



Universidad Autónoma de San Luis Potosí
Facultad de Ingeniería
Centro de Investigación y Estudios de Posgrado

“Diseño y fabricación de un robot paralelo accionado por cables (RPAC) de lazo cerrado”

T E S I S

Para obtener el grado de:

Maestro en Ingeniería Mecánica

Presenta:

Ing. Sebastian Alberto Chilaca Rubi

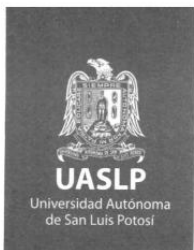
Asesor:

Dr. Mauro Eduardo Maya Méndez

San Luis Potosí, S. L. P.

Febrero de 2026





FACULTAD DE
INGENIERÍA

17 de julio de 2025

**ING. SEBASTIÁN ALBERTO CHILACA RUBÍ
P R E S E N T E.**

En atención a su solicitud de Temario, presentada por el **Dr. Mauro Eduardo Maya Méndez**, Asesor de la Tesis que desarrollará Usted, con el objeto de obtener el Grado de **Maestro en Ingeniería Mecánica**. Me es grato comunicarle que en la sesión del H. Consejo Técnico Consultivo celebrada el día 17 de julio del presente, fue aprobado el Temario propuesto:

TEMARIO:

"Diseño y fabricación de un robot paralelo accionado por cables (RPAC) de lazo cerrado"

Introducción

1. Antecedentes en robótica paralela accionada por cables
2. Diseño de un RPAC planar de lazo cerrado
3. Modelado matemático y diseño conceptual de un RPAC tridimensional de lazo cerrado
4. Desarrollo de prototipo RPAC de lazo cerrado

Conclusiones

Referencias

Anexos

"MODOS ET CUNCTARUM RERUM MENSURAS AUDEBO"

A T E N T A M E N T E

**DR. EMILIO JORGE GONZÁLEZ GALVÁN
DIRECTOR**



www.uaslp.mx

Av. Manuel Nava 8
Zona Universitaria • CP 78290
San Luis Potosí, S.L.P.
tel. (444) 826 2330 al39
fax (444) 826 2336

Ccp. Archivo
-bvlg

"1945-2025: 80 años formando profesionales de la Ingeniería en beneficio de la sociedad"



FACULTAD DE
INGENIERÍA



CENTRO DE
INVESTIGACIÓN
Y ESTUDIOS
DE POSGRADO

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE SAN LUIS POTOSÍ

FACULTAD DE INGENIERÍA

Área de Investigación y Estudios de Posgrado

DECLARACIÓN

El presente trabajo que lleva por título:

Diseño y fabricación de un robot paralelo accionado por cables (RPAC) de lazo cerrado se realizó en el periodo abril de 2022 a enero de 2026 bajo la dirección del Dr. Mauro Eduardo Maya Méndez

Originalidad

Por este medio aseguro que he realizado el trabajo reportado, y la escritura de este documento de tesis para fines académicos sin ayuda indebida de terceros y sin utilizar otros medios más que los indicados.

Las referencias e información tomadas directa o indirectamente de otras fuentes se han definido en el texto como tales y se ha dado el debido crédito a las mismas.

El autor exime a la UASLP de las opiniones vertidas en este trabajo escrito y asume la responsabilidad total del mismo.

Este trabajo no ha sido sometido como tesis o trabajo terminal a ninguna otra institución nacional o internacional en forma parcial o total, exceptuando el caso cuando existe un convenio específico de doble titulación celebrado entre ambas instituciones.

Se autoriza a la UASLP para que divulgue este documento para fines académicos.

El autor del trabajo escrito, Sebastián Alberto Chilaca Rubí

Universidad Autónoma de San Luis Potosí

Facultad de Ingeniería



Centro de Investigación y Estudios de Posgrado

Maestría en Ingeniería Mecánica

Opción Tecnologías de Diseño y Manufactura



Presenta:

Ing. Sebastián Alberto Chilaca Rubí

Comité:

Dr. Mauro Eduardo Maya Méndez

Dr. Juan Carlos Arellano González

Dr. Jorge Alberto Morales Saldaña

Dr. Juan Antonio Cárdenas Galindo

Agradecimientos

No hay logros individuales que sean realmente relevantes y este trabajo no hubiera sido posible sin el gran apoyo de mi familia, principalmente de mis papás que en todo momento han confiado en mí y me han acompañado con amor desde mis primeros pasos hasta cada meta alcanzada en mi vida. También le agradezco a mi tía Mane por esa generosidad que la caracteriza y empujón extra que me impulsa siempre hacia adelante.

De San Luis Potosi, agradezco haber conocido a mis amigos Scouts del grupo 16 San Juan Bosco porque adoptaron a un foráneo y lo hicieron sentir como en casa, también agradezco a mi asesor por la paciencia y por poder acoplarse a un estudiante poco convencional.

Por último, agradezco a Dios por todos los dones y oportunidades que me ha brindado y sé que no hay mejor forma de agradecer que poniendo al servicio de los demás todos los conocimientos adquiridos durante estos años, por eso seguiré adelante buscando que mi trabajo sea beneficioso para mis seres queridos y mi país.

Resumen

El presente trabajo aborda el diseño, modelado y construcción de un robot paralelo accionado por cables tridimensional con configuración de lazo cerrado. Este tipo de manipulador busca aprovechar las ventajas de la redundancia mecánica, como mayor estabilidad, rigidez y capacidad de carga sin incurrir en el aumento proporcional en el número de actuadores utilizados. La problemática central de estos modelos radica en lograr que múltiples segmentos de cable conecten la plataforma móvil a la estructura fija, garantizando una longitud total de cable constante, mientras todos los segmentos trabajan a tensión, condiciones indispensables para mantener el control y equilibrio del sistema.

Como primer paso, se desarrolló un modelo bidimensional que permitió validar los principios cinemáticos y dinámicos involucrados. Posteriormente, se planteó el modelo tridimensional con un sistema de lazos cerrados, incorporando subensambles de poleas orientables, resortes tensores y servomotores sincronizados. Mediante modelado matemático y simulaciones programadas en MATLAB®, se verificó que existían combinaciones viables de desplazamientos y tensiones para alcanzar posiciones objetivo cumpliendo con las condiciones geométricas y físicas impuestas.

El diseño fue materializado en un prototipo funcional fabricado principalmente mediante impresión 3D y ensamble estructural en acero. Si bien persistieron desafíos en la implementación del control simultáneo, se validó la viabilidad mecánica del diseño y su potencial para futuras aplicaciones en automatización e investigación. Este trabajo aporta conocimiento valioso al desarrollo de RPACs con topologías de lazo cerrado, aún poco exploradas en la literatura.

ÍNDICE

Agradecimientos	II
Resumen	III
Introducción	1
Justificación del proyecto	3
Hipótesis.....	4
Objetivo general	4
Objetivos específicos	4
Capítulo 1	6
1 Antecedentes en robótica paralela accionada por cables	6
1.1 Robots paralelos de eslabón rígido	7
1.2 Robots paralelos accionados por cables (RPAC)	9
1.2.1 RPAC Sub restringidos	10
1.2.2 RPAC sobre restringidos	14
1.3 Calculo de trayectorias de segmentos de cable.....	16
1.4 RPAC Reconfigurables.....	18
1.5 RPAC de lazo cerrado.....	20
Capítulo 2	26
2 Diseño de un RPAC planar de lazo cerrado.....	26
2.1 Modelo matemático RPAC versión Planar	30
Capítulo 3	42
3 Modelado matemático y diseño conceptual de un RPAC tridimensional de lazo cerrado	42
3.1 Análisis Geométrico.....	44
3.2 Equilibrio de fuerzas y conservación de longitud del cable.....	54
3.3 Estimación del espacio de trabajo alcanzable.	61
Capítulo 4	68
4 Desarrollo de prototipo RPAC de lazo cerrado	68
4.1 Diseño asistido por computadora (CAD)	70
4.2 Construcción del prototipo	79
Conclusiones	88
Contribuciones	89
Referencias bibliográficas	91
Anexos	94

Anexo A; Solicitud de Patente	94
Anexo B: Código versión planar RPAC2DResorteV2.m.....	119
Anexo C: Código versión 3D RPAC3DV18.m	126

Introducción

En el campo de la robótica, a lo largo de la historia han surgido numerosos modelos de robots, cada uno diseñado para destacar en aspectos específicos del desempeño, tales como la capacidad de carga, la precisión, la velocidad de operación o el espacio de trabajo alcanzable. Esta diversidad busca satisfacer los requisitos particulares de distintas aplicaciones en múltiples sectores industriales.

Este proceso evolutivo de constante innovación ha dado lugar al desarrollo de diversas familias de manipuladores, conformadas por conjuntos de diseños que comparten características estructurales y funcionales relevantes. Entre estas familias, la más ampliamente adoptada en la industria es la de los robots de cadena cinemática abierta, reconocidos por su versatilidad y por la simplicidad con la que puede modelarse su cinemática, tanto directa como inversa.

Los robots de cadena abierta, en su búsqueda por alcanzar una mayor precisión, suelen emplear eslabones altamente rígidos para reducir al mínimo las deformaciones por flexión. No obstante, el material adicional requerido para reforzar dichos eslabones, junto con el peso de los actuadores, genera efectos inerciales que limitan su velocidad, capacidad de carga e incrementan los costos de materia prima.

A pesar de estas desventajas, los robots de cadena abierta ofrecen beneficios significativos, tales como un amplio espacio de trabajo, la adaptabilidad a diversas tareas mediante múltiples configuraciones de juntas cinemáticas, y la implementación de modelos cinemáticos relativamente simples, lo que facilita su control computarizado. Estas ventajas han contribuido a que este tipo de robots predominen en el mercado desde hace varias décadas.

La alternativa ante estos problemas fue el surgimiento de los robots paralelos, los cuales se caracterizan por tener cadenas cinemáticas cerradas, lo que les otorga una ventaja mecánica al dejar de comportarse como un cantiléver y repartir la carga de trabajo entre un mayor número de eslabones que trabajan en paralelo. Esta nueva configuración permite reducir el peso de los eslabones y, por consecuencia, las cargas inerciales, lo que otorga a estos robots una ventaja en términos de velocidad de trabajo, carga de trabajo en proporción al peso del robot y costos de materia prima, al mismo tiempo que conservan la precisión.

La principal desventaja de estos manipuladores es que tienen un espacio de trabajo más reducido, ya que la posición del efector final debe ser alcanzada por todos los brazos que integran el manipulador de forma simultánea, lo que también provoca que sus modelos cinemáticos sean considerablemente más complejos. El control de estos robots se ha podido sortear gracias al desarrollo de la electrónica, la computación y el

modelado matemático. No obstante, aun los espacios de trabajo siguen siendo relativamente pequeños en comparación con los robots de cadena cinemática abierta.

La necesidad de ampliar el espacio de trabajo dio origen a los robots paralelos accionados por cables (RPAC). Esta familia de manipuladores se caracteriza por utilizar cables como eslabones en sus cadenas cinemáticas, los cuales conectan una plataforma móvil con una estructura fija. Un cable se define como un elemento mecánico que únicamente puede transmitir esfuerzos de tracción, lo que permite diseñar eslabones muy largos, delgados, ligeros y de bajo costo.

En los RPAC, la posición de la plataforma móvil se controla mediante la modificación de la longitud de los cables que la conectan con el marco fijo. El método más común para lograr esto consiste en enrollar o desenrollar los cables sobre cabrestantes acoplados a servomotores. Este control debe ejecutarse de forma simultánea, y dependiendo del número de cables empleados, puede ser necesario también regular la tensión de cada uno.

En términos generales, los RPAC son particularmente útiles en aplicaciones que requieren espacios de trabajo extensos y cargas operativas relativamente bajas. No obstante, el hecho de que sus eslabones solo trabajen a tensión impone limitaciones en la magnitud y dirección de las cargas que pueden soportar. Si se desea aumentar la capacidad de carga, es posible añadir más cables al sistema, aunque esto implica un mayor número de cabrestantes y un incremento en el riesgo de colisiones entre cables, o entre los cables y otros elementos del entorno, especialmente en escenarios que involucran rotaciones de la plataforma móvil.

Dentro de la familia de robots paralelos accionados por cables, existe una variante poco estudiada que consiste en sustituir el conjunto de segmentos de cable independientes por un lazo cerrado de cable que recorre un circuito de poleas, conectando la plataforma móvil y el marco fijo en diferentes puntos. Esta configuración ofrece ventajas relevantes, entre las que destaca el aumento en la vida útil del cable, debido a la distribución uniforme del desgaste a lo largo de todo el bucle.

Sin embargo, la principal ventaja de esta variante radica en la posibilidad de incrementar el número de segmentos de cable que conectan la plataforma, sin necesidad de aumentar proporcionalmente el número de actuadores. Esto genera una redundancia mecánica que contribuye a mejorar la estabilidad del sistema, sin elevar significativamente los costos del prototipo.

No obstante, el uso de lazos cerrados de cable introduce desafíos importantes desde el punto de vista del modelado matemático. La complejidad adicional surge porque además de garantizar el equilibrio de fuerzas y momentos en la plataforma móvil, se debe respetar la longitud constante del cable a lo largo de todo el circuito. Este requerimiento se ve complicado por el hecho de que los puntos de contacto entre el cable y

las poleas varían en función de la posición de la plataforma. Esta complejidad adicional ha limitado el desarrollo de esta variante principalmente a configuraciones bidimensionales, también conocidas como robots planares.

En este trabajo se muestran todos los detalles del modelado matemático, diseño y fabricación de un modelo original y novedoso de robot paralelo accionado por cables que forman bucles cerrados, con un espacio de trabajo tridimensional.

Justificación del proyecto

Los robots paralelos accionados por cables (RPAC) han demostrado ser una alternativa eficiente frente a otras configuraciones robóticas en aplicaciones que requieren grandes volúmenes de trabajo, alta velocidad y estructuras ligeras. A pesar de sus múltiples ventajas, estos sistemas enfrentan retos técnicos importantes, especialmente en lo relacionado con la estabilidad estructural, la redundancia mecánica, la eficiencia energética y la complejidad del control, especialmente cuando se busca ampliar el espacio de trabajo o incrementar la capacidad de carga.

Una de las estrategias más prometedoras para superar estas limitaciones es el uso de circuitos cerrados de cable (lazos), los cuales permiten la redistribución del esfuerzo mecánico sin necesidad de incrementar proporcionalmente el número de actuadores. No obstante, en el estado actual del arte, las configuraciones que combinan múltiples lazos cerrados con redundancia de segmentos de cable aún son escasas y poco exploradas.

En este contexto, el presente proyecto propone el diseño, análisis y fabricación de un nuevo modelo de RPAC tridimensional, basado en dos lazos cerrados, ocho actuadores y dieciséis segmentos de cable conectados entre el marco fijo y la plataforma móvil. Esta configuración permite una relación favorable entre el número de actuadores y segmentos de cable, lo que se traduce en mayor estabilidad, mejores condiciones de control y potencial de escalabilidad a futuras aplicaciones. Aunque el modelo actual contempla únicamente movimientos de traslación, su diseño modular y simétrico deja abierta la posibilidad de futuras ampliaciones funcionales, como la integración de herramientas o mecanismos accionados mediante la propia circulación del cable.

La justificación de este trabajo radica en la necesidad de modelos RPAC más eficientes y robustos, que combinen las ventajas del cableado redundante con los beneficios en reducción de desgaste y eficiencia mecánica que ofrecen las configuraciones de lazos cerrados.

Para este nuevo diseño, el principal desafío consiste en llevar a cabo un análisis detallado de la cinemática específica del modelo, que garantice la factibilidad de su funcionamiento. Este análisis, complementado con el desarrollo de un prototipo físico, permite validar los modelos teóricos y aportar conocimiento práctico, aún limitado en la literatura técnica actual.

Este tipo de avance resulta especialmente valioso en campos como la manufactura, la automatización o la investigación científica, donde los RPAC pueden ofrecer soluciones únicas y novedosas.

Hipótesis

Es posible diseñar, modelar y poner en funcionamiento un robot paralelo accionado por cables tridimensional, basado en una configuración de lazo cerrado, que incorpore redundancia mecánica mediante múltiples segmentos de cable conectados a una misma plataforma móvil, sin requerir un incremento proporcional en el número de actuadores. La configuración adecuada del robot permitirá cumplir con el equilibrio de fuerzas y momentos que actúan sobre la plataforma móvil, al mismo tiempo que se respeta la condición de longitud constante del cable en cada lazo, garantizando que la plataforma pueda desplazarse dentro de un espacio de trabajo definido y soportar tanto su propio peso como cargas externas.

Objetivo general

Diseñar y fabricar un robot paralelo accionado por cables (RPAC) con un diseño original, resolviendo los desafíos técnicos que implica explorar una nueva configuración de cables que forman bucles cerrados en un robot sobre restringido, con un espacio de trabajo tridimensional.

Objetivos específicos

- Generar un modelo matemático equivalente a la cinemática inversa, que resuelva de forma simultánea las ecuaciones de equilibrio de fuerzas, momentos y la conservación de la longitud del cable dentro de un bucle cerrado, brindando la capacidad de obtener una combinación de posiciones angulares y torques en los actuadores que lleven a la plataforma móvil a una posición objetivo.

- Determinar el espacio de trabajo alcanzable, en el cual existan combinaciones de posiciones angulares y torques posibles de obtener en un prototipo.
- Realizar un diseño que sea factible de fabricar con los recursos disponibles.
- Ensamblar un prototipo a partir de los componentes diseñados y fabricados, cubriendo todos los aspectos relacionados con la mecánica del robot.
- Validar experimentalmente las estimaciones de precisión, velocidad, capacidad de carga, volumen de trabajo y capacidad de rotación y traslación en los distintos ejes.
- Integrar el prototipo al Laboratorio de Mecatrónica para que sirva como base para futuras investigaciones en el área de robótica y control.

Capítulo 1

1 Antecedentes en robótica paralela accionada por cables

1.1 Robots paralelos de eslabón rígido

Para introducir el concepto de robots paralelos accionados por cable, es pertinente comenzar con el análisis de los robots paralelos de eslabones rígidos. En estos sistemas, la arquitectura mecánica está compuesta por eslabones conectados mediante juntas, formando cadenas cinemáticas. La Figura 1.1 ilustra de forma simplificada un manipulador serial (A) y un manipulador paralelo (B), donde la cadena cinemática se define como el conjunto de componentes que une la base fija con el efector final.

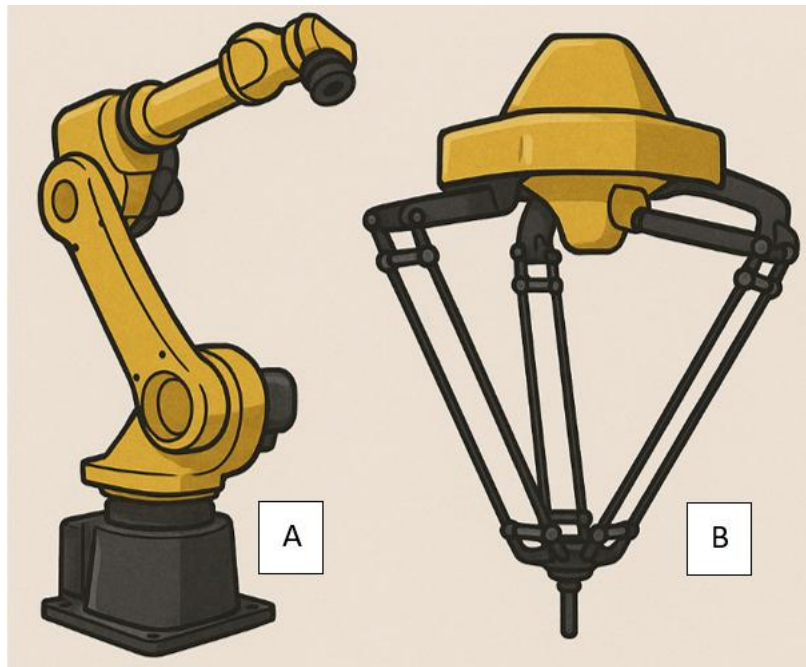


Figura 1.1: Diagrama simplificado de robot serial y paralelo.

El manipulador mostrado en la Figura 1.1 (B) se clasifica como robot paralelo, ya que sus brazos operan simultáneamente, formando una estructura cerrada en la que múltiples cadenas cinemáticas convergen en un punto común. Esto contrasta con la arquitectura del robot mostrado en la Figura 1.1 (A), clasificado como serial, en el cual todos los eslabones están conectados en serie, existiendo un único camino cinemático entre la base fija y el efector final.

Las diferencias funcionales entre ambas arquitecturas surgen principalmente de la manera en que se distribuyen las cargas mecánicas sobre eslabones, juntas y actuadores. En los robots seriales, los eslabones deben soportar mayores esfuerzos, especialmente en las proximidades de la base, ya que deben cargar el peso acumulado de los actuadores y elementos posteriores. Además, dependiendo de la posición del efector final, estos sistemas pueden experimentar momentos flectores significativos.

Por otro lado, los robots paralelos presentan una ventaja al distribuir la carga total entre múltiples brazos, lo que reduce la exigencia sobre cada componente individual. No obstante, esta arquitectura también conlleva desventajas, como el aumento en el número de eslabones y conexiones que deben operar de forma altamente sincronizada, lo cual puede incrementar la complejidad del control y del modelado dinámico.

A continuación, se presenta un resumen con las principales ventajas y desventajas que caracterizan a estas dos familias de robots.

Robots de cadena cinemática abierta

Ventajas:

- Menor número de componentes.
- Modelos cinemáticos más simples, lo que facilita su control.
- Espacios de trabajo más amplios.
- Facilidad de reconfiguración mediante el cambio de eslabones o juntas.
- Mayor versatilidad en los movimientos (mayores grados de libertad).

Desventajas:

- Mayor esfuerzo mecánico debido a la configuración en voladizo.
- El peso de los actuadores debe ser soportado por los eslabones anteriores.
- Eslabones más pesados para aumentar la rigidez y reducir la deformación.
- Aceleraciones limitadas por fuerzas inerciales.
- Requieren actuadores con mayor torque.
- Baja capacidad de carga útil en proporción al peso total del robot.

Robots paralelos

Ventajas:

- Mayores velocidades operativas.
- Mayor capacidad de carga útil en relación con el peso del robot.
- Uso de actuadores de menor tamaño.
- Eslabones más delgados.
- Distribución de la carga de trabajo entre todos los brazos del robot.

Desventajas:

- Espacio de trabajo reducido.
- Mayor número de componentes.
- Modelos cinemáticos más complejos, que requieren algoritmos de control especializados.
- Menor variedad de configuraciones viables que resulten en modelos funcionales.

Estas características han sido documentadas por diversos autores, como menciona (José Alberto Lomelí Rodríguez, 2011), donde también se identifican algunos de los modelos más representativos de arquitectura paralela con eslabones rígidos. Entre ellos destacan: el robot Delta desarrollado por (R. Clavel, 1988), el robot Tricept propuesto por (K.E. Neumann, 1988), y la plataforma de (Gough V. E., 1957), ampliamente utilizada como referencia en el estudio de manipuladores paralelos.

En general, tanto las configuraciones seriales como las paralelas más allá de sus diferencias, emplean los mismos tipos de juntas (revolutas, prismáticas, esféricas, entre otras) y eslabones rígidos. Es precisamente en las propiedades de los eslabones donde los robots accionados por cable rompen el paradigma tradicional en la búsqueda por ampliar el espacio de trabajo de los robots paralelos.

1.2 Robots paralelos accionados por cables (RPAC)

A diferencia de un eslabón rígido, que puede soportar simultáneamente cargas de tensión, compresión, flexión y torsión, un cable únicamente puede trabajar a tensión, dado que es un elemento muy delgado en comparación con su longitud. Por ello, no ofrece resistencia significativa a la flexión, torsión o compresión.

A partir de las diferencias mecánicas entre ambos tipos de eslabón, se puede entender que un efector final conectado a un solo eslabón rígido puede alcanzar un equilibrio de fuerzas y soportar cargas de trabajo diversas. Sin embargo, un efector final conectado exclusivamente mediante cables requiere la acción simultánea de múltiples eslabones de este tipo para alcanzar el equilibrio de fuerzas, conlleva que los robots accionados por cable tiendan por naturaleza a ser sistemas paralelos.

En general, las primeras ideas y aplicaciones de este tipo de robots se presentaron a finales de la década de 1980 (Andreas Pott • Tobias Bruckmann, 2015). Estos robots paralelos están compuestos, típicamente, por una plataforma móvil unida a una estructura fija mediante varios cables individuales que operan en paralelo. La estructura fija es una armadura rígida que rodea el espacio de trabajo y sobre la cual se instalan los actuadores, como se puede observar en la Figura 2.1. Las longitudes de los cables se controlan, de forma tradicional, mediante cabrestantes servoaccionados (Clément Gosselin • Philippe Cardou Tobias Bruckmann • Andreas Pott, 2018).

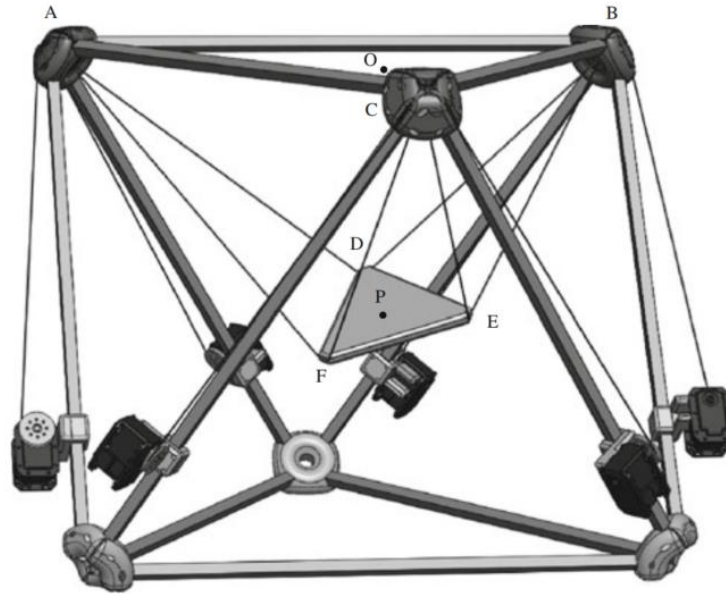


Figura 2.1: CAD RPAC hexápodo (Albus et al., 1993).

Los cabrestantes permiten almacenar y controlar cables de gran longitud, lo que posibilita la construcción de manipuladores de gran escala con espacios de trabajo considerablemente amplios, a un costo relativo bajo en comparación con otras arquitecturas robóticas.

Dependiendo del número de cables conectados al efector final o a la plataforma móvil que lo soporta, es posible clasificar diversas subfamilias de manipuladores accionados por cables, agrupadas según sus características cinemáticas más relevantes.

1.2.1 RPAC Sub restringidos

La subfamilia con las arquitecturas más simples dentro de los RPAC es la de los manipuladores sub restringidos. Para definir a esta subfamilia se debe entender que, la plataforma móvil puede alcanzar su posición objetivo mediante movimientos de traslación y rotación. En un sistema de coordenadas cartesiano tridimensional, un cuerpo rígido posee seis grados de libertad: tres asociados a los movimientos de traslación y tres a los de rotación.

La característica principal de la plataforma móvil en un manipulador sub restringido es que el efector final conserva algunos grados de libertad incluso cuando los actuadores están bloqueados, lo que justifica el nombre de esta subfamilia.

En estas arquitecturas, la tensión en los cables se genera por la acción del peso de la plataforma móvil, lo que permite alcanzar su posición final (Berti et al., 2015). Es decir, se requiere una fuerza adicional, distinta

de la tensión ejercida por los cables, para lograr el equilibrio. Tradicionalmente, esta fuerza adicional es el propio peso de la plataforma móvil, aunque en ciertas aplicaciones puede generarse mediante fuerzas de flotación (Jim Rodnunsky & S. Alexander MacDonald, 2008) (, campos magnéticos u otras fuerzas de cuerpo.

Los cabrestantes suelen ubicarse alrededor del espacio de trabajo que se desea alcanzar, pero a una altura superior, en un plano ortogonal a la dirección de la fuerza de gravedad que actúa sobre la plataforma móvil. Esto se observa en la Figura 3.1, donde M simboliza la masa de la plataforma móvil, y todos los puntos de anclaje se encuentran en un plano paralelo al suelo, desplazado verticalmente a una altura H .

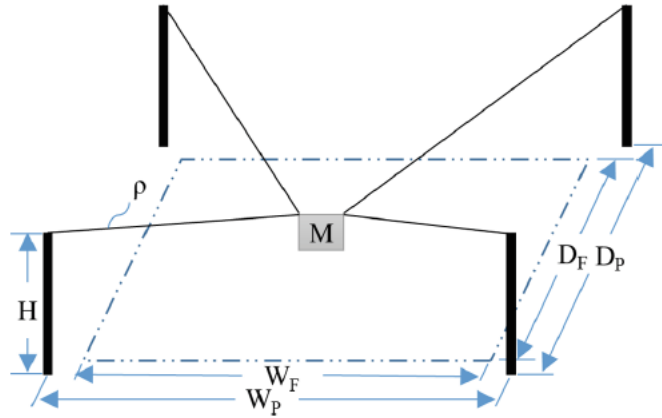


Figura 3.1: RPAC Sub restringido (Newman et al., 2018).

Dado que la tensión en los cables depende de la masa de la plataforma móvil, existen dos posibles trayectorias para los cables. La primera ocurre cuando los cables se mantienen en línea recta, como en el manipulador de la Figura 3.1, condición que se presenta comúnmente cuando el peso de la plataforma móvil es grande en relación con el peso propio de los cables. Esta tensión generada por el peso de la plataforma es suficiente para mantener los cables estirados, lo que simplifica el modelado matemático del sistema, ya que la fuerza ejercida por cada cable puede representarse como un vector cuya dirección coincide con la trayectoria del mismo cable.

La trayectoria recta de los cables depende de una tensión mínima, la cual está determinada por las propiedades físicas del cable y el peso de la plataforma móvil. Sin embargo, dicha tensión también varía en función de la posición de la plataforma, ya que en cada punto del espacio cambian las direcciones de los cables y, por consiguiente, las ecuaciones de equilibrio de fuerzas y momentos que actúan sobre la plataforma.

Cuando la tensión mínima no se cumple en alguno de los cables del manipulador para una determinada posición, dicha posición se considera el límite del espacio de trabajo, siempre que el modelo matemático esté basado en trayectorias rectas de los cables.

La segunda variante corresponde a trayectorias curvas en los cables, y se presenta cuando la tensión es inferior al mínimo requerido para mantenerlos en línea recta. Esta situación suele ocurrir cuando los segmentos de cable son excesivamente largos, cuando se emplean plataformas relativamente ligeras, o cuando la posición relativa entre la plataforma y sus puntos de anclaje en la estructura fija genera una distribución desigual del peso, reduciendo la tensión en uno o más cables.

Aunque esta condición complica significativamente el modelado matemático, ya que se pasa de trabajar con líneas rectas a curvas en forma de catenaria, se han desarrollado modelos que permiten controlar la posición de la plataforma móvil incluso bajo esta condición, como se describe en (Li et al., 2013) y (Yao et al., 2013). En la Figura 4.1 se puede apreciar una aplicación de esta variante de RPAC, donde existe una distancia entre los apoyos de más de quinientos metros, por lo que el propio peso de los cables provoca que el pandeo de estos sea inevitable.

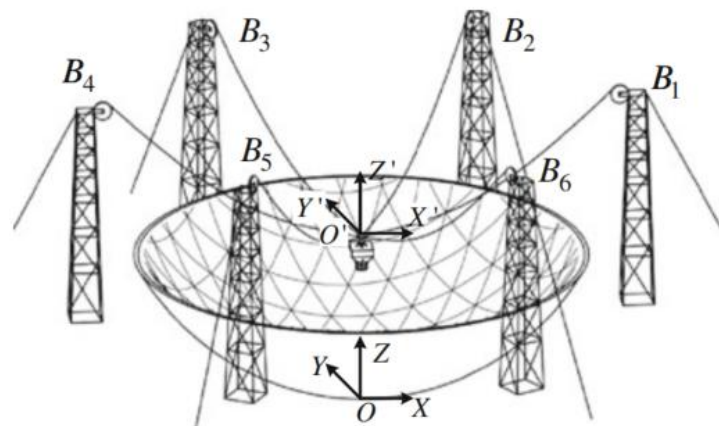


Figura 4.1: RPAC Con cables curvos para radiotelescopio (Yao et al., 2013).

Los manipuladores sub restringidos son populares en aplicaciones a gran escala, como las cámaras de video suspendidas en estadios, debido a que ofrecen un espacio de trabajo amplio y requieren un número reducido de cables y actuadores. No obstante, presentan limitaciones importantes en cuanto a la carga útil, ya que la incorporación de herramientas en la plataforma móvil, si está en contacto con piezas de trabajo genera fuerzas de reacción que pueden comprometer el equilibrio del sistema, especialmente si dichas fuerzas son opuestas a la dirección del peso de la plataforma, ya que los cables no ofrecen ninguna resistencia en esa dirección.

Esta limitación ha restringido el uso de este tipo de robots, principalmente a tareas en las que la plataforma móvil no entra en contacto con el material de trabajo, o en las que dicho contacto no genera fuerzas considerables en proporción al peso de la propia plataforma. Ejemplos representativos incluyen la movilización de cámaras (Jim Rodnunsky & S. Alexander MacDonald, 2008), luces y sensores (Li et al., 2013; Yao et al., 2013) e incluso la construcción de estructuras mediante manufactura aditiva (Sarah M. Chamberlain & Richard T. Eberheim, 2017; Xavier ROCHER, 2017).

Se han desarrollado algunas soluciones para mitigar esta limitante. Por ejemplo (IZARD & GOUTTEFARDE, 2023), donde se propone un método para controlar activamente la ubicación del centro de masa del sistema, modificando la posición de los centros de masa de ciertos componentes del manipulador, como se observa en la Figura 5.1. Esto se logra mediante uno o varios dispositivos móviles montados en la plataforma, cuyas posiciones se ajustan para situar el centro de masa en una región óptima. Es decir, el sistema desplaza el centro de masa de manera que la fuerza resultante de la suma vectorial del peso de la plataforma y la carga útil contribuya al equilibrio de fuerzas en combinación con la tensión de los cables.

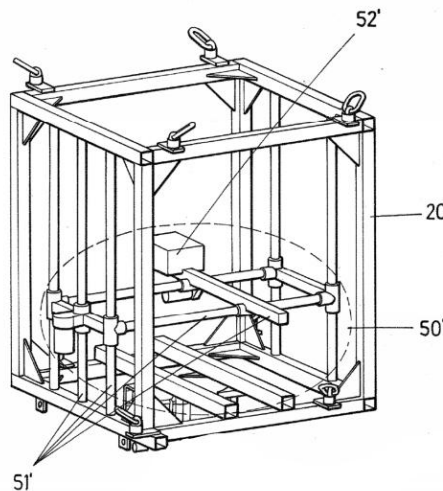


Figura 5.1: Plataforma móvil con centro de masa ajustable (IZARD & GOUTTEFARDE, 2023).

Esta mejora permite ampliar ligeramente el espacio de trabajo alcanzable y diversificar el tipo de tareas viables, al mismo tiempo que reduce la necesidad de inclinar la plataforma móvil. No obstante, a pesar de las mejoras mencionadas, si se desea abordar aplicaciones que requieran una amplia gama de cargas de trabajo, la solución lógica es incrementar el número de cables, rodeando tridimensionalmente el espacio de

trabajo, para poder ejercer fuerzas de tensión en todas las direcciones. Esto da lugar a la familia de los manipuladores sobre restringidos.

1.2.2 RPAC sobre restringidos

La característica principal de este conjunto de manipuladores es que no requieren de ninguna fuerza adicional, más allá de la tensión de los cables, para alcanzar un equilibrio de fuerzas en una posición objetivo determinada. Para lograr esta condición, es necesario aumentar el número de cables y disponerlos de tal forma que los puntos de anclaje en la estructura fija rodeen tridimensionalmente el espacio de trabajo deseado, como se alcanza a observar en la Figura 6.1. Otros ejemplos representativos de este tipo de manipuladores se encuentran en la patente (Clark J. Thompson & Perry D. Campbell, 1996), o trabajos como (Pott, 2010) y (Gosselin et al., 2018).

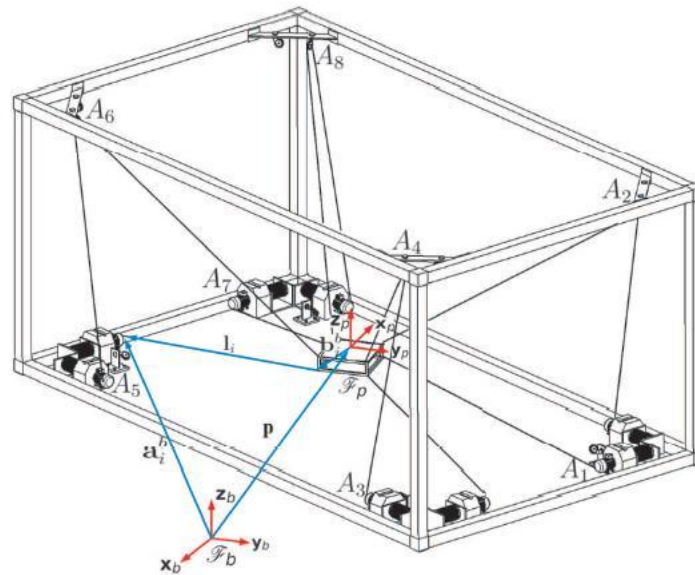


Figura 6.1: RPAC Sobre restringido (Lessanibahri et al., 2018).

El incremento en el número de cables introduce redundancia mecánica, ya que la cantidad de cables suele ser superior a la estrictamente necesaria para alcanzar el equilibrio de fuerzas. Este equilibrio se logra mediante el ajuste de las variables de control, que corresponden a la longitud y la tensión de cada uno de los cables conectados a la plataforma móvil.

El aumento del número de cables da lugar a sistemas de ecuaciones no lineales con más variables de control que ecuaciones de equilibrio. Como consecuencia, existen múltiples combinaciones posibles de tensiones

que permiten mantener la plataforma en una posición objetivo. Esta característica brinda la posibilidad de ajustar las tensiones para soportar cargas de trabajo de mayor magnitud, independientemente de la dirección en que se apliquen.

Esta redundancia mecánica conlleva diversas implicaciones, tanto positivas como negativas, que se enumeran a continuación:

Ventajas:

- Mayor estabilidad de la plataforma móvil.
- Mayor velocidad de desplazamiento.
- Mayor capacidad de rotación en múltiples direcciones.
- Versatilidad respecto al tipo de cargas de trabajo soportadas.
- Posibilidad de operar con tensiones de cable más elevadas.

Desventajas:

- Requiere un mayor número de actuadores, lo que incrementa el costo del sistema.
- Aumenta la probabilidad de colisiones entre segmentos de cables, especialmente durante maniobras de rotación.
- Posibles interferencias entre los cables y las piezas de trabajo u otros objetos en el entorno.
- Incremento en la complejidad del modelado matemático y del sistema de control.

La mayoría de las desventajas mencionadas se han abordado mediante mejoras en los algoritmos de control. Por ejemplo, se ha planteado la posibilidad de desactivar selectivamente algunos cables en determinadas condiciones, particularmente cuando la posición objetivo de la plataforma móvil no puede alcanzarse sin que se produzcan colisiones entre los cables. En estos casos, un cable puede perder completamente su tensión, lo que permite que cuelgue libremente o se doble al entrar en contacto con otros cables, mientras que el resto de los cables activos mantienen el soporte del peso de la plataforma y las cargas de trabajo. Esta estrategia incrementa la capacidad del manipulador para orientar la plataforma móvil. No obstante, su efectividad depende de la capacidad del sistema para detectar posibles colisiones de forma anticipada, un problema ampliamente abordado por diversos autores en trabajos como (Lessanibahri et al., 2018), (Nguyen & Gouttefarde, 2015), (Fabritius et al., 2019) y (Lesellier & Gouttefarde, 2019).

Por otro lado, el aumento en el número de cables en esta subfamilia de manipuladores sobre restringidos suele implicar un incremento proporcional en el número de actuadores, dado que convencionalmente cada cable dispone de su propio cabrestante, accionado por un actuador independiente.

1.3 Cálculo de trayectorias de segmentos de cable

Los cables bajo cierta tensión siguen una trayectoria recta desde su punto de anclaje en la plataforma móvil hasta su correspondiente punto de conexión en el marco fijo. Este punto de conexión suele ser el contacto del cable con una polea o, directamente, con el tambor del cabrestante.

La posición de dicho punto varía en función de la ubicación de la plataforma móvil, ya que, al cambiar la trayectoria del cable, también cambia el punto de tangencia entre el segmento recto del cable y la circunferencia de la polea o del tambor.

Para asegurar que ese punto de conexión con algún elemento anclado en el marco fijo permanezca en una posición constante, en muchos modelos como los presentados en (Izard et al., 2013) y (Pott et al., 2013) el cable se guía a través de un orificio antes de enrollarse en el tambor del cabrestante, como se observa en la Figura 7.1. Este diseño facilita el cálculo de trayectorias, pero también introduce fricción en el sistema, lo cual se traduce en un mayor consumo energético y en un desgaste prematuro de los cables y otros componentes mecánicos.

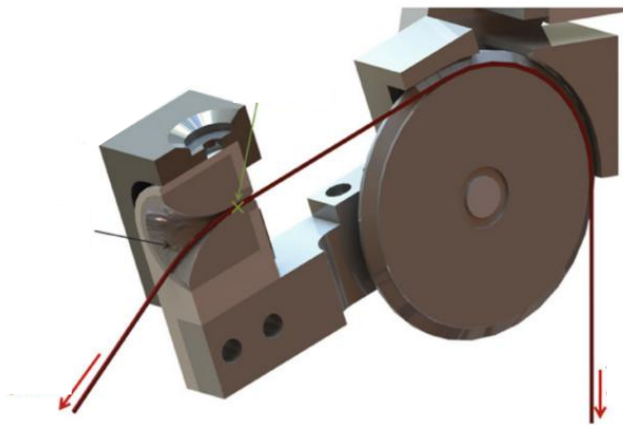


Figura 7.1: Punto de unión del cable con la estructura fija (Izard et al., 2013).

Una alternativa para reducir la fricción en los puntos de unión de los cables es la incorporación de pequeñas poleas en los puntos de conexión con el marco fijo. Para mantener estas poleas funcionando de manera óptima y que cumplan su propósito de reducir la fricción, es necesario que tengan la capacidad de orientarse girando alrededor de un eje vertical, adicional al giro natural sobre su eje de rotación. Este giro sobre el eje de orientación permite que la trayectoria recta del cable coincida con el plano medio de la polea, es decir, con el plano perpendicular a su eje principal, que divide la polea en dos mitades simétricas. El eje de

orientación le proporciona a la polea un segundo grado de libertad, adicional a la rotación natural, y permite que el cable circule sin deslizamiento sobre la superficie de contacto.

Otra ventaja de incluir poleas es que estas permiten redirigir la trayectoria del cable, posibilitando ubicar los cabrestantes lejos de los puntos de conexión entre la plataforma móvil y el marco fijo. Por ejemplo, en la Figura 2.1 y la Figura 6.1 se observa que los cabrestantes que controlan los cables superiores están ubicados en la parte inferior de la estructura. Esta configuración resulta conveniente para facilitar la integración electrónica, el mantenimiento y la disposición general del sistema.

No obstante, la incorporación de poleas implica una mayor complejidad en el cálculo de las trayectorias de los segmentos de cable en función de la posición de la plataforma móvil. Como se puede apreciar en la Figura 8.1, la posición de B_i , que representa el punto de conexión del cable con la plataforma móvil, varía cuando esta se desplaza. Como consecuencia de la variación de B_i , el punto C_i , que corresponde al punto de contacto entre el cable y la polea, también debe cambiar de posición para que se respete la condición de tangencia entre la circunferencia de la polea y el cable.

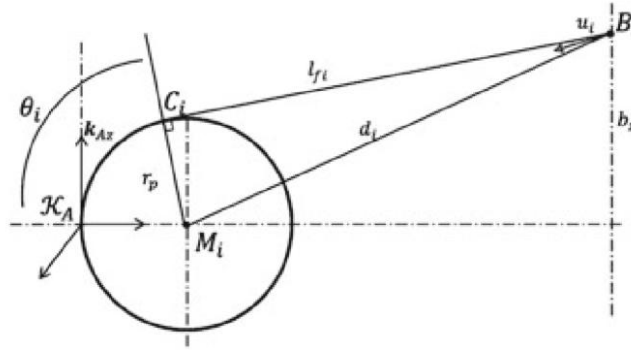


Figura 8.1: Diagrama del punto de contacto del cable con la polea (Schmidt & Pott, 2013).

La integración de poleas y la posibilidad de redirigir las trayectorias de los cables abre la puerta a una amplia variedad de configuraciones, desde poleas compuestas como la de Arquímedes hasta elaborados circuitos de poleas. Una de las ventajas clave de este enfoque es la capacidad de conectar múltiples segmentos de un mismo cable a la plataforma móvil, utilizando un solo cabrestante, sin pérdidas considerables por fricción, como se ejemplifica en la Figura 9.1.

