6	1	1

M - Mezclas, E – Eficiencia, G&A – Gibson y Ashby, S&D – Spriggs y Duckworth, R – Rice, H – Hasselman, VD – Variante de Duckworth, Ex – Exponencial, SD – Desviación estándar

Resistencia última al cortante

En la Tabla 5.8 se muestran las estimaciones para la resistencia última al cortante hechas por los modelos para la orientación plana y ángulo de relleno $\pm 45^\circ$, los cuales también se grafican en la Figura 5.5. A partir de estos resultados se calcula el error de estimación por cada modelo, el cual se muestra en la Tabla 5.9. En esta tabla también se muestran los errores promedio y desviación estándar para cada modelo, así como su ranking de desempeño con base en estos valores de errores de predicción promedio y desviación estándar. Los datos obtenidos muestran que los modelos Ley de mezclas, Spriggs and Duckworth y Hasselman tienen un pobre desempeño de predicción de los datos experimentales. De hecho, se puede observar que para el caso de la ley de mezclas fue el que obtuvo el mayor error promedio con un valor de 73.11%. Por otro lado, los modelos Spriggs and Duckworth y Hasselman aun que tienen un menor error promedio su desviación estándar es muy alta comparada con los demás. Por el contrario, los modelos con el mejor desempeño fueron los modelos V. Duckworth y Exponencial, con un error promedio de 0.73% una desviación estándar de 5.83%, seguido por el modelo de Rice, que, aunque tuvo un menor error promedio de 0.25%, su desviación estándar es mayor (7.47%) a la de los modelos V. Duckworth y Exponencial.

Tabla 5.8. Estimaciones de la resistencia última al cortante normalizada para cada modelo en orientación plana y ángulo de relleno $\pm 45^\circ$.

Relleno nominal (%)	Relleno real (%)	Resistencia última al cortante normalizada, S_{usn}								
		Resultado Experimental	M	E	G&A	S&D	R	H	VD	Ex
20	49.26	0.31	0.493	0.276	0.260	0.172	0.310	0.189	0.283	0.283
40	62.59	0.35	0.626	0.350	0.350	0.273	0.376	0.287	0.350	0.350
60	74.31	0.41	0.743	0.416	0.433	0.410	0.429	0.410	0.422	0.422
80	85.45	0.46	0.855	0.478	0.516	0.604	0.475	0.585	0.504	0.504
100	96.48	0.60	0.965	0.540	0.600	0.885	0.517	0.868	0.600	0.600

M - Mezclas, E - Eficiencia, G&A - Gibson y Ashby, S&D - Spriggs y Duckworth, R - Rice, H - Hasselman, VD - Variante de Duckworth, Ex - Exponencial

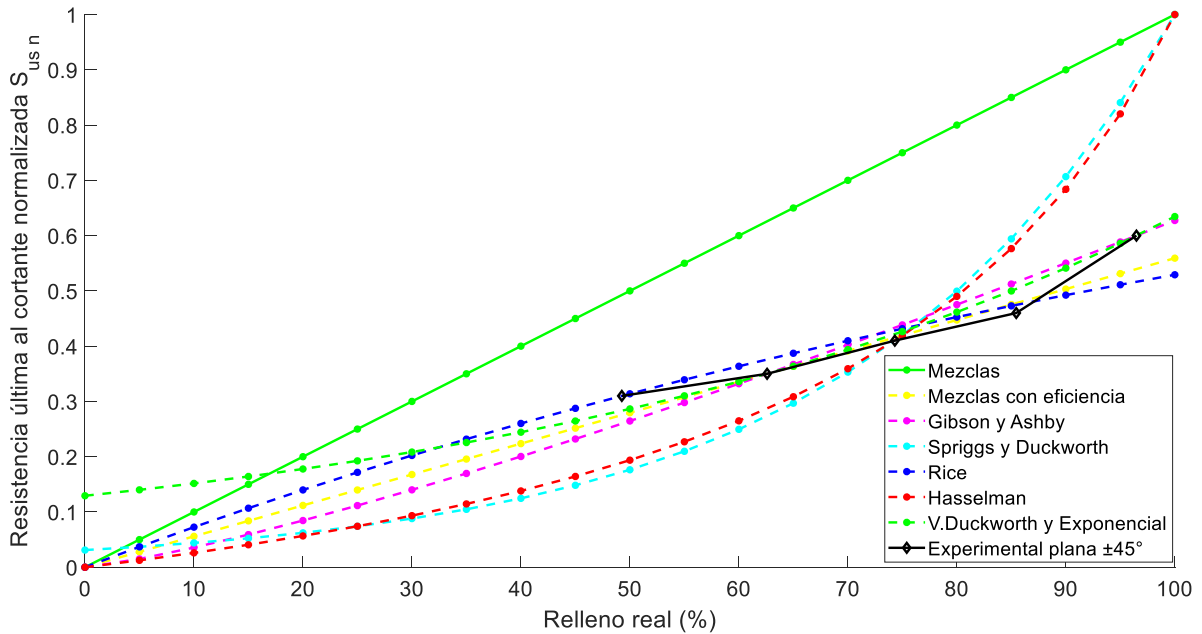


Figura 5.5. Resistencia última al cortante normalizada vs. porcentaje de relleno real con orientación plana y ángulo de relleno $\pm 45^\circ$.

Tabla 5.9. Errores de estimación en la resistencia última al cortante y ranking por cada modelo en orientación plana y ángulo de relleno $\pm 45^\circ$.

Relleno nominal (%)	Relleno real (%)	Resultado Experimental	Errores de estimación de resistencia última al cortante (%)							
			M	E	G&A	S&D	R	H	VD	Ex
20	49.26	0.31	58.9	-11.1	-16.2	-44.6	0.0	-39.0	-8.7	-8.7
40	62.59	0.35	78.8	0.0	0.0	-22.0	7.4	-18.1	0.0	0.0
60	74.31	0.41	81.2	1.4	5.7	0.0	4.6	0.0	2.9	2.9
80	85.45	0.46	85.8	3.9	12.1	31.2	3.2	27.2	9.5	9.5
100	96.48	0.6	60.8	-10.1	0.0	47.5	-13.9	44.7	0.0	0.0
Promedio			73.11	-3.20	0.32	2.43	0.25	2.97	0.73	0.73
SD			11.07	6.19	9.41	33.68	7.47	30.14	5.83	5.83
Ranking			7	3	4	6	2	5	1	1

M - Mezclas, E – Eficiencia, G&A – Gibson y Ashby, S&D – Spriggs y Duckworth, R – Rice, H – Hasselman, VD – Variante de Duckworth, Ex – Exponencial, SD – Desviación estándar

5.3.3 Orientación vertical y ángulo de relleno $0^\circ/90^\circ$

Módulo elástico al cortante

Las estimaciones del módulo elástico al cortante para la orientación vertical y un ángulo de relleno de $0^\circ/90^\circ$ se presentan en la Tabla 5.10. Estos resultados también se ilustran gráficamente en la Figura 5.6. A partir de dichas estimaciones, se calcula el error asociado a cada modelo, cuyos valores se resumen en la Tabla 5.11. En esta tabla también se presentan los valores del error promedio y desviación estándar de cada modelo, así como el ranking de acuerdo a estos valores. Los resultados indican que los modelos lineales presentan un bajo desempeño, ya que en el rango de relleno real entre 75% y 90% no logran ajustarse adecuadamente a la curva experimental. Los modelos V. Duckworth y exponencial fueron los que mostraron el mejor desempeño con un error promedio de -1.53% y una desviación estándar de 5.57%.

Tabla 5.10. Estimaciones del módulo elástico al cortante normalizado para cada modelo en orientación vertical y ángulo de relleno 0°/90°.

Relleno nominal (%)	Relleno real (%)	Módulo elástico al cortante normalizado, G_n								
		Resultado Experimental	M	E	G&A	S&D	R	H	VD	Ex
20	51.87	0.58	0.519	0.493	0.580	0.550	0.580	0.521	0.580	0.580
40	62.79	0.63	0.628	0.597	0.641	0.630	0.650	0.630	0.630	0.630
60	76.64	0.67	0.766	0.728	0.711	0.748	0.723	0.768	0.700	0.700
80	89.33	0.77	0.893	0.849	0.770	0.876	0.776	0.894	0.770	0.770
100	99.96	0.95	1.000	0.950	0.817	1.000	0.812	1.000	0.835	0.835

M - Mezclas, E - Eficiencia, G&A - Gibson y Ashby, S&D - Spriggs y Duckworth, R - Rice, H - Hasselman, VD - Variante de Duckworth, Ex - Exponencial

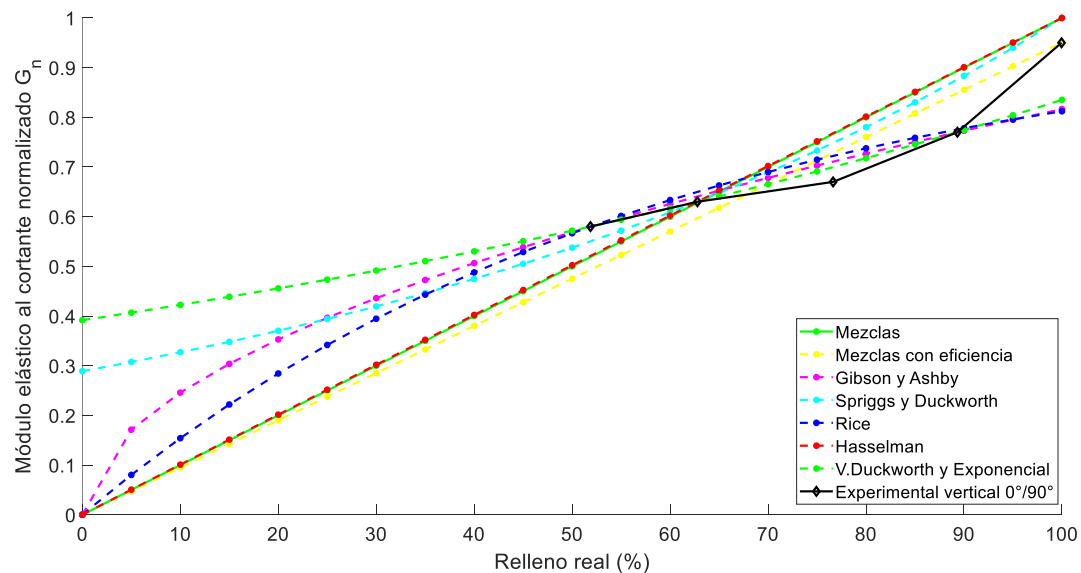


Figura 5.6. Módulo elástico al cortante normalizado vs. porcentaje de relleno real con orientación vertical y ángulo de relleno 0°/90°.

Tabla 5.11. Errores de estimación del módulo elástico al cortante normalizado y ranking por cada modelo en orientación vertical y ángulo de relleno 0°/90°.

Relleno nominal (%)	Relleno real (%)	Resultado Experimental	Errores de estimación del módulo elástico al cortante (%)							
			M	E	G&A	S&D	R	H	VD	Ex
20	51.87	0.58	-10.6	-15.0	0.0	-5.2	0.0	-10.2	0.0	0.0
40	62.79	0.63	-0.3	-5.3	1.7	0.0	3.2	0.0	0.0	0.0
60	76.64	0.67	14.4	8.7	6.1	11.7	7.8	14.6	4.4	4.4
80	89.33	0.77	16.0	10.3	0.0	13.8	0.7	16.1	0.0	0.0
100	99.96	0.95	5.2	0.0	-14.1	5.2	-14.5	5.2	-12.1	-12.1
Promedio			4.94	-0.26	-1.25	5.10	-0.56	5.16	-1.53	-1.53
SD			9.80	9.32	6.78	7.06	7.50	9.71	5.57	5.57
Ranking			7	4	2	5	3	6	1	1

M - Mezclas, E – Eficiencia, G&A – Gibson y Ashby, S&D – Spriggs y Duckworth, R – Rice, H – Hasselman, VD – Variante de Duckworth, Ex – Exponencial, SD – Desviación estándar

Resistencia última al cortante

Por otro lado, la Tabla 5.12 muestra las estimaciones para la resistencia última al cortante hechas por los modelos para la orientación vertical y ángulo de relleno 0°/90°, los cuales también se grafican en la Figura 5.7. De estos resultados se calcula el error de predicción para cada modelo, así como sus valores promedio y desviación estándar, los cuales se muestran en la Tabla 5.13. Los resultados obtenidos muestran que el modelo de eficiencia tiene el mejor desempeño de predicción, con un error promedio de 0.06% y una desviación estándar de 5.50%, colocándose en la posición 1 del ranking, seguido del modelo de Gibson y Ashby, con un error promedio de -1.70% y una desviación estándar de 6.07%.

Tabla 5.12. Estimaciones de la resistencia última al cortante normalizada para cada modelo en orientación vertical y ángulo de relleno 0°/90°.

Relleno nominal (%)	Relleno real (%)	Resultado Experimental	Resistencia última al cortante normalizada, S_{usn}							
			M	E	G&A	S&D	R	H	VD	Ex
20	51.87	0.27	0.519	0.264	0.270	0.129	0.279	0.162	0.283	0.283
40	62.79	0.32	0.628	0.320	0.320	0.205	0.326	0.232	0.320	0.320
60	76.64	0.37	0.766	0.391	0.382	0.370	0.383	0.370	0.373	0.373
80	89.33	0.43	0.893	0.455	0.438	0.635	0.430	0.600	0.430	0.430
100	99.96	0.56	1.000	0.509	0.484	0.998	0.467	0.998	0.484	0.484

M - Mezclas, E – Eficiencia, G&A – Gibson y Ashby, S&D – Spriggs y Duckworth, R – Rice, H – Hasselman, VD – Variante de Duckworth, Ex - Exponencial

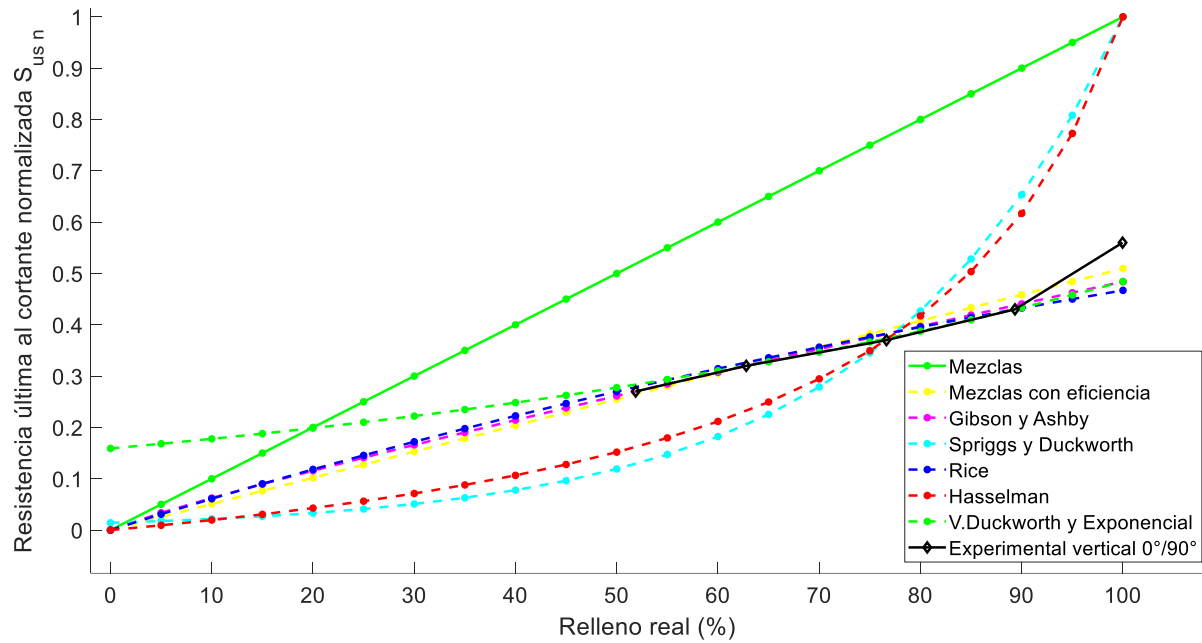


Figura 5.7. Resistencia última al cortante normalizada vs. porcentaje de relleno real con orientación vertical y ángulo de relleno 0/90°.

Tabla 5.13. Errores de estimación en la resistencia última al cortante y ranking por cada modelo en orientación vertical y ángulo de relleno 0°/90°.

Relleno nominal (%)	Relleno real (%)	Resultado Experimental	Errores de estimación de la resistencia última al cortante (%)							
			M	E	G&A	S&D	R	H	VD	Ex
20	51.87	0.27	92.1	-2.1	0.0	-52.3	3.1	-40.1	5.0	5.0
40	62.79	0.32	96.2	0.0	0.0	-35.9	2.0	-27.5	0.0	0.0
60	76.64	0.37	107.1	5.6	3.3	0.0	3.4	0.0	0.9	0.9
80	89.33	0.43	107.7	5.9	1.8	47.7	0.0	39.5	0.0	0.0
100	99.96	0.56	78.5	-9.0	-13.6	78.3	-16.6	78.2	-13.6	-13.6
Promedio			96.34	0.06	-1.70	7.56	-1.62	10.01	-1.54	-1.54
SD			10.80	5.50	6.07	49.25	7.60	43.66	6.29	6.29
Ranking			7	1	2	5	4	6	3	3

M - Mezclas, E - Eficiencia, G&A - Gibson y Ashby, S&D - Spriggs y Duckworth, R - Rice, H - Hasselman, VD - Variante de Duckworth, Ex - Exponencial, SD - Desviación estándar

5.3.4 Orientación vertical y ángulo de relleno $\pm 45^\circ$

Módulo elástico al cortante

En el caso de la orientación vertical y un ángulo de relleno $\pm 45^\circ$, los valores estimados del módulo elástico al cortante por cada uno de los modelos se muestran en la Tabla 5.14. Estos resultados también se grafican en la Figura 5.8. De estas estimaciones se determina el error de predicción de cada modelo, así como sus valores promedio y desviación estándar. Los resultados se muestran en la Tabla 5.15, en donde también se incluye el ranking de los modelos con base en el error promedio y desviación estándar. De estos resultados se observa que los modelos V. Duckworth y exponencial obtuvieron el mejor desempeño, con un error promedio de -1.80% y una desviación estándar de 4.67%, seguidos del modelo de Gibson & Ashby. Por otro lado, los modelos con el peor desempeño fueron ley de Mezclas y Hasselman.

Tabla 5.14. Estimaciones del módulo elástico al cortante normalizado para cada modelo en orientación vertical y ángulo de relleno $\pm 45^\circ$.

Relleno nominal (%)	Relleno real (%)	Módulo elástico al cortante normalizado, G_n								
		Resultado Experimental	M	E	G&A	S&D	R	H	VD	Ex
20	52.59	0.62	0.526	0.484	0.620	0.494	0.584	0.451	0.620	0.620
40	64.76	0.66	0.648	0.595	0.671	0.592	0.660	0.576	0.663	0.663
60	75.05	0.69	0.751	0.690	0.710	0.690	0.714	0.690	0.701	0.701
80	89.72	0.76	0.897	0.825	0.760	0.858	0.776	0.866	0.760	0.760
100	97.14	0.89	0.971	0.893	0.783	0.958	0.802	0.962	0.792	0.792

M - Mezclas, E - Eficiencia, G&A - Gibson y Ashby, S&D - Spriggs y Duckworth, R - Rice, H - Hasselman, VD - Variante de Duckworth, Ex - Exponencial

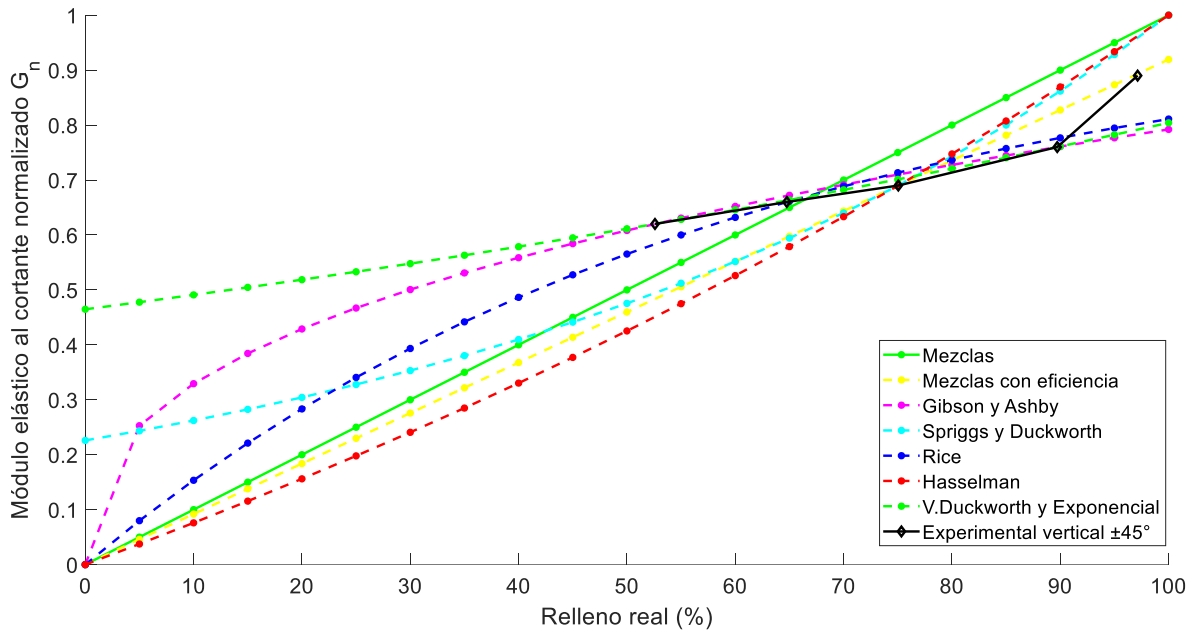


Figura 5.8. Módulo elástico al cortante normalizado vs. porcentaje de relleno real con orientación vertical y ángulo de relleno $\pm 45^\circ$.