Al incrementar el número de segmentos de cable que se conectan a la plataforma móvil, las cargas de trabajo se dividen entre ellos, lo que puede aumentar la capacidad de carga global del robot. Además, un mayor número de cables suele incrementar la rigidez del sistema, lo que contribuye a reducir vibraciones de la plataforma móvil a bajas frecuencias.

Estos beneficios pueden obtenerse sin aumentar el número de actuadores o componentes eléctricos, los cuales suelen ser considerablemente más costosos que las poleas. Ejemplos de estas configuraciones se pueden encontrar en (Jim Rodnunsky & S. Alexander MacDonald, 2008) y (Khodadadi et al., 2021).

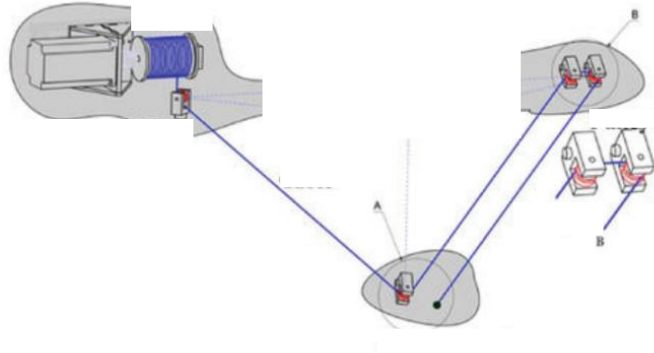


Figura 9.1: Configuración con múltiples segmentos de cable que dependen de un solo cabrestante (Khodadadi et al., 2021).

1.4 RPAC Reconfigurables

Otra de las adaptaciones más comunes implementadas para mejorar el desempeño de los RPAC, es agregar a los robots la posibilidad de reconfigurar activamente la posición de los puntos de unión en el marco fijo. Esto puede lograrse mediante el desplazamiento del cabrestante completo o de una polea auxiliar. Esta capacidad de modificar la trayectoria de los cables permite aplicar las fuerzas de tensión en direcciones más convenientes, ya sea para evitar colisiones o para favorecer el equilibrio de la plataforma móvil. En consecuencia, estas adaptaciones generan un incremento en el espacio de trabajo efectivo y, simultáneamente, pueden aumentar la capacidad de carga de estos manipuladores.

Por ejemplo, en el diseño propuesto por (Izard et al., 2013), que se muestra en la Figura 10.1, se presenta un manipulador en el cual los puntos de conexión con el marco fijo pueden modificar su posición ajustando la altura de las poleas auxiliares montadas sobre los postes. Esta característica permite un incremento significativo en la capacidad de la plataforma móvil para soportar cargas de trabajo o desplazamientos específicos, ya que se pueden proporcionar los puntos de apoyo en la posición óptima para determinada tarea. Dependiendo de la configuración de estos puntos de anclaje, el manipulador puede alternar entre un comportamiento sub restringido y sobre restringido. El manipulador de la Figura 10.1 está en configuración sub restringida. Estos cambios de configuración pueden resultar convenientes cuando se busca evitar colisiones entre los cables y elementos del entorno.

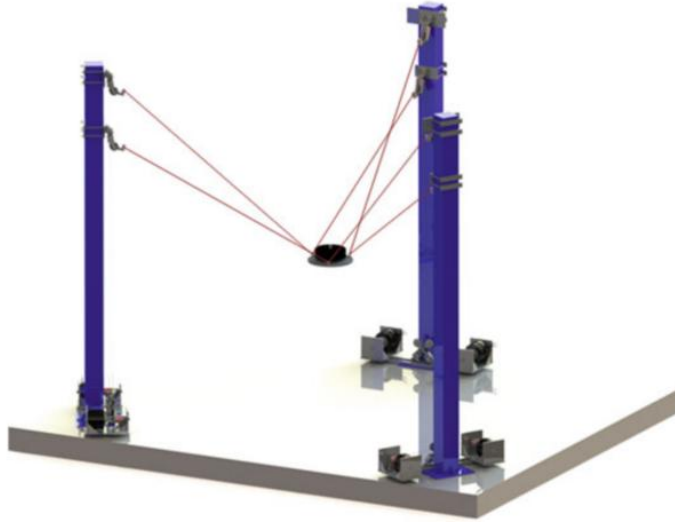


Figura 10.1: RPAC reconfigurable en altura de soportes (Izard et al., 2013)

El mismo principio de puntos de conexión reconfigurables en altura se ha aplicado en otros manipuladores con mayor número de cabrestantes. Por ejemplo, en el trabajo de (Lamaury & Gouttefarde, 2013), se utilizan los mismos tipos de postes, pero en una configuración con ocho actuadores distribuidos entre cuatro postes, conservando las mismas ventajas y permitiendo optimizar la posición de los cables para tareas o patrones de movimiento específicos.

En términos generales, este principio puede extenderse más allá del control de la posición vertical. Por ejemplo, en (Rasheed et al., 2019) se propone una alternativa en la cual los postes del marco fijo están montados sobre carros móviles, como se observa en la Figura 11.1. Esto permite un mayor control sobre la ubicación de los puntos de anclaje y, por consiguiente, sobre la trayectoria de los cables. Esta configuración ofrece una excelente capacidad para evitar colisiones, tanto de la plataforma móvil como de los segmentos de cable con cualquier obstáculo dentro del área de trabajo. No obstante, también implica una mayor complejidad en la electrónica, en el sistema de control, así como un aumento considerable en el número de componentes mecánicos requeridos para su operación.

Otros trabajos relacionados con la reconfiguración de los puntos de apoyo en la plataforma móvil incluyen:

- En (Lamaury & Gouttefarde, 2013), se propone un método eficiente para la distribución de tensiones en manipuladores redundantes, con el objetivo de reducir el tiempo de cómputo en aplicaciones de control en tiempo real, garantizando al mismo tiempo que las fuerzas en los cables se mantengan dentro de los límites permitidos.

- En (Surdilovic et al., 2015), se presenta una estrategia de calibración eficiente para robots con estructura variable, en la cual se permite modificar la ubicación de los puntos de anclaje según las necesidades geométricas de la tarea, facilitando la adaptación del manipulador a distintas configuraciones del entorno.
- En [30], se realiza un análisis del conjunto de esfuerzos (wrench set) en manipuladores planos con redundancia cinemática, explorando cómo distintas configuraciones de actuadores y eslabones pasivos afectan la capacidad de aplicar fuerzas y momentos desde la plataforma móvil.
- En (Zhou et al., 2021), se desarrolla un robot reconfigurable orientado a fisioterapia y rehabilitación del miembro superior, que permite ajustar la altura de las poleas que guían los cables. La configuración óptima se determina mediante un algoritmo de recocido simulado, en función del tipo de ejercicio terapéutico y las características físicas del paciente.

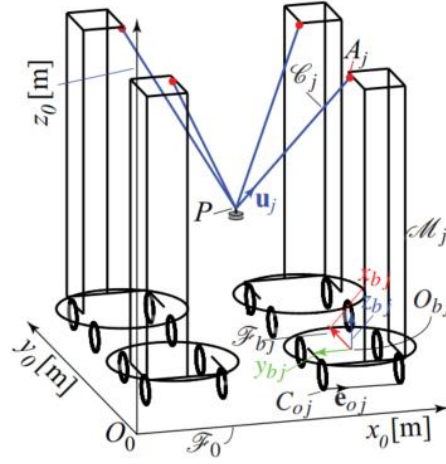


Figura 11.1: RPAC reconfigurable en ejes X, Y (Rasheed et al., 2019).

1.5 RPAC de lazo cerrado

El último subconjunto de los RPAC que resulta relevante para el presente trabajo es el conformado por aquellos sistemas que operan mediante un lazo cerrado o bucle sin fin de cable. En esta configuración, los cables no se enrollan en cabrestantes individuales para regular la longitud de los segmentos conectados a la plataforma móvil. En su lugar, se emplea un bucle continuo que recorre un circuito de poleas, como se

observa en la Figura 12.1. El bucle de cable, en conjunto con otros elementos mecánicos como tensores y actuadores, permite conectar la plataforma móvil al marco fijo, así como desplazarla o rotarla según los requerimientos de la aplicación.

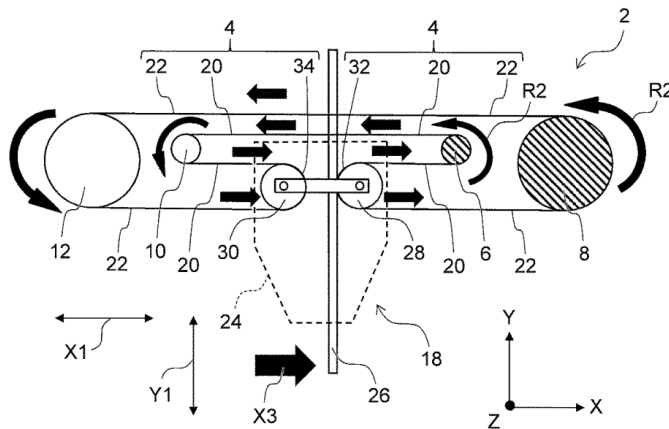


Figura 12.1: Bucle de cable en circuito de poleas (力 ▲徳▼本, 2023).

Una de las ventajas principales de esta variante es que, al utilizar un circuito de poleas, se puede incrementar el número de segmentos de cable en contacto con la plataforma móvil sin necesidad de añadir un actuador por cada uno. Esto es similar a lo observado en la Figura 9.1, donde ya se contempló la posibilidad de aprovechar esta redundancia mecánica utilizando cabrestantes convencionales y un circuito conformado por varias poleas.

La diferencia al emplear un bucle continuo de cable radica en que el cable recircula dentro del circuito de poleas, en lugar de anclarse en un punto fijo. Esta configuración también elimina la necesidad de utilizar cabrestantes convencionales con tambores para almacenar cable, lo cual permite aprovechar tanto las ventajas de la redundancia mecánica como la reducción en el costo de los componentes.

Otra ventaja importante de los sistemas con lazo cerrado es que el desgaste del cable tiende a distribuirse de manera más uniforme, ya que todas las secciones del cable circulan continuamente a lo largo del circuito de poleas. En contraste, en los RPAC de tipo convencional, en los que los extremos del cable permanecen fijos a tambores de enrollamiento, el desgaste tiende a concentrarse en las zonas de contacto constante con los tambores, donde se presentan ciclos repetidos de flexión y fricción. Este desgaste localizado puede reducir significativamente la vida útil del sistema si no se gestionan adecuadamente las condiciones de tensión y deslizamiento del cable.

La gran variedad de circuitos posibles que se pueden diseñar mediante la combinación de distintos tipos de poleas abre la posibilidad de desarrollar una amplia gama de robots, desde modelos simples con un solo

grado de libertad hasta manipuladores más complejos. Un ejemplo de los primeros es la patente (力 ▲徳 ▼本, 2023), en la cual se describe un único lazo de cable capaz de desplazar la plataforma móvil en una sola dirección, como se observa en la Figura 12.1.

Por otro lado, existen modelos sub restringidos como el descrito en la patente (Jim Rodnunsky & S. Alexander MacDonald, 2008), cuyo objetivo es simplificar el sistema de control. Aunque no depende exclusivamente del uso de lazos cerrados, su autor los menciona como una alternativa viable. En este diseño, mostrado en la Figura 13.1, los cables están dispuestos de forma que los movimientos en los ejes X, Y y Z pueden ser controlados por actuadores independientes, lo que facilita significativamente la operación del sistema, incluso cuando el control lo realiza un operador humano de forma directa.

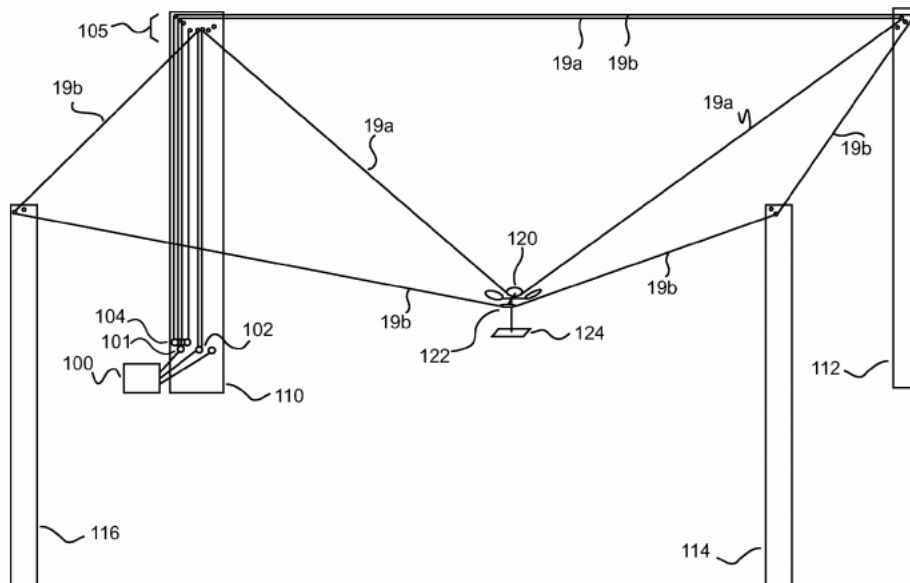


Figura 13.1: RPAC sub restringido con lazo cerrado (Jim Rodnunsky & S. Alexander MacDonald, 2008).

También se han desarrollado configuraciones planares con tres grados de libertad, es decir que puede realizar movimientos de traslación en los ejes X y Y además de rotación en Z, como la presentada en (Hirosato & Harada, 2019), esto se consiguió combinando un lazo cerrado y cables conectados a cabrestantes, todos conectados a la misma plataforma móvil.

En este diseño también se introducen las poleas tensoras, un componente crucial para este tipo de manipuladores. Estas poleas son fundamentales en sistemas con lazo cerrado, ya que la implementación de este principio añade una nueva restricción geométrica, la cual consiste en que la longitud total del lazo de cable debe mantenerse prácticamente constante en todo momento. Por ello, las poleas tensoras, conectadas a resortes, cumplen dos funciones esenciales: regular la tensión dentro del circuito y actuar como

reservorios de cable, absorbiendo las variaciones en la longitud de los segmentos que conectan la plataforma móvil con el marco fijo a medida que esta cambia de posición.

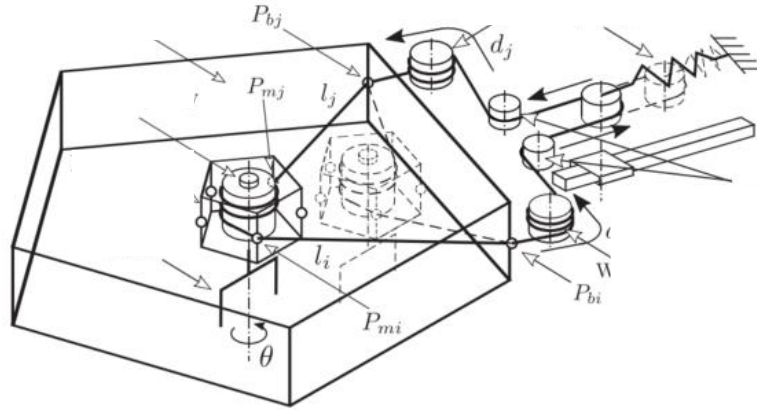


Figura 14.1: Un lazo de cable en un RPAC planar (Hirosato & Harada, 2019).

Otra de las características más novedosas del modelo presentado en (Hirosato & Harada, 2019) es que el lazo de cable se conecta a una polea libre, ubicada dentro de la plataforma móvil, la cual puede rotar. El lazo de cable cuenta con dos cabrestantes que pueden rotar de forma sincronizada para hacer circular el cable y provocar una rotación en la polea montada en la plataforma móvil. Esto permite que el mismo lazo funcione como un medio de transmisión de energía mecánica, que puede utilizarse para accionar mecanismos o herramientas incorporados en la plataforma, de manera similar al funcionamiento de una banda de distribución. Esta funcionalidad es posible gracias a una propiedad única de los manipuladores con lazos cerrados: cuando los actuadores conectados al circuito giran exactamente a la misma velocidad y en la misma dirección, la longitud de los segmentos de cable unidos a la plataforma se mantiene constante. Esto garantiza que la plataforma permanezca en una posición fija, mientras el cable continúa circulando a través de todas las poleas del sistema. Este movimiento puede ser aprovechado para transmitir potencia de manera continua a un mecanismo montado en la plataforma.

En el modelo descrito en (Hirosato & Harada, 2019), la capacidad de transmitir energía mecánica a través del lazo de cable se explota para permitir la rotación ilimitada de una herramienta acoplada a la polea montada en la plataforma móvil. La polea se encuentra en el centro de la plataforma y está acoplada al lazo mediante dos vueltas, lo que incrementa la fricción y evita deslizamientos como se puede observar en la Figura 14.1. Esta capacidad representa una ventaja significativa, dado que la rotación es una de las características más restringidas en los RPAC convencionales, debido al riesgo de colisiones entre cables y a los límites geométricos que definen las trayectorias posibles de cada segmento de cable.

Los mismos autores exploraron una variante tridimensional de este concepto en (Harada & Hirosato, 2019), donde la plataforma móvil está conectada a cuatro lazos, que en total se unen a la plataforma móvil a través de ocho segmentos de cable con controlados por ocho actuadores, como se observa en la Figura 15.1. Sin embargo, en esa implementación no se aprovecha la posibilidad de incrementar el número de segmentos de cable sin añadir actuadores adicionales, una de las principales ventajas inherentes al uso de lazos cerrados. Por lo tanto, aún quedan áreas de oportunidad en el diseño de manipuladores de esta familia, lo cual representa un amplio margen para la innovación y el desarrollo de nuevos modelos que puedan ofrecer ventajas competitivas frente a las soluciones actuales.

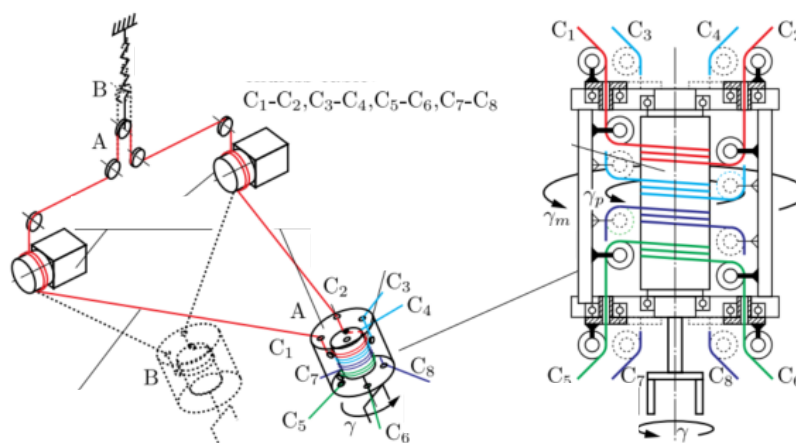


Figura 15.1: RPAC de lazo cerrado tridimensional (Harada & Hirosato, 2019).

Un ejemplo de estas propuestas emergentes se encuentra en (Lessanibahri et al., 2019), donde se plantea la utilización de un mecanismo similar a un diferencial automotriz, montado sobre la plataforma móvil. Este diseño permite orientar el efector final en dos grados de libertad, siendo impulsado directamente por el movimiento de los cables, como se observa en la Figura 16.1. No obstante, si en este modelo los cables estuvieran conectados a cabrestantes convencionales, implicaría que el movimiento del mecanismo estaría limitado por la cantidad de cable que puede almacenarse en los tambores. Es por eso que mecanismos de este tipo se pueden adaptar de manera eficiente a manipuladores con lazo cerrado, lo que permitiría explotar de forma más efectiva su capacidad de transmitir energía y movimiento continuo.

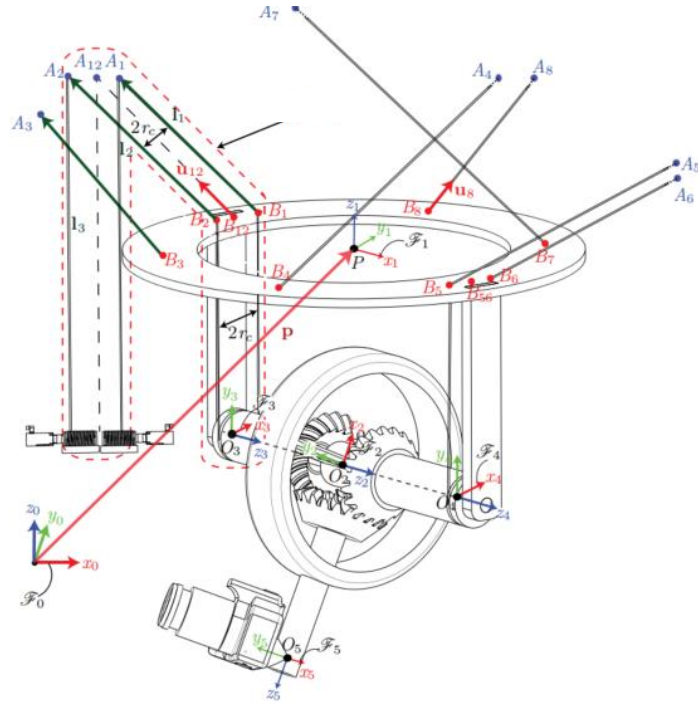


Figura 16.1: Mecanismo accionado por un bucle de cable (Lessanibahri et al., 2019).

Aun conociendo los diseños mostrados en este capítulo, se puede asumir que los estudios sobre arquitecturas basadas en lazos cerrados de cable siguen siendo escasos y, en su mayoría, se han limitado a configuraciones planas o de baja dimensionalidad. A pesar de sus ventajas teóricas, como el aprovechamiento de la redundancia sin aumentar el número de actuadores, la posibilidad de transmitir potencia mecánica desde los extremos hasta la plataforma móvil, y una distribución más uniforme del desgaste, los desafíos asociados a su modelado cinemático y a su implementación práctica han limitado su adopción. Este panorama evidencia la necesidad de profundizar en el estudio de los RPAC tridimensionales con lazos cerrados, como una línea de desarrollo prometedora dentro del campo de la robótica paralela, con potencial para ampliar su aplicabilidad en entornos industriales y científicos.

Capítulo 2

2 Diseño de un RPAC planar de lazo cerrado

Como primer paso hacia el objetivo de diseñar, modelar y fabricar un robot paralelo accionado por cables (RPAC) capaz de operar en un espacio tridimensional, en este proyecto se desarrolló inicialmente una versión bidimensional, también conocida como configuración planar. Esta aproximación intermedia permitió validar los conceptos fundamentales asociados al comportamiento de los lazos cerrados de cable, así como establecer las bases del modelo cinemático, el análisis de equilibrio y las condiciones necesarias para garantizar la viabilidad de la versión espacial.

Para esta primera etapa, se eligió específicamente la variante de manipuladores de lazo cerrado, debido a las ventajas identificadas en la revisión del estado del arte y al potencial poco explorado de este subconjunto de manipuladores. Además, se estableció que el diseño debía incorporar poleas en todos los puntos de contacto entre el cable y la estructura, con el fin de reducir las pérdidas por fricción generadas cuando los cables se deslizan a través de orificios fijos. Esta decisión tuvo como objetivo incrementar la eficiencia energética del sistema.

Las consideraciones fundamentales que guiaron el diseño, análisis y modelado de esta versión fueron las siguientes:

- 1) El cable que recorre el circuito únicamente puede seguir dos tipos de trayectorias. La primera corresponde a los segmentos en contacto con poleas, en cuyo caso el cable describe un arco circular sobre la polea dentro de un ángulo de contacto, el centro del arco coincide con el eje de la polea y el radio es igual al radio nominal de la polea.
- 2) La segunda trayectoria ocurre cuando el cable no está en contacto con ninguna polea. En este caso, el segmento sigue una línea recta tangente a las dos poleas que conecta.
- 3) Se asume que la longitud total del cable permanece constante, despreciando cualquier deformación elástica causada por la tensión.
- 4) No existe deslizamiento en los contactos entre el cable y las poleas.
- 5) Se desprecia la existencia de pérdidas mecánicas.
- 6) Se asume un comportamiento perfectamente lineal de los resortes empleados en las poleas tensoras.
- 7) Se considera despreciable la masa del cable y de las poleas.

A partir de estas hipótesis, se plantea una versión simplificada del sistema que puede ser descrita mediante un modelo matemático. Bajo ciertas condiciones, como mantener la tensión de los cables dentro de un rango apropiado, seleccionar adecuadamente los materiales, y definir correctamente las dimensiones de los componentes, el comportamiento de este modelo sigue siendo representativo del funcionamiento de un prototipo físico funcional.

Para comenzar el análisis de configuraciones, se partió del estudio del caso más simple. En un RPAC planar convencional, esto corresponde a una plataforma móvil unida a tres segmentos de cable, unidos a cabrestantes que se distribuyen en forma de triángulo alrededor del espacio de trabajo, como se muestra en la Figura 1.2. Esta configuración con tres actuadores representa la cantidad mínima requerida para lograr el desplazamiento bidimensional de la plataforma sin apoyo de fuerzas externas adicionales.

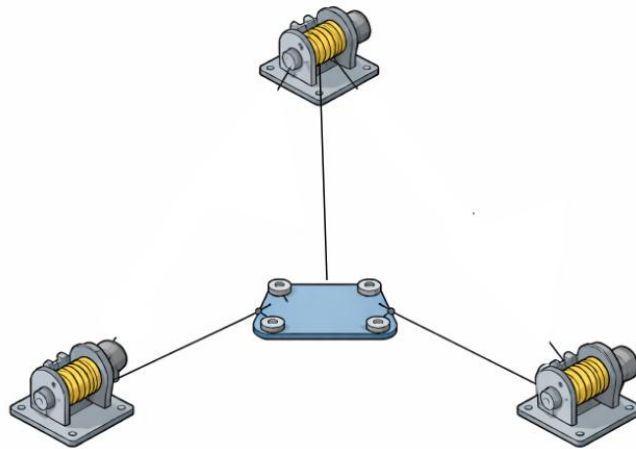


Figura 1.2: RPAC planar en su versión más simple.

Al reemplazar cada uno de los cabrestantes por un par de poleas montadas en el marco fijo y reemplazar también los puntos de anclaje en la plataforma móvil, por poleas libres, se pueden conectar todos los segmentos para que formen parte de un solo lazo cerrado, se obtiene la primera versión bidimensional del manipulador analizado en este trabajo, como se ilustra en la Figura 2.2. El manipulador está conformado por seis poleas unidas al marco fijo, representadas en color negro. Algunas de estas pueden estar actuadas, es decir, conectadas a un servomotor, o bien ser poleas libres, únicamente acopladas a un rodamiento. Por otra parte, la plataforma móvil cuenta con tres poleas libres, representadas en color rojo. El bucle de cable, representado en color verde, es el encargado de conectar todos los componentes del circuito.

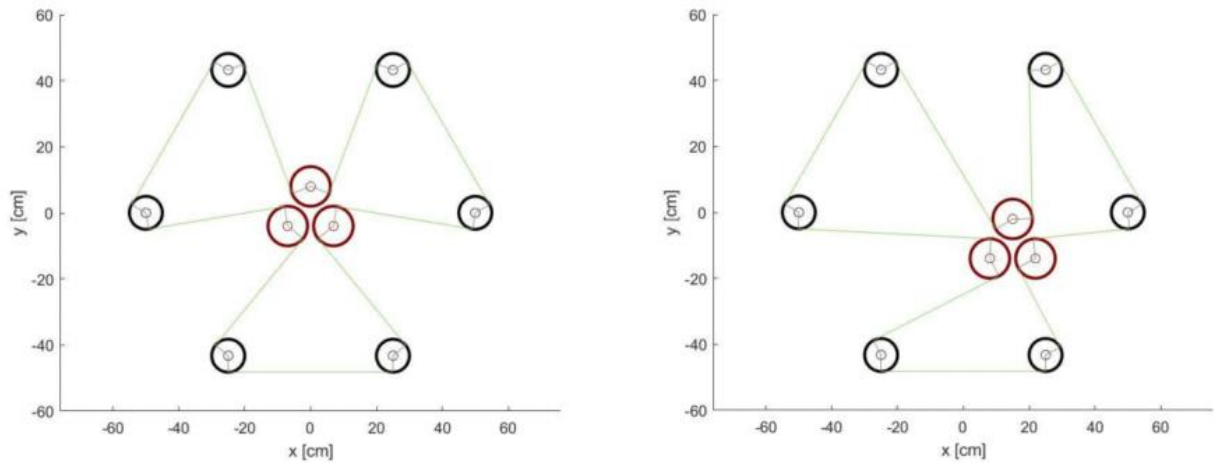


Figura 2.2: RPAC de lazo cerrado bidimensional sin tensores, dos posiciones.

Para determinar la factibilidad del diseño, es necesario verificar que la plataforma móvil pueda alcanzar distintas posiciones sin violar las consideraciones previamente establecidas. En particular, se debe asegurar que la longitud total del lazo se mantenga constante. Para realizar esta verificación, se calcula la longitud de todos los segmentos que conforman el circuito, tanto los segmentos rectos como los segmentos que se curvan alrededor de las poleas.

En la Figura 2.2 se comparan dos configuraciones distintas de la plataforma móvil. Al analizar la longitud total del lazo de cable en cada una, se observa una diferencia significativa: en la posición mostrada a la izquierda, la longitud total del recorrido del cable es de 512.40 cm, mientras que en la posición de la derecha asciende a 523.25 cm. Esta diferencia revela una característica general de los manipuladores con lazos cerrados: la longitud total del cable varía en función de la posición de la plataforma móvil. Como consecuencia, incluso si existieran dos configuraciones con la misma longitud de lazo, no sería posible desplazarse entre ellas si las posiciones intermedias implican longitudes diferentes. Esta restricción impone una condición fundamental de diseño: cualquier trayectoria válida dentro del espacio de trabajo debe conservar la longitud total del cable, o bien incorporar mecanismos que compensen activamente dicha variación.

En trabajos previos de manipuladores con lazos cerrados, como (Hirosato & Harada, 2019) y (Harada & Hirosato, 2019), se ha utilizado una polea tensora unida a un resorte para este propósito, como se muestra en la Figura 14.1 y Figura 15.1. A partir de la adaptación de este mecanismo a la configuración planteada en la Figura 2.2, se propone una nueva configuración, ilustrada en la Figura 3.2, la cual incorpora tres subconjuntos de poleas tensoras conectadas en el mismo lazo.

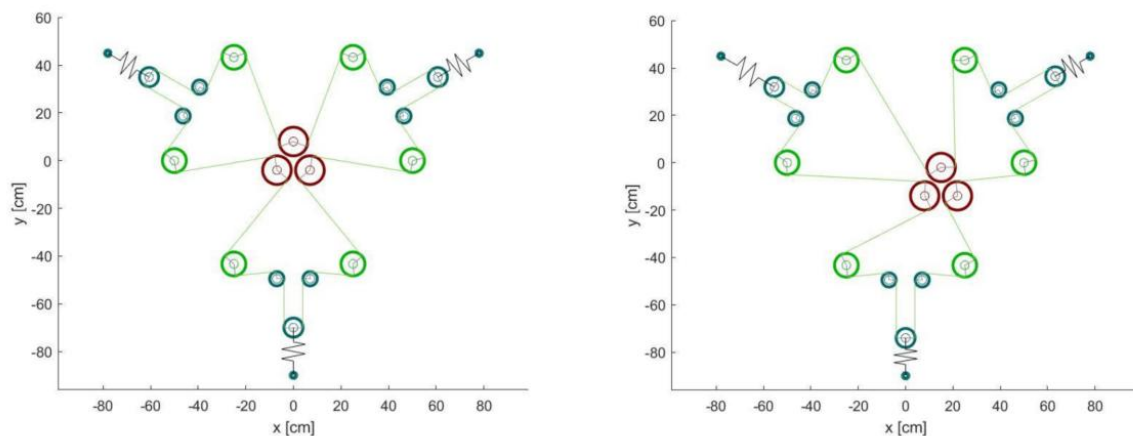


Figura 3.2: RPAC Planar con tensores, dos posiciones.

El desplazamiento de las poleas tensoras permite compensar la variación de longitud en los demás segmentos del circuito. En la siguiente sección se presenta el modelado y análisis que sustentan el comportamiento del sistema, incluyendo las ecuaciones de equilibrio de fuerzas y momentos que actúan sobre la plataforma móvil. Estas expresiones permiten verificar si existe una combinación de torques y desplazamientos angulares en los actuadores que lleve al sistema a una condición de equilibrio en una posición objetivo, respetando la longitud total del cable en el lazo. Para resolver este sistema de ecuaciones no lineales, se utilizó el entorno de programación MATLAB®.

2.1 Modelo matemático RPAC versión Planar

Para estudiar el comportamiento de la configuración propuesta, es fundamental determinar con precisión las trayectorias de cada uno de los segmentos de cable que conforman el circuito. Estas trayectorias determinan la dirección en la que los cables ejercen fuerza sobre la plataforma móvil, debido a la tensión. Sin embargo, al mismo tiempo, dichas trayectorias exigen una longitud específica de cable, la cual debe considerarse en todo momento para mantener la suma de las longitudes de todos los segmentos como una constante.

Como resultado, en el estudio de los RPAC de lazo cerrado se debe considerar un sistema de ecuaciones no lineales, donde se acoplan las ecuaciones de equilibrio de fuerzas y momentos que actúan sobre la plataforma móvil, junto con una ecuación adicional que impone que la suma de la longitud de todos los segmentos de cable sea constante. Precisamente por esta razón, el análisis matemático de este tipo de robots difiere del de otros manipuladores, para los cuales existen modelos cinemáticos tanto directos como inversos ampliamente estudiados.

Para comenzar con el análisis geométrico, es necesario determinar las coordenadas de los puntos de tangencia entre los segmentos rectos del cable y las poleas. En el caso más simple, ilustrado en la Figura 4.2, el cual consiste en la conexión entre dos poleas, existen cuatro posibles trayectorias de conexión. Dos de estas trayectorias cruzan la línea imaginaria que une los centros de ambas poleas y se representan en color azul; las otras dos, de tipo externo, se muestran en color verde.

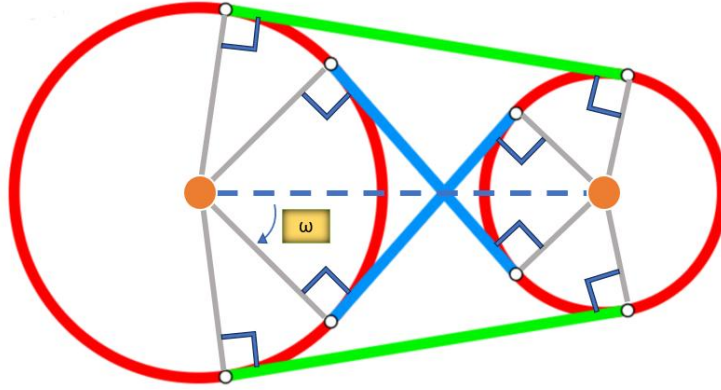


Figura 4.2: Diagrama de posibles conexiones entre 2 poleas.

El primer paso en el análisis geométrico consiste en encontrar las coordenadas de un par de puntos de tangencia que correspondan a una de estas cuatro trayectorias posibles. Dado que este cálculo debe repetirse para cada conexión de poleas analizada, se programó una función en MATLAB® capaz de resolver, en su forma más general, el problema planteado a partir de la Figura 4.2. Esta función comienza en la línea 127 del archivo RPAC2DResorteV2.m, el cual forma parte de los anexos del presente trabajo, y está definida como se muestra en las siguientes ecuaciones:

$$\mathbf{c}_1 = \begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{c}_2 = \begin{bmatrix} x_2 \\ y_2 \end{bmatrix}, \quad (1)$$

$$\Delta x = x_2 - x_1, \quad \Delta y = y_2 - y_1, \quad h = \sqrt{(\Delta x)^2 + (\Delta y)^2}. \quad (2)$$

$$\beta = 2 \arctan \left(\frac{\left(\frac{\Delta y}{h} \right)}{1 + \left(\frac{\Delta x}{h} \right)} \right) \quad (3)$$

donde c_1 y c_2 son los centros de las poleas 1 y 2, respectivamente, cada uno expresado en coordenadas X, Y; r_1 y r_2 son los radios correspondientes; β es el ángulo desde la horizontal hasta el vector que une los centros de las poleas como se observa en la Figura 9.2 y ω es el ángulo desde el vector que une los centros de las poleas hasta el vector que une el centro de una polea con su punto de tangencia, también se observa en la Figura 4.2.

Dependiendo de cuál de las cuatro posibles trayectorias de conexión se elija las coordenadas de los puntos de tangencia se calculan con algunas de las siguientes ecuaciones:

Caso 1 — Tangencia externa (configuración 1)

$$\mathbf{t}_1 = \begin{bmatrix} x_1 + r_1 \cos(\beta + \omega) \\ y_1 + r_1 \sin(\beta + \omega) \end{bmatrix}, \quad \mathbf{t}_2 = \begin{bmatrix} x_2 + r_2 \cos(\beta + \omega + \pi) \\ y_2 + r_2 \sin(\beta + \omega + \pi) \end{bmatrix} \quad (4)$$

Caso 2 — Tangencia externa (configuración 2)

$$\mathbf{t}_1 = \begin{bmatrix} x_1 + r_1 \cos(\beta - \omega) \\ y_1 + r_1 \sin(\beta - \omega) \end{bmatrix}, \quad \mathbf{t}_2 = \begin{bmatrix} x_2 + r_2 \cos(\beta - \omega + \pi) \\ y_2 + r_2 \sin(\beta - \omega + \pi) \end{bmatrix} \quad (5)$$

Caso 3 — Tangencia interna (configuración 1)

$$\mathbf{t}_1 = \begin{bmatrix} x_1 + r_1 \cos\left(\frac{\pi}{2} + \beta + \omega\right) \\ y_1 + r_1 \sin\left(\frac{\pi}{2} + \beta + \omega\right) \end{bmatrix}, \quad \mathbf{t}_2 = \begin{bmatrix} x_2 + r_2 \cos\left(\frac{\pi}{2} + \beta + \omega\right) \\ y_2 + r_2 \sin\left(\frac{\pi}{2} + \beta + \omega\right) \end{bmatrix} \quad (6)$$

Caso 4 — Tangencia interna (configuración 2)

$$\mathbf{t}_1 = \begin{bmatrix} x_1 + r_1 \cos\left(-\frac{\pi}{2} + \beta - \omega\right) \\ y_1 + r_1 \sin\left(-\frac{\pi}{2} + \beta - \omega\right) \end{bmatrix}, \quad \mathbf{t}_2 = \begin{bmatrix} x_2 + r_2 \cos\left(-\frac{\pi}{2} + \beta - \omega\right) \\ y_2 + r_2 \sin\left(-\frac{\pi}{2} + \beta - \omega\right) \end{bmatrix} \quad (7)$$

Conociendo las coordenadas de sus puntos de tangencia, se puede calcular el vector que va desde el centro de la polea hasta su punto de tangencia. Estos vectores se representan en color gris en la Figura 4.2. Al utilizar esta función para calcular todos los puntos de tangencia del circuito, cada polea contará con dos vectores que se extienden desde su centro hasta sus respectivos puntos de tangencia, los cuales llamaremos

u y v . Con estos vectores, es posible calcular la longitud del arco (8) correspondiente a los segmentos de cable que están en contacto con las poleas, utilizando la ecuación (9) para determinar el ángulo entre dos vectores, mediante la función `LonArcPo`, la cual comienza en la línea 179 del mismo código.

$$L_a = r \theta \quad (8)$$

$$\cos \alpha = \frac{\vec{u} \cdot \vec{v}}{|\vec{u}| \cdot |\vec{v}|} \quad (9)$$

Además, estos puntos de tangencia permiten determinar las trayectorias rectas de los cables que conectan las poleas, ya que dichas trayectorias coinciden con el vector que une los dos puntos de tangencia. Por lo tanto, a partir de estas coordenadas también se puede calcular la longitud de estos segmentos rectos. De esta manera se sientan las bases para continuar con el desarrollo del modelo matemático.

La versión bidimensional del RPAC propuesta incluye una plataforma móvil conectada mediante tres poleas que pueden rotar libremente como se ilustra en la Figura 5.2. Las poleas están uniformemente distribuidas sobre un círculo cuyo centro coincide con el de la plataforma móvil. El centro de la plataforma está representado con un punto naranja y es descrito mediante las coordenadas X, Y en mayúsculas para los cálculos posteriores. Desde este centro, se puede trazar un vector hacia el centro de cada una de las poleas de la plataforma móvil. Estos vectores se caracterizan por una magnitud R y un ángulo μ_i ($i = 1, 2, 3$) medido en sentido antihorario respecto a la horizontal local de la plataforma, representada en color negro, como se muestra en la Figura 5.2. En dicha figura también se visualizan los vectores mencionados, graficados en color naranja.

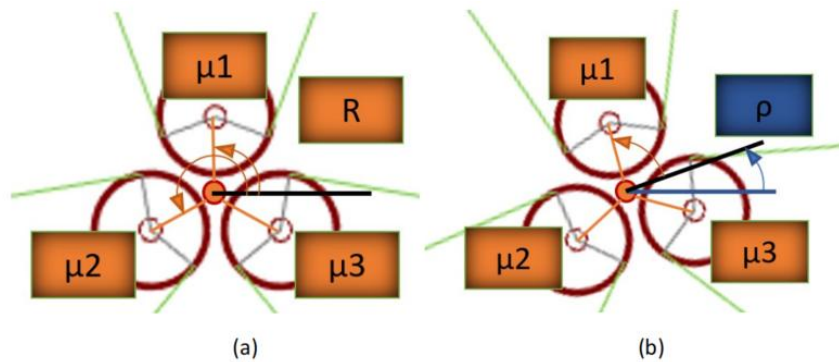


Figura 5.2: Diagrama simplificado de la plataforma móvil

Finalmente, la orientación de la plataforma móvil se describe mediante el ángulo ρ , mostrado en la Figura 5.2(b), el cual representa la rotación de la plataforma respecto a la horizontal del sistema de coordenadas global.

En la Figura 6.2 se muestran todas las poleas del robot numeradas; las coordenadas de sus centros se describen con x , y en minúsculas seguidas de su número de polea. Estas coordenadas pueden ser constantes o variables, como se puede distinguir por el color de su marcador.

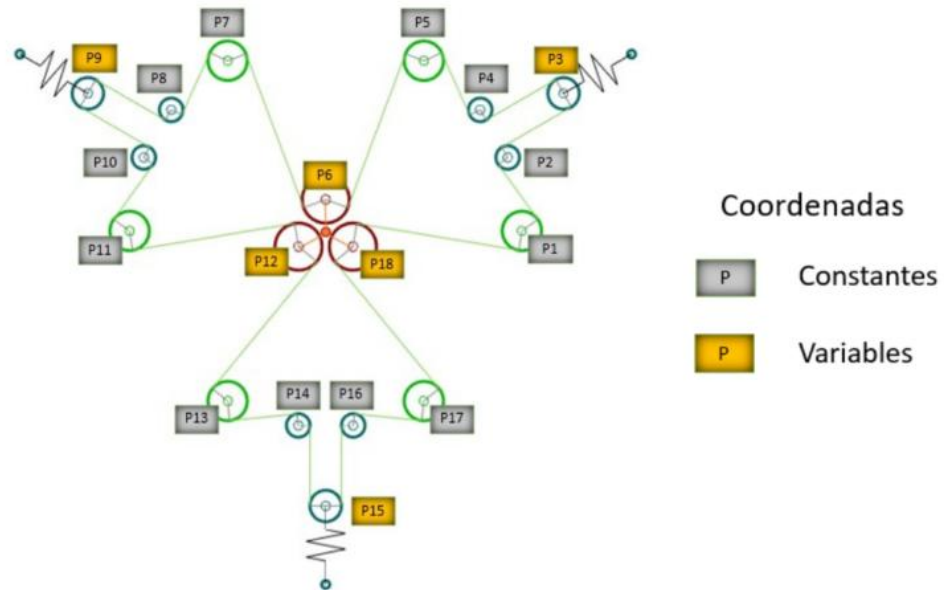


Figura 6.2: Numeración de las poleas del circuito.

Existen cuatro radios de polea, los cuales se expresan con r minúscula seguida de un número de acuerdo con la siguiente lista:

- r_1 radio de poleas actuadas (P1, P5, P7, P11, P13, P17).
- r_2 radio de poleas de la plataforma móvil (P6, P12, P18).
- r_3 radio poleas tensoras auxiliares (P2, P4, P8, P10, P14, P16).
- r_4 radio poleas tensoras (P3, P9, P15).

Para modelar la cinemática del robot, se procede a establecer la relación entre los ángulos de rotación de las poleas actuadas Ψ y la posición de la plataforma móvil. Para definir esta relación, se analiza la longitud de cable que se encuentra entre 2 poleas actuadas. Estas regiones se destacan con amarillo en la Figura 7.2.

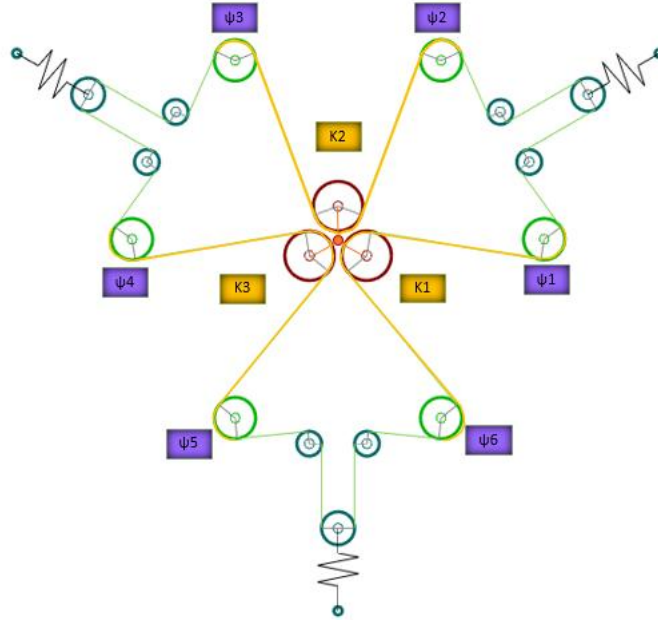


Figura 7.2: Longitudes de cable en secciones de interés.

La longitud de cable en estas regiones está conformada por tres longitudes de arco delimitadas por dos ángulos θ (segmentos de contacto con las poleas actuadas o con la polea de la plataforma móvil) y dos segmentos rectos de cable, identificados con las letras L, numeradas en la Figura 11.2. Además, se considera la aportación de cable provocada por los desplazamientos angulares ψ_i de las poleas actuadas, es decir, la cantidad de cable que entra o sale de la región estudiada por efecto de la rotación de las poleas actuadas. La suma de estos 6 términos se iguala a las longitudes iniciales del segmento analizado, nombradas con las letras K_j .

$$r1 \cdot (\theta_{20} - \theta_{10}) + L18 + r2 \cdot (\theta_{35} - \theta_{36}) + L17 + r1 \cdot (\theta_{34} - \theta_{33}) + r1 \cdot (-\psi1 + \psi6) = K1 \quad (10)$$

$$r1 \cdot (\theta_{10} - \theta_9) + L5 + r2 \cdot (\theta_{11} - \theta_{12}) + L6 + r1 \cdot (\theta_{14} - \theta_{13}) + r1 \cdot (\psi2 - \psi3) = K2 \quad (11)$$

$$r1 \cdot (\theta_{22} - \theta_{21}) + L11 + r2 \cdot (\theta_{23} - \theta_{24}) + L12 + r1 \cdot (\theta_{26} - \theta_{25}) + r1 \cdot (\psi4 - \psi5) = K3 \quad (12)$$

Para poder entender estas ecuaciones primero es necesario calcular los ángulos θ , los cuales representan el ángulo de los vectores que unen el centro de las poleas con los puntos de tangencia con el cable respecto a la horizontal en el marco de coordenadas globales. A cada polea le corresponden dos ángulos θ , los cuales están numerados como se muestra en la Figura 8.2. En algunos casos los ángulos θ son constantes, es decir,

que no varían en función de la posición de la plataforma móvil. Esta característica se diferencia por el color del marcador en dicha figura.

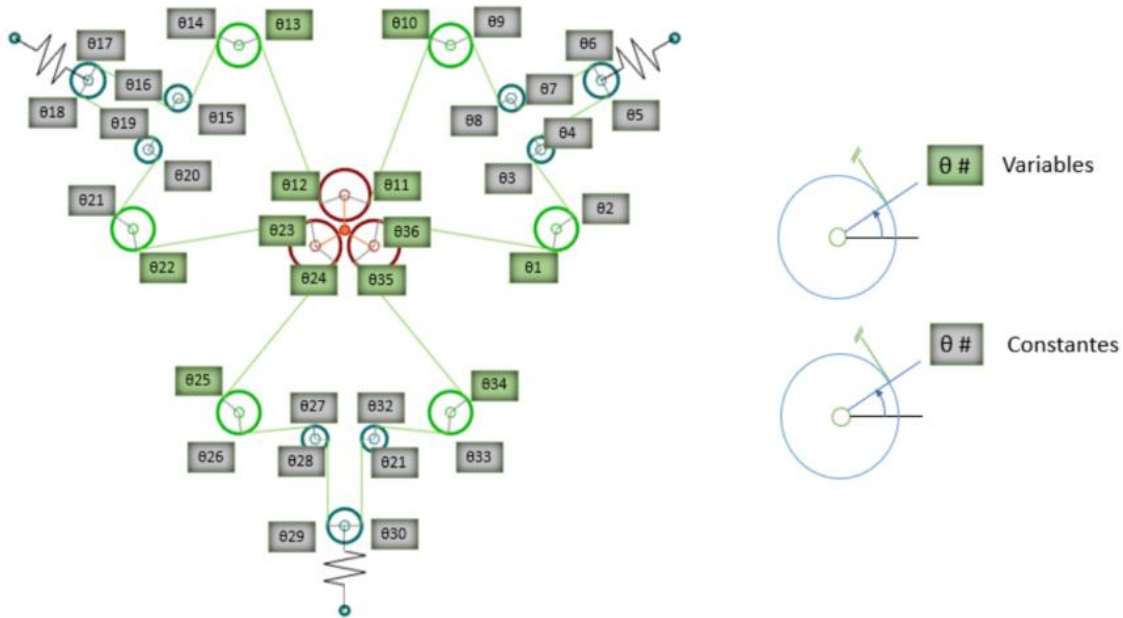


Figura 8.2: Ángulos de tangencia.

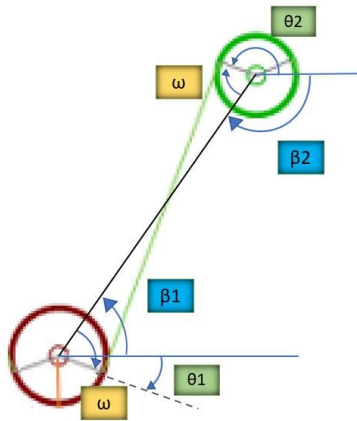


Figura 9.2: Vector entre centros con ángulos β y ω .

Para calcular estos ángulos θ primero se necesita trazar un segmento que une los centros de un par de poleas. Estos segmentos se muestran graficados en negro en la Figura 9.2. El ángulo de inclinación de estos segmentos, respecto a la horizontal del marco de coordenadas global, se nombra β . A partir de este vector se mide el ángulo ω hasta el vector que une el centro de las poleas con el punto de tangencia que corresponde a la trayectoria del cable planteada, como se muestra en la misma figura. De esta forma se pueden calcular los ángulos θ a partir de la ecuación (13) en la que el subíndice i coincide con la numeración de la Figura

8.2 mientras que ω tendría su propia numeración de acuerdo con la Figura 10.2, recordando que los dos ángulos ω mostrados en la Figura 9.2 son iguales, porque el cruce de la trayectoria que une 2 puntos de tangencia y la línea que une los centros de las poleas, en conjunto con los vectores que van desde el centro hasta los puntos de tangencia, forman un par de triángulos semejantes.

$$\theta_i = \beta_i \pm \omega_j \quad (13)$$

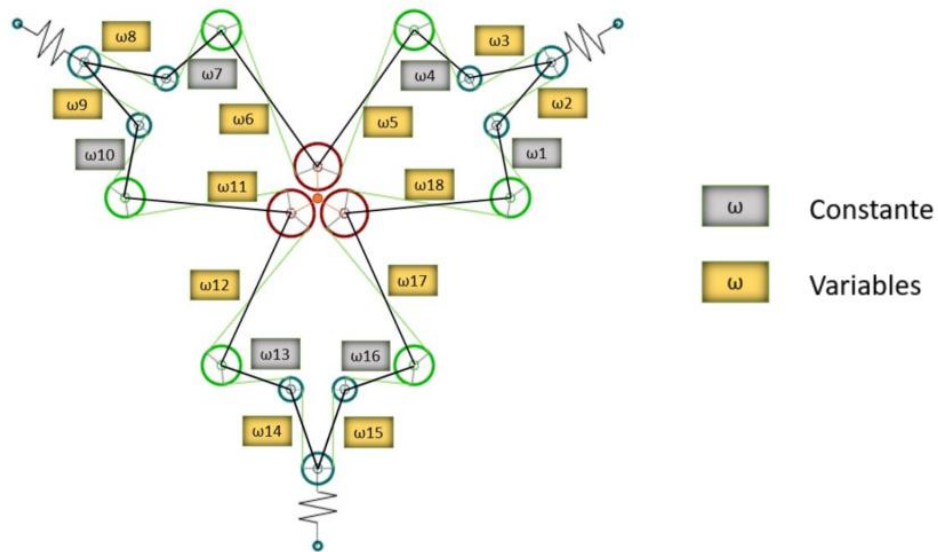


Figura 10.2: Numeración de ω .

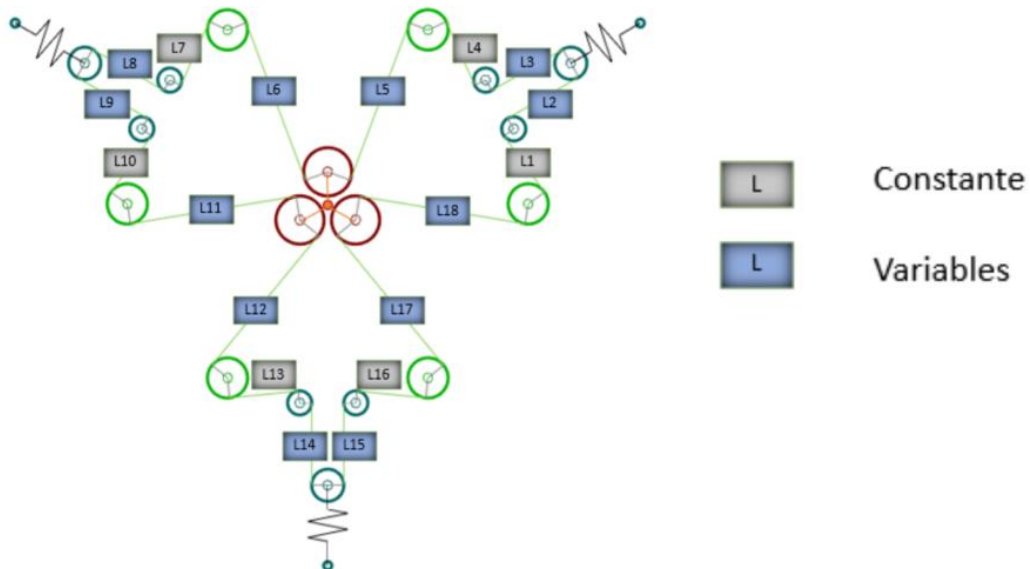


Figura 11.2: Numeración de segmentos L.

Por último, las ecuaciones (9), (10) y (11) también incluyen la longitud de los segmentos de rectos de cable que unen dos puntos de tangencia. Estos segmentos se nombran con la letra L y se numeran de acuerdo con la Figura 11.2. A cada uno de estos segmentos también le corresponde un ángulo de inclinación respecto a la horizontal nombrado como α . Este ángulo se puede calcular con la ecuación (14) y visualizar en la Figura 12.2.

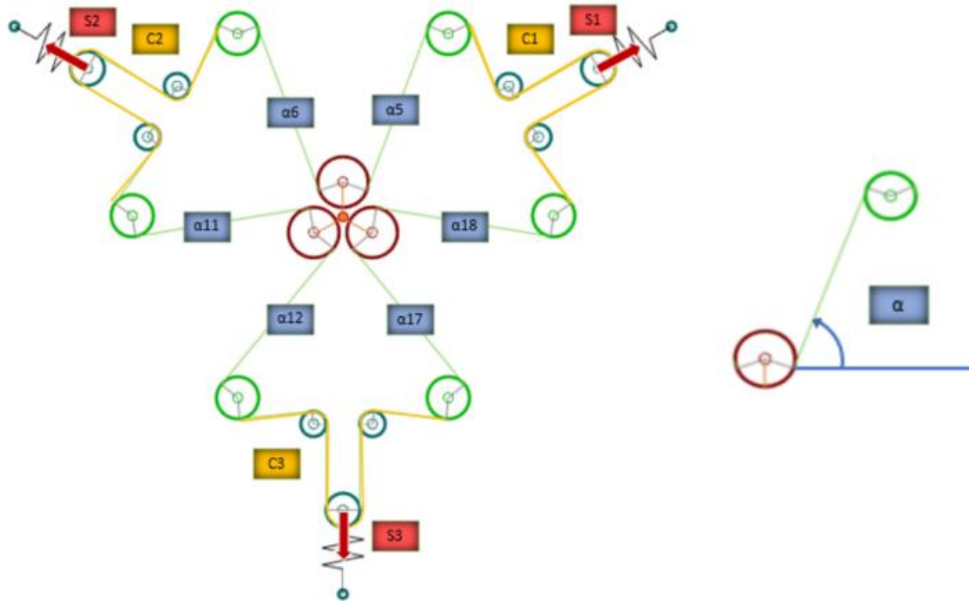


Figura 12.2: Análisis de segmentos C.

$$\alpha = \theta \pm \frac{\pi}{2} \quad (14)$$

Con este planteamiento tenemos tres ecuaciones y seis incógnitas (ψ). Para completar las seis ecuaciones necesarias se realiza un proceso similar al de las ecuaciones (9), (10) y (11) pero ahora con los segmentos C que se resaltan con color amarillo en la Figura 12.2. Formulando las siguientes ecuaciones (15), (16) y (17). En estas ecuaciones aparecen las variables S que representan el desplazamiento de las poleas tensoras respecto a su posición inicial.

Estas ecuaciones tienen menos expresiones, ya que los ángulos θ , con los que se calculan las longitudes de arco que forman parte de estos segmentos, no varían gracias al acomodo de las poleas tensoras, como se muestra en la Figura 8.2. Por lo anterior, se puede simplificar bastante la expresión al considerar que C es la longitud inicial del segmento de interés y S es el desplazamiento de la polea tensora.

$$r1 \cdot (\psi1 - \psi2) + 2 \cdot S1 = C1 \quad (15)$$

$$r1 \cdot (\psi3 - \psi4) + 2 \cdot S2 = C2 \quad (16)$$

$$r1 \cdot (\psi5 - \psi6) + 2 \cdot S3 = C3 \quad (17)$$

De esta forma se obtiene un sistema sub restringido de ecuaciones no lineales. En este sistema las incógnitas son: $\psi1, \psi2, \psi3, \psi4, \psi5, \psi6, S1, S2, S3$. Para resolver dicho sistema se tiene que considerar el equilibrio de fuerzas y momentos, ya que las variables S se relacionan con la tensión de los cables que están en contacto con las poleas tensoras y la rigidez del resorte del tensor.

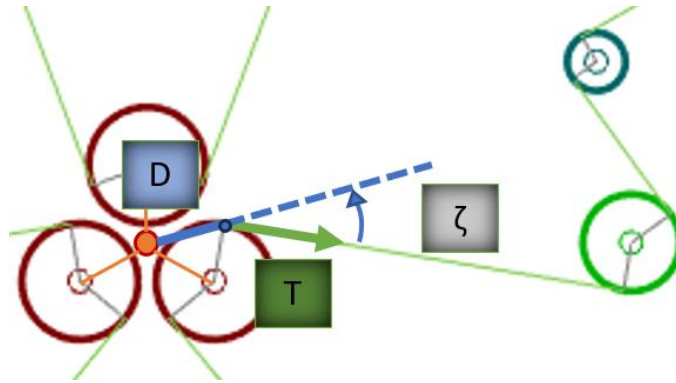


Figura 13.2: Diagrama para cálculo de momentos.

Es evidente que el análisis geométrico y el cinemático están intrínsecamente relacionados. Por tanto, el siguiente paso consiste en expresar la variable S en función de una tensión de cable T, mediante la ley de Hooke para resortes.

Considerando que la polea tensora está conectada a dos segmentos de cable, se obtiene la ecuación (18) donde k es la constante de rigidez del resorte.

$$S = \frac{2 T}{k} \quad (18)$$

Dado que las poleas de la plataforma móvil, las auxiliares y las tensoras no ejercen ningún torque, y se desprecia cualquier pérdida mecánica, la tensión en los segmentos tipo K (ver Figura 7.2) y en los segmentos tipo CCC (ver Figura 12.2) se mantiene constante a lo largo de todos los tramos rectos que los componen. Bajo la suposición de ausencia de deslizamiento en las poleas actuadas, es posible relacionar

directamente la tensión con el torque aplicado por los actuadores, considerando únicamente el radio de la polea.

Para continuar con el análisis, se desarrollan las ecuaciones de equilibrio. Se inicia con las ecuaciones de fuerza en las direcciones X y Y, igualando a cero las sumatorias de todos sus componentes, como se observa en las ecuaciones (19) y (20). Estos componentes se obtienen al multiplicar la tensión del cable en un segmento tipo K por un vector unitario, calculado a partir de las coordenadas del segmento de cable tipo L que esté en contacto con poleas de la plataforma móvil, mostrados en la Figura 11.2.

Para la sumatoria de momentos (22), se trazan vectores desde el centro de la plataforma móvil hasta un punto de tangencia, denotado como **D**. Con un vector de tensión **T**, el momento se puede calcular mediante el producto vectorial $\mathbf{D} \times \mathbf{T}$, o bien, utilizando la ecuación (19) basada en las magnitudes de los vectores, como se ilustra en la Figura 13.2.

$$Mo = DT \sin(\zeta) \quad (19)$$

$$\sum_{i=1}^6 T_{xi} + CU_x = 0 \quad (20)$$

$$\sum_{i=1}^6 T_{yi} + CU_y = 0 \quad (21)$$

$$\sum_{i=1}^6 M_{oi} + Mo_{CU} = 0 \quad (22)$$

Para completar las ecuaciones (20), (21) y (22), se agregan los términos *CU*, que representan la carga útil. Este término contempla las fuerzas y momentos generados como consecuencia de la interacción con piezas de trabajo, así como el peso propio de la plataforma móvil y los herramientas que transporte.

Finalmente, se expresan las tensiones *T*, presentes en las ecuaciones (18) y (19), en función de los torques de los actuadores τ . Con ello, se obtiene un sistema de nueve ecuaciones (10),(11),(12),(15),(16),(17),(20),(21) y (22), con doce variables de control: seis desplazamientos angulares ψ y seis torques τ , correspondientes a cada una de las poleas actuadas.

Este sistema puede resolverse suponiendo algunos torques iguales a cero, lo que equivale a tener ciertos actuadores inactivos, comportándose como poleas libres. Alternativamente, es posible determinar una combinación factible de torques y desplazamientos angulares mediante algoritmos de optimización, sustituyendo así el enfoque analítico por uno numérico. Este enfoque se desarrolla más adelante en el análisis de la configuración tridimensional propuesta en este trabajo.

No obstante, en este punto se ha cumplido el objetivo principal del análisis bidimensional: establecer las bases teóricas que faciliten el planteamiento de una versión tridimensional del sistema. Por lo tanto, no se profundiza en el análisis del espacio de trabajo ni en la posibilidad de construir un prototipo de la versión planar. Sin embargo, tanto la metodología descrita en este capítulo como el desarrollo del código en MATLAB® RPAC2DResorteV2.m, incluido en los anexos, resultaron fundamentales para el planteamiento y análisis presentados en el siguiente capítulo.

Capítulo 3

3 Modelado matemático y diseño conceptual de un RPAC tridimensional de lazo cerrado

En el presente trabajo se propone un nuevo modelo de robot paralelo actuado por cable (RPAC) sobre restringido de lazo cerrado, cuya configuración se muestra de forma simplificada en la Figura 1.3. Dicha figura fue generada mediante un programa en MATLAB®, que además contiene el modelo matemático específico de este robot, el cual valida la factibilidad del diseño.

En este capítulo se detalla el proceso de diseño, análisis, validación numérica y prototipado. Las partes fundamentales del robot se listan a continuación:

- 1 estructura fija de PTR soldado.
- 16 ensambles de poleas fijas, unidas a las aristas de la estructura.
- 8 ensambles de poleas actuadas.
- 8 ensambles de poleas auxiliares.
- ensambles de poleas tensoras.
- 1 plataforma móvil que alberga 8 subensambles de poleas móviles.
- 2 lazos cerrados de cable.
- 8 servomotores.
- Componentes electrónicos.

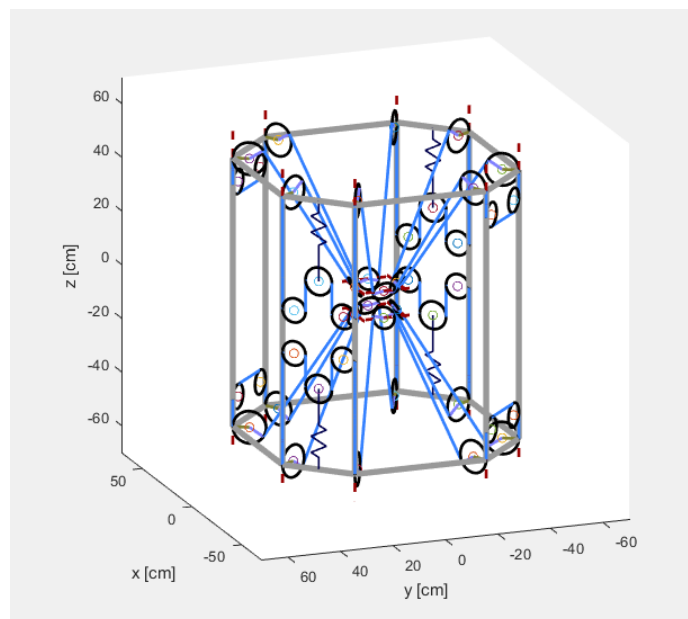


Figura 1.3: Configuración final RPAC versión 3D.

Uno de los aspectos más originales y novedosos de este modelo es su capacidad para desplazar tridimensionalmente la plataforma móvil utilizando únicamente dos lazos cerrados, a diferencia de modelos anteriores, como el de (Harada & Hirosato, 2019), que requieren cuatro lazos. Además, una de las principales ventajas de este diseño es que la plataforma móvil se conecta a la estructura fija mediante dieciséis segmentos de cable, actuados únicamente por ocho servomotores. Esto genera una relación de dos a uno que permite incrementar la estabilidad de la plataforma sin aumentar el número de actuadores ni de componentes electrónicos, lo cual representa una ventaja significativa desde el punto de vista económico.

En términos generales, este nuevo diseño combina las ventajas de los robots sobre restringidos descritas en la sección de antecedentes, con las propias de los sistemas de lazo cerrado. No obstante, para alcanzar este resultado, fue necesario verificar previamente la factibilidad del diseño mediante el desarrollo de un modelo matemático único, que representó el principal reto de este proyecto.

El diseño y modelado de la versión tridimensional de este RPAC parte de las mismas siete consideraciones fundamentales planteadas para la versión planar del manipulador. En busca de un diseño sin pérdidas por fricción, se estableció como objetivo que todos los puntos de contacto del cable fueran sobre poleas, eliminando el uso de guías con orificios fijos, como las mostradas en la Figura 7.1.

Como consecuencia de este enfoque, en la versión tridimensional del manipulador fue necesario incorporar poleas capaces de modificar la orientación de su eje de rotación, permitiendo así la adaptación a las trayectorias requeridas para conectar con la plataforma fija. El diseño de estas poleas orientables, el cálculo de las trayectorias de los cables y la determinación de las coordenadas de los puntos de tangencia se describen en la siguiente sección.

3.1 Análisis Geométrico

Para iniciar el planteamiento de una versión tridimensional del manipulador, se parte de un análisis similar al realizado para la versión bidimensional, donde el primer paso consiste en calcular las coordenadas de los puntos de tangencia generados en las conexiones de los cables con las poleas. La principal diferencia en el caso tridimensional es que no se pueden aislar únicamente dos poleas, como se muestra en la Figura 4.2, ya que los dos segmentos rectos de cable que conectan cada polea deben compartir un mismo plano. Este plano coincide con el plano medio de la polea y es perpendicular al eje sobre el cual esta puede girar libremente gracias a su rodamiento. Para hacer coincidir estos planos con las trayectorias de los cables, es necesario dotar a las poleas de la capacidad de orientarse.

La primera opción considerada fue agregar un grado de libertad para permitir la rotación sobre un eje perpendicular al eje de giro de la polea, el cual pasa por el centro de la misma. Sin embargo, para las poleas unidas al marco fijo, resulta más conveniente desplazar el eje de orientación para que coincida con un punto de tangencia de la polea, de forma que dicho punto pueda permanecer en una ubicación constante, siempre que la siguiente conexión se realice con una polea que no se desplace ni cambie de orientación. Este tipo de poleas, cuyo eje de orientación pasa por un punto de tangencia, ha sido utilizado en trabajos previos, como el de (Mathieu Rognant & Eric Courteille, 2018), donde se aplica este mismo principio en un arreglo experimental para realizar mediciones de la tensión del cable, como se muestra en la Figura 2.3.

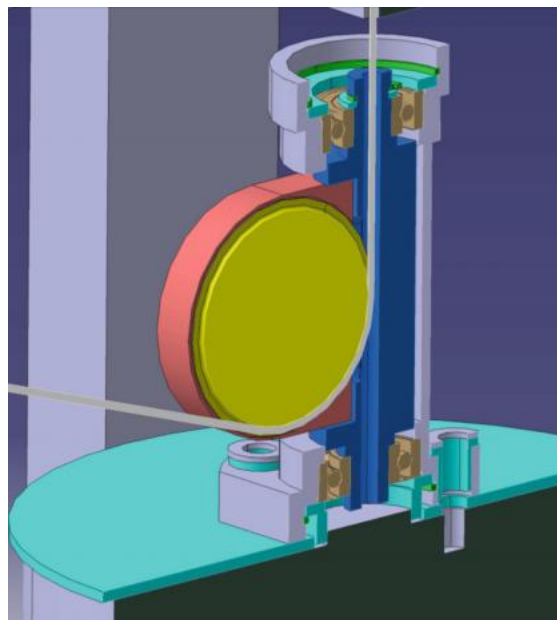


Figura 2.3: Polea con eje de orientación en punto de tangencia (Mathieu Rognant & Eric Courteille, 2018).

La ventaja geométrica de mantener un punto fijo permite aislar un segmento del lazo para facilitar el análisis. Ahora se puede estudiar un conjunto de tres poleas, que equivale, en la versión bidimensional, a un segmento tipo K como el mostrado en la Figura 7.2. Este segmento está contenido entre dos puntos fijos en el espacio e incluye una polea en la plataforma móvil. La diferencia principal contra la versión 2D es que, para que este conjunto de poleas funcione, es necesario dotar a la polea móvil de la capacidad de orientarse mediante la rotación sobre un eje, representado como una línea punteada en la Figura 3.3.

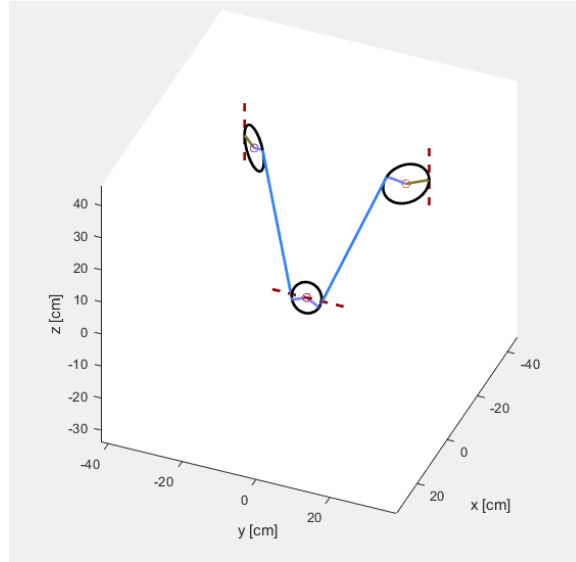


Figura 3.3: Tercia de poleas para versión 3D.

Inicialmente, se planteó un sistema de ecuaciones basado en los ángulos $\lambda_1, \lambda_2, \eta, \theta_1, \theta_2, \omega_1, \omega_2$ mostrados en la Figura 4.3, los cuales se describen a continuación. Los ángulos λ corresponden a las rotaciones en el eje Z global de las poleas fijas a la estructura; η representa la rotación en el eje Y global de la polea de la plataforma móvil; los ángulos θ se definen entre el plano horizontal y los vectores que van desde el centro de las poleas hasta los puntos de tangencia en los planos de las poleas del marco fijo. Finalmente, ω es el ángulo medido en el plano medio de la polea móvil, desde el eje de orientación hasta sus puntos de tangencia con los cables. En la misma figura también aparecen ángulos ϕ que comparten plano con los θ y definen el ángulo entre el plano horizontal y la trayectoria de los cables.

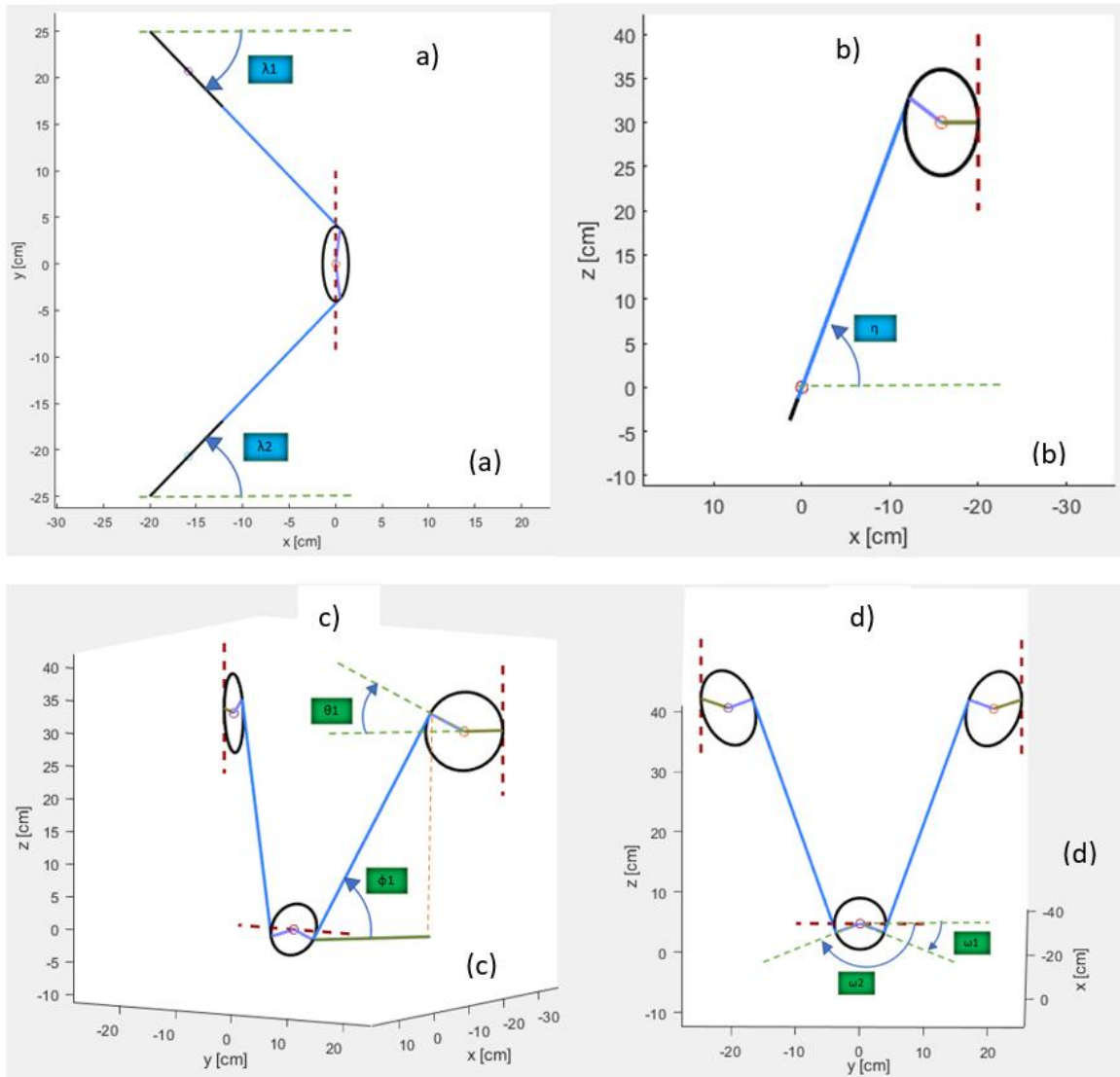


Figura 4.3: Definición de ángulos de interés.

Al analizar la factibilidad de alcanzar una posición objetivo con coordenada Y distinta de cero, se observó que la configuración original era insuficiente. Debido a que, variando únicamente el ángulo de orientación η de la polea móvil, no es posible lograr que su plano medio coincida con los cuatro puntos de tangencia mostrados en la Figura 5.3. Esto se debe a que las coordenadas Z de los puntos uno y cuatro son ligeramente distintas cuando la plataforma móvil no se encuentra exactamente en medio de las dos poleas del marco fijo. Por ello, fue necesario agregar un nuevo grado de libertad para la orientación de la polea de la plataforma móvil.

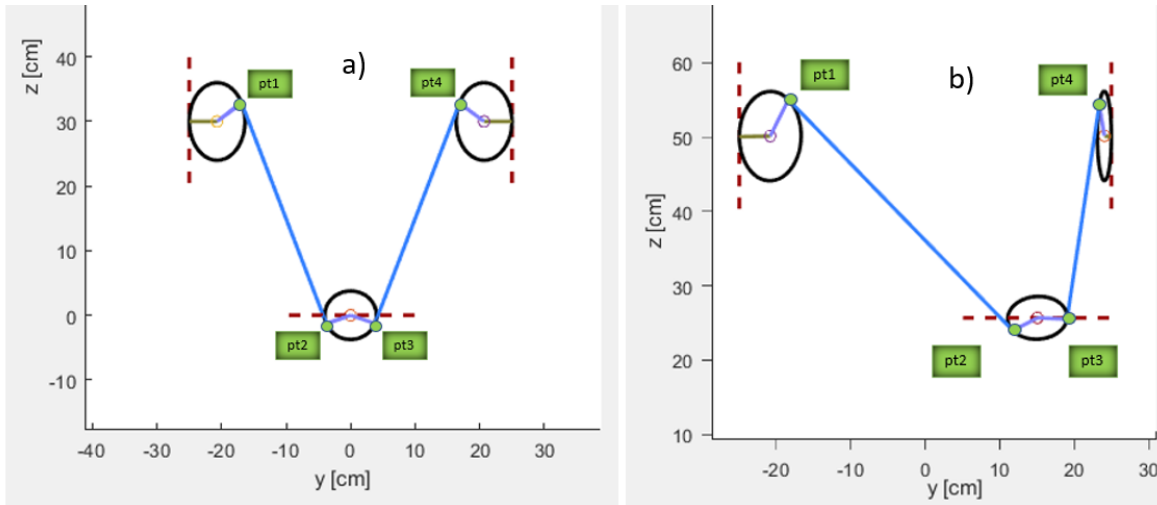


Figura 5.3: Comparación de 2 posiciones.

Este nuevo grado de libertad se define mediante el ángulo μ , que representa la rotación en la dirección Z del eje sobre el cual rota η . Esto se puede visualizar mejor en la Figura 6.3, donde se observa que el eje de rotación de η , marcado con una línea punteada roja, ya no coincide necesariamente con el eje Y , como en el modelo anterior. Esta modificación garantiza que se puede orientar el plano de la polea móvil de manera que incluya los cuatro puntos de tangencia mostrados en la Figura 5.3, sin importar la posición del centro de dicha polea.

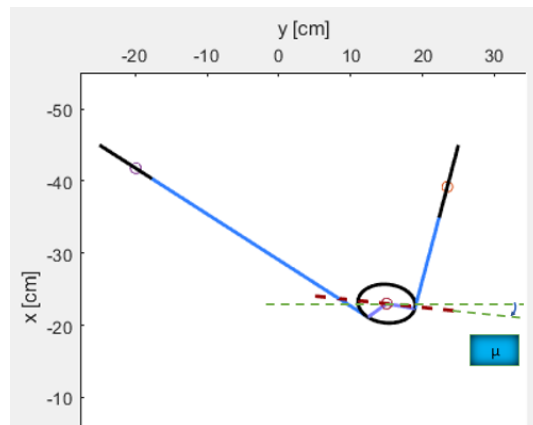


Figura 6.3: Definición DEL SEGUNDO ángulo de orientación de la polea móvil.

Poleas en la plataforma móvil con capacidad de orientarse en dos grados de libertad ya han sido utilizadas en trabajos previos, como el presentado en (Jim Rodnunsky & S. Alexander MacDonald, 2008), en el que se emplearon juntas de doble eje tipo cardán para dicho propósito, como se muestra en la Figura 7.3. La diferencia principal en la propuesta actual es que los ejes de orientación de las poleas de la plataforma móvil pasan por el centro de la polea, lo que corresponde físicamente a un arreglo similar al de un giroscopio.

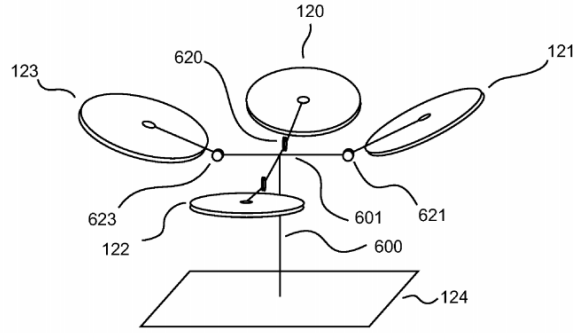


Figura 7.3: Ejemplo de plataforma móvil con poleas orientables (Jim Rodnunsky & S. Alexander MacDonald, 2008).

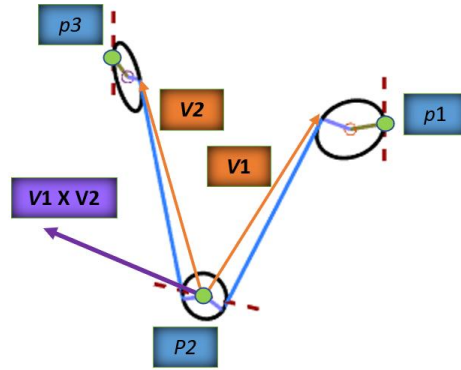


Figura 8.3: Vectores V y su producto cruz.

Para continuar con el planteamiento del sistema de ecuaciones, se definen los vectores $V1$ y $V2$, que se extienden desde el centro de la polea móvil hasta los puntos de tangencia con las poleas fijas, como se muestra en la Figura 8.3. Los puntos de tangencia de las poleas fijas con los ejes sobre los cuales pivotan son nombrados $p1$ con coordenadas $(x1, y1, z1)$ y $p3$ con coordenadas $(x3, y3, z3)$. El centro de la polea móvil es denotado como $p2$, con coordenadas $(X2, Y2, Z2)$. El parámetro $r1$ representa el radio de la polea fija.

Estos vectores se expresan en función de las variables previamente definidas, así como de las coordenadas de los puntos de anclaje y del centro de la polea fija, tal como se observa en las ecuaciones (23) y (24).

$$V1 := \begin{bmatrix} x1 + r1 \cdot \cos(\lambda1) + r1 \cdot \cos(\theta1) \cdot \cos(\lambda1) - X2 \\ y1 + r1 \cdot \sin(\lambda1) + r1 \cdot \cos(\theta1) \cdot \sin(\lambda1) - Y2 \\ z1 + r1 \cdot \sin(\theta1) - Z2 \end{bmatrix} \quad (23)$$

$$(24)$$

$$V2 := \begin{bmatrix} x3 + r1 \cdot \cos(\lambda2) + r1 \cdot \cos(\theta2) \cdot \cos(\lambda2) - X2 \\ y3 + r1 \cdot \sin(\lambda2) + r1 \cdot \cos(\theta2) \cdot \sin(\lambda2) - Y2 \\ z3 + r1 \cdot \sin(\theta2) - Z2 \end{bmatrix}$$

Los vectores $V1$ y $V2$ existen sobre un plano que contiene los dos puntos de tangencia de las poleas fijas y el centro de la polea móvil. Por lo tanto, al calcular el producto cruz de estos dos vectores, como se ilustra en la Figura 8.3 se obtiene un nuevo vector $V3$, que es normal al plano de la polea móvil y pasa por su centro. Este vector queda definido en la ecuación (32), cuya magnitud se representará con la letra c .

$$V3 = \begin{bmatrix} [(y1 + r1 \sin(\lambda1) + r1 \cos(\theta1) \sin(\lambda1) - Y2) (z3 + r1 \sin(\theta2) - Z2) - (z1 + r1 \sin(\theta1) - Z2) (y3 + r1 \sin(\lambda2) + r1 \cos(\theta2) \sin(\lambda2) - Y2)] \\ [- (x1 + r1 \cos(\lambda1) + r1 \cos(\theta1) \cos(\lambda1) - X2) (z3 + r1 \sin(\theta2) - Z2) + (z1 + r1 \sin(\theta1) - Z2) (x3 + r1 \cos(\lambda2) + r1 \cos(\theta2) \cos(\lambda2) - X2)] \\ [(x1 + r1 \cos(\lambda1) + r1 \cos(\theta1) \cos(\lambda1) - X2) (y3 + r1 \sin(\lambda2) + r1 \cos(\theta2) \sin(\lambda2) - Y2) - (y1 + r1 \sin(\lambda1) + r1 \cos(\theta1) \sin(\lambda1) - Y2) (x3 + r1 \cos(\lambda2) + r1 \cos(\theta2) \cos(\lambda2) - X2)] \end{bmatrix} \quad (25)$$

Ahora planteamos un vector de la forma en que se muestra en la ecuación (26). El cual representa un vector perpendicular al plano de la polea de la plataforma móvil en su orientación inicial, el cual vamos a orientar rotando los ángulos μ y η mostrados en las Figura 6.3 y Figura 4.3b, al multiplicar por las matrices de rotación (27) y (28). El resultado de esta operación es el vector (29) y se puede igualar componente a componente con el vector (25) para obtener las primeras tres ecuaciones no lineales del nuevo sistema.

$$Vc := \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ c \end{bmatrix} \quad (26)$$

$$R\mu := \begin{bmatrix} \cos(\mu) & -\sin(\mu) & 0 \\ \sin(\mu) & \cos(\mu) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (27)$$

$$R\eta := \begin{bmatrix} \cos(\eta) & 0 & \sin(\eta) \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin(\eta) & 0 & \cos(\eta) \end{bmatrix} \quad (28)$$

$$R\mu \cdot R\eta \cdot Vc := \begin{bmatrix} \cos(\mu) \sin(\eta) c \\ \sin(\mu) \sin(\eta) c \\ \cos(\eta) c \end{bmatrix} \quad (29)$$

Para plantear las ecuaciones restantes se empieza por describir las coordenadas de los puntos de tangencia en la polea móvil en función de nuestras variables de interés, como se muestra en la ecuación (30) donde $r2$ es el radio de la polea móvil y ω puede representar tanto $\omega1$ como $\omega2$, acorde a la Figura 4.3d, para de esta forma obtener las coordenadas de los dos puntos de tangencia de la polea móvil, los cuales llamaremos $ptm 1$ y 2 respectivamente.

$$ptm = \begin{bmatrix} X2 - \cos(\mu) \cos(\eta) \sin(\omega) r2 + \sin(\mu) \cos(\omega) r2 \\ Y2 - \sin(\mu) \cos(\eta) \sin(\omega) r2 - \cos(\mu) \cos(\omega) r2 \\ Z2 + \sin(\mu) \cos(\omega) r2 \end{bmatrix} \quad (30)$$

A partir de un punto de tangencia en la polea móvil y su correspondiente punto de tangencia en la polea fija conectada, se forma un triángulo rectángulo en el plano medio de la polea fija, como se muestra en la Figura 4.3c. Con ayuda de dicho triángulo es posible calcular el ángulo ϕ , y, dado que este ángulo es perpendicular al vector que va desde el centro de la polea fija hasta su punto de tangencia, se puede obtener θ mediante la ecuación (31).

$$\theta = \frac{\pi}{2} - \phi \quad (31)$$

La ecuación (32) surge de aplicar el teorema de Pitágoras a los triángulos rectángulos formados en el plano medio de la polea móvil, cuyos lados corresponden al segmento que une dos puntos de tangencia, un vector V , y el radio de la polea móvil, como se observa en la Figura 8.3. Los puntos de tangencia de las poleas fijas pueden expresarse a partir de los puntos de anclaje p , tal como se muestra en la ecuación (33).

$$\|V_1\|^2 = \|ptf - ptm\|^2 + r_2^2 \quad (32)$$

$$ptf = \begin{bmatrix} p_{1x} + r_1 (\cos(\lambda) + \cos(\theta) \cos(\lambda)) \\ p_{1y} + r_1 (\sin(\lambda) + \cos(\theta) \sin(\lambda)) \\ p_{1z} + r_1 \sin(\theta) \end{bmatrix} \quad (33)$$

El ángulo λ mostrado en la Figura 4.3a se calcula a partir de la ecuación (34), que se deduce de un triángulo rectángulo formado en dicha figura, con las coordenadas x, y de un punto de tangencia en la polea móvil ptm y las coordenadas x, y de un punto de anclaje de una polea fija, nombrado $p1$ en la Figura 8.3.

$$\lambda = \text{atan2}(ptmY - p1y, ptmX - p1x) \quad (34)$$

Considerando que las ecuaciones (31), (32) y (34) se repiten para los dos pares de puntos de tangencia, se obtienen seis nuevas ecuaciones. Estas, junto con las tres ecuaciones que se generan al igualar los componentes de las ecuaciones (25) y (30), forman un sistema de nueve ecuaciones no lineales implícitas, cuyas incógnitas son: $(\lambda_1, \lambda_2, \eta, \theta_1, \theta_2, \omega_1, \omega_2, \mu, c)$.