Tabla 5.15. Errores de estimación del módulo elástico al cortante normalizado y ranking por cada modelo en orientación vertical y ángulo de relleno $\pm 45^\circ$.

Relleno nominal (%)	Relleno real (%)	Resultado Experimental	Errores de estimación del módulo elástico al cortante (%)							
			M	E	G&A	S&D	R	H	VD	Ex
20	52.59	0.62	-15.2	-22.0	0.0	-20.3	-5.9	-27.3	0.0	0.0
40	64.76	0.66	-1.9	-9.8	1.7	-10.3	0.0	-12.7	0.4	0.4
60	75.05	0.69	8.8	0.0	2.9	0.0	3.4	0.0	1.6	1.6
80	89.72	0.76	18.1	8.5	0.0	12.9	2.1	13.9	0.0	0.0
100	97.14	0.89	9.2	0.4	-12.0	7.7	-9.9	8.1	-11.1	-11.1
Promedio			3.78	-4.58	-1.48	-2.00	-2.06	-3.60	-1.80	-1.80
SD			11.39	10.48	5.37	12.04	5.05	14.84	4.67	4.67
Ranking			6	4	2	5	3	7	1	1

M - Mezclas, E - Eficiencia, G&A - Gibson y Ashby, S&D - Spriggs y Duckworth, R - Rice, H - Hasselman, VD - Variante de Duckworth, Ex - Exponencial, SD - Desviación estándar

Resistencia última al cortante

La Tabla 5.16 muestra las estimaciones para la resistencia última al cortante hechas por los modelos para la orientación vertical y ángulo de relleno $\pm 45^\circ$, las cuales también se grafican en la Figura 5.9. De estos resultados se calcula el error de predicción de cada modelo, el cual se muestra en la Tabla 5.17. De igual manera en esta tabla se muestran los valores promedio y desviación estándar del error de predicción de cada modelo, así como el ranking con base en estos valores. Los resultados obtenidos muestran que el modelo de Rice tiene el mejor desempeño de predicción dado que su error promedio es bajo (-0.79%) y su desviación estándar (2.36%) es menor al resto de los modelos.

Tabla 5.16. Estimaciones de la resistencia última al cortante normalizada para cada modelo en orientación vertical y ángulo de relleno $\pm 45^\circ$.

Relleno nominal (%)	Relleno real (%)	Resistencia última al cortante normalizada, S_{usn}								
		Resultado Experimental	M	E	G&A	S&D	R	H	VD	Ex
20	52.59	0.34	0.526	0.315	0.351	0.219	0.342	0.232	0.355	0.355
40	64.76	0.40	0.648	0.388	0.406	0.324	0.403	0.333	0.400	0.400
60	75.05	0.45	0.751	0.450	0.450	0.450	0.450	0.450	0.442	0.442
80	89.72	0.51	0.897	0.538	0.510	0.720	0.511	0.704	0.510	0.510
100	97.14	0.57	0.971	0.583	0.539	0.913	0.539	0.902	0.548	0.548

M - Mezclas, E - Eficiencia, G&A - Gibson y Ashby, S&D - Spriggs y Duckworth, R - Rice, H - Hasselman, VD - Variante de Duckworth, Ex - Exponencial

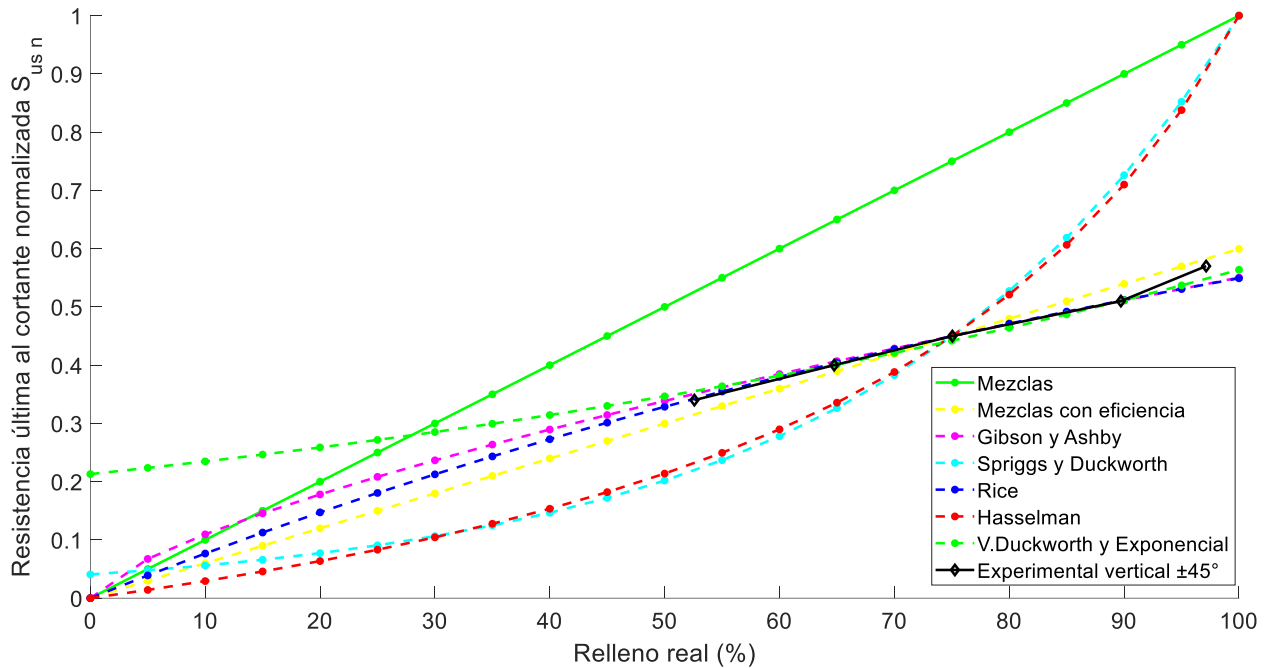


Figura 5.9. Resistencia última al cortante normalizada vs. porcentaje de relleno real con orientación vertical y ángulo de relleno $\pm 45^\circ$.

Tabla 5.17. Errores de estimación en la resistencia última al cortante y ranking por cada modelo en orientación vertical y ángulo de relleno $\pm 45^\circ$.

Relleno nominal (%)	Relleno real (%)	Resultado Experimental	Errores de estimación de la resistencia última al cortante (%)							
			M	E	G&A	S&D	R	H	VD	Ex
20	52.59	0.34	54.7	-7.3	3.2	-35.5	0.7	-31.8	4.5	4.5
40	64.76	0.40	61.9	-2.9	1.5	-19.1	0.8	-16.7	0.0	0.0
60	75.05	0.45	66.8	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	-1.8	-1.8
80	89.72	0.51	75.9	5.5	0.0	41.1	0.1	38.0	0.0	0.0
100	97.14	0.57	70.4	2.2	-5.4	60.1	-5.5	58.3	-3.8	-3.8
Promedio			65.94	-0.50	-0.16	9.33	-0.79	9.55	-0.22	-0.22
SD			7.26	4.35	2.87	36.03	2.36	33.69	2.75	2.75
Ranking			7	4	3	6	1	5	2	2

M - Mezclas, E - Eficiencia, G&A - Gibson y Ashby, S&D - Spriggs y Duckworth, R - Rice, H - Hasselman, VD - Variante de Duckworth, Ex - Exponencial, SD - Desviación estándar

5.4 Análisis y discusión general

5.4.1 Módulo elástico al cortante

Con base en los resultados obtenidos, se puede afirmar que, en términos generales, el modelo exponencial y la variante de Duckworth presentan un desempeño destacable en comparación con los demás modelos evaluados. En particular, para la orientación de fabricación plana con un ángulo de relleno de $0^\circ/90^\circ$, estos modelos presentan su mayor error promedio, con un valor de -2.67% y una desviación estándar de 7.46% . Estos valores se consideran aceptables, ya que el error promedio es inferior al 5% y se encuentra dentro del rango de variabilidad experimental observada en el capítulo 4 de los ensayos a torsión realizados. Es importante destacar que el signo del error de predicción es un aspecto relevante desde el punto de vista del diseño estructural. Un error promedio negativo indica que el modelo subestima el valor real del módulo elástico al cortante, lo cual resulta conservador, ya que conduce al diseño de componentes FFF con propiedades mecánicas ligeramente inferiores a las reales, incrementando así el margen de seguridad. Por el contrario, un error positivo implicaría una sobreestimación de la propiedad, lo que podría derivar en diseños no conservadores y potencialmente inseguros.

Por otro lado, también se observa que el modelo de Gibson and Ashby, se ajusta de manera adecuada a la curva experimental en el rango de valores de relleno real entre 45% y 87% , y para la orientación plana con ángulo de relleno $0^\circ/90^\circ$ y la orientación vertical con ángulo de relleno $\pm 45^\circ$. En general, los modelos Gibson and Ashby y Rice presentan un comportamiento muy aceptable sin importar con que orientación de fabricación y ángulo de relleno se trabaje. El error promedio máximo que tienen es de -3.07% y -2.06% , respectivamente, y con una desviación estándar de 8.65% y 5.05% , respectivamente. De igual manera, el tener errores promedio negativo implica que los modelos subestiman la propiedad, conduciendo a diseños con mayor seguridad.