Este sistema se resuelve numéricamente en MATLAB® mediante la función `fsolve`, utilizando las funciones `sisdeEcS` y `sisdeEcI`, incluidas en el código RPAC3DV18 que forma parte de los anexos del presente documento, los cuales implementan las ecuaciones obtenidas en esta sección. Se emplean dos funciones distintas porque, dependiendo de si se analiza una tercia de poleas ubicada en la parte superior o inferior del robot, en la ecuación (31) el ángulo $\pi/2$ se suma o se resta, seleccionando así una de las dos posibles trayectorias del cable que cumplen con la condición de tangencia.

De esta forma, se obtienen los valores de los ángulos de orientación de las poleas correspondientes a una tercia analizada. A partir de estos ángulos, es posible calcular las coordenadas de los puntos de tangencia

en la polea móvil mediante la Ec. (30), y en la polea fija mediante la Ec. (33). Esto permite determinar la longitud de cable consumida por cada uno de estos segmentos y continuar con el análisis.

Para repetir este procedimiento en cada una de las tercias de poleas que conforman los circuitos de cable, se optó por reutilizar las mismas funciones en MATLAB®, empleando coordenadas equivalentes que describen la posición relativa de la plataforma móvil con respecto a una nueva tercia de poleas. Esto es posible gracias a que las tercias están distribuidas de forma axisimétrica con respecto al centro del robot, rotadas un ángulo α en relación con la primera tercia analizada.

El procedimiento consiste en calcular primero las coordenadas del centro de la nueva polea móvil en función de la posición del centro de la plataforma. Luego, dichas coordenadas se rotan un ángulo α mediante una matriz de rotación análoga a la utilizada en la Ec. (27), pero sustituyendo μ por α . Esto proporciona las coordenadas equivalentes necesarias para resolver el sistema numéricamente en MATLAB® utilizando las mismas funciones. Finalmente, las coordenadas obtenidas a partir de estas funciones, se rotan nuevamente un ángulo α para obtener las coordenadas finales. Estas rotaciones son implementadas mediante la función cenRelPM, incluida en el mismo código de la versión 3D.

De este modo, es posible calcular los puntos de tangencia correspondientes a todas las tercias de poleas que se deseen incluir en el manipulador. Por ejemplo, en la Figura 9.3 se muestra una configuración con seis tercias de poleas, donde los ángulos α de las tercias adicionales son de 120° y 240° , respectivamente.

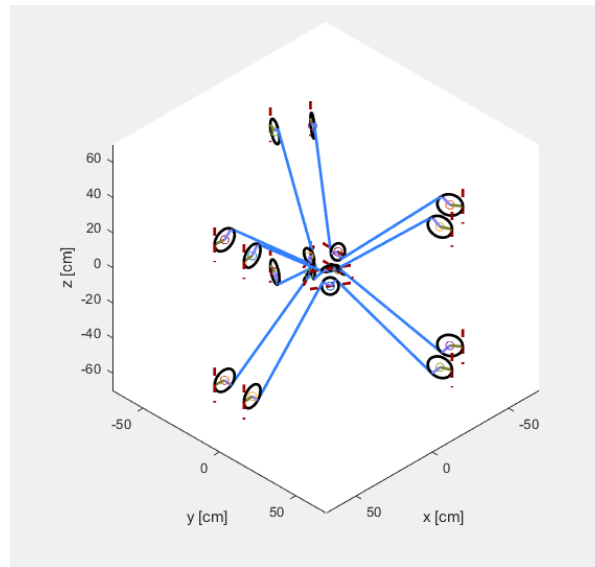


Figura 9.3: Configuración con 3 tercias de poleas.

Esta parte del análisis geométrico es el equivalente a la función cable2poleas de la versión planar del manipulador, porque nos permite conocer las coordenadas de cada punto de tangencia. El resto de los

segmentos que componen los circuitos de cable involucran interacción con las poleas tensoras que se muestran en la Figura 10.3, por lo que no pueden analizarse exclusivamente desde un punto de vista geométrico sin considerar el equilibrio de fuerzas y momentos que actúan sobre la plataforma móvil. Estos segmentos se analizarán en la siguiente sección.

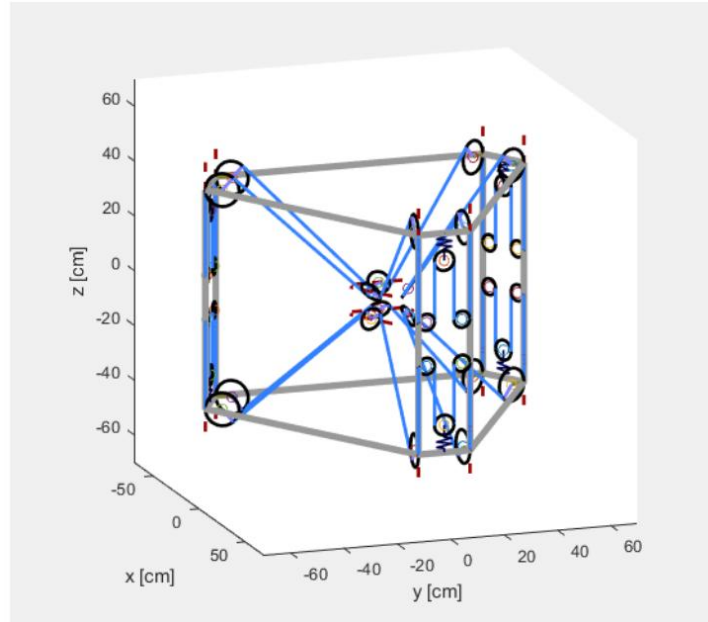


Figura 10.3: Primer propuesta de RPAC 3D.

3.2 Equilibrio de fuerzas y conservación de longitud del cable

Al igual que en la versión bidimensional del manipulador, la primera parte del análisis consiste en resolver las ecuaciones de equilibrio de fuerzas y momentos que actúan sobre la plataforma móvil. La diferencia principal radica en que, al tratarse de un sistema tridimensional, existen componentes de fuerza en las tres direcciones espaciales (x , y , z), así como momentos respecto a esos mismos tres ejes. Por lo tanto, se debe resolver un total de seis ecuaciones de equilibrio: tres para las fuerzas y tres para los momentos.

Cada segmento de cable ejerce una fuerza sobre la plataforma móvil debido a la tensión que transporta, y esta fuerza tiene la misma dirección que el cable. Por ello, el primer paso del análisis consiste en definir los vectores que describen la dirección de cada cable.

Para ello, se comienza describiendo cada vector correspondiente a un segmento de cable conectado a la plataforma móvil como la resta de los puntos de tangencia que lo delimitan, como se muestra en la Ec. (35).

En dicha ecuación, ptf representa el punto de tangencia en la polea fija, definido en la Ec. (33), y ptm el punto de tangencia en la polea de la plataforma móvil, definido en la Ec. (30).

$$VC_i = ptf_i - ptm_i \quad (35)$$

A partir de este vector, se calcula un vector unitario, como se indica en la Ec. (36), con el objetivo de conservar la dirección del cable, pero con magnitud unitaria. Esto permite multiplicar directamente el vector unitario por la magnitud de la tensión correspondiente y obtener así los componentes (x, y, z) de la fuerza ejercida por dicho segmento de cable sobre la plataforma móvil.

$$VCU_i = \left\langle \frac{VC_{xi}}{|VC_i|}, \frac{VC_{yi}}{|VC_i|}, \frac{VC_{zi}}{|VC_i|} \right\rangle \quad (36)$$

De esta forma, al realizar la sumatoria de cada uno de los tres componentes de los n cables conectados a la plataforma móvil, se obtienen las tres primeras ecuaciones, correspondientes al equilibrio de fuerzas (37), (38) y (34). En dichas ecuaciones, se incluyen términos adicionales denominados CU , los cuales representan la carga útil. Este término engloba las fuerzas externas que actúan sobre la plataforma móvil, como el peso propio de la plataforma y herramientas, fuerzas de reacción generadas por contacto con piezas de trabajo o, en caso de ser consideradas, fuerzas inerciales.

$$\sum_{i=1}^n (VCU_{xi} \cdot te_j) + CUx = 0 \quad (37)$$

$$\sum_{i=1}^n (VCU_{yi} \cdot te_j) + CUy = 0 \quad (38)$$

$$\sum_{i=1}^n (VCU_{zi} \cdot te_j) + CUz = 0 \quad (39)$$

Para el cálculo de las sumatorias de momentos, se deben definir primero los vectores denominados VCC , los cuales van desde el centro de la plataforma móvil CC hasta los puntos de tangencia en la polea de la plataforma móvil ptm calculados mediante la ecuación (40). Con estos vectores, es posible determinar los momentos generados por cada cable aplicando el producto vectorial, como se muestra en la ecuación (41). En dicha expresión, se utiliza nuevamente el vector unitario de la trayectoria del cable VCU multiplicado por la tensión del cable te .

$$VCC_i = ptm_i - CC_i \quad (40)$$

$$VMO_i = VCC_i \times (VCU_i \cdot te_j) \quad (41)$$

Los vectores resultantes VMO representan los momentos individuales ejercidos por cada cable. La sumatoria de los componentes de dichos momentos proporciona las tres ecuaciones restantes de equilibrio, correspondientes a los momentos en las direcciones x , y , z como se muestra en las ecuaciones (42),(43) y (44). A estas ecuaciones también se incorporan los términos correspondientes a los momentos externos producidos por las cargas de trabajo, agrupados bajo el término MU

$$\sum_{i=1}^n (VMO_{xi}) + MUx = 0 \quad (42)$$

$$\sum_{i=1}^n (VMO_{yi}) + MUy = 0 \quad (43)$$

$$\sum_{i=1}^n (VMO_{zi}) + MUz = 0 \quad (44)$$

Para continuar con el análisis, es necesario plantear las ecuaciones que garantizan la longitud constante del lazo de cable. Para ello, se comienza estudiando un segmento de cable que comparte una tensión constante, como el que se muestra de forma simplificada en la Figura 11.3. Este segmento está delimitado por dos poleas actuadas diferentes e incluye una polea tensora, una terna de poleas (como la analizada en la Sección 4.1) y una polea auxiliar.

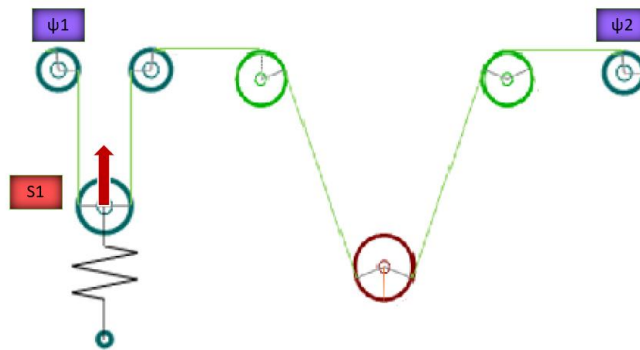


Figura 11.3: Segmento entre dos poleas actuadas.

Se puede asumir que la tensión es constante a lo largo de este segmento, dado que todas las poleas son libres de girar, con excepción de las dos poleas actuadas. En el conjunto de poleas ilustrado en la Figura 11.3, existen dos poleas que pueden cambiar de posición:

- La polea tensora, que está conectada a un resorte y puede desplazarse una distancia S , la cual está directamente relacionada con la tensión del cable mediante la ecuación (18), como se analizó en la versión planar del manipulador.
- La polea montada sobre la plataforma móvil, representada en color vino, cuya posición objetivo determina la longitud de cable necesaria. Esta longitud puede calcularse a partir de las coordenadas de los puntos de tangencia obtenidas en el análisis geométrico de la Sección 4.1.

Para completar el análisis de la longitud total del cable en el segmento mostrado en la Figura 11.3, se debe considerar que un ángulo en radianes ψ , correspondiente a la rotación de las poleas actuadas, ingresa o extrae una cantidad de cable del segmento. Esto permite plantear una igualdad de longitudes entre una posición inicial “a” (conocida) y una posición final “b” (objetivo), como se muestra en la ecuación (36).

En La ecuación (36), las longitudes de los segmentos de cable entre las dos poleas del marco fijo (representadas en color verde en la Figura 11.3) se agrupan bajo el término LC . El término S , que representa el desplazamiento de la polea tensora, se multiplica por dos, ya que esta polea está conectada a dos tramos de cable. Los segmentos que no cambian su longitud al pasar de la posición “a” a la posición “b” no se consideran en la ecuación, ya que su contribución se anula.

$$LCa - 2Sa = LCb - 2Sb + r3(\psi2 - \psi1) \quad (45)$$

La ecuación (45) que representa el segmento de cable de la Figura 11.3 puede repetirse tantas veces como sea necesario para representar la totalidad de los segmentos similares que conforman los circuitos de cable del robot. Asimismo, los términos S pueden reescribirse en función de la tensión del segmento T , aplicando la ecuación (18). Adicionalmente, es posible agregar poleas adicionales, como se muestra en la Figura 12.3, para incrementar el aporte de cable generado por los desplazamientos S , sustituyendo la ecuación (18) por una versión modificada (46) que refleje dicha configuración, aunque para simplificar el modelo se continuó el análisis con la configuración de la Figura 11.3.

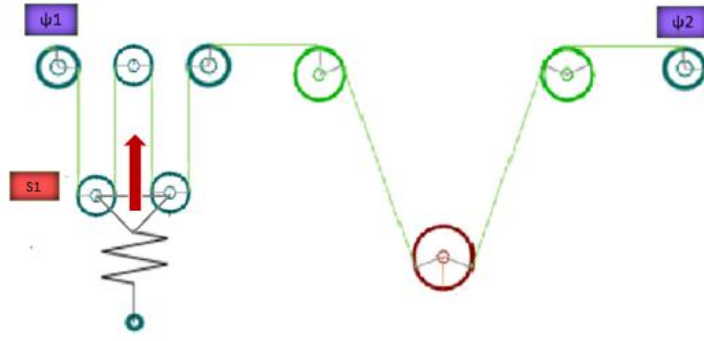


Figura 12.3: Configuración con doble vuelta en la polea tensora.

$$S = \frac{4 T}{k} \quad (46)$$

Finalmente, se forma un sistema de ecuaciones no lineales, considerando simultáneamente las seis ecuaciones de equilibrio de fuerzas y momentos (37),30,31,34,35,36), junto con una ecuación de longitud constante (45) por cada segmento de cable con tensión uniforme mostrado en la Figura 11.3. En el caso de la configuración ilustrada en la Figura 10.3 existen seis segmentos con tensión constante, lo que da lugar a un total de doce ecuaciones y doce incógnitas, que corresponden a seis desplazamientos angulares ψ y seis tensiones de segmento de cable T .

Dado que cada polea actuada está conectada a dos segmentos con tensiones diferentes, es posible calcular el torque τ aplicado por cada actuador como la diferencia entre estas tensiones, tal como se muestra en la ecuación (36), donde r es el radio de la polea actuada.

$$\tau = r(T_1 - T_2) \quad (47)$$

Por lo tanto, en la configuración de la Figura 10.3 se obtiene un sistema simétrico con doce incógnitas, que teóricamente puede resolverse mediante métodos numéricos utilizando la función `fsolve` de MATLAB®. Sin embargo, al implementar el modelo completo en el código, no se encontraron combinaciones factibles de las variables de control ψ y τ que permitieran llevar la plataforma móvil a una posición objetivo. Esto motivó el análisis de otras posibles configuraciones, mostradas en la Figura 13.3, bajo la misma metodología.

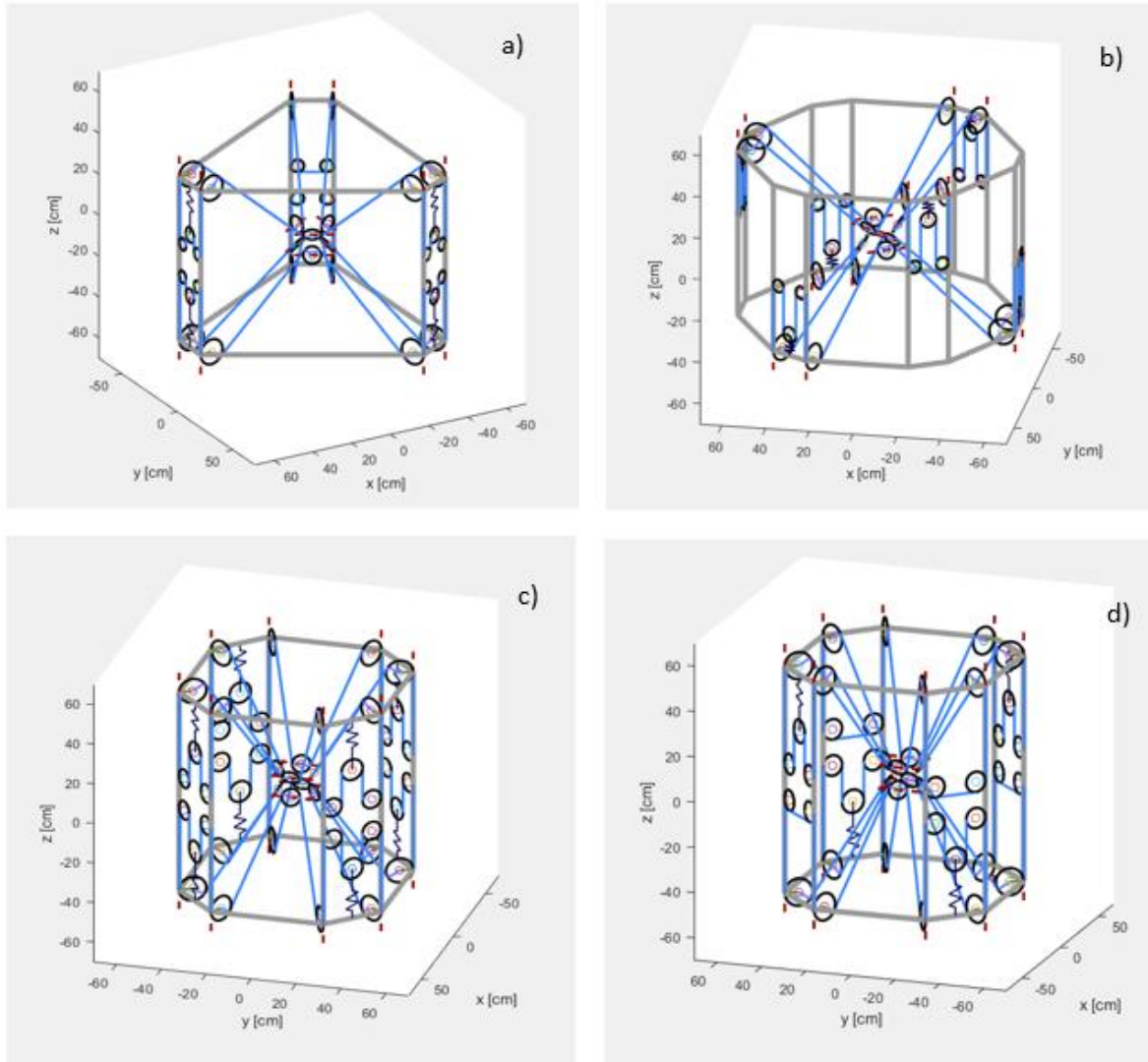


Figura 13.3: Configuraciones analizadas.

Cabe destacar que cada una de estas configuraciones puede presentar ligeras variaciones en las ecuaciones de los segmentos con tensión constante, especialmente si incluyen o no poleas tensoras. Asimismo, en algunas configuraciones de la Figura 13.3, el número de ecuaciones no coincide con el número de incógnitas, generando un sistema indeterminado. Por ejemplo, en las configuraciones de las Figura 13.3a y b, se emplean ocho actuadores, lo que implica ocho segmentos con tensión constante. Si se agregan las seis ecuaciones de equilibrio, se obtiene un sistema con 14 ecuaciones y 16 incógnitas.

Esta diferencia impide resolver el sistema directamente con `fsolve`, por lo que se optó por usar la función `fmincon`, que permite resolver problemas de optimización con restricciones no lineales. En este caso, el nuevo sistema se define como un problema de optimización restringido, donde las 6 ecuaciones de equilibrio y las 8 ecuaciones de conservación de longitud de cable se integran como restricciones no

lineales. Además, se añaden restricciones lineales para asegurar que las tensiones T sean positivas y no excedan una tensión máxima admisible.

Así, se considera que una configuración es viable si existe al menos una combinación de desplazamientos angulares ψ y torques τ que permita llevar la plataforma móvil a una posición objetivo, cumpliendo simultáneamente con todas las ecuaciones de equilibrio y conservación de longitud de cable. Este fue el criterio empleado para seleccionar la configuración más adecuada para el desarrollo del prototipo y su posterior validación experimental.

Las configuraciones analizadas fueron las siguientes:

- Figura 10.3: Configuración con seis actuadores y seis segmentos de tensión constante, todos ellos con polea tensora. El manipulador incluye dos lazos cerrados gemelos, cada uno con tres segmentos, dispuestos simétricamente respecto al plano $z=0$.
- Figura 13.3a: Configuración igual a la anterior, pero de los seis segmentos de tensión constante, únicamente cuatro incluyen polea tensora.
- Figura 13.3b: Seis actuadores y seis segmentos de tensión constante, todos con polea tensora. Los lazos son gemelos, pero el lazo inferior está rotado 60° respecto al superior.
- Figura 13.3c: Ocho actuadores y ocho segmentos de tensión constante, todos con polea tensora. Los lazos gemelos contienen cuatro segmentos cada uno y se disponen simétricamente respecto al plano $z=0$.
- Figura 13.3d: Ocho actuadores y ocho segmentos de tensión constante, como en la configuración anterior, pero solo cuatro incluyen polea tensora. El lazo inferior está rotado 90° respecto al lazo superior.
- Figura 1.3: Ocho actuadores y ocho segmentos, dividido en dos lazos, de los cuales solo cuatro cuentan con polea tensora. Ambos lazos están colocados simétricamente respecto al plano $z=0$.

De todas las configuraciones analizadas, solo una permitió encontrar soluciones factibles para las variables de control ψ y τ , cumpliendo todas las restricciones y alcanzando posiciones objetivo. Por esta razón, dicha configuración Figura 1.3 fue seleccionada para continuar el desarrollo del proyecto y el diseño del prototipo experimental.

Adicionalmente, se realizaron dos validaciones numéricas a partir de los resultados obtenidos en MATLAB®:

- Verificación de la perpendicularidad entre los vectores que unen los centros de las poleas y los puntos de tangencia, con las trayectorias de los cables.

- Revisión de la longitud total de cada lazo cerrado Figura 14.3, sumando las longitudes de todos los segmentos, y su comparación con la longitud inicial del lazo, con el fin de comprobar el cumplimiento de la condición de longitud constante.

De esta forma se definió el diseño conceptual final, el cual representa una configuración novedosa, ya que no se encuentra documentada en trabajos previos. El modelo matemático desarrollado en las dos últimas secciones, implementado mediante un código en MATLAB®, constituye la base para el control del manipulador. Además, este modelo permite estimar el espacio de trabajo alcanzable, como se detalla en la siguiente sección.

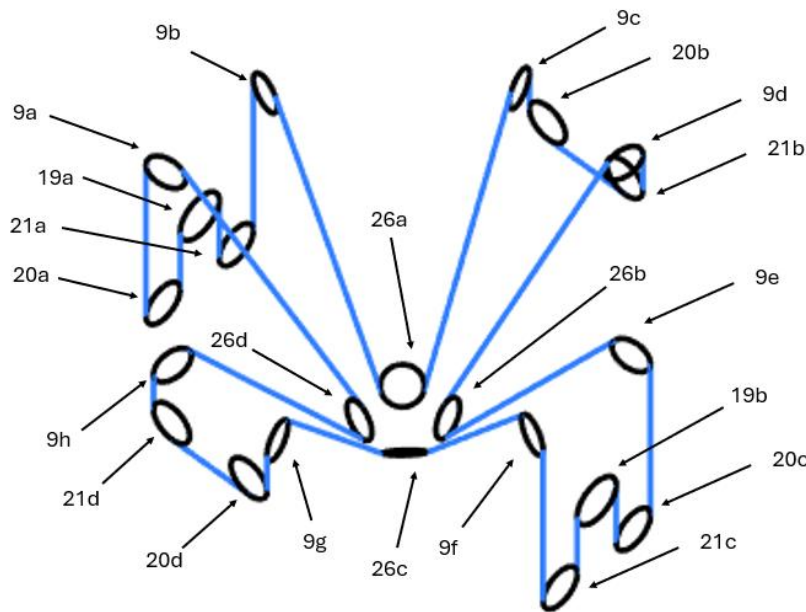


Figura 14.3: Lazo cerrado superior.

3.3 Estimación del espacio de trabajo alcanzable.

El espacio de trabajo alcanzable es un concepto fundamental en el desarrollo de robots paralelos accionados por cables (RPAC), ya que esta familia de manipuladores se distingue por ofrecer volúmenes operativos significativamente mayores en comparación con otras arquitecturas robóticas. Para estimar dicho espacio, se emplea el modelo matemático desarrollado en las secciones anteriores, el cual incorpora una serie de condiciones necesarias para determinar si el manipulador es capaz de alcanzar una posición objetivo.

La primera condición indispensable consiste en que todas las tensiones generadas en los distintos segmentos que conforman los lazos de cable sean estrictamente positivas. Esto se debe a que los cables únicamente

pueden transmitir esfuerzos de tracción, es decir, no pueden operar bajo compresión. No obstante, no basta con que las tensiones sean positivas; también deben superar un umbral mínimo que garantice que las trayectorias de los cables entre poleas se mantengan rectas, lo cual es una condición esencial para la validez del análisis geométrico descrito en la Sección 4.1.

Asimismo, existe un límite superior de tensión admisible, el cual puede estar determinado por la resistencia mecánica de los componentes del manipulador, tales como las poleas, ejes, rodamientos, la estructura del marco fijo, los resortes de las poleas tensoras, los actuadores o los propios cables.

Otra condición que puede limitar la tensión máxima en los cables es el hecho de que el resorte de la polea tensora alcance su desplazamiento límite. Esta condición puede visualizarse en la Fig. 36, donde se observa un desplazamiento S a partir del cual el diagrama de cuerpo libre de la polea tensora deja de estar representado por la ecuación (10). Dicho desplazamiento límite S_{lim} depende del tamaño del robot y de la disposición de los componentes en la estructura fija. Por lo tanto, la tensión límite de origen geométrico, T_{limg} se define a partir de la ecuación (18) al despejar T y sustituir S_{lim} .

Idealmente, todos los componentes mecánicos del manipulador deben dimensionarse de forma que, por diseño, sean capaces de soportar tensiones superiores a T_{limg} . De esta manera, el rango de tensiones admisibles puede definirse como el intervalo comprendido entre la tensión mínima requerida para mantener la rectitud de los cables y la tensión límite de origen geométrico. Cabe destacar que dicha tensión límite puede incrementarse mediante configuraciones alternativas, como la mostrada en la Fig. 37, así como mediante la selección adecuada de las dimensiones y el material del resorte.

Otra condición indispensable que debe cumplirse en el diseño y operación del sistema es la condición de no deslizamiento, la cual resulta especialmente crítica en las poleas actuadas, ya que limita el torque máximo transmisible. Esta condición se describe mediante la ecuación de Capstan (48), que establece la relación entre las tensiones de entrada y salida del cable en contacto con la polea, donde μ representa el coeficiente de fricción entre el cable y la polea, y θ corresponde al ángulo de contacto entre ambos, expresado en radianes.

$$\frac{T_1}{T_2} = e^{\mu\theta} \quad (48)$$

Al sustituir la ecuación de Capstan (48) en la expresión que describe el equilibrio de fuerzas sobre la polea (36), se puede obtener el torque máximo admisible que garantiza el cumplimiento de la condición de no deslizamiento, como se muestra en la ecuación (49). Este torque puede incrementarse aumentando el ángulo

de contacto θ , por ejemplo, mediante vueltas adicionales del cable alrededor de la polea, como se ha documentado en trabajos previos, ver Figura 14.1 y Figura 15.1.

$$\tau_{\text{máx}} = T_2 (e^{\mu\theta} - 1)r \quad (49)$$

Para determinar experimentalmente el valor del coeficiente de fricción μ se diseñó un arreglo experimental Figura 1.4, en el cual se mide una tensión T con un dinamómetro y el torque τ con un torquímetro digital. Además, el ángulo de contacto θ puede variarse modificando el punto de sujeción del cable. Una vez obtenido el valor de μ , es posible evaluar, de forma teórica, si la combinación de tensiones presentes en cada segmento de cable satisface la condición de no deslizamiento.



Figura 1.4: Arreglo experimentan para calcular μ .

Es importante señalar que el torque máximo calculado con base en la condición de no deslizamiento debe ser, preferentemente, menor al torque máximo especificado por el fabricante del actuador. De esta manera, se garantiza la protección del sistema, ya que, ante la presencia de un torque excesivo, el cable deslizará sobre la polea antes de ocasionar daños a los componentes eléctricos. Esta característica representa una ventaja significativa en términos de seguridad, la cual no suele estar presente en manipuladores que emplean cabrestantes convencionales.

En resumen, las condiciones necesarias para asegurar que una posición objetivo sea alcanzable se enumeran a continuación:

- Existe una combinación de orientaciones en todas las poleas que permite que las trayectorias de los segmentos rectos de cable sean tangentes a las poleas conectadas (es decir, existe una solución para el análisis geométrico descrito en la Sección 3.1).
- Existe una combinación de desplazamientos angulares capaz de llevar la plataforma móvil a la posición objetivo, manteniendo constantes las longitudes totales de los dos lazos de cable (ver Sección 3.2).
- Existe una combinación de tensiones en cada uno de los segmentos de cable que permite alcanzar el equilibrio de fuerzas y momentos actuantes sobre la plataforma móvil (Sección 3.2).
- Todas las tensiones de los segmentos de cable deben ser positivas y superiores a la tensión mínima requerida para garantizar trayectorias rectas entre poleas.
- Todas las tensiones deben estar por debajo del límite impuesto por la condición geométrica del sistema.
- La combinación de tensiones en cada par de segmentos que hacen contacto con las poleas actuadas debe poder transmitirse mediante un torque que cumpla la condición de no deslizamiento.

Con el objetivo de visualizar el espacio de trabajo del manipulador, se desarrolló en MATLAB® una función denominada `calen2Pos`, la cual integra los análisis descritos en las Secciones 3.1 y 3.2. Esta función permite graficar puntos codificados por color, indicando si fue posible encontrar una combinación factible de torques y desplazamientos angulares que satisficiera todas las condiciones planteadas para alcanzar una posición objetivo.

En el esquema de visualización, un punto verde indica que todas las condiciones fueron satisfechas, por lo que dicha posición en el espacio se considera alcanzable. Un punto azul representa una solución factible para el análisis geométrico (Sección 3.1), pero sin una solución válida para las condiciones dinámicas y de equilibrio (Sección 3.2). Finalmente, un punto rojo indica que no se encontró solución ni siquiera para el planteamiento geométrico.

Para ejecutar la función `calen2Pos`, es necesario proporcionar toda la información de entrada requerida por el modelo matemático. Esta información incluye: la posición de cada polea en los circuitos, la constante de rigidez de los resortes, el peso de la plataforma móvil, las cargas de trabajo externas, los límites de tensión admisible, los límites de torque, así como las coordenadas de una posición inicial y una posición objetivo de la plataforma.

La función permite realizar un barrido sistemático desde el centro del espacio de trabajo, con el fin de visualizar el volumen alcanzable. En una primera iteración, se implementó un algoritmo que expande el volumen de análisis en forma de cubo, cuyos resultados se muestran en la Figura 2.4.

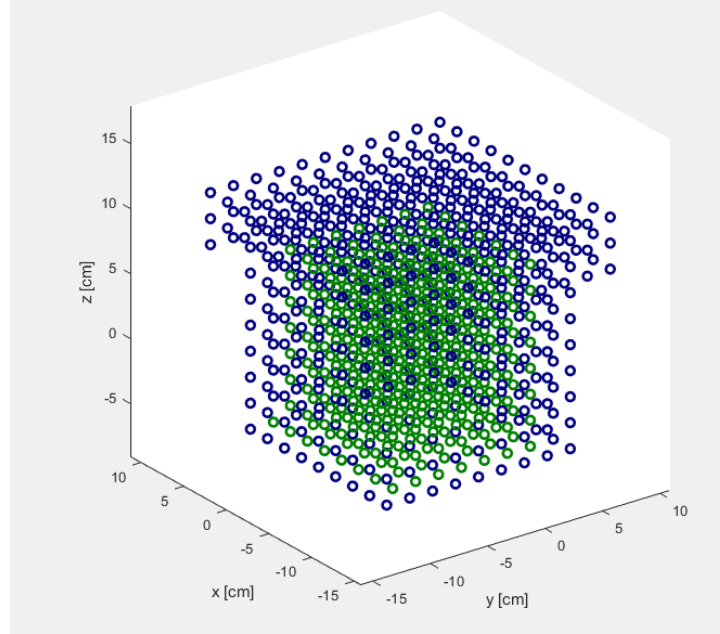


Figura 2.4: Primera aproximación del espacio de trabajo.

Para esta simulación inicial se consideró una carga constante de 5 N en la dirección $-Z$, representando simbólicamente el peso de la plataforma móvil. En cuanto a las tolerancias numéricas para la verificación de condiciones, se estableció un margen de $\pm 0.001^\circ$ para los ángulos de tangencia de 90° , y una tolerancia de ± 1 mm para la conservación de la longitud total del lazo de cable. Dado que dicha longitud excede los 10 m, esta tolerancia representa un error relativo menor al 0.02 %.

Debido a la naturaleza del análisis presentado en la Sección 3.2, es necesario conocer las coordenadas de dos puntos consecutivos para la formulación del sistema de ecuaciones. La solución obtenida para cada posición se utiliza como base para la evaluación de la siguiente, lo cual implica una dependencia secuencial. Como consecuencia, una vez que se detecta el primer punto azul, es decir, una posición donde no se satisface alguna de las condiciones de factibilidad, es poco probable que en evaluaciones posteriores se encuentren puntos verdes, debido a que la solución previa ya no es válida como punto de partida.

No obstante, este tipo de barrido asegura la existencia de una solución continua dentro del volumen cúbico analizado, el cual, en este caso, corresponde a una región de 12 cm por lado. Sin embargo, una mejor aproximación del espacio de trabajo se obtuvo mediante un barrido en coordenadas esféricas, en el cual se parte desde el centro del robot y se incrementa el radio gradualmente hasta encontrar un punto azul. Esta

metodología permitió estimar con mayor precisión la frontera del espacio de trabajo, cuyo resultado se muestra en la Figura 3.4.

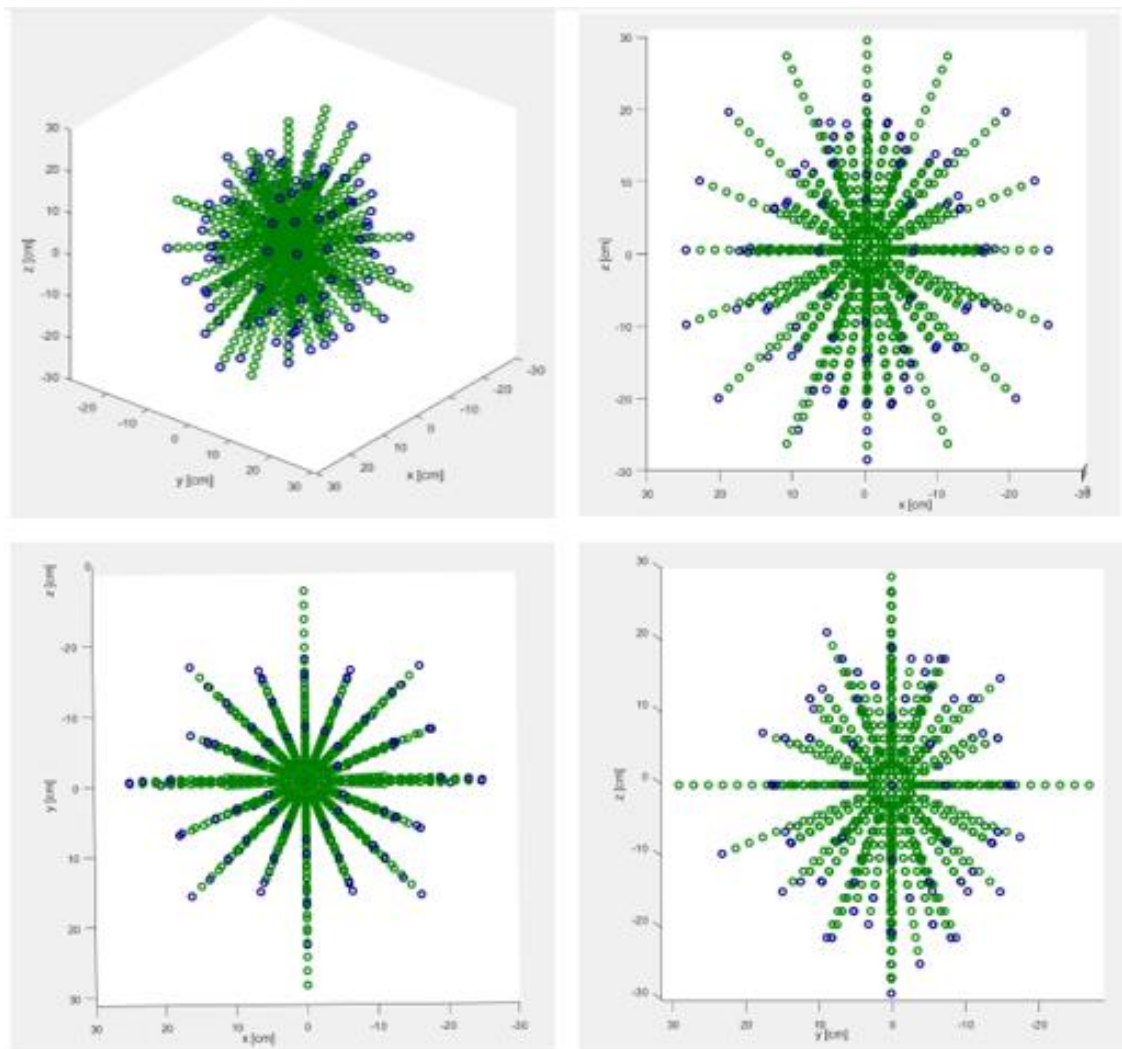


Figura 3.4: Espacio de trabajo con barrido en coordenadas esféricas.

El espacio alcanzable obtenido con esta técnica presenta una geometría notablemente más irregular y revela direcciones específicas en las que el radio puede superar los 30 cm antes de que se detecte una posición no alcanzable.

Estas simulaciones nos permitieron validar de forma numérica que la configuración planteada genera un espacio de trabajo teórico suficientemente grande para poder desempeñar movimientos requeridos por alguna aplicación en específico, lo que nos dio la seguridad de continuar con el diseño mecánico del robot y de esta forma buscar la validación experimental. Además, nos muestra cómo se podrían utilizar las mismas

funciones programadas para poder simular trayectorias específicas, que incluyan incluso cargas de trabajo variables y de esta forma tener validaciones numéricas que nos indiquen si el robot es capaz de realizar una tarea, antes de probarlo experimentalmente.

Adicionalmente, queda abierta la posibilidad de incrementar el espacio de trabajo estimado al utilizar los mismos modelos matemáticos para optimizar parámetros como la rigidez de los resortes de las poleas tensoras o los diámetros y posiciones de las poleas, en búsqueda de incrementar el volumen alcanzable total.

Capítulo 4

4 Desarrollo de prototipo RPAC de lazo cerrado

Una vez validada numéricamente la viabilidad de la configuración propuesta, el siguiente paso consistió en realizar un diseño detallado para la fabricación de un prototipo que permitiera verificar experimentalmente el modelo matemático. El enfoque del diseño se centró en garantizar que el prototipo fuera fabricable utilizando los recursos disponibles.

El primer paso fue la selección de materiales y métodos de manufactura a emplear durante el proceso de prototipado. Se evaluaron diversas opciones, como la inclusión de componentes maquinados en aluminio, lo cual habría permitido construir un prototipo completamente funcional, adecuado para pruebas exhaustivas sin riesgo de desgaste o fatiga prematura. No obstante, esta alternativa fue descartada principalmente debido a los altos costos de materia prima y a las dificultades asociadas con la disponibilidad de máquinas herramienta.

Por lo tanto, se seleccionó el proceso de impresión 3D por deposición de material fundido (Fused Deposition Modeling, FDM) como método principal de manufactura, dado su bajo costo de materiales y su alta flexibilidad para implementar modificaciones de diseño de forma ágil. En este contexto, resultó de gran utilidad contar con una impresora 3D Ultimaker 2+, propiedad del laboratorio de proyectos mecatrónicos, así como con una impresora personal Creality CR10S Pro, ambas dedicadas exclusivamente a la fabricación de las piezas requeridas.

Otro aspecto relevante en la selección de materiales fue la elección del material para la estructura del marco fijo. Inicialmente, se consideró el uso de perfiles modulares tipo Bosch, ampliamente empleados en el desarrollo de prototipos. Sin embargo, se optó por perfiles de acero estructural, debido a su menor costo y a la disponibilidad de herramientas y experiencia previa para la fabricación mediante uniones soldadas.

La elección del cable representó un aspecto crucial dentro del diseño, ya que este componente es fundamental para garantizar el cumplimiento de las siguientes condiciones esenciales del modelo matemático:

- La longitud del cable debe mantenerse constante, es decir, las deformaciones elásticas deben ser lo suficientemente pequeñas como para considerarse despreciables.
- La masa del cable debe ser insignificante en comparación con el peso de la plataforma móvil.
- Los segmentos de cable deben describir trayectorias rectilíneas entre los puntos de tangencia con las poleas.
- No debe existir deslizamiento en las conexiones entre cables y poleas.

- El cable solo puede trabajar a tensión; su resistencia a flexión, compresión y torsión se considera despreciable.

Al considerar estas condiciones, los materiales ideales serían los polímeros de la familia de las aramidas o el polietileno de ultraalta densidad (UHMWPE), debido a que presentan una resistencia a la tracción comparable a la del acero, pero con una densidad considerablemente menor. Sin embargo, al tratarse de materiales poco convencionales, su limitada disponibilidad y elevado costo los hacen poco adecuados para este proyecto.

En consecuencia, se optó por un material de mayor disponibilidad y menor costo: el cable de acero. No obstante, esta elección implicaba un posible inconveniente relacionado con el desgaste acelerado de las poleas, debido a la diferencia de dureza entre el acero y los polímeros comúnmente utilizados en impresión 3D, como el PLA. Además, para minimizar el peso total del sistema, se requería el uso de cables delgados, lo que reduce el área de contacto con las poleas y aumenta la presión de contacto, incrementando así el riesgo de desgaste prematuro.

La solución adoptada fue emplear cables de acero recubiertos con PVC, lo cual incrementa el área de contacto, mejora el coeficiente de fricción y reduce el desgaste, sin añadir una cantidad significativa de masa. Se realizaron pruebas experimentales con diferentes tipos de cable, empleando el arreglo mostrado en la Figura 1.4: Arreglo experimentan para calcular μ , y finalmente se seleccionó un cable de 1/8" como el más adecuado para el prototipo.

Una vez definidos los materiales y procesos de fabricación, se procedió con la elaboración del modelo CAD del prototipo.

4.1 Diseño asistido por computadora (CAD)

Para el modelado tridimensional de los componentes se utilizó el software Autodesk Inventor. El primer elemento diseñado fue la estructura del marco fijo, cuya característica principal debía ser una alta rigidez estructural, a fin de evitar deformaciones que comprometieran el funcionamiento del sistema. Dado que el material seleccionado para este componente fue acero, se eligieron perfiles estructurales con la geometría y el espesor apropiados para cumplir con dicho requisito.

Se optó por perfiles de sección transversal cuadrada, ya que esta geometría facilita la alineación de los segmentos durante las etapas de corte y soldadura. El calibre seleccionado fue #14, correspondiente a un espesor de 1.9 mm. Aunque habría sido posible alcanzar la rigidez requerida utilizando calibres menores, se eligió este espesor para garantizar mayor rectitud en los perfiles y facilitar el proceso de soldadura.

El procedimiento de diseño inició con la obtención de las coordenadas de los vértices que definen el prisma octagonal planteado en el modelo desarrollado en MATLAB®, representado gráficamente en la Figura 4.4. Estas coordenadas se organizaron en una tabla con el formato adecuado para ser importadas a Autodesk Inventor como una nube de puntos. Una vez dentro del entorno CAD, los puntos se conectaron mediante líneas rectas a las que se asignaron perfiles estructurales desde la base de datos de componentes estándar del software.

Finalmente, se verificó y ajustó manualmente la alineación de los segmentos tubulares, así como la orientación de los planos de corte en cada una de las uniones, a fin de asegurar un ensamblaje estructural preciso.

El resultado final del diseño fue una representación tridimensional precisa de la estructura. Esta geometría sirvió como base para el diseño de los subensambles montados sobre la estructura, ya que sus componentes fueron diseñados para acoplarse directamente a los perfiles metálicos.



Figura 4.4: CAD de la estructura del RPAC.

El primer subensamble diseñado fue el de las poleas fijas, colocadas en cada uno de los vértices de la estructura. Este subensamble debe permitir la orientación de la polea, habilitando su giro sobre un eje vertical y tangente a su diámetro. Esta característica se había implementado previamente, como se muestra en la Figura 2.3. De forma similar, se planteó que la trayectoria del cable debía pasar por el centro del rodamiento, pero se previó que la tensión del cable generaría reacciones con componentes axiales y radiales. Por ello, se optó por el uso de rodamientos cónicos 11749/10 (diámetro interior de 17 mm), los cuales ofrecen la rigidez necesaria y un diámetro interno suficiente para permitir el paso del cable.

El soporte superior del subensamblaje de la Figura 5.4 fue diseñado para acoplarse a un vértice de la estructura; cuenta con caras barrenadas que coinciden con los planos de los perfiles adyacentes, lo que permite su fijación mediante tornillos durante el ensamblaje. Además, incluye un refuerzo superior alineado con el eje de rotación del conjunto, así como un eje y ranura para alojar los rodamientos cónicos.

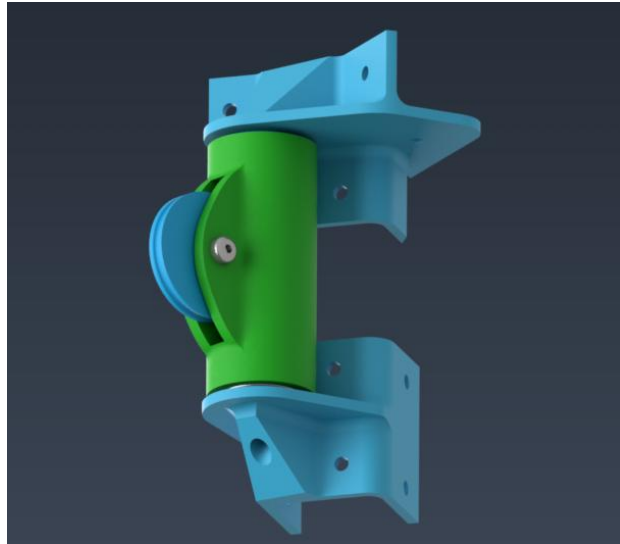


Figura 5.4: CAD del Subensamblaje de la polea fija.

El soporte inferior es similar, aunque se fija únicamente a un perfil vertical de la estructura. Este componente incluye un barreno que atraviesa el eje de rotación del subensamblaje y la costilla de refuerzo, permitiendo el paso del cable (ver Figura 6.4).

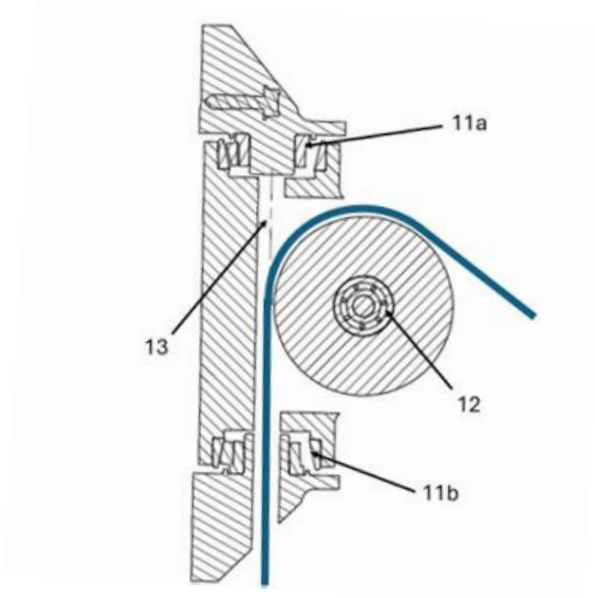


Figura 6.4: Sección transversal del subensamble de la polea fija.

La pieza intermedia del subensamble (representada en color verde en la Figura 5.4) cuenta con barrenos en ambos extremos para alojar los rodamientos cónicos, marcados como 11a y 11b en la Figura 6.4. Incluye además una ranura y aletas de soporte para sujetar el eje sobre el que rota la polea. El eje de la polea se encuentra a una distancia del eje de orientación igual al radio de la polea, lo que asegura que el punto de tangencia del cable permanezca constante, sin importar el ángulo de orientación.

Para este eje se utilizaron tornillos de hombro M6, con un diámetro de 8 mm y longitud de hombro de 20 mm, componentes estándar que ofrecen resistencia suficiente y compatibilidad con rodamientos de bolas de 8 mm, marcado con el número 12 en la Figura 6.4. Dado que la polea trabaja exclusivamente bajo cargas radiales, los rodamientos cónicos no son necesarios en este punto.

La polea incorpora un orificio para alojar el rodamiento y una ranura que coincide con el diámetro exterior del cable recubierto de PVC. Esta ranura cumple dos funciones: mantener el cable en su lugar y generar una fuerza de reacción cuando la polea no está perfectamente alineada, provocando la rotación del subensamble para garantizar la correcta orientación según las restricciones geométricas del modelo.

Este subensamble tiene una contraparte simétrica que se instala en el vértice opuesto (etiquetado con el número 5 en la Figura 7.4), y se replicó mediante herramientas de simetría en Autodesk Inventor. Ambas versiones en conjunto con el resto de subensambles se repiten en los vértices inferiores de la estructura, con una rotación de 180°.

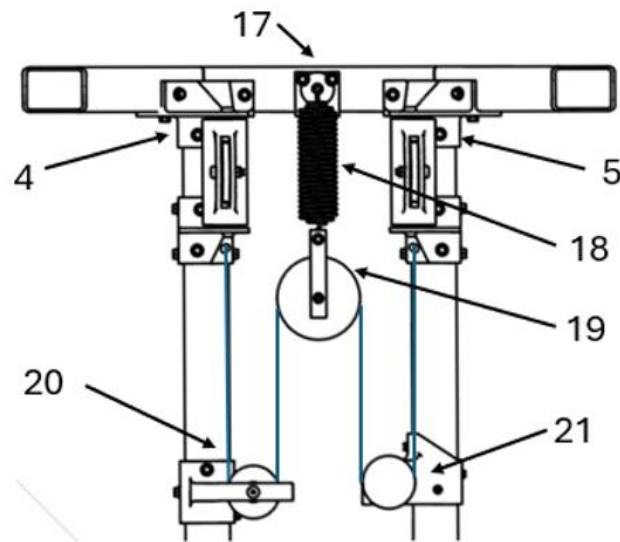


Figura 7.4: Conjunto de subensambles montados en la estructura fija.

El subensamblaje correspondiente a la polea auxiliar, marcado con el número 20 en la Figura 7.4, no requiere cambiar su orientación, por lo que su diseño es más sencillo. Consta únicamente de un soporte que posiciona la polea de forma que su punto de tangencia coincide con el eje del subensamblaje descrito anteriormente, y cuyo plano medio es coplanar al de la polea actuada.

Este subensamblaje se fija a una de las columnas de la estructura y utiliza el mismo tipo de eje y rodamientos que el subensamblaje de la polea fija, ya que la polea auxiliar también rota libremente sobre su rodamiento.

El subensamblaje de la polea actuada, marcado con el número 21 en la Figura 7.4, debe garantizar la coincidencia entre el punto de tangencia del cable y el eje de orientación del subensamblaje al que se conecta. Para ello, se midieron todas las dimensiones de los servomotores seleccionados, con el objetivo de diseñar un soporte capaz de posicionar la polea correctamente y resistir tanto el peso como las fuerzas de reacción generadas durante su funcionamiento.

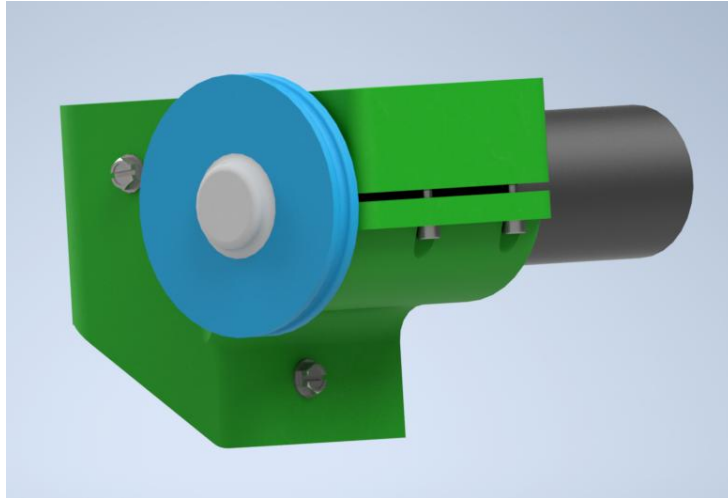


Figura 8.4: Sub-ensamble de la polea actuada.

Se diseñó una cavidad con el diámetro externo de los servomotores, los cuales se fijan mediante tornillos M3, como se puede observar en la Figura 8.4. También se incorporó una cara plana en la base del soporte para facilitar su adhesión a la cama de impresión y optimizar su fabricación.

Debido a la disponibilidad de materiales, fue necesario diseñar dos versiones de este componente, adaptadas a los distintos modelos de servomotores utilizados. Ambas piezas se atornillan a las columnas estructurales con precisión, asegurando que las poleas se alineen verticalmente con sus respectivas poleas auxiliares.

Los subensambles de poleas tensoras incluyen una pieza soporte atornillada a un travesaño estructural, que actúa como punto de sujeción para el resorte. La geometría de esta pieza fue diseñada para alinear el centro del resorte con el plano medio de las poleas actuadas y auxiliares a las que está conectada la polea tensora.

En el subensamble de la polea tensora, el resorte se fija mediante un tornillo y una pieza adaptadora, diseñada para ajustarse a su geometría y marcada con el número 17 en la Figura 7.4. La parte inferior del subensamble consiste en una pieza que conecta al resorte mediante un tornillo en un extremo y aloja un eje en el otro, sobre el cual se ensambla la polea tensora utilizando tornillos de hombro y rodamientos similares a los ya descritos. El diámetro de la polea se eligió para alinear los puntos de tangencia con las poleas conectadas, cumpliendo así las condiciones geométricas establecidas en el modelo.

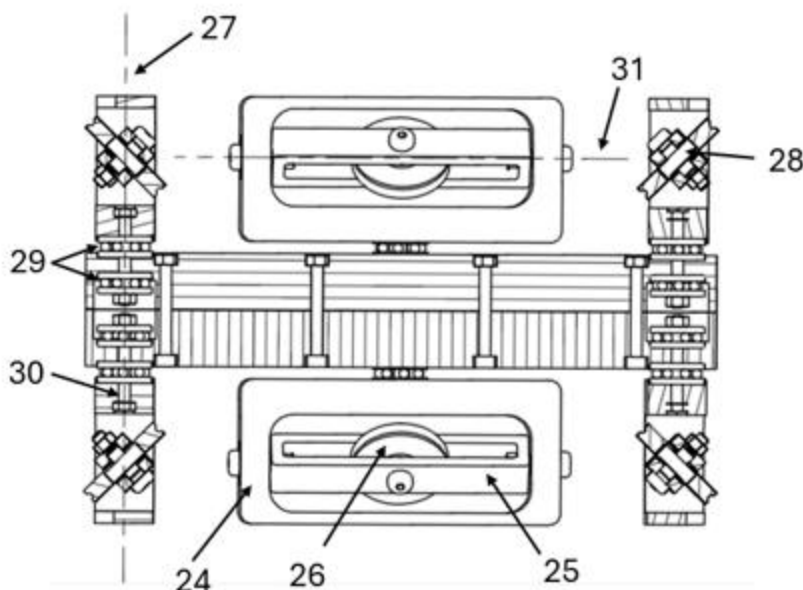


Figura 9.4: Sección transversal de la plataforma móvil.

El diseño de la plataforma móvil inició con el subensamblaje de las poleas, el cual debía permitir la orientación de cada polea mediante rotaciones independientes sobre dos ejes perpendiculares que atraviesan su centro. Esta configuración, similar a un giroscopio, se logró mediante la integración de dos soportes orientables anidados, identificados con los números 24 y 25 en la Figura 9.4.

El primer soporte, identificado con el número 25 en la Figura 9.4, permite la rotación de la polea sobre su propio eje mediante un tornillo de hombro que actúa como eje de giro, acoplado a un rodamiento de 8 mm, del mismo tipo que los empleados en subensambles previamente descritos. Esta pieza puede orientarse adicionalmente sobre el eje 31, gracias a la conexión con un conjunto de rodamientos ubicados en ambos extremos, lo que habilita el ángulo de orientación η mostrado en la Figura 4.3.

La pieza 24, también visible en la Figura 9.4, fue diseñada para alojar los rodamientos que permiten la rotación del eje 31 en sus extremos. En su parte inferior, incluye un barreno por el cual se introduce un tornillo de cabeza hexagonal M6, que actúa como eje de orientación 27 al acoplarse a un par de rodamientos axiales de 15 mm (modelo 51102). Esta configuración permite controlar el ángulo de rotación μ , como se ilustra en la Figura 5.3.

Uno de los rodamientos axiales se coloca sobre la parte superior de la base de la plataforma, mientras que el otro se instala en su cara interna. Esta disposición de rodamientos separados permite soportar el momento flector generado por los componentes radiales de la tensión de los cables, proporcionando un segundo punto de apoyo que mejora la estabilidad del subensamblaje.

Tanto la pieza 24 como la pieza 25 disponen de un espacio interior hueco que permite la variación del ángulo de contacto ω mostrado en la Figura 4.3 sin colisiones con la estructura circundante. Además, ambas piezas fueron diseñadas con caras planas en su base, a fin de mejorar la adherencia a la cama de impresión durante su fabricación mediante tecnología FDM.

Este subensamble se replicó ocho veces para posicionar las ocho poleas de la plataforma móvil: cuatro en la parte superior y cuatro en la parte inferior, distribuidas uniformemente.

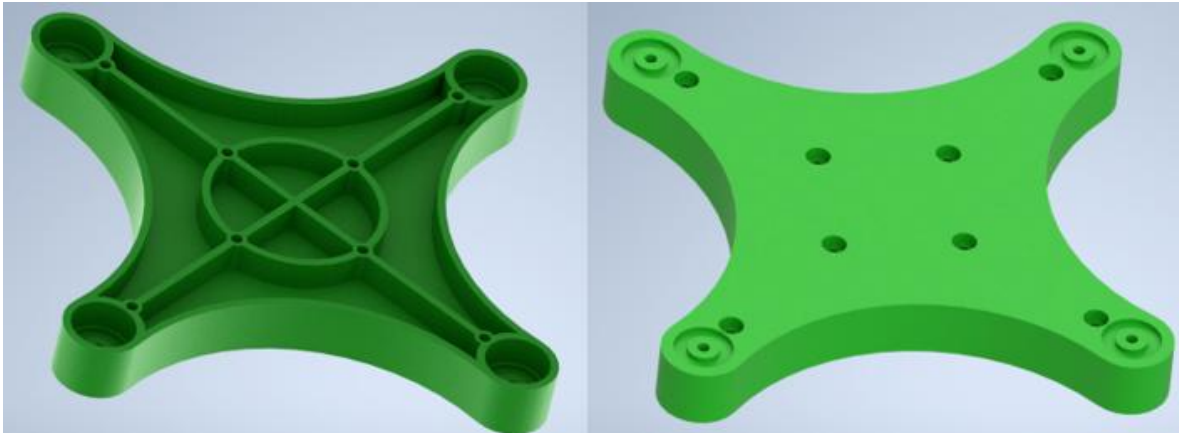


Figura 10.4: Base de la plataforma móvil.

La base de la plataforma móvil se diseñó como un conjunto de dos piezas plásticas ensambladas, mostradas en la Figura 10.4, con el propósito de alojar los rodamientos axiales donde se fijan las piezas 24. Cada una de estas piezas incorpora muescas en su cara exterior y una cavidad interna para alojar los rodamientos y sus respectivas tuercas de seguridad.

Ambas mitades se unen mediante ocho tornillos que las atraviesan completamente y se aseguran con tuercas del lado opuesto. Cuatro de estos tornillos, ubicados cerca del centro de la plataforma, también cumplen la función de servir como puntos de anclaje para herramientas intercambiables. Las cabezas de los tornillos periféricos y sus tuercas se alojan en cavidades empotradas dentro de las piezas plásticas, evitando colisiones durante la rotación de las piezas 24.

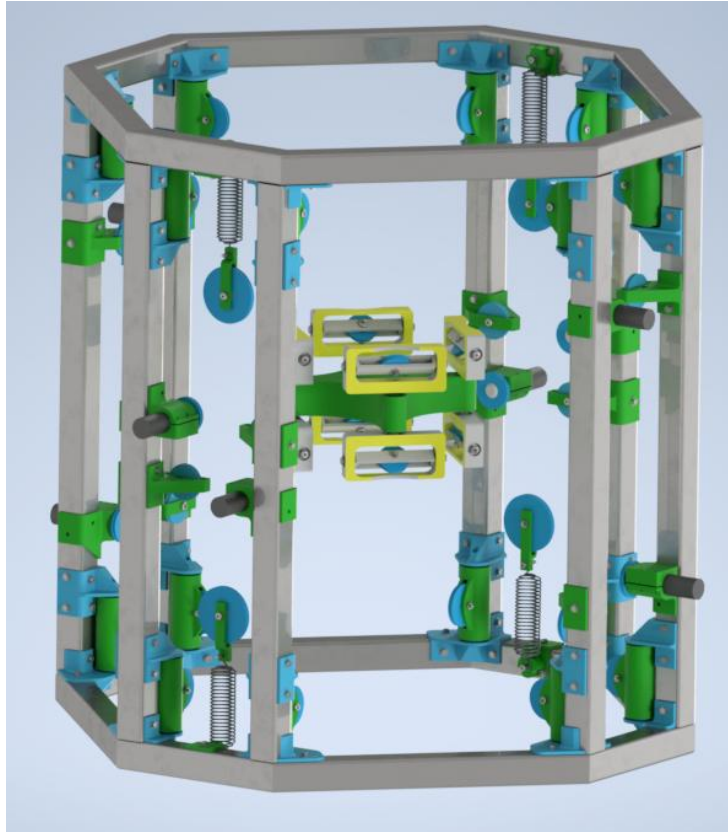


Figura 11.4: CAD del RPAC.

Una vez finalizado el modelado CAD de cada uno de los componentes, se procedió a realizar el ensamble virtual completo del sistema, posicionando todos los elementos en su configuración final. Este ensamble, ilustrado en la Figura 11.4, fue utilizado como referencia tanto para generar las imágenes incluidas en la solicitud de patente como para guiar el proceso de ensamblaje físico de los componentes prototipados.

Además, a partir de este modelo ensamblado, se elaboró una lista de piezas estándar necesarias para su adquisición, incluyendo tornillos, rodamientos, tuercas, perfiles metálicos tipo PTR y cables. Paralelamente, utilizando los modelos CAD de las piezas diseñadas para fabricación aditiva, se estimó la cantidad total de filamento requerida para la impresión 3D.

4.2 Construcción del prototipo

La construcción del prototipo inició con el proceso de laminación de los modelos 3D, utilizando el software Cura desarrollado por Ultimaker. Para ello, fue necesario exportar los modelos CAD en formato STL (Standard Triangle Language), que es el formato más comúnmente utilizado para la impresión 3D.

El proceso de laminación consiste en segmentar el modelo tridimensional en capas delgadas y, a partir de estas, generar el código G que describe las trayectorias que seguirá el extrusor de la impresora para aproximar la geometría deseada. Durante esta etapa, se definen diversos parámetros de impresión, algunos determinados por el fabricante del filamento, como la temperatura del extrusor y la temperatura de la cama de impresión; otros están restringidos por las características de la impresora, tales como la velocidad de impresión, velocidad de desplazamiento y el diámetro de la boquilla del extrusor.

Finalmente, existen parámetros que dependen de las propiedades mecánicas y funcionales deseadas en las piezas impresas. Entre ellos destacan: la altura de capa, el número de líneas de pared y el porcentaje de relleno. Estos parámetros deben seleccionarse buscando un equilibrio entre resistencia estructural, tiempo de fabricación y consumo de material.

En la Tabla 1 se listan los principales parámetros de impresión utilizados en la fabricación de las piezas del prototipo.

TABLA 1 PARÁMETROS DE IMPRESIÓN

parámetro	Valor
Altura de capa	0.2 mm
Número de líneas de pared	6
Relleno	30 %
Temperatura de impresión	215 °C
Temperatura de cama de impresión	50 °C
Velocidad de impresión	50 mm/s
Número de líneas de borde	5-15

Uno de los elementos críticos para lograr una buena adhesión a la cama de impresión es la generación de un borde, una sección adicional de material impreso en la primera capa que incrementa el área de contacto con la cama. Este borde ayuda a prevenir el desprendimiento prematuro de la pieza debido a contracción

térmica, especialmente en piezas de gran tamaño o aquellas con fibras alineadas en una sola dirección, que tienden a presentar mayores esfuerzos residuales.

En la Figura 12.4 se muestra una previsualización generada por el software de laminado para un segmento interno de un soporte de servomotor. Las distintas regiones de la pieza están codificadas por colores: rojo para paredes exteriores, verde para paredes interiores, naranja para el relleno, y azul para bordes y estructuras de soporte.

Las secciones azules, correspondientes a estructuras de soporte y bordes, son eliminadas posteriormente en un proceso de post-procesado mediante el uso de pinzas o herramientas de corte. Estas estructuras se utilizan únicamente en piezas con voladizos o geometrías complejas, ya que su función es sostener el material fundido hasta su solidificación.

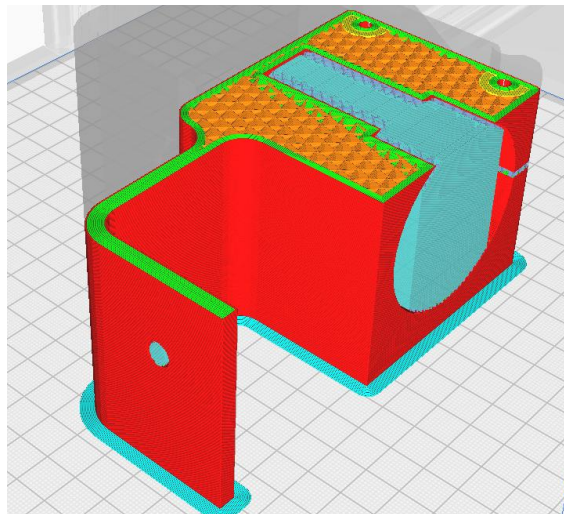


Figura 12.4: Previsualización de laminación de pieza.

El software de laminación también permite estimar el tiempo de impresión y la cantidad de material requerida para cada pieza. Estos datos se presentan en la Tabla 2, junto con el número de piezas por modelo. Para compensar posibles pérdidas por errores de impresión o calibración, se agregó un 10 % adicional al total de filamento requerido. Esta estimación se basa en una tasa de éxito del 90 %, razonable para impresoras bien calibradas y en condiciones óptimas de mantenimiento.

TABLA 2 RESUMEN DE IMPRESIÓN DE PIEZAS

Piezas impresas										
nombre de pieza	peso en gramos	tiempo de impresión en horas	número de piezas total	número de piezas impresas	tiempo total		tiempo impreso		peso total	
soporte inferior polea fija	105	9.70	16	16	155.20	h	155.2	h	1680	g
soporte superior polea fija	115	10.70	16	16	171.20	h	171.2	h	1840	g
soporte rotatorio polea fija	150	13.30	16	16	212.80	h	212.8	h	2400	g
polea 60mm	20	2.00	36	16	72.00	h	32.0	h	720	g
soporte motor	140	12.70	8	8	101.60	h	103.5	h	1120	g
soporte polea tensora	120	11.00	8	8	88.00	h	89.3	h	960	g
plataforma móvil superior	350	28.00	1	1	28.00	h	31.0	h	350	g
plataforma móvil inferior	350	28.00	1	1	28.00	h	15.6	h	350	g
ejes auxiliares rot PM	60	6.00	8	8	48.00	h	44.3	h	480	g
totales			110	90	904.8	h	854.9	h	9900	g
					37.70	días	100	%	9.9	kg

Para optimizar el uso del área de impresión, las piezas se agruparon para generar archivos G-code que permitieran imprimir múltiples componentes simultáneamente en una misma corrida. El objetivo fue alcanzar ciclos de impresión cercanos a 24 horas, de modo que las impresiones pudieran completarse y retirarse una vez al día, dando paso a la siguiente tanda.

Mediante el uso de las dos impresoras 3D disponibles (Ultimaker 2+ y Creality CR10S Pro), se logró completar la fabricación de todas las piezas diseñadas en un periodo de seis semanas. En la Figura 13.4 se muestran las piezas impresas, listas para su ensamblaje.



Figura 13.4: Piezas impresas en 3D.

Cada una de estas piezas plásticas fue diseñada para recibir rodamientos insertados a presión. Para lograr un ajuste adecuado, se dejó un claro de 0.2 mm respecto al diámetro nominal del rodamiento, considerando la tolerancia de ± 0.2 mm típica en la posición del extrusor y la rugosidad superficial propia de la impresión FDM. Esta tolerancia permitió insertar los rodamientos con una presión suficiente para mantenerlos firmemente en su lugar sin dañar la pieza. La Figura 14.4 muestra diversas piezas plásticas ya ensambladas con sus respectivos rodamientos.



Figura 14.4: Ensamble de rodamientos.

La compra de componentes estándar (rodamientos, tornillos, tuercas, perfiles PTR y cable) se realizó conforme a lo establecido en la Tabla 3

TABLA 3 LISTA DE COMPONENTES MECANICOS COMPRADOS

Rodamientos				
Nombre de pieza	Código	Número de piezas	Costo unitario	Costo total
Rodamiento cónico 17mm	11749/10	30	\$50.00	\$1,500.00
Rodamiento de bolas 8mm	608 2RS	56	\$20.00	\$1,120.00
Rodamiento axial 15mm	51102	11	\$30.00	\$330.00
Perfiles				
PTR 2" cal 14	6 m	2	\$725.00	\$1,450.00
Tornillos				
Tornillo de hombro D8mm x 20mm	m6	54	\$19.95	\$1,077.30
Tuerca de seguridad	m6	54	\$0.49	\$26.46

La estructura fija se construyó cortando segmentos de perfil tubular rectangular (PTR) con las longitudes y ángulos definidos en el modelo CAD Figura 4.4. Posteriormente, se soldaron los dos octágonos base que forman las partes inferior y superior de la estructura. Los cordones de soldadura fueron lijados con

esmeriladora para obtener superficies planas, facilitando así la correcta colocación de las columnas y asegurando que la base pudiera apoyarse de forma estable en una superficie plana.

En la Figura 15.4 se muestran los octágonos y columnas antes del ensamble final. Durante este proceso, las columnas se colocaron en posición utilizando piezas impresas, prensas tipo C y escuadras magnéticas. Una vez que todos los perfiles estuvieron correctamente alineados, se procedió a puntear la estructura, retirar las piezas plásticas y completar la soldadura. Después, se desbastaron los cordones restantes para evitar interferencias con los componentes plásticos, y se aplicaron dos capas de pintura tipo primer en aerosol, con el objetivo de prevenir la corrosión y mejorar la presentación del prototipo.



Figura 15.4: Fabricación de la estructura.

Las piezas plásticas se fijaron a la estructura mediante tornillos autorroscantes de cabeza hexagonal de $\frac{1}{4}$ " x 1". Para ello, se posicionaba cada pieza con prensas tipo C, se usaban sus barrenos como guía para marcar con punzón la estructura metálica, y finalmente se realizaban los agujeros con un taladro antes de atornillar.

El ensamble de la plataforma móvil y sus poleas se realizó por separado. Cada polea móvil fue ajustada cuidadosamente, calibrando el par de apriete de las tuercas de seguridad para garantizar una rotación suave.

Una vez ensambladas las cuatro poleas de cada mitad de la base, ambas partes se unieron mediante ocho tornillos, de esta forma se culmina el ensamble de la plataforma móvil, como se muestra en la Figura 16.4.



Figura 16.4: Prototipo de la plataforma móvil.

Antes de instalar el lazo cerrado de cable, se procedió a realizar todas las conexiones eléctricas para probar el funcionamiento de los servomotores sin carga. Los componentes utilizados fueron:

- Ocho servomotores Maxon.
- Ocho encoders AMT102.
- Dos tarjetas de control Galil.
- Dos amplificadores para cuatro servomotores cada uno.
- Dos fuentes de alimentación: una de 24 V y otra de 48 V.

La Figura 17.4 muestra una versión simplificada del esquema de conexiones para un conjunto de cuatro servomotores, correspondiente a uno de los lazos representados en la Fig. (39). Cada servomotor fue acoplado a su encoder mediante un acoplamiento plástico y un adaptador impreso en 3D. Ambos dispositivos se conectaron al amplificador, cuidando la coherencia de polaridad con el sentido de giro previsto por el modelo matemático implementado en MATLAB®.

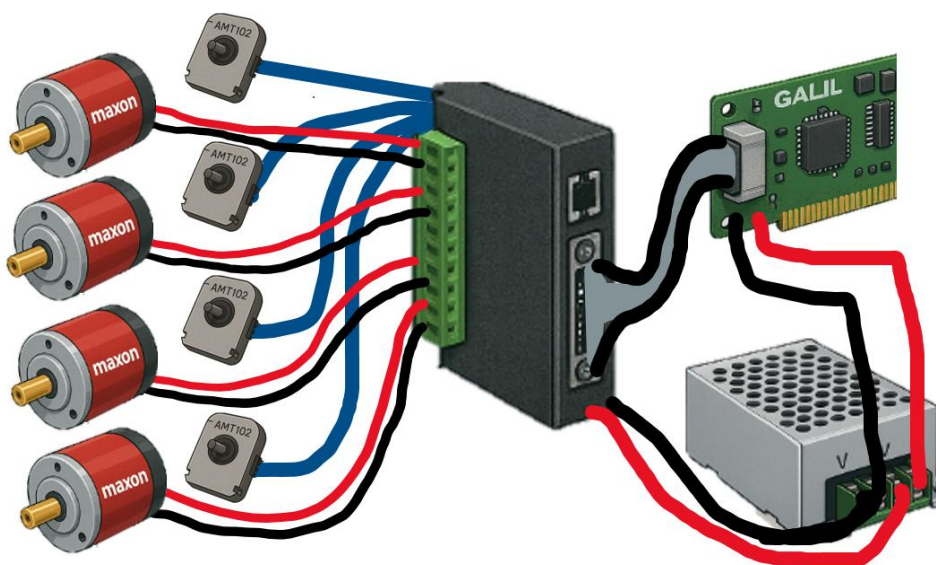


Figura 17.4: Representación de conexiones eléctricas.

Dentro del amplificador, los puertos de conexión están etiquetados como (x, y, z, w), lo cual permitió etiquetar los conjuntos servomotor/encoder de manera correspondiente. Se soldaron cables de longitud adecuada para facilitar las conexiones.

El segundo lazo se conectó de forma similar, aunque alimentado con un voltaje distinto, debido a que ambas tarjetas de control operan con diferentes tensiones. Una vez realizadas las conexiones, las tarjetas se comunicaron con una PC mediante puerto Ethernet, empleando el software proporcionado por Galil.

Estas conexiones permitieron comprobar el funcionamiento individual de cada servomotor, inicializando los encoders y configurando los parámetros necesarios para obtener lecturas precisas de desplazamiento angular.

No obstante, no fue posible realizar pruebas de control simultáneo de los ocho servomotores, ya que el software no permitió gestionar ambas tarjetas de manera concurrente a través del mismo canal Ethernet. Se estima que este problema podría resolverse mediante ajustes de software en el futuro, dado que el control simultáneo es esencial para la operación del robot.

Integración final

Finalmente, se procedió a instalar la plataforma móvil y conectar el lazo cerrado de cable. Para ello, la plataforma se posicionó en el centro del robot, y el cable se colocó a lo largo de los circuitos de poleas mostrados en la Figura 14.3. Posteriormente, se cerraron los lazos prensando ambos extremos del cable.

Como resultado, se obtuvo un prototipo completamente ensamblado y funcional, listo para las pruebas de validación experimental del modelo propuesto. El prototipo final se muestra en la Figura 18.4.



Figura 18.4: Prototipo del robot paralelo accionado por cables que forman lazos cerrados.

Con la instalación de la plataforma móvil y el cierre de los lazos de cable, se concluyó exitosamente el ensamblaje del prototipo. Durante este proceso, se verificó el correcto funcionamiento de los componentes individuales, como los servomotores, encoders y subensambles mecánicos, lo que permitió confirmar la operatividad básica del sistema. El resultado es un robot paralelo accionado por cables de configuración tridimensional con lazos cerrados, diseñado y construido conforme a los principios definidos en el modelo matemático. Este prototipo representa un paso clave hacia la validación experimental, al materializar un diseño original que integra redundancia mecánica, elementos fabricados mediante impresión 3D y un marco estructural robusto. El desarrollo del prototipo sienta así las bases para futuras pruebas y ajustes enfocados en el control coordinado del sistema y su integración completa en entornos de investigación.

Conclusiones

Este trabajo logró cumplir satisfactoriamente el objetivo general de diseñar y fabricar un robot paralelo accionado por cables (RPAC) con un diseño original, incorporando la innovadora configuración de lazos cerrados de cable en una arquitectura sobre restringida tridimensional. El sistema desarrollado representa una alternativa viable dentro del campo de los RPAC, ya que ofrece ventajas en términos de estabilidad, aprovechamiento de la redundancia mecánica y eficiencia en el uso de actuadores, al reducir la necesidad de un motor por cada segmento de cable conectado a la plataforma móvil.

En relación con el primer objetivo específico, se generó un modelo matemático que resuelve simultáneamente las condiciones de equilibrio de fuerzas, equilibrio de momentos y conservación de la longitud total del cable en un bucle cerrado. Este modelo permitió obtener las combinaciones de desplazamientos angulares y torques en los actuadores que llevan a la plataforma móvil a una posición objetivo. Las ecuaciones desarrolladas y las restricciones geométricas implementadas fueron validadas numéricamente mediante simulaciones en MATLAB®, permitiendo evaluar la factibilidad del movimiento y las condiciones operativas del robot.

El segundo objetivo específico se cumplió mediante el desarrollo de un algoritmo que permite estimar el espacio de trabajo alcanzable, identificando regiones donde existen soluciones físicamente viables. El espacio de trabajo fue explorado utilizando distintos métodos de barrido, incluyendo coordenadas cúbicas y esféricas, revelando una región irregular y asimétrica, pero lo suficientemente amplia para validar el modelo y sentar las bases para aplicaciones futuras.

El tercer objetivo fue alcanzado mediante un diseño mecánico que priorizó la factibilidad técnica con los recursos disponibles, haciendo uso de manufactura aditiva mediante impresión 3D FDM y perfiles de acero soldados. Las decisiones en materiales, geometrías, orientaciones de impresión y selección de componentes estándar fueron guiadas por la funcionalidad requerida y la posibilidad de construir el prototipo dentro del laboratorio sin depender de procesos externos de fabricación compleja o costosa.

Respecto al cuarto objetivo, se logró ensamblar un prototipo funcional, integrando todos los subensambles diseñados para la estructura fija, las poleas fijas, las poleas actuadas, las poleas tensoras y la plataforma móvil. El ensamble se realizó cuidando el alineamiento, tolerancias y comportamiento esperado de los mecanismos bajo condiciones de operación. También se llevaron a cabo pruebas de integración eléctrica de los servomotores y encoders.

En cuanto al quinto objetivo, si bien se realizaron pruebas individuales en vacío de cada actuador y se confirmó su correcto funcionamiento, la validación experimental completa de parámetros como precisión, velocidad, capacidad de carga y volumen de trabajo aún no ha sido alcanzada debido a limitaciones en la conexión simultánea de las tarjetas de control. No obstante, el sistema se encuentra listo para realizar dichas pruebas en futuras etapas, y los resultados numéricos obtenidos hasta ahora sustentan el diseño realizado.

Finalmente, se cumplió el sexto objetivo al integrar el prototipo al Laboratorio de Mecatrónica, donde servirá como plataforma experimental para futuras investigaciones en temas de control, modelado dinámico, estimación de parámetros y desarrollo de nuevas topologías de RPAC. El prototipo desarrollado representa una valiosa contribución académica y tecnológica al campo de la robótica cableada.

Contribuciones

El Proyecto en su totalidad permitió generar aportaciones relevantes al conocimiento y a la práctica en el campo de los RPAC. Estas contribuciones se detallan a continuación:

- Modelo matemático de una propuesta de manipulador planar accionado por un bucle cerrado de cable, programado en MATLAB®, con la capacidad de graficar y validar numéricamente la existencia de combinaciones de posiciones y torques que llevan a soluciones factibles para determinada posición de la plataforma móvil.
- Modelos matemáticos de algunas propuestas descartadas de manipuladores espaciales accionados por distintos tipos de bucles cerrados de cable, programados en MATLAB®, con la capacidad de graficar y validar numéricamente que, para dichas configuraciones, no existen combinaciones de posiciones y torques que lleven a soluciones factibles para ninguna posición objetivo de la plataforma móvil.
- Desarrollo de un modelo matemático para una propuesta de manipuladores espaciales accionados por dos lazos cerrados de cable, implementado en MATLAB®, el cual permite visualizar y validar numéricamente la existencia de combinaciones viables de posiciones angulares y torques capaces de llevar a la plataforma móvil a una posición objetivo específica.
- Propuesta de algoritmo que, a partir del modelo del punto anterior, estima el espacio de trabajo alcanzable por diseños basados en esta configuración.
- Desarrollo de los modelos CAD de cada una de las piezas, subensambles y del ensamblaje general del prototipo, correspondientes a la configuración validada numéricamente, los cuales permiten la reproducción

del diseño y facilitan que futuros trabajos puedan replicar, modificar o extender el modelo propuesto como base para investigaciones posteriores.

- Fabricación de un prototipo funcional de robot paralelo accionado por cables, diseñado para operar en un espacio tridimensional. El sistema está conformado por dos lazos cerrados de cable que conectan una plataforma móvil con un marco fijo metálico, mediante un total de ocho actuadores distribuidos equitativamente en ambos lazos. Esta configuración permite redundancia mecánica sin incremento proporcional en el número de actuadores, y constituye una prueba de concepto tangible del modelo propuesto.

- Solicitud de patente sometida ante el IMPI del robot diseñado “ROBOT PARALELO TRIDIMENSIONAL ACCIONADO POR DOS LAZOS CERRADOS DE CABLE”

EXPEDIENTE: MX/a/2025/014291

FOLIO DE RECEPCIÓN: MX/E/2025/086496

IDENTIFICADOR DE LA SOLICITUD: 223816

Referencias bibliográficas

- Albus, J., Bostelman, R., & Dagalakis, N. (1993). The NIST Robocrane. *Robot. Syst.*, 10, 709-724.
- Andreas Pott • Tobias Bruckmann. (2015). *Cable-Driven Parallel Robots* (A. Pott & T. Bruckmann, Eds.; Vol. 32). Springer International Publishing. <https://doi.org/10.1007/978-3-319-09489-2>
- Berti, A., Merlet, J.-P., & Carricato, M. (2015). *Workspace Analysis of Redundant Cable-Suspended Parallel Robots* (pp. 41-53). https://doi.org/10.1007/978-3-319-09489-2_4
- Clark J. Thompson, & Perry D. Campbell, Jr. (1996). *TENDON SUSPENDED PLATAFORM ROBOT* (Patent 5,585,707).
- Clément Gosselin • Philippe Cardou Tobias Bruckmann • Andreas Pott. (2018). *Cable-Driven Parallel Robots* (C. Gosselin, P. Cardou, T. Bruckmann, & A. Pott, Eds.; Vol. 53). Springer International Publishing. <https://doi.org/10.1007/978-3-319-61431-1>
- Fabritius, M., Martin, C., & Pott, A. (2019). *Calculation of the cable-platform collision-free total orientation workspace of cable-driven parallel robots* (pp. 137-148). https://doi.org/10.1007/978-3-030-20751-9_12
- Gosselin, C., Cardou, P., Bruckmann, T., & Pott, A. (2018). *Application of a Differentiator-Based Adaptive Super-Twisting Controller for a Redundant Cable-Driven Parallel Robot* (Vol. 53). Springer International Publishing. <https://doi.org/10.1007/978-3-319-61431-1>
- Gough V. E. (1957). Contribution to discussion of papers on research in automobile stability, control and tire performance. *Proceedings of the Automobile Division, Institution of Mechanical Engineers*.
- Harada, T., & Hirotsato, K. (2019). *Non-slipping Conditions of Endless-Cable Driven Parallel Robot by New Interpretations of the Euler-Eytelwein's Formula* (pp. 23-34). https://doi.org/10.1007/978-3-030-20751-9_3
- Hirotsato, K., & Harada, T. (2019). *Analysis of Cable-Configurations of Kinematic Redundant Planar Cable-Driven Parallel Robot* (pp. 35-46). https://doi.org/10.1007/978-3-030-20751-9_4
- IZARD, J.-B., & GOUTTEFARDE, M. (2023). *Manipulador paralelo accionado por cable* (Patent 2 952 698 T3).
- Izard, J.-B., Gouttefarde, M., Michelin, M., Tempier, O., & Baradat, C. (2013). *A Reconfigurable Robot for Cable-Driven Parallel Robotic Research and Industrial Scenario Proofing* (pp. 135-148). https://doi.org/10.1007/978-3-642-31988-4_9

- Jim Rodnunsky, & S. Alexander MacDonald. (2008). *SYSTEM AND METHOD FOR FACILITATING FLUID THREE-DIMENSIONAL MOVEMENT OF AN OBJECT VIA DIRECTIONAL FORCE* (Patent 0054836 A1).
- José Alberto Lomelí Rodríguez. (2011). *ANÁLISIS DE Y DISEÑO DE UN MECANISMO PARA LA RECONFIGURACIÓN DE UN ROBOT PARALELO TIPO DELTA*. Universidad Autónoma de San Luis Potosí.
- K.E. Neumann. (1988). *Robot* (Patent 4732525).
- Khodadadi, N., Hosseini, M. I., Khalilpour, S. A., Taghirad, H. D., & Cardou, P. (2021). *Multi Objective Optimization of a Cable-Driven Robot with Parallelogram Links* (pp. 170-181). https://doi.org/10.1007/978-3-030-75789-2_14
- Lamaury, J., & Gouttefarde, M. (2013). *A Tension Distribution Method with Improved Computational Efficiency* (pp. 71-85). https://doi.org/10.1007/978-3-642-31988-4_5
- Lesellier, M., & Gouttefarde, M. (2019). *A Bounding Volume of the Cable Span for Fast Collision Avoidance Verification* (pp. 173-183). https://doi.org/10.1007/978-3-030-20751-9_15
- Lessanibahri, S., Cardou, P., & Caro, S. (2019). *Kinetostatic Modeling of a Cable-Driven Parallel Robot Using a Tilt-Roll Wrist* (pp. 109-120). https://doi.org/10.1007/978-3-030-20751-9_10
- Lessanibahri, S., Gouttefarde, M., Caro, S., & Cardou, P. (2018). *Twist Feasibility Analysis of Cable-Driven Parallel Robots* (pp. 128-139). https://doi.org/10.1007/978-3-319-61431-1_12
- Li, H., Zhang, X., Yao, R., Sun, J., Pan, G., & Zhu, W. (2013). *Optimal Force Distribution Based on Slack Rope Model in the Incompletely Constrained Cable-Driven Parallel Mechanism of FAST Telescope* (pp. 87-102). https://doi.org/10.1007/978-3-642-31988-4_6
- Mathieu Rognant, & Eric Courteille. (2018). *Improvement of Cable Tension Observability Through a New Cable Driving Unit Design* (Vol. 53, pp. 280-291). Springer International Publishing. <https://doi.org/10.1007/978-3-319-61431-1>
- Newman, M., Zygielbaum, A., & Terry, B. (2018). *Static Analysis and Dimensional Optimization of a Cable-Driven Parallel Robot* (pp. 152-166). https://doi.org/10.1007/978-3-319-61431-1_14
- Nguyen, D. Q., & Gouttefarde, M. (2015). *On the Improvement of Cable Collision Detection Algorithms* (pp. 29-40). https://doi.org/10.1007/978-3-319-09489-2_3
- Pott, A. (2010). Cable-driven parallel robot for automated handling of components in all dimensions. *Fraunhofer Institute for Manufacturing Engineering and Automation.*, 300-354.