La Tabla 5.18 muestra el resumen general del desempeño de los modelos en la predicción del módulo elástico al cortante. En esta tabla se muestran los errores promedio de predicción, y desviaciones estándar, obtenidos por cada modelo en cada una de las orientaciones (horizontal y vertical) y ángulos de relleno ($0^\circ/90^\circ$ y $\pm 45^\circ$). En esta tabla se presenta también el error de predicción promedio global, así como su desviación estándar, para cada modelo considerando todas las orientaciones y ángulos de relleno. A partir de estos valores globales se define el ranking general de los modelos para todos los parámetros de fabricación. Estos resultados muestran que en el caso del módulo elástico al cortante (G), los modelos exponencial y variante de Duckworth son los que mejor desempeño tienen, con un error de predicción global promedio de -1.55% (desviación estándar de 5.31%), el cual puede ser considerado muy bueno dado que está por debajo del 2% , además de favorecer la seguridad de las piezas FFF al ser negativo, es decir al subestimar la propiedad. En segundo lugar, se encuentra el modelo de Rice, con un error promedio de -0.97% y una desviación estándar de 6.61% . Aunque este modelo presenta un error medio bajo, la mayor dispersión respecto a los modelos líderes indica una variabilidad superior en la predicción, lo que puede introducir una mayor incertidumbre en el diseño, particularmente cuando se trabaja cerca de los límites de resistencia del material. El modelo de Gibson and Ashby ocupa el tercer lugar del ranking, con un error promedio de -1.35% y una desviación estándar de 6.38% . Estos valores pueden considerarse aceptables; sin embargo, la dispersión observada sugiere que el modelo se

use para la orientación plana con ángulo de relleno de $\pm 45^\circ$, ya que la desviación estándar es menor en esta configuración.

Por otro lado, el modelo de Eficiencia presenta un error promedio positivo de 0.69% y una desviación estándar elevada de 11.42%, lo que indica una tendencia a la sobreestimación del módulo elástico al cortante y una alta incertidumbre en la predicción. Desde el punto de vista del diseño de componentes FFF, este comportamiento no es deseable, ya que podría conducir a diseños no conservadores e inseguros. Finalmente, los modelos Spriggs and Duckworth, Hasselman y la ley de Mezclas presentan los peores desempeños globales, con errores promedio elevados y desviaciones estándar significativas. Estos resultados evidencian una baja precisión y alta dispersión en la predicción del módulo elástico al cortante, lo que limita su uso para el diseño confiable de piezas fabricadas por FFF. En conjunto, considerando tanto el valor del error promedio como su desviación estándar, se concluye que el modelo Exponencial y la variante de Duckworth ofrecen el mejor equilibrio entre precisión, estabilidad y seguridad, siendo los más adecuados para la predicción del módulo elástico al cortante en componentes FFF.

Tabla 5.18. Desempeño y ranking global de los modelos para el módulo elástico al cortante (G).

Modelos	Errores de predicción (desviación estándar) (%)				Promedio global	Ranking general
	Orientación plana		Orientación vertical			
	0°/90°	$\pm 45^\circ$	0°/90°	$\pm 45^\circ$		
V.Duckworth	-2.67 (7.46)	-0.19 (3.53)	-1.53 (5.57)	-1.80 (4.67)	-1.55 (5.31)	1
Exponencial	-2.67 (7.46)	-0.19 (3.53)	-1.53 (5.57)	-1.80 (4.67)	-1.55 (5.31)	1
Rice	-1.41 (8.14)	0.17 (5.74)	-0.56 (7.50)	-2.06 (5.05)	-0.9 (6.61)	2
Gibson y Ashby	-3.07 (8.65)	0.42 (4.72)	-1.25 (6.78)	-1.48 (5.37)	-1.35 (6.38)	3
Eficiencia	-0.08 (12.25)	7.68 (13.62)	-0.26 (9.32)	-4.58 (10.48)	0.69 (11.42)	4
Spriggs y Duckworth	-4.07 (19.37)	-4.45 (19.03)	5.10 (7.06)	-2.00 (12.04)	-1.36 (14.375)	5
Hasselman	-5.51 (21.59)	-5.81 (21.25)	5.16 (9.71)	-3.60 (14.84)	-2.44 (14.62)	6
Mezclas	16.11 (14.24)	12.33 (14.21)	4.94 (9.80)	3.78 (11.39)	9.29 (12.41)	7

5.4.2 Resistencia última al cortante

Por otro lado, en el caso de la resistencia última al cortante se observa que el modelo exponencial y la variante de Duckworth destacan cuando se utiliza la orientación de fabricación plana, independientemente del ángulo de relleno empleado. En particular, para un ángulo de relleno de $0^\circ/90^\circ$, ambos modelos presentan un error promedio de 0.24% con una desviación estándar de 10.31%. Aunque el error promedio es prácticamente nulo, es importante señalar que estos modelos tienden a sobreestimar la resistencia última al cortante. Desde el punto de vista del diseño estructural, esta sobreestimación, combinada con la dispersión observada, puede implicar cierto riesgo, ya que la resistencia real del componente podría ser menor a la estimada.

En el caso del modelo de eficiencia, se observa un desempeño destacado cuando se utiliza un ángulo de relleno de $0^\circ/90^\circ$, independientemente de la orientación de fabricación. No obstante, cuando se trabaja con una orientación vertical, el error promedio se reduce a un valor de apenas 0.06%, lo que indica una ligera sobreestimación de la resistencia real. Además, en esta configuración, este modelo presenta una de las desviaciones estándar más bajas en comparación con el resto, lo que sugiere una menor dispersión en la estimación de la propiedad y, por lo tanto, una mayor confiabilidad predictiva.

De manera similar, el modelo de Rice muestra un buen desempeño predictivo cuando se utiliza un ángulo de relleno de $\pm 45^\circ$, independientemente de la orientación de fabricación. Sin embargo, su mejor comportamiento se observa en la orientación vertical, donde presenta un error promedio de -0.79% y una desviación estándar de 2.36%. Este resultado indica una ligera subestimación de la resistencia última al cortante, lo cual resulta conservador desde el punto de vista del diseño de componentes FFF, posicionando a este modelo como uno de los más adecuados para esta configuración.

En la Tabla 5.19 se resumen el desempeño de los modelos al predecir la resistencia última al cortante (S_{us}) por cada orientación (horizontal y vertical) y ángulo de relleno ($0^\circ/90^\circ$ y $\pm 45^\circ$). Se observa que nuevamente el modelo Exponencial y la variante de Duckworth presentan el mejor desempeño global en la predicción de la resistencia última al cortante, ambos con un error promedio de -0.20% y una desviación estándar de 6.29%. Estos valores se consideran adecuados para aplicaciones de ingeniería, ya que el error promedio es prácticamente nulo y la dispersión se mantiene en un nivel moderado. Además, el signo negativo del error indica una ligera subestimación de la resistencia, lo cual resulta conservador desde el punto de vista del diseño estructural de piezas FFF, al evitar la sobreestimación de la resistencia del componente.

En seguida se posiciona el modelo de Rice, con un error promedio de -0.46% y una desviación estándar de 8.84%. Si bien el error medio sigue siendo bajo y aceptable, la mayor desviación estándar indica una variabilidad más elevada en la predicción, lo que introduce una mayor incertidumbre en el diseño cuando se consideran diferentes configuraciones de fabricación.

El modelo de Gibson and Ashby ocupa el tercer lugar del ranking, con un error promedio de -1.61% y una desviación estándar de 7.99%. Aunque el error promedio se mantiene dentro de un rango aceptable, la dispersión observada indica que su desempeño es sensible a la orientación de fabricación. En particular, se observa que en la orientación vertical la desviación estándar

disminuye, lo que sugiere una mayor estabilidad del modelo bajo esta condición. En consecuencia, su capacidad predictiva depende de manera significativa de la orientación de fabricación, lo que limita su aplicabilidad general para la predicción de la resistencia última al cortante.

Por su parte, el modelo de Eficiencia presenta un error promedio de -2.01% y una desviación estándar de 7.50% . Aunque el error medio aún puede considerarse aceptable, la variabilidad observada y la tendencia a la subestimación más pronunciada reducen su precisión en comparación con los modelos mejor posicionados.

Finalmente, los modelos Spriggs and Duckworth, Hasselman y la ley de Mezclas muestran los peores desempeños globales, con errores promedio positivos elevados y desviaciones estándar significativas. Estos resultados evidencian una clara tendencia a la sobreestimación de la resistencia última al cortante y una alta incertidumbre en la predicción. Desde el punto de vista del diseño de piezas FFF, este comportamiento no es deseable, ya que puede conducir a diseños no conservadores y potencialmente inseguros al sobrevalorar la capacidad resistente del material.

En conjunto, considerando tanto el error promedio global como su desviación estándar, se concluye que el modelo Exponencial y la variante de Duckworth ofrecen el mejor equilibrio entre precisión, estabilidad y seguridad para la predicción de la resistencia última al cortante en componentes fabricados por FFF.

Tabla 5.19. Desempeño y ranking global de los modelos para la resistencia última al cortante (S_{US}).

Modelos	Errores de predicción (desviación estándar) (%)				Promedio global	Ranking general
	Orientación plana		Orientación vertical			
	0°/90°	±45°	0°/90°	±45°		
V.Duckworth	0.24 (10.31)	0.73 (5.83)	-1.54 (6.29)	-0.22 (2.75)	-0.20 (6.29)	1
Exponencial	0.24 (10.31)	0.73 (5.83)	-1.54 (6.29)	-0.22 (2.75)	-0.20 (6.29)	1
Rice	0.34 (17.92)	0.25 (7.47)	-1.62 (7.60)	-0.79 (2.36)	-0.46 (8.84)	2
Gibson and Ashby	-4.89 (13.62)	0.32 (9.41)	-1.70 (6.07)	-0.16 (2.87)	-1.61 (7.99)	3
Eficiencia	-4.39 (13.95)	-3.20 (6.19)	0.06 (5.50)	-0.50 (4.35)	-2.01 (7.50)	4
Spriggs and Duckworth	-3.93 (30.85)	2.43 (33.68)	7.56 (49.25)	9.33 (36.03)	3.85 (37.45)	5
Hasselman	-2.61 (24.70)	2.97(30.14)	10.01 (43.66)	9.55 (33.69)	4.98 (33.05)	6
Mezclas	87.78 (27.39)	73.11 (11.07)	96.34 (10.80)	65.94 (7.26)	80.79 (14.13)	7

5.4.3 Diseño de componentes FFF

Los resultados obtenidos en el presente estudio aportan criterios cuantitativos y confiables para el diseño estructural de componentes fabricados por Fabricación por Filamento Fundido (FFF) sometidos a cargas cortantes, al establecer la capacidad predictiva real de distintos modelos micromecánicos en función de los parámetros de fabricación. En particular, la evaluación conjunta del error promedio y la desviación estándar permite no solo identificar los modelos con mayor precisión, sino también aquellos que ofrecen un comportamiento conservador y estable, aspectos fundamentales en el diseño.