- Pott, A., Mütterich, H., Kraus, W., Schmidt, V., Miermeister, P., & Verl, A. (2013). *IPAnema: A family of Cable-Driven Parallel Robots for Industrial Applications* (pp. 119-134). https://doi.org/10.1007/978-3-642-31988-4_8
- R. Clavel. (1988). Delta, a fast robot with parallel geometry. En *Proceedings of the 18th International Symposium on Industrial Robots* (pp. 91-100).
- Raman, A., Schmid, M., & Krovi, V. N. (2021). *Wrench Analysis of Kinematically Redundant Planar CDPRs* (pp. 90-104). https://doi.org/10.1007/978-3-030-75789-2_8
- Rasheed, T., Long, P., Marquez-Gamez, D., & Caro, S. (2019). *Path Planning of a Mobile Cable-Driven Parallel Robot in a Constrained Environment* (pp. 257-268). https://doi.org/10.1007/978-3-030-20751-9_22
- Sarah M. Chamberlain, & Richard T. Eberheim. (2017). *CABLE DRIVEN MANIPULATOR FOR ADDITIVE MANUFACTURING* (Patent 0095973).
- Schmidt, V., & Pott, A. (2013). *Implementing Extended Kinematics of a Cable-Driven Parallel Robot in Real-Time* (pp. 287-298). https://doi.org/10.1007/978-3-642-31988-4_18
- Surdilovic, D., Radojicic, J., & Bremer, N. (2015). *Efficient Calibration of Cable-Driven Parallel Robots with Variable Structure* (pp. 113-128). https://doi.org/10.1007/978-3-319-09489-2_9
- Xavier ROCHER. (2017). *DEVICE AND METHOD FOR PRODUCING THREE - DIMENSIONAL STRUCTURES CREATED IN SUCCESSIVE LAYERS* (Patent 0350115 A1).
- Yao, R., Li, H., & Zhang, X. (2013). *A Modeling Method of the Cable Driven Parallel Manipulator for FAST* (pp. 423-436). https://doi.org/10.1007/978-3-642-31988-4_26
- Zhou, Y., Zhang, B., Shang, W., & Cong, S. (2021). *Configuration Optimization of an Auto-reconfigurable Cable-Driven Upper-Limb Rehabilitation Robot* (pp. 145-157). https://doi.org/10.1007/978-3-030-75789-2_12
- 力 ▲ 德 ▼ 本. (2023). *Dispositivo de desplazamiento diferencial* (Patent 546099A).

Anexos

Anexo A; Solicitud de Patente



MX/E/2025/086496

MX/a/2025/014291

DIRECCIÓN DIVISIONAL DE PATENTES.

SUBDIRECCIÓN DIVISIONAL DE PROCESAMIENTO ADMINISTRATIVO DE PATENTES.

COORDINACIÓN DEPARTAMENTAL DE RECEPCIÓN Y CONTROL DE DOCUMENTOS.

EXPEDIENTE: MX/a/2025/014291

FOLIO DE RECEPCIÓN: MX/E/2025/086496

IDENTIFICADOR DE LA SOLICITUD: 223816

LUGAR, FECHA Y HORA DE RECEPCIÓN DE LA SOLICITUD:
CIUDAD DE MÉXICO 27/11/2025 06:39:09 p. m.

ACUSE DE RECIBO DE LA SOLICITUD DE:

Patente

SOLICITANTE(S)

UNIVERSIDAD AUTONOMA DE SAN LUIS POTOSI

REPRESENTANTE LEGAL:

Urenda Queletzu NAVARRO SANCHEZ

DOCUMENTOS DE LA SOLICITUD:

DOCUMENTO	NOMBRE ARCHIVO	TAMAÑO	HOJA(S)
SOLICITUD	Solicitud_000223816_27_11_2025.pdf	502.25 KB	5
COMPROBANTE DE PAGO	Pago.pdf	22.53 KB	1
HOJA DE DESCUENTO	HOJA DE DESCUENTO.pdf	25.25 KB	1
OTRO	3.- ACREDITACION APODERADO.pdf	3717.76 KB	75
MEMORIA_TECNICA	ROBOT PARALELO TRIDIMENSIONAL.pdf	171.94 KB	12
DIBUJOS	FIGURAS.pdf	465.04 KB	5
OTROS	CESIONSEBASTIANCHILACA.pdf	1023.54 KB	5
OTROS	CESIONMAUROMAYA.pdf	1082.44 KB	5
OTROS	CESIONJUANCARLOSARELLANO.pdf	903.09 KB	5
OTROS	CESIONJUANANTONIOCARDENAS.pdf	643.13 KB	5
OTROS	CESIONGILBERTOMEJIA.pdf	826.58 KB	5
OTROS	CESIONEMILIOJORGE.pdf	1773.56 KB	6

TOTAL DE HOJAS: 130 (No se incluyen hoja(s) del acuse)

Los documentos adjuntos están sujetos al estudio correspondiente que el Instituto Mexicano de la Propiedad Industrial realice de conformidad con la Ley Federal de Protección a la Propiedad Industrial o la Ley de la Propiedad Industrial, según sea el caso, considerando la fecha de recepción de su solicitud; así como de conformidad al Reglamento de la Ley de la Propiedad Industrial, aplicable a ambas legislaciones en términos de lo dispuesto por los artículos Transitorios Cuarto y Noveno del Decreto por el que se expide la Ley Federal de Protección a la Propiedad Industrial, publicado el día 01 de julio de 2020 en el diario oficial de la federación

La presente solicitud se recibe en términos del Acuerdo por el que se establecen lineamientos en materia de servicios electrónicos del Instituto Mexicano de la Propiedad Industrial; por lo tanto, previo a su presentación, el usuario aceptó lo siguiente:

I.- Que el trámite se efectúe, desde su inicio hasta su conclusión, a través de medios de comunicación electrónica;

II.- Bajo protesta de decir verdad, que revisó en la vista previa la información capturada y los anexos a la solicitud y que éstos son correctos; así mismo que, una vez concluido el proceso, no podría editar o variar la información o sus anexos;

III.- Bajo protesta de decir verdad, indicó que la información capturada es cierta;

IV.- Consultar su tablero, al menos, los días quince y último de cada mes, o bien, el día hábil siguiente si alguno de éstos fuere inhábil y que, en caso de no hacerlo, la notificación se tendría por hecha el día hábil siguiente a los días quince y último de cada mes, y

V.- Dar aviso por escrito, a través del correo electrónico buzon@impi.gob.mx, a la Dirección Divisional de Patentes, dentro de los tres días hábiles siguientes a aquel en que se vea imposibilitado, por causas imputables al Instituto, a consultar el tablero o abrir los archivos depositados en el mismo, en los días señalados en la fracción IV anterior.

A efecto de que los documentos presentados a través del Sistema de Patentes en Línea, produzcan los mismos efectos que los documentos firmados autógrafamente y tengan el mismo valor probatorio, manifestó bajo protesta de decir verdad, que los documentos son copia íntegra e inalterada del documento impreso; que se encuentren digitalizados en formato PDF (Portable Document Format), y que los remitió de forma legible.

Arenal #550, Pueblo Santa María Tepepan, Xochimilco, 16020, Ciudad de México.
(55) 53340700 - www.gob.mx/impi



MX/E/2025/086496

MX/a/2025/014291

Asimismo, desde su registro en el Portal de Acceso a Servicios Electrónicos, manifestó reconocer como propia la CURP, la cual no podrá ser sustituida con posterioridad; reconoció como propia y válida la dirección de correo electrónico proporcionada y aceptó que en ella se le envíe cualquier comunicación relacionada con la cuenta; aceptó que el uso de la contraseña queda bajo su exclusiva responsabilidad y que deberá notificar oportunamente al Instituto, cualquier situación que pudiera implicar un uso indebido; reconoció como propia, veraz y auténtica la información que envíe a través del PASE o de los servicios electrónicos del Instituto, ya sea haciendo uso de su CURP y contraseña o, en su caso, su e-firma; aceptó que el uso de su CURP y contraseña o, en su caso, e-firma, por persona distinta quedará bajo su exclusiva responsabilidad y acepta como propia la información que ésta envíe o descargue a través del PASE o de los servicios electrónicos del Instituto; asumió cualquier tipo de responsabilidad derivada del mal uso que hagan de su CURP y contraseña o, en su caso, su e-firma; y reconoció que el simple uso de los servicios electrónicos del Instituto constituye la aceptación más amplia de las condiciones señaladas en el artículo 11 del Acuerdo por el que se establecen lineamientos en materia de servicios electrónicos del Instituto Mexicano de la Propiedad Industrial.

El presente documento electrónico ha sido firmado mediante el uso de la firma electrónica avanzada por el servidor público competente, amparada por un certificado digital vigente a la fecha de su elaboración, y es válido de conformidad con lo dispuesto en los artículos 7 y 9 fracción I de la Ley de Firma Electrónica Avanzada y artículo 12 de su Reglamento.

El presente documento electrónico, su integridad y autenticidad, se podrá comprobar en www.gob.mx/impi.

Asimismo, se emitió conforme lo previsto por los artículos 1º fracción III; 2º fracción VI; 37, 38 y 39 del Acuerdo por el que se establecen lineamientos en materia de Servicios Electrónicos del Instituto Mexicano de la Propiedad Industrial.



Cadena Original

JAVIER ARIZMENDI SHO|00001000000514523498|SERVICIO DE ADMINISTRACION TRIBUTARIA|223816|
MX/a/2025/014291|MX/E/2025/086496|27/11/2025 18:39:09|Documento_Firma_Electronica.pdf|119638.44 KB|
c5zoZpgfDRJPLHvW6AwvqJj5g=

Sello Digital

Ei1th9y0QS9DHd8ns8Q0wSx2Bu9rD/oCEr0c7Q0NFT37RciVamMYeWo4x//R1oe5IVbTtYcEpa8zvZSjtZ7qFT7BdDmvDel
+KaDWiCFCUcScIF8h8BZbrRP8U1R8JXxUnu/Tv6D4zrN3a8tztPsdCiyROyUrhbLME8HlpbQCvF179kqIX
+h5YmtXeztXle0gKvMYbwk3p+K0Pp
+Ih4YmcseZ4vtxXlF1nNKJYfIsrAFy/Q06wu4nJNMhxiqLdJlkaWThMSZ6R654RHPShvDLs6mNn
+Ym1Vc046hcGdaF9lg3dcWylLEBz4vO1sDeJbdNoxBFRzftulRGQ==

Para verificar la autenticidad del presente documento, podrá ingresar a la página electrónica <https://validadocumento.impi.gob.mx/>, escaneando el código bidimensional QR que aparece a un costado de la e-firma del Servidor Público que signó el mismo, indicando, en su caso, el tipo de documento que pretende validar (solicitud, acuse, oficio o promoción); lo anterior, con fundamento en lo dispuesto por los artículos 1º fracción III; 2º fracción VI; 37, 38 y 39 del Acuerdo por el que se establecen lineamientos en materia de Servicios Electrónicos del Instituto Mexicano de la Propiedad Industrial; en caso de no contar con lector QR o en su defecto no pueda ser leído por su dispositivo, digitar en la página antes referida el siguiente código: ku141Ne061S/h7sFqgxTWknRO3I=

gob mx

Instituto Mexicano de la Propiedad Industrial

REPRESENTACIÓN DE LA SOLICITUD DE REGISTRO DE PATENTE ENVIADA A TRAVÉS DEL PORTAL DE ACCESO A SERVICIOS ELECTRÓNICOS (PASE).

Homoclave del formato	Folio
IMPI-00-009	Folio: MX/E/2025/086496

Fecha de solicitud del trámite
27 11 2025

Datos generales de la solicitud

☒ Solicitud de Patente Normal ☐ Solicitud de Registro de Modelo de Utilidad ☐ Solicitud de Registro de Diseño Industrial Especifique cual: ☐ Modelo Industrial ☐ Dibujo Industrial	Expediente: MX/a/2025/014291 ID Solicitud: 223816 Fecha: 27/11/2025 06:39:09
--	--

Datos del (de los) solicitante(s)

Personas físicas	Personas morales
CURP:	RFC: UAS230110SU8
Nombre(s):	Denominación o razón social:
Primer apellido:	UNIVERSIDAD AUTONOMA DE SAN LUIS POTOSI
Segundo apellido:	
Género:	Nacionalidad: MÉXICO
Nacionalidad:	Teléfono (Lada, Número, Extensión):
Teléfono (Lada, Número, Extensión):	4441027200, Ext. 7113
Correo electrónico:	Correo electrónico: registro.otc24@uaslp.mx
☐ Continúa en anexo	☒ Continúa en anexo



Contacto:

Arenal # 550, Pueblo Santa María Tepepan, Xochimilco, 16020, Ciudad de México.
Teléfono: 55-53-34-07-00 en la Ciudad de México y área metropolitana, del interior de la República sin costo para el usuario 800-570-59-90.
Correo electrónico: buzón@impi.gob.mx

gob mx	
Instituto Mexicano de la Propiedad Industrial	
Domicilio del (de los) solicitante(s)	
Código postal: 78000	
Calle: ALVARO OBREGON	
Número exterior: 64	Número interior:
Colonia: CENTRO	
Municipio o delegación: SAN LUIS POTOSI	Localidad:
Estado o entidad federativa: SAN LUIS POTOSÍ	Entre calles:
País: MÉXICO	

Datos del (de los) inventor(es) / diseñador(es)	
CURP: CIRS950922HPLHBB01	
Nombre(s): Sebastian Alberto	
Primer apellido: CHILACA	
Segundo apellido: RUBI	
Nacionalidad: MÉXICO	
Teléfono (Lada, Número, Extensión): 4441027200, Ext. 7113	
Género: Masculino	
Correo electrónico: A348386@alumnos.uaslp.mx	☒ Continúa en anexo

Domicilio del (de los) inventor(es)/diseñador(es)	
Código postal: 72760	
Calle: AV 18 ORIENTE	
Número exterior: 9	Número interior:
Colonia: BARRIO DE SANTIAGO MIXQUITLA	
Municipio o delegación: SAN PEDRO CHOLULA	Localidad:
Estado o entidad federativa: PUEBLA	Entre calles:
País: MÉXICO	



MÉXICO
PRESIDENCIA DE LA REPÚBLICA



Contacto:

Arenal # 550, Pueblo Santa María Tepepan, Xochimilco, 16020, Ciudad de México.
Teléfono: 55-53-34-07-00 en la Ciudad de México y área metropolitana, del interior de la República sin costo para el usuario 800-570-59-90.
Correo electrónico: buzón@impi.gob.mx

gob mx	
Instituto Mexicano de la Propiedad Industrial	
Datos del (de los) apoderado(s)	
CURP: NASU840131MSPVNR02	RGP:
Nombre(s): Urenda Queletzu	Personas autorizadas para oír/recibir notificaciones: Alexis Martin VAZQUEZ MARTINEZ
Primer apellido: NAVARRO	
Segundo apellido: SANCHEZ	
Nacionalidad: MÉXICO	
Teléfono (Lada, Número, Extensión): 4441027200, Ext. 7113	
Correo electrónico: registro.otc24@uaslp.mx ☐ Continúa en anexo	

Domicilio del (de los) apoderado(s)	
Código postal: 78000	
Calle: ALVARO OBREGON	
Número exterior: 64	Número interior:
Colonia: CENTRO	
Municipio o delegación: SAN LUIS POTOSI	Localidad:
Estado o entidad federativa: SAN LUIS POTOSÍ	Entre calles:
País: MÉXICO	

Datos de la Solicitud	
Denominación o título de la invención: ROBOT PARALELO TRIDIMENSIONAL ACCIONADO POR DOS LAZOS CERRADOS DE CABLE	
Fecha divulgación previa:	

Divisional de la solicitud	
Fecha presentación:	
Número:	
Figura jurídica:	

Prioridad Reclamada			
País:	Fecha de Presentación:	Número de Serie:	Código DAS



MÉXICO
PRESIDENCIA DE LA REPÚBLICA



Contacto:

Arenal # 550, Pueblo Santa María Tepepan, Xochimilco, 16020, Ciudad de México.
Teléfono: 55-53-34-07-00 en la Ciudad de México y área metropolitana, del interior de la República sin
costo para el usuario 800-570-59-90.
Correo electrónico: buzón@impi.gob.mx

gob mx
Instituto Mexicano de la Propiedad Industrial
Observaciones

Bajo protesta de decir verdad, el firmante manifiesta que los datos asentados en esta solicitud son ciertos y que en caso de actuar como mandatario, cuenta con facultades para llevar a cabo el presente trámite.

**Cadena Original**

URENDA QUELETZU NAVARRO SANCHEZ|CURP|NASU840131MSPVNR02|RENAPO|27/11/2025 18:39:08|1516264|130|Documento_Firma_Electronica.pdf|18492 KB|c5zoZpgfDRJPLH/vW6AwwqJjI5g=|000223816|PATENTE|Normal|ROBOT PARALELO TRIDIMENSIONAL ACCIONADO POR DOS LAZOS CERRADOS DE CABLE|UNIVERSIDAD AUTONOMA DE SAN LUIS POTOSI|MORAL|Sebastian Alberto CHILACA RUBI|Urenda Queletzu NAVARRO SANCHEZ|NASU840131MSPVNR02|

Sello Digital

BDJiLXeH0dH8LNvWuB63v2xWw63rkZ5O/FhLy6FpCIU=

Anexo(s)	
Hoja anexa a la solicitud ID: 223816	De Fecha: 27/11/2025 06:39:09

Lista Inventores/Diseñadores
Inventor/Diseñador 2
- Nombre: Mauro Eduardo MAYA MENDEZ
- CURP: MAMM730920HSPYNR00
- Género: Masculino
- Nacionalidad: MÉXICO
- Domicilio: Calle CTO MAESTROS ILUSTRES, Ext. 684, Col. UNIVERSITARIA, C. P. 78290, Tel. 4441027200, Ext. 7113, E-mail mauro.maya@uaslp.mx
- Población, Estado y País: SAN LUIS POTOSI, SAN LUIS POTOSÍ, MÉXICO
Inventor/Diseñador 3
- Nombre: Juan Carlos ARELLANO GONZALEZ
- CURP: AEGJ750215HDFRNN11
- Género: Masculino
- Nacionalidad: MÉXICO
- Domicilio: Calle ROSA DE CASTILLA, Ext. 108 B, Col. FRACCIONAMIENTO EL ROSEDAL, C. P. 78120, Tel. 4441027200, Ext. 7113, E-mail carlos.arellano@uaslp.mx
- Población, Estado y País: SAN LUIS POTOSI, SAN LUIS POTOSÍ, MÉXICO
Inventor/Diseñador 4
- Nombre: Juan Antonio CARDENAS GALINDO
- CURP: CAGJ660929HGTRLN00
- Género: Masculino
- Nacionalidad: MÉXICO
- Domicilio: Calle RETORNO NUEVE, Ext. 113, Col. FOVISSSTE, C. P. 78150, Tel. 444107200, Ext. 7113, E-mail antonio.cardenas@uaslp.mx



MÉXICO
PRESIDENCIA DE LA REPÚBLICA

**Contacto:**

Arenal # 550, Pueblo Santa María Tepepan, Xochimilco, 16020, Ciudad de México.
Teléfono: 55-53-34-07-00 en la Ciudad de México y área metropolitana, del interior de la República sin costo para el usuario 800-570-59-90.
Correo electrónico: buzón@impi.gob.mx

gob mx	
Instituto Mexicano de la Propiedad Industrial	
- Población, Estado y País: SAN LUIS POTOSI, SAN LUIS POTOSÍ, MÉXICO	
Inventor/Diseñador 5	
- Nombre: Gilberto MEJIA RODRIGUEZ	
- CURP: MERG811011HSPJDL07	
- Género: Masculino	
- Nacionalidad: MÉXICO	
- Domicilio: Calle AV STA FELICITAS, Ext. 325, Int. 3, Col. FRACCIONAMIENTO ALBORADA RESIDENCIAL, C. P. 78111, Tel. 4441027200, Ext. 7113, E-mail gilberto.mejia@uaslp.mx	
- Población, Estado y País: SAN LUIS POTOSI, SAN LUIS POTOSÍ, MÉXICO	
Inventor/Diseñador 6	
- Nombre: Emilio Jorge GONZALEZ GALVAN	
- CURP: GOG650424HDFNLM00	
- Género: Masculino	
- Nacionalidad: MÉXICO	
- Domicilio: Calle VILLA DE MAGALLANES, Ext. 766, Col. FRACCIONAMIENTO VILLANTIGUA, C. P. 78214, Tel. 4441027200, Ext. 7113, E-mail egonzale@uaslp.mx	
- Población, Estado y País: SAN LUIS POTOSI, SAN LUIS POTOSÍ, MÉXICO	

Número de Páginas Manifestadas

- Número de Páginas: 19



MÉXICO
PRESIDENCIA DE LA REPÚBLICA



Contacto:

Arenal # 550, Pueblo Santa María Tepepan, Xochimilco, 16020, Ciudad de México.
Teléfono: 55-53-34-07-00 en la Ciudad de México y área metropolitana, del interior de la República sin costo para el usuario 800-570-59-90.
Correo electrónico: buzón@impi.gob.mx

**ROBOT PARALELO TRIDIMENSIONAL ACCIONADO POR DOS LAZOS
CERRADOS DE CABLE**

CAMPO TÉCNICO DE LA INVENCION

5 La presente invención pertenece al campo de la robótica, más específicamente a la robótica paralela accionada por cables. Esta invención tiene la capacidad de trasladar objetos y herramientas tridimensionalmente en un espacio de trabajo, lo que lo vuelve útil para aplicaciones industriales.

ANTECEDENTES DE LA INVENCION

10

Los robots paralelos accionados por cables son arquitecturas robóticas donde se unen varias cadenas cinemáticas en una plataforma móvil, al igual que en los robots paralelos de eslabones rígidos. No obstante, los robots paralelos accionados por cables tienen la peculiaridad de que algunos de los eslabones dentro de estas cadenas cinemáticas son cables. Es decir que son elementos mecánicos que únicamente pueden transmitir potencia por medio de tracción, ya que al ser elementos delgados y muy flexibles no pueden ejercer fuerzas significativas derivadas de flexiones, torsiones o compresiones.

15

Tradicionalmente la posición de la plataforma móvil se controla al modificar la longitud de los cables que conectan la plataforma móvil con el marco fijo, enrollándolos sobre cabrestantes conectados a servomotores que se controlan numéricamente por computadora. La combinación de la longitud de todos los cables que permite alcanzar una posición objetivo de la plataforma móvil se calcula mediante modelos matemáticos propios de cada variante de estos robots.

20

25

Uno de los principales retos para el diseño de este tipo de robots es garantizar que se alcance un equilibrio de todas las fuerzas y momentos que actúan sobre la plataforma móvil mientras esta experimenta distintas cargas de trabajo en diferentes posiciones. Este equilibrio se puede alcanzar con distintos enfoques lo que da lugar a familias dentro de los robots paralelos accionados por cables.

30

La primera de estas familias es la de los robots paralelos accionados por cables sub-restringidos, se caracterizan porque la fuerza que ejerce el peso de la plataforma móvil o alguna otra fuerza que no provenga de la tensión de los cables es indispensable para alcanzar el equilibrio. La principal ventaja de este enfoque es que, estos robots tienen un menor número de actuadores y suelen tener espacios de trabajos muy amplios.

Normalmente para este tipo de robots solo se requieren un conjunto de al menos tres cabrestantes colocados alrededor del área de trabajo a una altura superior a la que se busca alcanzar con la plataforma móvil. Esto los hace ideales para aplicaciones de gran tamaño; sin embargo, tienen la desventaja de estar muy limitados en cuanto al tipo de cargas de trabajo que pueden soportar, ya que cualquier fuerza aplicada que incluya un componente vertical opuesto al peso de la plataforma puede comprometer el equilibrio de fuerzas en la plataforma móvil y por lo tanto su estabilidad o precisión.

Ejemplos de este subgrupo son la patente US 20170350115A1, la cual se centra en mejorar la precisión y la eficiencia de la impresión 3D para aplicaciones a gran escala, como la construcción de mampostería, mediante el empleo de un sistema de soportes y dispositivos tensores para controlar con precisión la deposición de material.

La patente ES2952698T3 busca incrementar la variedad de cargas de trabajo soportadas al controlar activamente la ubicación del centro de masa de la plataforma móvil, modificando las ubicaciones de los centros de masa de algunos elementos del manipulador que están montados sobre la plataforma móvil. Al desplazar el centro de masa se pueden contrarrestar algunos momentos generados por las cargas de trabajo lo que mejora el desempeño del manipulador comparado con otras variantes sub-restringidas, Esto se logra mediante uno o varios dispositivos móviles colocados a bordo de la plataforma, cuyas posiciones están controladas para colocar el centro de masa en una región óptima.

Otra de las familias de estos robots son los manipuladores sobre restringidos, los cuales se caracterizan por tener un mayor número de cables conectado a la

plataforma móvil. Estos cables se colocan rodeando tridimensionalmente la plataforma móvil lo que provoca que la plataforma se pueda colocar en la posición objetivo y alcanzar un equilibrio únicamente modificando las tensiones de los cables, sin necesidad de una fuerza externa, lo que genera una mayor
5 estabilidad y variedad de cargas soportadas. Sin embargo, el incremento en el número de cables genera complicaciones adicionales como: la posibilidad de colisiones entre cables y el incremento de costos por el número de componentes adicionales.

Ejemplo de este tipo de manipulador es la patente US 5,585,707, en la cual la
10 plataforma móvil tiene 8 cabrestantes que controlan la longitud de 8 segmentos de cables que se fijan alrededor de un espacio de trabajo en los vértices de un hexaedro.

El último concepto necesario para entender la presente invención es el concepto de bucle o lazo cerrado de cable, el cual consiste tradicionalmente en un conjunto
15 de poleas por donde circula un cable cuyos extremos se encuentran unidos de forma que generan una trayectoria cerrada. Esto da lugar a una configuración similar a la de una banda, pero con la peculiaridad de que algunas poleas que integran estos circuitos se pueden desplazar impulsadas por las fuerzas de tensión que generan algunos segmentos de cables que conforman el mismo
20 circuito.

El lazo cerrado es un principio que en general ofrece ciertas ventajas como: un desgaste uniforme a lo largo de todo el cable, lo que prolonga su vida útil además de permitir mayor complejidad en la trayectoria que recorren los cables. Sin embargo, la implementación de este tipo de configuración suele complicar el
25 modelado matemático ya que además de tener que cumplir con el equilibrio de fuerzas, se añaden restricciones geométricas para conservar la longitud total de estos lazos constante. Estos obstáculos han limitado la aplicación de esta variante principalmente a modelos bidimensionales o planares, como el que se muestra en la patente japonesa JP7436759B1. En este diseño, controlando la
30 rotación de 2 poleas, se puede desplazar una pieza móvil que está unida a 2 poleas de rotación libre mientras todas las poleas se mantienen conectadas al mismo circuito de cable continuo.

La patente US 2008/0054836A1 es la más cercana a la presente invención, ya que incorpora en su diseño algunos principios que coinciden con el desarrollo que se describe aquí, como la posible integración de cables en bucles cerrados y la conexión a la plataforma móvil por medio de cuartetos de poleas que se pueden orientar. Por otra parte, la principal diferencia es que la patente US 2008/0054836A1 es un manipulador enfocado en simplificar el control de la posición de la plataforma móvil, por eso su configuración es sub restringida, es decir que requiere forzosamente la presencia de una fuerza que aparte la plataforma de sus apoyos, esta puede ser la fuerza de gravedad o de flotación, lo que limita el tipo de cargas que puede soportar.

La presente invención aborda una combinación del principio de lazo cerrado con la configuración sobre restringida en un manipulador tridimensional, para conseguir las ventajas de ambas variantes. En el estado de la técnica no se encuentra ningún robot paralelo accionado por cables sobre restringido que utilice 2 bucles cerrados de cable para desplazar la plataforma móvil dentro de su espacio de trabajo tridimensional, lo que distingue a la presente invención.

La disposición y el funcionamiento de cada componente de la presente invención, descritos más adelante, buscan simplificar el modelado matemático y garantizar que existan combinaciones de las posiciones angulares y los torques de las poleas actuadas que, en su conjunto, lleven a la plataforma móvil a una posición objetivo dentro del espacio de trabajo. Al mismo tiempo, se consigue un equilibrio de fuerzas y momentos que actúan sobre la plataforma móvil. Estas fuerzas y momentos incluyen la tensión de todos los cables y la carga combinada de trabajo, la cual se define como la suma del peso de la plataforma móvil, las fuerzas inerciales y las fuerzas externas, como podrían ser el viento o las fuerzas de reacción derivadas de la interacción de alguna herramienta montada sobre la plataforma móvil con otras piezas de trabajo.

OBJETIVO DE LA INVENCION

El objetivo de la presente invención es proponer un robot paralelo accionado por dos cables que forman lazos cerrados, y que permite posicionar una plataforma

móvil realizando una traslación en tres dimensiones. La plataforma móvil puede ser equipada con diferentes herramientas para adaptarse a aplicaciones industriales. En la presente invención, al utilizar cables que forman lazos cerrados se incrementa la estabilidad de la plataforma al crear un sistema redundante, que cuenta con 16 segmentos de cable que unen la plataforma móvil con la fija pero que únicamente utiliza 8 actuadores para controlar la longitud de estos segmentos.

PROBLEMA TÉCNICO A RESOLVER

El problema principal para diseñar un manipulador paralelo accionado por cables que forman lazos cerrados es la complejidad matemática derivada de las restricciones de equilibrio de fuerzas en la plataforma móvil y la longitud constante a lo largo del lazo. La complicación en el equilibrio de fuerzas se deriva de las fuerzas en los segmentos entre la plataforma móvil y las poleas orientables del marco fijo. Las fuerzas en los segmentos pertenecientes al mismo lazo y entre dos poleas actuadas comparten la misma magnitud derivada de la tensión constante en ese tramo del cable. Además, la dirección de las fuerzas depende de la dirección del cable que es función de la posición de la plataforma móvil. Estas restricciones demandan modelos matemáticos conformados por sistemas de ecuaciones no lineales con mayor número de variables, en comparación con otras configuraciones más convencionales, especialmente si se busca un manipulador capaz de trabajar en un espacio tridimensional.

La presencia y distribución de cada uno de los componentes que conforman los circuitos de poleas que recorren los lazos de cable, garantizan que existan combinaciones de torques y desplazamientos angulares en los servomotores que lleven a la plataforma móvil a una posición objetivo mientras soporta las cargas de trabajo demandadas para realizar distintas tareas.

BREVE DESCRIPCIÓN DE LA INVENCION

La presente invención se refiere a un robot paralelo accionado por cables sobre restringido, conformado por un marco fijo y una plataforma móvil conectados mediante dos lazos cerrados de cable que recorren un sistema de poleas configuradas para permitir el movimiento preciso de la plataforma dentro de un volumen de trabajo tridimensional. El diseño incluye poleas orientables que aseguran una alineación dinámica del cable, poleas actuadas para el control del movimiento, y poleas tensoras que mantienen la tensión constante del sistema. La plataforma móvil es capaz de portar herramientas intercambiables, permitiendo su aplicación en tareas de automatización, manufactura o investigación.

DESCRIPCIÓN DE LAS FIGURAS

- Figura 1 es una vista lateral del robot.
- Figura 2 es una vista isométrica de un lazo de cable recorriendo el circuito de poleas 3a.
- Figura 3 es una vista isométrica del robot.
- Figura 4 es una vista lateral del subensamble de poleas del marco fijo.
- Figura 5 es una vista seccionada del subensamble de poleas del marco fijo.
- Figura 6 es una vista isométrica de la plataforma móvil.
- Figura 7 es una vista seccionada de la plataforma móvil.
- Figura 8 es una vista superior del robot.
- Figura 9 es una vista frontal de subconjunto de poleas con tensor.
- Figura 10 es una vista frontal de subconjunto de poleas sin tensor.

DESCRIPCIÓN DETALLADA DE LA INVENCION

La presente invención es un **robot paralelo tridimensional accionado por dos lazos cerrados de cable**. Como se muestra en la Figura 1, el robot está conformado por un marco fijo (1), el cual es una estructura rígida y estática que

5 sujeta los componentes que están montados sobre ella rodeando el espacio de trabajo y la plataforma móvil (2). Dicha plataforma es la parte móvil del robot y es la encargada de transportar las herramientas de trabajo hasta la posición objetivo. Ambas partes están unidas por dos lazos cerrados de cable (3a, 3b) formando un bucle para la parte superior del robot (3a) y uno para la parte inferior

10 (3b) ambos bucles son gemelos, es decir recorren el mismo número y tipo de poleas, pero están rotados 180° respecto uno respecto al otro.

En la Figura 2 se puede ver de forma simplificada el recorrido que realiza el bucle de cable (3a) por un circuito conformado por cinco tipos diferentes de poleas:

- (9) poleas de marco fijo.
- 15 (19) poleas tensoras.
- (20) poleas auxiliares.
- (21) poleas actuadas.
- (26) poleas de la plataforma móvil

En la Figura 3 se puede ver cómo se montan sobre el marco fijo (1) los

20 subensambles (4) y sus contrapartes simétricas (5), que sujetan las poleas del marco fijo (9). Estos subensambles se ven a detalle en las Figuras 4 y 5 están conformados por la polea (9), que puede rotar libremente sobre el eje (10) y el rodamiento (12). El eje (10) está montado en el soporte rotativo (8) el cual a su vez está unido a los soportes (6 y 7) por medio de rodamientos cónicos (11)

25 como se muestra en la Figura 5.

Este subensamble permite que la polea (9) se pueda orientar rotando sobre el eje (13) que es tangente a la polea (9), lo que provoca que ese punto de tangencia donde inicia el segmento de cable que pasa por en medio del rodamiento cónico (11b) se mantenga en la misma posición, sin importar la

orientación que la polea (9) adquiera para alinearse con la polea (26) que se encuentra en alguno de los subensambles (16) montados en la plataforma móvil. Como se observa en la Figura 6, hay ocho subensambles del tipo (16) sobre la plataforma móvil, estos subensambles forman 2 grupos de 4 para cada lazo de cable (3a y 3b) uno en la parte superior y otro en la inferior de la plataforma. También en esa misma Figura 6 se pueden observar los tornillos 22 que sirven para montar las herramientas intercambiables en la plataforma, ya sea en la parte superior o inferior.

En la Figura 7 se puede ver a detalle cómo las poleas del tipo (26) están montadas en subensambles del tipo (16). Los subensambles (16) están conformados por soportes (24) que se unen a la plataforma (2) a través de una flecha (30). Los rodamientos axiales (29) permiten que los subensambles (16) se puedan orientar rotando sobre el eje (27). El soporte (24) se une al soporte (25) por medio de rodamientos (23), lo que permite orientar a la polea (26) rotando sobre el eje (31). Gracias a este mecanismo, la polea (26) se puede orientar en dos grados de libertad, lo que asegura que el cable encuentre la posición que permite que cada subensamble del tipo (16) se conecte mediante segmentos de cable con los dos subensambles del tipo (4 y 5) que le corresponden.

Geométricamente esto significa que los dos puntos de tangencia donde hace contacto los dos segmentos de cable que se unen con una polea (26) y los dos puntos de tangencia donde dichos segmentos se conectan con sus respectivas poleas del tipo (9) compartan un solo plano, el cual coincide con el plano medio de la polea (26) lo cual es importante para los cálculos de modelo matemático. Las poleas (26) pueden girar libremente sobre los rodamientos (28) y es únicamente la fuerza ejercida por la tensión de los cables la que provoca que las poleas se orienten gracias a la canaleta en el perímetro de las poleas. Esto mantiene el plano medio de las poleas alineado con el cable en todo momento.

El circuito de poleas que recorre cada bucle se completa con dos subconjuntos que incluyen poleas tensoras (14a y 14b), y dos que no tienen polea tensora (15a y 15b) estos subconjuntos se encuentran montados cada uno enfrente de su subconjunto gemelo como se ve en la figura 8.

En la Figura 9 se muestran los detalles de los subconjuntos (14). En la Figura 2 se muestra el detalle de los subconjuntos (15). Ambos conjuntos incluyen poleas del tipo (20), las cuales son únicamente poleas auxiliares con una orientación fija, que pueden girar libremente sobre rodamientos y están montadas en el marco (1). Las poleas del tipo (21) también están presentes en ambos conjuntos y son poleas actuadas, es decir, están conectadas a servomotores y son las encargadas de mover mediante fricción el cable dentro del circuito para desplazar la plataforma móvil (2).

Los conjuntos del tipo (14) tienen poleas tensoras (19) que pueden girar libremente y están conectadas a un resorte (18) que se une al marco fijo (1) mediante un soporte (17). Este resorte permite que la polea (19) se pueda desplazar verticalmente, lo que modifica la longitud de los segmentos de cable que conectan la polea (19) con las poleas (20 y 21). De esta forma, se pueden compensar las variaciones de longitud de todos los otros segmentos que conforman el circuito, lo que garantiza que la longitud total del lazo de cable mostrado en la Figura 2 se mantenga constante, mientras que los segmentos de cable entre poleas (9) y (26) modifican su longitud para que la plataforma móvil (2) se desplace dentro del espacio de trabajo.

Con lo anterior se completa el robot, el cual se controla al ajustar la posición angular y el torque de las ocho poleas actuadas (21), permitiendo desplazar la plataforma móvil (2), la cual puede estar equipada con una variedad de herramientas dependiendo de la tarea que se quiera realizar con el robot.

EL MEJOR MÉTODO CONOCIDO O LA MEJOR MANERA PREVISTA POR
EL SOLICITANTE PARA REALIZAR LA INVENCION REIVINDICADA

El mejor método conocido o la mejor manera prevista por el solicitante para realizar la presente invención, consiste en la implementación de un robot paralelo tridimensional accionado por dos lazos cerrados de cable, según la configuración descrita en esta memoria técnica.

En particular, la disposición mostrada en las Figuras 1 a 10 ejemplifica la implementación más adecuada de la invención. En ellas se puede observar la arquitectura general del robot, la configuración del recorrido de los cables, los subensambles del marco fijo, la orientación de las poleas móviles, así como los
5 mecanismos de ajuste de tensión y montaje de herramientas en la plataforma.

La invención se construye a partir de un marco fijo (1), el cual actúa como estructura de sujeción para el sistema completo, y una plataforma móvil (2) diseñada para portar herramientas o dispositivos funcionales. Ambos elementos se conectan mediante dos lazos cerrados de cable (3a y 3b) que recorren un
10 conjunto de poleas de distintos tipos, entre ellas: poleas orientables del marco fijo (9), poleas tensoras (19), poleas auxiliares (20), poleas actuadas (21) y poleas de la plataforma móvil (26). Cada lazo forma un circuito cerrado que posibilita el posicionamiento de la plataforma móvil dentro del espacio de trabajo tridimensional.

15 Para lograr el movimiento controlado de la plataforma, se utilizan ocho poleas actuadas (21) conectadas a servomotores, que ajustan la longitud de los segmentos de cable implicados. Esto permite realizar desplazamientos precisos en tres ejes cartesianos, mientras se mantiene la estabilidad estructural gracias a la redundancia generada por los 16 segmentos de cable activos.
20 Adicionalmente, el diseño incluye poleas tensoras (19) que compensan dinámicamente las variaciones de longitud en el sistema, asegurando que la longitud total de cada lazo se mantenga constante.

La configuración sobre restringida permite compensar fuerzas externas para mantener el equilibrio, lo que amplía el rango de aplicaciones posibles,
25 incluyendo tareas de automatización, manufactura, inspección y manipulación robótica.

Esta implementación representa la manera más completa, funcional y técnicamente viable de realizar la invención, conforme a lo previsto por los inventores.

REIVINDICACIONES

Habiendo descrito suficiente nuestra invención, la consideramos como una novedad y por lo tanto reclamamos como de nuestra exclusiva propiedad, lo
5 contenido en las siguientes cláusulas:

1. Un robot paralelo accionado por dos cables que forman lazos cerrados.
Dicho dispositivo **se caracteriza por** estar conformado por poleas del tipo (9,19, 20 y 21) montadas sobre un marco fijo (1) y poleas del tipo (26) montadas sobre la plataforma móvil (2). Estos circuitos de poleas se
10 caracterizan por contar con poleas actuadas (21) las cuales pueden ser impulsadas por servomotores o motores a pasos. El circuito incluye poleas tensoras (19) conectadas a un resorte, banda elástica, contrapeso o pistón neumático; y también incluye poleas (20 y 21) las cuales se caracterizan por la capacidad de orientarse al rotar sobre un eje tangente
15 a la polea.
2. Un robot paralelo accionado por dos cables que forman lazos cerrados de conformidad con la reivindicación 1, **caracterizado porque** respeta la secuencia en la que las poleas se conectan dentro de los circuitos recorridos por los bucles de cable (3), sin importar las variaciones que no
20 afecten el funcionamiento del robot como el tamaño del marco fijo (1), los diámetros de las poleas o la longitud total de bucle.
3. Un robot paralelo accionado por dos cables que forman lazos cerrados de conformidad con la reivindicación 1, **caracterizado por** integrar herramientas en la plataforma móvil, incluyendo como ejemplo: sensores,
25 pinzas, cámaras, bocinas, láseres, herramientas de corte, entre otras.

RESUMEN DE LA INVENCION

La invención describe un robot paralelo accionado por cables que permite mover una plataforma móvil en tres dimensiones, utilizando dos lazos cerrados de cable conectados a un marco fijo mediante una serie de poleas. Este sistema de cables es accionado por solo ocho actuadores, lo que garantiza un alto grado de estabilidad en la plataforma gracias a la redundancia proporcionada por los 16 segmentos de cable. Las poleas de tipo rotativo y tensoras ajustan la longitud de los cables para permitir el movimiento preciso de la plataforma, incluso bajo diversas cargas. El robot es útil para aplicaciones industriales que requieren un sistema de manipulación y posicionamiento en un espacio tridimensional.

El diseño del robot emplea un enfoque innovador al integrar cables en bucles cerrados y combinar diferentes tipos de poleas que pueden orientarse para ajustar las trayectorias de los cables. Esto simplifica el modelado matemático y mejora la precisión del movimiento. La plataforma móvil puede ser equipada con diversas herramientas, como sensores, cámaras o pinzas, dependiendo de la tarea que se requiera realizar. El robot está diseñado para operar de manera eficiente y estable incluso cuando se enfrenta a fuerzas externas, como el viento o el peso adicional de las herramientas montadas.