Desde el punto de vista del diseño de piezas FFF, el uso de modelos que subestiman ligeramente el módulo elástico y la resistencia última al cortante, como el modelo Exponencial y la variante de Duckworth, resulta especialmente valioso. Esta subestimación controlada conduce a diseños conservadores, en los que las propiedades mecánicas reales del componente tienden a ser superiores a las consideradas en el cálculo, incrementando así el margen de seguridad estructural. En aplicaciones donde las cargas cortantes juegan un papel crítico, esta característica reduce el riesgo de falla prematura asociada a la variabilidad inherente del proceso FFF.

En el contexto del Diseño para Manufactura Aditiva (DfAM, por sus siglas en inglés Design for Additive Manufacturing), los modelos mejor posicionados pueden emplearse como herramientas de apoyo para la selección racional de la orientación de fabricación y del patrón de relleno, permitiendo al diseñador anticipar el comportamiento mecánico del componente sin recurrir a pruebas experimentales extensas. De esta manera, los modelos propuestos pueden incorporarse en etapas de pre-dimensionamiento, optimización geométrica y validación estructural preliminar de piezas FFF.

Los principales beneficiarios de estos resultados incluyen diseñadores mecánicos, ingenieros de producto, investigadores en manufactura aditiva y empresas que utilizan FFF para la fabricación de componentes con requerimientos estructurales. En el ámbito industrial, la adopción de modelos predictivos confiables contribuye a reducir costos de desarrollo, mejorar la calidad del producto final y aumentar la confianza en el uso de FFF para aplicaciones estructurales. Desde una perspectiva social, estos avances favorecen el uso más seguro y eficiente de la manufactura aditiva en sectores como la educación, la ingeniería biomédica, la manufactura distribuida y el desarrollo de soluciones personalizadas, ampliando el alcance de esta tecnología con criterios de diseño más robustos y fundamentados.

Capítulo 6. Conclusiones

En el presente trabajo de tesis se estudió y analizó el comportamiento mecánico a torsión de componentes fabricados por la técnica de fabricación por filamento fundido (FFF) utilizando PLA como materia prima. Con base en los resultados obtenidos, se puede afirmar que el objetivo general de la investigación fue cumplido, ya que se logró analizar y modelar el comportamiento estructural a cortante de piezas FFF, así como evaluar la influencia de los principales parámetros del proceso de fabricación en sus propiedades mecánicas. En una primera etapa, se logró cumplir el objetivo de conocer el proceso FFF y sus principales parámetros, lo que permitió identificar el conjunto de variables fundamentales involucradas en la fabricación de componentes. Así mismo, la revisión del estado del arte permitió identificar que el comportamiento a cortante de componentes FFF ha sido poco explorado en comparación con otros tipos de carga, lo que evidenció la necesidad de estudiar parámetros específicos que no habían sido analizados previamente. Posteriormente, se caracterizaron experimentalmente las propiedades al cortante de las probetas FFF bajo distintas combinaciones de orientación de fabricación, porcentaje de relleno y ángulo de relleno, siguiendo la metodología descrita en el Capítulo 3. Los resultados experimentales obtenidos permitieron comprender el efecto de estos parámetros en el módulo elástico al cortante (G) y la resistencia última al cortante (S_{us}).

Finalmente, se desarrollaron y evaluaron modelos analíticos de la micromecánica con el propósito de predecir el comportamiento estructural a cortante de los componentes FFF. La comparación entre los resultados experimentales y las predicciones de los modelos permitió demostrar que es posible estimar con buena precisión el módulo elástico al cortante y la resistencia última al cortante de piezas FFF mediante modelos analíticos. En conjunto, los resultados obtenidos permiten validar la hipótesis planteada en este trabajo, confirmando que el comportamiento estructural al cortante de componentes fabricados por FFF puede predecirse mediante modelos analíticos que consideran los parámetros del proceso. De esta manera, esta investigación contribuye al entendimiento mecánico de piezas FFF y proporciona una base sólida para su análisis y diseño estructural bajo cargas cortante.

Influencia de los parámetros del proceso en las propiedades al cortante

Los resultados obtenidos demuestran que el porcentaje de relleno es un parámetro fundamental en el comportamiento al cortante de las probetas fabricadas mediante FFF. Tanto el módulo elástico al cortante como la resistencia última mostraron una tendencia creciente conforme aumenta el porcentaje de relleno. En la orientación de fabricación vertical se observó que los valores de porcentaje de relleno bajos conducen a una menor adherencia entre capas, mientras que un valor mayor de porcentaje de relleno favorece directamente la adherencia interlaminar. Por tanto, se concluye que el porcentaje de relleno es un parámetro crítico en el diseño de piezas fabricadas por FFF ya que afecta directamente las propiedades al cortante de las piezas.

Por otro lado, los resultados mostraron que la orientación de fabricación influye directamente en el comportamiento al cortante de las probetas FFF. La orientación vertical presenta un mayor módulo elástico al cortante y una resistencia última al cortante ligeramente superior en comparación con la orientación plana, lo cual se asocia a una mejor adhesión entre capas. En contraste, la orientación plana presentó un desempeño al cortante menor a la orientación vertical, pero con un modo de falla más dúctil debido al trenzado irregular del filamento. Los resultados concluyen que la orientación de fabricación vertical es la más favorable para maximizar el desempeño al cortante de las piezas FFF.

Por último, los resultados evidencian que el ángulo de relleno es un parámetro determinante en el comportamiento al cortante de las probetas FFF, particularmente en la orientación plana. En esta configuración, el ángulo de relleno $\pm 45^\circ$ conduce a valores superiores del módulo elástico al cortante y de la resistencia última al cortante, debido a la alineación de los filamentos con los planos de máximo esfuerzo cortante. Por lo tanto, para componentes FFF sometidos a cargas cortantes, el uso de un ángulo de relleno $\pm 45^\circ$ resulta más adecuado cuando se usa la orientación de fabricación plana.

Modelos de predicción de propiedades

En cuanto al desarrollo y evaluación de modelos analíticos para predecir el comportamiento al cortante de los componentes FFF, se realizó el análisis y evaluación de ocho diferentes modelos en la literatura para componentes porosos con el fin de determinar su desempeño e identificar el modelo que ofrece el mejor desempeño. Para determinar los coeficientes de cada modelo se utilizaron los datos obtenidos experimentalmente. La evaluación de los modelos se realizó mediante el cálculo del error de predicción con respecto a los resultados experimentales.

En general, los resultados demostraron que el modelo Exponencial y la variante de Duckworth son los modelos más consistentes y precisos para predecir tanto el módulo elástico al cortante como la resistencia última al cortante, para cualquiera de las orientaciones de fabricación plana o vertical, y cualquiera de los ángulos de relleno $0^\circ/90^\circ$ o $\pm 45^\circ$. Estos modelos presentaron los menores errores de predicción promedio (error de predicción global promedio de -0.20%) y una estabilidad adecuada en todas las configuraciones estudiadas. De igual manera, el modelo de Gibson and Ashby mostró un desempeño sólido (error de predicción global de -1.61%), especialmente dentro de rangos específicos de porcentaje de relleno, mientras que el modelo de Rice destacó particularmente en la orientación vertical con un ángulo de relleno de $\pm 45^\circ$ y un error de predicción global de -0.46%. Estos resultados indican que, si bien existen modelos con buen desempeño bajo condiciones particulares, el modelo Exponencial y la variante de Duckworth ofrecen el mejor desempeño general para todas las orientaciones y ángulos de relleno analizados.

Diseño para manufactura aditiva e impacto industrial

En el contexto del Diseño para Manufactura Aditiva (DfAM), los resultados obtenidos en este trabajo representan una contribución relevante para el diseño mecánico racional de piezas fabricadas por Fabricación por Filamento Fundido (FFF). La identificación de modelos micromecánicos con alta capacidad predictiva, particularmente el modelo Exponencial y la variante de Duckworth, proporciona al diseñador herramientas analíticas confiables para estimar el comportamiento al cortante de los componentes considerando directamente los parámetros del proceso de fabricación.

La posibilidad de predecir de manera adecuada tanto el módulo elástico al cortante como la resistencia última al cortante permite integrar estos modelos en etapas tempranas del proceso de diseño, facilitando el pre-dimensionamiento estructural y la toma de decisiones sobre la orientación de fabricación y el patrón de relleno. De esta forma, se reduce la dependencia de metodologías empíricas o de iteraciones experimentales extensas, lo que se traduce en una disminución del tiempo y costo de desarrollo de productos fabricados mediante FFF.

Trabajo a futuro

Para complementar y extender los alcances de este estudio, se consideran las siguientes propuestas de trabajo futuro:

1. Analizar el comportamiento estructural variando el número de capas perimetrales, con el objetivo de determinar si este parámetro puede mejorar las propiedades mecánicas incluso cuando se emplean porcentajes de relleno bajos.
2. Evaluar el comportamiento al cortante utilizando el método de prueba tipo Iosipescu, el cual evitaría el trenzado observado en la orientación plana bajo torsión, permitiendo identificar si dicha orientación pudiera presentar mejoras significativas en la medición de sus propiedades al cortante.
3. Ampliar la base experimental mediante la realización de ensayos adicionales para menores porcentajes de relleno, con el fin de generar un conjunto de datos más amplio en términos de porcentajes de relleno, que permita mejorar y validar los modelos predictivos utilizados en este estudio para cargas a cortante.