20

25

FIGURAS
1/5

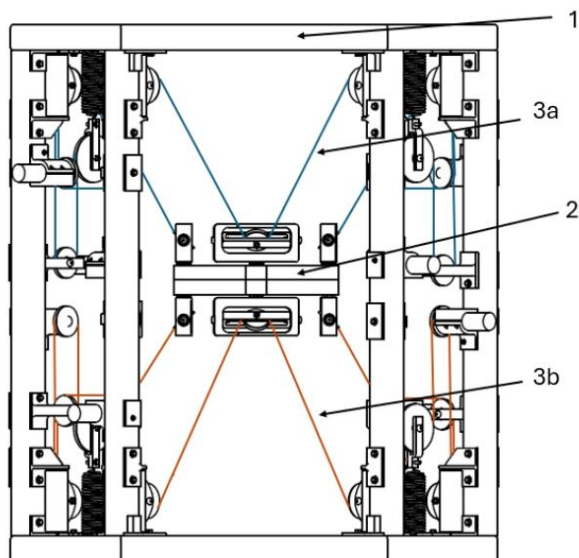


Figura 1

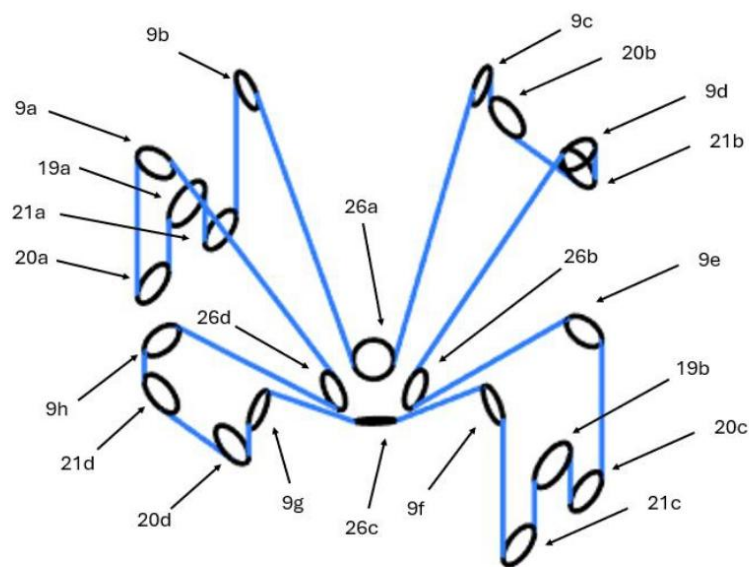


Figura 2

FIGURAS
2/5

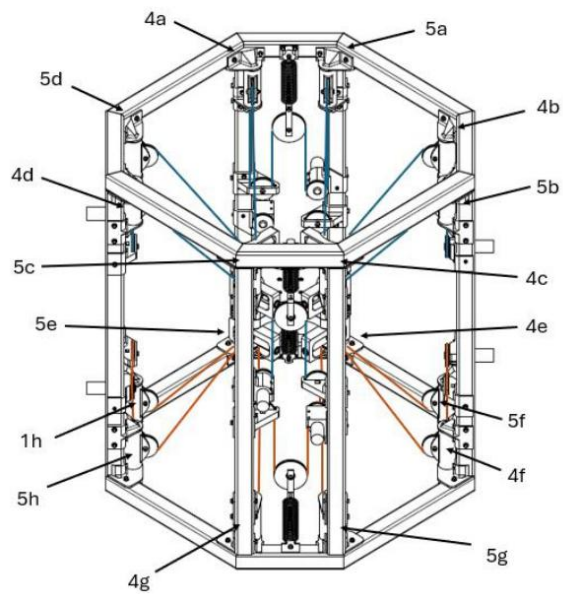


Figura 3

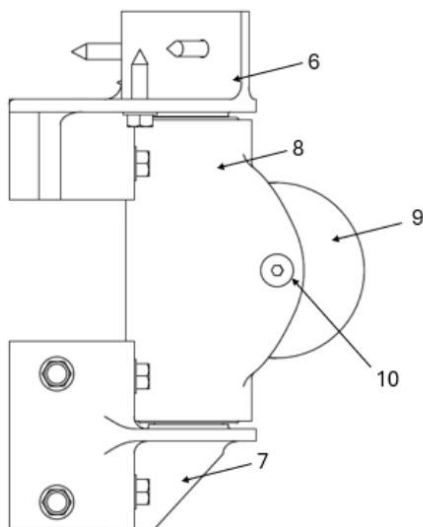


Figura 4

FIGURAS
3/5

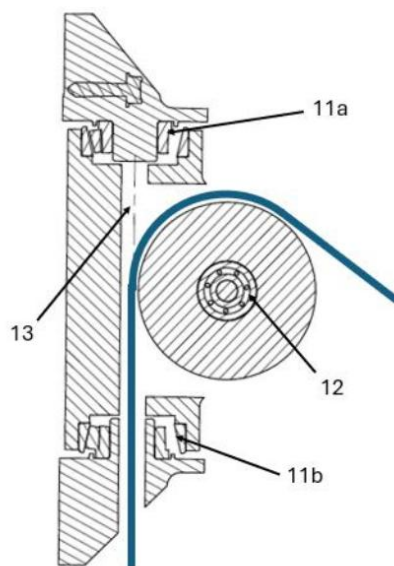


Figura 5

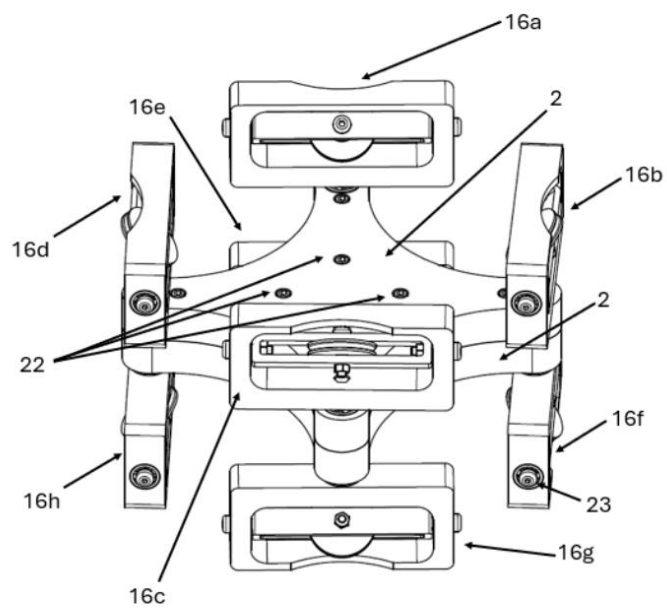


Figura 6

**FIGURAS
4/5**

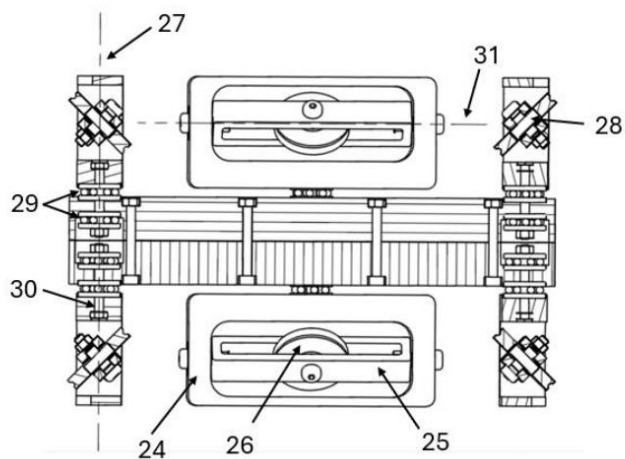


Figura 7

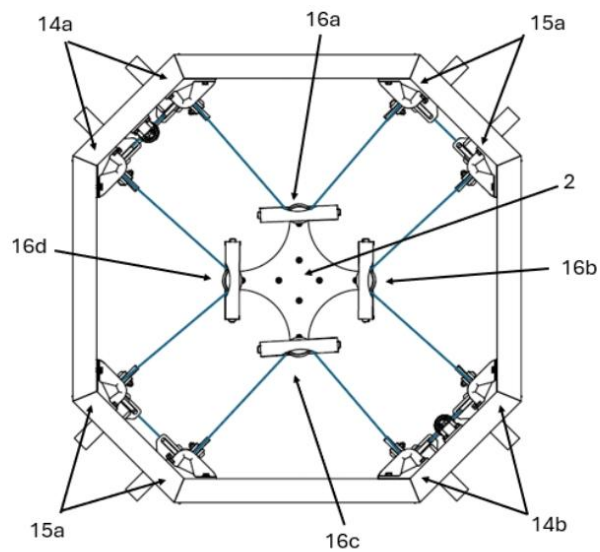


Figura 8

FIGURAS
5/5

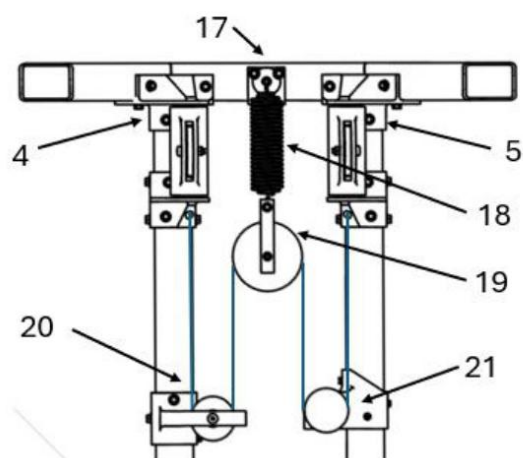


Figura 9

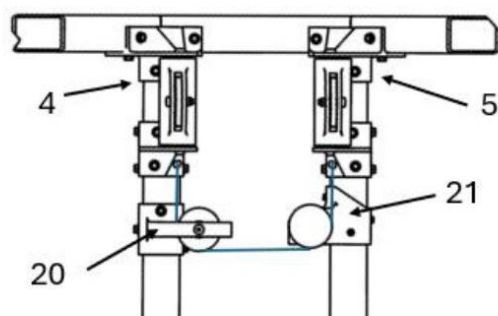


Figura 10

Anexo B: Código versión planar RPAC2DResorteV2.m

```
clc
clear
close all

L=50;%cm
L2=50;%cm
N=6;%numero de poleas
R=8;%radio del centro la plataforma movil al centro de sus poleas
r1=5;%radio de poleas de motores
r2=6;%radio poleas ´plataforma movil
r3=3;%radio de polea intermedia
r4=4;%radio de polea tenzora
apt=asin((r3+r4)/L2);%angulo desface poleas tensoras
Ccab=[.5,.8,.3];%color cable
Pos=[0,0];%posicion
axis([- .8 .8 -1.6 1 ]*1.2*L);
axis equal
xlabel('x [cm]');
ylabel('y [cm]');
P=zeros(2,4,9);

%Gresorte([0,0],[10,10])
pf=arNpoleas([0,0],L,N,r1,[0,.7,0],pi/6); %actuadores
pm=arNpoleas(Pos,R,3,r2,[.5,0,0],0); %plataforma movil
pI1=arNpoleas([0,0],L2,3,r3,[0,.4,.4],pi/3+apt); %poleas tensoras
pI2=arNpoleas([0,0],L2,3,r3,[0,.4,.4],pi/3-apt);
pS=arNpoleas([0,0],L2*1.8,3,r3/3,[0,.4,.4],pi/3); %puntos del soporte
A = vectRes(pS);
pT=arNpoleas([0,0],L2*1.4,3,r4,[1,1,1],pi/3); %puntos del soporte
pT = despVec(pT,A,[0,0,0],3,r4);%desplazamientos de resorte S
```

```

P(:,1)=cable2poleas(pf(2,:),pI1(1,:),r1,r3,Ccab,2);%1 a 2
P(:,2)=cable2poleas(pI1(1,:),pT(1,:),r3,r4,Ccab,1);% 2 a 3
P(:,3)=cable2poleas(pT(1,:),pI2(1,:),r4,r3,Ccab,2);% 3 a 4
P(:,4)=cable2poleas(pI2(1,:),pf(1,:),r3,r1,Ccab,1);%4 a 5
P(:,5)=cable2poleas(pf(1,:),pm(1,:),r1,r2,Ccab,2);% 5 a 6
P(:,6)=cable2poleas(pm(1,:),pf(6,:),r2,r1,Ccab,1);% 7 a 6
P(:,7)=cable2poleas(pf(6,:),pI1(3,:),r1,r3,Ccab,2);% 8 a 7
P(:,8)=cable2poleas(pI1(3,:),pT(3,:),r3,r4,Ccab,1);% 8 a 9
P(:,9)=cable2poleas(pT(3,:),pI2(3,:),r4,r3,Ccab,2);% 9 a 10
P(:,10)=cable2poleas(pI2(3,:),pf(5,:),r3,r1,Ccab,1);%10 a 11
P(:,11)=cable2poleas(pf(5,:),pm(3,:),r1,r2,Ccab,2);%11 a 12
P(:,12)=cable2poleas(pm(3,:),pf(4,:),r2,r1,Ccab,1);%12 a 13
P(:,13)=cable2poleas(pf(4,:),pI1(2,:),r1,r3,Ccab,2);%13 a 14
P(:,14)=cable2poleas(pI1(2,:),pT(2,:),r3,r4,Ccab,1);% 14 a 15
P(:,15)=cable2poleas(pT(2,:),pI2(2,:),r4,r3,Ccab,2);% 15 a 16
P(:,16)=cable2poleas(pI2(2,:),pf(3,:),r3,r1,Ccab,1);%16 a 17
P(:,17)=cable2poleas(pf(3,:),pm(2,:),r1,r2,Ccab,2);%17 a 18
P(:,18)=cable2poleas(pm(2,:),pf(2,:),r2,r1,Ccab,1);%18 a 1

%}

```

```

Gresorte(pS(1,:),pT(1,:));
Gresorte(pS(2,:),pT(2,:));
Gresorte(pT(3,:),pS(3,:));

```

```

%Ltot=Lsegcon(P,1,18,0,0)
Ltot=Lsegcon(P,5,6,1,1)
Ltot=Lsegcon(P,11,12,1,1)
%Ltot=Lsegcon(P,17,18,1,1)
%Ltot=Lsegcon(P,1,4,0,0)

```

```

Q(1)=angulosT(P(:,1),1);
Q(2)=angulosT(P(:,4),2);
Q(3)=angulosT(P(:,7),1);

```

```

Q(4)=angulosT(P(:,10),2);
Q(5)=angulosT(P(:,13),1);
Q(6)=angulosT(P(:,16),2);
angulosT(P(:,6),1)

```

```

function Ltot=Lsegcon(P,L1,L2,A1,A2)%%funcion que encuentra la longitud de cable de un segmento
entre la

```

```

%           los cables L1 y L2 conciderando o no las
%           longitudes de arco anterior A1 o posterior
%           A2

```

```

N=size(P,3);
Ve=zeros(N,2);
Ltot=0;
if A1==1
    aa=LonArcPo(P(:,L1),P(:,L1-1));
    Ltot=Ltot+LonArcPo(P(:,L1),P(:,L1-1));

```

```

end

```

```

for i=L1:L2

```

```

    %<>

```

```

    %i

```

```

    Lon=0;

```

```

    Ve(i,1)=P(2,1,i)-P(1,1,i);

```

```

    Ve(i,2)=P(2,2,i)-P(1,2,i);

```

```

    if i>L1

```

```

        Lon=LonArcPo(P(:,i),P(:,i-1));

```

```

    end

```

```

    norm(Ve(i,:))

```

```

    Ltot=Ltot+norm(Ve(i,:))+Lon;

```

```

end

```

```

if A2==1

```

```

    ap=LonArcPo(P(:,L2),P(:,L2+1));

```

```

    Ltot=Ltot+LonArcPo(P(:,L2),P(:,L2+1));

```

```

end
end
%%% generador de poleas axicimetricas
function pf =arNpoleas(O,L,N,r,C,D)%cordenadas origen,distancia al centro,num de poleas,radio
poleas,color,desfece rot en rad
pf=zeros(N,2);
for i=1:N
pf(i,1)=O(1)+L*sin((i-1)*((2*pi)/N)+D);
pf(i,2)=O(2)+L*cos((i-1)*((2*pi)/N)+D);
hold on
viscircles(pf(i,:),r,'Color',C);
end
plot(pf(:,1),pf(:,2),'o','Color',C);
end
function Q=angulosT(P,np)%funcion para calcular los angulos theta respetando el formato de entrada
%de la salida de la funcion P=cable2poleas
% np es numero de polea sobre el que se calcula Q puede ser 1 o 2

ca=(P(np,1)-P(np,3));
co=(P(np,2)-P(np,4));
h=sqrt(ca^2+co^2);
Q=2*atan((co/h)/(1+(ca/h)));

end

%%% calculo de vectores entre poleaas
function P=cable2poleas (cc1,cc2,rr1,rr2,C,V)%cordenadas punto 1,cordenadas punto 2, radio 1, radio 2,
color, variante(configuracion de polea
% P=[t1x t1y c1x c1y] t = puntos de tangencia
% [t2x t2y c2x c2y] c = centro de polea

C1=[.5,.5,.5];
ca=(-cc1(1)+cc2(1));
co=(-cc1(2)+cc2(2));
h=sqrt(ca^2+co^2);

```

```

B=2*atan((co/h)/(1+(ca/h)));
w=acos((rr1+rr2)/(sqrt((-cc1(1)+cc2(1))^2+(-cc1(2)+cc2(2))^2)));
if V==1
    a1=B+w;
    a2=a1+pi;
else
    if V==2
        a1=B-w;
        a2=a1+pi;
    else
        if V==3
            w=asin((rr2-rr1)/(sqrt((cc1(1)-cc2(1))^2+(cc1(2)-cc2(2))^2)));
            a1=(pi/2)+B+w;
            a2=a1;
        else
            if V==4
                w=asin((rr2-rr1)/(sqrt((cc1(1)-cc2(1))^2+(cc1(2)-cc2(2))^2)));
                a1=-(pi/2)+B-w;
                a2=a1;
            end
        end
    end
end
end
end
P(1,3)=cc1(1);
P(1,4)=cc1(2);
P(2,3)=cc2(1);
P(2,4)=cc2(2);

P(1,1)=cc1(1)+rr1*(cos(a1));
P(1,2)=cc1(2)+rr1*(sin(a1));
plot([cc1(1),P(1,1)],[cc1(2),P(1,2)],'Color',C1)

P(2,1)=cc2(1)+rr2*(cos(a2));
P(2,2)=cc2(2)+rr2*(sin(a2));
plot([cc2(1),P(2,1)],[cc2(2),P(2,2)],'Color',C1)

```

```

B*180/pi;
%w
a1*180/pi;
a2*180/pi;
plot(P(:,1),P(:,2),'Color',C)

end

%% longitud de arco
function Lon=LonArcPo(P1,P2)
%P1;
%P2;
%disp("entro en el ghdyzm")
if P1(1,3)==P2(1,3)&&P1(1,4)==P2(1,4)
    % disp("entro en el 1");
    u=[P1(1,1)-P1(1,3),P1(1,2)-P1(1,4)];
    v=[P2(1,1)-P1(1,3),P2(1,2)-P1(1,4)];
else
    if P1(1,3)==P2(2,3)&&P1(1,4)==P2(2,4)
        % disp("entro en el 2");
        u=[P1(1,1)-P1(1,3),P1(1,2)-P1(1,4)];
        v=[P2(2,1)-P1(1,3),P2(2,2)-P1(1,4)];
    else
        if P1(2,3)==P2(2,3)&&P1(2,4)==P2(2,4)
            % disp("entro en el 3");
            u=[P1(2,1)-P1(2,3),P1(2,2)-P1(2,4)];
            v=[P2(2,1)-P1(2,3),P2(2,2)-P1(2,4)];
        else
            if P1(2,3)==P2(1,3)&&P1(2,4)==P2(1,4)
                % disp("entro en el 4");
                u=[P1(2,1)-P1(2,3),P1(2,2)-P1(2,4)];
                v=[P2(1,1)-P1(2,3),P2(1,2)-P1(2,4)];
            end
        end
    end
end
end

```

```

end

theta=acos(dot(u,v)/(norm(u)*norm(v)));
Lon=theta*norm(u);

end

%% graficar resorte
function Gresorte(P1,P2)%dibuja un rezorte entre 2 puntos
L=norm(P1-P2);%distancia entre 2 puntos
l=5;%ancho del resorte
a1=atan((P2(2)-P1(2))/(P2(1)-P1(1)));
a2=a1+pi/2;
P=[0,.3,.35,.45,.55,.65,.7,1]*L;
pP=zeros(8,2);
pP(:,1)=P*cos(a1);
pP(:,2)=P*sin(a1);
D(1)=l*cos(a2);
D(2)=l*sin(a2);
pP([3,5],:)=pP([3,5],:)+D;
pP([4,6],:)=pP([4,6],:)-D;

plot(P2(1)+pP(:,1),P2(2)+pP(:,2),'Color',[0,0,0])
end

%%
function A = vectRes(P)
A=zeros(3,1);
for i =1:3
    A(i)=atan(P(i,2)/P(i,1));
end
end

%%
function Vn = despVec(Ve,A,D,N,r)%vector inicial, angulos, desplazamientos, dimension del vector
Vn=zeros(N,2);
for i=1:N
    Vn(i,1)=Ve(i,1)+D(i)*cos(A(i));
    Vn(i,2)=Ve(i,2)+D(i)*sin(A(i));

```

```

        viscircles(Vn(i,:),r,'Color',[0,.4,.4]);
end
plot(Vn(:,1),Vn(:,2),'o','Color',[0,.4,.4]);
end

```

Anexo C: Código versión 3D RPAC3DV18.m

```

clear all
%close all
clc

format long

lw=2;%qncho de linea grafica
r1=3;%radio polea fija
r2=2.5;%radio polea movil
r3=3;%radio polea actuada
R=14.14;%distancia entre centro de plataforma movil y sus poleas
Dz=7.6;%desface vertical de las poleas en la plataforma movil
Zpa=[4.7,4.7,4.7,4.7,4.7,4.7,4.7,4.7,4.7];%altura poleas actuadas
Li=30;%pocicion inicial de las poleas tensoras
k=.5;%rigides del resorte en N/cm
Tc1=(Li*k)/2;%tencion inicial del cable
Sa=ones(8,1)*Li;%desplasmientos resortes inicial
Cu=[0,0,-29.92];%carga util
Mu=[0,0,0];%momento util
RoL=[0,1,0,1,0,1,0,1];% 1 indica terciac co polea tensora 0 es terciac con coneccion simple
To=200;%torque de motor

```

```

Dimr=45;
Dima=25;
Dimz=50;

pun1=[-Dimr,Dima,Dimz];%punto de union con el marco, tangente en la polea fija 1
cpm1=[0,0,0];%centro de la plataforma movil
pun3=[-Dimr,-Dima,Dimz];%punto de union con el marco, tangente en la polea fija 2
pun4=[-Dimr,Dima,-Dimz];
pun5=[-Dimr,-Dima,-Dimz];
cpm2=[0,0,0];

%angulos de rracion de tercias de poleas
alpha1=0;
alpha2=2*pi/4;
alpha3=pi;
alpha4=-2*pi/4;
alpha5=0;
alpha6=2*pi/4;
alpha7=pi;
alpha8=-2*pi/4;

alpha=[alpha1,alpha2,alpha3,alpha4,alpha5,alpha6,alpha7,alpha8];

A=zeros(9,1);%angulos
T=zeros(1,16);%tenciones de segmentos y angulos de poleas actuadas
LCa=zeros(8,1);%longitudes de segmentosC
Coo=zeros(9,3,8);%matriz con las cordenadas de los 9 puntos de las 6 tercias
%An1=zeros(7,1);(9,6)
An1=[1,-.8,.8,0,pi,0.7,0.7,0,2000]*ones(1,8);%angulos
An2=zeros(9,8);
TyA1=[1,1,1,1,1,1,1,1,0,0,0,0,0,0,0]*Tc1;%tenciones de segmentos y angulos de poleas actuadas
TyA2=zeros(1,16);
%ubt=ones(1,8)*(Dimz-Dz)*k/2;%limite superior tenciones
ubt=ones(1,8)*To/r3%limite superior tenciones

```

```

for i=2:2:8
    if (Dimz-Zpa(i))*k/2<=ubt(i)
        ubt(i)=(Dimz-Zpa(i))*k/2;
    end
end

lbt=zeros(1,8);%limite inferior tenciones
Lrot=ones(1,8)*10*pi;%limite rotacion angular poleas actuadas
lb=[lbt,-Lrot]%loguer bonderi fmincom
ub=[ubt,Lrot]%oper bonderi fmincom

% puntos equivalentes de centros de poleas
ptR1=cenRelPM(cpm1,-alpha1,Dz,R);
ptR2=cenRelPM(cpm1,-alpha2,Dz,R);
ptR3=cenRelPM(cpm1,-alpha3,Dz,R);
ptR4=cenRelPM(cpm1,-alpha4,Dz,R);
ptR5=cenRelPM(cpm1,-alpha5,-Dz,R);
ptR6=cenRelPM(cpm1,-alpha6,-Dz,R);
ptR7=cenRelPM(cpm1,-alpha7,-Dz,R);
ptR8=cenRelPM(cpm1,-alpha8,-Dz,R);

options = optimset('MaxFunEvals',10000000,'MaxIter',1000000);

AnCo=zeros(4,8);

%tercia 1 de poleas
fun1=@(A)sisdeEcS(A,pun1,ptR1,pun3,r1,r2);
An2(:,1)=fsolve(fun1,An1(:,1),options);
[Coo(:,1),AnCo(:,1)]=Plot3pol(An2(:,1),pun1,ptR1,pun3,r1,r2,alpha1,lw,1);
%tercia 2 de poleas
fun2=@(A)sisdeEcS(A,pun1,ptR2,pun3,r1,r2);
An2(:,2)=fsolve(fun2,An1(:,2));
[Coo(:,2),AnCo(:,2)]=Plot3pol(An2(:,2),pun1,ptR2,pun3,r1,r2,alpha2,lw,1);
%tercia 3 de poleas
fun3=@(A)sisdeEcS(A,pun1,ptR3,pun3,r1,r2);

```

```

An2(:,3)=fsolve(fun3,An1(:,3));
[Coo(:,3),AnCo(:,3)]=Plot3pol(An2(:,3),pun1,ptR3,pun3,r1,r2,alpha3,lw,1);
%tercia 4 de poleas
fun4=@(A)sisdeEcS(A,pun1,ptR4,pun3,r1,r2);
An2(:,4)=fsolve(fun4,An1(:,4));
[Coo(:,4),AnCo(:,4)]=Plot3pol(An2(:,4),pun1,ptR4,pun3,r1,r2,alpha4,lw,1);
%-----Poleas inferiores-----
%tercia 5 de poleas
fun5=@(A)sisdeEcI(A,pun4,ptR5,pun5,r1,r2);
An2(:,5)=fsolve(fun5,An1(:,5));
[Coo(:,5),AnCo(:,5)]=Plot3pol(An2(:,5),pun4,ptR5,pun5,r1,r2,alpha5,lw,1);
%tercia 6 de poleas
fun6=@(A)sisdeEcI(A,pun4,ptR6,pun5,r1,r2);
An2(:,6)=fsolve(fun6,An1(:,6));
[Coo(:,6),AnCo(:,6)]=Plot3pol(An2(:,6),pun4,ptR6,pun5,r1,r2,alpha6,lw,1);
%tercia 7 de poleas
fun7=@(A)sisdeEcI(A,pun4,ptR7,pun5,r1,r2);
An2(:,7)=fsolve(fun7,An1(:,7));
[Coo(:,7),AnCo(:,7)]=Plot3pol(An2(:,7),pun4,ptR7,pun5,r1,r2,alpha7,lw,1);
%tercia 8 de poleas
fun8=@(A)sisdeEcI(A,pun4,ptR8,pun5,r1,r2);
An2(:,8)=fsolve(fun8,An1(:,8));
[Coo(:,8),AnCo(:,8)]=Plot3pol(An2(:,8),pun4,ptR8,pun5,r1,r2,alpha8,lw,1);

%longitud de arco de los segmentos C
LCa=longlasoSegC(Coo,r1,r2);

% options = optimset('MaxFunEvals',10000000,'MaxIter',1000000);
% fun7=@(T)equilibrionFyL(T,Coo,cpm1,Cu,Mu,Sa,LCa,r1,r2,r3,k)
% Te=fsolve(fun7,TyA1,options);
% TyA2=Te;

%fmincon solucion.....
nonlcon = @(T)equilibrionFyL2(T,Coo,cpm1,Cu,Mu,Sa,LCa,r1,r2,r3,k);
TyA2 = fmincon(@(T)0,TyA1,[],[],[],[],lb,ub,nonlcon)

```

%grafica del marco fijo

Cmf=grafest(Coo,lw,1);

Cmf=grafest(Coo,lw,5);

%grafica de las poleas actuadas

ast1=grafActu(r3,Coo(9,:,4),Coo(1,:,1),Coo(9,:,1),Coo(1,:,2),Zpa(4),Zpa(1),lw,1);

ast2=grafActu(r3,Coo(9,:,1),Coo(1,:,2),Coo(9,:,2),Coo(1,:,3),Zpa(1),Zpa(2),lw,1);

ast3=grafActu(r3,Coo(9,:,2),Coo(1,:,3),Coo(9,:,3),Coo(1,:,4),Zpa(2),Zpa(3),lw,1);

ast4=grafActu(r3,Coo(9,:,3),Coo(1,:,4),Coo(9,:,4),Coo(1,:,1),Zpa(3),Zpa(4),lw,1);

ait5=grafActu(r3,Coo(9,:,8),Coo(1,:,5),Coo(9,:,5),Coo(1,:,6),-Zpa(8),-Zpa(5),lw,1);

ait6=grafActu(r3,Coo(9,:,5),Coo(1,:,6),Coo(9,:,6),Coo(1,:,7),-Zpa(5),-Zpa(6),lw,1);

ait7=grafActu(r3,Coo(9,:,6),Coo(1,:,7),Coo(9,:,7),Coo(1,:,8),-Zpa(6),-Zpa(7),lw,1);

ait8=grafActu(r3,Coo(9,:,7),Coo(1,:,8),Coo(9,:,8),Coo(1,:,5),-Zpa(7),-Zpa(8),lw,1);

%S1=10;

%grafica de poleas tensoras

GNOresorte(Coo(9,:,1),Coo(1,:,2),ast1,r3,Zpa(1),lw,1)

r4=Gresorte(Coo(9,:,2),Coo(1,:,3),ast2,alpha2+pi/4,r3,0,Sa(2),Zpa(2),lw,1);

GNOresorte(Coo(9,:,3),Coo(1,:,4),ast3,r3,Zpa(3),lw,1)

r4=Gresorte(Coo(9,:,4),Coo(1,:,1),ast4,alpha4+pi/4,r3,0,Sa(4),Zpa(4),lw,1);

GNOresorte(Coo(9,:,5),Coo(1,:,6),ait5,r3,-Zpa(5),lw,1)

r4=Gresorte(Coo(9,:,6),Coo(1,:,7),ait6,alpha6+pi/4,r3,0,-Sa(6),-Zpa(6),lw,1);

GNOresorte(Coo(9,:,7),Coo(1,:,8),ait7,r3,-Zpa(7),lw,1)

r4=Gresorte(Coo(9,:,8),Coo(1,:,5),ait8,alpha8+pi/4,r3,0,-Sa(8),-Zpa(8),lw,1);

Lc1=round(longlaso(Coo(:,1:4),r1,r2,r3,r4,Sa(1:4)',Dimz,Zpa,RoL),2)

Lc2=round(longlaso(Coo(:,5:8),r1,r2,r3,r4,Sa(5:8)',Dimz,Zpa,RoL),2)

Sa=Scalcu(TyA2(1:8),k);

LCa=longlasoSegC(Coo,r1,r2);

sLCa=sum(LCa);

SSa=sum(Sa);

```

Res=zeros(9,12);
Res(:,1:8)=An2;
Res(1:8,9)=LCa;
Res(1:8,10)=Sa;
Res(1:8,11)=TyA2(1:8);
Res(1:8,12)=TyA2(9:16);
%pause
res=calen2Pos(Res,[1,1,1],r1,r2,r3,R,Dz,Zpa,k,alpha,pun1,pun3,pun4,pun5,Dimz,Lc1,Cu,Mu,lb,ub,RoL,lw,2)
% for i=1:16
%
% res=calen2Pos(res,[1,-
1,1]*i,r1,r2,r3,R,Dz,Zpa,k,alpha,pun1,pun3,pun4,pun5,Dimz,Lc1,Cu,Mu,lb,ub,RoL,lw,2)
% end
%res=calen2Pos(Res,cpm2,r1,r2,r3,R,Dz,Zpa,k,alpha,pun1,pun3,pun4,pun5,Dimz,Lc1,Cu,Mu,lb,ub,RoL,lw,2)
%ESPalcansable(Res,3,r1,r2,r3,R,Dz,Zpa,k,alpha,pun1,pun3,pun4,pun5,Dimz,Lc1,Cu,Mu,lb,ub,RoL,lw,3)
)

```

function

```

[res,AnCo]=calen2Pos(Res,cpm1,r1,r2,r3,R,Dz,Zpa,k,alpha,pun1,pun3,pun4,pun5,Dimz,Lco,Cu,Mu,lb,ub,RoL,lw,fn)
%res= resultados de pocicion anterior
%cpm1=centro de plataforma movil
%radios poleas
%radio de al centro de plataforma movil a sus poleas
%desface z poleas plataforma movil
%z poleas actuadas
%rijides del resorte
%angulos alpha
%puntos de anclaje poleas fijas
%dimencion en z de la estructura
%carga y momento utiles

```

%frontera inferior y superior de tenciones y desplazamientos angulares

%indicador de poleas tensoras o conector simple

%ancho de linea y numero de figura

alpha1=alpha(1);

alpha2=alpha(2);

alpha3=alpha(3);

alpha4=alpha(4);

alpha5=alpha(5);

alpha6=alpha(6);

alpha7=alpha(7);

alpha8=alpha(8);

An1=Res(:,1:8);%angulos del analisis geometro anterior

LCa=Res(:,9);%longitud de cables del los segmentos C en la posicion anterior

Sa=Res(:,10);%desplazamientos de poleas tensoras pocicion anterior

TyA1=[Res(:,11);Res(:,12)];%tenciones y angulos pri pocicion anterior

% puntos equivalentes de centros de poleas

ptR1=cenRelPM(cpm1,-alpha1,Dz,R);

ptR2=cenRelPM(cpm1,-alpha2,Dz,R);

ptR3=cenRelPM(cpm1,-alpha3,Dz,R);

ptR4=cenRelPM(cpm1,-alpha4,Dz,R);

ptR5=cenRelPM(cpm1,-alpha5,-Dz,R);

ptR6=cenRelPM(cpm1,-alpha6,-Dz,R);

ptR7=cenRelPM(cpm1,-alpha7,-Dz,R);

ptR8=cenRelPM(cpm1,-alpha8,-Dz,R);

Coo2=zeros(9,3,6);%matriz con las cordenadas de los 9 puntos de las 6 tercias

A=zeros(9,1);%angulos

T=zeros(16,1);%tenciones de segmentos y angulos de poleas actuadas

options = optimset('MaxFunEvals',10000000,'MaxIter',1000000);

```
AnCo=zeros(4,8);%angulos de confirmacion
```

```
%tercia 1 de poleas
```

```
fun1=@(A)sisdeEcS(A,pun1,ptR1,pun3,r1,r2);
```

```
An2(:,1)=fsolve(fun1,An1(:,1),options);
```

```
[Coo2(:,1),AnCo(:,1)]=Plot3pol(An2(:,1),pun1,ptR1,pun3,r1,r2,alpha1,lw,fn);
```

```
%tercia 2 de poleas
```

```
fun2=@(A)sisdeEcS(A,pun1,ptR2,pun3,r1,r2);
```

```
An2(:,2)=fsolve(fun2,An1(:,2));
```

```
[Coo2(:,2),AnCo(:,2)]=Plot3pol(An2(:,2),pun1,ptR2,pun3,r1,r2,alpha2,lw,fn);
```

```
%tercia 3 de poleas
```

```
fun3=@(A)sisdeEcS(A,pun1,ptR3,pun3,r1,r2);
```

```
An2(:,3)=fsolve(fun3,An1(:,3));
```

```
[Coo2(:,3),AnCo(:,3)]=Plot3pol(An2(:,3),pun1,ptR3,pun3,r1,r2,alpha3,lw,fn);
```

```
%tercia 4 de poleas
```

```
fun4=@(A)sisdeEcS(A,pun1,ptR4,pun3,r1,r2);
```

```
An2(:,4)=fsolve(fun4,An1(:,4));
```

```
[Coo2(:,4),AnCo(:,4)]=Plot3pol(An2(:,4),pun1,ptR4,pun3,r1,r2,alpha4,lw,fn);
```

```
%-----Poleas inferiores-----
```

```
%tercia 5 de poleas
```

```
fun5=@(A)sisdeEcI(A,pun4,ptR5,pun5,r1,r2);
```

```
An2(:,5)=fsolve(fun5,An1(:,5));
```

```
[Coo2(:,5),AnCo(:,5)]=Plot3pol(An2(:,5),pun4,ptR5,pun5,r1,r2,alpha5,lw,fn);
```

```
%tercia 6 de poleas
```

```
fun6=@(A)sisdeEcI(A,pun4,ptR6,pun5,r1,r2);
```

```
An2(:,6)=fsolve(fun6,An1(:,6));
```

```
[Coo2(:,6),AnCo(:,6)]=Plot3pol(An2(:,6),pun4,ptR6,pun5,r1,r2,alpha6,lw,fn);
```

```
%tercia 7 de poleas
```

```
fun7=@(A)sisdeEcI(A,pun4,ptR7,pun5,r1,r2);
```

```
An2(:,7)=fsolve(fun7,An1(:,7));
```

```
[Coo2(:,7),AnCo(:,7)]=Plot3pol(An2(:,7),pun4,ptR7,pun5,r1,r2,alpha7,lw,fn);
```

```
%tercia 8 de poleas
```

```
fun8=@(A)sisdeEcI(A,pun4,ptR8,pun5,r1,r2);
```

```
An2(:,8)=fsolve(fun8,An1(:,8));
```

```
[Coo2(:,8),AnCo(:,8)]=Plot3pol(An2(:,8),pun4,ptR8,pun5,r1,r2,alpha8,lw,fn);
```

```
%grafica del marco fijo
```

```
Cmf=grafest(Coo2,lw,fn);
```

```
options = optimset('MaxFunEvals',10000000,'MaxIter',1000000);
```

```
fun7=@(T)equilibriodFyL(T,Coo2,cpm1,Cu,Mu,Sa,LCa,r1,r2,r3,k)
```

```
%fun7=@(T)equilibriodF(T,Coo,pun2,[0,0,0],[0,0,0]);
```

```
Te=fsolve(fun7,TyA1,options);
```

```
options2 = optimset('MaxFunEvals',10000000,'MaxIter',1000000);
```

```
nonlcon = @(T)equilibriodFyL2(T,Coo2,cpm1,Cu,Mu,Sa,LCa,r1,r2,r3,k);
```

```
Tfm = fmincon(@(T)funobMinCuaT(T),TyA1,[],[],[],[],lb,ub,nonlcon,options2)
```

```
%S=Tfm(1:8).*2/k
```

```
S=Scalcu(Tfm,k)
```

```
Anr=Te(9:16);
```

```
%grafica de las poleas actuadas
```

```
ast1=grafActu(r3,Coo2(9,4),Coo2(1,1),Coo2(9,1),Coo2(1,2),Zpa(4),Zpa(1),lw,fn);
```

```
ast2=grafActu(r3,Coo2(9,1),Coo2(1,2),Coo2(9,2),Coo2(1,3),Zpa(1),Zpa(2),lw,fn);
```

```
ast3=grafActu(r3,Coo2(9,2),Coo2(1,3),Coo2(9,3),Coo2(1,4),Zpa(2),Zpa(3),lw,fn);
```

```
ast4=grafActu(r3,Coo2(9,3),Coo2(1,4),Coo2(9,4),Coo2(1,1),Zpa(3),Zpa(4),lw,fn);
```

```
ait5=grafActu(r3,Coo2(9,8),Coo2(1,5),Coo2(9,5),Coo2(1,6),-Zpa(8),-Zpa(5),lw,fn);
```

```
ait6=grafActu(r3,Coo2(9,5),Coo2(1,6),Coo2(9,6),Coo2(1,7),-Zpa(5),-Zpa(6),lw,fn);
```

```
ait7=grafActu(r3,Coo2(9,6),Coo2(1,7),Coo2(9,7),Coo2(1,8),-Zpa(6),-Zpa(7),lw,fn);
```

```
ait8=grafActu(r3,Coo2(9,7),Coo2(1,8),Coo2(9,8),Coo2(1,5),-Zpa(7),-Zpa(8),lw,fn);
```

```
%S1=10;
```

```
%grafica de poleas tensoras
```

```
GNOresorte(Coo2(9,1),Coo2(1,2),ast1,r3,Zpa(1),lw,fn)
```

```
r4=Gresorte(Coo2(9,2),Coo2(1,3),ast2,alpha2+pi/4,r3,0,S(2),Zpa(2),lw,fn);
```

```

GNOResorte(Coo2(9, :, 3), Coo2(1, :, 4), ast3, r3, Zpa(3), lw, fn)
r4=Gresorte(Coo2(9, :, 4), Coo2(1, :, 1), ast4, alpha4+pi/4, r3, 0, S(4), Zpa(4), lw, fn);

GNOResorte(Coo2(9, :, 5), Coo2(1, :, 6), ait5, r3, -Zpa(5), lw, fn)
r4=Gresorte(Coo2(9, :, 6), Coo2(1, :, 7), ait6, alpha6+pi/4, r3, 0, -S(6), -Zpa(6), lw, fn);
GNOResorte(Coo2(9, :, 7), Coo2(1, :, 8), ait7, r3, -Zpa(7), lw, fn)
r4=Gresorte(Coo2(9, :, 8), Coo2(1, :, 5), ait8, alpha8+pi/4, r3, 0, -S(8), -Zpa(8), lw, fn);

LC=longlasoSegC(Coo2, r1, r2)
sLC=sum(LC) ;
SS=sum(S);

Lc1=longlaso(Coo2(:, 1:4), r1, r2, r3, r4, S(1:4)', Dimz, Zpa, RoL)
Lc2=longlaso(Coo2(:, 5:8), r1, r2, r3, r4, S(5:8)', Dimz, Zpa, RoL)

res=zeros(9,12);%resultados
res(:,1:8)=An2;%cordenadas calculadas para la posicion
res(1:8,9)=LC;%longitud de cables
res(1:8,10)=S;%desplazamientos S
res(1:8,11)=Tfm(1:8);%tanciones cables
res(1:8,12)=Tfm(9:16);%rotaciones poleas

confi=GEspAlc(cpm1, AnCo, Lc1, Lc2, Lco, lw, 5)

end

function [Co, ang]=Plot3pol(a, pun1, pun2cpm, pun3, r1, r2, alpha, lw, fn)
pun2=pun2cpm;

etha=a(1);
lamda=a(2);
lamda2=a(3);
omega=a(4);
omega2=a(5);
theta=a(6);
theta2=a(7);

```

```

miu=a(8);
c=a(9);

fi=asin(cos(omega)*sin(etha));
fi2=asin(sin(omega)*cos(etha));

ethad=etha*180/pi;
lamdad=lamda*180/pi;
gamad=omega*180/pi;
thetad=theta*180/pi;
fid=fi*180/pi;
fi2d=fi2*180/pi;

pr1=PuntosTanFijo(pun1,r1,theta,lamda);%punto tanjente polea fija 1
pr2=PuntosTanMovil(pun2,r2,omega,etha,miu);% punto 1 tanjente polea movil
pr3=PuntosTanFijo(pun3,r1,theta2,lamda2);%punto tanjente polea fija 2
pr4=PuntosTanMovil(pun2,r2,omega2,etha,miu);% punto 2 tanjente polea movil

pt1=cenRelPM(pr1,alpha,0,0);
pt2=cenRelPM(pr2,alpha,0,0);
pt3=cenRelPM(pr3,alpha,0,0);
pt4=cenRelPM(pr4,alpha,0,0);

Prcp=PuntosCentroPf(pun1,r1,lamda);% punto centro polea fija 1
Pcp=cenRelPM(Prcp,alpha,0,0);

Prcp2=PuntosCentroPf(pun3,r1,lamda2);% punto centro polea fija 2
Pcp2=cenRelPM(Prcp2,alpha,0,0);

%ppf=[pt1(1),pt1(2),pt2(3)];% punto de referencia para calcular fi1
%ppf2=[pt3(1),pt3(2),pt4(3)];% punto de referencia para calcular fi2

pun1g=cenRelPM(pun1,alpha,0,0);%calculo de puntos de union en cordenadas globales
pun2g=cenRelPM(pun2,alpha,0,0);
pun3g=cenRelPM(pun3,alpha,0,0);

```

```

figure (fn)
hold on
%
grafeje(pun1g,0,0,0,20,lw,fn)%eje rotacion polea fija 1
poleaEN(r1,Pcp,pi/2,lamda+alpha,0,0,[0,0,0],lw,fn)% grafica polea fija
poleaEN(r1,Pcp2,pi/2,lamda2+alpha,0,0,[0,0,0],lw,fn)% grafica polea fija 2
grafeje(pun3g,0,0,0,20,lw,fn)%eje rotacion polea fija 2
poleaEN(r2,pun2g,0,etha,alpha+miu,0,[0,0,0],lw,fn)% grafica polea movil
grafeje(pun2g,pi/2,alpha,0,20,lw,fn)%eje rotacion polea movil
%}
ang1=round(rad2deg(angEnt2v(pt2,pt1,Pcp)),3);%verifica angulo de tangencia polea fija 1
ang2=round(rad2deg(angEnt2v(pun2g,pt2,pt1)),3);%verifica angulo de tangencia movil 1
ang3=round(rad2deg(angEnt2v(pun2g,pt4,pt3)),3);%verifica angulo de tangencia movil 2
ang4=round(rad2deg(angEnt2v(pt4,pt3,Pcp2)),3);%verifica angulo de tangencia polea fija 2

ang=[ang1,ang2,ang3,ang4];%confirmacion de tangencias

%graficacion
%
plot3([Pcp(1),pun1g(1)],[Pcp(2),pun1g(2)],[Pcp(3),pun1g(3)],'-','LineWidth',lw,'Color',[.5 .5 .2])%vec
entre punto fijo y centro de polea
plot3([Pcp(1),pt1(1)],[Pcp(2),pt1(2)],[Pcp(3),pt1(3)],'-','LineWidth',lw,'Color',[.5 .5 1])%vec entre centro
de polea y tangencia de polea fija
plot3([pun2g(1),pt2(1)],[pun2g(2),pt2(2)],[pun2g(3),pt2(3)],'-','LineWidth',lw,'Color',[.5 .5 1])%vec entre
centro polea movil y tangencia
plot3([pt1(1),pt2(1)],[pt1(2),pt2(2)],[pt1(3),pt2(3)],'-','LineWidth',lw,'Color',[.2 .5 1])%vec entre 2
tangencias
%plot3([ppf(1),pt2(1)],[ppf(2),pt2(2)],[ppf(3),pt2(3)],'-','LineWidth',lw,'Color',[.4 .5 .2])%vec entre cable y
la horisontal
plot3([Pcp2(1),pun3g(1)],[Pcp2(2),pun3g(2)],[Pcp2(3),pun3g(3)],'-','LineWidth',lw,'Color',[.5 .5 .2])%vec
entre punto fijo y centro de polea 2
plot3([Pcp2(1),pt3(1)],[Pcp2(2),pt3(2)],[Pcp2(3),pt3(3)],'-','LineWidth',lw,'Color',[.5 .5 1])%vec entre
centro de polea y tangencia de polea fija 2
plot3([pun2g(1),pt4(1)],[pun2g(2),pt4(2)],[pun2g(3),pt4(3)],'-','LineWidth',lw,'Color',[.5 .5 1])%vec entre
centro polea movil y tangencia 2