Referencias

- [1] Groover Mikell P., *Fundamentals of modern manufacturing materials processes and systems*, 4th ed. Wiley, 2010.
- [2] Serope. Kalpakjian, S. R. . Schmid, J. Elmer. Murrieta Murrieta, Ulises. Figueroa López, y . Sandoval Palafox Francisco Javier, *Manufactura, ingeniería y tecnología*, 7a ed., vol. 1. Pearson, 2014.
- [3] G. Gao, F. Xu, J. Xu, G. Tang, y Z. Liu, “A Survey of the Influence of Process Parameters on Mechanical Properties of Fused Deposition Modeling Parts”, el 1 de abril de 2022, *MDPI*. doi: 10.3390/mi13040553.
- [4] H. Gonabadi, & A. Yadav, y S. J. Bull, “The effect of processing parameters on the mechanical characteristics of PLA produced by a 3D FFF printer”, *Springer*, p. 15, oct. 2020, doi: 10.1007/s00170-020-06138-4/Published.
- [5] ISO/ASTM International, “Additive manufacturing-General principles-Fundamentals and vocabulary Fabrication additive-Principes généraux-Fondamentaux et vocabulaire INTERNATIONAL STANDARD ISO/ASTM 52900 ISO/ASTM 52900:2021”, nov. 2021. Consultado: el 22 de enero de 2025. [En línea]. Disponible en: <https://www.iso.org/standard/74514.html>
- [6] H. Bakhtiari, M. Aamir, y M. Tolouei-Rad, “Effect of 3D Printing Parameters on the Fatigue Properties of Parts Manufactured by Fused Filament Fabrication: A Review”, el 1 de enero de 2023, *MDPI*. doi: 10.3390/app13020904.
- [7] M. León y Á. Marcos-Fernández, “Impresión 3D con materiales elastoméricos”, *Revista De Plásticos Modernos*, 2019.
- [8] T. Romeijn, B. Wells, D. Wei, y G. Paul, “Investigation into the shear property of thin-walled additively manufactured structures using staggered fused filament fabrication”, *Addit Manuf*, vol. 35, oct. 2020, doi: 10.1016/j.addma.2020.101259.
- [9] M. Á. Caminero, J. M. Chacón, E. García-Plaza, P. J. Núñez, J. M. Reverte, y J. P. Becar, “Additive manufacturing of PLA-based composites using fused filament fabrication: Effect of graphene nanoplatelet reinforcement on mechanical properties, dimensional accuracy and texture”, *Polymers (Basel)*, vol. 11, núm. 5, may 2019, doi: 10.3390/polym11050799.
- [10] J. Torres, J. Coteló, J. Karl, y A. P. Gordon, “Mechanical property optimization of FDM PLA in shear with multiple objectives”, *JOM*, vol. 67, núm. 5, pp. 1183–1193, may 2015, doi: 10.1007/s11837-015-1367-y.
- [11] C. O. Balderrama-Armendariz, E. MacDonald, D. Espalin, D. Cortes-Saenz, R. Wicker, y A. Maldonado-Macias, “Torsion analysis of the anisotropic behavior of FDM

- technology”, *International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, vol. 96, núm. 1–4, pp. 307–317, abr. 2018, doi: 10.1007/s00170-018-1602-0.
- [12] S. Rohde *et al.*, “Experimental Characterization of the Shear Properties of 3D-Printed ABS and Polycarbonate Parts”, *Exp Mech*, vol. 58, núm. 6, pp. 871–884, jul. 2018, doi: 10.1007/s11340-017-0343-6.
- [13] H. Gonabadi, & A. Yadav, y S. J. Bull, “The effect of processing parameters on the mechanical characteristics of PLA produced by a 3D FFF printer”, *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, pp. 695–709, 2020, doi: 10.1007/s00170-020-06138-4/Published.
- [14] N. Beattie, N. Bock, T. Anderson, T. Edgeworth, T. Kloss, y J. Swanson, “Effects of Build Orientation on Mechanical Properties of Fused Deposition Modeling Parts”, *J Mater Eng Perform*, vol. 30, núm. 7, pp. 5059–5065, jul. 2021, doi: 10.1007/s11665-021-05624-4.
- [15] A. Forés-Garriga, M. A. Pérez, G. Gómez-Gras, y G. Reyes-Pozo, “Role of infill parameters on the mechanical performance and weight reduction of PEI Ultem processed by FFF”, *Mater Des*, vol. 193, ago. 2020, doi: 10.1016/j.matdes.2020.108810.
- [16] W. Zhang *et al.*, “Interfacial bonding strength of short carbon fiber/acrylonitrile-butadiene-styrene composites fabricated by fused deposition modeling”, *Compos B Eng*, vol. 137, pp. 51–59, mar. 2018, doi: 10.1016/j.compositesb.2017.11.018.
- [17] A. Castro Sánchez, L. Rodríguez De Tembleque, S. Cotutor, y E. G. Macías, “Modelización micromecánica de materiales compuestos: comparativa entre modelos analíticos y numéricos (MEF)”, Universidad de Sevilla, 2018.
- [18] T. Maconachie *et al.*, “SLM lattice structures: Properties, performance, applications and challenges”, el 5 de diciembre de 2019, *Elsevier Ltd*. doi: 10.1016/j.matdes.2019.108137.
- [19] J. A. Choren, S. M. Heinrich, y M. B. Silver-Thorn, “Young’s modulus and volume porosity relationships for additive manufacturing applications”, agosto de 2013. doi: 10.1007/s10853-013-7237-5.
- [20] S. N. Cerda-Avila, H. I. Medellín-Castillo, y T. Lim, “Analytical models to estimate the structural behaviour of fused deposition modelling components”, *Rapid Prototyp J*, vol. 27, núm. 4, pp. 658–670, 2021, doi: 10.1108/RPJ-07-2020-0145.
- [21] S. N. Cerda-Avila, H. I. Medellín-Castillo, y T. Lim, “An experimental methodology to analyse the structural behaviour of FDM parts with variable process parameters”, *Rapid Prototyp J*, vol. 26, núm. 9, pp. 1615–1625, sep. 2020, doi: 10.1108/RPJ-12-2019-0312.
- [22] A. International y files indexed by mero, “ASTM E143 Standard Test Method for Shear Modulus at Room Temperature 1”, feb. 2021.

Anexos

A. Código de programación para el cálculo de los coeficientes de los modelos

```
%MODELOS, PARA SHEAR FFF%
%%
%MIXTURE MODEL
clear all
clc
M= readmatrix('new_C.txt'); %Sus_norm, %Relleno, Sus_exp
T_size=size(M,1);
MOD=zeros(T_size,4); %Relleno, Sus_n, Sus_cal, Error, Prom, S.D
Sut=2337.05; %no1500 & 45 si 42.17 & 2337.05
Coeficientes=zeros(10,1);
Resultados_Errores=zeros(5,10,2);
%RELLENO,RESULTADO_EXP,MEZCLAS,EFICIENCIA,G_A,SandD,RICE,HAS,V.Du,EXP
O
Resultados_Errores(:,1,:)=repmat(M(:,2,1), 1, 1, 2); %dim 1 -- result
Resultados_Errores(:,2,:)=repmat(M(:,1,1),1, 1, 2); %dim 2 -- error
for i=1:T_size
    MOD(i,1)= M(i,2);
    MOD(i,2)= M(i,2)/100;
    MOD(i,3)= (MOD(i,2))*Sut;
    MOD(i,4)= ( (MOD(i,2)) - (M(i,1)) )/( M(i,1) )*100;
end
MENOR_Error_promedio_mixture = (mean(MOD(1:T_size,4))) %promedio error
S_D_mixture= std(MOD(1:T_size,4))
Resultados_Errores(:,3,1)=MOD(:,2);
Resultados_Errores(:,3,2)=MOD(:,4);
figure;
hold on
plot(M(1:5,2),M(1:5,1), 'g', 'Marker','diamond'); %EXPERIMENTAL
if T_size >5
plot(M(6:10,2),M(6:10,1), 'c', 'Marker','diamond'); %EXPERIMENTAL
plot(M(11:15,2),M(11:15,1), 'r', 'Marker','diamond'); %EXPERIMENTAL
plot(M(16:20,2),M(16:20,1), 'm', 'Marker','diamond'); %EXPERIMENTAL
end
plot(MOD(1:5,1),MOD(1:5,2), '--b', 'Marker','diamond') %MIXTURE MODEL
xlabel('% RELLENO');
ylabel('Sus normalizado');
title('Sus normalizado VS % RELLENO');
```

```

legend('EXPERIMENTAL PLANA, +-45, 0.18','MIXTURE MODEL');
if T_size >5
legend('EXPERIMENTAL PLANA, +-45, 0.18', 'EXPERIMENTAL VERTICAL, +-45, 0.18',
'EXPERIMENTAL PLANA, 0/90, 0.18','EXPERIMENTAL VERTICAL, 0/90, 0.18','MIXTURE
MODEL');
end
%%
%EFFICIENCY MODEL% 5,7,3
alpha=zeros(T_size,T_size+2,3); %efficiency factor, Sus_cal(2)...Sus_cal(6),
for i=1:T_size
    alpha(i,1)=M(i,1)/(M(i,2)/100); %% Efficiency Factor "Sus/%R"
    for j=1:T_size
        alpha(i,j+1,1)= alpha(i,1) * (M(j,2)/100); % Sus_norm = alpha * %Relleno
        alpha(i,j,2)= alpha(i,1) * (MOD(j,1)/100) * Sut; % Sus_cal(2)...Sus_cal(6)
        alpha(i,j,3)= ( (alpha(i,j+1,1)) - (M(j,1)) )/( M(j,1) ); %error en dim 3 de aplha 1:5 ... (
(alpha(i,j,2)) - (M(j,3)) )/( M(j,3) )
    end
    alpha(i,T_size+1,3) = (mean(alpha(i,1:T_size,3),2)); %promedio error (6) dim 2
    alpha(i,T_size+2,3)= std(alpha(i,1:T_size,3)*100,1); % S.D
end
[~, idx]= min(abs(alpha(:,T_size+1,3)));
S_D_EFF=alpha(idx,7,3)
MENOR_ERROR_EFFICIENCY_MODEL= alpha(idx,T_size+1,3)*100
%min(abs(alpha(:,T_size+1,3)*100))
Coeficientes(1,1)=alpha(idx,1,1);
Resultados_Errores(:,4,1)=(alpha(idx,2:6,1));
Resultados_Errores(:,4,2)=(alpha(idx,1:5,3))*100;
figure;
hold on
plot(M(1:5,2),M(1:5,1), 'g', 'Marker','diamond'); %EXPERIMENTAL
if T_size >5
plot(M(6:10,2),M(6:10,1), 'c', 'Marker','diamond'); %EXPERIMENTAL
plot(M(11:15,2),M(11:15,1), 'r', 'Marker','diamond'); %EXPERIMENTAL
plot(M(16:20,2),M(16:20,1), 'm', 'Marker','diamond'); %EXPERIMENTAL
end
plot(MOD(1:5,1),alpha(idx,2:6,1), '--b', 'Marker','diamond') %EFFICIENCY MODEL 2:6
%plot(MOD(:,1),alpha(idx,2:T_size+1,1), '--b', 'Marker','diamond') %EFFICIENCY MODEL
xlabel('% RELLENO');
ylabel('Sus normalizado');
title('Sus normalizado VS % RELLENO');

```

```

legend('EXPERIMENTAL PLANA, +-45, 0.18','EFFICIENCY MODEL');
if T_size >5
legend('EXPERIMENTAL PLANA, +-45, 0.18', 'EXPERIMENTAL VERTICAL, +-45, 0.18',
'EXPERIMENTAL PLANA, 0/90, 0.18', 'EXPERIMENTAL VERTICAL, 0/90,
0.18','EFFICIENCY MODEL');
end
%%
%GIBSON AND ASHBY MODEL
G_A=zeros(T_size,T_size,2); %T_size,T_size,2
count=1;
n_c=zeros(T_size*2,2); %n, C
S_cal=zeros(T_size+2,T_size*2,2);%T_size+2
for i=1:T_size
for j=1:T_size
A=M(i,1); %Sus_norm (punto i)
B=M(j,1); %Sus_norm (punto j)
AA=M(i,2)/100; %Relleno (punto i)
BB=M(j,2)/100; %Relleno (punto j)
if j>i
G_A(i,j)= (log(A/B))/(log(AA/BB)); %valor de "n"
G_A(i,j,2)= A/(AA^(G_A(i,j))) ; %valor de "C"
n_c(count,1)= G_A(i,j);
n_c(count,2)=G_A(i,j,2);
count=1+count;
end
end
end
end

for i=1:((T_size-1)*((T_size-1)+1))/2 %105
for j=1:T_size
S_cal(j,i)= n_c(i,2) * (M(j,2)/100)^(n_c(i,1)); %calcula S_cal=C * R^n
S_cal(j,i,2)= (S_cal(j,i) - M(j,1))/M(j,1); %Error i= 1:5 dim 2
end
S_cal(T_size+1,i,2) = (mean(S_cal(1:T_size,i,2),1)); %promedio error i= 6 dim 2 renglon
S_cal(T_size+2,i,2)= std(S_cal(1:T_size,i,2)*100,1); % S.D dim 2 i= 7
end
[~, idx]= min(abs(S_cal(T_size+1, :, 2)));
S_D_GIB=S_cal(7,idx,2)
MENOR_ERROR_GIBSON_MODEL= S_cal(T_size+1,idx,2)*100
%min(abs(S_cal(T_size+1, :, 2)*100))

```

```

Coeficientes(2,1)=n_c(idx,2);
Coeficientes(3,1)=n_c(idx,1);
Resultados_Errores(:,5,1)=(S_cal(1:5,idx,1));
Resultados_Errores(:,5,2)=(S_cal(1:5,idx,2))*100;
figure;
hold on
plot(M(1:5,2),M(1:5,1), 'g', 'Marker','diamond','LineWidth', 1); %EXPERIMENTAL
if T_size >5
plot(M(6:10,2),M(6:10,1), 'c', 'Marker','diamond'); %EXPERIMENTAL
plot(M(11:15,2),M(11:15,1), 'r', 'Marker','diamond'); %EXPERIMENTAL
plot(M(16:20,2),M(16:20,1), 'm', 'Marker','diamond'); %EXPERIMENTAL
end
plot(MOD(1:5,1),S_cal(1:5,idx,1), '--b', 'Marker','diamond') %GIBSON AND ASHBY MODEL
S_cal(1:5,idx,1)
%plot(MOD(:,1),S_cal(1:T_size,idx,1), '--b', 'Marker','diamond') %GIBSON AND ASHBY
MODEL
% plot(MOD(:,1),S_cal(1:5,5,1), 'm', 'Marker','diamond') %EFFICIENCY MODEL
% plot(MOD(:,1),S_cal(1:5,6,1), 'k', 'Marker','diamond') %EFFICIENCY MODEL
xlabel('% RELLENO');
ylabel('Sus normalizado');
title('Sus normalizado VS % RELLENO');
legend('EXPERIMENTAL PLANA, +-45, 0.18','GIBSON AND ASHBY MODEL');
if T_size >5
legend('EXPERIMENTAL PLANA, +-45, 0.18', 'EXPERIMENTAL VERTICAL, +-45, 0.18',
'EXPERIMENTAL PLANA, 0/90, 0.18','EXPERIMENTAL VERTICAL, 0/90, 0.18','GIBSON
AND ASHBY MODEL');
end

%%
% Spriggs and Duckworth models
DKW=zeros(T_size,T_size+2,2);
for i=1:T_size
    DKW(i,1)= ((log(M(i,1)))/(1-(M(i,2)/100))); %Sus_norm/(1-%R)
    for j=2:T_size+1
        DKW(i,j)=exp((DKW(i,1)) * (1-(M(j-1,2)/100)));
        DKW(i,j-1,2)= (DKW(i,j) - M(j-1,1))/M(j-1,1); %error colm 1-5 dim 2
    end
    DKW(i,T_size+1,2) = (mean(DKW(i,1:T_size,2),2)); %promedio error j= 6 dim 2 renglón
    DKW(i,T_size+2,2)= std(DKW(i,1:T_size,2)*100,1); % S.D dim 2 i= 7
end

```

```

[~, idx]= min(abs(DKW(:,T_size+1,2)));
d=idx;
S_D_DKW=DKW(d,7,2)
MENOR_ERROR_DUCKWORTH_MODEL= DKW(idx,T_size+1,2)*100
Coeficientes(4,1)=DKW(idx,1)*-1;
Resultados_Errores(:,6,1)=(DKW(idx,2:6,1));
Resultados_Errores(:,6,2)=(DKW(idx,1:5,2))*100;

s=zeros(T_size+2,17,2);
count=2.7;
for i=1:17
    s(1,i)= count;
    for j=2:T_size+1
        s(j,i)=exp((-count) * (1-(M(j-1,2)/100)));
        s(j-1,i,2)= (s(j,i) - M(j-1,1))/M(j-1,1);
    end
    count=count+0.1;
    s(T_size+1,i,2) = (mean(s(1:T_size,i,2),1));    %promedio error j= 6 dim 2 renglón
    s(T_size+2,i,2)= std(s(1:T_size,i,2),1);        % S.D dim 2 i= 7
end
[~, idx]= min(abs(s(T_size+2,:,2)));
d_2=idx;
valor=s(1,d_2);
MENOR_ERROR_spriggs_MODEL= min(abs(s(T_size+2,:,2)));
figure;
hold on
plot(M(1:5,2),M(1:5,1), 'g', 'Marker','diamond'); %EXPERIMENTAL
if T_size >5
plot(M(6:10,2),M(6:10,1), 'c', 'Marker','diamond'); %EXPERIMENTAL
plot(M(11:15,2),M(11:15,1), 'r', 'Marker','diamond'); %EXPERIMENTAL
plot(M(16:20,2),M(16:20,1), 'm', 'Marker','diamond'); %EXPERIMENTAL
end
plot(MOD(1:5,1),DKW(d,2:6,1), '--b', 'Marker','diamond') % Duckworth MODEL
plot(MOD(1:5,1),s(2:6,idx,1), '--r', 'Marker','diamond') % Spriggs MODEL
% plot(MOD(:,1),DKW(d,2:T_size+1,1), '--b', 'Marker','diamond') % Duckworth MODEL
% plot(MOD(:,1),s(2:T_size+1,idx,1), '--r', 'Marker','diamond') % Spriggs MODEL
%plot(MOD(:,1),s(2:6,17,1), 'y', 'Marker','diamond') %EFFICIENCY MODEL
% plot(MOD(:,1),DKW(2,2:6,1), 'b', 'Marker','diamond') %EFFICIENCY MODEL
% plot(MOD(:,1),DKW(3,2:6,1), 'b', 'Marker','diamond') %EFFICIENCY MODEL
% plot(MOD(:,1),DKW(4,2:6,1), 'b', 'Marker','diamond') %EFFICIENCY MODEL

```

```

% plot(MOD(:,1),DKW(5,2:6,1), 'b', 'Marker','diamond') %EFFICIENCY MODEL
xlabel('% RELLENO');
ylabel('Sus normalizado');
title('Sus normalizado VS % RELLENO');
legend('EXPERIMENTAL PLANA, +-45, 0.18','Duckworth MODEL', ['Spriggs MODEL
',num2str(valor)]);
if T_size >5
legend('EXPERIMENTAL PLANA, +-45, 0.18', 'EXPERIMENTAL VERTICAL, +-45, 0.18',
'EXPERIMENTAL PLANA, 0/90, 0.18','EXPERIMENTAL VERTICAL, 0/90, 0.18','Duckworth
MODEL', ['Spriggs MODEL ',num2str(valor)]);
end
%%
%RICE MODEL
RICE=zeros(T_size,T_size+2,2);
for i=1:T_size
    RICE(i,1)= ((log(1-M(i,1)))/((M(i,2)/100))); %ln(1-Sus_norm) /(%R)
    for j=2:T_size+1
        RICE(i,j)=1 - exp((RICE(i,1)) * (M(j-1,2)/100));
        RICE(i,j-1,2)= (RICE(i,j) - M(j-1,1))/M(j-1,1); %error colm 1-5 dim 2
    end
    RICE(i,T_size+1,2) = (mean(RICE(i,1:T_size,2),2)); %promedio error j= 6 dim 2 renglón
    RICE(i,T_size+2,2)= std(RICE(i,1:T_size,2)*100,1); % S.D dim 2 i= 7
end
[~, idx]= min(abs(RICE(:,T_size+1,2)));
rice=idx;
S_D_RICE=RICE(idx,7,2)
MENOR_ERROR_RICE_MODEL= RICE(idx,T_size+1,2)*100
%min(abs(RICE(:,T_size+1,2)*100))
Coeficientes(5,1)=RICE(idx,1)*-1;
Resultados_Errores(:,7,1)=(RICE(idx,2:6,1));
Resultados_Errores(:,7,2)=((RICE(idx,1:5,2))*100);
figure;
hold on
plot(M(1:5,2),M(1:5,1), 'g', 'Marker','diamond'); %EXPERIMENTAL
if T_size >5
plot(M(6:10,2),M(6:10,1), 'c', 'Marker','diamond'); %EXPERIMENTAL
plot(M(11:15,2),M(11:15,1), 'r', 'Marker','diamond'); %EXPERIMENTAL
plot(M(16:20,2),M(16:20,1), 'm', 'Marker','diamond'); %EXPERIMENTAL
end
plot(MOD(1:5,1),RICE(4,2:6,1), '--b', 'Marker','hexagram') % RICE MODEL rice-2(1)