```

```

plot3([pt3(1),pt4(1)],[pt3(2),pt4(2)],[pt3(3),pt4(3)],'-','LineWidth',lw,'Color',[.2 .5 1])%vec entre 2
tangencias
%plot3([ppf2(1),pt4(1)],[ppf2(2),pt4(2)],[ppf2(3),pt4(3)],'-','LineWidth',lw,'Color',[.4 .5 .2])%vec entre
cable y la horisontal

%}
%matrix de cordenadas de puntos
Co(1,:)=pun1g;%punto fijo 1
Co(2,:)=Pcp; %centro polea fija 1
Co(3,:)=pt1; %punto tangencia polea fija 1
Co(4,:)=pt2; %punto tangencia polea movil 1
Co(5,:)=pun2g;%centro polea movil
Co(6,:)=pt4; %punto tangencia polea movil 2
Co(7,:)=pt3; %punto tangencia polea fija 2
Co(8,:)=Pcp2; %centro polea fija 2
Co(9,:)=pun3g;%punto fijo 2

%Graficacion
%
figure (fn)
hold on
view([45 90 45])
cameratoolbar()
cameratoolbar('SetCoordSys','z')
axis equal
axis([-1 1 -1 1 -1 1]*70);

xlabel('x [cm]');
ylabel('y [cm]');
zlabel('z [cm]');
%}
end%grafica tercia de poleas tensoras y calcula puntos de interes
function poleaEN(r,Cord,a1,a2,a3,RoD,color,lw,fn)%radio, cordenadas centro, angulos de rotacion ,0=rad
l=grados numero de figura , color , ancho de linea
% r=2;

```

```

X=Cord(1);
Y=Cord(2);
Z=Cord(3);
t = 0:pi/50:2*pi;
st = r*sin(t);
ct = r*cos(t);
g=zeros(1,101);
M=[st;ct;g];

%angulos de la plataforma movil
if RoD==1
miu1=a1*(pi/180);
miu2=a2*(pi/180);
miu3=a3*(pi/180);
else
miu1=a1;
miu2=a2;
miu3=a3;
end
%matriz de rotacion 1
Rm1=[1 ,0 ,0
      0 ,cos(miu1), -sin(miu1)
      0 ,sin(miu1), cos(miu1)];
%matriz de rotacion 2
Rm2=[cos(miu2),0 ,sin(miu2)
      0 ,1 ,0
      -sin(miu2) , 0 , cos(miu2)];
%matriz de rotacion 3
Rm3=[cos(miu3), -sin(miu3),0
      sin(miu3) , cos(miu3) ,0
      0 , 0 ,1];
%rotacion conbinada
Rmt=Rm3*Rm1*Rm2;

```

```

M2=Rmt*M;

figure (fn)
hold on
%ax=axes;
plot3(X,Y,Z,'o')
plot3(M2(1,:)+X,M2(2,:)+Y,M2(3,:)+Z,'Color',color,'LineWidth',lw);
end
%puntos de tangencia
function Ptf=PuntosTanFijo(P,r,theta,lamda)%vector del punto fijo,radio , angulos

Ptf(1)=P(1)+r*(cos(lamda)+cos(lamda)*cos(theta));
Ptf(2)=P(2)+r*(sin(lamda)+sin(lamda)*cos(theta));
Ptf(3)=P(3)+r*sin(theta);

end
function Ptm=PuntosTanMovil(P,r2,omega,etha,miu)%calcula el punto de tangencia en la polea movil

Ptm(1)=P(1)+cos(miu)*cos(etha)*r2*sin(omega)-sin(miu)*r2*cos(omega);
Ptm(2)=P(2)+sin(miu)*cos(etha)*r2*sin(omega)+cos(miu)*r2*cos(omega);
Ptm(3)=P(3)-sin(etha)*r2*sin(omega);

end
function Pcp=PuntosCentroPf(P,r,lamda)%calcula el punto del centro de polea a partir del punto de apoyo
P[x,y,z],

Pcp(1)=P(1)+r*cos(lamda);
Pcp(2)=P(2)+r*sin(lamda);
Pcp(3)=P(3);

end
function ang=angEnt2v(P1,P2,P3)%da el angulo sentre 2 vectores descritos por 3 puntos donde P2 es el de
en medio
V1=P1(:)-P2(:);

```

```

V2=P3(:)-P2(:);
ang=acos(dot(V1,V2)/(norm(V1)*norm(V2)));
rad2deg(ang);
end
function grafeje(P,miu1,miu2,miu3,L,lw,fn)%grafica un eje puntado en el punto P con direccion ori y
longitud L en la figura f con ancho lw
D=zeros(2,3);
D(1,3)=L/2;
D(2,3)=-L/2;

%matriz de rotacion 1
Rm1=[1 ,0 ,0
      0 ,cos(miu1), -sin(miu1)
      0 ,sin(miu1), cos(miu1)];
%matriz de rotacion 2
Rm2=[cos(miu2) ,0 ,sin(miu2)
      0 ,1 ,0
      -sin(miu2) , 0 , cos(miu2)];
%matriz de rotacion 3
Rm3=[cos(miu3), -sin(miu3),0
      sin(miu3) , cos(miu3) ,0
      0 , 0 ,1];
%rotacion conbinada
Rmt=Rm3*Rm1*Rm2;

M2=Rmt*D';

figure(fn)
hold on
plot3(M2(1,:)+P(1),M2(2,:)+P(2),M2(3,:)+P(3),'--','LineWidth',lw,'Color',[.6 .0 .0])

end
function a=sisdeEcS(A,p1,P2,p3,r1,r2)%abgulos,punto fijo 1,punto movil 2,punto fijo 2,radio polea fja,
radio polea movil

```

% resuelve el sistema de ecuaciones para una tercia de poleas

%A(1)=etha

%A(2)=lamda1

%A(3)=lamda2

%A(4)=omega1

%A(5)=omega2

%A(6)=tetha1

%A(7)=tetha2

%A(8)=miu

%A(9)=c

%Pocicion del punto de tangencia de las poleas fijas

PT1=[p1(1)+r1*cos(A(2))+r1*cos(A(6))*cos(A(2)), p1(2)+r1*sin(A(2))+r1*cos(A(6))*sin(A(2)),
p1(3)+r1*sin(A(6))];

PT2=[p3(1)+r1*cos(A(3))+r1*cos(A(7))*cos(A(3)), p3(2)+r1*sin(A(3))+r1*cos(A(7))*sin(A(3)),
p3(3)+r1*sin(A(7))];

%vectores del centro de la polea movil al punto de tangencia

V1=PT1-P2;

V2=PT2-P2;

%compópntes de los vectores del centro de la polea movil a sus puntos de tanjencia

Wx1=cos(A(8))*cos(A(1))*r2*sin(A(4))-sin(A(8))*r2*cos(A(4));

Wy1=sin(A(8))*cos(A(1))*r2*sin(A(4))+cos(A(8))*r2*cos(A(4));

Wz1=-sin(A(1))*r2*sin(A(4));

Wx2=cos(A(8))*cos(A(1))*r2*sin(A(5))-sin(A(8))*r2*cos(A(5));

Wy2=sin(A(8))*cos(A(1))*r2*sin(A(5))+cos(A(8))*r2*cos(A(5));

Wz2=-sin(A(1))*r2*sin(A(5));

%cordenadas de los puntos de tangencia en la polea fija

PT1m=[P2(1)+Wx1,P2(2)+Wy1,P2(3)+Wz1];

PT2m=[P2(1)+Wx2,P2(2)+Wy2,P2(3)+Wz2];

%hipotenusa del tiengulo en el plano de las poleas fijas con el que se calcula fi

h1=hypot(PT1(2)-PT1m(2),PT1(1)-PT1m(1));

```
h2=hypot(PT2(2)-PT2m(2),PT2(1)-PT2m(1));
```

```
%disp(A(9))
```

```
%angulos fi
```

```
fi1=atan2(PT1(3)-PT1m(3),h1);
```

```
fi2=atan2(PT2(3)-PT2m(3),h2);
```

```
e1=-A(2)+atan2(-p1(2)+PT1m(2),-p1(1)+(PT1m(1)));
```

```
e2=-A(3)+atan2(-p3(2)+PT2m(2),-p3(1)+(PT2m(1)));
```

```
e3=-A(6)+pi/2-fi1;%el + o - antes de pi cambia la orientacion para tercias superiores e inferiores
```

```
e4=-A(7)+pi/2-fi2;%el + o - antes de pi cambia la orientacion para tercias superiores e inferiores
```

```
e5=-cos(A(8))*sin(A(1))*A(9)+(p1(2)+r1*sin(A(2))+r1*cos(A(6))*sin(A(2))-
```

```
P2(2))*(p3(3)+r1*sin(A(7))-P2(3))-(p1(3)+r1*sin(A(6))-
```

```
P2(3))*(p3(2)+r1*sin(A(3))+r1*cos(A(7))*sin(A(3))-P2(2));
```

```
e6=-sin(A(8))*sin(A(1))*A(9)+(-(p1(1)+r1*cos(A(2))+r1*cos(A(6))*cos(A(2))-
```

```
P2(1))*(p3(3)+r1*sin(A(7))-P2(3))+(p1(3)+r1*sin(A(6))-
```

```
P2(3))*(p3(1)+r1*cos(A(3))+r1*cos(A(7))*cos(A(3))-P2(1)));
```

```
e7=-cos(A(1))*A(9)+(p1(1)+r1*cos(A(2))+r1*cos(A(6))*cos(A(2))-
```

```
P2(1))*(p3(2)+r1*sin(A(3))+r1*cos(A(7))*sin(A(3))-P2(2))-
```

```
(p1(2)+r1*sin(A(2))+r1*cos(A(6))*sin(A(2))-P2(2))*(p3(1)+r1*cos(A(3))+r1*cos(A(7))*cos(A(3))-
```

```
P2(1));
```

```
e8=-norm(V1)^2+norm(PT1-PT1m)^2+r2^2;
```

```
e9=-norm(V2)^2+norm(PT2-PT2m)^2+r2^2;
```

```
a=[e1,e2,e3,e4,e5,e6,e7,e8,e9];
```

```
end
```

```
function a=sisdeEcI(A,p1,P2,p3,r1,r2)%abgulos,punto fijo 1,punto movil 2,punto fijo 2,radio polea fja,
```

```
radio polea movil
```

```
% resuelve el sistema de ecuaciones para una tertia de poleas
```

```
%A(1)=etha
```

```
%A(2)=lamda1
```

```
%A(3)=lamda2
```

```
%A(4)=omega1
```

%A(5)=omega2

%A(6)=tetha1

%A(7)=tetha2

%A(8)=miu

%A(9)=c

%Pocicion del punto de tangencia de las poleas fijas

PT1=[p1(1)+r1*cos(A(2))+r1*cos(A(6))*cos(A(2)), p1(2)+r1*sin(A(2))+r1*cos(A(6))*sin(A(2)),
p1(3)+r1*sin(A(6))];

PT2=[p3(1)+r1*cos(A(3))+r1*cos(A(7))*cos(A(3)), p3(2)+r1*sin(A(3))+r1*cos(A(7))*sin(A(3)),
p3(3)+r1*sin(A(7))];

%vectores del centro de la polea movil al punto de tangencia

V1=PT1-P2;

V2=PT2-P2;

%compópntes de los vectores del centro de la polea movil a sus puntos de tanjencia

Wx1=cos(A(8))*cos(A(1))*r2*sin(A(4))-sin(A(8))*r2*cos(A(4));

Wy1=sin(A(8))*cos(A(1))*r2*sin(A(4))+cos(A(8))*r2*cos(A(4));

Wz1=-sin(A(1))*r2*sin(A(4));

Wx2=cos(A(8))*cos(A(1))*r2*sin(A(5))-sin(A(8))*r2*cos(A(5));

Wy2=sin(A(8))*cos(A(1))*r2*sin(A(5))+cos(A(8))*r2*cos(A(5));

Wz2=-sin(A(1))*r2*sin(A(5));

%cordenadas de los puntos de tangencia en la polea fija

PT1m=[P2(1)+Wx1,P2(2)+Wy1,P2(3)+Wz1];

PT2m=[P2(1)+Wx2,P2(2)+Wy2,P2(3)+Wz2];

%hipotenusa del tiengulo en el plano de las poleas fijas con el que se calcula fi

h1=hypot(PT1(2)-PT1m(2),PT1(1)-PT1m(1));

h2=hypot(PT2(2)-PT2m(2),PT2(1)-PT2m(1));

%disp(A(9))

%angulos fi

fi1=atan2(PT1(3)-PT1m(3),h1);

```
fi2=atan2(PT2(3)-PT2m(3),h2);
```

```
% sistema de ecuaciones no lineales
```

```
e1=-A(2)+atan2(-p1(2)+PT1m(2),-p1(1)+(PT1m(1)));
```

```
e2=-A(3)+atan2(-p3(2)+PT2m(2),-p3(1)+(PT2m(1)));
```

```
e3=-A(6)-pi/2-fi1;%el + o - antes de pi cambia la orientacion para tercias superiores e inferiores
```

```
e4=-A(7)-pi/2-fi2;%el + o - antes de pi cambia la orientacion para tercias superiores e inferiores
```

```
e5=-cos(A(8))*sin(A(1))*A(9)+(p1(2)+r1*sin(A(2))+r1*cos(A(6))*sin(A(2))-
```

```
P2(2))*(p3(3)+r1*sin(A(7))-P2(3))-(p1(3)+r1*sin(A(6))-
```

```
P2(3))*(p3(2)+r1*sin(A(3))+r1*cos(A(7))*sin(A(3))-P2(2));
```

```
e6=-sin(A(8))*sin(A(1))*A(9)+(-(p1(1)+r1*cos(A(2))+r1*cos(A(6))*cos(A(2))-
```

```
P2(1))*(p3(3)+r1*sin(A(7))-P2(3))+(p1(3)+r1*sin(A(6))-
```

```
P2(3))*(p3(1)+r1*cos(A(3))+r1*cos(A(7))*cos(A(3))-P2(1)));
```

```
e7=-cos(A(1))*A(9)+(p1(1)+r1*cos(A(2))+r1*cos(A(6))*cos(A(2))-
```

```
P2(1))*(p3(2)+r1*sin(A(3))+r1*cos(A(7))*sin(A(3))-P2(2))-
```

```
(p1(2)+r1*sin(A(2))+r1*cos(A(6))*sin(A(2))-P2(2))*(p3(1)+r1*cos(A(3))+r1*cos(A(7))*cos(A(3))-
```

```
P2(1));
```

```
e8=-norm(V1)^2+norm(PT1-PT1m)^2+r2^2;
```

```
e9=-norm(V2)^2+norm(PT2-PT2m)^2+r2^2;
```

```
a=[e1,e2,e3,e4,e5,e6,e7,e8,e9];
```

```
end
```

```
function p=cenRelPM(P,a,z,R)%rota el punro P sobre z a grados,z desplazado en z R desplazamiento radial
```

```
Rm=[cos(a) , -sin(a), 0
```

```
sin(a) , cos(a) , 0
```

```
0 , 0 , 1];
```

```
p=(Rm*P)';
```

```
p(3)=p(3)+z;
```

```
p(1)=p(1)-R;
```

```
end
```

```
%%grafica las poleas tensores con su resorte
```

```
function r4 = Gresorte(P1,P2,A,alpha,r3,Li,S,Z,lw,fn)%puntos de poleas fijas,angulo de recta entre esos...
```

```
%puntos,angulo de rotacion axicimetrica de,radio pole actuada, pocicion
```

```
%inicial,desplazamiento,altura centro poleas actuadas ,ancho de linea
```

```

r4=(norm(P1-P2)/2)-2*r3;%radio dela polea tensora
D=3;%ancho del resorte
Rref=norm([P1(1)+(r4+2*r3)*cos(A),P1(2)+(r4+2*r3)*sin(A),0]);%radio de referencia
figure (fn)
hold on

Pcpt=[P1(1)+(r4+2*r3)*cos(A),P1(2)+(r4+2*r3)*sin(A),P1(3)-Li-S];%punto centro polea tensora
Parpt=[P1(1)+(r4+2*r3)*cos(A),P1(2)+(r4+2*r3)*sin(A),P1(3)];%punto anclaje presorte de polea tensora
%
poleaEN(r4,Pcpt,pi/2,A,0,0,[0,0,0],lw,fn)%graficar polea tensora
%}
%grafica del resorte tensor
P=[0,.15,.20,.30,.40,.50,.55,1]*-(Li+S);

pP=zeros(8,3);
pP(:,1)=-Rref;
pP(:,3)=P'+P1(3);
pP([3,5],2)=pP([3,5],2)+D;
pP([4,6],2)=pP([4,6],2)-D;

%matriz de rotacion
Rm=[cos(alpha), -sin(alpha),0
    sin(alpha) , cos(alpha) ,0
    0      , 0      ,1];

pPR=zeros(8,3);
for i=1:8
    pPR(i,:)=Rm*pP(i,:);
end
%
plot3(pPR(:,1),pPR(:,2),pPR(:,3),'-', 'LineWidth',.6*lw,'Color',[0,0,.3])

pt1=[P1(1)+(2*r3)*cos(A),P1(2)+(2*r3)*sin(A),Z];
pt2=[P1(1)+(2*r3)*cos(A),P1(2)+(2*r3)*sin(A),Pcpt(3)];
pt3=[P1(1)+(2*r4+2*r3)*cos(A),P1(2)+(2*r4+2*r3)*sin(A),Pcpt(3)];

```

```
pt4=[P1(1)+(2*r4+2*r3)*cos(A),P1(2)+(2*r4+2*r3)*sin(A),Z];
```

```
%grafi cables polea tensora
```

```
plot3([pt1(1),pt2(1)],[pt1(2),pt2(2)],[pt1(3),pt2(3)],'-','LineWidth',lw,'Color',[.2 .5 1])
```

```
plot3([pt3(1),pt4(1)],[pt3(2),pt4(2)],[pt3(3),pt4(3)],'-','LineWidth',lw,'Color',[.2 .5 1])
```

```
%}
```

```
end
```

```
function Cmf=grafest(C,lw,fn)%grafica la estructura del marco fijo(coredenadas de puntoa ,ancho de linea
rgb=[.6,.6,.6];
```

```
Cmf=zeros(16,3);
```

```
figure (fn)
```

```
hold on
```

```
for i=1:4
```

```
plot3([C(1,1,i),C(1,1,i+4)],[C(1,2,i),C(1,2,i+4)],[C(1,3,i),C(1,3,i+4)],'-','LineWidth',2*lw,'Color',rgb)
```

```
plot3([C(9,1,i),C(9,1,i+4)],[C(9,2,i),C(9,2,i+4)],[C(9,3,i),C(9,3,i+4)],'-','LineWidth',2*lw,'Color',rgb)
```

```
end
```

```
for i=1:8
```

```
plot3([C(1,1,i),C(9,1,i)],[C(1,2,i),C(9,2,i)],[C(1,3,i),C(9,3,i)],'-','LineWidth',2*lw,'Color',rgb)
```

```
end
```

```
for j=0:1
```

```
for i=1:3
```

```
plot3([C(9,1,i+4*j),C(1,1,i+1+4*j)],[C(9,2,i+4*j),C(1,2,i+1+4*j)],[C(9,3,i+4*j),C(1,3,i+1+4*j)],'-
','LineWidth',2*lw,'Color',rgb)
```

```
end
```

```
end
```

```
plot3([C(9,1,4),C(1,1,1)],[C(9,2,4),C(1,2,1)],[C(9,3,4),C(1,3,1)],'-','LineWidth',2*lw,'Color',rgb)
```

```
plot3([C(9,1,8),C(1,1,5)],[C(9,2,8),C(1,2,5)],[C(9,3,8),C(1,3,5)],'-','LineWidth',2*lw,'Color',rgb)
```

```
for j=1:8
```

```
    Cmf(2*j-1,:)=C(1,(:,j))*10;
```

```
    Cmf(2*j,:)=C(9,(:,j))*10;
```

```
end
```

```

end

function a2=grafActu(r,p1,P1,P2,p2,Z1,Z2,lw,fn)%grafica las poleas actuadas ...
%radio poleas actuadas,puntos fijos de tercia graficada y tercias
%aledañas,altura de centro poleas actuadas , ancho de linea

a1=atan2(p1(2)-P1(2),p1(1)-P1(1));
a2=atan2(p2(2)-P2(2),p2(1)-P2(1));
%a2=atan2(P2(2)-p2(2),P2(1)-p2(1));

Pcp1=[P1(1)+r*cos(a1),P1(2)+r*sin(a1),Z1];
Pcp2=[P2(1)+r*cos(a2),P2(2)+r*sin(a2),Z2];
hold on
figure (fn)

%
poleaEN(r,Pcp1,pi/2,a1,0,0,[0,0,0],lw,fn)
poleaEN(r,Pcp2,pi/2,a2,0,0,[0,0,0],lw,fn)

plot3([P1(1),P1(1)],[P1(2),P1(2)],[P1(3),Z1],'-','LineWidth',lw,'Color',[.2 .5 1])
plot3([P2(1),P2(1)],[P2(2),P2(2)],[P2(3),Z2],'-','LineWidth',lw,'Color',[.2 .5 1])
%}
end

function Tc = equilibriodF(T,C,Cc,Cu,Mu)%funcion para calcular el equilibrio de fuerzas
%vector de tenciones,cordenadas de puntos,cordenadas de centro de la
%plataforma movil,vector de carga util de trabajo,vector de momento de trabajo

V1=zeros(8,3);%vectores de trallectorias de cable
V2=zeros(8,3);
uV1=zeros(8,3);%vectores unitarios en direccion del cable
uV2=zeros(8,3);
F1=zeros(8,3);%fuerzas de cables
F2=zeros(8,3);
Fe=zeros(8,3);%fuesa equivalente a par de cables
Vc=zeros(8,3);%vector de centro de plataforma a centro de polea movil
M=zeros(8,3);%momentos que generan las fuersas equivalentes

```

```

for i=1:8

V1(i,:)=C(3,:,i)-C(4,:,i);
V2(i,:)=C(7,:,i)-C(6,:,i);
uV1(i,:)=V1(i,:)/norm(V1(i,:));
uV2(i,:)=V2(i,:)/norm(V2(i,:));
F1(i,:)=uV1(i,:)*T(i);
F2(i,:)=uV2(i,:)*T(i);
Fe(i,:)=F1(i,:)+F2(i,:);
Vc(i,:)=C(5,:,i)-Cc;
M(i,:)=cross(Vc(i,:),Fe(i,:));
end

e1=sum(Fe(:,1))+Cu(1);%sumatoria furesas en x
e2=sum(Fe(:,2))+Cu(2);%sumatoria furesas en y
e3=sum(Fe(:,3))+Cu(3);%sumatoria furesas en z
e4=sum(M(:,1))+Mu(1); %sumatoria momentos en x
e5=sum(M(:,2))+Mu(2); %sumatoria momentos en y
e6=sum(M(:,3))+Mu(3); %sumatoria momentos en z

Tc=[e1,e2,e3,e4,e5,e6];
end
function La=londearco(v1,v2,r)

a=acos(dot(v1,v2)/(norm(v1)*norm(v2)));
La=a*r;

end%calcula la longitud de arco de contacto en polea
function Lc=longlaso(C,r1,r2,r3,r4,S,Dz,Za,RoL)

Li=zeros(4,5);%longitudes cable interior del segmento c
%renglones = #tercia
%columna = (Lon de arc pf1,L cable 1,Lon de arc pm,L cable 2,Lon de arc pf2)
Lk=zeros(4,1);%lonjutude de cable segmentos K (conjunto de poleas tensoras
Vs=zeros(8,3);%vectores de interes para calculo de longitud de cable

```

```

for i=1:4

Vs(1,:)=C(1,:,i)-C(2,:,i);
Vs(2,:)=C(3,:,i)-C(2,:,i);
Vs(3,:)=C(3,:,i)-C(4,:,i);
Vs(4,:)=C(4,:,i)-C(5,:,i);
Vs(5,:)=C(6,:,i)-C(5,:,i);
Vs(6,:)=C(7,:,i)-C(6,:,i);
Vs(7,:)=C(7,:,i)-C(8,:,i);
Vs(8,:)=C(9,:,i)-C(8,:,i);

Li(i,1)=londearco(Vs(1,:),Vs(2,:),r1);%Lon de arc pfl
Li(i,2)=norm(Vs(3,:));           %Lon cable 1
Li(i,3)=londearco(Vs(4,:),Vs(5,:),r2);%Lon de arc pm
Li(i,4)=norm(Vs(3,:));           %Lon cable 2
Li(i,5)=londearco(Vs(7,:),Vs(8,:),r1);%Lon de arc pf2

if RoL(i)==1
Lk(i)=longpoleaTen(Dz,Za(i),S(i),r3,r4); %Lon de cable poleas tensoras (segmentos K)
else
Lk(i)=2*r4+2*r3+2*abs(Dz-Za(i))+pi*r3;
end

end

Lc=sum(Li,'all')+sum(Lk,'all');

end%calcula la longitud de arco
function Lpt=longpoleaTen(Dz,Za,S,r3,r4)
Lpt=4*abs(Dz-Za)-2*S+2*pi*r3+pi*r4;
end%calcula la longitud de laso en los componentes tensores
function LsC=longlasoSegC(C,r1,r2)%calcula la longitud de laso de los segmentos C

Li=zeros(3,5);%longitudes cable interior del segmento c
%renglones = #tercia
%columna = (Lon de arc pfl,L cable 1,Lon de arc pm,L cable 2,Lon de arc pf2)
Lk=zeros(3,3);%longitud de cable en subsegmentos K (conjunto de poleas tensoras)

```

```
Vs=zeros(8,3);%vectores de interes para calculo de longitud de cable
```

```
for i=1:8
```

```
    Vs(1,:)=C(1,:,i)-C(2,:,i);
```

```
    Vs(2,:)=C(3,:,i)-C(2,:,i);
```

```
    Vs(3,:)=C(3,:,i)-C(4,:,i);
```

```
    Vs(4,:)=C(4,:,i)-C(5,:,i);
```

```
    Vs(5,:)=C(6,:,i)-C(5,:,i);
```

```
    Vs(6,:)=C(7,:,i)-C(6,:,i);
```

```
    Vs(7,:)=C(7,:,i)-C(8,:,i);
```

```
    Vs(8,:)=C(9,:,i)-C(8,:,i);
```

```
    Li(i,1)=londearco(Vs(1,:),Vs(2,:),r1);%Lon de arc pf1
```

```
    Li(i,2)=norm(Vs(3,:));           %Lon cable 1
```

```
    Li(i,3)=londearco(Vs(4,:),Vs(5,:),r2);%Lon de arc pm
```

```
    Li(i,4)=norm(Vs(3,:));           %Lon cable 2
```

```
    Li(i,5)=londearco(Vs(7,:),Vs(8,:),r1);%Lon de arc pf2
```

```
    LsC(i)=sum(Li(i,:), 'all');
```

```
end
```

```
end
```

```
function Tc = equilibriodFyL(T,Coo,Cc,Cu,Mu,Sa,Ca,r1,r2,r3,k)%funcion para calcular el equilibrio de  
fuerzas
```

```
%vector de tenciones,cordenadas de puntos,cordenadas de centro de la
```

```
%plataforma movil,vector de carga util de trabajo,vector de momento de trabajo
```

```
%{
```

```
T(1)=T1
```

```
T(2)=T2
```

```
T(3)=T3
```

```
T(4)=T4
```

```
T(5)=T5
```

```
T(6)=T6
```

```
T(7)=T7
```

```

T(8)=T8
T(9)=psi1
T(10)=psi2
T(11)=psi3
T(12)=psi4
T(13)=psi5
T(14)=psi6
T(15)=psi7
T(16)=psi8
%}

```

%6 ECUACIONES DE EQUILIBRIO DE FUERZAS_____

```

V1=zeros(8,3);%vectores de trallectorias de cable
V2=zeros(8,3);
uV1=zeros(8,3);%vectores unitarios en direccion del cable
uV2=zeros(8,3);
F1=zeros(8,3);%fuerzas de cables
F2=zeros(8,3);
Fe=zeros(8,3);%fuesa equivalente a par de cables
Vc=zeros(8,3);%vector de centro de plataforma a centro de polea movil
M=zeros(8,3);%momentos que generan las fuersas equivalentes

for i=1:8

V1(i,:)=Coo(3,:,i)-Coo(4,:,i);
V2(i,:)=Coo(7,:,i)-Coo(6,:,i);
uV1(i,:)=V1(i,:)/norm(V1(i,:));
uV2(i,:)=V2(i,:)/norm(V2(i,:));
F1(i,:)=uV1(i,:)*T(i);
F2(i,:)=uV2(i,:)*T(i);
Fe(i,:)=F1(i,:)+F2(i,:);
Vc(i,:)=Coo(5,:,i)-Cc;
M(i,:)=cross(Vc(i,:),Fe(i,:));

```

```

end
e1=sum(Fe(:,1))+Cu(1);%sumatoria furesas en x
e2=sum(Fe(:,2))+Cu(2);%sumatoria furesas en y
e3=sum(Fe(:,3))+Cu(3);%sumatoria furesas en z
e4=sum(M(:,1))+Mu(1); %sumatoria momentos en x
e5=sum(M(:,2))+Mu(2); %sumatoria momentos en y
e6=sum(M(:,3))+Mu(3); %sumatoria momentos en z

%6ECUACIONES DE LONGITUD DE CABLE CONSTANTE
IC=longlasoSegC(Coo,r1,r2);%se calcula la long de cable de los segmentos c en la pocicion actual
%L de cable anterior
%    aporte de cable poles actuadas
%           desplazamientos S pocicion anterior
%           L de cable actual
%           desplazamientos S actuales
e7=-Ca(1)+(T(9)-T(10))*r3+2*Sa(1)+IC(1)-(4*T(1))/k;
e8=-Ca(2)+(T(10)-T(11))*r3+2*Sa(2)+IC(2)-(4*T(2))/k;
e9=-Ca(3)+(T(11)-T(12))*r3+2*Sa(3)+IC(3)-(4*T(3))/k;
e10=-Ca(4)+(T(12)-T(9))*r3+2*Sa(4)+IC(4)-(4*T(4))/k;

e11=-Ca(5)+(T(13)-T(14))*r3+2*Sa(5)+IC(5)-(4*T(5))/k;
e12=-Ca(6)+(T(14)-T(15))*r3+2*Sa(6)+IC(6)-(4*T(6))/k;
e13=-Ca(7)+(T(15)-T(16))*r3+2*Sa(7)+IC(7)-(4*T(7))/k;
e14=-Ca(8)+(T(16)-T(13))*r3+2*Sa(8)+IC(8)-(4*T(8))/k;

Tc=[e1,e2,e3,e4,e5,e6,e7,e8,e9,e10,e11,e12,e13,e14];
end
function Sa=Scalcu(Te,k)
for i=1:8
    Sa(i)=Te(i)*2/k;
end
end%calcula desplazamientos a partir de tenciones
function GNOresorte(P1,P2,A,r3,Z,lw,fn)%puntos de poleas fijas,angulo de recta entre esos...
%puntos,radio pole actuada, altura centro poleas actuadas ,ancho de linea

```

```

r4=(norm(P1-P2)/2)-2*r3;%radio dela polea tensora

pt1=[P1(1)+(r3)*cos(A),P1(2)+r3*sin(A),Z-(Z/abs(Z))*r3];
pt2=[P1(1)+(2*r4+3*r3)*cos(A),P1(2)+(2*r4+3*r3)*sin(A),Z-(Z/abs(Z))*r3];

figure (fn)
hold on
%grafi cables polea tensora
plot3([pt1(1),pt2(1)],[pt1(2),pt2(2)],[pt1(3),pt2(3)], '-', 'LineWidth',lw,'Color',[.2 .5 1])

end
function confi=GEspAlc(ccpm,AnTa,Lc1,Lc2,Lco,lw,fn)%grafica el espacio de trabajo alcanzable
%confirmacion 1 hay solucion,0 no hay
confi=0;
Ve1=0;
Ve2=0;

%verifica angulos de tangencia
for i=1:4
    for j=1:8
        if AnTa(i,j)~=90
            Ve1=Ve1+3;
        end
    end
end

%verifica longitud de cable constante
if ~(abs(round(Lc1,1)-round(Lco,1))<=.1&&round(Lc1,1)==round(Lc2,1))
    %~(round(Lc1,1)==round(Lc2,1)&&round(Lc1,1)==round(Lco,1))
    round(Lc1,1)
    round(Lc2,1)
    round(Lco,1)
    Ve2=3;
end

```

```

figure (fn)
hold on
view([45 48 42])
axis equal
axis([-1 1 -1 1 -1 1]*6);
xlabel('x [cm]');
ylabel('y [cm]');
zlabel('z [cm]');

if (Ve1==0&&Ve2==0)
    confi=1;
    plot3(ccpm(1),ccpm(2),ccpm(3),'o','Color',[0,.5,0],'LineWidth',lw)
elseif (Ve1==0&&Ve2~=0)
    confi=1;
    plot3(ccpm(1),ccpm(2),ccpm(3),'o','Color',[0,0,.5],'LineWidth',lw)

elseif (Ve1~=0&&Ve2==20)
    confi=1;
    plot3(ccpm(1),ccpm(2),ccpm(3),'o','Color',[.5,0,.5],'LineWidth',lw)
elseif (Ve1~=0&&Ve2~=20)
    confi=1;
    plot3(ccpm(1),ccpm(2),ccpm(3),'o','Color',[.5,0,0],'LineWidth',lw)
end
end
function
ESPalcansable(Res,Nfin,r1,r2,r3,R,Dz,Zpa,k,alpha,pun1,pun3,pun4,pun5,Dimz,Lco,Cu,Mu,lb,ub,RoL,lw,
fn)

Es=2;%multiplica la
figure (2)
hold on
view([45 48 42])
axis equal
axis([-1 1 -1 1 -1 1]*6);
xlabel('x [cm]');

```

```

ylabel('y [cm]');
xlabel('z [cm]');

res=calen2Pos(Res,[0,0,0],r1,r2,r3,R,Dz,Zpa,k,alpha,pun1,pun3,pun4,pun5,Dimz,Lco,Cu,Mu,lb,ub,RoL,l
w,fn);
%plot3(0,0,0,'o')

td=1.5;

i=1;
j=1;

for N=1:2:Nfin
    %inicio de espiral hacia afuera
    N

h=N;
    for n=1:N
        % un recorrido circular en el plano xy

%plot3(0,0,h,'o','Color',[0,.5,0])

res=calen2Pos(res,[0,0,h]*Es,r1,r2,r3,R,Dz,Zpa,k,alpha,pun1,pun3,pun4,pun5,Dimz,Lco,Cu,Mu,lb,ub,Ro
L,lw,fn);
        i=n;
        for j=-n:1:n

%plot3(i,j,h,'o','Color',[0,.5,0])
res=calen2Pos(res,[i,j,h]*Es,r1,r2,r3,R,Dz,Zpa,k,alpha,pun1,pun3,pun4,pun5,Dimz,Lco,Cu,Mu,lb,ub,Ro
,lw,fn);
        pause(td)
        end
        for i=n:-1:-n

%plot3(i,j,h,'o','Color',[0,.5,0])

```

```

res=calen2Pos(res,[i,j,h]*Es,r1,r2,r3,R,Dz,Zpa,k,alpha,pun1,pun3,pun4,pun5,Dimz,Lco,Cu,Mu,lb,ub,RoL
,lw,fn);
pause(td)
    end
    for j=n:-1:-n

%plot3(i,j,h,'o','Color',[0,.5,0])
res=calen2Pos(res,[i,j,h]*Es,r1,r2,r3,R,Dz,Zpa,k,alpha,pun1,pun3,pun4,pun5,Dimz,Lco,Cu,Mu,lb,ub,RoL
,lw,fn);
pause(td)
    end
    for i=-n:1:n

%plot3(i,j,h,'o','Color',[0,.5,0])
res=calen2Pos(res,[i,j,h]*Es,r1,r2,r3,R,Dz,Zpa,k,alpha,pun1,pun3,pun4,pun5,Dimz,Lco,Cu,Mu,lb,ub,RoL
,lw,fn);
pause(td)
    end
    %fin de recorrido circular
end%fin de espiral hacia afuera
    %inicio de recorrido hacia abajo

    for h=N-1:-1:-N+1
        % un recorrido circular en el plano xy
        for j=-n:1:n

%plot3(i,j,h,'o','Color',[.5,0,0])
res=calen2Pos(res,[i,j,h]*Es,r1,r2,r3,R,Dz,Zpa,k,alpha,pun1,pun3,pun4,pun5,Dimz,Lco,Cu,Mu,lb,ub,RoL
,lw,fn);
pause(td)
            end
            for i=-n:-1:-n

%plot3(i,j,h,'o','Color',[.5,0,0])

```

```

res=calen2Pos(res,[i,j,h]*Es,r1,r2,r3,R,Dz,Zpa,k,alpha,pun1,pun3,pun4,pun5,Dimz,Lco,Cu,Mu,lb,ub,RoL
,lw,fn);
pause(td)
    end
    for j=n:-1:-n

%plot3(i,j,h,'o','Color',[.5,0,0])
res=calen2Pos(res,[i,j,h]*Es,r1,r2,r3,R,Dz,Zpa,k,alpha,pun1,pun3,pun4,pun5,Dimz,Lco,Cu,Mu,lb,ub,RoL
,lw,fn);
pause(td)
    end
    for i=-n:1:n

%plot3(i,j,h,'o','Color',[.5,0,0])
res=calen2Pos(res,[i,j,h]*Es,r1,r2,r3,R,Dz,Zpa,k,alpha,pun1,pun3,pun4,pun5,Dimz,Lco,Cu,Mu,lb,ub,RoL
,lw,fn);
pause(td)

    end
    %fin de recorrido circular
    end %fin de desenso de perimetros
    %inicio de espiral hacia adentro
    h=-N;
    for n=N:-1:1 %inicio de espiral hacia adentro
        % un recorrido circular en el plano xy
        i=n;
        for j=-n:n

%plot3(i,j,h,'o','Color',[0,0,.5])
res=calen2Pos(res,[i,j,h]*Es,r1,r2,r3,R,Dz,Zpa,k,alpha,pun1,pun3,pun4,pun5,Dimz,Lco,Cu,Mu,lb,ub,RoL
,lw,fn);
pause(td)
        end
        for i=-n:-1:-n

```

```

%plot3(i,j,h,'o','Color',[0,0,.5])
res=calen2Pos(res,[i,j,h]*Es,r1,r2,r3,R,Dz,Zpa,k,alpha,pun1,pun3,pun4,pun5,Dimz,Lco,Cu,Mu,lb,ub,RoL
,lw,fn);
pause(td)
    end
    for j=n:-1:-n

%plot3(i,j,h,'o','Color',[0,0,.5])
res=calen2Pos(res,[i,j,h]*Es,r1,r2,r3,R,Dz,Zpa,k,alpha,pun1,pun3,pun4,pun5,Dimz,Lco,Cu,Mu,lb,ub,RoL
,lw,fn);
pause(td)
    end
    for i=-n:1:n

%plot3(i,j,h,'o','Color',[0,0,.5])
res=calen2Pos(res,[i,j,h]*Es,r1,r2,r3,R,Dz,Zpa,k,alpha,pun1,pun3,pun4,pun5,Dimz,Lco,Cu,Mu,lb,ub,RoL
,lw,fn);
pause(td)
    end
    %fin de recorrido circular
end%fin de espiral hacia adentro

%plot3(0,0,h,'o','Color',[0,0,.5])
res=calen2Pos(res,[0,0,h]*Es,r1,r2,r3,R,Dz,Zpa,k,alpha,pun1,pun3,pun4,pun5,Dimz,Lco,Cu,Mu,lb,ub,Ro
L,lw,fn);
pause(td)
h=h-1;
    for n=1:N+1%recorrido de regreso hacia afuera
        % un recorrido circular en el plano xy
        i=n;

%plot3(0,0,h,'o','Color',[0,1,0])
res=calen2Pos(res,[0,0,h]*Es,r1,r2,r3,R,Dz,Zpa,k,alpha,pun1,pun3,pun4,pun5,Dimz,Lco,Cu,Mu,lb,ub,Ro
L,lw,fn);
pause(td)

```

```

        for j=-n:1:n

%plot3(i,j,h,'o','Color',[0,1,0])
res=calen2Pos(res,[i,j,h]*Es,r1,r2,r3,R,Dz,Zpa,k,alpha,pun1,pun3,pun4,pun5,Dimz,Lco,Cu,Mu,lb,ub,RoL
,lw,fn);
pause(td)
        end
        for i=n:-1:-n

%plot3(i,j,h,'o','Color',[0,1,0])
res=calen2Pos(res,[i,j,h]*Es,r1,r2,r3,R,Dz,Zpa,k,alpha,pun1,pun3,pun4,pun5,Dimz,Lco,Cu,Mu,lb,ub,RoL
,lw,fn);
pause(td)
        end
        for j=n:-1:-n

%plot3(i,j,h,'o','Color',[0,1,0])
res=calen2Pos(res,[i,j,h]*Es,r1,r2,r3,R,Dz,Zpa,k,alpha,pun1,pun3,pun4,pun5,Dimz,Lco,Cu,Mu,lb,ub,RoL
,lw,fn);
pause(td)
        end
        for i=-n:1:n

%plot3(i,j,h,'o','Color',[0,1,0])
res=calen2Pos(res,[i,j,h]*Es,r1,r2,r3,R,Dz,Zpa,k,alpha,pun1,pun3,pun4,pun5,Dimz,Lco,Cu,Mu,lb,ub,RoL
,lw,fn);
pause(td)
        end
        %fin de recorrido circular
end%fin de espiral hacia afuera
        %inicio de recorrido hacia arriba
        for h=-N:(N)
        % un recorrido circular en el plano xy
        for j=-n:n

```

```

%plot3(i,j,h,'o','Color',[1,0,0])
res=calen2Pos(res,[i,j,h]*Es,r1,r2,r3,R,Dz,Zpa,k,alpha,pun1,pun3,pun4,pun5,Dimz,Lco,Cu,Mu,lb,ub,RoL
,lw,fn);
pause(td)
    end
    for i=n:-1:-n

%plot3(i,j,h,'o','Color',[1,0,0])
res=calen2Pos(res,[i,j,h]*Es,r1,r2,r3,R,Dz,Zpa,k,alpha,pun1,pun3,pun4,pun5,Dimz,Lco,Cu,Mu,lb,ub,RoL
,lw,fn);
pause(td)
    end
    for j=n:-1:-n

%plot3(i,j,h,'o','Color',[1,0,0])
res=calen2Pos(res,[i,j,h]*Es,r1,r2,r3,R,Dz,Zpa,k,alpha,pun1,pun3,pun4,pun5,Dimz,Lco,Cu,Mu,lb,ub,RoL
,lw,fn);
pause(td)
    end
    for i=-n:1:n

%plot3(i,j,h,'o','Color',[1,0,0])
res=calen2Pos(res,[i,j,h]*Es,r1,r2,r3,R,Dz,Zpa,k,alpha,pun1,pun3,pun4,pun5,Dimz,Lco,Cu,Mu,lb,ub,RoL
,lw,fn);
pause(td)
    end
    %fin de recorrido circular
    end %fin de desenso de perimetros
    %inicio de espiral hacia adentro
    %inicio de espiral hacia adentro
    h=h+1;
    for n=N+1:-1:1
        % un recorrido circular en el plano xy
        i=n;
        for j=-n:n

```

```

%plot3(i,j,h,'o','Color',[0,0,1])
res=calen2Pos(res,[i,j,h]*Es,r1,r2,r3,R,Dz,Zpa,k,alpha,pun1,pun3,pun4,pun5,Dimz,Lco,Cu,Mu,lb,ub,RoL
,lw,fn);
pause(td)
    end
    for i=n:-1:-n

%plot3(i,j,h,'o','Color',[0,0,1])
res=calen2Pos(res,[i,j,h]*Es,r1,r2,r3,R,Dz,Zpa,k,alpha,pun1,pun3,pun4,pun5,Dimz,Lco,Cu,Mu,lb,ub,RoL
,lw,fn);
pause(td)
    end
    for j=n:-1:-n

%plot3(i,j,h,'o','Color',[0,0,1])
res=calen2Pos(res,[i,j,h]*Es,r1,r2,r3,R,Dz,Zpa,k,alpha,pun1,pun3,pun4,pun5,Dimz,Lco,Cu,Mu,lb,ub,RoL
,lw,fn);
pause(td)
    end
    for i=-n:1:n

%plot3(i,j,h,'o','Color',[0,0,1])
res=calen2Pos(res,[i,j,h]*Es,r1,r2,r3,R,Dz,Zpa,k,alpha,pun1,pun3,pun4,pun5,Dimz,Lco,Cu,Mu,lb,ub,RoL
,lw,fn);
pause(td)
    end

%plot3(0,0,h,'o','Color',[0,0,1])
res=calen2Pos(res,[0,0,h]*Es,r1,r2,r3,R,Dz,Zpa,k,alpha,pun1,pun3,pun4,pun5,Dimz,Lco,Cu,Mu,lb,ub,Ro
L,lw,fn);
pause(td)
    %fin de recorrido circular
end%fin de espiral hacia adentro

end

```

end