```

```

% plot(MOD(:,1),RICE(rice,2:T_size+1,1), '--b', 'Marker','diamond') % RICE MODEL
% plot(MOD(:,1),DKW(2,2:6,1), 'b', 'Marker','diamond') %EFFICIENCY MODEL
% plot(MOD(:,1),DKW(3,2:6,1), 'b', 'Marker','diamond') %EFFICIENCY MODEL
% plot(MOD(:,1),DKW(4,2:6,1), 'b', 'Marker','diamond') %EFFICIENCY MODEL
% plot(MOD(:,1),DKW(5,2:6,1), 'b', 'Marker','diamond') %EFFICIENCY MODEL
xlabel('% RELLENO');
ylabel('Sus normalizado');
title('Sus normalizado VS % RELLENO');
legend('EXPERIMENTAL PLANA, +-45, 0.18','RICE MODEL');
if T_size >5
legend('EXPERIMENTAL PLANA, +-45, 0.18', 'EXPERIMENTAL VERTICAL, +-45, 0.18',
'EXPERIMENTAL PLANA, 0/90, 0.18','EXPERIMENTAL VERTICAL, 0/90, 0.18','RICE
MODEL');
end
%%
%HASSELMAN MODEL
HASS=zeros(T_size,T_size+2,2);
for i=1:T_size
    A=M(i,1);    %Sus_norm (punto i)
    AA=M(i,2)/100; %Relleno (punto i)
    HASS(i,1)= ((A-1)*(1-(1-AA)))/((1-AA)*A);    %VALOR DE "A"
    for j=2:T_size+1
        HASS(i,j)= 1 + ((HASS(i,1) * (1-(M(j-1,2)/100)))/(1-(HASS(i,1) * (1-(M(j-1,2)/100)))) - (1-
(M(j-1,2)/100))); %Sus_nor calculado
        HASS(i,j-1,2)= (HASS(i,j) - M(j-1,1))/M(j-1,1);    %Error i= 1:5 dim 2
        HASS(i,T_size+1,2) = (mean(HASS(i,1:T_size,2),2));    %promedio error i= 6 dim 2
    end
    renglon
    HASS(i,T_size+2,2)= std(HASS(i,1:T_size,2)*100,1);    % S.D dim 2 i= 7
end
end
[~, idx]= min(abs(HASS(:,T_size+1,2))); %VERIFICA EL MINIMO PROMEDIO ERROR
S_D_HASS=HASS(idx,7,2)
MENOR_ERROR_HASSELMAN_MODEL=    HASS(idx,T_size+1,2)*100
%min(abs(HASS(:,T_size+1,2)*100))
Coeficientes(6,1)=HASS(idx,1);
Resultados_Errores(:,8,1)=(HASS(idx,2:6,1));
Resultados_Errores(:,8,2)=((HASS(idx,1:5,2))*100);
figure;
hold on
plot(M(1:5,2),M(1:5,1), 'g', 'Marker','diamond','LineWidth', 1); %EXPERIMENTAL

```

```

if T_size >5
plot(M(6:10,2),M(6:10,1), 'c', 'Marker','diamond'); %EXPERIMENTAL
plot(M(11:15,2),M(11:15,1), 'r', 'Marker','diamond'); %EXPERIMENTAL
plot(M(16:20,2),M(16:20,1), 'm', 'Marker','diamond'); %EXPERIMENTAL
end
plot(MOD(1:5,1),HASS(idx,2:6,1), '--b', 'Marker','o') %HASSELMAN MODEL idx
% plot(MOD(:,1),HASS(idx,2:T_size+1,1), '--b', 'Marker','diamond') %HASSELMAN MODEL
xlabel('% RELLENO');
ylabel('Sus normalizado');
title('Sus normalizado VS % RELLENO');
legend('EXPERIMENTAL PLANA, +-45, 0.18','HASSELMAN model');
if T_size >5
legend('EXPERIMENTAL PLANA, +-45, 0.18', 'EXPERIMENTAL VERTICAL, +-45, 0.18',
'EXPERIMENTAL PLANA, 0/90, 0.18','EXPERIMENTAL VERTICAL, 0/90,
0.18','HASSELMAN model');
end
%%
%Variant DUCKWORTH MODEL
V_DUCKWORTH=zeros(T_size,T_size,2);
count=1;
n_c_V=zeros(T_size*2,2); %n, C
V_cal=zeros(T_size+2,T_size*2,2);

for i=1:T_size
for j=1:T_size
A=M(i,1); %Sus_norm (punto i)
B=M(j,1); %Sus_norm (punto j)
AA=M(i,2)/100; %Relleno (punto i)
BB=M(j,2)/100; %Relleno (punto j)
if j>i
V_DUCKWORTH(i,j)=(log(A/B))/(AA-BB); %valor de "m"
V_DUCKWORTH(i,j,2)= A/( exp( (-V_DUCKWORTH(i,j))*(1-(AA)) ) ); %valor de
"betha"
n_c_V(count,1)= V_DUCKWORTH(i,j);
n_c_V(count,2)=V_DUCKWORTH(i,j,2);
count=1+count;
end
end
end
end

```

```

for i=1:((T_size-1)*((T_size-1)+1))/2 %T_size*2
    for j=1:T_size
        V_cal(j,i)= n_c_V(i,2) * ( exp ( (-n_c_V(i,1)) * (1- (M(j,2)/100) ) ) ); %calcula S_cal=B *
R^n
        V_cal(j,i,2)= (V_cal(j,i) - M(j,1))/M(j,1); %Error i= 1:5 dim 2
    end
    V_cal(T_size+1,i,2) = (mean(V_cal(1:T_size,i,2),1)); %promedio error i= 6 dim 2 renglon
    V_cal(T_size+2,i,2)= std(V_cal(1:T_size,i,2)*100,1);
end
[~, idx]= min(abs(V_cal(T_size+1, :,2)));
S_D_V_duck=V_cal(7,idx,2)
MENOR_ERROR_V_DUCKWORTH_MODEL= V_cal(T_size+1,idx,2)*100
%min(abs(V_cal(T_size+1, :,2)*100))
Coeficientes(7,1)=n_c_V(idx,2);
Coeficientes(8,1)=n_c_V(idx,1);
Resultados_Errores(:,9,1)=(V_cal(1:5,idx,1));
Resultados_Errores(:,9,2)=((V_cal(1:5,idx,2))*100);
figure;
hold on
plot(M(1:5,2),M(1:5,1), 'g', 'Marker','diamond','LineWidth', 1); %EXPERIMENTAL
if T_size >5
plot(M(6:10,2),M(6:10,1), 'c', 'Marker','diamond'); %EXPERIMENTAL
plot(M(11:15,2),M(11:15,1), 'r', 'Marker','diamond'); %EXPERIMENTAL
plot(M(16:20,2),M(16:20,1), 'm', 'Marker','diamond'); %EXPERIMENTAL
end
plot(MOD(1:5,1),V_cal(1:5,idx,1), '--b', 'Marker','s') %VARIANT DUCKWORTH MODEL
% plot(MOD(:,1),V_cal(1:T_size,idx,1), '--b', 'Marker','diamond') %VARIANT DUCKWORTH
MODEL
xlabel('% RELLENO');
ylabel('Sus normalizado');
title('Sus normalizado VS % RELLENO');
legend('EXPERIMENTAL PLANA, +-45, 0.18','Variant duckworth model');
if T_size >5
legend('EXPERIMENTAL PLANA, +-45, 0.18', 'EXPERIMENTAL VERTICAL, +-45, 0.18',
'EXPERIMENTAL PLANA, 0/90, 0.18','EXPERIMENTAL VERTICAL, 0/90, 0.18','Variant
duckworth model');
end
%%
%EXPONENTIAL MODEL
E_M=zeros(T_size,T_size,2);

```

```

count=1;
n_c_E_M=zeros(T_size*2,2); %n, C
E_M_cal=zeros(T_size+2,T_size*2,2);

for i=1:T_size
    for j=1:T_size
        A=M(i,1); %Sus_norm (punto i)
        B=M(j,1); %Sus_norm (punto j)
        AA=M(i,2)/100; %Relleno (punto i)
        BB=M(j,2)/100; %Relleno (punto j)
        if j>i
            E_M(i,j)= (log(A/B))/(AA-BB); %valor de "n"
            E_M(i,j,2)= A/( exp( (E_M(i,j))*(AA) ) ); %valor de "C"
            n_c_E_M(count,1)= E_M(i,j);
            n_c_E_M(count,2)=E_M(i,j,2);
            count=1+count;
        end
    end
end

for i=1:((T_size-1)*((T_size-1)+1))/2
    for j=1:T_size
        E_M_cal(j,i)= n_c_E_M(i,2) * ( exp ( ( n_c_E_M(i,1) ) * (M(j,2)/100) ) ); %calcula S_cal=C
        * e^(n*R)
        E_M_cal(j,i,2)= (E_M_cal(j,i) - M(j,1))/M(j,1); %Error i= 1:5 dim 2
    end
    E_M_cal(T_size+1,i,2) = (mean(E_M_cal(1:T_size,i,2),1)); %promedio error i= 6 dim 2
    renglon
    E_M_cal(T_size+2,i,2)= std(E_M_cal(1:T_size,i,2)*100,1); % S.D dim 2 i= 7
end
[~, idx]= min(abs(E_M_cal(T_size+1, :, 2)));
S_D_Expo=E_M_cal(7,idx,2)
MENOR_ERROR_EXPONENTIAL_MODEL=
E_M_cal(T_size+1,idx,2)*100%min(abs(E_M_cal(T_size+1, :, 2)*100))
Coeficientes(9,1)=n_c_E_M(idx,2);
Coeficientes(10,1)=n_c_E_M(idx,1);
Resultados_Errores(:,10,1)=(V_cal(1:5,idx,1));
Resultados_Errores(:,10,2)=((V_cal(1:5,idx,2))*100);
figure;
hold on

```

```

plot(M(1:5,2),M(1:5,1), 'g', 'Marker','diamond','LineWidth', 1); %EXPERIMENTAL
if T_size >5
plot(M(6:10,2),M(6:10,1), 'c', 'Marker','diamond'); %EXPERIMENTAL
plot(M(11:15,2),M(11:15,1), 'r', 'Marker','diamond'); %EXPERIMENTAL
plot(M(16:20,2),M(16:20,1), 'm', 'Marker','diamond'); %EXPERIMENTAL
end
plot(MOD(1:5,1),E_M_cal(1:5,idx,1),'--b', 'Marker','x') %VARIANT DUCKWORTH MODEL
% plot(MOD(:,1),E_M_cal(1:T_size,idx,1), '--b', 'Marker','diamond') %VARIANT
DUCKWORTH MODEL
xlabel('% RELLENO');
ylabel('Sus normalizado');
title('Sus normalizado VS % RELLENO');
legend('EXPERIMENTAL PLANA, +-45, 0.18','EXPONENTIAL model');
if T_size >5
legend('EXPERIMENTAL PLANA, +-45, 0.18', 'EXPERIMENTAL VERTICAL, +-45, 0.18',
'EXPERIMENTAL PLANA, 0/90, 0.18','EXPERIMENTAL VERTICAL, 0/90, 0.18',
'EXPONENTIAL model');
end
% legend('EXPERIMENTAL PLANA, +-45, 0.18','MIXTURE MODEL', ...
% 'EFFICIENCY MODEL','GIBSON AND ASHBY MODEL', 'Duckworth MODEL', 'Spriggs
MODEL', 'RICE MODEL', 'HASSELMAN MODEL','Variant DUCKWORTH MODEL',
'EXPONENTIAL model');
Resultados_Errores(:,3:10,2)=Resultados_Errores(:,3:10,2)/100;

```